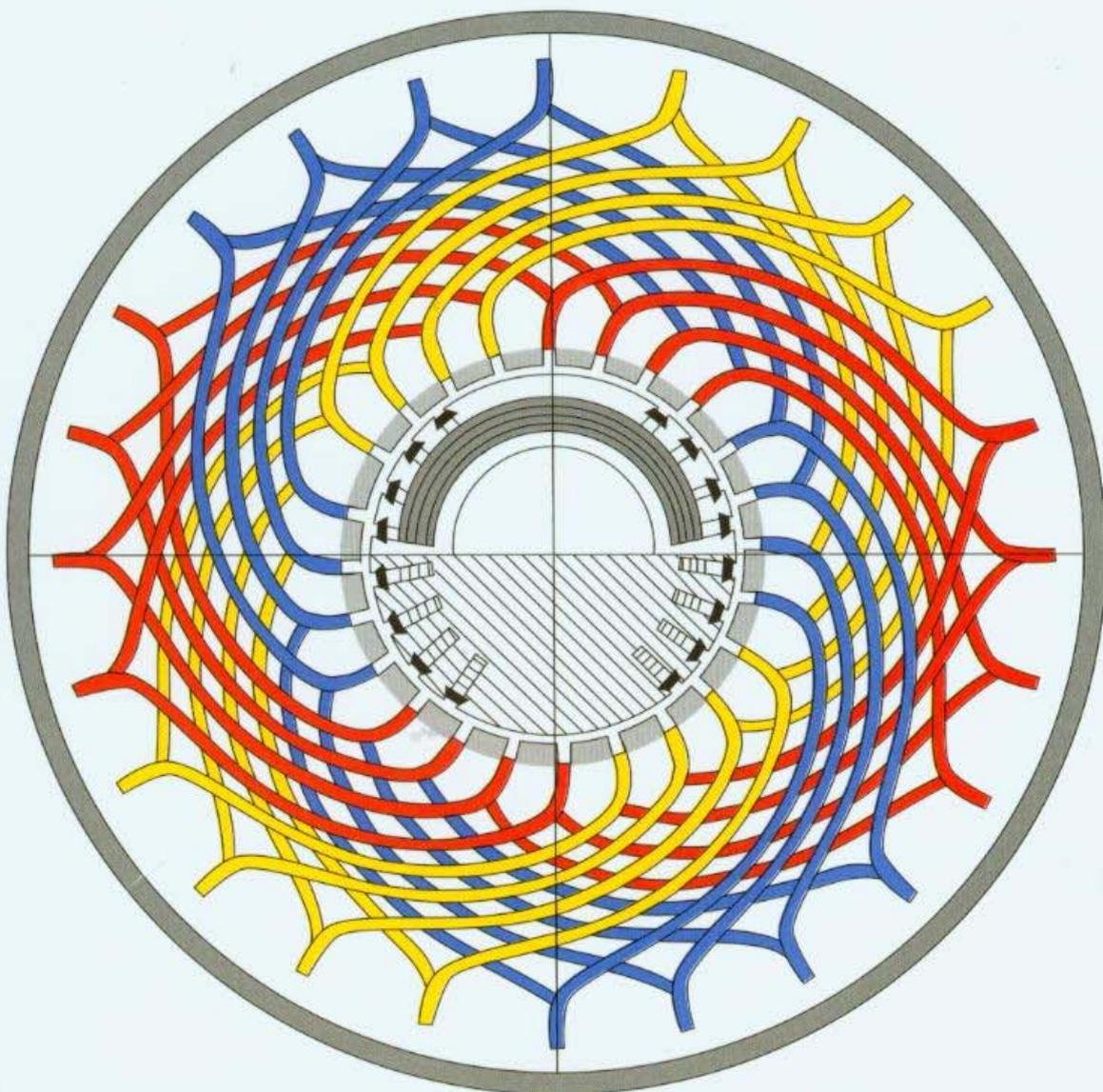


Gerhard Müller, Bernd Ponick

 WILEY-VCH

Grundlagen elektrischer Maschinen

Neunte, völlig neu bearbeitete Auflage



Gerhard Müller, Bernd Ponick

**Grundlagen elektrischer
Maschinen**

Elektrische Maschinen

herausgegeben von Gernar Müller und Bernd Ponick

Band 1

Gernar Müller, Bernd Ponick

Grundlagen elektrischer Maschinen

9., völlig neu bearbeitete Auflage

ISBN 3-527-40524-0

In Vorbereitung:

Band 2

Gernar Müller, Bernd Ponick, Karl Vogt

Berechnung elektrischer Maschinen

6., völlig neu bearbeitete Auflage

ISBN 3-527-40525-9

Band 3

Gernar Müller, Bernd Ponick

Theorie elektrischer Maschinen

4., völlig neu bearbeitete Auflage

ISBN 3-527-40526-7

Gerhard Müller, Bernd Ponick

Grundlagen elektrischer Maschinen

Neunte, völlig neu bearbeitete Auflage



WILEY-
VCH

WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA

Autoren

Prof. Gernar Müller
Technische Universität Dresden,
Elektrotechnisches Institut, Dresden, Germany
e-mail: gmueller@eti.et.tu-dresden.de

Prof. Bernd Ponick
Universität Hannover, Institut für Antriebssysteme
und Leistungselektronik, Hannover, Germany
e-mail: ponick@ial.uni-hannover.de

Titelbild

Stirnansicht eines elektromagnetisch-aktiven
Teils einer zweipoligen Synchron-Vollpolmaschine
(Turbogenerator), vgl. Abschnitt 6.2

Auszüge aus DIN-Normen mit VDE-Klassifikation
sind für die angemeldete limitierte Auflage
wiedergegeben mit Genehmigung 292.005 des
DIN Deutschen Instituts für Normung e.V. und des
VDE Verband der Elektrotechnik Elektronik
Informationstechnik e.V. Für weitere Wiedergaben
oder Auflagen ist eine gesonderte Genehmigung
erforderlich.

Maßgebend für das Anwenden der Normen sind
deren Fassungen mit dem neuesten Ausgabedatum,
die bei der VDE Verlag GmbH, Bismarckstraße 33,
10625 Berlin und der Beuth Verlag GmbH,
Burggrafenstraße 6, 10787 Berlin erhältlich sind.

Alle Bücher von Wiley-VCH werden sorgfältig
erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren,
Herausgeber und Verlag in keinem Fall,
einschließlich des vorliegenden Werkes, für die
Richtigkeit von Angaben, Hinweisen und
Ratschlägen sowie für eventuelle Druckfehler
irgendeine Haftung.

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese
Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie;
detaillierte bibliografische Daten sind im Internet
über <<http://dnb.ddb.de>> abrufbar.

© 2006 WILEY-VCH Verlag GmbH & Co KGaA,
Weinheim

Alle Rechte, insbesondere die der Übersetzung in
andere Sprachen, vorbehalten. Kein Teil dieses
Buches darf ohne schriftliche Genehmigung des
Verlages in irgendeiner Form – durch Fotokopie,
Mikroverfilmung oder irgendein anderes
Verfahren – reproduziert oder in eine von
Maschinen, insbesondere von
Datenverarbeitungsmaschinen, verwendbare
Sprache übertragen oder übersetzt werden. Die
Wiedergabe von Warenbezeichnungen,
Handelsnamen oder sonstigen Kennzeichen in
diesem Buch berechtigt nicht zu der Annahme,
dass diese von jedermann frei benutzt werden
dürfen. Vielmehr kann es sich auch dann um
eingetragene Warenzeichen oder sonstige
gesetzlich geschützte Kennzeichen handeln,
wenn sie nicht eigens als solche markiert sind.

Printed in the Federal Republic of Germany
Gedruckt auf säurefreiem Papier

Satz: Steingraeber Satztechnik GmbH,
Dossenheim

Druck: betz-druck GmbH, Darmstadt

Bindung: J. Schäffer GmbH, Grünstadt

ISBN-13: 978-3-527-40524-4

ISBN-10: 3-527-40524-0

Vorwort zur 9. Auflage

Elektrische Maschinen liefern als Generatoren praktisch die gesamte elektrische Energie für die Elektroenergieversorgung und die meisten lokalen Netze. Etwa die Hälfte dieser Elektroenergie wird mit Hilfe von elektrischen Maschinen in Form von Motoren wieder in mechanische Energie gewandelt, wobei ihr Spannungsniveau während des Transports mehrfach durch Transformatoren umgeformt wird. Die elektrische Maschine spielt deshalb in weiten Bereichen der Wirtschaft eine bedeutsame Rolle. Im vorliegenden Buch *Grundlagen elektrischer Maschinen* werden sowohl aus der Sicht des Herstellers als auch aus der des Anwenders grundlegende Kenntnisse über elektrische Maschinen vermittelt. Das Buch stellt den ersten Band der Reihe *Elektrische Maschinen* dar, dem sich die Bände *Theorie elektrischer Maschinen* und *Berechnung elektrischer Maschinen* anschließen. Die gesamte Reihe ist in einer einheitlichen Diktion unter Verwendung eines in sich geschlossenen Theoriegebäudes sowie einheitlicher Termini und Formelzeichen aufgebaut.

Der Band *Grundlagen elektrischer Maschinen* ist in erster Linie als Lehrbuch gedacht und soll solchen Studierenden dienen, deren Ausbildung die Vermittlung grundsätzlicher Kenntnisse über elektrische Maschinen enthält. Darüber hinaus ist er für Studenten des Studiengangs Elektrotechnik und speziell solche, die auf dem Gebiet der elektrischen Maschinen eine vertiefende Ausbildung erfahren, als eine erste Stufe zur Vermittlung dieses Stoffs gedacht, auf der weitere und speziellere aufbauen. Aber auch Herstellern und Anwendern elektrischer Maschinen soll dieser Band erlauben, ihre Kenntnisse hinsichtlich des Aufbaus und der Wirkungsweise aufzufrischen.

Die Beherrschung der Grundgesetze der Elektrodynamik, d.h. der Abschluss entsprechender Lehrveranstaltungen über die theoretischen Grundlagen der Elektrotechnik einschließlich der Wechselstromtechnik, wird vorausgesetzt. Um das Anwenden dieser Grundlagen auf die elektrischen Maschinen zu erleichtern, sind die dabei verwendeten Formulierungen der Grundgesetze und die daran gebundenen Vorzeichenvereinbarungen im einleitenden Abschnitt zusammenfassend vorangestellt worden. Das gleiche gilt für die Grundlagen der komplexen Wechselstromrechnung und die Einführung der symmetrischen Komponenten sowie für die Darstellung magnetischer

Felder und die Wege zu ihrer genäherten Bestimmung mit Hilfe elementarer Methoden. Es ist angestrebt worden, die Entwicklungen innerhalb der eigentlichen Kapitel des Buches durchgängig aus den in der Einleitung fixierten Formulierungen der Grundgesetze abzuleiten.

Das Buch geht i. Allg. von den bestehenden Ausführungsformen elektrischer Maschinen aus und unterzieht diese einer Analyse. Dabei werden die wichtigsten Ausführungsformen detailliert betrachtet. Das ist zunächst im Kapitel 1 der Transformator einschließlich der Messwandler. Hinsichtlich der rotierenden Maschinen werden die Gleichstrommaschine im Kapitel 3, die Dreiphasen-Induktionsmaschine im Kapitel 5 und die Dreiphasen-Synchronmaschine im Kapitel 6 behandelt. In drei weiteren Kapiteln wird in knapperer Form auf weitere Ausführungsformen eingegangen. Kapitel 7 beschäftigt sich mit Einphasenmaschinen (Einphasen-Induktions- und -Synchronmaschinen sowie Universalmotoren). In Kapitel 8 werden in verkürzter, lexikalischer Form solche Maschinenkonzepte behandelt, deren wirtschaftliche Bedeutung heute noch oder wieder gering ist. Das letzte Kapitel 9 geht schließlich auf Schrittmotoren und bürstenlose Gleichstrommaschinen ein.

Im Kapitel 1 über den Transformator wird zunächst die Wirkungsweise des Einphasentransformators auf verschiedenen Näherungsebenen behandelt. Das geschieht, um die Einflüsse der einzelnen Erscheinungen wie Streuung und Eiseneigenschaften deutlich herauszuarbeiten. Innerhalb der analytischen Behandlung erfolgt die geschlossene mathematische Formulierung der physikalischen Zusammenhänge auf einer bestimmten, beherrschbaren Ebene. Großer Wert wurde darauf gelegt, die verschiedenen Ausführungsformen von Dreiphasentransformatoren aus dem Einphasentransformator abzuleiten und hinsichtlich des Betriebsverhaltens auf diesen zurückzuführen.

Der Behandlung der einzelnen Ausführungsformen rotierender Maschinen ist ein allgemeines Kapitel 2 vorangestellt, das die allgemeinen Grundlagen der elektromechanischen Energiewandlung, den Aufbau des magnetischen Feldes und die Spannungsinduktion in den Wicklungen rotierender Maschinen behandelt sowie einige Ausführungen zur konstruktiven Gestaltung und zur technologischen Realisierung macht. Der Behandlung der Dreiphasen-Induktionsmaschine und der Dreiphasen-Synchronmaschine in den Kapiteln 5 und 6 ist ein Kapitel vorangestellt, das sich speziell mit dem Drehfeld und dem Energieumsatz in Drehfeldmaschinen beschäftigt (Kapitel 4).

Im Zuge der Behandlung der Wirkungsweise der rotierenden Maschinen wird versucht, den physikalischen Mechanismus der Vorgänge in der Maschine nahezubringen. Dazu werden die Vorgänge betrachtet, die ablaufen, wenn sich ein bestimmter Betriebszustand der Maschine ausgehend von einem anderen einstellt, wie z.B. die Entwicklung eines Drehmoments nach dem Aufbringen einer Belastung und der Hochlauf nach dem Einschalten. Die Betrachtungen werden dabei ggf. auf verschiedenen Näherungsebenen durchgeführt, um den Einfluss einzelner Erscheinungen deut-

lich herauszuarbeiten. Das Betriebsverhalten wird ausgehend von der analytischen Behandlung abgeleitet. Das betrifft in erster Linie die zu beobachtenden Kennlinien zwischen den an den Klemmen und an der Welle messbaren Größen.

Um außer der Wirkungsweise und dem Betriebsverhalten auch den Aufbau der elektrischen Maschinen nahezubringen, ist versucht worden, Vorstellungen über die grundsätzliche konstruktive Ausführung zu vermitteln. Neben der Darstellung der gebräuchlichsten Konstruktionen sind jeweils einige Beispiele ausgeführter Maschinen auch als Abbildungen aufgenommen worden. Außerdem wird praktischen Gesichtspunkten der Ausführung und des Betriebs elektrischer Maschinen dadurch Rechnung getragen, dass auf die Fragen der Erwärmung und Kühlung, auf technologische Fragen der Herstellung und auf Fragen der Normung eingegangen wird. Da mit dem vorliegenden Buch für eine große Gruppe Studierender ein abgeschlossenes Bild des Stoffs vermittelt werden soll, ist schließlich auch der Versuch unternommen worden, mit einfachsten Mitteln Vorstellungen über die Hauptabmessungen zu vermitteln, die eine elektrische Maschine bei Vorgabe gewisser Betriebsdaten besitzt.

Die vorliegende Neuauflage des Bands *Grundlagen elektrischer Maschinen* innerhalb der Reihe *Elektrische Maschinen* wurde inhaltlich neu strukturiert und überarbeitet. Dabei wurden zum einen Abschnitte zur Wirkungsweise und zum Betriebsverhalten von Induktions- und Synchronmaschinen bei Speisung aus einem Frequenzumrichter ergänzt. Zum anderen wurde der Band um die Kapitel 8 und 9 zu Maschinenkonzepten mit heute geringer Bedeutung und zu Maschinen für andere Arten der Einspeisung erweitert. Dies hat nicht zum Ziel, ein Spezialbuch über Kleinmaschinen zu ersetzen, sondern den vorliegenden Band auch als Nachschlagewerk für praktisch alle heute verwendeten Arten elektrischer Maschinen nutzen zu können.

Es ist uns ein Bedürfnis, an dieser Stelle allen Fachkollegen zu danken, die uns bei der vorliegenden Überarbeitung unterstützt haben, aber auch diejenigen, die an der Erarbeitung des Buches und der Bearbeitung der Voraufgaben mitgewirkt haben. Besonderer Dank gilt Frau Kakavand und Herrn Diestel, die uns mit Mühe und Sorgfalt bei der Bearbeitung von Bildern und dem Setzen des Textes unterstützt haben. Schließlich gilt unser Dank dem Verlag Wiley-VCH, Weinheim, insbesondere Frau Heike Höpcke, für die reibungslose Zusammenarbeit und die Möglichkeit, das Werk in nunmehr neunter Auflage erscheinen zu lassen.

Die Neuauflage der gesamten Reihe *Elektrische Maschinen* des Verlags Wiley-VCH, die der vorliegende Band eröffnet, wird gemeinsam von dem bisherigen Herausgeber und Autor Prof. Müller und dem neuen Mitherausgeber und Mitautor Prof. Ponick bearbeitet, der das Werk auch in Zukunft führend zu begleiten beabsichtigt. Beide Herausgeber und Autoren haben die fruchtbare und konstruktive Zusammenarbeit bei der bisherigen Arbeit sehr geschätzt.

Dresden und Hannover
im September 2005

Germar Müller
Bernd Ponick

Vorwort zur 1. Auflage (1970)

Das vorliegende Buch setzt sich zum Ziel, grundsätzliche Kenntnisse über Aufbau, Wirkungsweise und Betriebsverhalten der elektrischen Maschinen zu vermitteln. Es ist in erster Linie als Lehrbuch gedacht und soll all jenen Studierenden dienen, deren Ausbildung gewisse Grundlagen über elektrische Maschinen enthält. Darüber hinaus ist es für Studierende der Elektrotechnik und speziell solche, die sich mit Fragen der elektrischen Maschinen zu beschäftigen haben, als eine erste Stufe der Darstellung dieses Stoffes gedacht, auf der weitere und speziellere aufbauen.

Die Kenntnis und Anwendungsfähigkeit der Grundgesetze, d. h. der Abschluss einer Lehrveranstaltung über die theoretischen Grundlagen der Elektrotechnik einschließlich der Wechselstromtechnik, wird vorausgesetzt. Um jedoch eine saubere Basis zu schaffen, sind die später verwendeten Formulierungen der Grundgesetze und die daran gebundenen Vorzeichenvereinbarungen in einigen einleitenden Abschnitten zusammenfassend vorangestellt worden. Das gleiche gilt für die Grundlagen der komplexen Wechselstromrechnung sowie für die Darstellung von Feldern – insbesondere von magnetischen Feldern – und die Möglichkeit zu deren näherer Bestimmung mit Hilfe elementarer Methoden. Es ist angestrebt worden, alle Entwicklungen innerhalb der eigentlichen Hauptabschnitte des Buches aus den gegebenen Formulierungen der Grundgesetze abzuleiten.

Das Buch geht von den bestehenden Ausführungsformen elektrischer Maschinen aus und unterwirft diese einer Analyse. Dabei werden nur die wichtigsten Ausführungsformen betrachtet. Das ist zunächst im Hauptabschnitt A der Transformator. Hinsichtlich der rotierenden Maschinen beschränken sich die Betrachtungen auf die Gleichstrommaschine im Hauptabschnitt C, die Asynchronmaschine im Hauptabschnitt E und die Synchronmaschine im Hauptabschnitt F. Innerhalb dieser Hauptabschnitte wird auch auf besondere Varianten der genannten Maschinen eingegangen.

Der Behandlung der rotierenden Maschinen ist ein allgemeiner Hauptabschnitt (Hauptabschnitt B) vorangestellt, in dem der allgemeine Mechanismus der elektromechanischen Energieumformung, der Aufbau des magnetischen Feldes und die Spannungsinduktion im magnetischen Feld rotierender Maschinen sowie Allgemeines

über die konstruktive und technologische Gestaltung vermittelt wird. Der Behandlung der Asynchronmaschine und der Synchronmaschine ist ein weiterer gemeinsamer Hauptabschnitt (Hauptabschnitt D) vorangestellt, der sich speziell mit dem Drehfeld und dem Energieumsatz in Drehfeldmaschinen beschäftigt.

Im Zuge der Behandlung der Wirkungsweise der Maschinen wird versucht, den physikalischen Mechanismus nahe zu bringen. Das geschieht durch Betrachtung der Vorgänge, die ablaufen, während sich ein bestimmter Betriebszustand der Maschine, ausgehend von einem anderen, einstellt. Die Betrachtungen werden, falls erforderlich, auf mehreren Näherungsebenen durchgeführt, um den Einfluss bestimmter Erscheinungen herauszuarbeiten.

Innerhalb der analytischen Behandlung der Maschinen erfolgt die geschlossene mathematische Formulierung der physikalischen Zusammenhänge. Ausgehend von der analytischen Behandlung wird das Betriebsverhalten der Maschinen abgeleitet. Darunter wird das nach außen in Erscheinung tretende Verhalten verstanden. Das betrifft in erster Linie die zu beobachtenden Kennlinien zwischen den an den Klemmen und an der Welle messbaren Größen.

Um außer der Wirkungsweise und dem Betriebsverhalten auch den Aufbau der elektrischen Maschinen nahezubringen, ist versucht worden, auch Vorstellungen über den grundsätzlichen konstruktiven Aufbau zu vermitteln. Dazu dient zunächst eine Systematisierung der Lösungsmöglichkeiten der charakteristischen konstruktiven Aufgaben im Hauptabschnitt B. Darüber hinaus sind Beispiele ausgeführter Maschinen in Form von Schnittzeichnungen und Schnittbildern angeführt worden. Außerdem wird praktischen Gesichtspunkten der Ausführung und des Betriebs elektrischer Maschinen dadurch Rechnung getragen, dass ausführlich auf die Fragen der Erwärmung und Kühlung, auf technologische Fragen der Herstellung und auf Fragen der Standardisierung eingegangen wird. Um den Studierenden die Existenz der einzelnen Standards zur Gewohnheit werden zu lassen, wird an entsprechenden Stellen wiederholt auf die maßgebenden Standards verwiesen. Da mit dem vorliegenden Buch für eine große Gruppe Studierender ein abgeschlossenes Bild des Stoffes vermittelt werden soll, ist schließlich auch der Versuch unternommen worden, mit einfachsten Mitteln Vorstellungen über die Hauptabmessungen zu vermitteln, die eine elektrische Maschine bei Vorgabe gewisser Betriebsdaten besitzt.

Mit dem vorliegenden Buch wird ein mehrbändiges Werk *Elektrische Maschinen* begonnen. In diese Reihe wird auch das bereits erschienene Buch *Theorie rotierender elektrischer Maschinen* bei einer überarbeiteten Neuauflage einfließen. Dieses Buch ist bisher weitgehend autark, wird aber später dahingehend überarbeitet werden, dass es den Anschlussband an den vorliegenden Band *Grundlagen, Aufbau und Wirkungsweise* darstellt. Dementsprechend sind die einleitenden Abschnitte nunmehr bereits in den Band *Grundlagen, Aufbau und Wirkungsweise* übernommen und dabei noch erweitert worden. Darüber hinaus werden aus dem Band *Theorie rotierender elektrischer Maschinen* bei einer Nachauflage auch die Betrachtungen über den stationären Betrieb der

rotierenden elektrischen Maschinen, soweit sie nunmehr im vorliegenden Band übernommen worden sind, herausgenommen werden.

Es ist mir Bedürfnis, an dieser Stelle allen jenen zu danken, die mich bei der Bearbeitung des vorliegenden Bandes unterstützt haben. Insbesondere gilt mein Dank Herrn Dipl.-Ing. W. Markert, der nicht nur das Mitlesen der Korrekturen besorgte, sondern auch beim Entwurf der Bilder behilflich war und manchen Gedanken zur Abfassung verschiedener Abschnitte beisteuerte. Darüber hinaus nehme ich die Gelegenheit wahr, allen jenen Helfern und auch Helferinnen zu danken, die mitgewirkt haben, um das vorliegende Buch entstehen zu lassen, und die hier nicht im Einzelnen namentlich genannt werden können. Schließlich gilt mein Dank dem Verlag und insbesondere Herrn Fischmann für die gute Zusammenarbeit und das bereitwillige Eingehen auf meine Wünsche.

Ilmenau und Dresden

Germar Müller

Inhaltsverzeichnis

Vorwort zur 9. Auflage	V
Vorwort zur 1. Auflage	IX
0 Einleitung	1
0.1 Schreibweise der Formelzeichen	1
0.2 Formelzeichen	2
0.3 Vorzeichenvereinbarungen	6
0.4 Formulierung der Grundgesetze	9
0.5 Zusammengefasste Darstellung der komplexen Wechselstromrechnung	19
0.6 Einführung und Eigenschaften des symmetrischen Dreiphasensystems	30
0.7 Einführung symmetrischer Komponenten	36
0.8 Darstellung magnetischer Felder	38
1 Transformator	43
1.1 Historische Entwicklung und wirtschaftliche Bedeutung	43
1.2 Wirkungsweise und Betriebsverhalten des Einphasentransformators	45
1.2.1 Prinzipielle Ausführungsformen	45
1.2.2 Wirkungsweise	47
1.2.3 Analytische Behandlung	80
1.2.4 Betriebsverhalten am Netz starrer Spannung	87
1.2.5 Betriebsverhalten bei vorgegebenem Strom	98
1.3 Wirkungsweise und Betriebsverhalten des Dreiphasentransformators	101
1.3.1 Ausführungsformen	101
1.3.2 Wirkungsweise unter symmetrischen Betriebsbedingungen	108
1.3.3 Analytische Behandlung und Betriebsverhalten unter symmetrischen Betriebsbedingungen	125
1.3.4 Betriebsverhalten unter unsymmetrischen Betriebsbedingungen	127
1.3.5 Einsatz der Schaltungskombinationen	139
1.4 Besondere Ausführungsformen	141
1.4.1 Spartransformatoren	141

1.4.2	Stelltransformatoren	145
1.4.3	Stromrichtertransformatoren	148
1.4.4	Messwandler	150
1.5	Energieumsatz	159
1.5.1	Verluste	159
1.5.2	Wirkungsgrad	161
1.6	Prüfung	164
1.6.1	Festgelegte Anforderungen	164
1.6.2	Leerlaufversuch	166
1.6.3	Kurzschlussversuch	168
1.7	Erwärmung und Kühlung	172
1.7.1	Wärmequellen	172
1.7.2	Mechanismus des Erwärmungsvorgangs und der stationären Wärmeströmung	173
1.7.3	Wärmeströmung innerhalb der aktiven Bauteile	178
1.7.4	Kühlungsarten	180
1.7.5	Übertemperatur der Wicklung und Wärmeklassen des Isoliersystems	183
1.7.6	Betriebsarten	185
1.8	Technische Ausführung von Leistungstransformatoren	185
1.8.1	Grundlegendes über die Baugröße	185
1.8.2	Konstruktive und technologische Gestaltung der aktiven Bauteile	188
1.8.3	Äußere Gestaltung	193
1.8.4	Schaltzeichen	195
1.8.5	Schutztechnik	195
1.8.6	Ausführungsbeispiele	199
2	Allgemeine Betrachtungen über rotierende elektrische Maschinen	203
2.1	Aufgaben	203
2.2	Energieumsatz	204
2.2.1	Grundlagen der elektromechanischen Energiewandlung	204
2.2.2	Stationärer Energieumsatz	210
2.3	Konstruktive und technologische Gestaltung	219
2.3.1	Aktive Bauteile	219
2.3.2	Inaktive Bauteile	228
2.3.3	Bauformen	231
2.3.4	Schutzgrade	232
2.4	Das magnetische Feld	234
2.4.1	Aufteilung der Felder und Verkettungsmechanismus	234
2.4.2	Beschreibung des Luftspaltfelds	236
2.4.3	Bestimmung des Luftspaltfelds	239
2.4.4	Spannungsinduktion durch das magnetische Feld	247
2.5	Erwärmung und Kühlung	252

2.5.1	Wärmequellen	252
2.5.2	Erwärmungsvorgang	253
2.5.3	Stationäre Wärmeströmung	259
2.5.4	Kühlmethoden	262
2.6	Prüfung	271
2.6.1	Festgelegte Anforderungen	271
2.6.2	Prüfungsdurchführung	273
2.7	Technische Ausführung	276
2.7.1	Grundlegendes über die Baugröße	276
2.7.2	Zusammenhang zwischen Baugröße und Wirkungsgrad	279
2.7.3	Elemente der Schaltzeichen	280
2.7.4	Schutztechnik	280
3	Gleichstrommaschine	283
3.1	Historische Entwicklung und wirtschaftliche Bedeutung	283
3.2	Aufbau	284
3.2.1	Prinzipieller Aufbau	284
3.2.2	Entwicklung des Kommutatorankers	285
3.2.3	Aufbau der realen Gleichstrommaschine	290
3.3	Analytische Behandlung	297
3.3.1	Luftspaltfeld	297
3.3.2	Spannungsinduktion im Kommutatoranker	303
3.3.3	Spannungsgleichung des Ankerkreises	306
3.3.4	Drehmoment	306
3.3.5	Kommutierung	307
3.4	Gleichstrommaschinen mit Fremd-, Nebenschluss- und Permanenterregung	312
3.4.1	Betriebsverhalten als Generator bei konstanter Drehzahl	313
3.4.2	Betrieb an einem Netz starrer Spannung	316
3.4.3	Betrieb im drehzahlvariablen Antrieb	330
3.4.4	Energieumsatz	341
3.5	Gleichstrommaschinen mit Reihenschlusserregung	342
3.5.1	Motorbetrieb am Netz starrer Spannung	342
3.5.2	Anlassen	348
3.5.3	Bremsen	348
3.6	Einsatz	348
3.7	Prüfung	350
3.8	Technische Ausführung	351
3.8.1	Konstruktive und technologische Gestaltung	351
3.8.2	Schaltzeichen	352
3.8.3	Klemmenbezeichnungen	353
3.8.4	Ausführungsbeispiele	354

4	Allgemeine Betrachtungen über Maschinen mit Drehfeldern als Luftspaltfeld	359
4.1	Drehfeld	359
4.1.1	Definition des Drehfelds	359
4.1.2	Aufbau eines Drehfelds	361
4.1.3	Spannungsinduktion durch ein Drehfeld	372
4.1.4	Entwicklung des mittleren Drehmoments aus Sicht der Drehfelder des Luftspaltfelds	375
4.2	Mechanismus der Grundwellenverkettung	377
4.2.1	Prinzip der Grundwellenverkettung	377
4.2.2	Spannungsgleichung des Strangs a	377
4.3	Leistungsfluss und Drehmoment	379
4.3.1	Beziehungen zwischen Ständer- und Läufergrößen	379
4.3.2	Leistungsfluss	385
4.3.3	Entwicklung der verschiedenen Arten von Drehfeldmaschinen	388
4.3.4	Ermittlung des Drehmoments	391
5	Dreiphasen-Induktionsmaschine	393
5.1	Historische Entwicklung und wirtschaftliche Bedeutung	393
5.2	Prinzipieller Aufbau	395
5.3	Wirkungsweise	397
5.3.1	Wirkungsweise am starren Netz in erster Näherung – Leerhochlauf und Lastübernahme	398
5.3.2	Wirkungsweise am starren Netz in zweiter Näherung	405
5.3.3	Wirkungsweise am Netz variabler Frequenz	408
5.4	Analytische Behandlung	410
5.4.1	Analytische Behandlung der Maschine mit Schleifringläufer	410
5.4.2	Analytische Behandlung der Maschine mit Kurzschlussläufer	415
5.5	Betriebsverhalten mit kurzgeschlossenem Schleifringläufer bzw. mit stromverdrängungsfreiem Kurzschlussläufer am starren Netz	421
5.5.1	Ströme	421
5.5.2	Ortskurven von Ständer- und Magnetisierungsstrom	423
5.5.3	Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie	428
5.5.4	Stromortskurve unter Berücksichtigung des Widerstands der Ständerwicklung	434
5.5.5	Energieumsatz	435
5.6	Betriebsverhalten mit Kurzschlussläufer unter dem Einfluss der Stromverdrängung	436
5.6.1	Maschine mit Einfachkäfig-Hochstabläufer	436
5.6.2	Maschine mit Doppelkäfigläufer	438
5.7	Spezielle Betriebszustände am starren Netz	439
5.7.1	Anlassen	439
5.7.2	Bremsen	447

5.8	Betriebsverhalten mit Schleifringläufer als doppeltgespeiste Induktionsmaschine	451
5.9	Betriebsverhalten mit Kurzschlussläufer im drehzahlvariablen Antrieb	456
5.10	Besondere Ausführungsformen	461
5.10.1	Polumschaltbare Maschinen	461
5.10.2	Gegendrehfeld-Erregermaschinen	461
5.11	Einsatz	462
5.12	Prüfung	464
5.12.1	Festgelegte Anforderungen	464
5.12.2	Betriebskennlinien und Betriebskennwerte	465
5.13	Technische Ausführung	468
5.13.1	Konstruktive und technologische Gestaltung	468
5.13.2	Schaltzeichen	471
5.13.3	Klemmenbezeichnungen	472
5.13.4	Schutztechnik	473
5.13.5	Ausführungsbeispiele	477
6	Dreiphasen-Synchronmaschine	485
6.1	Historische Entwicklung und wirtschaftliche Bedeutung	485
6.2	Prinzipieller Aufbau	487
6.3	Wirkungsweise am starren Netz	490
6.3.1	Komponenten des Luftspaltfelds und zugehörige Spannungen	491
6.3.2	Herstellen der Verbindung mit dem Netz	494
6.3.3	Mechanismus der Blindlastübernahme	498
6.3.4	Mechanismus der Wirklastübernahme	500
6.4	Analytische Behandlung	504
6.4.1	Allgemeine Spannungsgleichung und Beziehung für die Ankerdurchflutung	505
6.4.2	Spannungsgleichung der ungesättigten Maschine – Einführung von Reaktanzen	507
6.4.3	Kurzschluss	518
6.5	Betriebsverhalten der ungesättigten Maschine am starren Netz	520
6.5.1	Ankerstrom	521
6.5.2	Drehmoment	522
6.5.3	Statische Stabilität	526
6.5.4	Ortskurven des Ankerstroms	529
6.5.5	V-Kurven	534
6.5.6	Grenzleistungsdiagramm	535
6.6	Betriebsverhalten der ungesättigten Maschine bei Generatorbetrieb auf ein passives Netzwerk	536
6.6.1	Ankerstrom	537
6.6.2	Drehmoment	538

6.6.3	Strom-Spannungs-Kennlinien	541
6.6.4	Bremsbetrieb	543
6.7	Genäherte Behandlung der gesättigten Maschine	544
6.7.1	Leerlauf	545
6.7.2	Kurzschluss	546
6.7.3	Belastung	547
6.7.4	Energieumsatz	553
6.8	Erregung	553
6.8.1	Klassische Erregungssysteme für Synchrongeneratoren	554
6.8.2	Moderne Erregungssysteme für Synchrongeneratoren	556
6.8.3	Selbsterregte Synchronmaschinen	557
6.8.4	Erregung von Synchronmotoren	559
6.8.5	Entregungsschaltungen	562
6.9	Spezielle Betriebszustände am starren Netz – Anlauf und Synchronisieren	563
6.10	Betriebsverhalten im drehzahlvariablen Antrieb	567
6.10.1	Betriebsverhalten der fremdgeführten Maschine	568
6.10.2	Betriebsverhalten der selbstgeführten Maschine	573
6.11	Besondere Ausführungsformen	577
6.11.1	Synchronisierte Induktionsmaschine	577
6.11.2	Klauenpolmaschine	577
6.11.3	Synchronmaschine mit Permanenterregung	579
6.11.4	Torquemotor	580
6.11.5	Aussenpol-Erregermaschine	581
6.11.6	Synchronmaschine mit supraleitender Erregerwicklung	583
6.12	Einsatz	584
6.13	Prüfung	587
6.13.1	Festgelegte Anforderungen	587
6.13.2	Betriebskennlinien und Betriebskennwerte	588
6.14	Technische Ausführung	589
6.14.1	Konstruktive und technologische Gestaltung	589
6.14.2	Schaltzeichen	600
6.14.3	Klemmenbezeichnungen	601
6.14.4	Schutztechnik	601
6.14.5	Ausführungsbeispiele	602
7	Maschinen für Betrieb am Einphasennetz	613
7.1	Historische Entwicklung und wirtschaftliche Bedeutung	613
7.2	Einphasen-Induktionsmaschine	614
7.2.1	Prinzipielle Eigenschaften	614
7.2.2	Ausführungsformen	616
7.3	Einphasen-Synchronmaschine	620

7.4	Einphasen-Reihenschlussmaschine (Universalmotor)	622
7.4.1	Ausführungsformen	622
7.4.2	Prinzipielle Eigenschaften	624
7.4.3	Betriebsverhalten am starren Netz	628
8	Weitere Maschinenkonzepte	635
8.1	Weitere aktuelle Maschinenkonzepte	635
8.1.1	Hybridmotor	635
8.1.2	Geschalteter Reluktanzmotor	638
8.1.3	Transversalflussmotor	640
8.1.4	Linearmotor	642
8.2	Heute nicht mehr ausgeführte Maschinenkonzepte	643
8.2.1	Drehstrom-Kommutatormaschine	643
8.2.2	Drehtransformator	646
8.2.3	Harzsche Schaltung	647
8.2.4	Hysteresemotor	648
8.2.5	Leonardschaltung	649
8.2.6	Mittelfrequenzgenerator	650
8.2.7	Querfeldmaschine	650
8.2.8	Repulsionsmotor	651
8.2.9	Verstärkermaschine	651
9	Maschinen für andere Arten der Einspeisung	653
9.1	Schrittmotoren	653
9.1.1	Prinzipielle Eigenschaften	653
9.1.2	Ausführungsformen	658
9.2	Bürstenlose Maschinen für Gleichstrombetrieb	660
9.2.1	Prinzipielle Eigenschaften	660
9.2.2	Ausführungsformen	662
	Anhang	665
I	Fourier-Koeffizienten	665
II	Nennspannungen und Nennfrequenzen	666
III	Zusammenstellung der wichtigsten Normen	667
	Literaturverzeichnis	673
	Sachverzeichnis	675

0

Einleitung

Die Abschnitte der Einleitung haben zum Ziel, das System der Darstellung erkennen zu lassen, wie es im Folgenden verwendet wird. Dieses System ist gekennzeichnet durch die Schreibweise der Formelzeichen, durch die Art der Vorzeichenfestlegung und die daran geknüpfte Formulierung der Grundgesetze. Diese Kennzeichen werden in der Einleitung zusammengestellt. Dabei ist die Darstellung der Grundgesetze nach Umfang und Form den späteren Bedürfnissen angepasst und erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit. Darüber hinaus enthält die Einleitung einen Abriss der komplexen Wechselstromrechnung und eine kurzgefasste Behandlung der symmetrischen Dreiphasensysteme sowie die Einführung symmetrischer Komponenten. Beide Abschnitte sind als Wiederholung bereits bekannten Stoffs gedacht. Schließlich wird kurz auf die Darstellung magnetischer Felder eingegangen.

0.1

Schreibweise der Formelzeichen

Jede physikalische Größe erhält ein Symbol; es wird in Groß- oder Kleinschreibung, z. B. als g oder G bzw. γ oder Γ , verwendet. Der kleine Buchstabe ist also i. Allg. einer anderen physikalischen Größe zugeordnet als der große.

Zur Kennzeichnung einer besonderen Eigenschaft einer Größe werden folgende Vereinbarungen getroffen:

- *Vektoren* werden halbfett wiedergegeben, z. B. als \mathbf{g} .
- *Augenblickswerte* erhalten keine besondere Kennzeichnung.
- *Amplituden* von Sinusgrößen erhalten zusätzlich das Symbol $\hat{}$, z. B. als \hat{g} . Durch den Formalismus der Ableitungen ist es nicht zu vermeiden, dass auf diese Weise gekennzeichnete Amplituden vorzeichenbehaftet sein können.
- *Zeiger der komplexen Wechselstromrechnung* werden unterstrichen, z. B. als \underline{g} . Dabei gilt die Definition $g = \operatorname{Re} \{ \underline{g} e^{j\omega t} \}$. \underline{g} ist also der sog. ruhende Zeiger $\underline{g} = \hat{g} e^{j\varphi_g}$. Die konjugiert komplexe Größe zu \underline{g} wird als \underline{g}^* bezeichnet.

- *Zeitliche Mittelwerte* werden durch Überstreichung gekennzeichnet, z. B. als \bar{g} .
- *Räumliche Mittelwerte* erhalten den Index m , z. B. als g_m .
- *Zeitliche und räumliche Maximalwerte* erhalten den Index \max , z. B. als g_{\max} .

Ausnahmen von den oben getroffenen Vereinbarungen werden entsprechend üblichen Gepflogenheiten folgende zugelassen:

Effektivwerte von Spannungsabfällen u , induzierten Spannungen e und Stromstärken i werden mit \underline{U} , \underline{E} und \underline{I} bezeichnet. Für die gleichen Größen werden Effektivwertzeiger definiert als

$$\underline{U} = \frac{u}{\sqrt{2}}, \quad \underline{E} = \frac{e}{\sqrt{2}} \quad \text{und} \quad \underline{I} = \frac{i}{\sqrt{2}}.$$

Darstellungen mit Effektivwertzeigern und Augenblickswertzeigern sind einander äquivalent. Gleichungen, die Beziehungen zwischen magnetischen und elektrischen Zustandsgrößen herstellen, lassen sich eleganter mit Augenblickswertzeigern formulieren. Zeigerbilder werden hinsichtlich elektrischer Zustandsgrößen unter Verwendung der Effektivwertzeiger dargestellt. Der Punkt, an dem von Augenblickswert auf Effektivwertzeiger übergegangen wird, ist prinzipiell beliebig.

Gleichwerte und damit auch zeitliche Mittelwerte von Spannungsabfällen u , induzierten Spannungen e , Stromstärken i , Drehmomenten m und Leistungen p werden mit U , E , I , M und P bezeichnet.

0.2

Formelzeichen

a	Zahl der parallelen Ankerzweigpaare	e_σ	Reaktanzspannung	} bei der Strom-wendung
\underline{a}	$e^{j2\pi/3}$	e_w	Wendefeld-(Querfeld-) Spannung	
A	Fläche	e_{tr}	transformatorische Spannung	
A	Strombelag	e_f	Funkenspannung	
b	Breite, allgemein	e_h	vom Grundwellenfeld	} induzierte Spannung
\mathbf{B}, B	magnetische Induktion	e_r	rotatorisch	
$B(x)$	Induktionsverteilung (Feldkurve) des Luftspaltfelds	e_s	selbstinduktiv	
c	Konstante	e_{tr}	transformatorisch	
\hat{c}	spezifische Wärmekapazität	e_{h20}	im Stillstand der Induktionsmaschine induzierte Läufer-spannung	
C	Polformkoeffizient			
C	Kapazität			
C	Ausnutzungsfaktor			
d	Dicke, allgemein	f	Frequenz	
dg	Differential der Größe g	f_M, f'_M	Magnetisierungsfunktion	
D	Durchmesser, allgemein	f_{Am}	Anlaufgrenzfrequenz	
D	Bohrungsdurchmesser	f_{Bm}	Betriebsgrenzfrequenz	
e, E	induzierte Spannung	f_s	Steuerfrequenz	
\mathbf{E}, E	elektrische Feldstärke	f_z	Schnittfrequenz	

F	Fehler	P_q	Blindleistung
g	Erdbeschleunigung	P_s	Scheinleistung
g	Veränderliche, allgemein	P_v	Verlustleistung
g_a	Einschaltgüte	P_v	Ortskurvenpunkt
GD^2	Schwungmoment	p_v^*	bezogene Verlustleistung, relative Verluste
\underline{G}	Gerade in der komplexen Ebene	q	Lochzahl (Nuten je Pol und Strang)
h	Höhe, allgemein	Q	Wärmemenge
\mathbf{H}, H	magnetische Feldstärke	R	Widerstand
i, I	Stromstärke, allgemein	R_m	magnetischer Widerstand
i_B	Strom durch einen Belastungszweipol	R_w	Wärmewiderstand
i_M	Maschenstrom im Käfig der Induktionsmaschine ($i_1 \dots i_\rho \dots i_N$)	Re	Realteil einer komplexen Größe
$i_{s\rho}$	Stabstrom im Käfig der Induktionsmaschine ($i_{s1} \dots i_{s\rho} \dots i_{sN}$)	\mathbf{S}, S	Stromdichte
i_l	Leerlaufstrom	s	Weg
i_k	Kurzschlussstrom	s	Schlupf
i_μ	Magnetisierungsstrom	\underline{s}	Schaltungsfaktor
Im	Imaginärteil einer komplexen Größe	t	Zeit
I_a	Anzugsstrom	T	Zeitkonstante
I_w	Wärmestrom	T	Periodendauer
IW	Integrationsweg	T	Temperatur (Kelvin-Skala)
j	imaginäre Einheit	T_c	Spieldauer
J	Massenträgheitsmoment	T_k	Stromwendezeit
k	Kommutatorstegzahl	u, U	Spannung, allgemein
k	Konstante	u^*	bezogene Spannung
k	Schrittfaktor	u	Umfang
k_r	Widerstandsverhältnis zur Berücksichtigung der Stromverdrängung	u_p, U_p	Polradspannung
\underline{K}	Kreis in der komplexen Ebene	u	Zahl der in einer Schicht nebeneinanderliegenden Spulenseiten einer Nut
l	Länge, allgemein	\ddot{u}	Übersetzungsverhältnis, allgemein
l	Ankerlänge, allgemein	v	Verstärkung
l_i	ideelle Länge	v	Umfangsgeschwindigkeit, Geschwindigkeit
L	Induktivität, allgemein	\bar{v}	Verlustdichte
L_{aa}	Selbstinduktivität einer Wicklung a	v	spezifische Verluste
L_{ab}	Gegeninduktivität zwischen zwei Wicklungen a und b	V	magnetischer Spannungsabfall
m, M	Drehmoment	V_o	magnetische Umlaufspannung
m	Masse	\mathcal{V}	Volumen
m	Strangzahl	w	Windungszahl
m	Maßstab, allgemein	$(w\xi_1)$	gegenüber dem Grundwellenfeld wirksame Windungszahl
M_a	Anzugsmoment	W	Energie, allgemein
M_b	Beschleunigungsmoment	W_a	Anlaufwärme
M_H	Haltemoment	W_m	magnetische Energie
M_s	Selbthaltemoment	W	Spulenweite
M_w	Widerstandsmoment	x	Koordinate, allgemein
n	Drehzahl	x	Strecke in Ortskurven
n	Kennzahl der Schaltungsbezeichnung	X	Reaktanz
N	Nutzenzahl	x	bezogene Reaktanz
p	Polpaarzahl	X_p	Potier-Reaktanz
p	Druck	X_h	Hauptfeldreaktanz
P	Punkt auf einer Kurve	X_d	synchrone Längsreaktanz
p, P	Leistung, allgemein	X_q	synchrone Querreaktanz
P	Wirkleistung	y	Koordinate, allgemein
P_{mech}	mechanische Leistung	y	Wicklungsschritt, allgemein
		y_1	erster Teilschritt

y_2	zweiter Teilschritt
y	resultierender Schritt
y_v	Verkürzungsschritt
y_\emptyset	Durchmesserschritt (ungesehnte Spule)
\underline{Y}	komplexer Leitwert
z	Leiterzahl
z	Schrittzahl
\underline{Z}	komplexer Widerstand
α	Winkel, Drehwinkel
α	Verhältnis Fenster- zu Schenkel- querschnitt
α	Wärmeübergangszahl
α	bezogene Nutteilung
α_i	ideeller Polbedeckungsfaktor
α_{in}	größte systematische Winkel- abweichung
α_s	systematische Winkeltoleranz je Schritt
β	Winkel
β_k	relative Kurzschlussdauer einer stromwendenden Spule
γ'	Umfangswinkel
δ	Polradwinkel
δ	Spaltlänge, allgemein
δ	Fehlwinkel beim Messwandler
δ	Luftspaltlänge
δ_i	ideelle Luftspaltlänge unter Berück- sichtigung der Nutung
δ_i''	ideelle Luftspaltlänge unter Berück- sichtigung von Nutung und magneti- schem Spannungsabfall im Eisen
∂g	partielles Differential der Größe g
Δg	Änderung einer Größe g , Differenz ($g_1 - g_2$)
ε	bezogene Nutteilung eines Käfigläufers
η	reeller Parameter
η	Wirkungsgrad
η_a	Jahreswirkungsgrad
ϑ	Übertemperatur, Temperatur in der Celsius-Skala
Θ	Durchflutung
$\Theta(x)$	Durchflutungsverteilung (Felderregerkurve) des Luftspaltfelds
κ	elektrische Leitfähigkeit
Λ	magnetischer Leitwert
Λ_w	Wärmeleitwert
λ	Wärmeleitfähigkeit
λ	Frequenzverhältnis, relative Drehzahl
μ	Permeabilität
μ_0	Permeabilität des leeren Raums
μ_{Fe}	Permeabilität des Eisens

ξ	Wicklungsfaktor
ξ	Verlustverhältnis
ρ	Dichte (Stoff)
σ	Streukoeffizient
τ	Zeitkonstante des Erwärmungs- vorgangs
τ_n	Nutteilung
τ_p	Polteilung
φ	Phasenverschiebung zwischen u und i
φ	Füllfaktor
φ_g	Phasenwinkel einer Wechselgröße g
Φ	magnetischer Fluss
Ψ	Flussverkettung
ω	Kreisfrequenz
Ω	mechanische Winkelgeschwindigkeit

Indizes

a	Anker
a	Anzugs...
a	Strangbezeichnung
(a)	Anfangswert
ab	Abgabe
auf	Aufnahme
A	Arbeitsmaschine
A, B	Transformator A bzw. B
b	Blindanteil
b	Strangbezeichnung
B	Bürste, Bürstenpaar
B	Belastung, Betrieb, Bürde
c	Strangbezeichnung
d	Längsachse
D	Drehfeld
D	Dreieckschaltung
e	Erregerwicklung
el	elektrisch
E	Erde
fd	Erregerwicklung bei Synchron- maschinen
F	Fenster
Fe	Eisen
g	gegeninduktiver Anteil
g	Gegensystem (symmetrische Komponente)
ges	Gesamt
grenz	Grenz
h	Hauptfeld
hyst	Hysterese
i	allgemeine Spule
i	ideell
ist	Istwert
k	kalt

k	Kurzschluss	v	vorgeschaltet
kipp	Kipppunkt	v	verkürzt
krit	kritisch	vzb	vorzeichenbehaftet
KM	Kühlmittel	w	Wendefeld
l	Leerlauf	w	Wicklung, Wicklungskopf
luft	Luft	w	Wirkanteil
L	Läufer	w	Wärme, warm
L	Leiter	wb	Wirbel
L1, L2, L3	Leiterbezeichnung im Dreiphasensystem	W	Wendepolwicklung
m	magnetisch	Y	Sternschaltung
m	Mittelschenkel	z	Zahn
m	räumlicher Mittelwert	z	Zusatz, zusätzlich
m	Mitsystem (symmetrische Komponente)	zw	Zweig einer Kommutatorwicklung
max	Maximalwert	zul	zulässig
min	Minimalwert	δ	Luftspalt, Spalt
mech	mechanisch	λ	bei anderer Speisefrequenz
M	Magnetkreis	μ	allgemeines Wicklungsteil
M	Masche	μ	Magnetisierung
M	Maschine	ν	allgemeines Wicklungsteil
M	Messinstrument	ν	bezogen auf ν -te Harmonische
M	Drehmoment	σ	Streuung, Streufeld
n	Normalkomponente	0	Synchronismus
n	Nut	0	Leerlauf
n	negative Phasenfolge	0	Nullsystem
N	Bemessungsbetrieb, Bemessungswert		(symmetrische Komponente)
Netz	Netz	1	bezogen auf Grundwelle
p	Pol, Polsystem	1	Ständer
P	Pause	1	Primärseite
q	Querachse	2	Läufer
rb	Reibung	2	Sekundärseite
res	resultierend	1, 2, 3 . . .	laufende Wicklungsbezeichnung
r	rotatorisch	\emptyset	bezogen auf den Durchmesser
r	Widerstand	\sphericalangle	Sternschaltung
RG	Erregermaschine	\triangle	Dreieckschaltung
s	Stab	\sim	Wechselstrom
s	selbstinduktiv	—	Gleichstrom
soll	Sollwert		
sp	Spule		
str	Strang		
S	Ständer		
S	Schenkel		
S	Schalter		
t	Tangentialkomponente		
T	Transformator		
tr	transformatorisch		
u	Ummagnetisierung		
u	Umgebung		
ü	Übergang		
v	Verluste		

Zusätzliche Kennzeichnung der Größen

\underline{x}	Kennzeichnung der komplexen Darstellung einer zeitlich sinusförmigen Größe durch Unterstreichen
x^*	Kennzeichnung der konjugiert komplexen Darstellung einer zeitlich sinusförmigen Größe
\hat{x}	Kennzeichnung einer Amplitude
x^*	Kennzeichnung bezogener Größen
x'	Kennzeichnung einer transformierten Größe
\bar{x}	Kennzeichnung eines zeitlichen Mittelwertes durch Überstreichen

0.3

Vorzeichenvereinbarungen

a) Elektrische und magnetische Größen

Ein allgemeiner Zweipol des elektrischen Kreises nach Bild 0.3.1 führt einen Strom i , und zwischen seinen Klemmen herrscht eine Klemmenspannung u , die im Sinne eines Spannungsabfalls eingeführt ist. Es wird vereinbart, dass u und i im gleichen Sinn positiv gezählt werden. Dies wird auch als Verbraucherzählpfeilsystem (VZS) bezeichnet. Die gegenteilige Vereinbarung, von der kein Gebrauch gemacht werden soll, heißt Erzeugerzählpfeilsystem (EZS). Zur Kennzeichnung der positiven Zählrichtung erhält der Zweipol einen Zählpfeil. Er gilt für die Spannung u , wenn die Beziehungen zwischen den Spannungen eines Stromkreises aufgestellt werden, und für den Strom i bei der Aufstellung der Beziehungen zwischen den Strömen. Er liegt darüber hinaus der Formulierung des Strom-Spannungs-Verhaltens zugrunde, das der Zweipol besitzt.

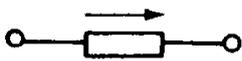


Bild 0.3.1 Allgemeiner Zweipol mit Zählpfeil für die Spannung u und den Strom i

Strom und Spannung eines Klemmenpaars einer beliebigen Einrichtung werden so gezählt, dass die gesamte Anordnung hinter den Klemmen wieder als ein Zweipol betrachtet wird. Dazu sind Strom und Spannung im gleichen Sinn positiv zu zählen (Bild 0.3.2), d. h. so, dass bei positivem Strom in Bezug auf den Stromzählpfeil ein positiver Spannungsabfall in Bezug auf den Spannungszählpfeil beobachtet wird, wenn die Leistung in die Anordnung hinter den Klemmen hineinfließt. Die entsprechenden Zählpfeile für u und i kann man sich fiktiven oder tatsächlich vorhandenen Messinstrumenten zugeordnet denken. An der Verbindungsstelle von Klemmenpaaren mehrerer Schaltungselemente wird ein gemeinsamer Spannungszählpfeil eingeführt. Die Spannung eines Klemmenpaars wird auch als Klemmenspannung bezeichnet.

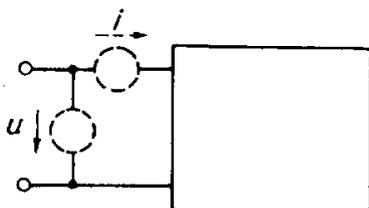


Bild 0.3.2 Zählpfeile für die Spannung u und den Strom i eines Klemmenpaars

Ein Abschnitt des magnetischen Kreises führt einen Fluss Φ , und über ihm liegt ein magnetischer Spannungsabfall V . Es wird vereinbart, dass Φ und V im gleichen Sinn positiv gezählt werden. Ein Abschnitt des magnetischen Kreises erhält dementsprechend einen Zählpfeil (Bild 0.3.3).

Eine Spule wird von einem Strom i durchflossen und von einem Fluss Φ durchsetzt, bzw. sie besitzt eine Flussverkettung Ψ . Es wird vereinbart, dass die positive Zählrich-

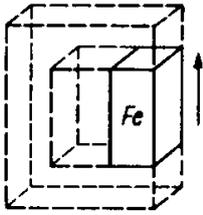


Bild 0.3.3 Zählpfeil für den Fluss Φ und den magnetischen Spannungsabfall V eines Abschnitts des magnetischen Kreises

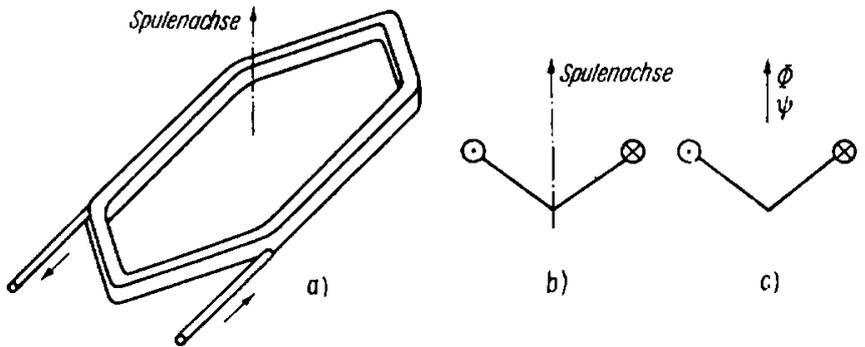


Bild 0.3.4 Zuordnung der positiven Zählrichtungen für den Fluss Φ bzw. die Flussverkeftung Ψ und den Strom i einer Spule mit angegebener Spulenachse.

a) Reale Anordnung der Spule; b) schematische Darstellung der Spule im Schnitt; c) schematische Darstellung der Spule im Schnitt mit Angabe der positiven Zählrichtungen für Φ (bzw. Ψ) und i

tung des Stroms i der des Flusses Φ bzw. der Flussverkeftung Ψ entsprechend Bild 0.3.4 im Rechtsschraubensinn zugeordnet ist. Wenn eine Spulenachse angegeben ist, die auch einer Reihe von Spulen gemeinsam sein kann, wird der Fluss in Richtung dieser Achse positiv gezählt. Das Schaltzeichensymbol einer Spule zeigt Bild 0.3.5a. Es soll vereinbart werden, dass Spulen in dieser Darstellung stets rechtswendig sind. Wie Bild 0.3.5b veranschaulicht, stimmt in diesem Fall die Richtung, in der die einzelnen Windungen bei positivem Strom aufeinanderfolgend durchflossen werden, mit der positiven Zählrichtung des Flusses bzw. der Flussverkeftung überein, die ihrerseits in Rechtsschraubenzuordnung zur positiven Zählrichtung des Stroms in den Windungen steht. Damit genügt die Angabe eines Zählpfeils, der für den Strom im elektrischen Kreis und für den Fluss im magnetischen Kreis gilt (Bild 0.3.5c).

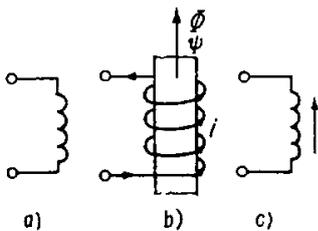


Bild 0.3.5 Zur Vorzeichenfestlegung bei der Darstellung einer Spule mit dem Schaltzeichensymbol

b) Mechanische Größen

Das am Läufer angreifende Drehmoment m und die Winkelgeschwindigkeit eines Läufers bzw. seine Drehzahl n sollen entsprechend Bild 0.3.6 im gleichen Sinn positiv gezählt werden.

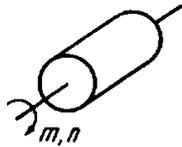


Bild 0.3.6 Festlegung der positiven Zählrichtungen für das am Läufer angreifende Drehmoment m und seine Drehzahl n

c) Leistungen

Leistungen, die nicht rein elektrischer Natur sind, werden einem Leistungszählpfeil entsprechend positiv gezählt. Das betrifft mechanische Leistungen, die über eine Welle transportiert werden, und Verlustleistungen, die als Wärme aus einem betrachteten Volumen strömen.

Elektrische Leistungen werden positiv gezählt, wenn sie dem betrachteten Schaltungselement zufließen. Dementsprechend wird die Leistung eines Elements ν stets über die Beziehung $p_\nu = u_\nu i_\nu$ ermittelt, wobei u_ν der Spannungsabfall über dem Element ist und i_ν der Strom durch das Element. Im allgemeinen Fall ist p eine Funktion der Zeit. Wenn für einen betrachteten Zeitpunkt $p > 0$ ist, bildet das Element in diesem Augenblick einen Verbraucher, während es bei $p < 0$ als Erzeuger arbeitet. Bei sinusförmigem Verlauf von u und i pulsiert p mit dem doppelten Wert der Frequenz des Stroms bzw. der Spannung um einen Mittelwert. Dieser Mittelwert wird als *Wirkleistung* P bezeichnet. Demnach bedeutet positive Wirkleistung ($P > 0$) eines Elements, dass es sich im Mittel wie ein Verbraucher verhält, während bei $P < 0$ im Mittel das Verhalten eines Erzeugers vorliegt.

Im Bild 0.3.7 ist die Prinzipdarstellung einer rotierenden Maschine mit Leistungszählpfeilen versehen worden. Mit dieser Festlegung der positiven Zählrichtungen des Leistungsflusses gilt, wenn keinerlei Änderung der in der Maschine als Wärme, magnetische Energie oder kinetische Energie gespeicherten Energie stattfindet,

$$P = P_{\text{mech}} + P_v.$$

Dabei ist P die mittlere elektrisch zugeführte Leistung und P_{mech} die mittlere mechanisch abgegebene Leistung, während P_v die mittlere Verlustleistung darstellt, die als Wärmestrom aus der Maschine austritt.

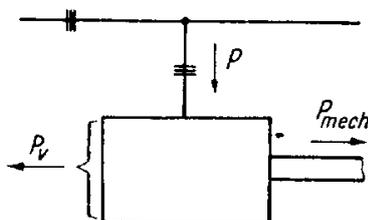


Bild 0.3.7 Anordnung der Leistungszählpfeile bei einer rotierenden elektrischen Maschine

0.4

Formulierung der Grundgesetze

a) Grundschaltelemente

Das Strom-Spannungs-Verhalten der Grundschaltelemente wird durch folgende Beziehungen beschrieben:

$$\text{Leiteranordnung mit Widerstand } R \quad u = Ri \quad (0.4.1)$$

$$\text{Drosselspule mit Induktivität } L^1) \quad u = L \frac{di}{dt} \quad (0.4.2)$$

$$\text{Kondensatoranordnung mit Kapazität } C \quad i = C \frac{du}{dt} \quad (0.4.3)$$

Im Bild 0.4.1 sind die drei Schaltzeichen der Grundschaltelemente dargestellt und mit je einem Zählpfeil versehen worden. Die Gleichungen (0.4.1) bis (0.4.3) gelten, wenn sowohl der Spannungsabfall u als auch der Strom i positiv in Bezug auf diesen Zählpfeil gezählt werden.



Bild 0.4.1 Die Grundschaltelemente R , L und C

b) Knotenpunktsätze

Die Quellenfreiheit der elektrischen Strömung lässt sich formulieren als

$$\oint \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} = 0, \quad (0.4.4)$$

d.h. das Hüllintegral der Stromdichte \mathbf{S} verschwindet. Für das Hüllintegral kann man schreiben

$$\oint \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} = \sum \int \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A}.$$

Dabei ist

$$\int \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} = i$$

der Strom durch eine Teilfläche der gesamten Hüllfläche, z. B. durch einen diskreten Leiter, der die Hüllfläche durchstößt. Es ist zu beachten, dass die Wahl der Richtung von $d\mathbf{A}$ für eine derartige Teilfläche entsprechend Bild 0.4.2 die Zählrichtung des Stroms durch die Fläche festlegt. Wenn die Zählrichtungen für die einzelnen Teilflächen der Hüllfläche willkürlich festgelegt werden, müssen die Ströme vorzeichenbehaftet (vzb) summiert werden. Aus (0.4.4) erhält man also

$$\sum_{\text{vzb}} i = 0. \quad (0.4.5)$$

1) Auf die Einführung von Induktivitäten wird auf Seite 17 nochmals eingegangen.

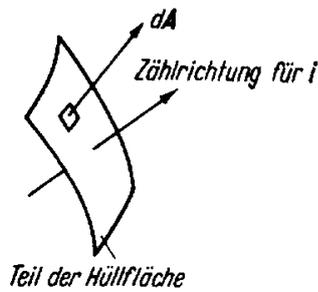


Bild 0.4.2 Zuordnung der positiven Zählrichtung des Stroms i durch eine Fläche und der Richtung des Flächenelements dA

Die vorzeichenbehaftete (vzb) Summe der Ströme, die durch die Hüllfläche eines betrachteten Volumens eintreten (oder austreten), ist Null²⁾. Diese Erkenntnis liefert insbesondere eine Aussage über die Ströme mehrerer Leitungen, die in einem Knotenpunkt zusammenlaufen. In dieser Anwendung wird (0.4.5) als *Knotenpunktsatz* bezeichnet. Im Bild 0.4.3 werden zwei Anwendungen von (0.4.5) gezeigt.

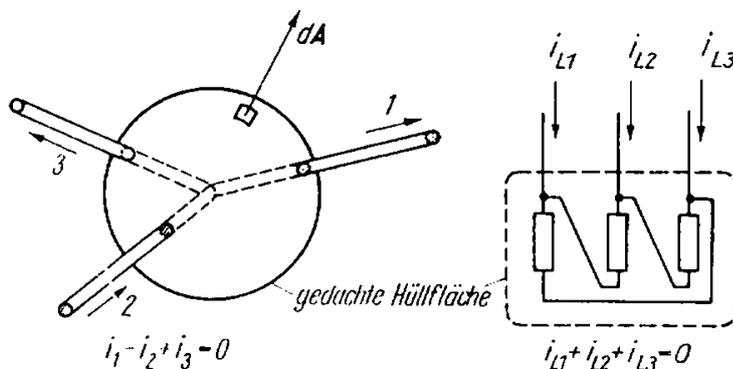


Bild 0.4.3 Anwendungsbeispiele für $\sum_{\text{vzb}} i = 0$

Die *Quellenfreiheit des magnetischen Felds* lässt sich formulieren als

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0, \quad (0.4.6)$$

d.h. das Hüllintegral der magnetischen Induktion \mathbf{B} verschwindet. Wenn man als Fluss Φ durch eine Teilfläche der Hüllfläche

$$\Phi = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

einführt, geht (0.4.6) analog dem Übergang von (0.4.4) zu (0.4.5) über in

$$\sum_{\text{vzb}} \Phi = 0. \quad (0.4.7)$$

- 2) (0.4.5) gilt allgemein, wenn die Verschiebungsströme in der Summe der Ströme mit berücksichtigt werden. In der Gleichstromtechnik verschwinden die Verschiebungsströme, so dass (0.4.5) unmittelbar für die Leitungsströme gilt. Für die Untersuchung vieler Vorgänge in Anordnungen der elektrischen Energietechnik können die Verschiebungsströme auch bei zeitlich veränderlichen Strömen vernachlässigt werden, so dass (0.4.5) auch in diesem Fall auf die Leitungsströme angewendet werden kann (Betrachtung des magnetischen Felds als quasistationär).

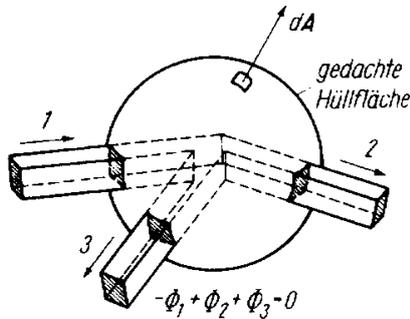


Bild 0.4.4 Anwendungsbeispiel für $\sum_{\text{vzb}} \Phi = 0$

Da die Wahl der Richtung von $d\mathbf{A}$ analog Bild 0.4.2 die positive Zählrichtung für den Fluss Φ durch die Teilfläche festlegt, muss bei willkürlichem Einführen der positiven Zählrichtungen der einzelnen Teilflächen die vorzeichenbehaftete (vzb) Summe entsprechend (0.4.7) gebildet werden. Die Gleichung (0.4.7) wird auch als *Knotenpunktsatz des magnetischen Kreises* bezeichnet. Eine Anwendung dieses Satzes zeigt Bild 0.4.4.

c) Durchflutungsgesetz

Das Durchflutungsgesetz lautet in Integralform

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \int \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A}. \quad (0.4.8)$$

Dabei ist das Flächenintegral der Stromdichte \mathbf{S} über jene Fläche zu erstrecken, die von dem geschlossenen Integrationsweg des Umlaufintegrals der Feldstärke \mathbf{H} aufgespannt wird. Außerdem gilt (0.4.8) für die Rechtsschraubenzuordnung zwischen $d\mathbf{A}$ und dem Umlaufsinn des Integrationswegs, die Bild 0.4.5a zeigt.

Das Flächenintegral in (0.4.8) wird als *Durchflutung*

$$\Theta = \int \mathbf{S} \cdot d\mathbf{A} \quad (0.4.9)$$

bezeichnet. Die Durchflutung ist positiv in Bezug auf die Rechtsschraubenzuordnung zum Integrationsweg des Umlaufintegrals zu zählen, da einerseits der Zuordnung

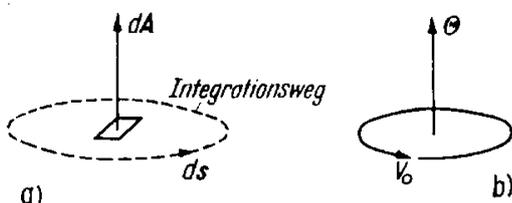


Bild 0.4.5 Zur Vorzeichenfestlegung bei der Formulierung des Durchflutungsgesetzes.

- Zuordnung der Elemente $d\mathbf{A}$ und $d\mathbf{s}$ in der allgemeinen Formulierung nach (0.4.8);
- Zuordnung des Zählpfeils für Θ und des Umlaufzählsinns V_0 in der Formulierung nach (0.4.12)

von $d\mathbf{A}$ und $d\mathbf{s}$ nach Bild 0.4.5a genügt werden muss und andererseits mit $d\mathbf{A}$ die positive Zählrichtung von Θ festlegt. Entsprechend der Definition nach (0.4.9) ist die Durchflutung identisch dem Strom durch die vom Integrationsweg aufgespannte Fläche. Wenn dieser durch eine Summe diskreter Leiterströme i gegeben ist, geht (0.4.9) über in

$$\Theta = \sum_{\text{vzb}} i, \quad (0.4.10)$$

wobei die Ströme vorzeichenbehaftet in Bezug auf die positive Zählrichtung von Θ zu zählen sind.

Das Umlaufintegral in (0.4.8) wird als *magnetische Umlaufspannung*

$$V_o = \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} \quad (0.4.11)$$

definiert. Ihr Vorzeichen hängt von der Wahl des Umlaufsinn ab. Die Angabe einer magnetischen Umlaufspannung setzt also voraus, dass der zugehörige *Umlaufzählsinn* angegeben wird. Er symbolisiert, in welcher Richtung der Integrationsweg zur Bestimmung von V_o durchlaufen worden ist. Mit (0.4.9) und (0.4.11) kann das Durchflutungsgesetz nach (0.4.8) in der Form

$$V_o = \Theta \quad (0.4.12)$$

angegeben werden. Dabei bilden der Zählpfeil der Durchflutung bzw. des Stroms und der Umlaufzählsinn der magnetischen Umlaufspannung entsprechend ihrer Zuordnung zum Integrationsweg ein Rechtsschraubensystem (Bild 0.4.5b).

Mit der Zählrichtungszuordnung, die im Abschnitt 0.3 getroffen wurde, liefert der positive Strom einer Spule einen positiven Beitrag zur magnetischen Umlaufspannung eines Integrationswegs durch die Spule, wenn dieser die Spule in Richtung ihrer Achse bzw. in Richtung ihres Zählpfeils für Θ durchläuft (s. Bilder 0.3.4 und 0.3.5).

Das Umlaufintegral $\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s}$ kann in eine Summe von Linienintegralen

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \sum \int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s}$$

aufgelöst werden. Dabei ist

$$\int_a^b \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = V_{ab}$$

der *magnetische Spannungsabfall* zwischen zwei Punkten a und b . Wenn diese beiden Punkte in der Reihenfolge von a nach b auf dem Integrationsweg durchlaufen werden, geht V_{ab} mit positivem Vorzeichen in das Umlaufintegral ein, im anderen Fall mit negativem. Wenn die Zählpfeile für die einzelnen Abschnitte des magnetischen Kreises, die der Integrationsweg durchläuft, willkürlich festgelegt worden sind, wird

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \sum_{\text{vzb}} V. \quad (0.4.13)$$

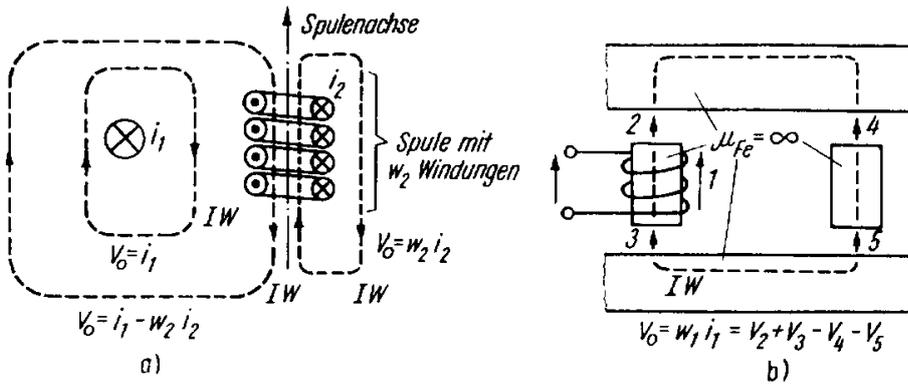


Bild 0.4.6 Anwendungsbeispiele für das Durchflutungsgesetz. In b) wurden die Zählpfeile für die magnetischen Spannungsabfälle über den Luftspalten willkürlich festgelegt. IW Integrationsweg

Das Umlaufintegral ist gleich der vorzeichenbehafteten (vzb) Summe der magnetischen Spannungsabfälle in Bezug auf den Umlaufsinn des Integrationswegs. Aus (0.4.11) und (0.4.13) folgt

$$\sum_{\text{vzb}} V = V_0,$$

wobei die magnetischen Spannungsabfälle vorzeichenbehaftet in Bezug auf den Umlaufzählsinn der magnetischen Umlaufspannung zu summieren sind. Diese Beziehung wird als *Maschensatz des magnetischen Kreises* bezeichnet. Bild 0.4.6 zeigt Die Anwendung des Durchflutungsgesetzes an zwei Beispielen.

d) Induktionsgesetz und Maschensatz

Die Beziehung zwischen der magnetischen Induktion \mathbf{B} und der magnetischen Feldstärke \mathbf{H} ist durch die Werkstoffeigenschaften gegeben. Im Idealfall herrscht Proportionalität entsprechend

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}. \quad (0.4.14)$$

Dabei ist die Permeabilität μ für alle nichtferromagnetischen Stoffe praktisch gleich der Permeabilität μ_0 des leeren Raums. Ferromagnetische Stoffe haben als Kennlinie $B = f(H)$ die bekannte Hystereseschleife³⁾.

Ein Abschnitt des magnetischen Kreises, der durch zwei Potentialflächen begrenzt wird und durch den der Fluss Φ tritt, ist durch eine bestimmte Φ - V -Abhängigkeit gekennzeichnet. Dabei werden Φ und V vereinbarungsgemäß (s. Bild 0.3.3) im gleichen Sinn positiv gezählt. Damit erhält man für $\mu = \text{konst.}$

$$\Phi = \Lambda V = \frac{1}{R_m} V. \quad (0.4.15)$$

3) Nichtisotrope Magnetwerkstoffe, z.B. das sog. Texturblech, haben Magnetisierungseigenschaften, die davon abhängen, wie die Magnetisierungsrichtung zur Walzrichtung liegt. Die Vektoren \mathbf{B} und \mathbf{H} sind dann im allgemeinen Fall nicht mehr gleich gerichtet.

Mit Λ wird der *magnetische Leitwert* des Abschnitts bezeichnet, über dem V liegt und durch den Φ tritt; $R_m = 1/\Lambda$ ist der *magnetische Widerstand* dieses Abschnitts. Wenn der betrachtete Abschnitt ferromagnetische Teile enthält, wird $\Phi = f(V)$ eine Kennlinie mit Hysterese- und Sättigungseigenschaften.

Das Induktionsgesetz lautet in Integralform

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d}{dt} \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}. \quad (0.4.16)$$

Dabei ist das Flächenintegral der Induktion \mathbf{B} über jene Fläche zu erstrecken, die vom Integrationsweg des Umlaufintegrals der elektrischen Feldstärke \mathbf{E} aufgespannt wird. Für $d\mathbf{A}$ und $d\mathbf{s}$ besteht die Zuordnung nach Bild 0.4.7a.

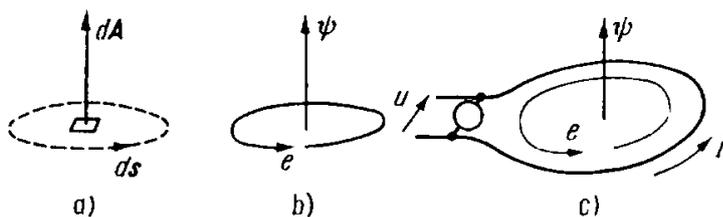


Bild 0.4.7 Zur Vorzeichenfestlegung bei der Formulierung des Induktionsgesetzes.

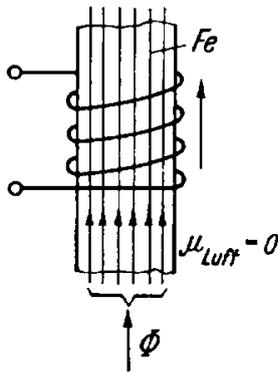
a) Zuordnung der Elemente $d\mathbf{A}$ und $d\mathbf{s}$ in der allgemeinen Formulierung nach (0.4.16);
b) Zuordnung des Zählpfeils für ψ und des

Umlaufzählsinns für e in der Formulierung nach (0.4.20); c) Zuordnung der Zählpfeile für u , i und ψ sowie des Umlaufzählsinns für e einer Spule, deren Spannungsgleichung durch (0.4.23) gegeben ist

Die Formulierung des Induktionsgesetzes nach (0.4.16) gilt auch dann, wenn innerhalb der betrachteten Anordnung Bewegungen stattfinden, vorausgesetzt, dass der Integrationsweg überall fest mit dem Leitermaterial verbunden ist bzw. dass keine Bewegung zwischen dem Leitermaterial und dem hindurchgehenden Integrationsweg stattfindet. Insbesondere gilt (0.4.16) also für linienhafte Leitergebilde, bei denen der Integrationsweg durch die Leiterführung gegeben ist. In diesem Fall kann das Flächenintegral in (0.4.16) abgekürzt werden als

$$\psi = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}. \quad (0.4.17)$$

Dabei ist ψ die sog. *Flussverkettung*. Sie ist positiv in Bezug auf die Rechtsschraubenzuordnung zum Integrationsweg des Umlaufintegrals zu zählen, da einerseits der Zuordnung von $d\mathbf{A}$ und $d\mathbf{s}$ nach Bild 0.4.7a genügt werden muss und andererseits mit $d\mathbf{A}$ die positive Zählrichtung von ψ festliegt. Entsprechend ihrer Definition nach (0.4.17) ist die Flussverkettung ψ identisch dem Fluss durch die vom Integrationsweg bzw. den zugehörigen linienhaften Leitern aufgespannte Fläche. Es ist üblich, diesen Fluss von jenem *Fluss* Φ zu unterscheiden, der durch einen bestimmten Querschnitt des magnetischen Kreises tritt. Mit dieser Unterscheidung kann man die Flussverkettung ψ einer Spule, deren sämtliche w Windungen entsprechend Bild 0.4.8 vom

Bild 0.4.8 Erläuterung zum Sonderfall $\Psi = w\Phi$

gleichen Fluss Φ durchsetzt werden, schreiben als

$$\Psi = w\Phi . \quad (0.4.18)$$

Das Umlaufintegral in (0.4.16) wird als *induzierte Spannung*⁴⁾

$$e = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \quad (0.4.19)$$

bezeichnet. Analog zur magnetischen Umlaufspannung muss mit der Angabe einer induzierten Spannung der Umlaufzählsinn angegeben sein, der symbolisiert, in welcher Richtung der Integrationsweg zur Bestimmung von e durchlaufen worden ist.

Mit (0.4.19) und (0.4.17) nimmt das Induktionsgesetz nach (0.4.16) die Form

$$e = -\frac{d\Psi}{dt} \quad (0.4.20)$$

an. Dabei bilden der Zählpfeil für die Flussverkettung Ψ und der Umlaufzählsinn für die induzierte Spannung e entsprechend ihrer Zuordnung zum Integrationsweg wieder ein Rechtsschraubensystem (Bild 0.4.7b).

Das Umlaufintegral $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$ in (0.4.16) kann in eine Summe von Linienintegralen

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \sum \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

aufgelöst werden. Dabei ist

$$\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = u_{ab}$$

der *Spannungsabfall* zwischen zwei Punkten a und b . Wenn diese beiden Punkte in der Reihenfolge von a nach b auf dem Integrationsweg durchlaufen werden, geht u_{ab} mit positivem Vorzeichen in das Umlaufintegral ein, im anderen Fall mit negativem. Wenn man die Zählpfeile für die einzelnen Abschnitte des elektrischen Kreises, die der Integrationsweg durchläuft, willkürlich festlegt, wird

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \sum_{vzlb} u . \quad (0.4.21)$$

4) In Analogie zum Vorgehen beim Durchflutungsgesetz hätte das Umlaufintegral auch als Umlaufspannung u_o bezeichnet werden können.

Das Umlaufintegral $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$ ist gleich der vorzeichenbehafteten Summe der Spannungsabfälle in Bezug auf den Umlaufsinn des Integrationswegs. Aus (0.4.19) und (0.4.21) folgt

$$\sum_{\text{vzb}} u = e, \quad (0.4.22)$$

wobei die Spannungsabfälle vorzeichenbehaftet in Bezug auf den Umlaufzählsinn der induzierten Spannung zu summieren sind. Diese Beziehung wird als *Maschensatz* bezeichnet.

Für die Untersuchungen an elektrischen Maschinen und Transformatoren interessiert die Anwendung des Induktionsgesetzes auf Spulen. Entsprechend den Vorzeichenvereinbarungen des Abschnitts 0.3 sind die Klemmenspannung u einer Spule und der Strom i durch die Spule im gleichen Sinn positiv zu zählen. Die positive Zählrichtung der Flussverkettung steht vereinbarungsgemäß in Rechtsschraubenzuordnung zu der des Stroms (s. Bild 0.3.4). Sie muss andererseits in Rechtsschraubenzuordnung zum Umlaufzählsinn der induzierten Spannung stehen. Damit fällt der Umlaufzählsinn für die induzierte Spannung mit dem Zählpfeil des Stroms in der Spule zusammen. Im Bild 0.4.7c ist die Zuordnung der positiven Zählrichtungen dargestellt. Wenn der Spannungsabfall Ri über dem Widerstand des Spulenleiters eingeführt wird, liefern (0.4.20) und (0.4.22) als *Spannungsgleichung einer Spule*

$$u = Ri - e = Ri + \frac{d\psi}{dt}. \quad (0.4.23)$$

Gleichung (0.4.22) kann natürlich auf jede beliebige geschlossene Masche eines Netzwerks angewendet werden. In der Gleichstromtechnik sind alle Ströme und damit alle Flüsse zeitlich konstant. Damit wird $e = -d\psi/dt = 0$, und der Maschensatz nimmt die Form

$$\sum_{\text{vzb}} U = 0 \quad (0.4.24)$$

an. Die Anwendung dieser Beziehung auf ein Beispiel zeigt Bild 0.4.9. Auf das Einführen einer elektromotorischen Kraft (EMK) wurde hierbei verzichtet. Stattdessen sind den Spannungsquellen Klemmenspannungen U im Sinn von Spannungsabfällen zugeordnet worden.

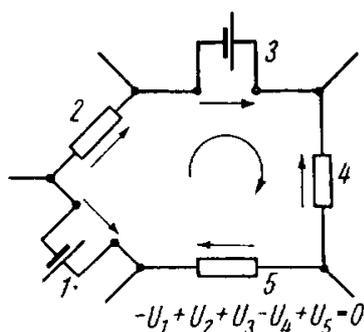


Bild 0.4.9 Anwendungsbeispiel für den Maschensatz $\sum_{\text{vzb}} U = 0$

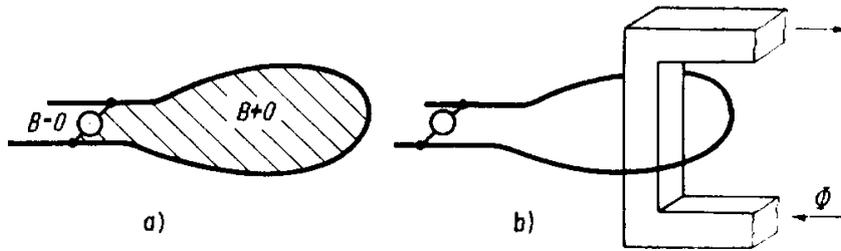


Bild 0.4.10 Zur Vorstellung über die Konzentration des magnetischen Felds auf das Gebiet der Spule

Für die Behandlung von Schaltungen, deren Ströme und Spannungen beliebige Zeitfunktionen sind, lässt sich i. Allg. annehmen, dass magnetische Felder nur innerhalb der Spulen vorhanden sind. Als Begrenzung zwischen dem Spuleninneren und dem äußeren Stromkreis kann man sich einen Spannungsmesser vorgesehen denken (Bild 0.4.10a). Damit gilt für die innere Masche (0.4.23), während der äußere Stromkreis als feldfrei angenommen wird. Dieser Vorstellung kommen viele reale Anordnungen dadurch entgegen, dass sich ihr Feld auf die Wege geringen magnetischen Widerstands konzentriert, die in Form der magnetischen Kreise vorgegeben sind (Bild 0.4.10b). Wenn die äußeren Stromkreise als feldfrei angesehen werden können, gilt dort als Sonderfall des Maschensatzes nach (0.4.22)

$$\sum_{\text{vzb}} u = 0. \quad (0.4.25)$$

Im Bild 0.4.11 wird die Anwendung dieser Beziehung auf eine Masche eines Netzwerks gezeigt.

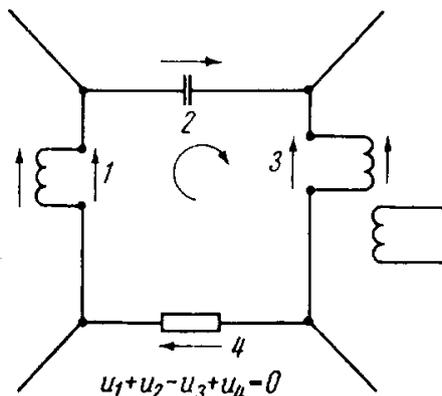


Bild 0.4.11 Anwendungsbeispiel für den Maschensatz $\sum_{\text{vzb}} u = 0$ bei beliebigem Zeitverhalten der Ströme und Spannungen

e) Einführung von Selbst- und Gegeninduktivitäten

Im Bild 0.4.12 ist ein System von n miteinander gekoppelten gleichachsigen Spulen dargestellt. Vereinbarungsgemäß werden die Zählpfeile für die Ströme und Flussverkettungen der Einzelspulen in Richtung der gemeinsamen Achse gelegt. Ein positiver Strom in einer der Spulen ruft dann sowohl in dieser Spule selbst als auch in allen

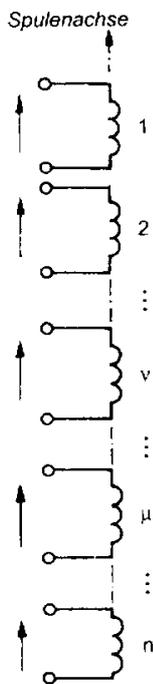


Bild 0.4.12 Anordnung der Zählpfeile bei einem System von n gleichachsigen Spulen

anderen Spulen positive Beiträge zur Flussverkettung hervor. Bei konstanter Permeabilität sind diese Anteile der Flussverkettungen dem Strom proportional. Als Proportionalitätsfaktoren werden die *Induktivitäten* L eingeführt. Dabei vermittelt $L_{\nu\mu}$ zwischen der Flussverkettung der Spule ν und dem Strom in der Spule μ . Die Flussverkettungsgleichung der Spule ν wird damit

$$\Psi_\nu = L_{\nu 1}i_1 + \dots + L_{\nu\mu}i_\mu + \dots + L_{\nu\nu}i_\nu + \dots + L_{\nu n}i_n.$$

Die Induktivitäten $L_{\nu\nu}$, die zwischen Flussverkettung und Strom ein und derselben Spule vermitteln, heißen *Selbstinduktivitäten*. Alle übrigen Induktivitäten $L_{\nu\mu}$ werden als *Gegeninduktivitäten* bezeichnet. Es ist stets $L_{\mu\nu} = L_{\nu\mu}$.

Die *Flussverkettungsgleichungen* der einzelnen Spulen des aus n Spulen bestehenden Systems lauten

$$\left. \begin{aligned} \Psi_1 &= L_{11}i_1 + L_{12}i_2 + \dots + L_{1n}i_n \\ \Psi_2 &= L_{21}i_1 + L_{22}i_2 + \dots + L_{2n}i_n \\ &\vdots \\ \Psi_n &= L_{n1}i_1 + L_{n2}i_2 + \dots + L_{nn}i_n \end{aligned} \right\}. \quad (0.4.26)$$

Dieses Gleichungssystem lässt sich in Matrixschreibweise darstellen als

$$\begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \vdots \\ \Psi_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & \dots & L_{1n} \\ L_{21} & L_{22} & \dots & L_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{n1} & L_{n2} & \dots & L_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_n \end{pmatrix}. \quad (0.4.27)$$

bzw. in abgekürzter Schreibweise

$$\Psi_\nu = L_{\nu\mu} i_\mu.$$

Wenn die Zählpfeile beliebig zueinander liegender Spulen willkürlich festgelegt werden und die Formulierung nach (0.4.26) aufrechterhalten wird, muss damit gerechnet werden, dass einzelne Gegeninduktivitäten negative Zahlenwerte annehmen. Das trifft insbesondere auch bei relativ zueinander rotierenden Spulen zu, wie sie in rotierenden elektrischen Maschinen vorkommen. Dort ändert sich die Gegeninduktivität zwischen einer Ständerspule und einer Läuferspule notwendigerweise periodisch mit der Läuferbewegung, nimmt also abwechselnd positive und negative Werte an.

0.5

Zusammengefasste Darstellung der komplexen Wechselstromrechnung

Eine zeitlich sinusförmige Größe g , deren Verlauf im Bild 0.5.1 wiedergegeben ist, lässt sich formulieren als

$$g = \hat{g} \cos(\omega t + \varphi_g). \quad (0.5.1)$$

Dabei stellt die *Amplitude* \hat{g} den Maximalwert dar, den der Augenblickswert der Sinusgröße g annimmt. Der Proportionalitätsfaktor vor der Zeit im Argument der Kosinusfunktion ist die sog. *Kreisfrequenz* ω . Er sorgt dafür, dass das Argument während einer *Periodendauer* T um 2π wächst. Es ist also $\omega T = 2\pi$ und damit

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f, \quad (0.5.2)$$

wenn die *Frequenz* f als

$$f = \frac{1}{T} \quad (0.5.3)$$

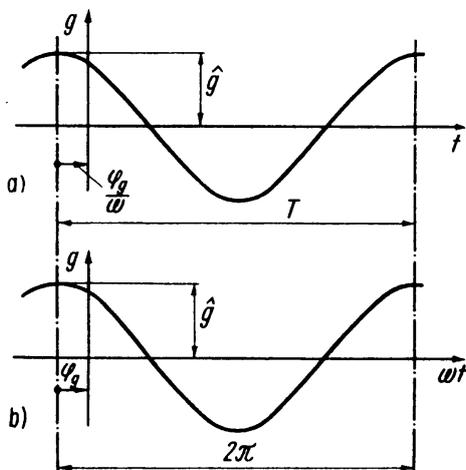


Bild 0.5.1 Darstellung der zeitlich sinusförmigen Größe $g = \hat{g} \cos(\omega t + \varphi_g)$:
a) als Funktion der Zeit t ;
b) als Funktion des Arguments ωt

eingeführt wird. Der *Phasenwinkel* φ_g gibt die negative Verschiebung des Maximums der Sinusgröße aus dem Ursprung der Zeitkoordinate an. Es ist üblich, g unter Verwendung des Kosinus zu formulieren. Das geschieht vornehmlich mit Rücksicht auf die folgende Einführung der komplexen Rechnung.

Unter Verwendung der Eulerschen Beziehung $e^{jx} = \cos x + j \sin x$ lässt sich (0.5.1) auch formulieren als

$$g = \operatorname{Re} \{ \hat{g} e^{j(\omega t + \varphi_g)} \} = \operatorname{Re} \{ \hat{g} e^{j\varphi_g} e^{j\omega t} \}. \quad (0.5.4)$$

Dabei treten die drei Bestimmungsstücke der Sinusgröße in drei gleichberechtigten Faktoren – der Amplitude \hat{g} , dem Phasenfaktor $e^{j\varphi_g}$ und dem Frequenzfaktor $e^{j\omega t}$ – in Erscheinung. In linearen Systemen stellen sämtliche Veränderlichen Sinusgrößen gleicher Frequenz dar, wenn die Störfunktionen Sinusgrößen dieser Frequenz sind. Es interessieren dann nur die Amplituden und Phasenwinkel der einzelnen Größen. Sie lassen sich als Betrag und Winkel der komplexen Größe

$$\underline{g} = \hat{g} e^{j\varphi_g} \quad (0.5.5)$$

entnehmen, die sich aus der Amplitude und dem Phasenfaktor zusammensetzt. Die Beziehung zwischen der komplexen Größe \underline{g} und dem zugehörigen Augenblickswert g lautet dann mit (0.5.4)

$$g = \operatorname{Re} \{ \underline{g} e^{j\omega t} \}. \quad (0.5.6)$$

Die Darstellung der komplexen Größe \underline{g} in der komplexen Ebene, wie sie im Bild 0.5.2 vorgenommen wurde, wird als *Zeiger* bezeichnet. Wenn mehrere Zeiger, die miteinander in Beziehung stehen, in einer Darstellung erscheinen, spricht man von einem *Zeigerbild*.

Die Einführung der komplexen Größe \underline{g} nach (0.5.5) und ihre Beziehung zum Augenblickswert g nach (0.5.6) kann erst Bedeutung gewinnen, wenn es gelingt, die erforderlichen Rechenoperationen, die in den Formulierungen der Grundgesetze auftreten, anstatt mit den Augenblickswerten g mit den zugehörigen komplexen Größen \underline{g} durchzuführen. Dazu muss untersucht werden, wie sich eine gewünschte Rechenoperation aus dem Bereich der Augenblickswerte in den Bereich der komplexen Größen abbildet.

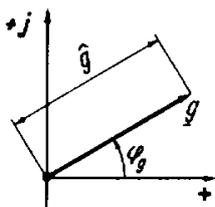


Bild 0.5.2 Darstellung der komplexen Größe \underline{g} als Zeiger in der komplexen Ebene

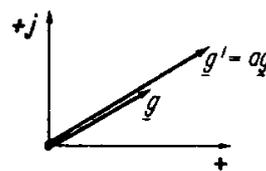


Bild 0.5.3 Zeigerbild der Größen \underline{g}' und \underline{g} , deren zugehörige Augenblickswerte über $g' = a g$ miteinander verknüpft sind

Die Multiplikation einer Sinusgröße mit einer Konstanten in der Form $g' = ag$, wie sie z. B. im Ohmschen Gesetz nach (0.4.1) auftritt, geht mit (0.5.6) über in

$$g' = \operatorname{Re} \{ \underline{g}' e^{j\omega t} \} = ag = \operatorname{Re} \{ a\underline{g} e^{j\omega t} \},$$

d.h. es ist

$$\underline{g}' = a\underline{g} \quad (0.5.7)$$

bzw.

$$\hat{g}' e^{j\varphi'_g} = a\hat{g} e^{j\varphi_g}.$$

Daraus folgt für die Amplituden $\hat{g}' = a\hat{g}$ und für die Phasenwinkel $\varphi'_g = \varphi_g$. Die Darstellung der Größen \underline{g}' und \underline{g} , die durch (0.5.7) miteinander in Beziehung stehen, zeigt Bild 0.5.3.

Die Addition zweier Sinusgrößen g_1 und g_2 als $g' = g_1 + g_2$, wie sie z. B. bei der Anwendung des Knotenpunktsatzes oder des Maschensatzes erforderlich ist, geht mit (0.5.6) über in

$$g' = \operatorname{Re} \{ \underline{g}' e^{j\omega t} \} = g_1 + g_2 = \operatorname{Re} \{ \underline{g}_1 e^{j\omega t} + \underline{g}_2 e^{j\omega t} \} = \operatorname{Re} \{ (\underline{g}_1 + \underline{g}_2) e^{j\omega t} \},$$

d.h. es ist

$$\underline{g}' = \underline{g}_1 + \underline{g}_2. \quad (0.5.8)$$

Durch Einführen der Real- und Imaginärteile folgt aus (0.5.8)

$$\operatorname{Re} \{ \underline{g}' \} + j \operatorname{Im} \{ \underline{g}' \} = \operatorname{Re} \{ \underline{g}_1 \} + \operatorname{Re} \{ \underline{g}_2 \} + j \left[\operatorname{Im} \{ \underline{g}_1 \} + \operatorname{Im} \{ \underline{g}_2 \} \right],$$

und man erkennt mit Bild 0.5.4, dass sich Zeiger in der komplexen Ebene vektoriell addieren.

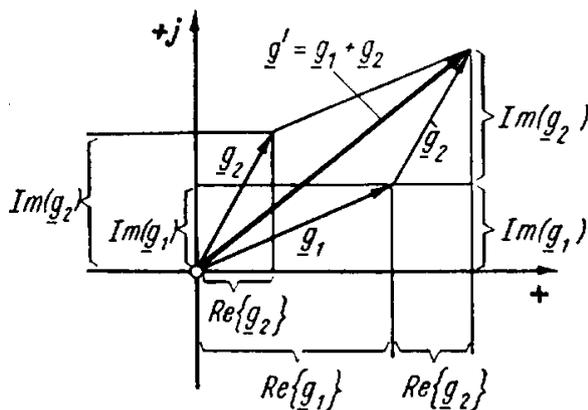


Bild 0.5.4 Entwicklung der vektoriellen Addition der Zeiger, deren zugehörige Augenblickswerte über $g' = g_1 + g_2$ miteinander verknüpft sind

Die Differentiation einer Sinusgröße nach der Zeit als $g' = dg/dt$, wie sie z. B. im Induktionsgesetz erforderlich ist, geht mit (0.5.6) über in

$$g' = \operatorname{Re} \{ \underline{g}' e^{j\omega t} \} = \frac{dg}{dt} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{d}{dt} (\underline{g} e^{j\omega t}) \right\} = \operatorname{Re} \{ j\omega \underline{g} e^{j\omega t} \},$$

d.h. es ist

$$\underline{g}' = j\omega \underline{g}. \quad (0.5.9)$$

Die Differentiation nach der Zeit im Bereich der Augenblickswerte bedeutet im komplexen Bereich Multiplikation mit $j\omega$. Aus (0.5.9) folgt mit $j = e^{j(\pi/2)}$

$$\hat{g}' e^{j\varphi'_g} = \omega \hat{g} e^{j(\varphi_g + \pi/2)},$$

und man erhält als Beziehung zwischen den Amplituden

$$\hat{g}' = \omega \hat{g}$$

sowie als Beziehung zwischen den Phasenwinkeln

$$\varphi'_g = \varphi_g + \frac{\pi}{2}.$$

Die differenzierte Größe eilt der zu differenzierenden Größe um 90° voraus. Das (0.5.9) entsprechende Zeigerbild zeigt Bild 0.5.5.

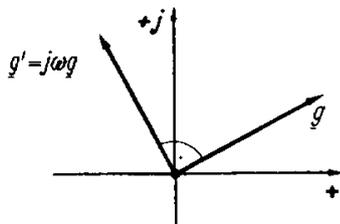


Bild 0.5.5 Zeigerbild der Größen \underline{g}' und \underline{g} , deren zugehörige Augenblickswerte über $g' = dg/dt$ miteinander verknüpft sind

Die zeitliche Integration einer Sinusgröße als $g' = \int g dt$, wie sie z.B. in der Strom-Spannungs-Beziehung des Kondensators vorkommt, geht mit (0.5.6) über in

$$g' = \text{Re} \{ \underline{g}' e^{j\omega t} \} = \int g dt = \text{Re} \left\{ \int \underline{g} e^{j\omega t} dt \right\} = \text{Re} \left\{ \frac{1}{j\omega} \underline{g} e^{j\omega t} \right\},$$

d.h. es ist

$$\underline{g}' = \frac{1}{j\omega} \underline{g}. \quad (0.5.10)$$

Die zeitliche Integration im Bereich der Augenblickswerte bedeutet im komplexen Bereich Division durch $j\omega$. Mit $1/j = -j = e^{-j(\pi/2)}$ lässt sich (0.5.10) darstellen als

$$\hat{g}' e^{j\varphi'_g} = \frac{1}{\omega} \hat{g} e^{j(\varphi_g - \pi/2)}.$$

Daraus folgt als Beziehung zwischen den Amplituden

$$\hat{g}' = \frac{1}{\omega} \hat{g}$$

und als Beziehung zwischen den Phasenwinkeln

$$\varphi'_g = \varphi_g - \frac{\pi}{2}.$$

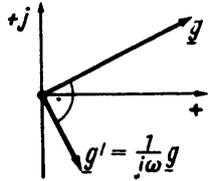


Bild 0.5.6 Zeigerbild der Größen \underline{g}' und \underline{g} , deren zugehörige Augenblickswerte über $g' = \int g dt$ miteinander verknüpft sind

Die integrierte Größe eilt der zu integrierenden Größe um 90° nach. Das (0.5.10) entsprechende Zeigerbild zeigt Bild 0.5.6.

Die Durchführbarkeit der Rechenoperation im komplexen Bereich versagt bei der Multiplikation zweier Sinusgrößen entsprechend $g' = g_1 g_2$, wie sie z. B. zur Ermittlung des Augenblickswerts der Leistung erforderlich ist. Die Ursache des Versagens liegt darin begründet, dass

$$\operatorname{Re}\{\underline{g}_1 e^{j\omega t}\} \operatorname{Re}\{\underline{g}_2 e^{j\omega t}\} \neq \operatorname{Re}\{\underline{g}_1 e^{j\omega t} \underline{g}_2 e^{j\omega t}\}$$

ist. Um den Augenblickswert von g zu ermitteln, muss also auf die Augenblickswerte von g_1 und g_2 zurückgegriffen werden.

Die Leistung, die über ein Klemmenpaar mit der Spannung $u = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \varphi_u)$ und dem Strom $i = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \varphi_i)$ fließt, erhält man zu

$$p = ui = UI \cos(\varphi_u - \varphi_i) + UI \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i), \quad (0.5.11)$$

wobei U und I die Effektivwerte von Spannung und Strom sind. Sie pendelt mit der doppelten Frequenz der Spannung bzw. des Stroms um den Mittelwert

$$P = UI \cos \varphi, \quad (0.5.12)$$

der als *Wirkleistung* bezeichnet wird. Dabei wurde als

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i \quad (0.5.13)$$

die Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom eingeführt. Der Verlauf der Leistung ist im Bild 0.5.7 für den Fall dargestellt, dass der Strom gegenüber der Spannung etwas nacheilt.

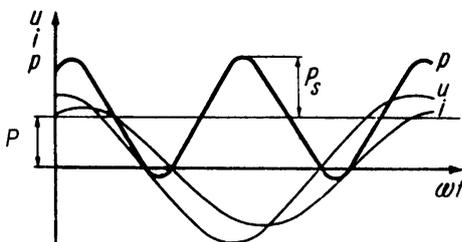


Bild 0.5.7 Zeitlicher Verlauf der Leistung, wenn Strom und Spannung Sinusgrößen gleicher Frequenz sind

Außer der Wirkleistung nach (0.5.12) wird als Bestimmungsstück des Leistungsverlaufs nach Bild 0.5.7 die *Scheinleistung*

$$P_s = UI \quad (0.5.14)$$

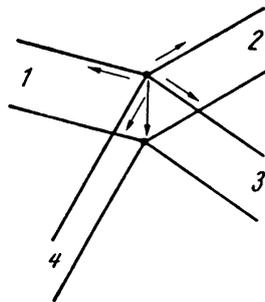


Bild 0.5.8 Netzknotenpunkt zur Ableitung der Beziehungen $\sum P = 0$ und $\sum P_q = 0$

eingeführt. Eine weitere Beschreibungsgröße der Leistungsverhältnisse ist die *Blindleistung* P_q , die rein formal als

$$P_q = UI \sin \varphi \quad (0.5.15)$$

definiert wird. Die Blindleistung ist eine Rechengröße, die vor allem bei Netzberechnungen Vorteile bietet.

Während man den Augenblickswert der Leistung nach (0.5.11) nicht von der komplexen Darstellung der Spannung und des Stroms ausgehend bestimmen kann, lassen sich ihre Bestimmungsstücke unter Verwendung dieser Größen gewinnen. Dazu bildet man die sog. *komplexe Leistung* \underline{P} , indem der komplexe Effektivwert der Spannung \underline{U} mit dem konjugiert komplexen Effektivwert des Stroms \underline{I} multipliziert wird. Man erhält mit (0.5.13)

$$\underline{P} = \underline{U} \underline{I}^* = UI e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = UI \cos \varphi + j UI \sin \varphi = P + j P_q. \quad (0.5.16)$$

Unter Verwendung der Augenblickswertzeiger ergibt sich

$$\underline{P} = \frac{1}{2} \underline{u} \underline{i}^* = \frac{1}{2} \hat{u} \hat{i} \cos \varphi + j \frac{1}{2} \hat{u} \hat{i} \sin \varphi. \quad (0.5.17)$$

Dabei ist zu beachten, dass die komplexe Leistung eine andere Art komplexer Größen darstellt als die bisher eingeführten Veränderlichen, denn für sie gilt (0.5.6) nicht; sie ist nicht zeitlich sinusförmig.

Die Bedeutung der Blindleistung als zweckmäßige Rechengröße ersieht man aus einer Betrachtung des Netzknotenpunkts im Bild 0.5.8. In dem Knotenpunkt herrscht die Spannung \underline{u} . Zwischen den Strömen vermittelt entsprechend der Aussage des Knotenpunktsatzes die Beziehung

$$\sum_{\text{vzb}} \underline{i} = 0.$$

Dann muss natürlich auch $\sum \underline{i}^* = 0$ sein, und man erhält durch Multiplikation mit der Spannung des Knotenpunkts

$$\sum \underline{U} \underline{I}^* = \sum P + j \sum P_q = 0$$

und daraus

$$\sum P = 0, \quad (0.5.18)$$

$$\sum P_q = 0. \quad (0.5.19)$$

Gleichung (0.5.18) folgt natürlich auch als Aussage des Energieerhaltungssatzes. Die vorgenommene Ableitung zeigt jedoch, dass auch für die Blindleistung ein Erhaltungssatz gilt. Statt die Beziehungen zwischen den Beträgen und Phasenwinkeln der Ströme im Knotenpunkt zu verwenden, bietet es sich also an, die Bilanz der Wirk- und Blindleistungen entsprechend (0.5.18) und (0.5.19) zu bilden.

Als weitere Hilfsgröße der komplexen Wechselstromrechnung wird der *komplexe Widerstand* \underline{Z} eines Zweipols eingeführt. Er ist definiert als

$$\underline{Z} = \frac{\underline{u}}{\underline{i}} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}, \quad (0.5.20)$$

d.h. als das Verhältnis der komplexen Spannung \underline{u} bzw. \underline{U} des Zweipols zu seinem komplexen Strom \underline{i} bzw. \underline{I} . Durch Einführen der Beträge und Winkel geht (0.5.20) über in

$$Z e^{j\varphi_Z} = \frac{\hat{u}}{\hat{i}} e^{j(\varphi_u - \varphi_i)}.$$

Der Betrag des komplexen Widerstands ist also gleich dem Verhältnis der Amplituden bzw. Effektivwerte von Spannung und Strom

$$Z = \frac{\hat{u}}{\hat{i}} = \frac{U}{I}. \quad (0.5.21)$$

Er wird als *Impedanz* oder *Scheinwiderstand* bezeichnet. Der Winkel φ_Z des komplexen Widerstands ist gleich dem Phasenverschiebungswinkel zwischen Spannung und Strom des Zweipols entsprechend

$$\varphi = \varphi_Z = \varphi_u - \varphi_i. \quad (0.5.22)$$

Der Kehrwert von \underline{Z} wird als *komplexer Leitwert*

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} \quad (0.5.23)$$

bezeichnet. Dabei gilt für die Beträge

$$Y = \frac{1}{Z}$$

und für die Winkel

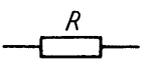
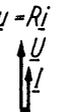
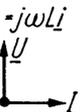
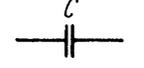
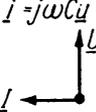
$$\varphi_Y = -\varphi_Z.$$

Die *Grundschaltelemente* R , L und C besitzen die Strom-Spannungs-Beziehungen nach (0.4.1) bis (0.4.3). Die entsprechenden komplexen Beziehungen und die Ausdrücke für den komplexen Widerstand sind in Tabelle 0.5.1 zusammengestellt.

Für eine *Reihenschaltung* der komplexen Widerstände $\underline{Z}_1 \dots \underline{Z}_n$ nach Bild 0.5.9 liefert die Anwendung des Maschensatzes mit $\underline{i} = \underline{i}_1 = \underline{i}_2 = \dots = \underline{i}_n$

$$\underline{u} = \underline{Z}_1 \underline{i}_1 + \underline{Z}_2 \underline{i}_2 + \dots + \underline{Z}_n \underline{i}_n = (\underline{Z}_1 + \dots + \underline{Z}_n) \underline{i} = \underline{Z} \underline{i}.$$

Tabelle 0.5.1 Strom-Spannungs-Beziehungen und komplexe Widerstände der Grundschaltelemente

Grundschaltelement	Strom-Spannungs-Beziehung		Komplexer Widerstand		
	allgemein	komplex	\underline{Z}	Z	φ_z
	$u=Ri$	$\underline{u}=R\underline{i}$ 	$\underline{Z}=R$	$Z=R$	$\varphi_z=0$
	$u=L\frac{di}{dt}$	$\underline{u}=j\omega L\underline{i}$ 	$\underline{Z}=j\omega L$	$Z=\omega L$	$\varphi_z=\frac{\pi}{2}$
	$i=C\frac{du}{dt}$	$\underline{i}=j\omega C\underline{u}$ 	$\underline{Z}=\frac{1}{j\omega C}$	$Z=\frac{1}{\omega C}$	$\varphi_z=-\frac{\pi}{2}$

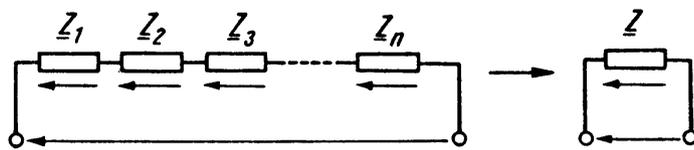


Bild 0.5.9 Zur Ermittlung des resultierenden komplexen Widerstands aus einer Reihenschaltung der komplexen Widerstände $\underline{Z}_1 \dots \underline{Z}_n$

Es ist also

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \dots + \underline{Z}_n \quad (0.5.24)$$

Für die *Parallelschaltung der komplexen Widerstände* $\underline{Z}_1 \dots \underline{Z}_n$ bzw. der zugehörigen komplexen Leitwerte $\underline{Y}_1 \dots \underline{Y}_n$ nach Bild 0.5.10 liefert die Anwendung des Knotenpunktsatzes unter Beachtung von $\underline{u} = \underline{u}_1 = \underline{u}_2 = \dots = \underline{u}_n$

$$\underline{i} = \frac{\underline{u}_1}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{u}_2}{\underline{Z}_2} + \dots + \frac{\underline{u}_n}{\underline{Z}_n} = \left(\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \dots + \frac{1}{\underline{Z}_n} \right) \underline{u} = \frac{1}{\underline{Z}} \underline{u} = \underline{Y} \underline{u}.$$

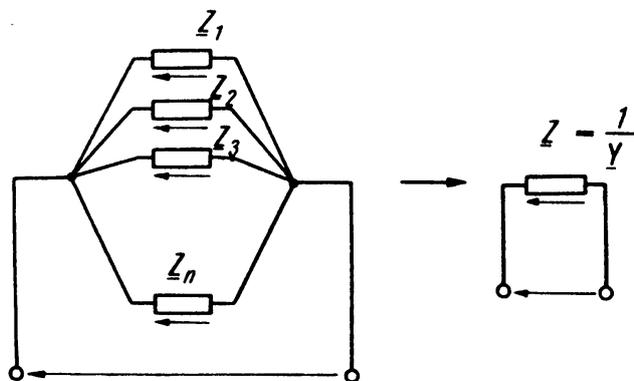


Bild 0.5.10 Zur Ermittlung des resultierenden komplexen Widerstands bzw. des zugehörigen komplexen Leitwerts aus einer Parallelschaltung der komplexen Widerstände $\underline{Z}_1 \dots \underline{Z}_n$

Es ist also

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\underline{Z}} &= \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \dots + \frac{1}{\underline{Z}_n} \\ \text{bzw.} & \\ \underline{Y} &= \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \dots + \underline{Y}_n \end{aligned} \right\} \quad (0.5.25)$$

Die komplexen Widerstände lassen sich also im Wechselstromnetzwerk genauso handhaben wie die Gleichstromwiderstände im Gleichstromnetzwerk.

Das *Induktionsgesetz* nach (0.4.20) nimmt in komplexer Darstellung die Form

$$\underline{e} = -j\omega\underline{\Psi} \quad (0.5.26)$$

an. Für den Sonderfall, dass alle w Windungen der betrachteten Wicklung mit dem gleichen Fluss Φ verkettet sind, geht (0.5.26) mit (0.4.18) über in

$$\underline{e} = -j\omega w\underline{\Phi}. \quad (0.5.27)$$

Die induzierte Spannung eilt der Flussverkettung bzw. dem Fluss mit $-j = e^{-j(\pi/2)}$ um 90° nach. Bild 0.5.11 zeigt das (0.5.26) entsprechende Zeigerbild. Zwischen den Amplituden bzw. Effektivwerten bestehen die Beziehungen⁵⁾

$$E = \frac{\hat{e}}{\sqrt{2}} = \frac{\omega}{\sqrt{2}} \hat{\Psi} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f \hat{\Psi}$$

bzw., wenn $\hat{\Psi} = w\hat{\Phi}$ ist,

$$E = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f w \hat{\Phi}. \quad (0.5.28)$$

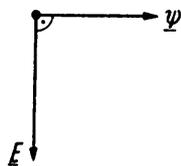


Bild 0.5.11 Zeigerbild der induzierten Spannung \underline{E} und der Flussverkettung $\underline{\Psi}$, die durch das Induktionsgesetz miteinander verknüpft sind

Die *Spannungsgleichung einer Spule* nach (0.4.23) nimmt in komplexer Darstellung die Form

$$\underline{u} = R\underline{i} - \underline{e} = R\underline{i} + j\omega\underline{\Psi} \quad (0.5.29)$$

an.

Wenn eine komplexe Größe \underline{A} eine Funktion eines reellen Parameters η ist, beschreibt die Spitze des Zeigers \underline{A} in der komplexen Ebene in Abhängigkeit von η eine Kurve, die sog. *Ortskurve*. Die einfachste Ortskurve ist die Gerade. Eine Gerade erhält man z.B. für die Beziehung

$$\underline{A} = \underline{A}_1 + \eta\underline{A}_2, \quad (0.5.30)$$

5) Es ist $\frac{2\pi}{\sqrt{2}} = 4,44$; dies wird in älteren Darstellungen von vornherein eingeführt.

wie Bild 0.5.12 demonstriert.

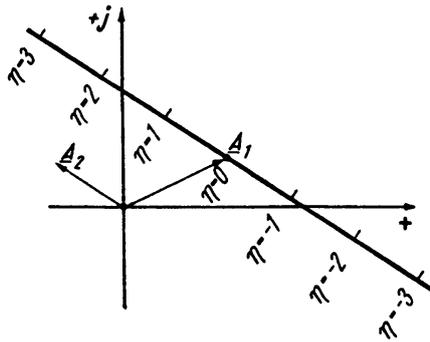


Bild 0.5.12 Gerade als Ortskurve der Gleichung $\underline{A} = \underline{A}_1 + \eta \underline{A}_2$

Die Ortskurve der Beziehung

$$\underline{B} = \frac{1}{\underline{A}_1 + \eta \underline{A}_2} \quad (0.5.31)$$

stellt einen Ursprungskreis dar. Davon überzeugt man sich leicht, wenn der Winkel Ψ zwischen einem Zeiger \underline{B} und einem Zeiger $(\underline{B}_0 - \underline{B})$ entsprechend Bild 0.5.13 betrachtet wird, der vom Endpunkt des Zeigers \underline{B}_0 für $\eta = \eta_0 = \text{konst.}$ zum Endpunkt des Zeigers \underline{B} verläuft. Dann ist

$$\frac{\underline{B}}{\underline{B} - \underline{B}_0} = \left| \frac{\underline{B}}{\underline{B} - \underline{B}_0} \right| e^{j\Psi}$$

und damit

$$\tan \Psi = \frac{\text{Im} \left\{ \frac{\underline{B}}{\underline{B} - \underline{B}_0} \right\}}{\text{Re} \left\{ \frac{\underline{B}}{\underline{B} - \underline{B}_0} \right\}}.$$

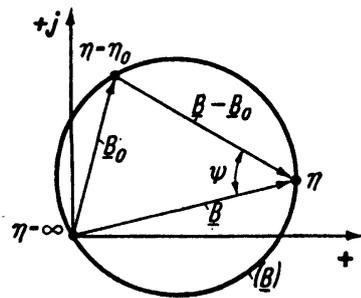


Bild 0.5.13 Zum Nachweis der Kreisgestalt einer Ortskurve, die der Gleichung $\underline{B} = 1/(\underline{A}_1 + \eta \underline{A}_2)$ gehorcht

Da sich $\underline{B}/(\underline{B} - \underline{B}_0)$ mit (0.5.31) darstellen lässt als

$$\frac{\underline{B}}{\underline{B} - \underline{B}_0} = \frac{\underline{A}_1 + \eta_0 \underline{A}_2}{\underline{A}_1 + \eta_0 \underline{A}_2 - \underline{A}_1 - \eta \underline{A}_2} = \frac{1}{\eta_0 - \eta} \frac{\underline{A}_1 + \eta_0 \underline{A}_2}{\underline{A}_2},$$

wird $\tan \Psi \neq f(\eta)$. Das kann aber nur der Fall ein, wenn die Ortskurve $\underline{B} = f(\eta)$ einen Kreis darstellt. Dieser Kreis muss durch den Ursprung verlaufen, da der Betrag des

Nenners in (0.5.31) für $\eta \rightarrow \infty$ über alle Grenzen wächst. Der Ursprung trägt damit die Parameterbezeichnung $\eta = \infty$.

Gleichung (0.5.31) des Ursprungskreises steht mit der Gleichung (0.5.30) der Geraden in der Beziehung

$$\underline{B} = \frac{1}{\underline{A}}. \quad (0.5.32)$$

Die Ermittlung der Ortskurve der Kehrwertfunktion aus der Ortskurve der Funktion selbst wird als *Inversion* bezeichnet. Damit liefert also die Inversion einer nicht durch den Ursprung verlaufenden Geraden einen Ursprungskreis. Aus (0.5.32) folgt für die Beträge

$$\hat{B} = \frac{1}{\hat{A}} \quad (0.5.33)$$

und für die Winkel

$$\varphi_B = -\varphi_A. \quad (0.5.34)$$

Der Punkt P'_\varnothing auf der Geraden im Bild 0.5.14 mit dem Parameter η_\varnothing , der den kürzesten Abstand zum Ursprung hat, d.h. für den $\hat{A} = \hat{A}_{\min}$ ist, bildet sich also in den zum Ursprung gehörenden Durchmesserpunkt P_\varnothing des Kreises mit dem gleichen Parameter η_\varnothing ab, da $1/\hat{A}_{\min} = \hat{B}_{\max}$ ist. Dabei gilt für die Winkel, unter denen die Punkte P'_\varnothing und P_\varnothing in der komplexen Ebene erscheinen, natürlich (0.5.34). Bild 0.5.15 zeigt die Inversion zweier besonders markanter Geraden, von denen die erste einen konstanten Realteil und die zweite einen konstanten Imaginärteil aufweist.

Ein allgemeiner Kreis verläuft nicht durch den Ursprung, d.h. er ist gegenüber einem Ursprungskreis um irgendeinen Wert \underline{B}_0 verschoben. Er genügt damit einer Gleichung

$$\underline{K} = \underline{B}_0 + \frac{1}{\underline{A}_1 + \eta \underline{A}_2},$$

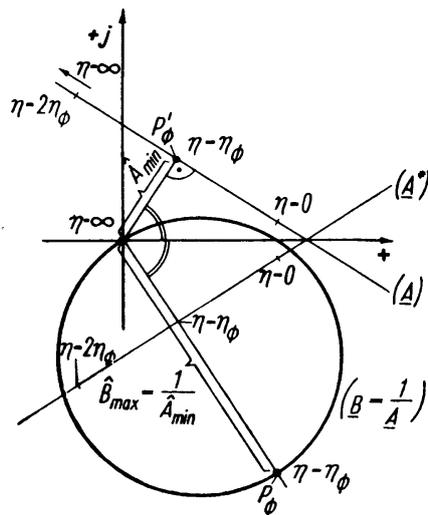


Bild 0.5.14 Ursprungskreis als Inversion $\underline{B} = 1/\underline{A}$ einer Geraden \underline{A}

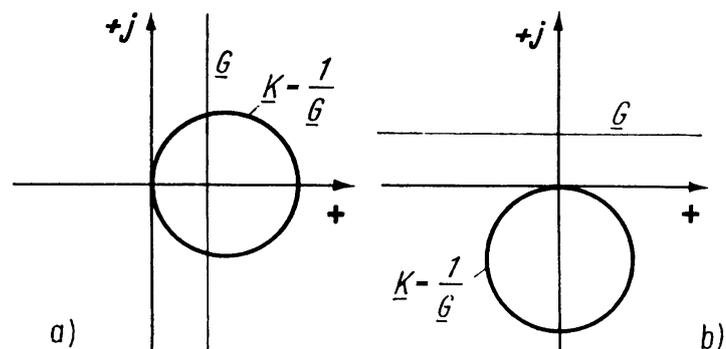


Bild 0.5.15 Inversion einer Geraden \underline{G} :
a) mit konstantem Realteil;
b) mit konstantem Imaginärteil

die sich auf die Form

$$\underline{K} = \frac{\underline{B}_1 + \eta \underline{B}_2}{\underline{A}_1 + \eta \underline{A}_2} \quad (0.5.35)$$

bringen lässt.

0.6

Einführung und Eigenschaften des symmetrischen Dreiphasensystems

Drei sinusförmige Wechselgrößen g_a , g_b und g_c bilden ein symmetrisches Dreiphasensystem positiver Phasenfolge, wenn sie bei gleicher Frequenz und gleicher Amplitude jeweils um $2\pi/3$ gegeneinander nacheilen. Sie lassen sich wie folgt formulieren:

$$\left. \begin{aligned} g_a &= \hat{g} \cos(\omega t + \varphi_g) \\ g_b &= \hat{g} \cos(\omega t + \varphi_g - 2\pi/3) \\ g_c &= \hat{g} \cos(\omega t + \varphi_g - 4\pi/3) \end{aligned} \right\} \quad (0.6.1)$$

Ihr zeitlicher Verlauf ist im Bild 0.6.1 dargestellt, während Bild 0.6.2 das zugehörige Zeigerbild zeigt.

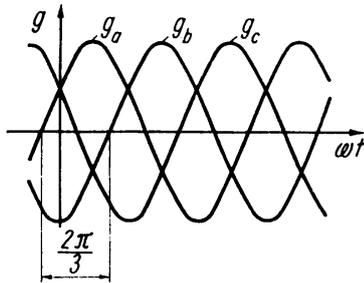


Bild 0.6.1 Zeitlicher Verlauf der drei Wechselgrößen g_a , g_b und g_c , die ein symmetrisches Dreiphasensystem positiver Phasenfolge bilden

Wenn die Ströme und Spannungen dreier Zweipole je ein symmetrisches Dreiphasensystem bilden, können ihre äußeren Zuleitungen leitungssparend zusammengeschaltet werden. Dieses Zusammenschalten ist auf zwei Arten möglich: als Sternschaltung und als Dreieckschaltung. Die Einzelzweipole werden dabei als *Stränge* bezeichnet; in dem wichtigen Sonderfall, dass sie Wicklungen darstellen, spricht man auch von *Wicklungssträngen*.

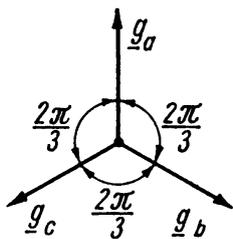


Bild 0.6.2 Zeigerdarstellung der drei Wechselgrößen \underline{g}_a , \underline{g}_b und \underline{g}_c , die ein symmetrisches Dreiphasensystem positiver Phasenfolge bilden

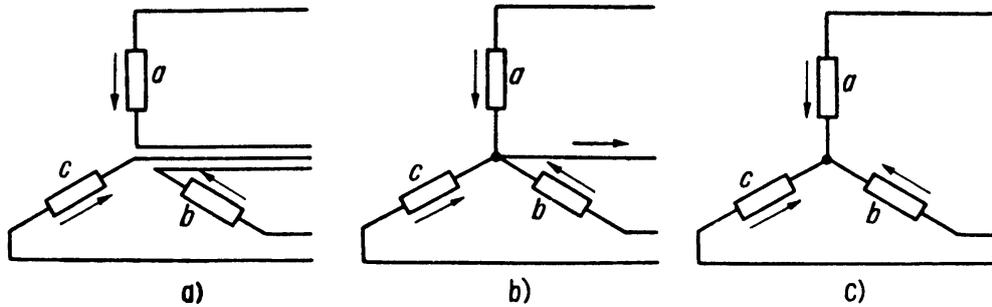


Bild 0.6.3 Entwicklung der Sternschaltung.

- a) Ausgangsanordnung, bestehend aus drei Zweipolen mit eigenen äußeren Zuleitungen;
 b) Vereinigung je einer Zuleitung der drei Zweipole zum gemeinsamen Nullleiter;
 c) Wegfall des Nullleiters wegen $\underline{i}_a + \underline{i}_b + \underline{i}_c = 0$

Die *Sternschaltung* entsteht aus der Überlegung, dass keine Störung eintritt, wenn die drei Einzelstromkreise je eine Zuleitung gemeinsam benutzen. Diese Entwicklung wird in den Bildern 0.6.3a und b demonstriert. In dem gemeinsamen Leiter, dem sog. *Nullleiter* (auch als *Neutralleiter* oder *Sternpunktleiter* bezeichnet), fließt entsprechend der Aussage des Knotenpunktsatzes auf den Sternpunkt und mit den positiven Zählpfeilrichtungen nach Bild 0.6.3b der Strom $\underline{i}_a + \underline{i}_b + \underline{i}_c$. Die Summe der Ströme, die ein symmetrisches Dreiphasensystem bilden, ist jedoch immer Null, wie Bild 0.6.4 zeigt. Damit kann der gemeinsame Nullleiter weggelassen werden, und man gelangt zu einer Schaltung nach Bild 0.6.3c.

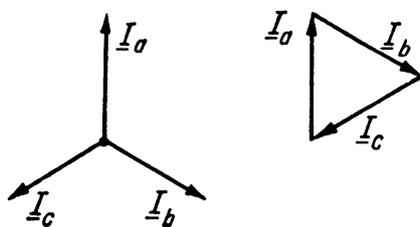


Bild 0.6.4 Zur Ermittlung des Stroms $\underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = 0$ im gemeinsamen Nullleiter von Bild 0.6.3b

Die *Dreieckschaltung* gewinnt man ausgehend von der Überlegung, dass keine Störung auftritt, wenn zwei Kreise – im Bild 0.6.5a die Kreise *a* und *c* – je eine Zuleitung des dritten – im Bild 0.6.5a des Kreises *b* – mitbenutzen. Dadurch entsteht zunächst aus der Ausgangsanordnung nach Bild 0.6.5a eine Anordnung nach Bild 0.6.5b. Es verbleiben zwei Einzelzuleitungen, zwischen denen nach der Aussage des Maschensatzes auf Bild 0.6.5b die Spannung $\Delta \underline{u} = \underline{u}_a + \underline{u}_b + \underline{u}_c$ auftritt. Die Summe der drei Spannungen, die ein symmetrisches Dreiphasensystem bilden, ist jedoch ebenso Null, wie es im Bild 0.6.4 für die Ströme gezeigt wurde. Damit besteht zwischen den beiden übrig gebliebenen Einzelzuleitungen keine Spannungsdifferenz, so dass auch diese vereinigt werden können. Man erhält die Dreieckschaltung der Stränge nach Bild 0.6.5c.

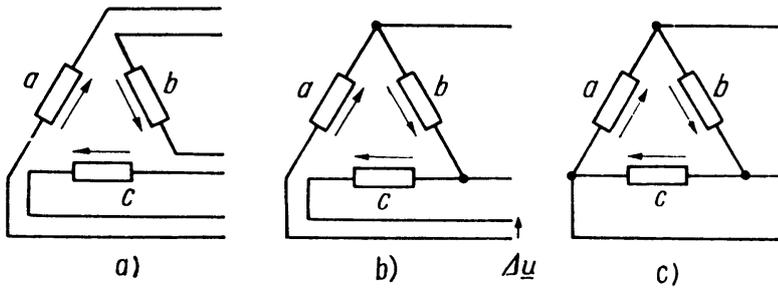


Bild 0.6.5 Entwicklung der Dreieckschaltung.

a) Ausgangsanordnung, bestehend aus drei Zweipolen mit eigenen äußeren Zuleitungen;

b) gemeinsame Nutzung der Zuleitung eines Kreises durch je einen der beiden anderen Kreise;

c) Vereinigung der verbleibenden Einzelzuleitungen wegen

$$\underline{u}_a + \underline{u}_b + \underline{u}_c = 0$$

Die Stränge werden im Folgenden mit a, b, c und die äußeren Zuleitungen mit $L1, L2, L3$ bezeichnet. Wenn ein Nullleiter vorhanden ist, trägt der die Bezeichnung N . Über den Strängen liegen die *Strangspannungen* (u_a, u_b, u_c ; Effektivwert U_{str}); sie werden von den *Strangströmen* (i_a, i_b, i_c ; Effektivwert I_{str}) durchflossen. Die äußeren Zuleitungen (L) führen entsprechend Bild 0.6.6a die *Leiterströme* (i_{L1}, i_{L2}, i_{L3} ; Effektivwert I). Sie besitzen gegenüber einem vorhandenen oder gedachten Nullleiter (N) die *Leiter-Erde-Spannungen* (u_{L1}, u_{L2}, u_{L3} ; Effektivwert U)⁶⁾. Die Spannungen zwischen jeweils zwei Leitern sind die *Leiter-Leiter-Spannungen* ($u_{L1L2}, u_{L2L3}, u_{L3L1}$; Effektivwert U_{LL}). Bei der Angabe von Effektivwerten tragen die Leiter-Erde-Spannungen und die Leiterströme keine besondere Kennzeichnung. Sie werden, angepasst an die vorgesehene Behandlung von Dreiphasenmaschinen bei Betrieb unter symmetrischen Betriebsbedingungen, als die charakteristischen Werte des Dreiphasensystems angesehen. Die Nennspannungen von Dreiphasensystemen bzw. die Bemessungsspannungen daran zu betreibender Betriebsmittel werden stets als Leiter-Leiter-Spannungen angegeben und mit U_N bezeichnet.

Als Beziehungen zwischen den Leiter-Erde-Spannungen und den Leiter-Leiter-Spannungen erhält man aus Bild 0.6.6a

$$\left. \begin{aligned} \underline{u}_{L1L2} &= \underline{u}_{L1} - \underline{u}_{L2} \\ \underline{u}_{L2L3} &= \underline{u}_{L2} - \underline{u}_{L3} \\ \underline{u}_{L3L1} &= \underline{u}_{L3} - \underline{u}_{L1} \end{aligned} \right\} . \quad (0.6.2)$$

Das zugehörige Zeigerbild der Spannungen zeigt Bild 0.6.6b. Ihm entnimmt man als Beziehung zwischen den Effektivwerten

$$U_{LL} = 2U \cos 30^\circ = \sqrt{3}U . \quad (0.6.3)$$

6) Die Leiter-Erde-Spannung wird auch als Sternspannung bezeichnet.

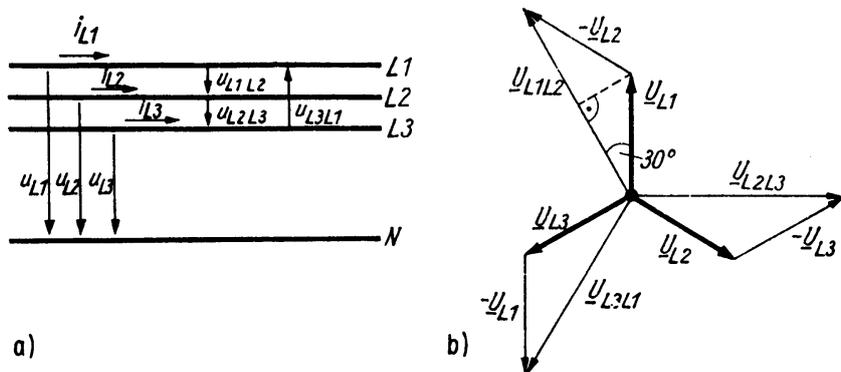


Bild 0.6.6 Ströme und Spannungen einer Drehstromleitung.
 a) Zählpfeilfestlegung; b) Zeigerbild der Spannungen

Die Beziehungen zwischen den Stranggrößen und den Leitergrößen sind bei Stern- und Dreieckschaltung verschieden. Für die Sternschaltung nach Bild 0.6.7a erhält man aus der Anwendung des Knotenpunktsatzes die Trivialaussagen

$$\underline{i}_{L1} = \underline{i}_a ; \underline{i}_{L2} = \underline{i}_b ; \underline{i}_{L3} = \underline{i}_c ;$$

es ist also

$$I_{\text{str}} = I . \tag{0.6.4}$$

Demgegenüber liefert der Maschensatz die Beziehungen

$$\left. \begin{aligned} \underline{u}_{L1L2} &= \underline{u}_a - \underline{u}_b \\ \underline{u}_{L2L3} &= \underline{u}_b - \underline{u}_c \\ \underline{u}_{L3L1} &= \underline{u}_c - \underline{u}_a \end{aligned} \right\} .$$

Bild 0.6.7b zeigt das zugehörige Zeigerbild der Strang- und der Leiter-Leiter-Spannungen. Daraus entnimmt man für die Effektivwerte

$$U_{\text{str}} = \frac{1}{\sqrt{3}} U_{LL} = U . \tag{0.6.5}$$

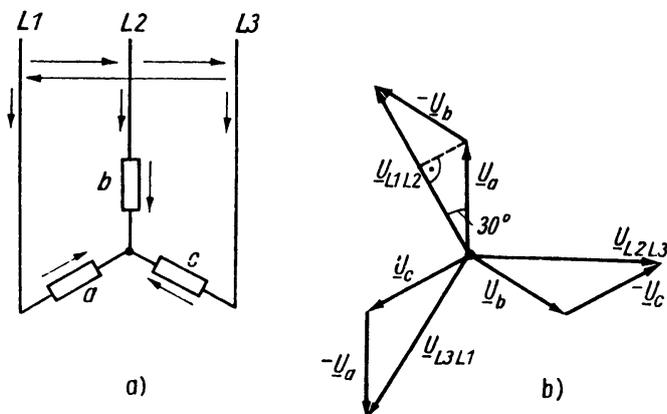


Bild 0.6.7 Zur Ermittlung der Beziehungen zwischen den Strang- und den Leitergrößen einer Sternschaltung.
 a) Schaltung und Zählpfeilfestlegung;
 b) Zeigerbild der Spannungen

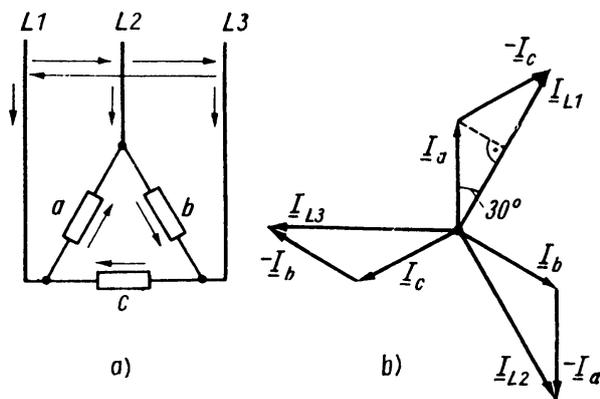


Bild 0.6.8 Zur Ermittlung der Beziehungen zwischen den Strang- und den Leitergrößen einer Dreieckschaltung.
a) Schaltung und Zählpfeilfestlegung;
b) Zeigerbild der Ströme

Für die Dreieckschaltung nach Bild 0.6.8a folgen aus der Anwendung des Maschensatzes die Trivialaussagen

$$\underline{u}_{L1L2} = \underline{u}_a; \quad \underline{u}_{L2L3} = \underline{u}_b; \quad \underline{u}_{L3L1} = \underline{u}_c;$$

es ist also

$$U_{\text{str}} = U_{LL} = \sqrt{3}U. \quad (0.6.6)$$

Demgegenüber liefert hier der Knotenpunktsatz

$$\left. \begin{aligned} \underline{i}_{L1} &= \underline{i}_a - \underline{i}_c \\ \underline{i}_{L2} &= \underline{i}_b - \underline{i}_a \\ \underline{i}_{L3} &= \underline{i}_c - \underline{i}_b \end{aligned} \right\}.$$

Das zugehörige Zeigerbild der Strang- und der Leiterströme zeigt Bild 0.6.8b; man entnimmt ihm

$$I_{\text{str}} = \frac{1}{\sqrt{3}}I. \quad (0.6.7)$$

Die *Leistung als Augenblickswert* erhält man mit Bild 0.6.6a und (0.5.11) als über die Zuleitungen zufließende Leistung

$$p = u_{L1}i_{L1} + u_{L2}i_{L2} + u_{L3}i_{L3}$$

bzw. mit Bild 0.6.7a oder 0.6.8a als die den Strängen der betrachteten Anordnung zufließende Leistung

$$p = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c.$$

Durch Einführen der Beziehungen für die Augenblickswerte der Spannungen und Ströme entsprechend (0.6.1) folgt daraus

$$p = P = 3UI \cos \varphi = \sqrt{3}U_{LL}I \cos \varphi = 3U_{\text{str}}I_{\text{str}} \cos \varphi. \quad (0.6.8)$$

Dabei ist φ der für alle Zuleitungen gleiche Winkel der Phasenverschiebung zwischen Leiter-Erde-Spannung und Leiterstrom bzw. der für alle Stränge gleiche Winkel

der Phasenverschiebung zwischen Strangspannung und Strangstrom. Die doppelte Leistunganteile heben sich heraus, da sie um jeweils $4\pi/3$ gegeneinander phasenverschoben sind. Der Augenblickswert der Gesamtleistung ist konstant und gleich der Gesamtwirkleistung.

In formaler Übernahme der Beziehungen zwischen (0.5.12), (0.5.14) und (0.5.15) wird ausgehend von (0.6.8) als *Scheinleistung des Dreiphasensystems* eingeführt

$$P_s = 3UI = \sqrt{3}U_{LL}I = 3U_{\text{str}}I_{\text{str}} \quad (0.6.9)$$

und als *Blindleistung des Dreiphasensystems*

$$P_q = 3UI \sin \varphi = \sqrt{3}U_{LL}I \sin \varphi = 3U_{\text{str}}I_{\text{str}} \sin \varphi. \quad (0.6.10)$$

Da die Gesamtleistung in jedem Augenblick gleich der Gesamtwirkleistung ist und der Verlauf $p = f(t)$ damit bereits vollständig beschrieben ist, haben (0.6.9) und (0.6.10) nur Sinn als $P_s = 3P_{\text{str s}} = 3P_{L s}$ und $P_q = 3P_{\text{str q}} = 3P_{L q}$.

Aufgrund der Beziehungen zwischen den drei Größen eines symmetrischen Dreiphasensystems genügt es, bei symmetrischen Anordnungen in der Zuleitung einen Leiter als Bezugsleiter und in der betrachteten Anordnung einen Strang als Bezugsstrang zu betrachten. Als Bezugsleiter wird der Leiter L1 und als Bezugsstrang der Strang a benutzt. Um einfache Beziehungen zu erhalten, denkt man sich die betrachtete Anordnung entsprechend Bild 0.6.9 in Stern geschaltet – wozu eventuell eine Dreieck-Stern-Umformung erforderlich ist – und den Leiter L1 mit dem Strang a verbunden. Außerdem kann auf die Kennzeichnung der zugehörigen Ströme und Spannungen verzichtet werden, so dass mit Bild 0.6.9 gilt

$$\underline{u} = \underline{u}_{L1} = \underline{u}_a; \quad \underline{i} = \underline{i}_{L1} = \underline{i}_a.$$

Wie bereits gesagt, wird später bei der Behandlung des Betriebs von Dreiphasenmaschinen unter symmetrischen Betriebsbedingungen stets so vorgegangen.

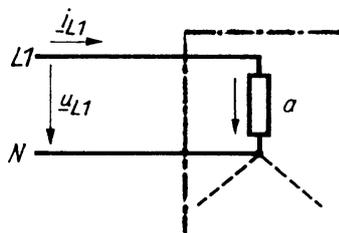


Bild 0.6.9 Einphasige Ersatzanordnung einer symmetrischen Dreiphasenanordnung

Es ist zu beachten, dass das Zusammenschalten dreier Einphasensysteme zu einem Dreiphasensystem unter der Voraussetzung vollständiger Symmetrie vorgenommen wurde. Wenn diese Symmetrie gestört ist, muss mit dem Auftreten neuartiger, spezifischer Erscheinungen gerechnet werden.

0.7

Einführung symmetrischer Komponenten

Einem unsymmetrischen System der drei Stranggrößen $\underline{g}_a, \underline{g}_b, \underline{g}_c$, wie es z.B. Bild 0.7.1a zeigt, bzw. auch einem solchen der drei Leitergrößen $\underline{g}_{L1}, \underline{g}_{L2}, \underline{g}_{L3}$ lassen sich folgende symmetrischen Komponenten zuordnen:

- ein *Nullsystem* entsprechend Bild 0.7.2a, bestehend aus drei nach Betrag und Phase gleichen Komponenten

$$\underline{g}_{a0} = \underline{g}_0, \quad \underline{g}_{b0} = \underline{g}_0, \quad \underline{g}_{c0} = \underline{g}_0;$$

- ein *Mitsystem* entsprechend Bild 0.7.2b, bestehend aus drei Komponenten, die ein symmetrisches Dreiphasensystem positiver Phasenfolge bilden,

$$\underline{g}_{am} = \underline{g}_m, \quad \underline{g}_{bm} = \underline{a}^2 \underline{g}_m, \quad \underline{g}_{cm} = \underline{a} \underline{g}_m$$

mit

$$\underline{a} = e^{j2\pi/3}, \quad \underline{a}^2 = e^{j4\pi/3} = e^{-j2\pi/3};$$

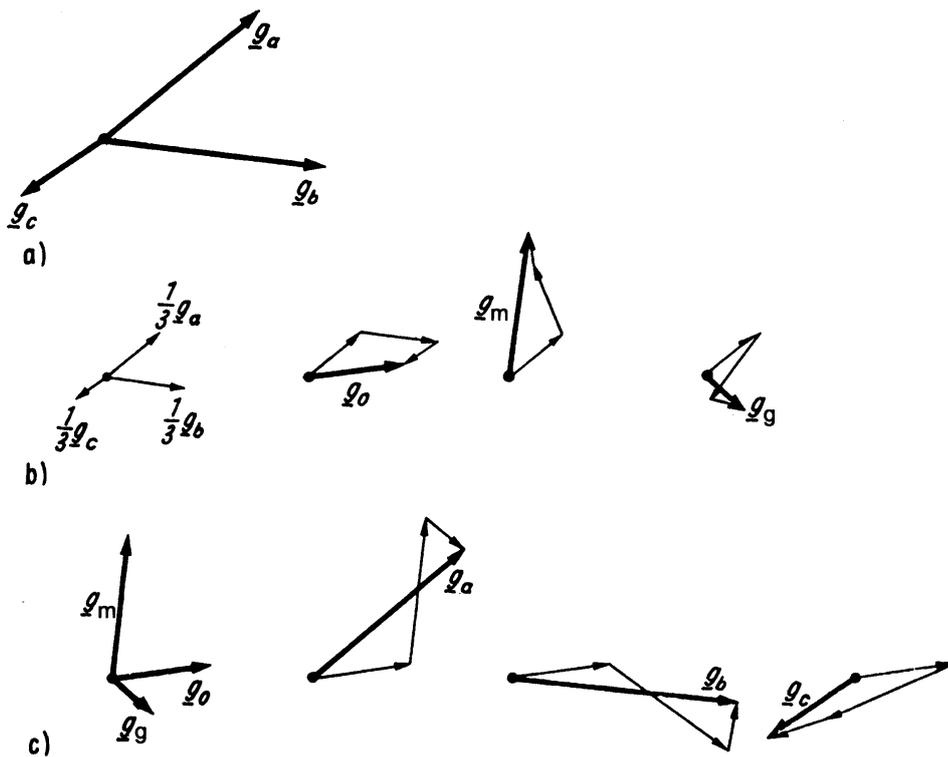


Bild 0.7.1 Unsymmetrisches Dreiphasensystem.

a) Stranggrößen $\underline{g}_a, \underline{g}_b, \underline{g}_c$;

b) grafische Ermittlung der symmetrischen Komponenten $\underline{g}_0, \underline{g}_m, \underline{g}_g$, aus den Stranggrößen $\underline{g}_a, \underline{g}_b, \underline{g}_c$ entsprechend (0.7.1);

c) grafische Ermittlung der Stranggrößen $\underline{g}_a, \underline{g}_b, \underline{g}_c$ aus den symmetrischen Komponenten $\underline{g}_0, \underline{g}_m, \underline{g}_g$ entsprechend (0.7.2)

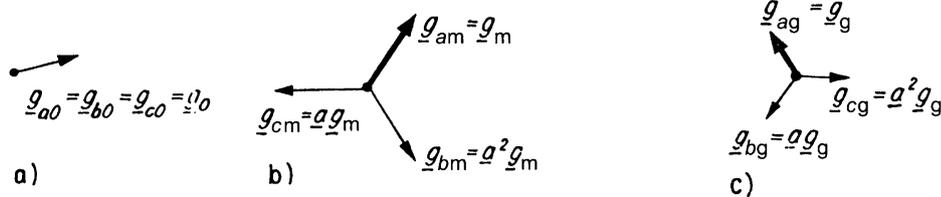


Bild 0.7.2 Symmetrische Komponenten.
a) Nullsystem; b) Mitsystem; c) Gegensystem

- ein *Gegensystem* entsprechend Bild 0.7.2c, bestehend aus drei Komponenten, die ein symmetrisches Dreiphasensystem negativer Phasenfolge bilden,

$$\underline{g}_{ag} = \underline{g}_g, \quad \underline{g}_{bg} = a \underline{g}_g, \quad \underline{g}_{cg} = a^2 \underline{g}_g.$$

Die Stranggrößen $\underline{g}_a, \underline{g}_b, \underline{g}_c$, die ein beliebig unsymmetrisches System bilden, lassen sich also durch ihre symmetrischen Komponenten $\underline{g}_0, \underline{g}_m$ und \underline{g}_g ausdrücken. Die Transformationsbeziehungen lauten in Matrizenform

$$\begin{pmatrix} \underline{g}_0 \\ \underline{g}_m \\ \underline{g}_g \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{g}_a \\ \underline{g}_b \\ \underline{g}_c \end{pmatrix}, \quad (0.7.1)$$

$$\begin{pmatrix} \underline{g}_a \\ \underline{g}_b \\ \underline{g}_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{g}_0 \\ \underline{g}_m \\ \underline{g}_g \end{pmatrix}. \quad (0.7.2)$$

Im Bild 0.7.1b sind die symmetrischen Komponenten zu den Stranggrößen nach Bild 0.7.1a grafisch entsprechend (0.7.1) ermittelt worden. Umgekehrt zeigt Bild 0.7.1c, wie aus den symmetrischen Komponenten die Stranggrößen durch Anwenden von (0.7.2) entstehen.

Die Einführung der symmetrischen Komponenten bietet dann Vorteile, wenn die Spannungsgleichungen der Betriebsmittel im Bereich der symmetrischen Komponenten in drei voneinander unabhängige Spannungsgleichungen des Null-, des Mit- und des Gegensystems entarten. Voraussetzung dafür ist ein symmetrischer Aufbau der Betriebsmittel hinsichtlich der elektromagnetisch aktiven Bauteile wie Wicklungen, magnetische Kreise usw.. Das wiederum trifft für die meisten elektrischen Maschinen und Transformatoren zu. Deshalb spielt die Methode der symmetrischen Komponenten eine so große Rolle.

0.8

Darstellung magnetischer Felder

Um magnetische Felder quantitativ bestimmen zu können, ist es in den meisten realen Fällen eigentlich erforderlich, von den Differentialformen des Durchflutungsgesetzes und des Gesetzes der Quellenfreiheit der magnetischen Felder auszugehen und diese partiellen Differentialgleichungen unter den gegebenen Randbedingungen zu lösen. Die Analyse der elektrischen Maschinen soll jedoch innerhalb des vorliegenden Buches ohne ein derartiges Vorgehen durchgeführt werden. Das ist möglich, weil sich ein Teil der Felder wenigstens näherungsweise unmittelbar mit Hilfe der Integralform der Gesetze bestimmen lässt und der andere Teil nur qualitativ bekannt sein muss, um Induktivitäten als Proportionalitätsfaktoren zwischen den interessierenden Flussverkettungen und den Strömen einführen zu können. Dabei kann allerdings auf eine Möglichkeit zur anschaulichen Darstellung der Felder nicht verzichtet werden. Eine derartige Möglichkeit besteht zumindest für die in erster Linie interessierenden ebenen Felder, d. h. für Felder, deren Feldgrößen nur Funktionen von zwei Ortskoordinaten sind.

Das magnetische Feld wird in jedem Punkt des Raums durch die dort herrschende Induktion \mathbf{B} bzw. die dort herrschende *magnetische Feldstärke* \mathbf{H} beschrieben. Dabei besteht zwischen den Beträgen der beiden Vektoren ein Zusammenhang, der durch (0.4.14) bzw. bei ferromagnetischen Stoffen durch eine Hystereseschleife gegeben ist, während ihre Richtungen übereinstimmen (Bild 0.8.1).⁷⁾

Eine *Feldlinie* ist eine Raumkurve, deren Tangente in jedem Punkt mit der Richtung der dort herrschenden Induktion übereinstimmt (Bild 0.8.2). Man erhält eine derartige Raumkurve, indem von jedem Punkt aus so um das Linienelement $d\mathbf{s}$ fortgeschritten wird, dass stets $\mathbf{B} \times d\mathbf{s} = 0$ wird.

Eine *Potentialfläche* verbindet alle Punkte des Raums, die gleiches magnetisches Potential haben, d. h. zwischen denen keine magnetischen Spannungsabfälle bestehen. Auf einer Potentialfläche gilt also zwischen beliebigen Punkten

$$\int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = 0.$$

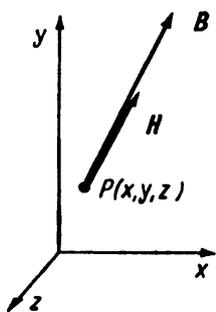


Bild 0.8.1 Beschreibung des magnetischen Felds in einem Punkt P durch Angabe des Vektors \mathbf{B} bzw. des Vektors \mathbf{H}

7) s. Fußnote 3 auf S. 13.

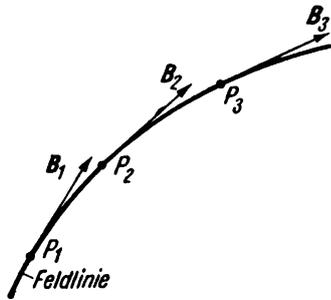


Bild 0.8.2 Zur Definition der Feldlinie als Raumkurve, deren Tangente in jedem Punkt mit der Richtung der dort herrschenden Induktion übereinstimmt

Man gelangt von einem Punkt einer derartigen Potentialfläche zu einem Nachbarpunkt auf dieser Fläche, indem so um das Linienelement ds fortgeschritten wird, dass $\mathbf{H} \cdot ds = 0$ bzw. $\mathbf{B} \cdot ds = 0$ ist (Bild 0.8.3). Es muss also senkrecht zur Richtung von \mathbf{B} , d.h. senkrecht zur Feldlinie durch den betrachteten Punkt fortgeschritten werden. Die Feldlinien durchstoßen die Potentialflächen senkrecht.

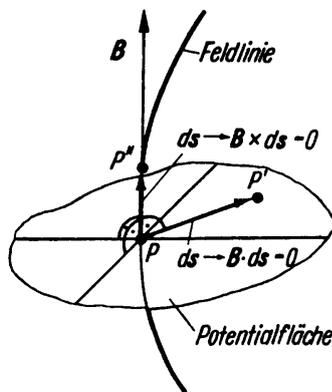


Bild 0.8.3 Erläuterung der Überlegung, dass die Potentialflächen von den Feldlinien senkrecht durchstoßen werden

Eine *Flussröhre* ist ein Ausschnitt des betrachteten Raums, dessen Seitenflächen überall durch Feldlinien begrenzt sind. Damit tritt durch die Seitenflächen einer Flussröhre entsprechend $\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$ kein Fluss. Die Quellenfreiheit des magnetischen Felds nach (0.4.6) erfordert dann, dass in jedem Querschnitt der Flussröhre der gleiche Fluss vorhanden ist. Im Bild 0.8.4 ist eine Flussröhre mit rechteckigem Querschnitt dargestellt. Um die Übersichtlichkeit nicht zu stören, wurden dabei nur jene Feldlinien eingezeichnet, die als Kanten der Flussröhre in Erscheinung treten.

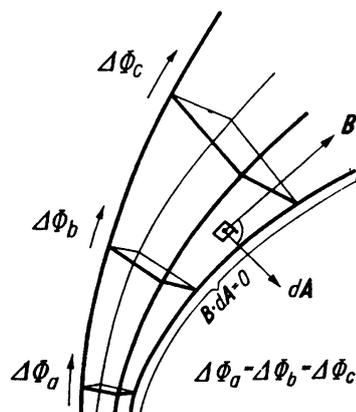


Bild 0.8.4 Zur Definition der Flussröhre

Das *ebene Feld* ist nur von zwei Ortskoordinaten (x und y) abhängig; es besteht keine Abhängigkeit von der dritten Ortskoordinate. Ebene Felder entstehen, wenn diese besondere Art der Ortsabhängigkeit auch für die Geometrie der Anordnung gilt, die für die Randbedingungen verantwortlich ist. Das ist offensichtlich bei allen zylindrischen, unendlich langen Anordnungen der Fall. Zylindrische Anordnungen mit endlicher Länge können näherungsweise als Ausschnitt der entsprechenden unendlich langen Anordnung betrachtet werden. Das trifft z. B. auch für die rotierenden elektrischen Maschinen zu. Aufgrund der Gleichberechtigung sämtlicher x - y -Ebenen ist es sinnvoll, Flussröhren mit rechteckigem Querschnitt zu verwenden, die dem ebenen Problem angepasst sind (Bild 0.8.5a). In einer der gleichberechtigten x - y -Ebenen, die als Darstellungsebene benutzt wird, erscheinen dann als Spur der Seitenflächen einer Flussröhre zwei Feldlinien. Die Spuren der Potentialflächen werden als *Potentiallinien* oder *Äquipotentiallinien* bezeichnet (Bild 0.8.5b). Sie schneiden die Feldlinien überall senkrecht, da die Feldlinien die Potentialflächen senkrecht durchstoßen.



Bild 0.8.5 Ebenes Feldproblem.

a) Angepasste Flussröhre; b) Spur der angepassten Flussröhre und Spur einer Potentialfläche in der Darstellungsebene

Prinzipiell lassen sich in die Darstellungsebene beliebig viele Potentiallinien und beliebig viele Feldlinien einzeichnen. Um eine sinnvolle Einschränkung vornehmen zu können, ist es erforderlich, ein Auswahlprinzip festzulegen. *Ausgewählte Feldlinien* bilden in der Darstellungsebene die Spuren solcher angepasster Flussröhren, die gleiche Teilflüsse $\Delta\Phi$ führen. Zwischen aufeinanderfolgenden *ausgewählten Potentiallinien* herrschen gleiche magnetische Spannungsabfälle ΔV . Bild 0.8.6 zeigt den Ausschnitt eines Feldbilds mit ausgewählten Feldlinien und ausgewählten Potentiallinien. Wenn man einen Flussröhrenabschnitt mit dem Fluss $\Delta\Phi$ und dem magnetischen Spannungsabfall ΔV als etwa rechteckig ansieht, was bei hinreichend feiner Unterteilung stets möglich ist, gilt

$$\left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta V} \right) = \frac{\Delta b l B}{\Delta s H} = \mu l \left(\frac{\Delta b}{\Delta s} \right), \quad (0.8.1)$$

wobei l die Länge der betrachteten Anordnung in Richtung der Ortskoordinate z ist. Aus (0.8.1) folgt, dass mit $\Delta\Phi/\Delta V = \text{konst.}$ auch $\Delta b/\Delta s$ für alle Flussröhrenabschnitte konstant sein muss. Wählt man $\Delta b/\Delta s = 1$, so wird

$$\left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta V} \right) = \Lambda_{\text{Flussröhrenabschnitt}} = \mu l, \quad (0.8.2)$$

und das Feldbild besteht aus einem *Netz quadratähnlicher Figuren*.

Die *Randbedingungen* sind gewöhnlich dadurch gegeben, dass die Oberflächen von ferromagnetischen Teilen bei $\mu_{\text{Fe}} = \infty$ Potentialflächen darstellen, denn mit $\mu_{\text{Fe}} = \infty$

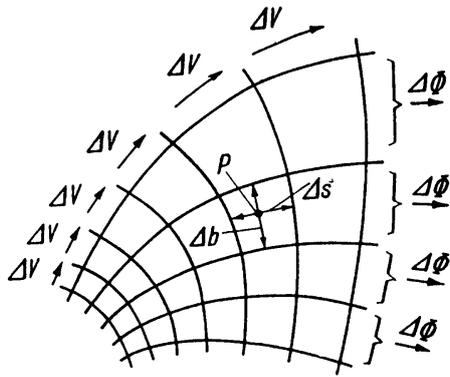


Bild 0.8.6 Zur Einführung der ausgewählten Feldlinien und der ausgewählten Potentiallinien

wird $H_{Fe} = 0$, so dass auch auf der Oberfläche keine magnetischen Spannungsabfälle existieren können. Die Feldlinien treten in diesem Fall senkrecht in die Randkurve ein. Wenn die Oberfläche des ferromagnetischen Körpers einen *Strombelag* A führt, d.h. wenn eine flächenhafte Strömung vorliegt, liefert das Durchflutungsgesetz mit Bild 0.8.7 $H_t ds = A ds$, d.h.

$$\left. \begin{array}{l} H_t = A \\ \text{bzw. } B_t = \mu A \end{array} \right\} \quad (0.8.3)$$

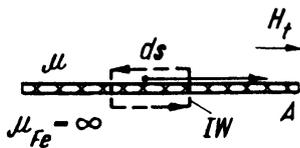


Bild 0.8.7 Zur Ermittlung der Randbedingungen an einer Oberfläche mit Strombelag

Dann existieren also auf der Oberfläche außer den Normalkomponenten B_n und H_n auch Tangentialkomponenten B_t und H_t der Feldgrößen. Die Feldlinien treten nicht mehr senkrecht aus der Randkurve aus, sondern, wie im Bild 0.8.8 gezeigt, unter einem Winkel

$$\alpha = \arctan \frac{B_n}{\mu A}.$$

Die Auswertung eines Feldbilds kann in verschiedener Weise vorgenommen werden. Das wird im Bild 0.8.9 demonstriert. Wenn der Fluss $\Delta\Phi$ je Flussröhre bekannt ist,

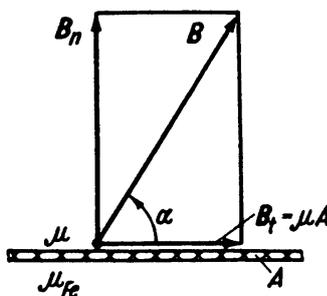


Bild 0.8.8 Zur Ermittlung des Austrittswinkels der Feldlinien an Oberflächen mit Strombelag

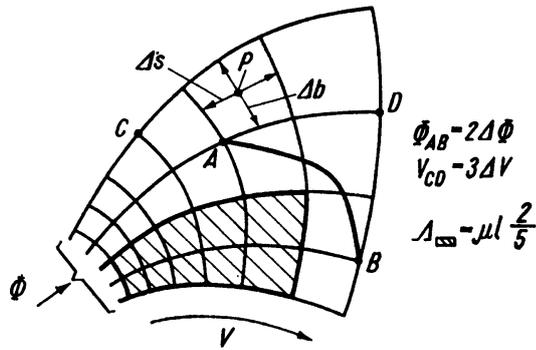


Bild 0.8.9 Auswertung eines Feldbilds

erhält man die mittlere Induktion über einer Flussröhre mit der mittleren Breite Δb als

$$B = \frac{\Delta\Phi}{\Delta b l} . \quad (0.8.4)$$

Diese Induktion wird dem Mittelpunkt des betrachteten Querschnitts zugeordnet. Analog erhält man die magnetische Feldstärke bei bekanntem Spannungsabfall ΔV zwischen aufeinanderfolgenden Potentiallinien, die den mittleren Abstand Δs zueinander haben, als

$$H = \frac{\Delta V}{\Delta s} . \quad (0.8.5)$$

Sowohl (0.8.4) als auch (0.8.5) bringen zum Ausdruck, dass große Induktionswerte bzw. Feldstärken dort herrschen, wo die Darstellungsdichte der ausgewählten Feldlinien bzw. der ausgewählten Potentiallinien groß ist.

Den Fluss Φ durch eine Fläche, deren Spur in der Darstellungsebene zwischen den Punkten A und B verläuft, erhält man über die Anzahl n_{Φ} von Flussröhren, die zwischen A und B hindurchtreten, zu

$$\Phi = n_{\Phi} \Delta\Phi . \quad (0.8.6)$$

Den magnetischen Spannungsabfall V zwischen den Punkten C und D erhält man über die Anzahl von Potentialstufen n_V , die zwischen diesen Punkten liegen, als

$$V = n_V \Delta V . \quad (0.8.7)$$

Der magnetische Leitwert Λ eines Abschnitts zwischen zwei Potentialflächen, der von zwei Feldlinien begrenzt wird, ergibt sich mit (0.8.6) und (0.8.7) sowie mit (0.8.2) zu

$$\Lambda = \frac{\Phi}{V} = \frac{n_{\Phi}}{n_V} \frac{\Delta\Phi}{\Delta V} = \mu l \frac{n_{\Phi}}{n_V} . \quad (0.8.8)$$

1

Transformator

1.1

Historische Entwicklung und wirtschaftliche Bedeutung

Der Übergang von der Gleichstromtechnik zur Wechselstrom- bzw. Drehstromtechnik erfolgte unter dem Gesichtspunkt der damit verbundenen wirtschaftlicheren Transportierbarkeit elektrischer Energie über größere Entfernungen, indem höhere Übertragungsspannungen eingesetzt werden konnten.

Die Wahl der Übertragungsspannung für einen Transportweg elektrischer Energie unterliegt verschiedenen Gesichtspunkten. Da die Leitungsinduktivitäten nur in geringem Maße von der Übertragungsspannung abhängen, werden die induktiven Spannungsabfälle über einer Leitung bezogen auf die Nennspannung bei gegebener Leistung um so kleiner, je höher die Übertragungsspannung gewählt wird. Damit erfordert das Einhalten zulässiger Werte der Spannungsänderung, dass mit zunehmender Leistung zu höheren Spannungen übergegangen wird. Außerdem ist die Wahl der Spannungsebene ein unmittelbar ökonomisches Problem. Wenn kleine Spannungen, aber große Ströme für die Übertragung einer bestimmten Leistung verwendet werden, ist ein großer Aufwand an Leitermaterial erforderlich, während für die Isolierung verhältnismäßig geringe Kosten entstehen. Der Aufwand an Leitermaterial wächst über alle Grenzen, wenn die Übertragungsspannung gegen Null geht. Umgekehrt dominieren die Kosten für die Isolierung gegenüber denen für das Leitermaterial, wenn die gleiche Leistung mit hohen Spannungen und dafür vergleichsweise kleinen Strömen übertragen wird. Der Aufwand für die Isolierung wächst über alle Grenzen, wenn die Übertragungsspannung gegen unendlich geht. Aus diesen Überlegungen, die im Bild 1.1.1 schematisch dargestellt sind, folgt, dass es für eine bestimmte zu übertragende Leistung eine optimale Spannung gibt, für die ein Minimum an Gesamtkosten entsteht. Dabei wächst die optimale Übertragungsspannung mit der zu übertragenden Leistung, so dass in den Netzen mehrere Spannungsebenen entstanden. Dadurch wird auf dem Weg von der Erzeugung elektrischer Energie aus

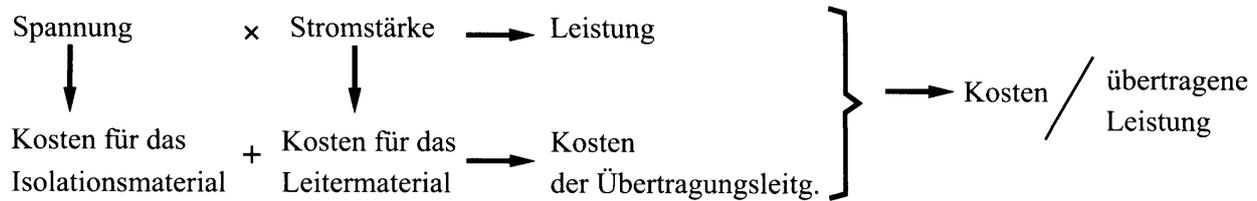


Bild 1.1.1 Schematische Darstellung des Optimierungsproblems bei der Übertragung elektrischer Energie

meist mechanischer Energie bis zu ihrer Umwandlung in andere Energieformen beim Endverbraucher mehrere Male das Spannungsniveau gewechselt.

In der Elektroenergieversorgung hat der Transformator die Aufgabe, die verschiedenen Spannungsebenen miteinander zu verbinden. Die sinusförmigen Ströme und Spannungen in einem Transportweg elektrischer Energie werden durch Zwischenschalten eines Transformators im gegenläufigen Sinn geändert. Wenn der Transformator auf der einen Seite elektrische Leistung bei hoher Spannung und niedrigem Strom aufnimmt, gibt er die gleiche Leistung – von den Verlusten abgesehen – auf der anderen Seite bei vergleichsweise niedriger Spannung und hohem Strom ab oder umgekehrt (Bild 1.1.2). Man bezeichnet den Transformator in dieser Anwendung als *Leistungstransformator*. Für jede Übergangsstelle von einer Spannungsebene zur anderen ist ein Transformator erforderlich. Eine beim Endverbraucher umgesetzte Energie ist deshalb vorher über mehrere (bis zu sechs) Transformatoren geflossen. Andererseits ist dadurch in einem Netz das Mehrfache der installierten Kraftwerksleistung als gesamte Transformatorenleistung installiert. Dabei kommen heute Transformatoren mit Leistungen bis etwa 1000 MVA zum Einsatz.

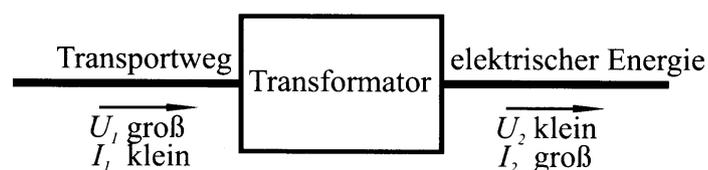


Bild 1.1.2 Zur Aufgabe des Transformators als Verbindungselement zweier Spannungsebenen eines Transportwegs elektrischer Energie

Für die Verbindung zweier Spannungsebenen der üblichen Drehstromsysteme wurden anfangs jeweils drei Einphasentransformatoren als sog. *Transformatorenbank* eingesetzt. Durch Vereinigung der magnetischen Kreise dieser Einphasentransformatoren entstanden später verschiedene Formen von *Dreiphasentransformatoren*. Für extrem große Leistungen werden Transformatorenbanken auch heute noch eingesetzt; ein Dreiphasentransformator dieser Größe wäre zwar ausführbar, könnte aufgrund von Transportbeschränkungen aber nicht oder nur unter erheblichen Mehrkosten zu seinem Einsatzort transportiert werden. Unter dem Gesichtspunkt der Zuläs-

sigkeit gewisser Unsymmetrien in der Belastung und der eventuell erforderlichen Verfügbarkeit eines Nullleiters werden verschiedene Schaltungskombinationen der dreisträngigen Wicklungen eingesetzt.

Die Übertragungsspannung in den ersten Übertragungsnetzen betrug 100 kV und beträgt heute bis zu 750 kV. Diese Spannungen müssen in den Transformatoren beherrscht werden. Das führte zur Entwicklung der sog. *Öltransformatoren*, wobei das Öl einerseits eine isolierende Funktion hat, aber gleichzeitig auch als Kühlmittel dient.

Um die Spannungsabfälle im Netz auszugleichen oder eine veränderbare Spannung zur Verfügung zu stellen, verwendet man sog. *Stelltransformatoren* bzw. lässt sich das Übersetzungsverhältnis der Spannungen von Netztransformatoren in einem gewissen Bereich verändern. Stelltransformatoren zur Bereitstellung einer veränderbaren Spannung werden heute weitgehend durch leistungselektronische Einrichtungen ersetzt.

Um die Belastung des Netzes durch die großen Anzugsströme beim direkten Einschalten großer elektrischer Maschinen zu vermeiden, verwendet man sog. *Anlasstransformatoren*. Dabei wird die Änderung des Verhältnisses der Spannungsamplitude zur Stromamplitude ausgenutzt. Der Transformator arbeitet dann als *Impedanzwandler*. Die gleiche Eigenschaft des Transformators nutzt man gelegentlich in elektronischen Schaltungen, um die sog. *Anpassung* herzustellen, bei der die größte Leistung im angeschlossenen Verbraucher umgesetzt wird.

Da jede beim Endverbraucher umgesetzte Energie vorher über mehrere Transformatoren geflossen ist und dabei jedes Mal Verluste entstehen, ist eine der wichtigsten Anforderungen an einen Transformator ein hoher Wirkungsgrad. Eine weitere Anforderung ist die nach einem geringen Oberschwingungsgehalt im Magnetisierungsstrom, da die Oberschwingungen Spannungsabfälle über den vorgeschalteten Leitungen und Transformatoren hervorrufen und damit die geforderte Sinusförmigkeit der Versorgungsspannung stören.

Die starkstromtechnische Messtechnik bedient sich des Transformatorprinzips, um Ströme und Spannungen unter galvanischer Trennung vom Messobjekt auf bequem handhabbare und einheitliche Werte zu transformieren. Der Transformator arbeitet in diesem Fall als *Stromwandler* bzw. *Spannungswandler*.

1.2

Wirkungsweise und Betriebsverhalten des Einphasentransformators

1.2.1

Prinzipielle Ausführungsformen

Der Einphasentransformator verbindet zwei Spannungsebenen eines Einphasensystems. Er besteht aus zwei Wicklungen und einem magnetischen Kreis. Bild 1.2.1 zeigt die Prinzipianordnung des Einphasentransformators. Die beiden Wicklungen

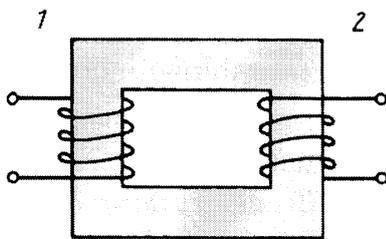


Bild 1.2.1 Prinzipanordnung des Einphasentransformators

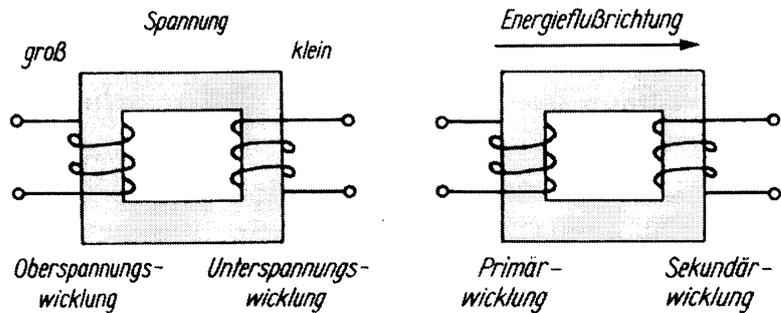


Bild 1.2.2 Zusammenstellung der Wicklungsbezeichnungen von Einphasentransformatoren

sind vereinbarungsgemäß (s. Abschn. 0.3) rechtswendig angenommen worden. Sie tragen die allgemeinen Bezeichnungen 1 und 2. Bei ausgeführten Transformatoren werden sie hinsichtlich des Spannungsniveaus als Ober- und Unterspannungswicklung angesprochen. Wenn die Energieflussrichtung festliegt, ist außerdem eine Unterscheidung nach Eingangswicklung (Primärwicklung) und Ausgangswicklung (Sekundärwicklung) möglich, wobei die Energie von der Eingangs- zur Ausgangswicklung fließt. Die Wicklungsbezeichnungen sind im Bild 1.2.2 zusammengestellt. Wenn in den weiteren Betrachtungen spezielle Anordnungen untersucht werden, wird i. Allg. die Seite 1 als Oberspannungs- und Eingangswicklung angenommen.

Der magnetische Kreis besteht aus *Schenkeln*, auf denen die Wicklungen sitzen, und aus *Jochen*, die die Schenkel verbinden. Abschnitte des magnetischen Kreises, die keine Wicklungen tragen, aber parallel zu den wicklungstragenden liegen, werden i. Allg. ebenfalls als Schenkel bezeichnet.

Die Prinzipanordnung des Einphasentransformators nach Bild 1.2.1 bleibt auch dann noch übersichtlich, wenn die positiven Zählrichtungen der einzelnen Größen angegeben und die Verbindungen mit der äußeren Schaltung hergestellt werden. Sie liegt deshalb der im Folgenden durchzuführenden Analyse zugrunde. Bei ausgeführten Transformatoren ist es erforderlich, die Wicklungen nahe aneinander zu rücken. Das geschieht im einfachsten Fall dadurch, dass sie als konzentrische Zylinder auf einem Schenkel des magnetischen Kreises sitzen. Unter diesem Gesichtspunkt entsteht aus Bild 1.2.1 der *Einphasen-Kerntransformator* nach Bild 1.2.3a. Um weniger Material für die Wicklungen aufwenden zu müssen, verteilt man in diesem Fall beide Wicklungen gewöhnlich auf beide Schenkel, wie im Bild 1.2.3b gezeigt ist, und verkürzt dadurch die mittlere Windungslänge. Der *Einphasen-Manteltransformator* nach Bild 1.2.3c hat einen Mittelschenkel, der die Wicklungen trägt, und zwei Außenschenkel mit etwa halbem Querschnitt, die unbewickelt sind und die Wicklungen ummanteln.

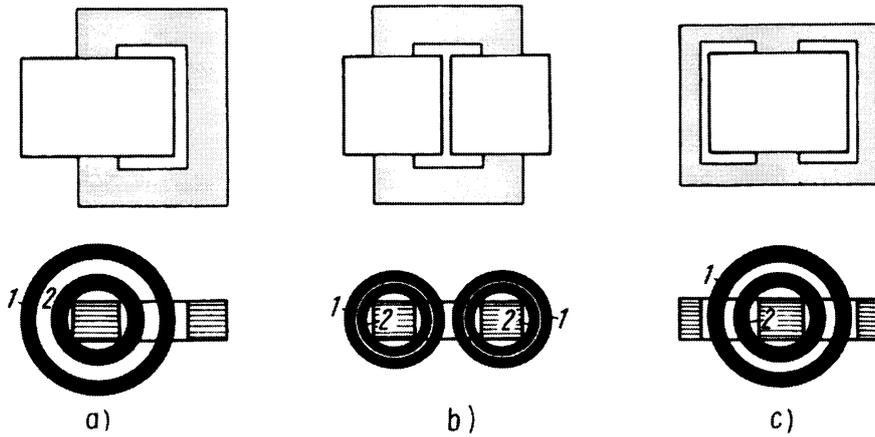


Bild 1.2.3 Einphasentransformatoren.
 a) Mögliche Form des Einphasen-Kerntransformators;
 b) übliche Form des Einphasen-Kerntransformators;
 c) Einphasen-Manteltransformator

1.2.2

Wirkungsweise

1.2.2.1 Festlegung der positiven Zählrichtungen

Im Bild 1.2.4 ist die Prinzipanordnung des Einphasentransformators nach Bild 1.2.1 mit Zählpfeilen versehen worden. Diese Zählpfeilzuordnung entsteht auf dem im Folgenden dargelegten Weg.

Ausgehend von der Klemmenspannung über der Wicklung 1 ist entsprechend Abschnitt 0.3. der Strom durch die Wicklung 1 im gleichen Sinn positiv zu zählen. Damit liegt auch die positive Zählrichtung für den Strom durch die Wicklung 2 fest, da beide Wicklungen nach Abschnitt 0.4 bei positiven Strömen im gleichen Sinn magnetisieren sollen. Schließlich erhält man die positive Zählrichtung für die Klemmenspannung über der Wicklung 2 wiederum aus der Forderung, dass sie im gleichen Sinn positiv zu zählen ist wie der Strom durch diese Wicklung. Es sei nochmals daran erinnert, dass der Zählpfeil der vereinbarungsgemäß rechtswendigen Spulen sowohl für den Strom durch die Spule als auch für die, entsprechend dem innerhalb der Spule in gleicher Richtung verlaufenden Umlaufzähl Sinn positiv zu zählende, induzierte Spannung gilt und ebenso für die Flussverkettung der Spule bzw. den Fluss im Abschnitt des magnetischen Kreises innerhalb der Spule. Außerdem bewirkt diese Vereinbarung, dass ein positiver Strom auch einen positiven Beitrag zur magnetischen Umlaufspannung

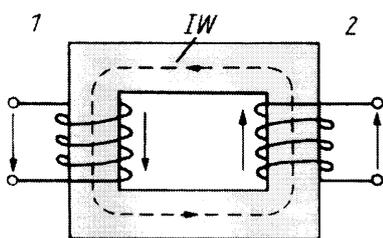


Bild 1.2.4 Festlegung der positiven Zählrichtungen für den Einphasentransformator.
 IW = Integrationsweg zur Ermittlung einer Beziehung zwischen den Strömen über das Durchflutungsgesetz

für einen Integrationsweg IW liefert, der in Richtung der Zählpfeile durch die Spulen verläuft.

1.2.2.2 Wirkungsweise des idealen Transformators

a) Kennzeichen des idealen Transformators

Der ideale Transformator besitzt folgende auf die Eigenschaften der verwendeten Werkstoffe bezogene Kennzeichen:

- Permeabilität des magnetischen Kreises $\mu_{\text{Fe}} = \infty$
- elektrische Leitfähigkeit des magnetischen Kreises $\kappa_{\text{Fe}} = 0$
- Permeabilität der umgebenden Luft $\mu_{\text{Luft}} = 0$
- elektrische Leitfähigkeit des Wicklungsmaterials $\kappa_{\text{W}} = \infty$.

Mit $\mu_{\text{Fe}} = \infty$ wird die magnetische Feldstärke überall im magnetischen Kreis Null, unabhängig von der Höhe der in den einzelnen Punkten herrschenden Induktion. Dabei ist natürlich vorausgesetzt, dass im magnetischen Kreis keine Luftspalte vorhanden sind. Wenn die Feldstärke Null ist, existieren keine magnetischen Spannungsabfälle im magnetischen Kreis. Außerdem ist keine Hysterese vorhanden, so dass keine Hystereseverluste auftreten können. Wenn das Material des magnetischen Kreises die Eigenschaft $\kappa_{\text{Fe}} = 0$ aufweist, können im magnetischen Kreis keine Wirbelströme fließen und damit keine Wirbelstromverluste entstehen. Durch $\mu_{\text{Luft}} = 0$ wird vermieden, dass außerhalb des magnetischen Kreises endliche Induktionswerte auftreten. Mit $\kappa_{\text{W}} = \infty$ verschwinden die Wicklungswiderstände und damit auch die ohmschen Spannungsabfälle und die Wicklungsverluste. Da im idealen Transformator – wie bereits festgestellt wurde – auch keine Ummagnetisierungsverluste (= Hystereseverluste + Wirbelstromverluste) auftreten, arbeitet er demnach verlustlos.

b) Aussagen der Grundgesetze

Die Spannungsgleichungen der beiden Wicklungen gehorchen der allgemeinen Gleichung (0.4.23). Dabei verschwinden für den idealen Transformator wegen $\kappa_{\text{W}} = \infty$ die ohmschen Spannungsabfälle, und man erhält

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= -e_1 = \frac{d\Psi_1}{dt} \\ u_2 &= -e_2 = \frac{d\Psi_2}{dt} \end{aligned} \right\}. \quad (1.2.1)$$

Wegen $\mu_{\text{Luft}} = 0$ ist die Induktion außerhalb des magnetischen Kreises überall null, so dass sich ein Feldlinienverlauf ergibt, wie er prinzipiell im Bild 1.2.5 dargestellt ist. Damit werden sämtliche w_1 Windungen der Wicklung 1 vom gleichen Fluss Φ_1 und sämtliche w_2 Windungen der Wicklung 2 vom gleichen Fluss Φ_2 durchsetzt. Außerdem

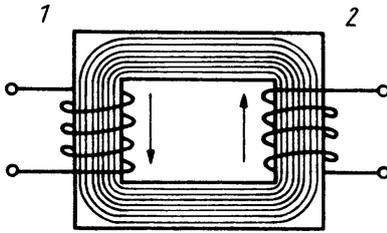


Bild 1.2.5 Prinzipieller Verlauf der Feldlinien des magnetischen Felds im idealen Transformator

folgt mit der getroffenen Festlegung der positiven Zählrichtungen nach Bild 1.2.4 aus der Quellenfreiheit des magnetischen Felds

$$\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi. \quad (1.2.2)$$

Damit erhält man für die Flussverkettungen der beiden Wicklungen

$$\left. \begin{aligned} \Psi_1 &= w_1 \Phi \\ \Psi_2 &= w_2 \Phi \end{aligned} \right\}. \quad (1.2.3)$$

Wegen $\mu_{\text{Fe}} = \infty$ folgt mit $H_{\text{Fe}} = 0$ für einen Integrationsweg, der innerhalb des magnetischen Kreises verläuft, $\oint \mathbf{H}_{\text{Fe}} \cdot d\mathbf{s} = 0$. Da außerdem wegen $\kappa_{\text{Fe}} = 0$ keine Wirbelströme fließen, macht das Durchflutungsgesetz entsprechend (0.4.12) für einen Integrationsweg IW, der durch beide Wicklungen verläuft (s. Bild 1.2.4), mit (0.4.10) und (0.4.11) die Aussage

$$i_1 w_1 + i_2 w_2 = 0. \quad (1.2.4)$$

Die Gleichungen (1.2.1), (1.2.3) und (1.2.4) beschreiben das Verhalten des idealen Transformators. Sie stellen ein lineares Gleichungssystem dar. Wenn also durch die äußeren Betriebsbedingungen zeitlich sinusförmige Größen vorgegeben sind (z. B. u_1 als Spannung des starren Netzes 1), werden auch alle anderen Größen zeitlich sinusförmig. In diesem Fall empfiehlt es sich, zur komplexen Darstellung überzugehen. Man erhält mit den Regeln, die im Abschnitt 0.5 zusammengestellt wurden,

$$\boxed{\begin{aligned} \underline{u}_1 &= -\underline{e}_1 = j\omega \underline{\Psi}_1 = j\omega w_1 \underline{\Phi} \\ \underline{u}_2 &= -\underline{e}_2 = j\omega \underline{\Psi}_2 = j\omega w_2 \underline{\Phi} \\ \underline{i}_1 w_1 + \underline{i}_2 w_2 &= 0 \end{aligned}}. \quad (1.2.5)$$

Aus den ersten beiden Gleichungen (1.2.5) folgt

$$\frac{\underline{u}_1}{\underline{u}_2} = \frac{w_1}{w_2} \quad (1.2.6)$$

und daraus

$$\boxed{\frac{\underline{u}_1}{\underline{u}_2} = \frac{U_1}{U_2} e^{j(\varphi_{u1} - \varphi_{u2})} = \frac{w_1}{w_2} \rightarrow \begin{cases} \frac{U_1}{U_2} = \frac{w_1}{w_2} \\ \varphi_{u1} = \varphi_{u2} \end{cases}}. \quad (1.2.7)$$

Die Spannungen verhalten sich sowohl hinsichtlich ihrer Augenblickswerte als auch ihrer Amplituden bzw. Effektivwerte wie die Windungszahlen; zwischen den Spannungen besteht keine Phasenverschiebung. Das ist die *Eigenschaft der Spannungstransformation* des Transformators. Das Verhältnis der Windungszahlen wird als *Übersetzungsverhältnis* \ddot{u} bezeichnet:

$$\ddot{u} = \frac{w_1}{w_2}. \quad (1.2.8)$$

Aus den ersten beiden Gleichungen (1.2.5) erhält man außerdem die Aussage

$$\underline{\Phi} = \frac{\underline{u}_1}{j\omega w_1} = \frac{\underline{u}_2}{j\omega w_2}. \quad (1.2.9)$$

Wenn eine der beiden Spannungen gegeben ist, diktiert sie Betrag (d.h. Amplitude) und Phasenlage des Flusses. Für den Betrag gilt dabei

$$\hat{\Phi} = \frac{\sqrt{2} U_1}{\omega w_1} = \frac{\sqrt{2} U_1}{2\pi f w_1} = \frac{\sqrt{2} U_2}{2\pi f w_2} \quad (1.2.10)$$

und für den Phasenwinkel

$$\varphi_{\Phi} = \varphi_{u_1} - \frac{\pi}{2} = \varphi_{u_2} - \frac{\pi}{2} = \varphi_{e_1} + \frac{\pi}{2} = \varphi_{e_2} + \frac{\pi}{2}. \quad (1.2.11)$$

Die relative Phasenlage von \underline{u}_1 , \underline{e}_1 und $\underline{\Phi}$ zeigt Bild 1.2.6. Für die Flussverkettungen folgt aus den ersten beiden Gleichungen (1.2.5)

$$\frac{\underline{\Psi}_1}{\underline{\Psi}_2} = \frac{w_1}{w_2}. \quad (1.2.12)$$

Die dritte Gleichung (1.2.5) liefert als Beziehung zwischen den Strömen

$$\frac{\dot{i}_1}{\dot{i}_2} = \frac{I_1}{I_2} e^{j(\varphi_{i1} - \varphi_{i2})} = -\frac{w_2}{w_1} \rightarrow \begin{cases} \frac{I_1}{I_2} = \frac{w_2}{w_1} \\ \varphi_{i2} = \varphi_{i1} + \pi \end{cases}. \quad (1.2.13)$$

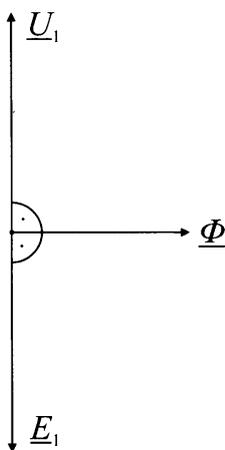


Bild 1.2.6 Zeigerbild der Größen \underline{U}_1 , \underline{E}_1 und $\underline{\Phi}$ des idealen Transformators

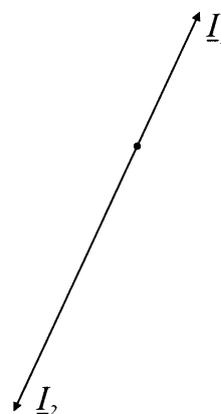


Bild 1.2.7 Zeigerbild der Ströme des idealen Transformators mit $w_1/w_2 = 2$

Die Ströme verhalten sich hinsichtlich der Amplituden bzw. Effektivwerte umgekehrt wie die Windungszahlen, wobei zwischen ihnen eine Phasenverschiebung von 180° besteht (Bild 1.2.7). Das ist die *Eigenschaft der Stromtransformation* des Transformators.

c) Leerlauf des idealen Transformators

Im sog. *Leerlauf* liegt der Transformator entsprechend Bild 1.2.8 mit der Seite 1 an einem Netz starrer Spannung \underline{u}_1 , während die Seite 2 offen ist. Die Betriebsbedingungen formulieren sich demnach als

$$\left. \begin{array}{l} \underline{u}_1 = \underline{u}_1 \\ \underline{i}_2 = 0 \end{array} \right\} \quad (1.2.14)$$

Daraus folgt entsprechend (1.2.5)

$$\underline{u}_2 = -\underline{e}_2 = \frac{w_2}{w_1} \underline{u}_1 = -\frac{w_2}{w_1} \underline{e}_1 = j\omega w_2 \underline{\Phi} \quad (1.2.15)$$

$$\underline{i}_1 = 0. \quad (1.2.16)$$

Die Aussagen von (1.2.15) waren nach den unter b) angestellten Überlegungen zu erwarten. (1.2.16) bringt zum Ausdruck, dass kein Leerlaufstrom fließt. Diese zunächst überraschende Erscheinung ist durch die Annahme $\mu_{\text{Fe}} = \infty$ bedingt, denn damit wird zum Aufbau des Felds wegen $H_{\text{Fe}} = 0$ keine Durchflutung benötigt. Im Bild 1.2.9 ist das Zeigerbild sämtlicher interessierenden Größen des leerlaufenden idealen Transformators für $w_1/w_2 = 2$ dargestellt.

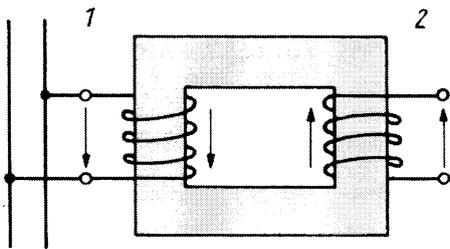


Bild 1.2.8 Prinzipschaltbild des leerlaufenden Transformators

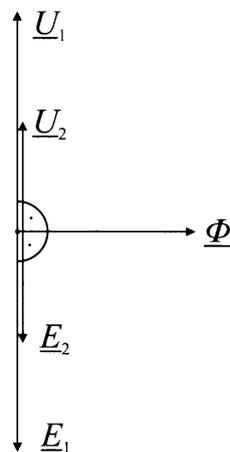


Bild 1.2.9 Zeigerbild der Spannungen und des Flusses des leerlaufenden idealen Transformators mit $w_1/w_2 = 2$

d) Belastung des idealen Transformators

Aus dem Prinzipschaltbild des an der starren Spannung \underline{u}_1 arbeitenden belasteten Transformators nach Bild 1.2.10 lassen sich folgende Betriebsbedingungen ent-

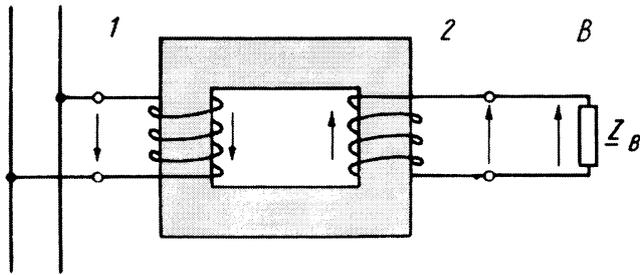


Bild 1.2.10 Prinzipschaltbild des belasteten Transformators; \underline{Z}_B komplexer Widerstand des Belastungszweigpols B

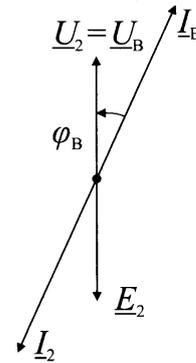


Bild 1.2.11 Zeigerbild der Ströme und Spannungen im Stromkreis der Wicklung 2 und des Belastungszweigpols B für $\underline{Z}_B = R_B + jX_B$

nehmen:

$$\left. \begin{array}{l} \underline{u}_1 = \underline{u}_1 \\ \underline{u}_B = \underline{u}_2 \\ \underline{i}_B = -\underline{i}_2 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \underline{u}_B \\ \underline{i}_B \end{array} \right\} = \underline{Z}_B \quad (1.2.17)$$

Der Belastungszweigpol und die Wicklung 2 bilden einen geschlossenen Stromkreis. In diesem Stromkreis induziert der Fluss Φ , der durch den magnetischen Kreis tritt, die Spannung e_2 , die einen Strom i_2 bzw. i_B antreibt. Dabei liefern die Ströme und Spannungen dieses Stromkreises entsprechend den allgemeinen Gleichungen (1.2.5) des idealen Transformators und den speziellen Betriebsbedingungen nach (1.2.17) für einen ohmsch-induktiven Belastungszweigpol das Zeigerbild nach Bild 1.2.11. Da die Ströme i_2 und i_B nach der allgemeinen Vereinbarung im Abschnitt 0.3 so positiv gezählt worden sind, dass sie der gleichen Spannung $u_2 = u_B$ zugeordnet sind, erscheinen entsprechend der Trivialaussage $i_B = -i_2$ des Knotenpunktsatzes zwei Stromzeiger. Man beachte jedoch die aufgrund der sauberen Vorzeichenfestlegung hinsichtlich des Leistungsflusses verlässlichen Aussagen: Es ist $\text{Re}\{\underline{U}_B \underline{I}_B^*\} > 0$, aber $\text{Re}\{\underline{U}_2 \underline{I}_2^*\} < 0$. Auf die Beziehung zwischen den Spannungen sowie auf Größe und Phasenlage des Flusses hat die Belastung keinen Einfluss. Aus den ersten beiden Gleichungen (1.2.5) folgt nach wie vor

$$\underline{u}_2 = \frac{w_2}{w_1} \underline{u}_1 = j\omega w_2 \Phi \quad (1.2.18)$$

Damit $i_1 w_1 + i_2 w_2 = \Theta = 0$ erfüllt bleibt, muss mit dem Strom i_2 auch ein Strom i_1 fließen, der die Durchflutung Θ wieder zu Null macht. Das ist der Fall für

$$\underline{i}_1 = -\frac{w_2}{w_1} \underline{i}_2 \quad (1.2.19)$$

Der Mechanismus, der das Fließen des Stroms i_1 veranlasst, lässt sich für den betrachteten Extremfall $\mu_{Fe} = \infty$ weniger gut verfolgen als unter realen Bedingungen. Es ist

deshalb zu empfehlen, dass man sich diesen Mechanismus nach der Behandlung des hinsichtlich der Ströme nicht mehr idealen Transformators im Abschnitt 1.2.2.5 als Grenzübergang mit $\mu_{\text{Fe}} \rightarrow \infty$ nochmals vor Augen hält. Eine unmittelbare Erklärung muss von der Überlegung ausgehen, dass bei $\mu_{\text{Fe}} = \infty$ endliche Werte des Flusses nur existieren können, solange $\underline{\Theta} = 0$ ist. Jede Abweichung von $\underline{\Theta} = 0$ hätte einen über alle Grenzen anwachsenden Fluss zur Folge, dessen induzierte Spannung \underline{e}_1 nicht mehr mit der starren Spannung \underline{u}_1 im Gleichgewicht stehen kann. Dadurch wird ein Strom \underline{i}_1 angetrieben, der so lange wächst, bis das Durchflutungsgleichgewicht wiederhergestellt ist.

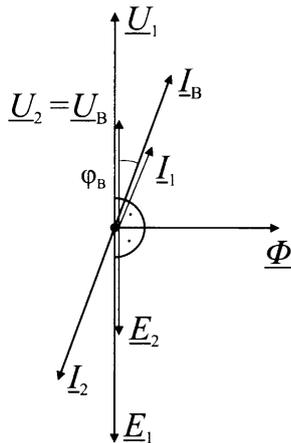


Bild 1.2.12 Vollständiges Zeigerbild des belasteten idealen Transformators mit $w_1/w_2 = 2$, der auf der Seite 1 an einem starren Netz liegt und dessen Seite 2 auf einen Belastungszweipol $\underline{Z}_B = R_B + jX_B$ arbeitet

Das vollständige Zeigerbild der Ströme und Spannungen sowie des Flusses $\underline{\Phi}$ als optische Interpretation von (1.2.18) und (1.2.19) sowie der Betriebsbedingungen (1.2.17) ist im Bild 1.2.12 für eine ohmsch-induktive Belastung dargestellt. Dabei wurden die gleichen Verhältnisse im Belastungskreis angenommen wie für Bild 1.2.11 und das gleiche Übersetzungsverhältnis gewählt wie für Bild 1.2.9. Der Transformator nimmt auf der Seite 1 die Leistung

$$P_1 = \operatorname{Re}\{\underline{U}_1 \underline{I}_1^*\} \quad (1.2.20)$$

auf. Aus (1.2.20) folgt mit \underline{u}_2 nach (1.2.18) und \underline{i}_2 nach (1.2.19) sowie \underline{u}_B und \underline{i}_B entsprechend den Betriebsbedingungen nach (1.2.17)

$$\begin{aligned} P_1 &= \operatorname{Re}\{\underline{U}_1 \underline{I}_1^*\} = -\operatorname{Re}\left\{\frac{w_1}{w_2} \underline{U}_2 \frac{w_2}{w_1} \underline{I}_2^*\right\} \\ &= -\operatorname{Re}\{\underline{U}_2 \underline{I}_2^*\} = -P_2 = \operatorname{Re}\{\underline{U}_B \underline{I}_B^*\} = P_B. \end{aligned} \quad (1.2.21)$$

In dieser Aussage äußert sich die eigentliche *Idee des Transformators*: Es wird eine Leistung verlustlos von dem an der Seite 1 angeschlossenen Netz 1 in den an der Seite 2 angeschlossenen Zweipol B transportiert, wobei sich das Spannungsniveau entsprechend $U_2 = U_1 w_2/w_1$ ändert.

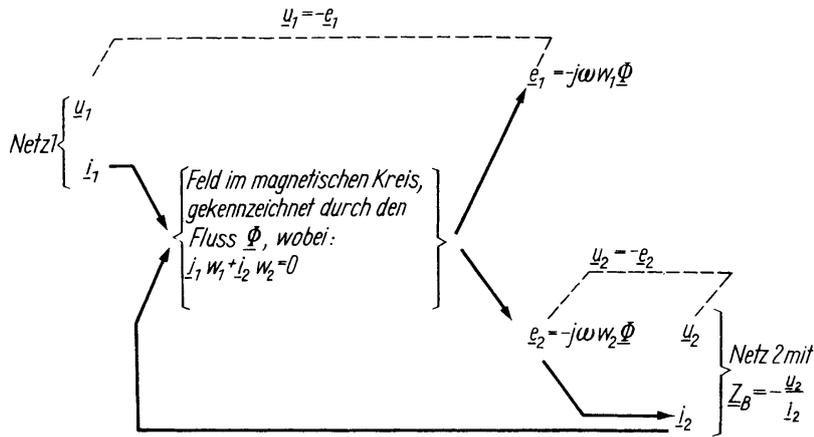


Bild 1.2.13 Wirkungsschema des physikalischen Mechanismus eines idealen Transformators, der auf der Seite 1 an einem starren Netz liegt und dessen Seite 2 auf einen Belastungszweigpol \underline{Z}_B arbeitet

e) Wirkungsschema des physikalischen Mechanismus

Der physikalische Mechanismus des entsprechend den Gleichungen (1.2.17) betriebenen idealen Transformators, wie er im vorliegenden Abschnitt behandelt wurde, lässt sich durch das Wirkungsschema nach Bild 1.2.13 darstellen.

f) Einführung transformierter Größen der Seite 2

Wenn w_1/w_2 klein gegenüber dem Wert 1 oder groß gegenüber 1 ist, ergeben sich bei der Aufzeichnung des Zeigerbilds nach Bild 1.2.12 Darstellungsschwierigkeiten. Diese Schwierigkeiten sollen zum Anlass genommen werden, eine Transformation der Größen g_2 der Seite 2 vorzunehmen, so dass die Darstellung unabhängig vom Übersetzungsverhältnis wird. Wie die nachstehenden Betrachtungen zeigen werden, ist das der Fall, wenn folgende transformierte Größen g'_2 definiert werden:

$$\left. \begin{aligned} u'_2 &= \frac{w_1}{w_2} u_2 \\ i'_2 &= \frac{w_2}{w_1} i_2 \end{aligned} \right\} . \quad (1.2.22)$$

Später wird sich herausstellen, dass diese Transformation Vorteile bietet, die weit über die Behebung von Darstellungsschwierigkeiten hinausgehen. Aus (1.2.22) folgt zunächst als wichtigste Eigenschaft der Transformation

$$u'_2 i'_2 = \frac{w_1}{w_2} u_2 \frac{w_2}{w_1} i_2 = u_2 i_2 ,$$

d.h. die Leistung ist ihr gegenüber invariant. Es ist demnach gleichgültig, ob eine benötigte Leistung auf der Seite 2 aus den Originalgrößen oder ob sie aus den transformierten Größen ermittelt wird.

Durch Einführen der transformierten Größen gehen die ersten beiden Gleichungen (1.2.5) über in

$$\left. \begin{aligned} \underline{u}_1 &= j\omega \underline{\Psi}_1 = j\omega w_1 \underline{\Phi} \\ \underline{u}'_2 &= j\omega \frac{w_1}{w_2} \underline{\Psi}_2 = j\omega w_1 \underline{\Phi} \end{aligned} \right\} . \quad (1.2.23)$$

Daraus erhält man als Beziehung zwischen den Spannungen \underline{u}_1 und \underline{u}'_2 des idealen Transformators

$$\underline{u}_1 = \underline{u}'_2$$

oder

$$\underline{u}_1 - \underline{u}'_2 = 0. \quad (1.2.24)$$

Aus der zweiten Gleichung (1.2.23) folgt durch Einführen einer transformierten Flussverkettung

$$\Psi'_2 = \frac{w_1}{w_2} \Psi_2 \text{ bzw. } \underline{\Psi}'_2 = \frac{w_1}{w_2} \underline{\Psi}_2 \quad (1.2.25)$$

als Beziehung zwischen den Flussverkettungen des idealen Transformators

$$\underline{\Psi}_1 = \underline{\Psi}'_2$$

oder

$$\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2 = 0. \quad (1.2.26)$$

Schließlich geht die dritte Gleichung (1.2.5) durch Einführen von i'_2 nach (1.2.22) über in die Beziehung zwischen den Strömen des idealen Transformators

$$\underline{i}_1 + \underline{i}'_2 = 0. \quad (1.2.27)$$

Bei Belastung mit einem komplexen Widerstand \underline{Z}_B nach Bild 1.2.10 gilt entsprechend den Betriebsbedingungen nach (1.2.17)

$$\frac{\underline{u}_2}{\underline{i}_2} = -\frac{\underline{u}_B}{\underline{i}_B} = -\underline{Z}_B. \quad (1.2.28)$$

Im Bereich der transformierten Größen der Seite 2 erhält man aus (1.2.28)

$$\frac{\underline{u}'_2}{\underline{i}'_2} = -\frac{\underline{u}'_B}{\underline{i}'_B} = -\left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 \underline{Z}_B = -\underline{Z}'_B, \quad (1.2.29)$$

wobei $\underline{u}'_B = (w_1/w_2)\underline{u}_B$ und $\underline{i}'_B = (w_2/w_1)\underline{i}_B$ so eingeführt wurden, dass $\underline{u}'_B = \underline{u}'_2$ und $\underline{i}'_B = -\underline{i}'_2$ ist.

Das dem Bild 1.2.12 entsprechende Zeigerbild des idealen Transformators, dessen Seite 1 an der starren Spannung \underline{u}_1 liegt und der auf der Seite 2 durch einen ohmsch-induktiven Belastungszweipol belastet ist, zeigt Bild 1.2.14. Dieses Zeigerbild ist offensichtlich übersichtlicher als das nach Bild 1.2.12 und darüber hinaus unabhängig vom Übersetzungsverhältnis.

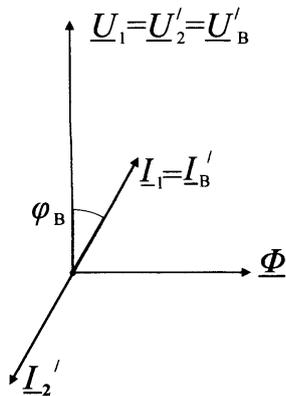


Bild 1.2.14 Vollständiges Zeigerbild des belasteten idealen Transformators, der auf der Seite 1 an einem starren Netz liegt und dessen Seite 2 auf einen Belastungszweipol $\underline{Z}_B = R_B + jX_B$ arbeitet, unter Einführung transformierter Größen der Seite 2

1.2.2.3 Abweichungen des realen Transformators vom idealen Transformator

a) Ursachen der Abweichungen

Die Kennzeichen des idealen Transformators wurden eingangs des Abschnitts 1.2.2.2a) zusammengestellt. Sie rufen das bisher behandelte ideale Verhalten des Transformators hervor, das durch (1.2.24), (1.2.26) und (1.2.27) beschrieben wird. Es soll nun zunächst ganz allgemein untersucht werden, welcher Art die Abweichungen von diesem idealen Verhalten prinzipiell sind, wenn der Transformator reale Eigenschaften besitzt.

Da der Transformator dann wegen der realen Eiseneigenschaften ein nichtlineares Gebilde darstellt, treten auch beim Betrieb an einem Netz sinusförmiger Spannung Oberschwingungserscheinungen auf. Es kann deshalb nicht mehr von vornherein zur komplexen Darstellung übergegangen, sondern es muss mit Augenblickswerten gearbeitet werden. Für die Beziehungen zwischen den Augenblickswerten der Spannungen, Flussverkettungen und Ströme des idealen Transformators erhält man nach Einführen der durch (1.2.22) und (1.2.25) definierten transformierten Größen der Seite 2 ausgehend von (1.2.1) bis (1.2.4) die den Gleichungen (1.2.24) (1.2.26) und (1.2.27) entsprechenden Beziehungen

$$\begin{cases} u_1 - u'_2 = 0 \\ \Psi_1 - \Psi'_2 = 0 \\ i_1 + i'_2 = 0 \end{cases} \quad (1.2.30)$$

Mit $\mu_{\text{Fe}} \neq \infty$, d.h. bei endlicher Permeabilität des Eisens, wird $H_{\text{Fe}} \neq 0$ und damit

$$\oint \mathbf{H}_{\text{Fe}} \cdot d\mathbf{s} = i_1 w_1 + i_2 w_2 \neq 0,$$

so dass für die Beziehung zwischen den Strömen i_1 und i'_2 gilt

$$i_1 + i'_2 \neq 0.$$

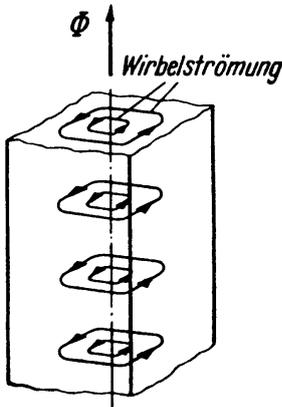


Bild 1.2.15 Wirbelströmung im magnetischen Kreis bei $\kappa_{\text{Fe}} \neq 0$

Dabei ist die Abweichung von null, wie ein Vergleich mit (1.2.30) zeigt, ein Maß für die hinsichtlich der Ströme bestehende Abweichung des Verhaltens eines vorliegenden realen Transformators von dem eines idealen. Da der Zusammenhang zwischen der Induktion B und der magnetischen Feldstärke H des realen Transformators durch eine Hystereseschleife gegeben ist, entstehen *Hystereseverluste*, die einen Teil der gesamten *Ummagnetisierungsverluste* darstellen. Außerdem muss wegen dieser Nichtlinearität mit dem Auftreten von Oberschwingungserscheinungen gerechnet werden.

Mit $\kappa_{\text{Fe}} \neq 0$, d.h. mit endlicher elektrischer Leitfähigkeit des Eisens im magnetischen Kreis, wirkt dieser wie eine Kurzschlusswindung. In dieser Kurzschlusswindung treiben die vom magnetischen Wechselfeld des magnetischen Kreises induzierten Spannungen Kurzschlussströme an, die wegen ihres wirbelartigen Verlaufs im Eisen als *Wirbelströme* bezeichnet werden (Bild 1.2.15). Mit der ‚Kurzschlusswindung‘, die der magnetische Kreis darstellt, hat sich die Zahl der miteinander verketteten elektrischen Kreise auf 3 erhöht. Bei der quantitativen Einbeziehung der Wirbelströme in die Analyse muss deshalb eigentlich ein Dreiwicklungssystem untersucht werden. Die Verluste der Wirbelströme im Material des magnetischen Kreises werden als *Wirbelstromverluste* bezeichnet. Sie bilden den zweiten Teil der Ummagnetisierungsverluste. Um diese klein zu halten, wird der magnetische Kreis als Blechpaket aus gegeneinander isolierten Blechen ausgeführt (s. Abschnitt 1.2.2.5).

Mit $\mu_{\text{Luft}} \neq 0$, d.h. mit endlicher Permeabilität der Luft ($\mu_{\text{Luft}} = \mu_0$), kann sich das magnetische Feld nicht nur im vorgegebenen magnetischen Kreis, sondern auch im umgebenden Luftraum ausbilden. Dadurch entstehen Wirbel des magnetischen Felds, die nur mit einem Teil der Windungen der elektrischen Kreise (Spulen) verkettet sind. Für die reale Wicklungsausführung als Zylinderwicklung, wie sie auch im Bild 1.2.3a dargestellt wurde, ergibt sich dann ein Feldlinienverlauf der Art nach Bild 1.2.16. Man erkennt, dass die beiden Wicklungen jetzt von unterschiedlichen Flüssen durchsetzt werden. Es ist $\Phi_2 \neq \Phi_1$ und damit $\Psi_1/\Psi_2 \neq w_1/w_2$ bzw. mit Einführung von Ψ'_2 nach (1.2.25)

$$\Psi_1 - \Psi'_2 \neq 0. \quad (1.2.31)$$

Zwischen den beiden Wicklungen existiert eine *Streuung*; sie sind nicht mehr vollständig miteinander gekoppelt.

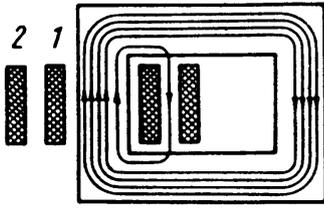


Bild 1.2.16 Magnetisches Feld des belasteten Transformators bei $\mu_{\text{Luft}} \neq 0$

Mit $\kappa_w \neq \infty$, d.h. mit endlicher elektrischer Leitfähigkeit der Wicklungen, weisen diese endliche Wicklungswiderstände auf. Dadurch treten in den Wicklungen ohmsche Spannungsabfälle $R_1 i_1$ und $R_2 i_2$ auf. Dem entspricht in Bezug auf den Energieumsatz, dass der Transformator *Wicklungsverluste* $R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2$ besitzt.

Die ohmschen Spannungsabfälle $R_1 i_1$ und $R_2 i_2$ einerseits und die Streuung des Transformators andererseits bewirken, dass

$$u_1 - u'_2 \neq 0 \tag{1.2.32}$$

wird. Dabei ist die Abweichung von null – wie ein Vergleich mit (1.2.30) zeigt – ein Maß für die hinsichtlich der Spannungen bestehende Abweichung des Verhaltens eines betrachteten realen Transformators von dem eines idealen.

Die Einflüsse der realen Eigenschaften der zum Bau eines Transformators verwendeten Werkstoffe auf die Abweichungen seines Betriebsverhaltens von dem eines idealen Transformators sind in Tabelle 1.2.1 nochmals zusammengestellt.

Tabelle 1.2.1 Zusammenstellung der Einflüsse der realen Eigenschaften der Werkstoffe auf die Abweichungen vom idealen Verhalten des Transformators

Reale Eigenschaften der Werkstoffe	Allgemeine Erscheinung	Einfluss auf die Beziehungen zwischen den Strömen und auf die zwischen den Spannungen	Einfluss auf den Leistungsfluss
$\mu_{\text{Fe}} \neq \infty$	Zusammenhang zwischen B und H durch Hystereseschleife gegeben	$i_1 + i'_2 \neq 0$	Hystereseverluste
$\kappa_{\text{Fe}} \neq 0$	Wirbelströme im magnetischen Kreis		Wirbelstromverluste
$\mu_{\text{Luft}} \neq 0$	Streuung zwischen den Wicklungen 1 und 2 $\rightarrow \Psi_1 - \Psi'_2 \neq 0$	$u_1 - u'_2 \neq 0$	Wicklungsverluste
$\kappa_w \neq \infty$	Wicklungswiderstände R_1 und R_2		

b) Allgemeine Gleichungen

Für die beiden Wicklungen gilt entsprechend der allgemeinen Gleichung (0.4.23)

$$\boxed{\begin{aligned} u_1 &= R_1 i_1 + \frac{d\Psi_1}{dt} \\ u_2 &= R_2 i_2 + \frac{d\Psi_2}{dt} \end{aligned}} \quad (1.2.33)$$

Dabei sind Ψ_1 und Ψ_2 die Flussverkettungen der beiden Wicklungen mit dem Feld im magnetischen Kreis und im umgebenden Luftraum. Dieses Feld wird durch gemeinsame Wirkung der beiden Ströme i_1 und i_2 unter Mitwirken der Wirbelströme aufgebaut, die ihrerseits als unmittelbare Folge des Felds entstehen. Um das Feld quantitativ zu ermitteln, müssen die vorliegenden speziellen Randbedingungen und die nichtlinearen Eigenschaften des Eisens berücksichtigt werden. Diese Aufgabe ist i. Allg. nicht geschlossen lösbar. Deshalb lassen sich keine einfachen Beziehungen angeben, die diesen Teil des Mechanismus quantitativ beschreiben.

Wenn die Induktionsverteilung im magnetischen Kreis bekannt ist, erhält man die Durchflutung für den charakteristischen Integrationsweg IW nach Bild 1.2.17 über $\Theta = \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s}$, wobei der nichtlineare Zusammenhang zwischen B und H zu beachten ist. Diese Durchflutung ist andererseits gegeben durch

$$\boxed{\Theta = i_1 w_1 + i_2 w_2 + i_{wb}} \quad (1.2.34)$$

wenn i_{wb} entsprechend Bild 1.2.17 den gesamten innerhalb des Integrationswegs liegenden Wirbelstrom darstellt.

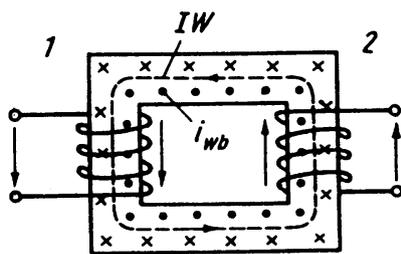


Bild 1.2.17 Zur Einführung des Wirbelstroms i_{wb} bei der Anwendung des Durchflutungsgesetzes auf den magnetischen Kreis des realen Transformators

c) Wirkungsschema des physikalischen Mechanismus

Das Wirkungsschema des physikalischen Mechanismus für einen realen Transformator, dessen Seite 1 an einem starren Netz liegt und dessen Seite 2 auf einen Belastungszweipol arbeitet, zeigt Bild 1.2.18 als Analogon zu Bild 1.2.13.

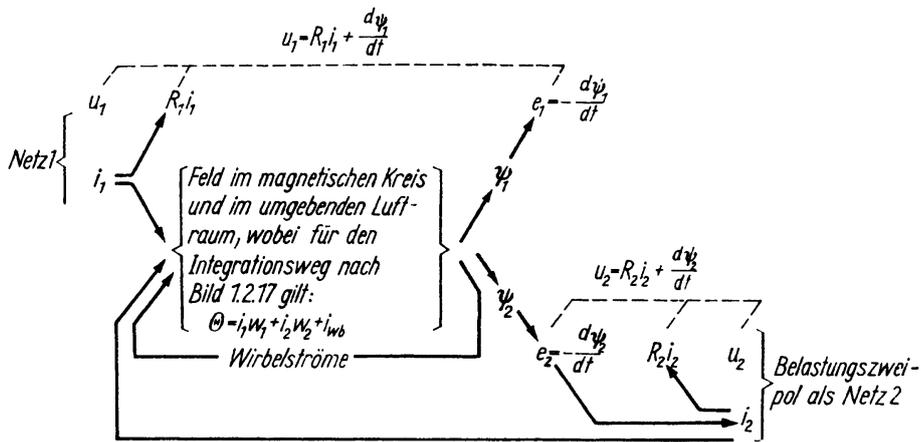


Bild 1.2.18 Wirkungsschema des physikalischen Mechanismus eines realen Transformators, der auf der Seite 1 an einem starren Netz liegt und dessen Seite 2 auf einen Belastungszweigpol B arbeitet

d) Betriebsverhalten

Die Ermittlung des Betriebsverhaltens eines realen Transformators ist unter Berücksichtigung aller Einflüsse sehr schwierig. Deshalb werden im Folgenden zwei Anordnungen betrachtet, für die jeweils noch ein Teil der idealen Eigenschaften aufrechterhalten wird. Diese Anordnungen sind

1. der noch hinsichtlich der Ströme ideale Transformator,
2. der noch hinsichtlich der Spannungen ideale Transformator.

Der reale Transformator verhält sich – je nach speziellem Betriebszustand – näherungsweise wie die eine oder die andere dieser beiden Anordnungen.

1.2.2.4 Wirkungsweise des noch hinsichtlich der Ströme idealen Transformators

a) Kennzeichen

Ein Transformator verhält sich hinsichtlich der Ströme ideal, wenn

$$i_1 w_1 + i_2 w_2 = 0 \text{ bzw. } i_1 + i_2' = 0 \quad (1.2.35)$$

ist. Voraussetzung für ein derartiges Verhalten ist nach Tabelle 1.2.1

$$\mu_{\text{Fe}} = \infty, \quad \kappa_{\text{Fe}} = 0.$$

Diese idealen Werkstoffeigenschaften soll der im Folgenden behandelte Transformator demnach weiterhin besitzen. Demgegenüber werden hinsichtlich der Permeabilität der Luft und der elektrischen Leitfähigkeit der Wicklungen nunmehr reale Verhältnisse vorausgesetzt. Es ist also:

$$\mu_{\text{Luft}} = \mu_0 \neq 0, \quad \kappa_{\text{w}} \neq \infty.$$

Mit $\mu_{\text{luft}} \neq 0$ tritt die Streuung zwischen den beiden Wicklungen in Erscheinung, so dass $\Psi_1 - \Psi_2' \neq 0$ wird. Mit $\kappa_w \neq \infty$ besitzen die beiden Wicklungen endliche Wicklungswiderstände R_1 und R_2 , und es entstehen ohmsche Spannungsabfälle. Beide Einflüsse bewirken (s. auch Tabelle 1.2.1), dass

$$u_1 - u_2' \neq 0$$

wird. Der zu behandelnde Transformator ist also hinsichtlich der Spannungen nicht mehr ideal. Dabei werden sich für die Abweichungen vom idealen Verhalten relativ einfache Beziehungen herleiten lassen, da für die Ströme nach wie vor $i_1 + i_2' = 0$ gilt.

b) Allgemeine Gleichungen

Das zu untersuchende System ist wegen $\mu_{\text{Fe}} = \infty$ und $\mu_{\text{luft}} = \mu_0$ linear. Die allgemeinen Gleichungen können deshalb von vornherein in komplexer Darstellung angegeben werden. Dabei erhält man die Spannungsgleichungen aus (1.2.33), während für die Beziehungen zwischen den Strömen (1.2.35) gilt. Es ist also bei Übergang zur Darstellung der komplexen Wechselstromrechnung

$$\left. \begin{aligned} \underline{u}_1 &= R_1 \underline{i}_1 + j\omega \underline{\Psi}_1 \\ \underline{u}_2 &= R_2 \underline{i}_2 + j\omega \underline{\Psi}_2 \\ \underline{i}_1 w_1 + \underline{i}_2 w_2 &= 0 \end{aligned} \right\} . \quad (1.2.36)$$

Um die Abweichung vom idealen Verhalten hinsichtlich der Spannungen ermitteln zu können, müssen zunächst transformierte Größen der Seite 2 eingeführt werden. Mit den Definitionen nach (1.2.22) und (1.2.25) erhält man aus (1.2.36)

$$\left. \begin{aligned} \underline{u}_1 &= R_1 \underline{i}_1 + j\omega \underline{\Psi}_1 \\ \underline{u}_2' &= R_2' \underline{i}_2' + j\omega \underline{\Psi}_2' \\ \underline{i}_1 + \underline{i}_2' &= 0 \end{aligned} \right\} , \quad (1.2.37)$$

wobei als transformierter Widerstand der Seite 2 eingeführt wurde

$$R_2' = \left(\frac{w_1}{w_2} \right)^2 R_2 . \quad (1.2.38)$$

c) Abweichung vom idealen Verhalten

Aus den ersten beiden Gleichungen (1.2.37) folgt für $(\underline{u}_1 - \underline{u}_2')$ unter Berücksichtigung der dritten Gleichung (1.2.37) unmittelbar

$$(\underline{u}_1 - \underline{u}_2') = (R_1 + R_2') \underline{i}_1 + j\omega (\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}_2') = \underline{u}_r + \underline{u}_\sigma . \quad (1.2.39)$$

Die Differenz zwischen \underline{u}_1 und \underline{u}'_2 hat, wie zu erwarten war, einen endlichen Wert. Sie besteht aus zwei Anteilen, von denen der erste (\underline{u}_r) durch die Wicklungswiderstände bedingt ist und der zweite (\underline{u}_σ) durch die Streuung.

Der erste Anteil $\underline{u}_r = (R_1 + R'_2)i_1$ ist in Phase mit dem Strom i_1 . Er lässt sich durch Einführen eines von der Seite 1 her gesehenen *Gesamtwiderstands*

$$R = R_1 + R'_2$$

formulieren als

$$\underline{u}_r = Ri_1. \quad (1.2.40)$$

Der zweite Anteil $\underline{u}_\sigma = j\omega(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2)$ ist gegenüber der Flussverkettung $(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2)$ um 90° voreilend. Zu dieser Flussverkettung liefert der Fluss $\underline{\Phi}_S$ durch den gemeinsamen Schenkel im Inneren der beiden Wicklungen keinen Beitrag. Das folgt mit Bild 1.2.19a¹⁾ unmittelbar aus

$$(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2)_S = w_1\underline{\Phi}_S - \frac{w_1}{w_2}w_2\underline{\Phi}_S = 0.$$

Die Flussverkettung $(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2)$ besteht demnach nur mit dem Feld im Luftraum. Dieses Feld wird – je nach Lage der betrachteten Feldlinie – von einer bestimmten Kombination der Ströme i_1 und i_2 aufgebaut. Da $i_1 = -(w_2/w_1)i_2$ ist, sind die Induktionswerte

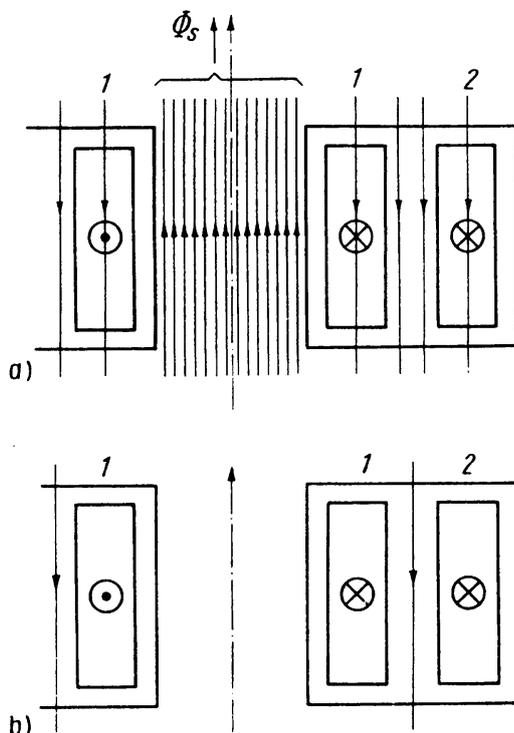


Bild 1.2.19 Zur Bestimmung der Flussverkettung $(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2)$:
 a) hinsichtlich des Beitrags des Schenkelflusses $\underline{\Phi}_S$;
 b) hinsichtlich der Phasenbeziehung zwischen $(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2)$ und i_1

1) Im Bild 1.2.19 wurden die Feldlinien nur im Bereich der Wicklungshöhe dargestellt, da der weitere Verlauf der Wirbel, die zu den im Luftraum verlaufenden Feldlinien gehören, von den speziellen Betriebsbedingungen abhängt.

im Luftraum dem Betrag des Stroms i_1 proportional und hinsichtlich der Phasenlage in Phase oder in Gegenphase zu i_1 . Das Gleiche gilt dann für die Flussverkettung $(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2)$, die man durch Integration der Induktionsverteilung über die Spulenflächen der Wicklungen erhält. Um die Phasenlage zu entscheiden, ist im Bild 1.2.19b ein stark vereinfachtes Luftfeld für den Zeitpunkt mit $i_1 = \hat{i}_1$ bzw. $i_2 = -\hat{i}_2$ dargestellt. Dieses Feld liefert zu Ψ_1 den Beitrag $\Psi_{1\text{luft}} = 0$ und zu Ψ_2 einen Beitrag $\Psi_{2\text{luft}} < 0$, so dass $(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2) > 0$ wird. Demnach sind $(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2)$ und i_1 in Phase. Da außerdem Proportionalität zwischen den Amplituden besteht, lässt sich formulieren

$$\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2 = L_\sigma i_1, \tag{1.2.41}$$

wobei L_σ die von der Seite 1 her gesehene *Gesamtstreuinduktivität* des Transformators darstellt. Die zugeordnete Reaktanz $X_\sigma = \omega L_\sigma$ ist dementsprechend die *Gesamtstreuinduktivität*.

Durch Einführen von (1.2.40) und (1.2.41) geht (1.2.39) für die Abweichung des Verhaltens des behandelten Transformators von dem eines idealen Transformators über in

$$\underline{u}_1 - \underline{u}'_2 = \underline{u}_r + \underline{u}_\sigma = (R + jX_\sigma) i_1. \tag{1.2.42}$$

Im Bild 1.2.20 ist das (1.2.42) zugeordnete Zeigerbild dargestellt. Die Spannung $(\underline{U}_1 - \underline{U}'_2)$ bildet die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Kathete $R I_1$ in Phase mit dem Strom \underline{I}_1 liegt, während die Kathete $jX_\sigma I_1$ darauf senkrecht steht. Dieses Dreieck wird als *Kappsches Dreieck* bezeichnet. Die Katheten und damit sämtliche Seiten des Kappschen Dreiecks sind dem Strom proportional.

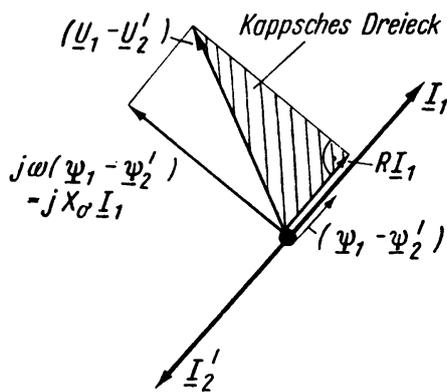


Bild 1.2.20 Zeigerbild von (1.2.42) – das Kappsche Dreieck

d) *Belastung des noch hinsichtlich der Ströme idealen Transformators*

Da sich der Leerlauf des hinsichtlich der Ströme idealen Transformators nicht von dem des idealen Transformators unterscheidet [s. Abschn. 1.2.2.2c)], kann auf seine Behandlung verzichtet und unmittelbar die Belastung betrachtet werden. Dabei soll der Transformator wiederum entsprechend Bild 1.2.10 auf der Seite 1 an einem starren

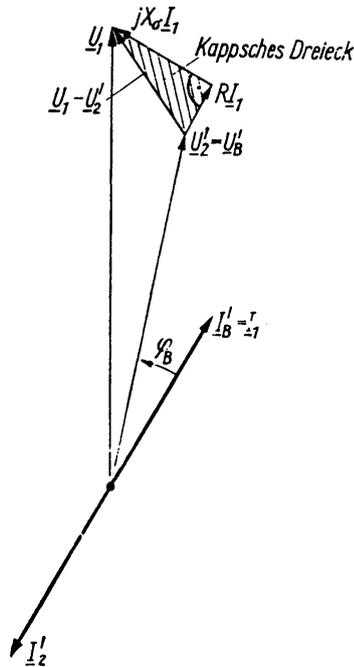


Bild 1.2.21 Vollständiges Zeigerbild des belasteten, noch hinsichtlich der Ströme idealen Transformators, der auf der Seite 1 an einem starren Netz liegt und dessen Seite 2 auf einen Belastungszweipol $\underline{Z}_B = R_B + jX_B$ arbeitet (vgl. Bild 1.2.14)

Netz mit der Spannung \underline{u}_1 liegen und auf der Seite 2 auf einen Belastungszweipol B arbeiten. Die Betriebsbedingungen sind also durch (1.2.17) gegeben.

Ausgehend von der Spannung $\underline{u}_2 = \underline{u}_B$ lassen sich die Ströme $\underline{i}_2 = -\underline{i}_B = -\underline{u}_2/\underline{Z}_B$ unmittelbar angeben (s. auch Zeigerbild 1.2.14). Der Strom \underline{i}_1 ergibt sich wegen der idealen Eigenschaften des magnetischen Kreises zu $\underline{i}_1 = -\underline{i}'_2$ [s. (1.2.35)]. Zwischen \underline{u}_1 und \underline{u}'_2 vermittelt (1.2.42). Zur Entwicklung des Zeigerbilds ist also an \underline{U}'_2 das Kappsche Dreieck nach Bild 1.2.20 so anzusetzen, dass die Kathete $R_1 \underline{I}_1$ in Phase mit dem Strom \underline{I}_1 liegt und die Kathete $jX_\sigma \underline{I}_1$ um 90° voreilt. Im Bild 1.2.21 ist dies für den bisher stets betrachteten Fall geschehen, dass die Belastung ohmsch-induktiv ist. Für \underline{U}'_2 und die Ströme wurden dabei die gleichen Darstellungsverhältnisse gewählt wie im Bild 1.2.14 für den idealen Transformator. Man erkennt, dass jetzt bei gleichem \underline{U}'_2 und damit gleichen Strömen eine größere Spannung \underline{U}_1 benötigt wird, da diese Spannung zusätzlich die inneren Spannungsabfälle des Transformators decken muss. Es ist allerdings zu beachten, dass die Wirkung der Spannungsabfälle auf den Unterschied zwischen \underline{U}_1 und \underline{U}'_2 auch von der Phasenlage der Belastung abhängt. Bei kapazitiver Belastung kann der Fall eintreten, dass $\underline{U}'_2 > \underline{U}_1$ wird (s. Abschnitte 1.2.4.1 und 1.2.4.2).

Für die aufgenommene Wirkleistung P_1 des noch hinsichtlich der Ströme idealen Transformators folgt aus (1.2.42) unter Beachtung von $\underline{I}_1 = -\underline{I}'_2 = \underline{I}'_B$ und $\underline{U}'_2 = \underline{U}'_B$ sowie $\underline{I}_1^2 R_1 = \underline{I}'_2{}^2 R_1 = (w_2/w_1)^2 \underline{I}'_B{}^2 (w_1/w_2)^2 R_1 = \underline{I}'_B{}^2 R_1$:

$$\begin{aligned} P_1 &= \operatorname{Re}\{\underline{U}_1 \underline{I}_1^*\} = \operatorname{Re}\{\underline{U}'_B \underline{I}'_B{}^* + (R_1 + R'_2) \underline{I}_1 \underline{I}_1^*\} \\ &= P_B + R_1 \underline{I}_1^2 + R_2 \underline{I}_2^2 = P_B + P_{\text{vw}}. \end{aligned}$$

Die aufgenommene Wirkleistung P_1 deckt außer der an den Verbraucher B abgegebenen Wirkleistung P_B die Wicklungsverluste

$$P_{vw} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 . \tag{1.2.43}$$

Es fehlen gegenüber dem realen Transformator die Ummagnetisierungsverluste.

e) Wirkungsschema des physikalischen Mechanismus

Das Wirkungsschema des physikalischen Mechanismus für den noch hinsichtlich der Ströme idealen Transformator, der auf der Seite 1 an einem starren Netz liegt und dessen Seite 2 mit einem Belastungszweipol abgeschlossen ist, zeigt Bild 1.2.22.

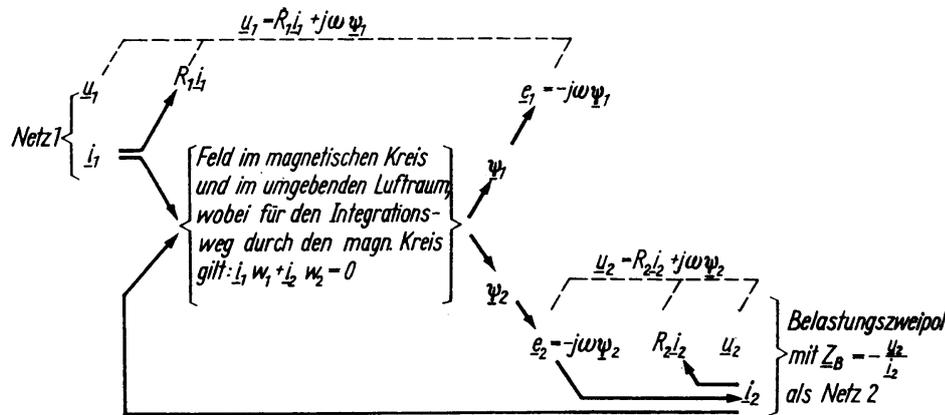


Bild 1.2.22 Wirkungsschema des physikalischen Mechanismus eines noch hinsichtlich der Ströme idealen Transformators, der auf der Seite 1 an einem starren Netz liegt und dessen Seite 2 auf einen Belastungszweipol Z_B arbeitet

f) Kurzschluss des noch hinsichtlich der Ströme idealen Transformators

Das Prinzipschaltbild des Transformators im Kurzschluss nach Bild 1.2.23 liefert folgende Betriebsbedingungen:

$$\underline{u}_1 = \underline{u}_1 , \quad \underline{u}_2 = 0 .$$

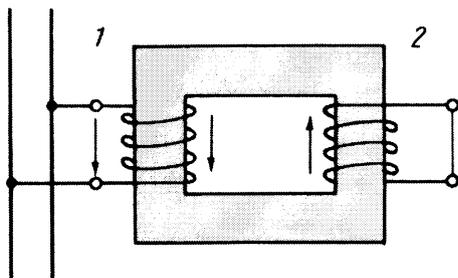


Bild 1.2.23 Prinzipschaltbild des Transformators im Kurzschluss bei Einspeisung von der Seite 1 her

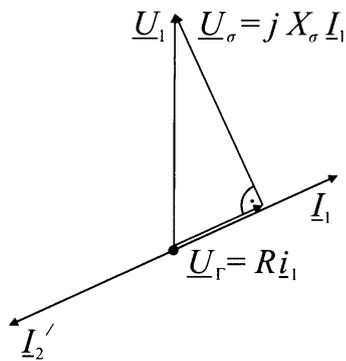


Bild 1.2.24 Zeigerbild des kurzgeschlossenen Transformators bei Einspeisung von der Seite 1 her

Mit $\underline{u}_2 = 0$ und damit $\underline{u}'_2 = 0$ geht die Spannungsgleichung (1.2.42) über in

$$\underline{u}_1 = \underline{u}_r + \underline{u}_\sigma = (R + jX_\sigma) \underline{i}_1 . \quad (1.2.44)$$

Im Kurzschluss deckt \underline{u}_1 die Spannungsabfälle \underline{u}_r und \underline{u}_σ , und \underline{u}_1 wird zur Hypotenuse des Kappschen Dreiecks. Das zugehörige Zeigerbild ist im Bild 1.2.24 dargestellt. Aus (1.2.44) folgt für den Kurzschlussstrom

$$\underline{i}_1 = -\underline{i}'_2 = \frac{\underline{u}_1}{R + jX_\sigma} . \quad (1.2.45)$$

Die Ströme I_1 und I_2 im Kurzschluss bei U_{1N} sind im Verhältnis der Vergrößerung des Kappschen Dreiecks größer als im Betrieb unter Bemessungsbedingungen. Damit ist die erforderliche Durchflutung $\hat{i}_1 w_1 + \hat{i}_2 w_2$ für den magnetischen Kreis eines realen Transformators im Kurzschluss auf alle Fälle klein gegenüber $\hat{i}_1 w_1$ bzw. $\hat{i}_2 w_2$. Der kurzgeschlossene reale Transformator verhält sich deshalb hinsichtlich der Ströme weitgehend ideal.

Die den Kurzschlussstrom begrenzende *Kurzschlussimpedanz* \underline{Z}_k beträgt nach (1.2.45)

$$\underline{Z}_k = R + jX_\sigma . \quad (1.2.46)$$

Der Kurzschlussstrom kann also sowohl durch große Wicklungswiderstände als auch durch eine hinreichend große Streureaktanz begrenzt werden. Da aber im ersten Fall ein Transformator mit großen Wicklungsverlusten entstehen würde, wird die Begrenzung über die Gesamtstreureaktanz vorgenommen. Zu diesem Zweck sind die Wicklungen 1 und 2 durch einen *Streukanal* voneinander getrennt (s. z. B. Bild 1.2.19). Wie spätere Betrachtungen zeigen werden, wird die Gesamtstreureaktanz um so größer, je breiter der Streukanal ist.

Das Feld im kurzgeschlossenen Transformator kann qualitativ – wenigstens für den Fall großer Frequenzen – aus der Überlegung gewonnen werden, dass für die kurzgeschlossene Wicklung 2 ($\underline{u}_2 = 0$) nach der zweiten Gleichung (1.2.36) mit $\omega \rightarrow \infty$ bzw. bei vernachlässigbarem Einfluss des Wicklungswiderstandes R_2 für die Flussverkettung $\underline{\Psi}_2 = 0$ gilt. Wenn die Wicklungen als dünn angesehen und die Feldlinien im Spulenbereich als axial verlaufend angenommen werden, folgt daraus $\underline{\Phi}_2 = 0$, d. h.

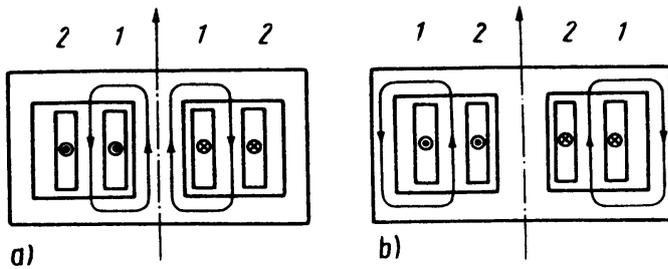


Bild 1.2.25 Qualitativer Verlauf des magnetischen Feldes eines auf der Seite 2 kurzgeschlossenen Manteltransformators bei $\omega \rightarrow \infty$ bzw. vernachlässigbarem Einfluss des Widerstands R_2 , wobei a) die Wicklung 1 innen und b) die Wicklung 2 innen liegt

die Wicklung 2 darf von keinem Fluss durchsetzt werden. Der Fluss, der die Wicklung 1 durchsetzt, induziert dort die der Gesamtstreuung entsprechende Spannung u_σ . Im Bild 1.2.25 ist der qualitative Verlauf des Felds in einem Manteltransformator dargestellt. Er hängt maßgeblich davon ab, ob die kurzgeschlossene Wicklung innen oder außen liegt. Wenn die äußere Wicklung kurzgeschlossen ist (Bild 1.2.25a), müssen sich die Feldlinien des Streukanals wegen $\Phi_2 = 0$ über den inneren Schenkel schließen. Für den Fall, dass die innere Wicklung kurzgeschlossen ist (Bild 1.2.25b), darf durch den Innenschenkel kein Fluss treten, und die Feldlinien des Streukanals schließen sich über die Außenschenkel. Das Feld im Kurzschluss ist beispielsweise bei Stromwandlern von Interesse, die ständig in diesem Betriebszustand arbeiten (s. Abschn. 1.4.4.2) und wo andererseits der Durchflutungsbedarf und die Ummagnetisierungsverluste den Fehler beeinflussen.

Um eine quantitative Vorstellung von der Größe der Gesamtstreuereaktanz zu erhalten, soll angenommen werden, dass ein Manteltransformator mit topfförmigem, rotationssymmetrischem magnetischem Kreis vorliegt. Außerdem soll im Luftraum nur innerhalb des Streukanals ein Feld existieren, das darüber hinaus homogen sei. Diesen Annahmen entspricht die Darstellung des Felds im Bild 1.2.19b. Die Anordnung ist im Bild 1.2.26 nochmals dargestellt. Wenn die Induktion B im Streukanal

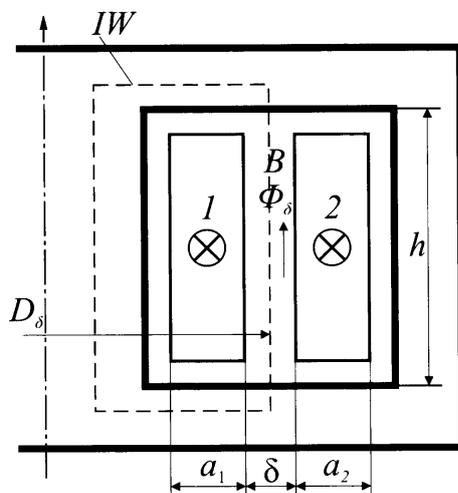


Bild 1.2.26 Zur Ermittlung eines einfachen Ausdrucks für die Gesamtstreuereaktanz

nach oben positiv gezählt wird, liefert die Anwendung des Durchflutungsgesetzes auf den eingetragenen Integrationsweg (IW)

$$B = -\mu_0 \frac{i_1 w_1}{h}.$$

Der Fluss Φ_δ durch den Streukanal beträgt demnach

$$\Phi_\delta = -\mu_0 \frac{i_1 w_1}{h} u \delta,$$

wenn $u = D_\delta \pi$ der mittlere Umfang des Streukanalquerschnitts ist. Mit dem Feld im Streukanal besitzt die Wicklung 1 die Flussverkettung $\Psi_{1\delta} = 0$, während für die Wicklung 2 gilt $\Psi_{2\delta} = w_2 \Phi_\delta$. Damit erhält man für die Gesamtstreureaktanz unter Beachtung von (1.2.25) und (1.2.41)

$$X_\sigma = \frac{\omega(\Psi_1 - \Psi_2)}{i_1} = \omega \mu_0 w_1^2 \frac{u}{h} \delta.$$

Eine kleine Gesamtstreureaktanz erfordert demnach, dass die Wicklungen nahe aneinander gerückt werden, also δ möglichst klein wird. Andererseits lässt sich X_σ durch die Wahl der Streukanalbreite δ beeinflussen. Wenn man die endliche Breite der Wicklungszylinder berücksichtigt, ergibt sich für die Gesamtstreureaktanz ohne Beweis

$$X_\sigma = \omega \mu_0 w_1^2 \frac{u}{h} \left(\delta + \frac{a_1 + a_2}{3} \right).$$

g) Sonderfall trennbarer Streufelder

Um in Übereinstimmung mit einer in der Literatur vielfach verwendeten Darstellungsform zu gelangen, wird im Folgenden der Sonderfall behandelt, dass beide Wicklungen in sämtlichen Windungen vom gleichen Hauptfluss Φ_h durchsetzt werden und darüber hinaus nur solche Streuflussverkettungen aufweisen, die jeweils vom eigenen Strom hervorgerufen werden. Dieser Fall soll als *Sonderfall trennbarer Streufelder* bezeichnet werden. Er erlaubt es, dass als Proportionalitätsfaktoren zwischen den Streuflussverkettungen der beiden Wicklungen und ihren Strömen Einzelstreueinduktivitäten $L_{\sigma 1}$ und $L_{\sigma 2}$ eingeführt werden. Damit lässt sich formulieren:

$$\left. \begin{aligned} \underline{\Psi}_1 &= L_{\sigma 1} i_1 + w_1 \underline{\Phi}_h \\ \underline{\Psi}_2 &= L_{\sigma 2} i_2 + w_2 \underline{\Phi}_h \end{aligned} \right\}. \quad (1.2.47)$$

Die für den Sonderfall trennbarer Streufelder vorausgesetzten Verhältnisse sind annähernd erfüllt, wenn beide Wicklungen wie in der Prinzipanordnung des Einphasentransformators nach Bild 1.2.1 auf verschiedenen Schenkeln untergebracht sind. Bild 1.2.27 zeigt das Feld eines derartigen Transformators bei Belastung für einen

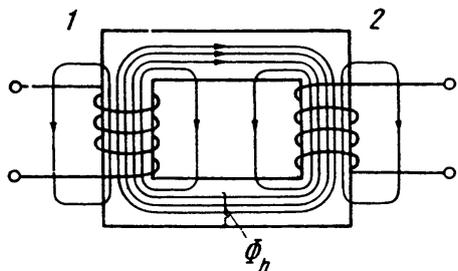


Bild 1.2.27 Darstellung des magnetischen Felds eines belasteten Transformators bei trennbaren Streufeldern als Überlagerung des durch den Hauptfluss $\underline{\Phi}_h$ gekennzeichneten gemeinsamen Hauptfelds und der Einzelstreuflelder für einen bestimmten Zeitpunkt

betrachteten Zeitpunkt als Überlagerung des durch den Hauptfluss $\underline{\Phi}_h$ gekennzeichneten gemeinsamen Hauptfelds und der Einzelstreuflelder.

Ausgehend von (1.2.47) erhält man die Streuspannung \underline{u}_σ nach (1.2.39) unter Beachtung von (1.2.22) und (1.2.25) sowie mit $\dot{i}_1 + \dot{i}'_2 = 0$ zu

$$\begin{aligned} \underline{u}_\sigma &= j\omega(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2) \\ &= j\omega(L_{\sigma 1} + L'_{\sigma 2})\dot{i}_1 = j(X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2})\dot{i}_1 \end{aligned} \quad (1.2.48)$$

mit

$$L'_{\sigma 2} = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 L_{\sigma 2} \text{ bzw. } X'_{\sigma 2} = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 X_{\sigma 2}.$$

Ein Vergleich mit (1.2.44) zeigt, dass im vorliegenden Sonderfall trennbarer Streufelder

$$X_\sigma = X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2}$$

ist. Die Gesamtstreureaktanz setzt sich additiv aus der Streureaktanz der Wicklung 1 und der über das Quadrat des Übersetzungsverhältnisses auf die Seite 1 bezogenen Streureaktanz der Wicklung 2 zusammen.

Einzelstreureaktanzen lassen sich bei realen Transformatoren i. Allg. nicht sinnvoll einführen. Sie wurden an dieser Stelle unter Angabe der notwendigen Voraussetzungen betrachtet, um die Verbindung zur Darstellungsform in vielen Lehrbüchern herzustellen. Außerdem wird später bei der Behandlung der rotierenden Maschinen eine Trennbarkeit der Streufelder im dargelegten Sinne möglich sein, und es erschien sinnvoll, ein analoges Vorgehen beim Transformator zu demonstrieren.

1.2.2.5 Wirkungsweise des noch hinsichtlich der Spannungen idealen Transformators

a) Kennzeichen

Ein Transformator verhält sich hinsichtlich der Spannungen ideal, wenn

$$u_1 - u'_2 = 0$$

ist. Voraussetzung dafür ist entsprechend Tabelle 1.2.1

$$\mu_{\text{Luft}} = 0, \quad \kappa_{\text{w}} = \infty. \quad (1.2.49)$$

Diese idealen Werkstoffeigenschaften werden bei der folgenden Analyse vorausgesetzt, während der magnetische Kreis nunmehr reale Eigenschaften besitzen soll. Es wird also berücksichtigt, dass

$$\mu_{\text{Fe}} \neq \infty, \quad \kappa_{\text{Fe}} \neq 0$$

ist. Die Permeabilität des magnetischen Kreises ist dabei nicht nur endlich, sondern es wird der nichtlineare Zusammenhang zwischen der Induktion B und der magnetischen Feldstärke H in Form einer Hystereseschleife berücksichtigt. Aufgrund der endlichen elektrischen Leitfähigkeit bilden sich im magnetischen Kreis Wirbelströme aus (s. Bild 1.2.15). Die idealisierenden Annahmen nach (1.2.49) bewirken jedoch, dass keine Spannungsabfälle in den Wicklungen auftreten und außerhalb des magnetischen Kreises keine Feldlinien existieren. Es wird $\Psi_1 = w_1 \Phi$ und $\Psi_2 = w_2 \Phi$, so dass die allgemeinen Spannungsgleichungen (1.2.33) übergehen in

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \frac{d\Psi_1}{dt} = w_1 \frac{d\Phi}{dt} \\ u_2 &= \frac{d\Psi_2}{dt} = w_2 \frac{d\Phi}{dt} \end{aligned} \right\}. \quad (1.2.50)$$

Bei Betrieb an der starren, sinusförmigen Spannung $u_1 = \hat{u}_1 \cos(\omega t + \varphi_{u1})$ wird damit auch der Fluss zeitlich sinusförmig und – wie beim idealen Transformator – nach Betrag und Phasenlage durch die Spannung diktiert zu

$$\Phi = \frac{\hat{u}_1}{\omega w_1} \cos\left(\omega t + \varphi_{u1} - \frac{\pi}{2}\right). \quad (1.2.51)$$

b) Magnetisierungserscheinungen bei Betrieb am starren Netz 1

Die Magnetisierungskurve $B = f(H)$ des verwendeten Werkstoffs liefert zusammen mit den geometrischen Abmessungen über $\Phi = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$ und $\Theta = \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s}$ die *Magnetisierungskennlinie* $\Phi = f(\Theta)$ des magnetischen Kreises nach Bild 1.2.28. Diese Kennlinie ist eine Hystereseschleife, die sich mit wachsender Aussteuerung aufweitet. Die starre Spannung u_1 diktiert den zeitlich sinusförmigen Flussverlauf nach (1.2.51). Um diesen Fluss aufzubauen, ist wegen des nichtlinearen Zusammenhangs $\Phi = f(\Theta)$ eine nichtsinusförmige Durchflutung erforderlich. Ihr Verlauf ist im Bild 1.2.29 durch punktweise Konstruktion gewonnen worden. Man erkennt, dass $\Theta = \Theta(t)$ außer der Grundschwingung auch Oberschwingungen aufweist; und zwar treten wegen der Symmetrieeigenschaft $\Theta(t + \frac{T}{2}) = -\Theta(t)$ alle ungeradzahigen Harmonischen in Erscheinung.²⁾

2) Die Fourier-Koeffizienten wichtiger periodischer Funktionen sowie der Einfluss einiger Symmetrieeigenschaften auf das Spektrum sind im Anhang I zusammengestellt.

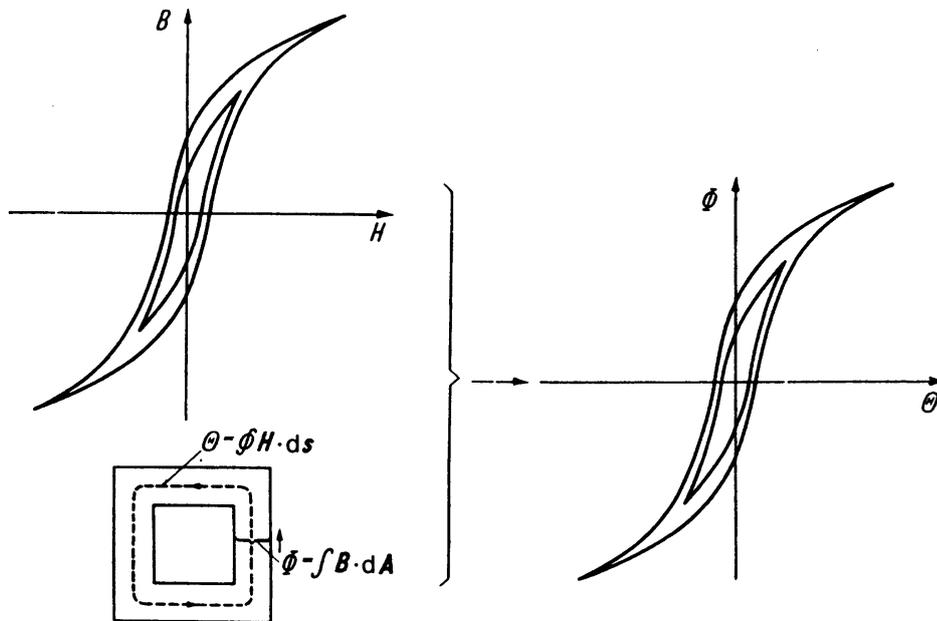


Bild 1.2.28 Entstehung der Magnetisierungskennlinie $\Phi = f(\Theta)$ des magnetischen Kreises

Außerdem wird deutlich, dass die Grundschwingung $\Theta_1(t)$ der Durchflutung $\Theta(t)$ gegenüber dem Fluss um einen gewissen Winkel

$$\varphi_{\text{hyst}} = \varphi_{\Theta} - \varphi_{\Phi} \quad (1.2.52)$$

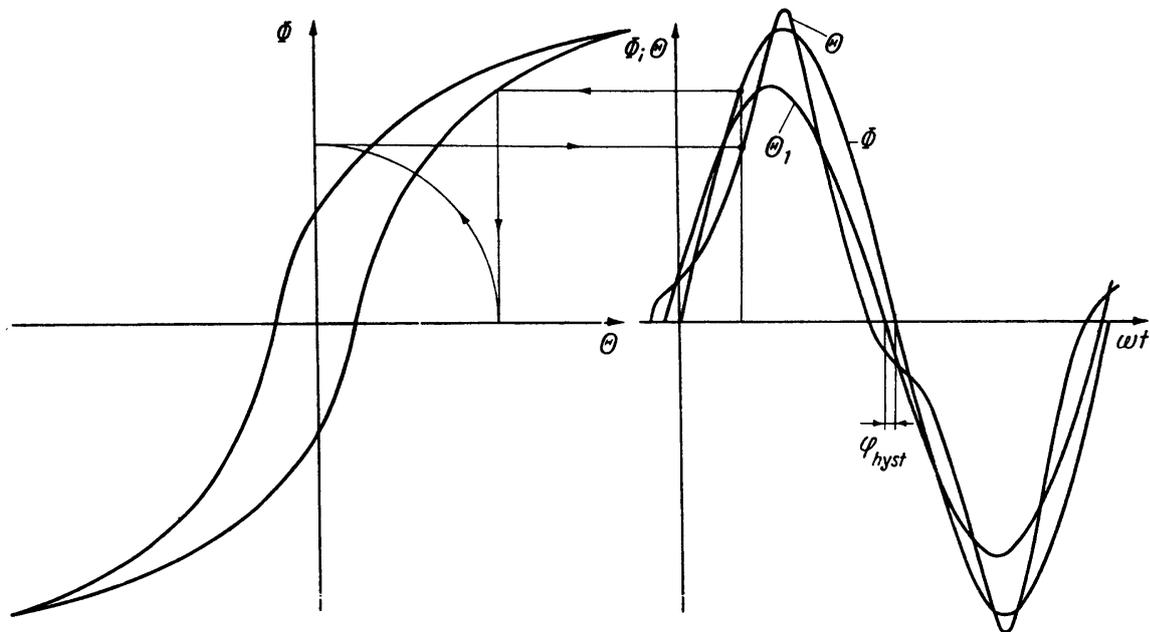


Bild 1.2.29 Erforderlicher Verlauf $\Theta = \Theta(t)$ und dessen Grundschwingung $\Theta_1 = \Theta_1(t)$ bei sinusförmigem Verlauf des Flusses $\Phi = \hat{\Phi} \cos(\omega t + \varphi_{\Phi})$; die punktweise Konstruktion ist in einem Punkt angedeutet

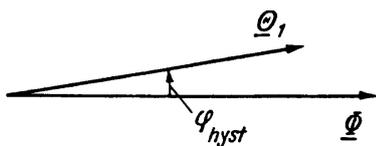


Bild 1.2.30 Zeigerdarstellung des Flusses $\underline{\Phi}$ und der Grundschiwingung $\underline{\Theta}_1$ der Durchflutung

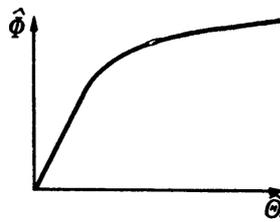


Bild 1.2.31 Zusammenhang zwischen den Amplituden $\hat{\Phi}$ und $\hat{\Theta}_1$

voraussetzt, so dass man eine Zeigerdarstellung nach Bild 1.2.30 erhält. Dabei besteht zwischen den Amplituden $\hat{\Phi}$ und $\hat{\Theta}_1$ ein Zusammenhang nach Bild 1.2.31, der Sättigungscharakter aufweist. Der Winkel φ_{hyst} ist ebenfalls eine nichtlineare Funktion der Aussteuerung.

Mit der Hysterese verbunden ist das Auftreten der *Hystereseverluste*. Bei einmaligem Durchlaufen der Hystereseschleife, was innerhalb einer Periodendauer T erfolgt, wird die Hysteresearbeit

$$W_{\text{hyst}} = \int_t^{t+T} \Theta \, d\Phi \quad (1.2.53)$$

im magnetischen Kreis in Wärme umgesetzt. Dem entspricht, dass die mittlere Leistung

$$P_{\text{vhyst}} = \frac{W_{\text{hyst}}}{T} = f \int_t^{t+T} \Theta \, d\Phi = f W_{\text{hyst}}(\hat{\Phi}) = P_{\text{vhyst}}(f, \hat{\Phi}) \quad (1.2.54)$$

als Hystereseverluste in Erscheinung tritt. Die Hysteresearbeit nach (1.2.53) und damit die Hystereseverluste nach (1.2.54) sind also der Fläche proportional, die von der Hystereseschleife $\Phi = f(\Theta)$ eingeschlossen wird. Diese Fläche ist eine Funktion der Aussteuerung, d.h. des Flusses $\hat{\Phi}$; näherungsweise lässt sich demnach formulieren

$$P_{\text{vhyst}} \sim f \hat{\Phi}^2. \quad (1.2.55)$$

Wenn man sich darauf beschränkt, die erste Harmonische der Durchflutung zu berücksichtigen, so entspricht dem, dass die tatsächliche Hystereseschleife $\Phi = f(\Theta)$ durch eine Ellipse angenähert wird. Diese Ellipse kann man sich rückwärts aus den um φ_{hyst} gegeneinander phasenverschobenen Sinusgrößen Φ und Θ_1 als Lissajousche Figur entstanden denken, wie dies Bild 1.2.32 demonstriert.

Die *Wirbelströmung* stellt eine räumliche elektrische Strömung im magnetischen Kreis dar (s. Bild 1.2.15), deren analytische Behandlung mit einfachen Mitteln nicht möglich ist. Um den Einfluss der Wirbelströmung dennoch wenigstens näherungsweise erfassen zu können, muss deshalb mit einem stark vereinfachten Modell gearbeitet werden. Dazu wird entsprechend Bild 1.2.33 angenommen, dass der eigentliche magnetische Kreis elektrisch nichtleitend ist und die Wirbelströme in einer dünnen, leitenden Oberflächenschicht konzentriert sind. Diese Oberflächenschicht

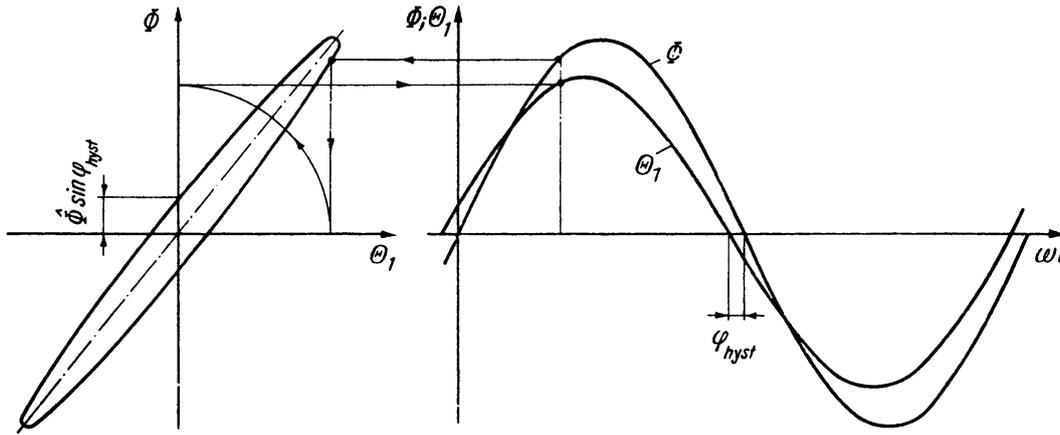


Bild 1.2.32 Genäherte Hystereseschleife $\Phi = f(\Theta_1)$, die zwischen dem sinusförmigen Fluss $\Phi(t)$ und der Grundschwingung der Durchflutung $\Theta_1(t)$ vermittelt

bildet dann eine Kurzschlusswindung, die vom Fluss des magnetischen Kreises durchsetzt wird und einen gewissen Widerstand R_{wb} aufweist. In der Oberflächenschicht fließt gleichmäßig verteilt der Wirbelstrom i_{wb} . Um den Einfluss der Wirbelströme zu verkleinern, wird der reale magnetische Kreis als *Blechkpaket* ausgebildet. Die Wirbelströme müssen sich dann, wie im Bild 1.2.34 angedeutet, innerhalb jedes Einzelblechs schließen, so dass ihre Intensität wegen des kleineren zur Verfügung stehenden Querschnitts sinkt. Im Modell nach Bild 1.2.33 bedeutet dies, dass der Widerstand R_{wb} der fiktiven Oberflächenschicht mit zunehmender Unterteilung des magnetischen Kreises wächst.

Der sinusförmige Fluss $\underline{\Phi}$ des magnetischen Kreises induziert in der Oberflächenschicht eine Spannung

$$e_{wb} = -j\omega\underline{\Phi}.$$

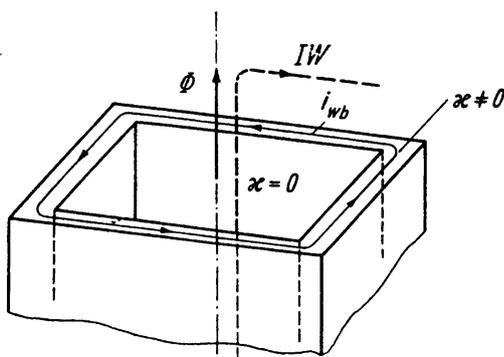


Bild 1.2.33 Modell des magnetischen Kreises zur genäherten Erfassung des Einflusses der Wirbelströme

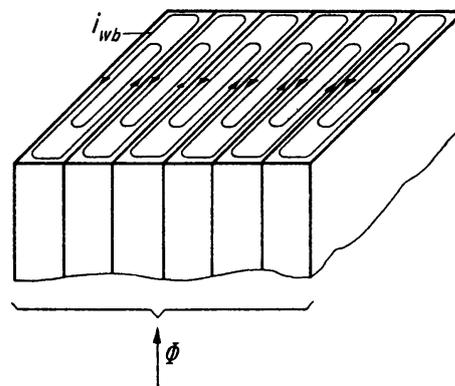


Bild 1.2.34 Wirbelströmung in einem magnetischen Kreis, der als Blechkpaket ausgebildet ist

Aus der Spannungsgleichung des Kurzschlusskreises $0 = R_{wb}i_{wb} - \underline{e}_{wb}$ folgt damit für den Wirbelstrom

$$\underline{i}_{wb} = \frac{\underline{e}_{wb}}{R_{wb}} = -j \frac{\omega}{R_{wb}} \underline{\Phi}. \quad (1.2.56)$$

Dieser Wirbelstrom liefert einen Beitrag zur Durchflutung für den Integrationsweg IW durch den magnetischen Kreis. Es gilt also [s. (1.2.34)]

$$\underline{\Theta}_1 = \underline{i}_1 w_1 + \underline{i}_2 w_2 + \underline{i}_{wb}. \quad (1.2.57)$$

Die Durchflutung $\underline{\Theta}_1$ wird nach Amplitude und Phasenlage über die (elliptisch angenäherte) Magnetisierungskennlinie des magnetischen Kreises allein durch den Fluss $\underline{\Phi}$ bestimmt. Das gleiche gilt jedoch im vorliegenden Fall konstanter Frequenz entsprechend (1.2.56) für den Wirbelstrom \underline{i}_{wb} . Da im Folgenden nur dieser Fall interessiert, liegt es nahe, $\underline{\Theta}_1$ und \underline{i}_{wb} zu einer Durchflutung

$$\underline{\Theta}_1^+ = \underline{\Theta}_1 - \underline{i}_{wb} = \underline{i}_1 w_1 + \underline{i}_2 w_2 \quad (1.2.58)$$

zusammenzufassen, die allein durch die Ströme \underline{i}_1 und \underline{i}_2 der beiden Wicklungen 1 und 2 aufgebracht werden muss. Im Bild 1.2.35 ist das Zeigerbild von (1.2.56) und (1.2.58) dargestellt.

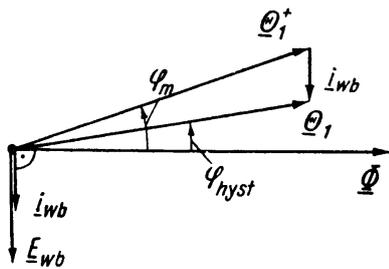


Bild 1.2.35 Einführung der Durchflutung $\underline{\Theta}_1^+ = \underline{\Theta}_1 - \underline{i}_{wb}$ im Zeigerbild

Entsprechend den oben angestellten Überlegungen ist der Zusammenhang zwischen $\underline{\Phi}$ und $\underline{\Theta}_1^+$ keine Funktion der äußeren Betriebsbedingungen; er ist bei konstanter Frequenz allein durch die elektrischen und magnetischen Eigenschaften des magnetischen Kreises gegeben. Den Zusammenhang zwischen $\underline{\Theta}_1^+$ und $\underline{\Phi}$ kann man sich demnach durch eine Kennlinie $\underline{\Phi} = f(\underline{\Theta}_1^+)$ hervorgerufen denken. Diese *dynamische Magnetisierungskennlinie* stellt analog zu Bild 1.2.32 eine Ellipse dar, da sie aus der Zusammensetzung zweier gegeneinander phasenverschobener Sinusgrößen entstanden ist. Die Ellipse $\underline{\Phi} = f(\underline{\Theta}_1^+)$ nach Bild 1.2.36 weist eine größere Fläche auf als die reine Magnetisierungskennlinie $\underline{\Phi} = f(\underline{\Theta}_1)$, da die Phasenverschiebung zwischen $\underline{\Theta}_1^+$ und $\underline{\Phi}$ größer ist als die zwischen $\underline{\Theta}_1$ und $\underline{\Phi}$ (s. Bild 1.2.35).

Der Wirbelstrom \underline{i}_{wb} ruft im Widerstand R_{wb} der Wirbelstrombahn die *Wirbelstromverluste*

$$P_{vwb} = R_{wb} I_{wb}^2 = \frac{\omega^2}{2R_{wb}} \hat{\Phi}^2 = P_{vwb}(f, \hat{\Phi}) \quad (1.2.59)$$

hervor. Sie bilden mit den Hystereseverlusten zusammen die gesamten *Ummagnetisierungsverluste*

$$P_{vu} = P_{vhyst} + P_{vwb} = P_{vu}(f, \hat{\Phi}), \quad (1.2.60)$$

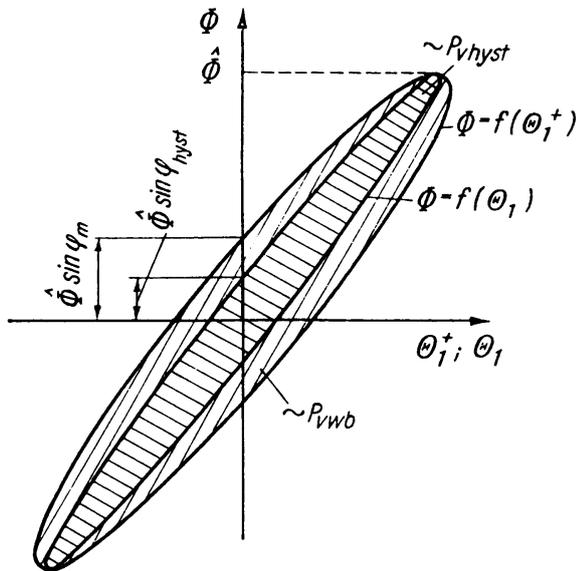


Bild 1.2.36 Dynamische Magnetisierungskennlinie $\Phi = f(\Theta_1^+)$

die entsprechend (1.2.55) und (1.2.59) für eine gegebene Anordnung nur von der Frequenz f und vom Fluss $\hat{\Phi}$ abhängen. In der dynamischen Magnetisierungskennlinie nach Bild 1.2.36 entspricht die Vergrößerung der Ellipsenfläche den hinzukommenden Wirbelstromverlusten. Die gesamten Ummagnetisierungsverluste sind der Gesamtfläche der Ellipse $\Phi = f(\Theta_1^+)$ proportional.

Dem Verlauf der erforderlichen Durchflutung $\Theta(t)$ nach Bild 1.2.29 entsprechend, müssen in den Strömen der Wicklungen wegen $\Theta^+ = i_1 w_1 + i_2 w_2$ Oberschwingungen auftreten. Bei Betrieb am starren Netz 1 fließen die Stromoverschwingungen nur auf der Seite 1, denn der sinusförmige Fluss induziert in der Wicklung 2 eine sinusförmige Spannung, die durch den linearen Belastungszweipol auf der Seite 2 einen sinusförmigen Strom i_2 antreibt. Sie sind außerdem die gleichen wie im Leerlauf, so dass es sich anbietet, ausschließlich diesen Betriebszustand zu betrachten. Es ist dann $i_2 = 0$ und $i_1 = i_{11}$, und man erhält aus der allgemeinen Beziehung (1.2.34)

$$i_{11} = \frac{\Theta}{w_1} - \frac{i_{wb}}{w_1}. \quad (1.2.61)$$

Der Wirbelstrom i_{wb} ist sinusförmig, hat also nur Einfluss auf die Grundschiwingung des Leerlaufstroms. Darauf wird bei der Behandlung des Leerlaufs im Punkt d) nochmals einzugehen sein. Die Oberschwingungen in i_{11} rühren von den Oberschwingungen in Θ her. Aus dem Verlauf $\Theta(t)$ nach Bild 1.2.29 war bereits entnommen worden, dass die Durchflutung alle ungeradzahigen Harmonischen enthalten muss. Diese Harmonischen treten demnach auch im Leerlaufstrom auf, so dass man formulieren kann

$$i_{11} = i_{11,1} + i_{11,3} + i_{11,5} + \dots$$

Die Amplituden der einzelnen Harmonischen sinken mit wachsender Ordnungszahl. Im Bild 1.2.37b ist das Amplitudenspektrum dargestellt, das dem Verlauf $\Theta(t)$ nach

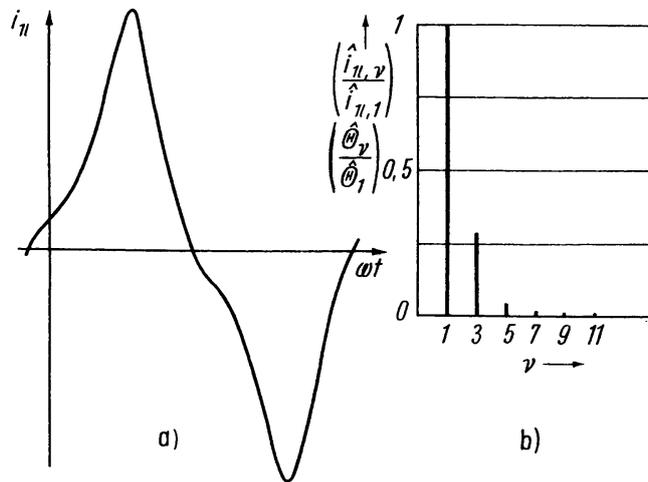


Bild 1.2.37 Oberschwingungen im Leerlaufstrom.
a) Verlauf des Leerlaufstroms i_{11} ;
b) Amplitudenspektrum $\hat{i}_{11,\nu}/\hat{i}_{11,1}$
bzw. $\hat{\Theta}_\nu/\hat{\Theta}_1$ für den Verlauf $\Theta(t)$
nach Bild 1.2.29

Bild 1.2.29 entspricht. Man erkennt, dass zur richtigen Wiedergabe des Stroms $i_{11}(t)$ vor allem die dritte Harmonische wichtig ist. Diese Erkenntnis wird bei der Behandlung der Dreiphasentransformatoren besondere Bedeutung gewinnen. Um den Einfluss der Harmonischen niedriger Ordnungszahl zu demonstrieren, wird im Bild 1.2.38b die Summe der ersten und dritten Harmonischen mit dem tatsächlichen Leerlaufstrom verglichen.

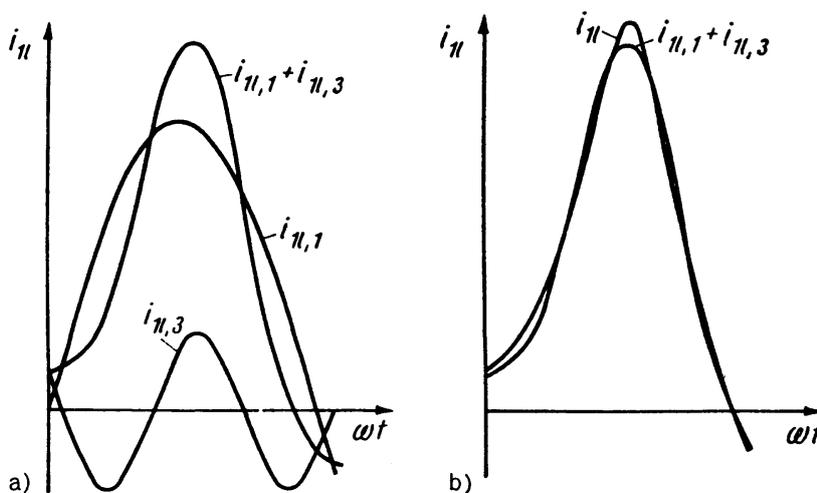


Bild 1.2.38 Vergleich der Zusammensetzung von $i_{11,1}$ und $i_{11,3}$ mit dem tatsächlichen Leerlaufstrom $i_{11}(t)$.
a) $i_{11,1}(t)$, $i_{11,3}(t)$ und $(i_{11,1}(t) + i_{11,3}(t))$;
b) $(i_{11,1}(t) + i_{11,3}(t))$ und $i_{11}(t)$

c) Gleichungen des noch hinsichtlich der Spannungen idealen Transformators unter Vernachlässigung der Durchflutungserschwingungen

Wenn die höheren Harmonischen der Durchflutung vernachlässigt werden, sind alle Größen sinusförmig, und es kann von vornherein zur komplexen Darstellung überge-

gangen werden. Die Spannungsgleichungen lauten dann ausgehend von (1.2.50)

$$\left. \begin{aligned} \underline{u}_1 &= j\omega \underline{\Psi}_1 = j\omega w_1 \underline{\Phi} \\ \underline{u}_2 &= j\omega \underline{\Psi}_2 = j\omega w_2 \underline{\Phi} \end{aligned} \right\}. \quad (1.2.62)$$

Die zweite Gleichung (1.2.62) geht durch Einführen transformierter Größen der Seite 2 entsprechend (1.2.22) und (1.2.25) über in

$$\underline{u}'_2 = j\omega \underline{\Psi}'_2 = j\omega w_1 \underline{\Phi}. \quad (1.2.63)$$

Aus der ersten Gleichung (1.2.62) und aus (1.2.63) folgen nochmals die Aussagen

$$\begin{aligned} \underline{u}_1 - \underline{u}'_2 &= 0 \\ \underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2 &= 0, \end{aligned}$$

die das hinsichtlich der Spannungen ideale Verhalten zum Ausdruck bringen. Das Durchflutungsgleichgewicht des magnetischen Kreises ist durch (1.2.58) gegeben zu

$$\underline{i}_1 w_1 + \underline{i}_2 w_2 = \underline{\Theta}_1 - \underline{i}_{wb} = \underline{\Theta}_1^+.$$

Diese Beziehung geht durch Einführen transformierter Größen der Seite 2 mit der zweiten Gleichung (1.2.22) über in

$$\boxed{\underline{i}_1 + \underline{i}'_2 = \frac{1}{w_1} (\underline{\Theta}_1 - \underline{i}_{wb}) = \frac{\underline{\Theta}_1^+}{w_1}}. \quad (1.2.64)$$

Die Abweichung vom idealen Verhalten ist einmal durch die Durchflutung $\underline{\Theta}_1$ gegeben, die für den magnetischen Kreis erforderlich ist, und zum anderen durch die Rückwirkung der Wirbelströme. Beide Einflüsse können auf die Wirkung der fiktiven Durchflutung $\underline{\Theta}_1^+$ zurückgeführt werden.

d) Leerlauf des noch hinsichtlich der Spannungen idealen Transformators

Unter den Betriebsbedingungen $\underline{u}_1 = \underline{u}_1$ und $\underline{i}_2 = 0$, die bereits aus Bild 1.2.8 in (1.2.14) formuliert wurden, wird

$$\left. \begin{aligned} \underline{u}'_2 &= \underline{u}_1 \\ \underline{\Phi} &= \frac{\underline{u}_1}{j\omega w_1} \\ \underline{i}_1 &= \underline{i}_{11} = \frac{\underline{\Theta}_1 - \underline{i}_{wb}}{w_1} = \frac{\underline{\Theta}_1^+}{w_1} \end{aligned} \right\}. \quad (1.2.65)$$

Die erste Gleichung (1.2.65) bringt das hinsichtlich der Spannungen ideale Verhalten zum Ausdruck. Die starre Spannung \underline{u}_1 diktiert den Fluss $\underline{\Phi}$ nach Betrag und Phasenlage. Im Gegensatz zum idealen Transformator fließt ein Leerlaufstrom. Sein Betrag

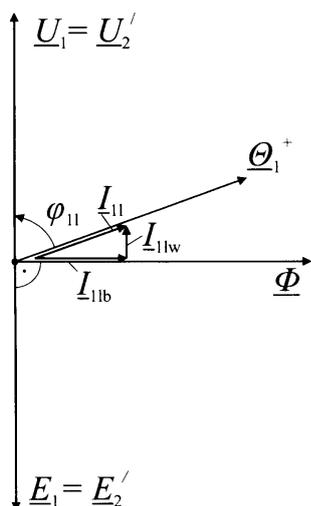


Bild 1.2.39 Zeigerbild des noch hinsichtlich der Spannungen idealen Transformators im Leerlauf

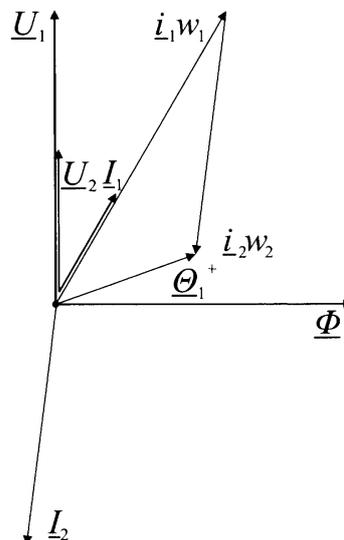


Bild 1.2.40 Zeigerbild des noch hinsichtlich der Spannungen idealen Transformators bei Belastung mit $\underline{Z}_B = R_B + jX_B$ und $w_1/w_2 = 2$

und seine Phasenlage sind durch die fiktive Durchflutung Θ_1^+ bzw. durch die Durchflutung Θ_1 und den Wirbelstrom i_{wb} entsprechend Bild 1.2.35 gegeben. Damit nimmt das Zeigerbild des leerlaufenden Transformators die im Bild 1.2.39 dargestellte Form an. Der *Leerlaufstrom* I_{11} hat bezüglich der Spannung U_1 eine Blindkomponente I_{11b} und eine Wirkkomponente I_{11w} . Die Blindkomponente wird auch als *Magnetisierungsstrom* $I_{1\mu}$ bezeichnet. Dieser Strom wird zum Aufbau des Felds benötigt, wenn keine Wirbelströme fließen und die Magnetisierungskennlinie keine Hysterese aufweist. Mit dem Vorhandensein der Hysterese eilt Θ_1 gegenüber Φ voraus (s. Bild 1.2.30), und die Kompensation des Wirbelstroms i_{wb} erfordert eine gegenüber Φ um 90° voreilende Komponente der fiktiven Durchflutung Θ_1^+ (s. Bild 1.2.35). Beide Einflüsse rufen die Wirkkomponenten I_{11w} des Leerlaufstroms hervor. Dem entspricht energetisch gesehen, dass dem Netz 1 eine Wirkleistung P_{11} entnommen wird. Diese Wirkleistung dient allein dazu, die Hysterese- und die Wirbelstromverluste, also die gesamten Um-magnetisierungsverluste, zu decken, denn auf der Seite 2 fließt keine Leistung ab. Es ist also

$$P_{11} = P_{vu} = P_{vhyst} + P_{vwb} = \operatorname{Re}\{\underline{U}_1 \underline{I}_{11}^*\} = U_1 I_{11} \cos \varphi_{11}. \quad (1.2.66)$$

e) Belastung des noch hinsichtlich der Spannungen idealen Transformators

Aus dem Prinzipschaltbild 1.2.10 folgen die Betriebsbedingungen nach (1.2.17). Da hinsichtlich der Spannungen ideales Verhalten besteht, fließt bei gleichem u_1 und gleichem Belastungszweipol der gleiche Strom

$$i_2 = -i_B = -\frac{u_B}{Z_B} = -\frac{u_2}{Z_B} = -\frac{w_2}{w_1} \frac{u_1}{Z_B}$$

wie im Fall des idealen Transformators [s. Abschn. 1.2.2.2d)]. Außerdem diktiert die starre Spannung \underline{u}_1 nach wie vor Betrag und Phasenlage des Flusses gemäß $\underline{\Phi} = \underline{u}_1 / (j\omega w_1)$. Damit bleibt die aufzubringende fiktive Durchflutung $\underline{\Theta}_1^+$ ebenfalls nach Betrag und Phasenlage gegenüber dem Leerlauf unverändert. Da andererseits der Strom \underline{i}_2 das Durchflutungsgleichgewicht nach (1.2.58) stören würde, muss ein entsprechender Strom \underline{i}_1 fließen, der dafür sorgt, dass $\underline{i}_1 w_1 + \underline{i}_2 w_2$ wieder den Wert $\underline{\Theta}_1^+$ annimmt, der zu $\underline{\Phi}$ gehört und auch im Leerlauf vorhanden war. Andernfalls würde sich der Fluss $\underline{\Phi}$ ändern und eine Spannung \underline{e}_1 induzieren, die nicht mit der Klemmenspannung \underline{u}_1 im Gleichgewicht steht. Damit verbunden wäre eine Änderung des Stroms \underline{i}_1 in Richtung auf Wiederherstellung des Gleichgewichts.³⁾ Im Bild 1.2.40 ist das vollständige Zeigerbild des noch hinsichtlich der Spannungen idealen Transformators bei Belastung – zunächst noch ohne Einführung transformierter Größen der Seite 2 – dargestellt. Dabei wurde wiederum angenommen, dass der Belastungszweipol ohmsch-induktiv ist und das Übersetzungsverhältnis $w_1/w_2 = 2$ beträgt (s. Bild 1.2.12).

Wenn man transformierte Größen der Seite 2 einführt, geht das Durchflutungsgleichgewicht nach (1.2.58) über in (1.2.64). Dabei ist entsprechend der dritten Gleichung (1.2.65) $\underline{\Theta}_1^+ / w_1$ der zur anliegenden Spannung \underline{u}_1 gehörende Leerlaufstrom \underline{i}_{11} , so dass man formulieren kann

$$\boxed{\underline{i}_1 + \underline{i}'_2 = \underline{i}_{11}} \quad (1.2.67)$$

Jede Änderung des Stroms \underline{i}'_2 zieht auch eine Änderung von \underline{i}_1 nach sich, die dafür sorgt, dass \underline{i}_{11} konstant bleibt. Im Bild 1.2.41 ist das Zeigerbild unter Einführung transformierter Größen der Seite 2 dargestellt. Dabei wurden die gleichen äußeren Bedingungen wie im Bild 1.2.40 angenommen. Gegenüber dem idealen Transformator (s. Bild 1.2.14) enthält der Strom \underline{I}_1 einen zusätzlichen Wirkanteil, der die Ummag-

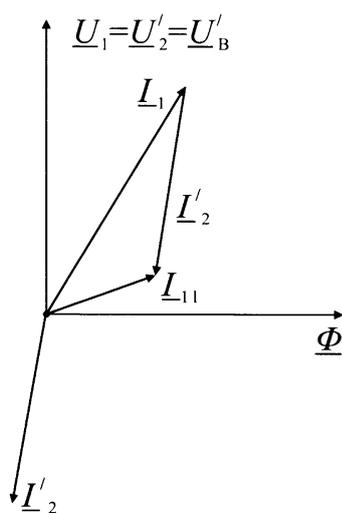


Bild 1.2.41 Zeigerbild des noch hinsichtlich der Spannungen idealen Transformators bei Belastung mit $\underline{Z}_B = R_B + jX_B$ nach Einführung transformierter Größen der Seite 2

3) An dieser Stelle sollte man sich den Übergang zum idealen Verhalten nochmals vor Augen halten, wie bereits im Abschnitt 1.2.2.2d) empfohlen wurde.

netisierungsverluste deckt, und einen zusätzlichen Blindanteil, der zum Aufbau des Felds benötigt wird.

Für die aufgenommene Wirkleistung des noch hinsichtlich der Spannungen idealen Transformators erhält man mit (1.2.66) und (1.2.67) sowie mit $\underline{U}_1 = \underline{U}'_2 = \underline{U}'_B$ und $-\underline{I}'_2 = \underline{I}'_B$

$$P_1 = \operatorname{Re}\{\underline{U}_1 \underline{I}'_1^*\} = \operatorname{Re}\{\underline{U}'_B \underline{I}'_B^* + \underline{U}_1 \underline{I}'_{11}^*\} = P_B + P_{vu}.$$

Die aufgenommene Wirkleistung P_1 deckt außer der an den Verbraucher abgegebenen Wirkleistung P_B die Ummagnetisierungsverluste P_{vu} . Es fehlen gegenüber dem realen Transformator die Wicklungsverluste.

f) Wirkungsschema des physikalischen Mechanismus

Das Wirkungsschema des physikalischen Mechanismus eines noch hinsichtlich der Spannungen idealen Transformators, der auf der Seite 1 an einem starren Netz liegt und dessen Seite 2 auf einen Belastungszweipol \underline{Z}_B arbeitet, zeigt Bild 1.2.42. Die Oberschwingungserscheinungen wurden dabei vernachlässigt.

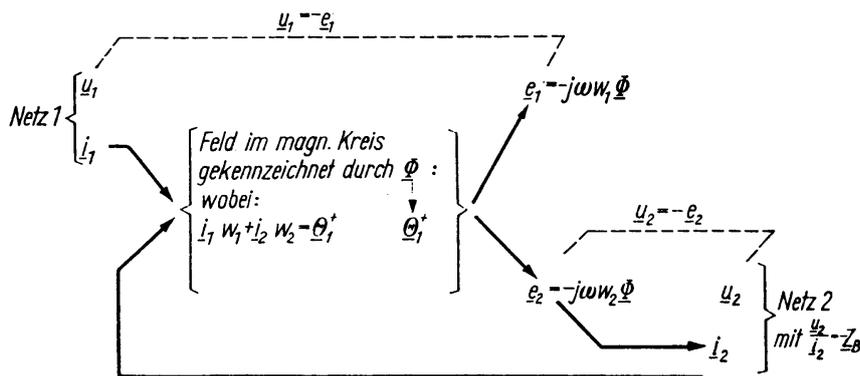


Bild 1.2.42 Wirkungsschema des physikalischen Mechanismus eines noch hinsichtlich der Spannungen idealen Transformators, der an der starren Spannung \underline{u}_1 liegt und dessen Seite 2 auf einen Belastungszweipol \underline{Z}_B arbeitet, bei Vernachlässigung der Oberschwingungserscheinungen

1.2.3

Analytische Behandlung

1.2.3.1 Allgemeine Gleichungen für den stationären Betrieb

Im Abschnitt 1.2.2 ist die Wirkungsweise des Transformators auf verschiedenen Näherungsebenen untersucht worden. Dabei sollte der physikalische Mechanismus des Transformators vermittelt werden. Aufgabe der folgenden Betrachtungen ist es, eine geschlossene analytische Behandlung durchzuführen. Dabei können jedoch, um übersichtliche Ergebnisse zu erhalten, nicht alle Einflüsse berücksichtigt werden.

Deshalb müssen auch diese Untersuchungen auf einer gewissen Näherungsebene vorgenommen werden. Sie ist hinsichtlich der Werkstoffeigenschaften durch folgende Annahmen gekennzeichnet:

$$\begin{aligned} \mu_{\text{Fe}} &= \text{konst.} & \mu_{\text{luft}} &= \mu_0 = \text{konst.} \\ \kappa_{\text{Fe}} &= 0 & \kappa_{\text{w}} &= \text{konst.} \end{aligned}$$

Ein Transformator mit diesen Werkstoffeigenschaften ist weder hinsichtlich der Spannungen noch hinsichtlich der Ströme ideal. Es herrschen jedoch wegen $\mu_{\text{Fe}} = \text{konst.}$ lineare magnetische Verhältnisse, und es treten wegen $\mu_{\text{Fe}} = \text{konst.}$ und $\kappa_{\text{Fe}} = 0$ keine Ummagnetisierungsverluste auf. Damit erhält man eine *lineare Theorie des Transformators, der keine Ummagnetisierungsverluste besitzt*.

Aufgrund der vorausgesetzten linearen magnetischen Verhältnisse bestehen lineare Beziehungen zwischen den Flussverkettungen und den Strömen. Sie lauten entsprechend (0.4.26)

$$\left. \begin{aligned} \Psi_1 &= L_{11}i_1 + L_{12}i_2 \\ \Psi_2 &= L_{21}i_1 + L_{22}i_2 \end{aligned} \right\}. \quad (1.2.68)$$

Dabei ist $L_{21} = L_{12}$ die Gegeninduktivität zwischen den Wicklungen 1 und 2, während L_{11} und L_{22} ihre Selbstinduktivitäten darstellen. Die Gleichungen (1.2.68) beschreiben den Transformator zusammen mit den allgemeinen Spannungsgleichungen (1.2.33) vollständig. Da im vorliegenden Rahmen nur eingeschwungene stationäre Betriebszustände interessieren, bei denen sämtliche Größen zeitlich sinusförmig sind, kann von vornherein zur komplexen Darstellung übergegangen werden. Wenn gleichzeitig die Flussverkettungsgleichungen (1.2.68) in die Spannungsgleichungen (1.2.33) eingesetzt und Reaktanzen $X_{\nu\mu} = \omega L_{\nu\mu}$ eingeführt werden, erhält man

$$\boxed{\begin{aligned} \underline{u}_1 &= R_1 \underline{i}_1 + j\omega \underline{\Psi}_1 = R_1 \underline{i}_1 + jX_{11} \underline{i}_1 + jX_{12} \underline{i}_2 \\ \underline{u}_2 &= R_2 \underline{i}_2 + j\omega \underline{\Psi}_2 = R_2 \underline{i}_2 + jX_{21} \underline{i}_1 + jX_{22} \underline{i}_2 \end{aligned}}. \quad (1.2.69)$$

Bereits bei der Behandlung des noch hinsichtlich der Ströme idealen Transformators war die Gesamtstreureaktanz X_σ eingeführt worden. Sie ist entsprechend (1.2.45) mitverantwortlich für die Größe des Kurzschlussstroms. Bei hinreichend großer Frequenz ($\omega \rightarrow \infty$) wird $R \ll X_\sigma$, und die Gesamtstreureaktanz bestimmt den Kurzschlussstrom allein. Der gleiche Betriebszustand, der als *ideeller Kurzschluss* bezeichnet sei und durch $\underline{u}_2 = 0$ bei $\omega \rightarrow \infty$ gekennzeichnet ist, soll nunmehr ausgehend von den allgemeinen Gleichungen (1.2.69) betrachtet werden. Mit $\underline{u}_2 = 0$ folgt aus der zweiten Gleichung (1.2.69), da die ohmschen Spannungsabfälle wegen $\omega \rightarrow \infty$ vernachlässigbar klein bleiben,

$$\underline{i}_2 = -\frac{X_{21}}{X_{22}} \underline{i}_1.$$

Wenn man damit den Strom i_2 in der ersten Gleichung (1.2.69) eliminiert, erhält man schließlich

$$\underline{u}_1 = j \left(X_{11} - \frac{X_{12}^2}{X_{22}} \right) i_1. \quad (1.2.70)$$

Da andererseits im ideellen Kurzschluss entsprechend den oben angestellten Überlegungen

$$\underline{u}_1 = jX_\sigma i_1$$

ist, lässt sich die Gesamtstreureaktanz X_σ offenbar ausdrücken als

$$X_\sigma = X_{11} - \frac{X_{12}^2}{X_{22}} = \left(1 - \frac{X_{12}^2}{X_{11}X_{22}} \right) X_{11} = \sigma X_{11}, \quad (1.2.71)$$

wenn der Klammerausdruck als *Streukoeffizient*

$$\sigma = 1 - \frac{X_{12}^2}{X_{11}X_{22}} \quad (1.2.72)$$

eingeführt wird. Dabei bedeutet $\sigma = 1$, dass zwischen \underline{u}_1 und i_1 im ideellen Kurzschluss dieselbe Reaktanz vermittelt wie im Leerlauf. Die beiden Wicklungen sind also vollständig entkoppelt. Demgegenüber ist bei $\sigma = 0$ mit $\underline{u}_2 = 0$ auch $\underline{u}_1 = 0$ bzw. mit $\underline{\Psi}_2 = 0$ auch $\underline{\Psi}_1 = 0$. Es liegt also eine vollständige Kopplung vor. Der Streukoeffizient σ kann demnach Werte im Bereich

$$0 \leq \sigma \leq 1$$

annehmen. Praktisch ausgeführte Transformatoren besitzen Werte von σ , die i. Allg. unterhalb von 0,1 liegen.

1.2.3.2 Gleichungen mit transformierten Größen

Bereits bei der Behandlung der Wirkungsweise des Transformators im Abschnitt 1.2.2.2e) hatte es sich als vorteilhaft erwiesen, über die Transformationsbeziehungen

$$\underline{u}'_2 = \frac{w_1}{w_2} \underline{u}_2; \quad i'_2 = \frac{w_2}{w_1} i_2; \quad \underline{\Psi}'_2 = \frac{w_1}{w_2} \underline{\Psi}_2 \quad (1.2.73)$$

transformierte Größen der Seite 2 einzuführen. Mit ihrer Hilfe konnten insbesondere die Abweichungen vom idealen Verhalten recht einfach als $(\underline{u}_1 - \underline{u}'_2)$, $(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2)$ und $(i_1 - i'_2)$ ausgedrückt werden. Es sollen deshalb nunmehr auch die allgemeinen Gleichungen (1.2.69) den Transformationen nach (1.2.73) unterworfen werden. Man erhält

$$\boxed{\begin{aligned} \underline{u}_1 &= R_1 i_1 + j\omega \underline{\Psi}_1 = R_1 i_1 + jX_{11} i_1 + jX'_{12} i'_2 \\ \underline{u}'_2 &= R'_2 i'_2 + j\omega \underline{\Psi}'_2 = R'_2 i'_2 + jX'_{21} i_1 + jX'_{22} i'_2 \end{aligned}} \quad (1.2.74)$$

mit

$$\left. \begin{aligned} X'_{12} = X'_{21} &= \frac{w_1}{w_2} X_{12} = \frac{w_1}{w_2} X_{21} \\ X'_{22} &= \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 X_{22} \\ R'_2 &= \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 R_2 \end{aligned} \right\}. \quad (1.2.75)$$

Die Abweichung vom idealen Verhalten hinsichtlich der Spannungen gewinnt man unmittelbar aus (1.2.74) zu

$$\underline{u}_1 - \underline{u}'_2 = R_1 \underline{i}_1 - R'_2 \underline{i}'_2 + j\omega(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2). \quad (1.2.76)$$

Dabei stellt $(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2)$ die Gesamtstreufussverkettung zwischen den beiden Wicklungen dar. Für den Sonderfall des ideellen Kurzschlusses ($\underline{u}_2 = 0, \omega \rightarrow \infty$) folgt aus (1.2.74) $\underline{\Psi}'_2 = 0$ und damit

$$\underline{i}'_2 = -\frac{X'_{21}}{X'_{22}} \underline{i}_1$$

sowie

$$\omega \underline{\Psi}_1 = \omega(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2) = \left(X_{11} - \frac{X'^2_{12}}{X'_{22}}\right) \underline{i}_1 = X_\sigma \underline{i}_1. \quad (1.2.77)$$

Die Gesamtstreufussverkettung zwischen den beiden Wicklungen erscheint im ideellen Kurzschluss als Flussverkettung $\underline{\Psi}_1$ der Wicklung 1 und wird durch die Gesamtstreureaktanz X_σ nach (1.2.71) bestimmt.

1.2.3.3 Ersatzschaltbild

Die Gleichungen (1.2.74) können rein formal als Aussagen des Maschensatzes für ein Netzwerk ausgelegt werden, das aus zwei Maschen mit einem gemeinsamen Zweig besteht. Um das deutlich werden zu lassen, muss dafür gesorgt werden, dass der Spannungsabfall über dem gemeinsamen Zweig in beiden Gleichungen erscheint. Dabei ist zu beachten, dass dieser Zweig, entsprechend der Anwendung des Knotenpunktsatzes auf einen der beiden Verbindungspunkte der beiden Maschen, von der Summe (oder der Differenz) der beiden Ströme durchflossen sein muss. Die übrigen Glieder der beiden Gleichungen dürfen dann nur noch vom eigenen Strom abhängen. Eine Betrachtung von (1.2.74) zeigt, dass eine derartige Form entsteht, wenn zur ersten Gleichung $\pm jX'_{12}\underline{i}'_2$ und zur zweiten $\pm jX'_{21}\underline{i}'_1$ hinzugefügt wird. Bei zweckmäßiger Zusammenfassung der Glieder erhält man dann

$$\boxed{\begin{aligned} \underline{u}_1 &= R_1 \underline{i}_1 + j\omega \underline{\Psi}_1 = R_1 \underline{i}_1 + j(X_{11} - X'_{12})\underline{i}_1 + jX'_{12}(\underline{i}_1 + \underline{i}'_2) \\ \underline{u}'_2 &= R'_2 \underline{i}'_2 + j\omega \underline{\Psi}'_2 = R'_2 \underline{i}'_2 + j(X'_{22} - X'_{21})\underline{i}'_2 + jX'_{21}(\underline{i}_1 + \underline{i}'_2) \end{aligned}}. \quad (1.2.78)$$

Die Gleichungen (1.2.78) werden von der Schaltung nach Bild 1.2.43 befriedigt. Diese Schaltung bildet deshalb ein Ersatzschaltbild des Transformators. Prinzipiell lassen

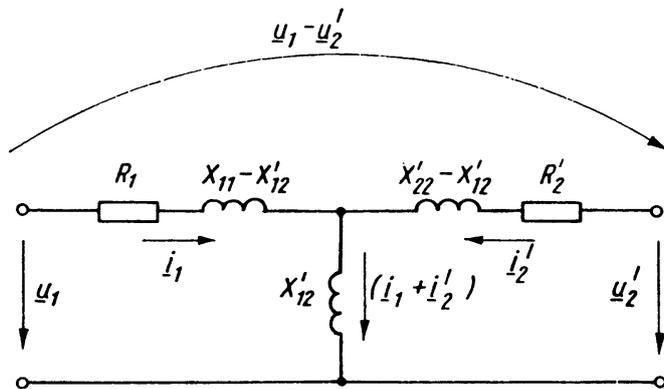


Bild 1.2.43 Ersatzschaltbild des Transformators auf Basis von (1.2.78) unter Einführung transformierter Größen der Seite 2

sich auch andere Ersatzschaltbilder angeben als das nach Bild 1.2.43, z.B. auch solche, die unmittelbar aus (1.2.69) entstehen. Das Ersatzschaltbild 1.2.43 hat jedoch gegenüber allen anderen den Vorteil, dass man aus ihm unmittelbar die Abweichungen des Verhaltens eines realen Transformators vom idealen Verhalten ablesen kann. Die Abweichung vom idealen Verhalten hinsichtlich der Spannungen tritt als Spannungsabfall ($\underline{u}_1 - \underline{u}'_2$) über den Längsgliedern und die Abweichung vom idealen Verhalten hinsichtlich der Ströme als Strom ($\underline{i}_1 + \underline{i}'_2$) durch das Querglied in Erscheinung. Als Kopplungselement der beiden Maschen erscheint die der Gegeninduktivität zugeordnete, auf die Seite 1 bezogene Reaktanz X'_{12} . Die ohmschen Widerstände der beiden Maschen sind der Wicklungswiderstand R_1 der Wicklung 1 und der auf die Seite 1 bezogene Wicklungswiderstand R'_2 der Wicklung 2. Schwieriger ist es, die induktiven Schaltelemente ($X_{11} - X'_{12}$) und ($X'_{22} - X'_{21}$) der beiden Maschen zu deuten. Sie werden oft leichthin als Streureaktanzen der Wicklungen 1 und 2 bezeichnet. Es ist aber bereits mehrfach herausgearbeitet worden, dass nur eine Gesamtstreuung zwischen den beiden Wicklungen existiert und Einzelstreureaktanzen nicht ohne weiteres eingeführt werden können, es sei denn, sie werden über das Ersatzschaltbild 1.2.43 bzw. über (1.2.78) definiert. In diesem Fall ist aber festzuhalten, dass die so eingeführten Streureaktanzen zunächst nur als Abkürzungen für Ausdrücke anzusehen sind, die der mathematische Formalismus in Erscheinung treten lässt. Eine von diesem Formalismus losgelöste physikalische Interpretation ist dann natürlich nicht mehr statthaft. Da das Schaltelement ($X_{11} - X'_{12}$) in der Masche 1 liegt, wird es auch dann wirksam, wenn $\underline{i}'_2 = 0$ ist. Betrachtet man in diesem Betriebszustand die Gesamtstreuflussverkettung in (1.2.76), so erhält man aus (1.2.74) oder (1.2.78)

$$\omega(\underline{\Psi}_1 - \underline{\Psi}'_2) = (X_{11} - X'_{12})\underline{i}_1.$$

Die Reaktanz ($X_{11} - X'_{12}$) ist also der Gesamtstreuung des Transformators bei Leerlauf der Seite 2 zugeordnet. Analog dazu ist die Reaktanz ($X'_{22} - X'_{21}$) der Gesamtstreuung des Transformators bei Leerlauf der Seite 1 zugeordnet. Dabei soll ohne Beweis erwähnt werden, dass eine der beiden Reaktanzen ($X_{11} - X'_{12}$) oder ($X'_{22} - X'_{21}$) auch negativ werden kann. Das trifft z.B. für den Fall zu, dass eine Zylinderwicklung ausgeführt wird wie im Bild 1.2.3 (s. auch Bild 1.8.3).

An dieser Stelle soll nochmals auf den im Abschnitt 1.2.2.4f) bereits erörterten Sonderfall trennbarer Streufelder zurückgekommen werden. In diesem Fall lassen sich die beiden Flussverkettungen entsprechend (1.2.47) formulieren. Dabei ist $\underline{\Phi}_h$ der Hauptfluss, der im magnetischen Kreis existiert und beide Wicklungen in sämtlichen Windungen durchsetzt. Er lässt sich unter den hier vorausgesetzten linearen magnetischen Verhältnissen formulieren als

$$\underline{\Phi}_h = \frac{V_o}{R_m} = \frac{i_1 w_1 + i_2 w_2}{R_m}, \quad (1.2.79)$$

wenn R_m der resultierende magnetische Widerstand des magnetischen Kreises ist. Führt man (1.2.79) in (1.2.47) ein, so erhält man

$$\left. \begin{aligned} \omega \underline{\Psi}_1 &= \left(X_{\sigma 1} + \omega \frac{w_1^2}{R_m} \right) i_1 + \omega \frac{w_1 w_2}{R_m} i_2 = X_{11} i_1 + X_{12} i_2 \\ \omega \underline{\Psi}_2 &= \left(X_{\sigma 2} + \omega \frac{w_2^2}{R_m} \right) i_2 + \omega \frac{w_2 w_1}{R_m} i_1 = X_{22} i_2 + X_{21} i_1 \end{aligned} \right\}. \quad (1.2.80)$$

Dabei wurden die aus (1.2.69) folgenden Ausdrücke für $\omega \underline{\Psi}_1$ und $\omega \underline{\Psi}_2$ mit angegeben. Aus (1.2.80) erhält man für die induktiven Schaltelemente des Ersatzschaltbilds durch Vergleich einander zugeordneter Reaktanzen unter Beachtung der Transformationsbeziehungen nach (1.2.73) und (1.2.75)

$$\left. \begin{aligned} X_{11} - X'_{12} &= X_{\sigma 1} \\ X'_{22} - X'_{21} &= \left(\frac{w_1}{w_2} \right)^2 X_{\sigma 2} = X'_{\sigma 2} \end{aligned} \right\}. \quad (1.2.81)$$

Im Sonderfall trennbarer Streufelder entsprechen die induktiven Schaltelemente im Längsweig des Ersatzschaltbilds den Einzelstreureaktanzen.

Die Gesamtstreureaktanz X_σ ist über (1.2.71) bzw. durch Einführen von X'_{12} und X'_{22} nach (1.2.75) als

$$X_\sigma = X_{11} - \frac{X'_{12}{}^2}{X'_{22}}$$

definiert. Um die Schaltelemente des Ersatzschaltbilds einzuführen, lässt sich diese Beziehung umformen in

$$\begin{aligned} X_\sigma &= X_{11} - X'_{12} \frac{X'_{12} + (X'_{22} - X'_{21}) - (X'_{22} - X'_{21})}{(X'_{22} - X'_{21}) + X'_{12}} \\ &= (X_{11} - X'_{12}) + \frac{1}{\frac{1}{X'_{12}} + \frac{1}{(X'_{22} - X'_{21})}}. \end{aligned}$$

Das ist die im idellen Kurzschluss ($R = 0$) von der Seite 1 her gesehene Reaktanz, wie sie für diesen Betriebszustand auch aus dem Ersatzschaltbild abgelesen werden kann. Da i. Allg. $(X'_{22} - X'_{21}) \ll X'_{12}$ ist, folgt näherungsweise

$$X_\sigma \approx (X_{11} - X'_{12}) + (X'_{22} - X'_{21}). \quad (1.2.82)$$

Für den Sonderfall trennbarer Streufelder geht (1.2.82) unter Beachtung von (1.2.81) über in

$$X_\sigma \approx X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2}.$$

1.2.3.4 Näherungsbeziehungen

Eine erste Stufe einer genäherten Betrachtungsweise erhält man, wenn berücksichtigt wird, dass $R_1 \ll X'_{12}$ und $(X_{11} - X'_{12}) \ll X'_{12}$ bzw. $R_1 + jX_{11} \approx jX'_{12}$ ist, und wenn der Betrieb im Leerlauf bzw. in unmittelbarer Nähe des Leerlaufs ausgeklammert wird. In diesem Fall folgt aus der ersten Gleichung (1.2.74), wenn gleichzeitig $X'_{12} = X_h$ gesetzt wird,

$$\underline{u}_1 = (R_1 + jX_{11}) \left(\underline{i}_1 + \frac{jX'_{12}}{R_1 + jX_{11}} \underline{i}'_2 \right) \approx jX_h (\underline{i}_1 + \underline{i}'_2) \quad (1.2.83)$$

und daraus

$$\underline{i}'_2 = -\underline{i}_1 + \frac{\underline{u}_1}{jX_h} \quad (1.2.84)$$

bzw.

$$\boxed{\underline{i}_1 + \underline{i}'_2 = \frac{\underline{u}_1}{jX_h}}. \quad (1.2.85)$$

Andererseits erhält man aus beiden Gleichungen (1.2.74) bzw. (1.2.78) durch Einführen der Gesamtstreureaktanz nach (1.2.82), des Gesamtwiderstands $R = R_1 + R'_2$ und der Kurzschlussimpedanz $\underline{Z}_k = R + jX_\sigma$ nach (1.2.46) sowie mit (1.2.84)

$$\begin{aligned} \underline{u}_1 - \underline{u}'_2 &= [R_1 + j(X_{11} - X'_{12})] \underline{i}_1 - [R'_2 + j(X'_{22} - X'_{12})] \underline{i}'_2 \\ &= (R + jX_\sigma) \underline{i}_1 - \frac{\underline{u}_1}{jX_h} [R'_2 + j(X'_{22} - X'_{12})], \end{aligned}$$

d.h. es wird

$$\boxed{\underline{u}_1 - \underline{u}'_2 \approx (R + jX_\sigma) \underline{i}_1 = \underline{Z}_k \underline{i}_1}. \quad (1.2.86)$$

Die Gleichungen (1.2.85) und (1.2.86) befriedigen das Ersatzschaltbild nach Bild 1.2.44a. Vom Ersatzschaltbild nach Bild 1.2.43 ausgehend besteht die Näherung darin, dass der Strom $(\underline{i}_1 + \underline{i}'_2)$ im Querglied unter Vernachlässigung des Spannungsabfalls $[R_1 + j(X_{11} - X'_{12})] \underline{i}_1$ ermittelt wird, während andererseits der Einfluss des Stroms $(\underline{i}_1 + \underline{i}'_2)$ auf die Spannungsabfälle über den Längsgliedern keine Berücksichtigung findet.

Eine zweite Stufe der genäherten Betrachtungsweise lässt sich einführen, sobald eine nennenswerte Belastung des Transformators vorliegt, so dass er sich praktisch hinsichtlich der Ströme ideal verhält, also entsprechend $\underline{i}'_2 = -\underline{i}_1$. Dem entspricht in (1.2.84), dass $\hat{u}_1 / X_h \ll \hat{i}_1$ ist, während (1.2.86) erhalten bleibt. Das Verhalten wird dann durch Beziehungen beschrieben, die bereits bei der Behandlung der Wirkungsweise des noch hinsichtlich der Ströme idealen Transformators im Abschnitt 1.2.2.4 als (1.2.42) erhalten wurden. Sie befriedigen das Ersatzschaltbild 1.2.44b. Bei größeren Transformatoren ist $X_\sigma > 3R$, so dass der Gesamtwiderstand R keinen Einfluss mehr

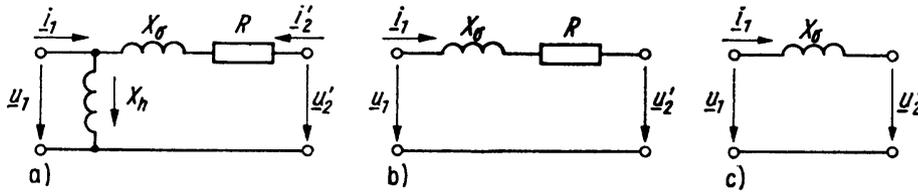


Bild 1.2.44 Vereinfachte Ersatzschaltbilder des Transformators.
 a) Entsprechend (1.2.84) und (1.2.86); b) als noch hinsichtlich der Ströme idealer Transformator; c) als noch hinsichtlich der Ströme idealer Transformator unter zusätzlicher Vernachlässigung des Gesamtwiderstands R bzw. der Wicklungsverluste

auf den Kurzschlussstrom nimmt. Für die Kurzschlussstromberechnung wird dann mit

$$\boxed{u_1 - u_2' = jX_\sigma i_1} \quad (1.2.87)$$

gearbeitet. Das Ersatzschaltbild vereinfacht sich weiter und entartet entsprechend Bild 1.2.44c in eine im Kurzschlusskreis liegende Reaktanz von der Größe der Gesamtstreureaktanz des Transformators. Bei der Berechnung der Kurzschlussströme in einem Netz der Energieversorgung erscheint an der Stelle jedes Transformators eine Reaktanz, wenn alle Spannungsebenen über die entsprechenden Transformationsbeziehungen auf ein Spannungsniveau umgerechnet werden.

1.2.4

Betriebsverhalten am Netz starrer Spannung

Der praktische Einsatz des Transformators im System der Energieversorgung kommt dem Betrieb an einem Netz starrer Spannung i. Allg. sehr nahe. Deshalb wurde auch bei der Behandlung der Wirkungsweise im Abschnitt 1.2.2 stets von diesem Betriebszustand ausgegangen. Aus dem gleichen Grund wird in den folgenden Betrachtungen das Betriebsverhalten für diesen Fall näher untersucht. Dabei steht jetzt nicht mehr der innere Mechanismus des Transformators, sondern das nach außen in Erscheinung tretende Verhalten im Vordergrund. Um einfache Ergebnisse zu erhalten, soll der Transformator als hinsichtlich der Ströme ideal angesehen werden. Die folgenden Untersuchungen gehen also von den entsprechenden Erkenntnissen der Abschnitte 1.2.2.4 und 1.2.3.4 aus. Das Schaltbild der betrachteten Anordnung zeigt Bild 1.2.45, wobei genormte Schaltzeichen verwendet wurden.

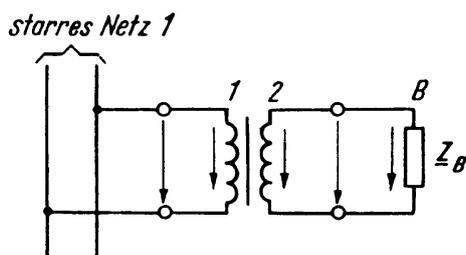


Bild 1.2.45 Schaltbild zum Betrieb des Transformators am starren Netz 1

Transformatoren, die an einer praktisch vorgegebenen Spannung arbeiten, werden auch als *Spannungstransformatoren* bezeichnet.

1.2.4.1 Ortskurven $\underline{U}'_2 = f(I/I_N)$ und $\underline{U}'_2 = f(\varphi_B)$

Entsprechend (1.2.86), die durch Einführen von Effektivwertzeigern übergeht in

$$\underline{U}_1 - \underline{U}'_2 = (R + jX_\sigma)\underline{I}_1 = \underline{Z}_k \underline{I}_1, \quad (1.2.88)$$

ändert sich \underline{U}'_2 und damit \underline{U}_2 bei starrer Spannung \underline{U}_1 in Abhängigkeit vom Betrag und der Phasenlage von $\underline{I}_1 = -\underline{I}'_2 = \underline{I}'_B$. Für einen Belastungsfall mit ohmsch-induktiver Belastung der Seite 2 ist das Zeigerbild nach (1.2.88) im Bild 1.2.46 nochmals dargestellt (vgl. Bild 1.2.21).

Bei $\varphi_B = \text{konst.}$ und $\underline{U}_1 = \text{konst.}$ ist der Winkel zwischen \underline{U}'_2 und der Hypotenuse des Kappschen Dreiecks entsprechend Bild 1.2.46 unveränderlich und beträgt $180^\circ - (\varphi_k - \varphi_B)$. Damit muss sich die Zeigerspitze von \underline{U}'_2 bei Verändern des Betrags des Belastungsstroms auf einem Kreis bewegen, in dem \underline{U}_1 eine Sehne mit dem Peripheriewinkel $180^\circ - (\varphi_k - \varphi_B)$ bildet. Der zugehörige Zentrumswinkel im Mittelpunkt M des Kreises beträgt dann $2(\varphi_k - \varphi_B)$. Bild 1.2.47 zeigt die Konstruktion der Ortskurve $\underline{U}'_2 = f(I/I_N)$ ausgehend vom Zeigerbild 1.2.46 für den dort verwen-

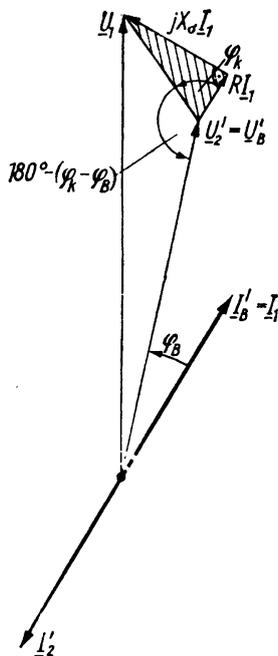


Bild 1.2.46 Zeigerbild nach (1.2.88) bei ohmsch-induktiver Belastung der Seite 2 und noch hinsichtlich der Ströme idealem Verhalten

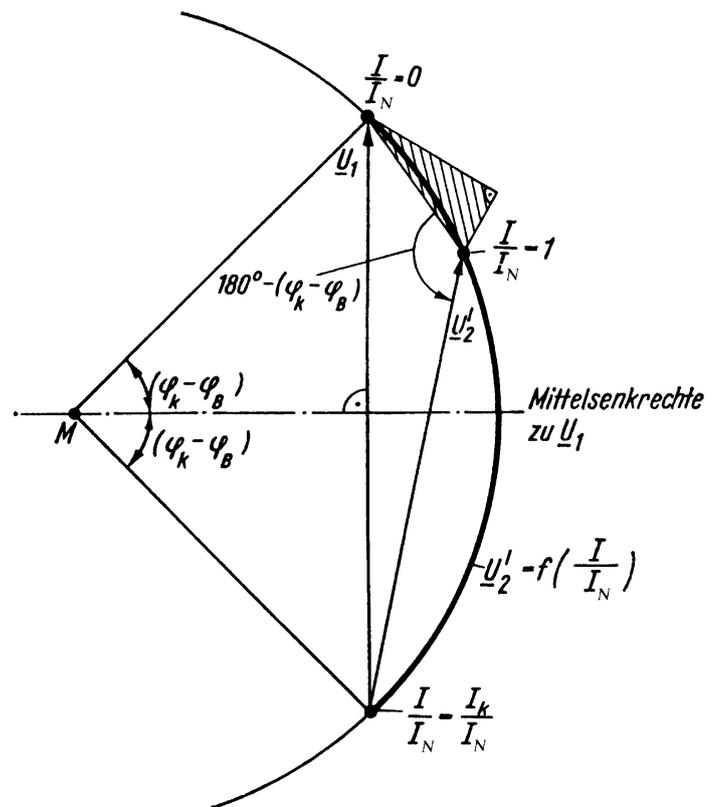


Bild 1.2.47 Entwicklung der Ortskurve $\underline{U}'_2 = f(I/I_N)$ bei $\underline{U}_1 = \text{konst.}$ und $\varphi_B = \text{konst.}$ für $\varphi_B = 18,5^\circ$, $\varphi_k = 63,5^\circ$. Im Bereich des Energieflusses von der Seite 1 zur Seite 2 ist die Ortskurve stark ausgezogen

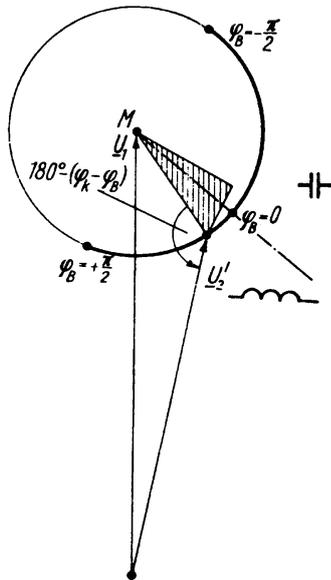


Bild 1.2.48 Entwicklung der Ortskurve $\underline{U}'_2 = f(\varphi_B)$ bei $\underline{U}_1 = \text{konst.}$ und $I = \text{konst.}$ für $(I/I_N) = 1$, $\varphi_k = 63,5^\circ$. Im Bereich des Energieflusses von der Seite 1 zur Seite 2 ist die Ortskurve stark ausgezogen

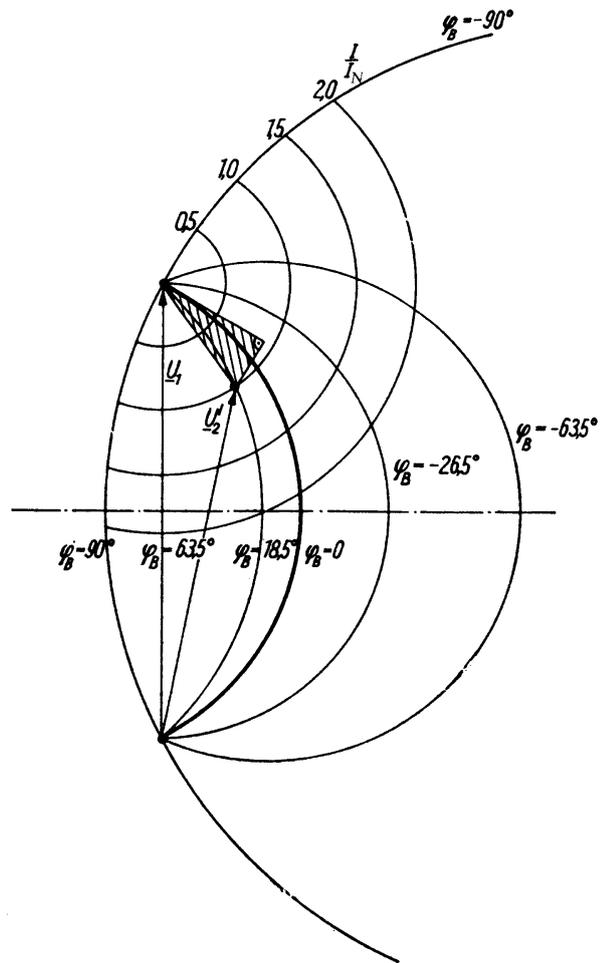


Bild 1.2.49 Gemeinsame Darstellung von Ortskurvenscharen $\underline{U}'_2 = f(I/I_N)$ und $f(\varphi_B)$ im Bereich des Energieflusses von der Seite 1 zur Seite 2

deten Wert von φ_B . Dabei wurde die Ortskurve nur im Bereich des Energieflusses von der Seite 1 zur Seite 2 stark ausgezogen. Ihre Bezifferung in (I/I_N) kann ausgehend von der Überlegung gewonnen werden, dass die Hypotenuse des Kappschen Dreiecks stromproportional ist.

Bei $I'_2 = \text{konst.}$ bzw. $I_1 = \text{konst.}$ und $\underline{U}_1 = \text{konst.}$ ist die Hypotenuse des Kappschen Dreiecks konstant und ändert bei Variation von φ_B ihre Lage zu \underline{U}_1 . Damit ist die Ortskurve von \underline{U}'_2 bei $\underline{U}_1 = \text{konst.}$ und $I_1 = \text{konst.}$ ein Kreis, dessen Mittelpunkt M im Endpunkt des Zeigers \underline{U}_1 liegt. Bild 1.2.48 zeigt die Konstruktion des Kreises ausgehend vom Zeigerbild 1.2.46. Dabei wurde wiederum nur jener Teil des Kreises stark ausgezogen, der dem Energiefluss von der Seite 1 zur Seite 2 zugeordnet ist. Der Durchmesser des Kreises ist dem Betrag des Stroms proportional.

Die Bezifferung der Ortskurve in φ_B kann punktweise ausgehend von der Überlegung gewonnen werden, dass der Winkel zwischen \underline{U}'_2 und der Hypotenuse des

Kapschen Dreiecks $180^\circ - (\varphi_k - \varphi_B)$ beträgt. Man erkennt aus der Ortskurve nach Bild 1.2.48, dass die inneren Spannungsabfälle $(R + jX_\sigma)\underline{I}_1$ des Transformators nicht notwendig zu einer Spannungsabsenkung bei Belastung führen. Vielmehr erhält man im Bereich stark kapazitiver Belastung einen Spannungsanstieg. Er entsteht dadurch, dass die Kapazität des Belastungszweipols und die Gesamtstreuinduktivität des Transformators einen Reihenresonanzkreis bilden. Je größer die Kapazität wird, um so niedriger liegt dessen Resonanzfrequenz, und um so näher kommt sie der Betriebsfrequenz, so dass sich die Spannungsüberhöhung über der Kapazität schließlich bemerkbar macht.

Um die Lage des Zeigers \underline{U}'_2 vollständig zu fixieren, ist im Bild 1.2.49 sowohl eine Schar von Ortskurven $\underline{U}'_2 = f(I/I_N)$ bei $\varphi_B = \text{konst.}$ als auch eine Schar von Ortskurven $\underline{U}'_2 = f(\varphi_B)$ bei $(I/I_N) = \text{konst.}$ für den Bereich des Energieflusses von der Seite 1 zur Seite 2 dargestellt.

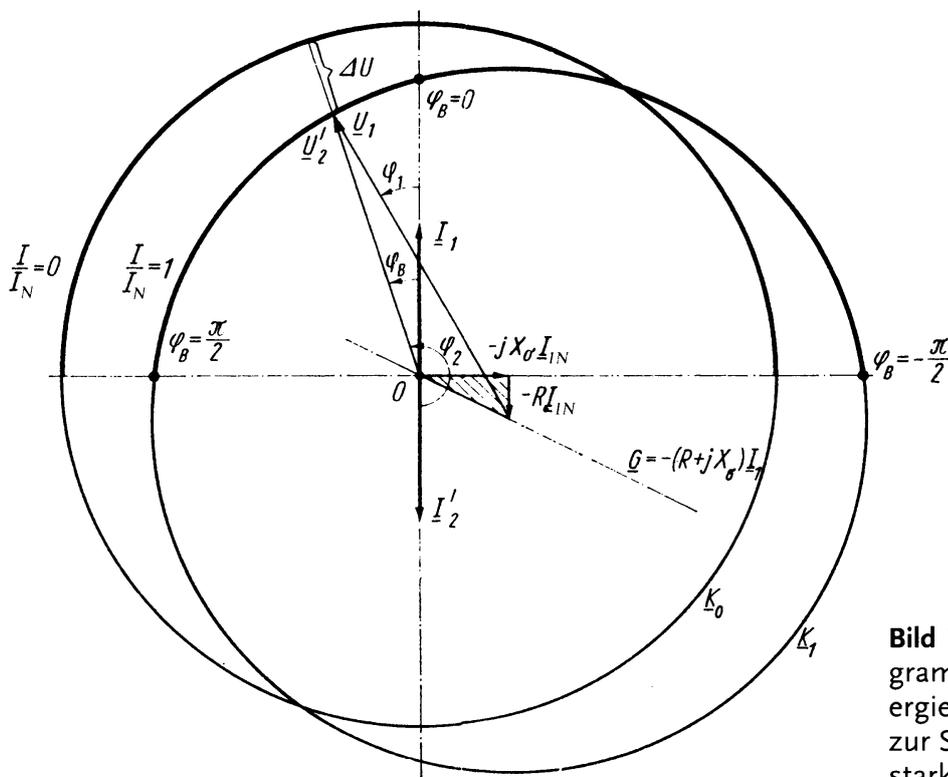


Bild 1.2.50 Kapsches Diagramm. Im Bereich des Energieflusses von der Seite 1 zur Seite 2 ist die Ortskurve stark ausgezogen

1.2.4.2 Kapsches Diagramm

Der Einfluss des Phasenwinkels φ_B der Belastung auf Größe und Phasenlage der Spannung \underline{U}'_2 bei $\underline{U}_1 = \text{konst.}$ folgt aus der Ortskurve nach Bild 1.2.48. Die praktische Anwendung dieser Ortskurve ist dadurch erschwert, dass sich ihre φ_B -Bezifferung nur mühsam ermitteln lässt. Diesen Nachteil vermeidet das im Folgenden behandelte Kapsche Diagramm. Dabei wird nicht von $\underline{U}_1 = \text{konst.}$ ausgegangen, sondern von $\underline{I}_1 = \text{konst.}$, so dass sich die Phasenlage von \underline{U}_1 in Abhängigkeit von φ_B ändern wird. Das spielt jedoch keine Rolle, da nur die relativen Phasenverschiebungen zwi-

schen den einzelnen Größen interessieren. Dagegen wirkt sich vorteilhaft aus, dass mit $\underline{I}_1 = \text{konst.}$ auch die Lage des Kappschen Dreiecks unverändert bleibt. Entsprechend $\underline{U}'_2 = -(R + jX_\sigma)\underline{I}_1 + \underline{U}_1$ liegt \underline{U}'_2 auf einem Kreis mit dem Radius U_1 um den festliegenden Punkt $-(R + jX_\sigma)\underline{I}_1$, wie im Bild 1.2.50 dargestellt. Die φ_B -Bezeichnung lässt sich unmittelbar angeben, da φ_B der Winkel zwischen $\underline{U}'_2 = \underline{U}'_B$ und $\underline{I}_1 = \underline{I}'_B$ ist. Die Bezeichnung kann natürlich auch in φ_2 vorgenommen werden. Das empfiehlt sich, wenn die Ortskurve für den Bereich beider Energieflussrichtungen dargestellt werden soll, wie dies auch im Bild 1.2.50 geschehen ist. In Abhängigkeit von \underline{I}_1 verschiebt sich der Kreismittelpunkt auf der Ursprungsgeraden $\underline{G} = -(R + jX_\sigma)\underline{I}_1$. Für den Sonderfall $\underline{I}_1 = 0$ erhält man einen Ursprungskreis, den Leerlaufkreis \underline{K}_0 . Für diesen gilt $U'_2 = U'_{21} = U_1$ unabhängig von φ_B . Als zu φ_B gehörender Differenzabschnitt zwischen dem Leerlaufkreis \underline{K}_0 und dem Lastkreis \underline{K}_1 kann aus dem Kappschen Diagramm unmittelbar die *Spannungsänderung* $\Delta U = U_1 - U'_2$ gegenüber Leerlauf abgelesen werden. Damit liefert Bild 1.2.50 auch den prinzipiellen Verlauf der Belastungskennlinien $U_2 = f(I_2)$ bei $U_1 = \text{konst.}$ Man erhält Kennlinien, die bei ohmscher Last schwach und mit zunehmend induktiverer Last stärker abfallen, während sie im Gebiet stark kapazitiver Last ansteigen. Ihr Verlauf ist im Bild 1.2.51 für den in allen Zeigerbildern betrachteten Transformator mit einem relativen Streuspannungsabfall von $u_\sigma^* = 0,25$ und einem relativen ohmschen Spannungsabfall von $u_r^* = 0,125$ dargestellt.⁴⁾ Größere, praktisch ausgeführte Transformatoren haben wesentlich kleinere Werte von u_r^* . Dadurch wird die Spannungsänderung bei ohmscher Last wesentlich geringer als Bild 1.2.51 zeigt.

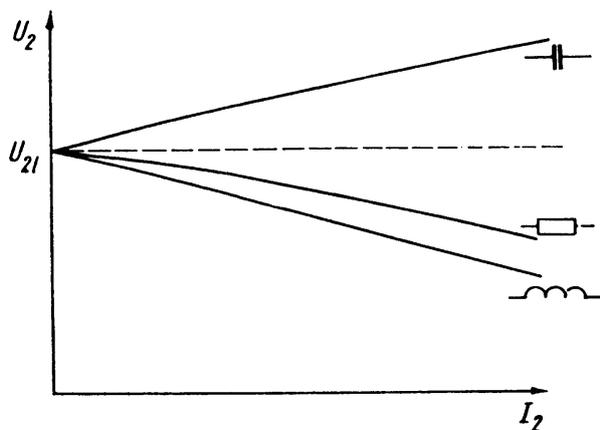


Bild 1.2.51 Belastungskennlinie $U_2 = f(I_2)$ bei $U_1 = \text{konst.}$ für $\varphi_k = 63,5^\circ$

1.2.4.3 Spannungsänderung bei Belastung

Bei Belastung ändert sich die Spannung U'_2 des Transformators bei konstanter Spannung U_1 gegenüber der Leerlaufspannung $U'_{21} = U_1$ um

$$\Delta U = U'_{21} - U'_2 = U_1 - U'_2 . \quad (1.2.89)$$

4) Die relativen – auf die Bemessungsspannung bezogenen – Spannungsabfälle werden im Abschnitt 1.6.3 im Zusammenhang mit der Prüfung von Transformatoren eingeführt.

Die Ermittlung von ΔU aus den Ortskurven, insbesondere aus dem Kappschen Diagramm nach Bild 1.2.50, ist bereits im Abschnitt 1.2.4.2 gezeigt worden. Im Folgenden soll nunmehr eine analytische Beziehung für ΔU hergeleitet werden.

Wenn \underline{U}'_2 auf die rechte Seite gebracht wird und alle Größen \underline{g} als $\hat{g}^{j\varphi_g}$ geschrieben werden, folgt aus (1.2.88)

$$\underline{U}_1 e^{j\varphi_{u1}} = \underline{U}'_2 e^{j\varphi_{u2}} + (R + jX_\sigma) I_1 e^{j\varphi_i}.$$

Nach Multiplikation mit $e^{-j\varphi_{u2}}$ und durch Einführen von $\varphi_B = \varphi_{u2} - \varphi_i$, $U_r = RI_1$ sowie $U_\sigma = X_\sigma I_1$ folgt daraus

$$U_1 e^{j(\varphi_{u1} - \varphi_{u2})} = U'_2 + U_r \cos \varphi_B + U_\sigma \sin \varphi_B + j(U_\sigma \cos \varphi_B - U_r \sin \varphi_B). \quad (1.2.90)$$

Wenn die Abkürzungen

$$\Delta U'_\varphi = U_r \cos \varphi_B + U_\sigma \sin \varphi_B \quad (1.2.91)$$

$$\Delta U''_\varphi = U_\sigma \cos \varphi_B - U_r \sin \varphi_B \quad (1.2.92)$$

eingeführt werden, liefert (1.2.90) die Beziehung

$$U_1^2 = (U'_2 + \Delta U'_\varphi)^2 + \Delta U''_\varphi^2. \quad (1.2.93)$$

Diese Beziehung kann auch aus dem Zeigerbild 1.2.52 abgelesen werden, das für einen speziellen Belastungsfall dargestellt ist und in dem die entsprechenden Hilfslinien eingetragen worden sind. Aus (1.2.93) erhält man

$$U'_2 = \sqrt{U_1^2 - \Delta U''_\varphi^2} - \Delta U'_\varphi$$

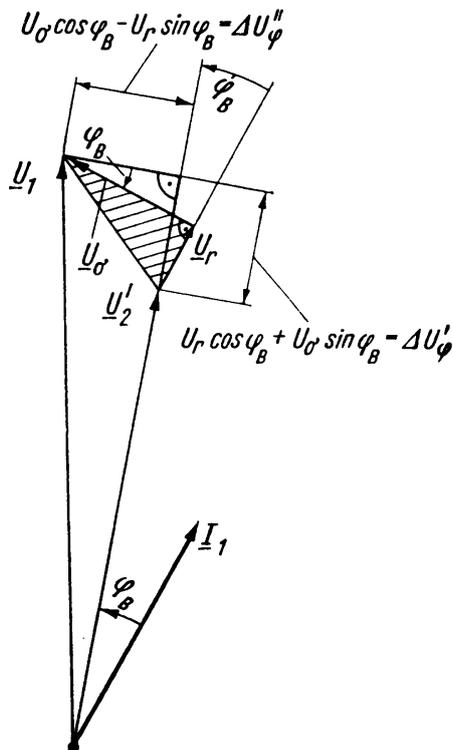


Bild 1.2.52 Ermittlung der Spannungsänderung $\Delta U = U_1 - U'_2$ aus dem Zeigerbild

bzw. genähert mit $\sqrt{1-x} \approx 1 - \frac{x}{2}$

$$U_2' = U_1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta U_\varphi''^2}{U_1} - \Delta U_\varphi'. \quad (1.2.94)$$

Wenn (1.2.94) in (1.2.89) eingesetzt wird, nimmt der Ausdruck für die Spannungsänderung die Form

$$\Delta U = U_1 - U_2' = \Delta U_\varphi' + \frac{1}{2} \frac{\Delta U_\varphi''^2}{U_1} \quad (1.2.95)$$

an. Die *relative Spannungsänderung gegenüber der Bemessungsspannung* U_{1N} folgt daraus zu

$$\Delta u^* = \frac{\Delta U}{U_{1N}} = \frac{\Delta U_\varphi'}{U_{1N}} + \frac{1}{2} \frac{\Delta U_\varphi''^2}{U_{1N}^2} = \Delta u_\varphi'^* + \frac{1}{2} \Delta u_\varphi''^{*2}. \quad (1.2.96)$$

In (1.2.96) kann das zweite Glied meist gegenüber dem ersten wegen $\Delta u_\varphi''^{*2} \ll 1$ vernachlässigt werden. Damit erhält man durch Einführen der relativen Spannungsabfälle nach (1.6.5) und (1.6.6) sowie mit (1.2.91) genähert

$$\Delta u^* \approx \Delta u_\varphi'^* = u_r^* \cos \varphi_B + u_\sigma^* \sin \varphi_B. \quad (1.2.97)$$

Da i. Allg. u_r^* sehr klein ist, folgt aus (1.2.97) nochmals, dass die Spannungsänderung im Gebiet rein ohmscher und nahezu rein ohmscher Last gering ist. Außerdem erkennt man, dass Δu^* im Gebiet induktiver Belastung ($\varphi_B \rightarrow \frac{\pi}{2}$) groß und positiv ist, während man im Gebiet kapazitiver Belastung ($\varphi_B \rightarrow -\frac{\pi}{2}$) große und negative Werte von Δu^* erhält.

1.2.4.4 Parallelbetrieb

Wenn eine bestehende Anlage erweitert werden soll, ist es erforderlich, zu vorhandenen Transformatoren weitere parallelzuschalten. Im Folgenden soll deshalb untersucht werden, unter welchen Bedingungen ein Parallelbetrieb möglich ist. Dazu wird eine Anordnung nach Bild 1.2.53 betrachtet. Die beiden Transformatoren A und B liegen auf der Seite 1 am gemeinsamen Netz 1 mit der starren Spannung \underline{u}_1 . Auf der Seite 2 ist die Verbindung zunächst noch nicht hergestellt; der Schalter S ist offen. Augenscheinlich kann der Schalter S, ohne dass Ausgleichsströme fließen, geschlossen und damit die Parallelschaltung der beiden Transformatoren stoßfrei hergestellt werden, wenn bereits vor dem Schließen des Schalters $\underline{u}_{2A} = \underline{u}_{2B}$ ist. Für den anderen Fall, dass

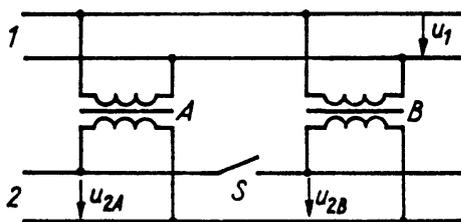


Bild 1.2.53 Ausgangsanordnung zur Untersuchung der Möglichkeit des Parallelbetriebs zweier Transformatoren A und B

bei offenem Schalter $\underline{u}_{2A} \neq \underline{u}_{2B}$ ist, wird zwar die Gleichheit der beiden Spannungen durch das Schließen des Schalters erzwungen, es werden jedoch Ausgleichsströme fließen. Wie das im Einzelnen geschieht, werden die folgenden Überlegungen zeigen.

Im Leerlauf können die Transformatoren als hinsichtlich der Spannungen ideal angesehen werden, so dass entsprechend der ersten Gleichung (1.2.65) gilt

$$\underline{u}_{2A} = \left(\frac{w_2}{w_1} \right)_A \underline{u}_1; \quad \underline{u}_{2B} = \left(\frac{w_2}{w_1} \right)_B \underline{u}_1.$$

Aus der Forderung $\underline{u}_{2A} = \underline{u}_{2B}$ folgt als *erste Bedingung für einwandfreien Parallelbetrieb*

$$\left(\frac{w_1}{w_2} \right)_A = \left(\frac{w_1}{w_2} \right)_B. \quad (1.2.98)$$

Die beiden parallelzuschaltenden Transformatoren müssen das gleiche Übersetzungsverhältnis haben. Selbstverständlich wird dabei vorausgesetzt, dass die Schaltung von vornherein für die Gleichphasigkeit der Spannungen \underline{u}_{2A} und \underline{u}_{2B} sorgt. Im Bild 1.2.53 soll das erfüllt sein.

Bei Belastung ist zu fordern, dass sich eine gegebene Scheinleistung nach Wirk- und Blindanteil im Verhältnis der Bemessungsscheinleistungen auf die beiden Transformatoren verteilt. Nur in diesem Fall können beide Transformatoren zusammen eine Scheinleistung übertragen, die gleich der Summe ihrer Bemessungsscheinleistungen ist. Um die Voraussetzungen dafür zu finden, wird davon ausgegangen, dass die beiden Transformatoren bei offenem Schalter S durch getrennte Belastungszweipole abgeschlossen sind, die gleiches φ_B haben und jeweils Belastungen entsprechend den Bemessungsbedingungen hervorrufen. Die Betrachtungen können unter der Annahme idealen Verhaltens hinsichtlich der Ströme durchgeführt werden. Man erhält Spannungen \underline{u}'_2 , deren Beträge und Phasenlagen von den Parametern der Kappschen Dreiecke abhängen. Im Bild 1.2.54 wird diese Überlegung demonstriert, wobei für den Transformator A mit $u_{\sigma A}^* = 20\%$, $u_{rA}^* = 5\%$ und für den Transformator B mit $u_{\sigma B}^* = 10\%$, $u_{rB}^* = 7\%$ gerechnet wurde.⁵⁾ Außerdem ist angenommen worden, dass der Transformator B die halbe Bemessungsscheinleistung des Transformators A hat. Wie die beiden Zeigerbilder erkennen lassen, unterscheiden sich die sekundären Spannungen \underline{U}'_{2A} und \underline{U}'_{2B} sowohl im Betrag als auch in der Phasenlage. Wenn durch Schließen des in der Anordnung nach Bild 1.2.53 vorgesehenen Schalters $\underline{U}'_{2A} = \underline{U}'_{2B}$ erzwungen wird, müssen sich die Ströme der beiden Transformatoren dahingehend ändern, dass sie jeweils den gleichen Spannungsabfall $\underline{U}_1 - \underline{U}'_2$ hervorrufen. Dementsprechend ändert sich dann auch die Leistungsverteilung gegenüber der geforderten, von der ausgegangen worden war. Umgekehrt erkennt man aus den Zeigerbildern 1.2.54, dass die Bedingung $\underline{U}'_{2A} = \underline{U}'_{2B}$ bei der geforderten Leistungsverteilung nur erfüllt sein kann, wenn beide Transformatoren unter Bemessungs-

5) Die Werte wurden mit Rücksicht auf die Darstellbarkeit gewählt. Ausgeführte Transformatoren weisen andere Wertekombinationen von u_{σ}^* und u_r^* auf; insbesondere ist u_r^* wesentlich kleiner.

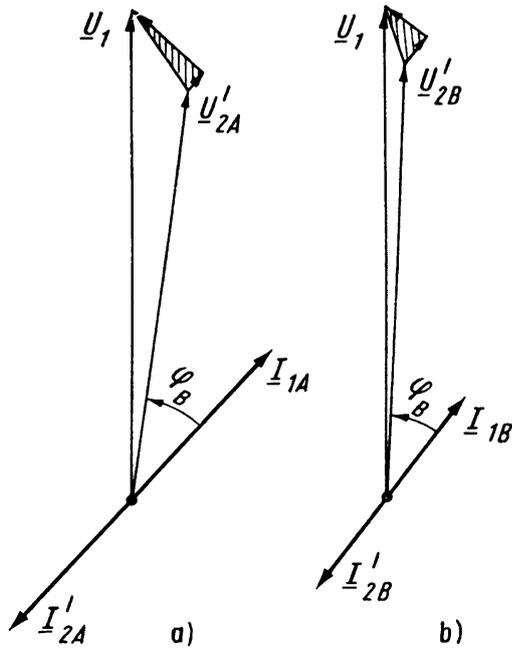


Bild 1.2.54 Zeigerbild zweier Transformatoren, die bei gleichem $\varphi_B = 35^\circ$ unter Bemessungsbedingungen an der gleichen Spannung \underline{U}_1 arbeiten.

a) Transformator A mit $u_{\sigma}^* = 20\%$, $u_r^* = 5\%$;

b) Transformator B mit $u_{\sigma}^* = 10\%$, $u_r^* = 7\%$.

Der Transformator B hat die halbe Bemessungsleistung des Transformators A

bedingungen die gleichen Kappschen Dreiecke aufweisen. Dem entsprechen die *zweite und dritte Bedingung für einwandfreien Parallelbetrieb*

$$u_{\sigma A}^* = u_{\sigma B}^*, \quad u_{rA}^* = u_{rB}^*,$$

die sich auch formulieren lassen als

$$u_{kA}^* = u_{kB}^* \tag{1.2.99}$$

$$\left(\frac{u_r^*}{u_{\sigma}^*}\right)_A = \left(\frac{u_r^*}{u_{\sigma}^*}\right)_B \tag{1.2.100}$$

Parallelzuschaltende Transformatoren müssen gleiche relative Kurzschlussspannungen⁶⁾ und gleiche Verhältnisse u_r^*/u_{σ}^* bzw. gleiche Winkel φ_k besitzen. Letzteres ist näherungsweise nur bei Transformatoren erfüllt, die sich um nicht mehr als den Faktor 3 in den Bemessungsleistungen unterscheiden. Ein Parallelbetrieb von Transformatoren mit größerem Leistungsunterschied ist deshalb meist nicht möglich.

Um die Erscheinungen aufzuzeigen, die beim gewaltsamen Herstellen der Parallelschaltung durch Schließen des Schalters S auftreten, werden im Folgenden zwei Sonderfälle hinsichtlich des Nichteinhaltens der Bedingungen nach (1.2.99) und (1.2.99) untersucht.

Wenn lediglich die zweite Bedingung für einwandfreien Parallelbetrieb (1.2.99) nicht erfüllt ist, sind die Kappschen Dreiecke der beiden Transformatoren ähnlich, aber bei Bemessungsstrom ungleich groß. Die dem Bild 1.2.54 entsprechenden Zeigerbilder mit $u_{kA}^* = 20\%$ und $u_{kB}^* = 10\%$ sind in den Bildern 1.2.55a und b dargestellt,

6) Die relative – auf die Bemessungsspannung bezogene – Kurzschlussspannung ist der relative Wert der Hypotenuse des Kappschen Dreiecks. Sie wird im Abschnitt 1.6.3 im Zusammenhang mit der Prüfung von Transformatoren eingeführt.

wobei beide Transformatoren wiederum jeweils unter einer Belastung entsprechend den Bemessungsbedingungen bei gleichem φ_B arbeiten. Man erkennt, dass sich die Spannungen \underline{U}'_{2A} und \underline{U}'_{2B} unterscheiden. Wird der Parallelbetrieb nunmehr durch Schließen des Schalters S hergestellt, so muss \underline{I}_{1A} sinken und \underline{I}_{1B} ansteigen, bis die Hypotenusen der Kappschen Dreiecke bzw. die Spannungen $\underline{U}_1 - \underline{U}'_2$ gleich geworden sind. Aufgrund des gleichen Verhältnisses (u_r^*/u_σ^*) sind die Kappschen Dreiecke dann deckungsgleich und damit die Ströme \underline{I}_{1A} und \underline{I}_{1B} in Phase. Ihre Summe muss gerade den Strom ergeben, den die neue Spannung \underline{U}'_2 durch die entstandene Parallelschaltung der beiden Belastungszweipole treibt. Die Phasenverschiebung dieses Stroms ($\underline{I}_{1A} + \underline{I}_{1B}$) und damit die der Ströme \underline{I}_{1A} und \underline{I}_{1B} zur Spannung \underline{U}'_2 bleibt dabei unverändert. Im Bild 1.2.55c ist der neue Betriebszustand im Zeigerbild dargestellt. Da die Ausgangszeigerbilder nach Bild 1.2.55a und b den Betrieb unter Bemessungsbedingungen darstellen sollten, erkennt man, dass der Transformator mit der kleineren Kurzschlussspannung nunmehr überlastet wird. Diese Erscheinung wird besonders dann gefährlich, wenn der Transformator mit der kleineren Kurzschlussspannung auch die kleinere Bemessungsleistung hat. Das ist aber bei normal ausgeführten Transformatoren gerade der Fall. Analytische Beziehungen für die Leistungsverteilung erhält man, wenn (1.2.88) für beide Transformatoren niedergeschrieben wird. Es folgt dann aus $(\underline{U}_1 - \underline{U}'_2)_A = (\underline{U}_1 - \underline{U}'_2)_B$ die Beziehung

$$\frac{\underline{I}_{1A}}{\underline{I}_{1B}} = \frac{Z_{kB}}{Z_{kA}} \quad (1.2.101)$$

und damit für die Beträge

$$\frac{I_{1A}}{I_{1B}} = \frac{Z_{kB}}{Z_{kA}} \quad (1.2.102)$$

Damit gewinnt man für das Verhältnis der übertragenen Scheinleistungen bei $U_1 = U_{1N}$

$$\frac{P_{sA}}{P_{sB}} = \frac{U_{1N} I_{1A}}{U_{1N} I_{1B}} = \frac{Z_{kB}}{Z_{kA}} = \frac{U_{1N} I_{1AN}}{U_{1N} I_{1BN}} \cdot \frac{I_{1BN} Z_{kB}}{I_{1AN} Z_{kA}} = \frac{P_{sAN} u_{kB}^*}{P_{sBN} u_{kA}^*} \quad (1.2.103)$$

mit $Z_k I_N = U_{kN} = u_k^* U_N$. Die Gleichung (1.2.103) kann auch als

$$\frac{P_{sA}/P_{sAN}}{P_{sB}/P_{sBN}} = \frac{u_{kB}^*}{u_{kA}^*} \quad (1.2.104)$$

geschrieben werden. Die auf die Bemessungsscheinleistung bezogenen Scheinleistungen der beiden Transformatoren verhalten sich bei Betrieb an Bemessungsspannung umgekehrt wie die Kurzschlussspannungen. Für den im Bild 1.2.55 betrachteten Fall mit $u_{kB}^*/u_{kA}^* = 0,5$ und $P_{sAN}/P_{sBN} = 2$ wird $P_{sA}/P_{sB} = 1$, d.h. trotz unterschiedlicher Bemessungsscheinleistungen übertragen beide Transformatoren gerade die gleiche Scheinleistung. Der Transformator B wird also überlastet.

Für den Sonderfall gleicher Verhältnisse u_r^*/u_σ^* lassen sich weitere einfache Aussagen über die Leistungsverteilung gewinnen. Mit $\underline{I}_{1A}/\underline{I}_{1B} = \underline{Z}_{kB}/\underline{Z}_{kA}$ entsprechend

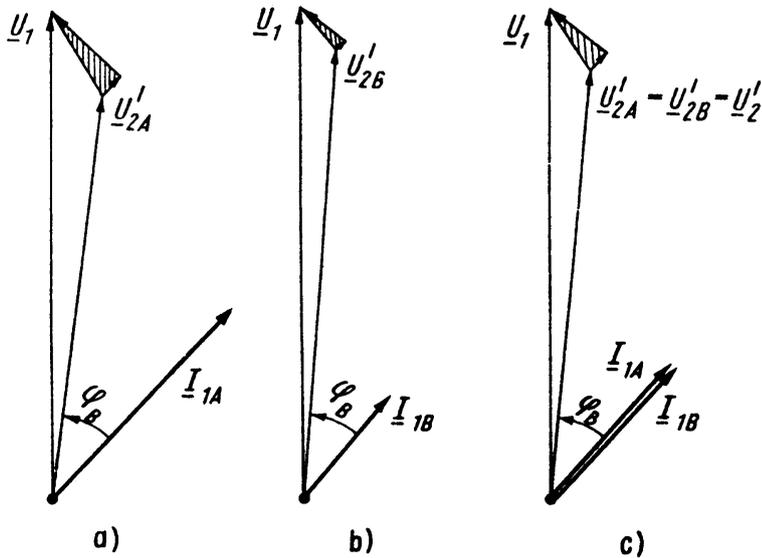


Bild 1.2.55 Zum Parallelbetrieb zweier Transformatoren A und B, die lediglich die Bedingung $u_{kA}^* = u_{kB}^*$ nicht erfüllen.

a) Zeigerbild des Transformators A mit $u_k^* = 20\%$, $u_r^*/u_\sigma^* = 0,25$ unter einer Belastung entsprechend den Bemessungsbedingungen bei $\varphi_B = 35^\circ$;

b) Zeigerbild des Transformators B mit $u_k^* = 10\%$, $u_r^*/u_\sigma^* = 0,25$ unter einer Belastung entsprechend den Bemessungsbedingungen bei $\varphi_B = 35^\circ$;

c) Zeigerbild nach gewaltsamer Herstellung des Parallelbetriebs.

Der Transformator B hat die halbe Bemessungsscheinleistung des Transformators A

(1.2.101) ist für $\varphi_{kA} = \varphi_{kB}$ und damit $\varphi_{i1A} = \varphi_{i1B}$ die Gesamtscheinleistung $P_s = P_{sA} + P_{sB}$, und man erhält für deren Verteilung auf die beiden Transformatoren aus (1.2.103)

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_{sA}}{P_{sA} + P_{sB}} &= \frac{1}{1 + \frac{P_{sBN} u_{kA}^*}{P_{sAN} u_{kB}^*}} \\ \frac{P_{sB}}{P_{sA} + P_{sB}} &= \frac{1}{1 + \frac{P_{sAN} u_{kB}^*}{P_{sBN} u_{kA}^*}} \end{aligned} \right\} \quad (1.2.105)$$

Wenn gerade die Summe der Bemessungsscheinleistungen übertragen werden soll, also $P_{sA} + P_{sB} = P_{sAN} + P_{sBN}$ ist, folgt aus (1.2.105)

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_{sA}}{P_{sAN}} &= \frac{1 + \frac{P_{sBN}}{P_{sAN}}}{1 + \frac{P_{sBN} u_{kA}^*}{P_{sAN} u_{kB}^*}} \\ \frac{P_{sB}}{P_{sBN}} &= \frac{1 + \frac{P_{sAN}}{P_{sBN}}}{1 + \frac{P_{sAN} u_{kB}^*}{P_{sBN} u_{kA}^*}} \end{aligned} \right\} \quad (1.2.106)$$

Für den im Zeigerbild 1.2.55 betrachteten Fall mit $P_{sAN}/P_{sBN} = 2$ und $u_{kB}^*/u_{kA}^* = 0,5$ wird demnach $P_{sA}/P_{sAN} = 1,5/(1 + 1) = 0,75$ und $P_{sB}/P_{sBN} = (1 + 2)/(1 + 1) = 1,5$. Der Transformator B wird um 50% überlastet. Die Überlastung steigt mit dem Unterschied der Bemessungsscheinleistungen. Für $P_{sAN}/P_{sBN} = 5$ und gleiches $u_{kB}^*/u_{kA}^* = 0,5$ wird $P_{sB}/P_{sBN} = (1 + 5)/(1 + 2,5) = 1,7$. Selbst wenn die Kurzschlussspannungen sich nur noch wenig unterscheiden, also etwa mit $u_{kB}^*/u_{kA}^* = 0,8$, wird in diesem Fall $P_{sB}/P_{sBN} = (1 + 4)/(1 + 5) = 1,2$.

Wenn lediglich die dritte Bedingung (1.2.99) für einwandfreien Parallelbetrieb nicht erfüllt ist, sind die Kappschen Dreiecke zwar nicht mehr ähnlich, sie weisen jedoch bei Bemessungsstrom gleiche Hypotenusen auf. In den Bildern 1.2.56a und b sind die den Bildern 1.2.54a und b entsprechenden Zeigerbilder mit $u_{kA}^* = u_{kB}^*$, aber $(u_r^*/u_\sigma^*)_A = 0,25$ und $(u_r^*/u_\sigma^*)_B = 0,5$ dargestellt. Dabei arbeiten beide Transformatoren vor dem sekundärseitigen Parallelschalten unter einer Belastung entsprechend den Bemessungsbedingungen mit gleichem φ_B . Wegen $u_{kA}^* = u_{kB}^*$ ist zwar $|\underline{U}_1 - \underline{U}'_2|_A = |\underline{U}_1 - \underline{U}'_2|_B$, die Phasenlagen der Gesamtspannungsabfälle $(\underline{U}_1 - \underline{U}'_2)$ unterscheiden sich jedoch, da die Verhältnisse u_r^*/u_σ^* verschieden sind. Wenn die Parallelschaltung hergestellt wird, müssen sich die Ströme \underline{I}_{1A} und \underline{I}_{1B} so ändern, dass die Spannungen $\underline{U}_1 - \underline{U}'_2$, d.h. die Hypotenusen der Kappschen Dreiecke, in beiden Zeigerbildern aufeinanderfallen. Dabei muss die Summe der Ströme $(\underline{I}_{1A} + \underline{I}_{1B})$ wiederum gerade jenen Strom ergeben, den die neue Spannung \underline{U}'_2 durch die Parallelschaltung der Belastungszweipole treibt und der gegenüber dieser Spannung die Phasenverschiebung φ_B hat. Wie aus einem Vergleich der Bilder 1.2.56a und b folgt, muss der Strom des Transformators B mit dem kleineren Verhältnis u_r^*/u_σ^* dazu gegenüber dem Ausgangszustand etwas voreilend und der des Transformators A mit dem größeren Verhältnis u_r^*/u_σ^* etwas nacheilend werden. Die Summe der beiden Ströme behält, wie bereits festgestellt wurde, die Phasenlage φ_B . Im Bild 1.2.56c ist das Zeigerbild für den neuen Betriebszustand dargestellt. Seine Richtigkeit lässt sich nachträglich leicht überprüfen. Man erkennt, dass die Transformatoren zusätzlich durch Ausgleichsströme $\Delta \underline{I}_{1A}$ und $\Delta \underline{I}_{1B}$ belastet werden, die keinen Beitrag zum Gesamtstrom liefern. Sie können als überlagerter Kurzschlussstrom im Kreis der beiden durch die primären und sekundären Sammelschienen parallelgeschalteten Transformatoren angesehen werden.

1.2.5

Betriebsverhalten bei vorgegebenem Strom

Dem Extremfall, dass der Transformator an einer starren Spannung \underline{u}_1 arbeitet, steht der andere Extremfall gegenüber, dass der Strom \underline{i}_1 fest vorgegeben und die Seite 2 mit einem Belastungszweipol abgeschlossen ist. Im Bild 1.2.57 ist die betrachtete Anordnung dargestellt. Dabei kann natürlich – auch bei einer den speziellen Verhältnissen angepassten Dimensionierung des Transformators – im praktischen Fall nicht

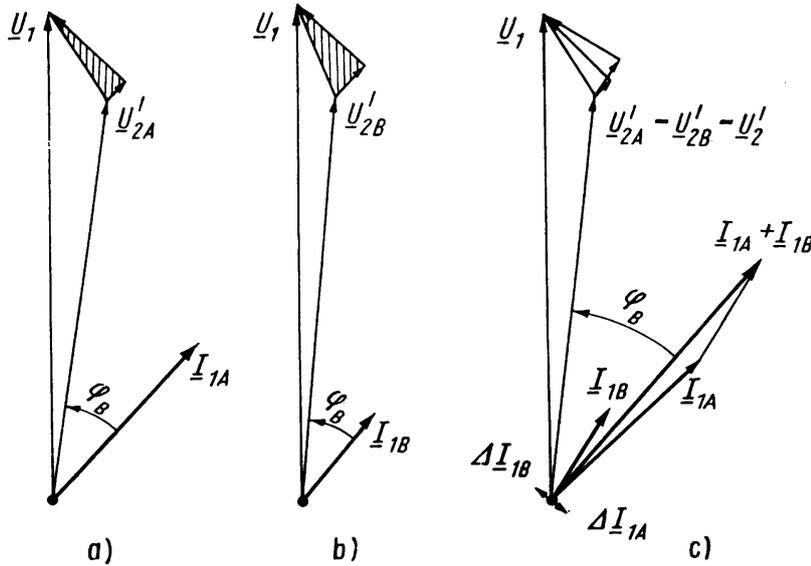


Bild 1.2.56 Zum Parallelbetrieb zweier Transformatoren A und B, die lediglich die Bedingung $(u_r^*/u_\sigma^*)_A = (u_r^*/u_\sigma^*)_B$ nicht erfüllen.
 a) Zeigerbild des Transformators A mit $u_k^* = 20\%$, $u_r^*/u_\sigma^* = 0,25$ unter einer Belastung entsprechend den Bemessungsbedingungen bei $\varphi_B = 35^\circ$;

b) Zeigerbild des Transformators B mit $u_k^* = 20\%$, $u_r^*/u_\sigma^* = 0,5$ unter einer Belastung entsprechend den Bemessungsbedingungen bei $\varphi_B = 35^\circ$;
 c) Zeigerbild nach gewaltsamer Herstellung des Parallelbetriebs

damit gerechnet werden, dass der Strom eines Stromkreises durch das Einfügen des Transformators unverändert bleibt. Über dem Transformator stellt sich ein endlicher Spannungsabfall ein, durch den eine Rückwirkung auf den Stromkreis erfolgt. Der Betrieb bei vorgegebenem, unveränderlichem Strom stellt also ebenso einen Idealfall dar wie der bei vorgegebener, unveränderlicher Spannung, der im Abschnitt 1.2.4 untersucht wurde.

Transformatoren, die mit einem praktisch vorgegebenen Strom arbeiten, werden auch als *Stromtransformatoren* bezeichnet. Der wichtigste Stromtransformator ist der

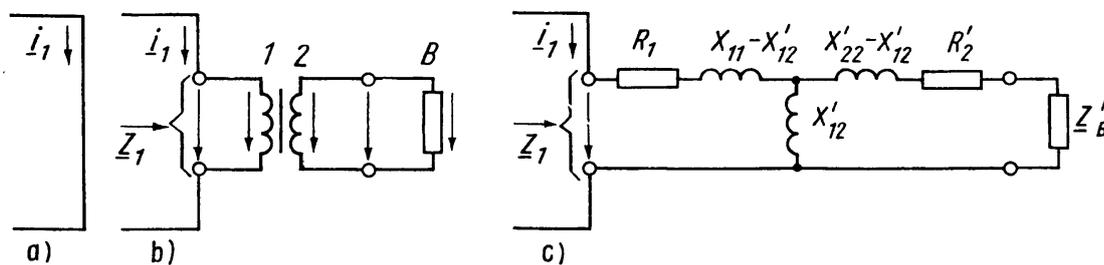


Bild 1.2.57 Zum Stromtransformator.
 a) Ausschnitt aus einem Stromkreis mit dem Strom i_1 ;
 b) Einfügen des Stromtransformators in den Stromkreis;
 c) Ersatz des Stromtransformators durch seine Ersatzschaltung zur Demonstration des Einflusses der Transformatoreigenschaften auf die Abweichung des komplexen Widerstands Z_1 von Z'_B

Stromwandler, auf den im Abschnitt 1.4.4.2 besonders eingegangen wird. Der Stromtransformator wird eingesetzt, um einen dem Strom i_1 proportionalen Strom i_2 in einen Kreis einzuführen, der galvanisch vom Kreis 1 getrennt ist.

Das Verhalten soll zunächst unter Voraussetzung idealer Eigenschaften des Transformators untersucht werden. In diesem Fall gilt für die Ströme (1.2.13), d.h. es ist

$$i_2 = -\frac{w_1}{w_2} i_1.$$

Der Strom $i_B = -i_2$ im Belastungszweigpol mit dem komplexen Widerstand \underline{Z}_B ruft einen Spannungsabfall

$$\underline{u}_B = \underline{u}_2 = \underline{Z}_B i_B = -\underline{Z}_B i_2$$

hervor. Aufgrund der Beziehung (1.2.6) zwischen den Spannungen des idealen Transformators beobachtet man dann auf der Seite 1 den Spannungsabfall

$$\underline{u}_1 = \frac{w_1}{w_2} \underline{u}_2 = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 \underline{Z}_B i_1 = \underline{Z}'_B i_1 \quad (1.2.10)$$

mit $\underline{Z}'_B = (w_1/w_2)^2 \underline{Z}_B$. Das Einfügen des Stromtransformators in den Kreis 1 nach Bild 1.2.57 kann also nur dann ohne merkliche Rückwirkung auf den Strom i_1 bleiben, wenn \underline{Z}'_B klein gegenüber der Impedanz im Kreis 1 ist, die den Strom i_1 bestimmt.

Wenn ein realer Transformator betrachtet wird, wie er der analytischen Behandlung nach Abschnitt 1.2.3 zugrunde liegt, erhält man aus der zweiten Gleichung (1.2.6) mit $\underline{u}_2 = -\underline{Z}_B i_2 = -(R_B + jX_B) i_2$ als Beziehung zwischen den Strömen

$$i_2 = -\frac{jX_{12}}{(R_2 + R_B) + j(X_{22} + X_B)} i_1. \quad (1.2.10)$$

Der Strom i_2 ist nach wie vor dem Strom i_1 proportional. Die Phasenverschiebung zwischen beiden Strömen beträgt jedoch nicht mehr 180° . Der Proportionalitätsfaktor ist außerdem von den Eigenschaften des Belastungszweigpols abhängig. Gleichung (1.2.108) geht mit $\mu_{Fe} = \infty$ und damit $X_{12} = \infty$ sowie $X_{22}/X_{12} = w_2/w_1$ wiederum in (1.2.13) über. Der Spannungsabfall über der Wicklung 1 folgt aus der ersten Gleichung (1.2.69) mit i_2 aus (1.2.108) zu

$$\underline{u}_1 = \left[R_1 + jX_{11} + \frac{X_{12}^2}{R_2 + jX_{22} + \underline{Z}_B} \right] i_1 = \underline{Z}_1 i_1. \quad (1.2.109)$$

Der Einfluss der realen Transformatoreigenschaften auf den im Kreis 1 wirksamen komplexen Widerstand \underline{Z}_1 lässt sich anschaulicher als aus (1.2.109) erkennen, wenn man das Ersatzschaltbild 1.2.43 zur Hilfe nimmt. Wie im Bild 1.2.57c dargestellt, ist dieses Ersatzschaltbild jetzt auf der Seite 2 durch den komplexen Widerstand \underline{Z} abgeschlossen. Den komplexen Widerstand \underline{Z}_1 erhält man aus Bild 1.2.57c als den von der Seite 1 aus hineingesehenen Widerstand. Man erkennt, dass dieser gegenüber \underline{Z}'_B in (1.2.107) durch die Längsglieder vergrößert und durch das Querglied X'_{12} verkleinert wird.

1.3

Wirkungsweise und Betriebsverhalten des Dreiphasentransformators

Die Erzeugung und Verteilung der elektrischen Energie erfolgt zum überwiegenden Teil unter Verwendung eines Dreiphasensystems der Ströme und Spannungen. Einer der Gründe ist, dass die Gesamtleistung in einem symmetrischen Dreiphasensystem im Gegensatz zur Leistung des Einphasensystems keinen Wechselanteil besitzt (s. Abschnitt 0.6). Das ist besonders für die im Prozess der elektromechanischen Energiewandlung eingesetzten rotierenden elektrischen Maschinen vorteilhaft. Außerdem können diese Maschinen unter Verwendung des Dreiphasensystems mit einem sog. Drehfeld arbeiten, wodurch sich konstruktiv günstige Ausführungsformen ergeben. Darauf wird bei der Behandlung der rotierenden elektrischen Maschinen ausführlicher einzugehen sein. Für das Elektroenergiesystem bedeutet die Verwendung des Dreiphasensystems, dass auch Transformatoren bereitgestellt werden müssen, die zwei Dreiphasensysteme mit unterschiedlichem Spannungsniveau zu verbinden gestatten. Mit diesen Dreiphasentransformatoren befassen sich die folgenden Abschnitte.

1.3.1

Ausführungsformen

1.3.1.1 Transformatorenbank

Wie im Abschnitt 0.6 der Einleitung in Erinnerung gebracht wurde, entstehen die Erzeuger und Verbraucher elektrischer Energie im Dreiphasensystem durch das Zusammenschalten von jeweils drei für den Einphasenbetrieb vorgesehenen Schaltungselementen. Daraus folgt, dass ein Dreiphasentransformator aus drei Einphasentransformatoren aufgebaut werden kann. Eine derartige Anordnung wird als Transformatorenbank bezeichnet. Das Zusammenschalten der drei Wicklungen auf der Seite 1 und ebenso das der drei Wicklungen auf der Seite 2 kann in Stern oder in Dreieck erfolgen.⁷⁾ Gesichtspunkte für die Auswahl zwischen den damit möglichen Schaltungskombinationen werden sich erst später bei der Behandlung der Magnetisierungserscheinungen und der Erscheinungen bei unsymmetrischer Belastung herleiten lassen. Im Folgenden wird daher zunächst auf beiden Seiten Sternschaltung der Wicklungen vorausgesetzt. Im Bild 1.3.1 ist die entsprechende Anordnung unter Verwendung von drei Einphasen-Manteltransformatoren dargestellt, die mit Rücksicht auf die weiteren Betrachtungen übereinander angeordnet wurden. Bild 1.3.2 zeigt eine Transformatorenbank aus drei Einphasen-Kerntransformatoren, wobei – wiederum mit Rücksicht auf die folgenden Untersuchungen – beide Wicklungen auf jeweils einem Schenkel untergebracht sind (s. Bild 1.2.3a).

7) Auf die außerdem noch anzutreffende Zickzack-Schaltung wird im Rahmen des vorliegenden Buchs nicht eingegangen.

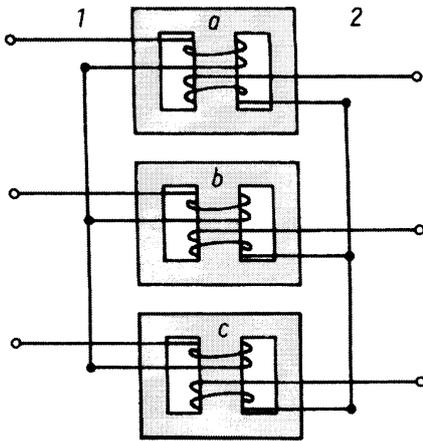


Bild 1.3.1 Transformatorbank aus drei Einphasen-Manteltransformatoren bei Sternschaltung beider Wicklungen

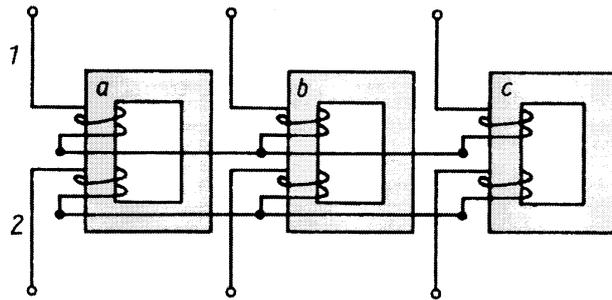
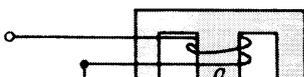


Bild 1.3.2 Transformatorbank aus drei Einphasen-Kerntransformatoren bei Sternschaltung beider Wicklungen

1.3.1.2 Vereinigung von drei Einphasen-Manteltransformatoren zum Dreiphasen-Manteltransformator

formatoren im Bild 1.3.1 dadurch zu vereinigen, dass die Transformatoren *a* und *b* sowie *b* und *c* je ein Joch gemeinsam benutzen. Dazu brauchen die im Bild 1.3.1 bereits übereinander dargestellten Einphasentransformatoren lediglich zusammengeschoben zu werden. Man erhält eine Anordnung nach Bild 1.3.3, die als Dreiphasen-Manteltransformator bezeichnet wird.



oder c gedrückt werden soll. Die Unterschiede und damit der Grad der magnetischen Unsymmetrie sind jedoch gering. Hinsichtlich des magnetischen Rückschlusses entstehen beim magnetischen Kreis des Dreiphasen-Manteltransformators keinerlei Bedingungen für die Flüsse der wicklungstragenden Schenkel. Diese können beliebige Werte annehmen; es besteht stets die Möglichkeit, dass sie sich über die vorgegebenen Wege des magnetischen Kreises schließen. Diese Eigenschaft ist dem Dreiphasen-Manteltransformator und den Transformatorenbanken gemeinsam. Sie wird als *freier magnetischer Rückschluss* bezeichnet. Die Bedeutung des freien magnetischen Rückschlusses wird erst erkennbar werden, wenn die Magnetisierungserscheinungen und die Erscheinungen bei unsymmetrischer Belastung von Dreiphasentransformatoren behandelt werden.

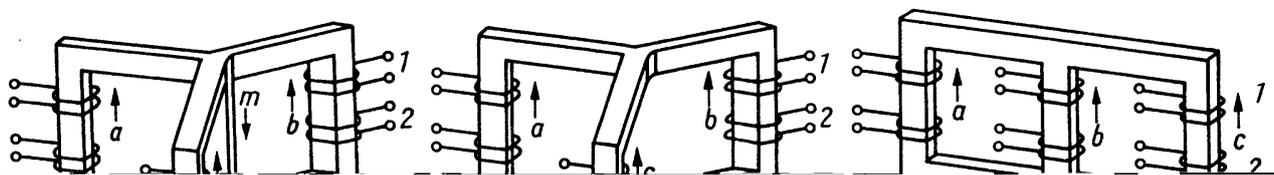
1.3.1.3 Vereinigung von drei Einphasen-Kerntransformatoren zum Dreiphasen-Kerntransformator

Es ist naheliegend, die magnetischen Kreise der drei Einphasen-Kerntransformatoren im Bild 1.3.2 dadurch zu vereinigen, dass die drei unbewickelten Schenkel gemeinsam genutzt werden. Das kann geschehen, indem man die drei Einphasen-Kerntransformatoren wie im Bild 1.3.4a sternförmig zusammenrückt. Zwischen den Flüssen der Schenkel besteht dann, unter Beachtung der Quellenfreiheit des magnetischen Felds, die Beziehung

$$\Phi_m = \Phi_a + \Phi_b + \Phi_c, \quad (1.3.1)$$

wobei Φ_m der Fluss im gemeinsamen Mittelschenkel ist. Wenn der Transformator nach Bild 1.3.4a in einem symmetrischen Dreiphasensystem arbeitet und symmetrisch belastet ist, werden sämtliche Ströme und Spannungen sowie auch die Flüsse der wicklungstragenden Schenkel symmetrische Dreiphasensysteme darstellen. Wie aus Bild 1.3.5 folgt, verschwindet in diesem Fall die Summe der drei Flüsse $\underline{\Phi}_a$, $\underline{\Phi}_b$ und $\underline{\Phi}_c$. Die Folge ist, dass mit (1.3.1)

$$\underline{\Phi}_m = 0$$



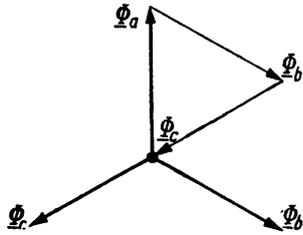


Bild 1.3.5 Flüsse der wicklungstragenden Schenkel bei Betrieb eines Dreiphasentransformators an einem symmetrischen Spannungssystem und unter symmetrischer Belastung. Zeigerbild der Schenkelflüsse und Erläuterung zu $\underline{\Phi}_a + \underline{\Phi}_b + \underline{\Phi}_c = 0$

wird. Der Mittelschenkel führt keinen Fluss und kann deshalb weggelassen werden. Damit gelangt man zu der Anordnung nach Bild 1.3.4b, die als *symmetrischer Dreiphasen-Kerntransformator* bezeichnet wird. Daraus entsteht der normale Dreiphasen-Kerntransformator nach Bild 1.3.4c, indem die drei wicklungstragenden Schenkel in eine Ebene geschoben werden. Hinsichtlich der magnetischen Eigenschaften ist der symmetrische Kerntransformator nach Bild 1.3.4b vollständig symmetrisch. Demgegenüber besitzt der normale Kerntransformator nach Bild 1.3.4c eine ausgeprägte magnetische Unsymmetrie, wie schon aus der Lage des magnetischen Knotenpunkts hervorgeht, der die drei Schenkel miteinander verbindet. Um zu veranschaulichen, wie sich das Feld im magnetischen Kreis des Dreiphasen-Kerntransformators unter der Bedingung $\underline{\Phi}_a + \underline{\Phi}_b + \underline{\Phi}_c = 0$ ausbildet, ist sein prinzipieller Verlauf im Bild 1.3.6 für drei aufeinanderfolgende charakteristische Zeitpunkte dargestellt.

Beiden Ausführungsformen des Dreiphasen-Kerntransformators ist gemeinsam, dass sie keinen *freien magnetischen Rückschluss* aufweisen. Die Flüsse der drei wicklungstragenden Schenkel müssen der Bedingung $\underline{\Phi}_a + \underline{\Phi}_b + \underline{\Phi}_c = 0$ genügen, wenn es nicht zwangsweise zur Ausbildung eines Flusses $\underline{\Phi}_{\text{luft}}$ durch den Luftraum kommen soll, der sich außerhalb des magnetischen Kreises von Joch zu Joch schließt. Derartige Flüsse müssen jedoch vermieden werden, da sie sich auch über äußere Konstruktionsteile aus Eisen zu schließen suchen und dort Verluste hervorrufen.⁸⁾

Da kein freier magnetischer Rückschluss vorhanden ist, zeigen Dreiphasen-Kerntransformatoren hinsichtlich der Magnetisierungserscheinungen und hinsichtlich des Verhaltens bei unsymmetrischer Belastung gewisse Unterschiede zum Dreiphasen-Manteltransformator bzw. zur Transformatorenbank.

1.3.1.4 Fünfschenkel-Transformator

Der Fünfschenkel-Transformator entsteht aus dem Dreiphasen-Kerntransformator, wenn entsprechend Bild 1.3.7 außerhalb der wicklungstragenden Außenschenkel zwei unbewickelte Rückschlusschenkel vorgesehen werden. Sie bewirken, dass in den Jochen nur noch etwa der halbe Fluss eines wicklungstragenden Schenkels auftritt. Dadurch kann der Jochquerschnitt verringert werden, so dass sich eine kleinere Kernhöhe ergibt. Das ist bei Grenzleistungstransformatoren bedeutsam, die deshalb gewöhnlich als Fünfschenkel-Transformatoren ausgeführt werden. Die

8) Das betrifft vor allem das Gefäß der Öltransformatoren (s. Abschnitt 1.8.3).

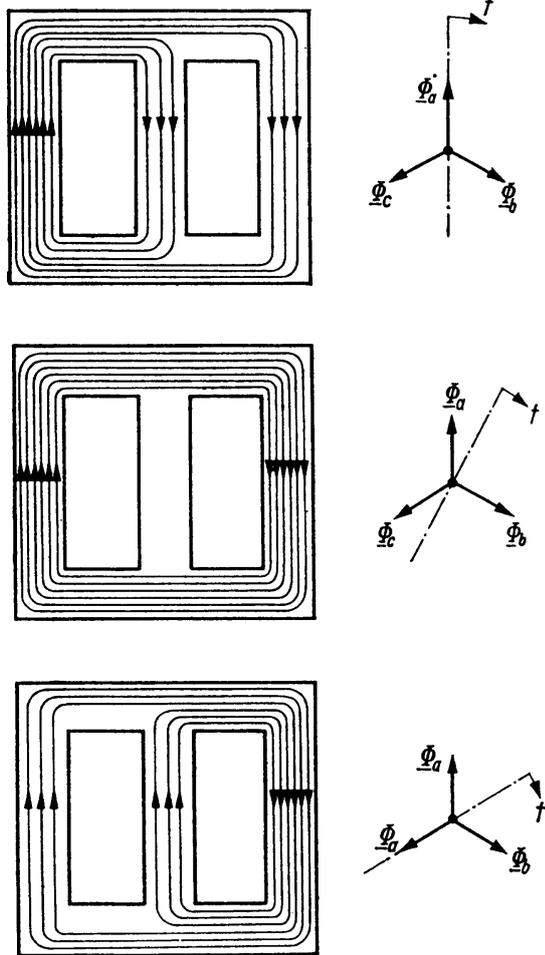


Bild 1.3.6 Prinzipeller Verlauf des Felds im magnetischen Kreis des Dreiphasen-Kerntransformators für drei aufeinanderfolgende charakteristische Zeitpunkte, die um jeweils $T/12$ auseinanderliegen

Außenschenkel werden ebenfalls etwa mit dem halben Fluss eines wicklungstragenden Schenkels belastet. Sie weisen dementsprechend etwa den gleichen Querschnitt wie die Joche auf. Im Bild 1.3.7 sind die Geometrieverhältnisse wiedergegeben. Die Außenschenkel bewirken weiterhin, dass der Grad der magnetischen Asymmetrie verringert wird. Durch ihre Dimensionierung kann außerdem Einfluss auf die höheren Harmonischen des Magnetisierungsstroms genommen werden. Schließlich haben sie zur Folge, dass innerhalb gewisser Grenzen – nämlich solange keine Sättigungerscheinungen in den Außenschenkeln auftreten – die Bedingung $\Phi_a + \Phi_b + \Phi_c = 0$ zwischen den Flüssen der wicklungstragenden Schenkel nicht erfüllt sein muss. Es herrscht also ein *freier magnetischer Rückschluss*.

In Tabelle 1.3.1 sind die prinzipiellen Eigenschaften der verschiedenen Ausführungsformen von Dreiphasentransformatoren nochmals zusammengestellt.

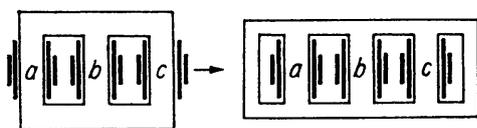
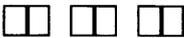
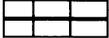


Bild 1.3.7 Entwicklung des Fünfschenkel-Transformators aus dem Dreiphasen-Kerntransformator

Tabelle 1.3.1 Zusammenstellung der prinzipiellen Eigenschaften der verschiedenen Ausführungsformen von Dreiphasentransformatoren

Ausführungsform	Transformatorbank		Dreiphasen-Manteltransformator	Dreiphasen-Kerntransformator symmetrisch	normal	Fünfschenkel-Transformator
	aus drei Einphasen-Manteltransformatoren	aus drei Einphasen-Kerntransformatoren				
Magnetischer Kreis schematisch						
Symmetrischer magnetischer Kreis	ja	ja	nicht in Streng	ja	nein	nicht in Streng
Freier magnetischer Rückschluss	ja	ja	ja	nein	nein	ja

1.3.1.5 Schaltungsmöglichkeiten der Wicklungen

Die Wicklungen der Dreiphasentransformatoren können sowohl – wie bisher betrachtet – in Stern als auch in Dreieck geschaltet werden.⁹⁾ Eine in Stern geschaltete Wicklung wird mit Y bzw. y und eine in Dreieck geschaltete mit D bzw. d bezeichnet. Dreisträngige Wicklungen in offener Schaltung, d.h. solche, bei denen die Anfänge und Enden aller Stränge einzeln herausgeführt sind, werden mit III bzw. iii bezeichnet. Dabei ist der große Buchstabe jeweils der Oberspannungswicklung und der kleine der Unterspannungswicklung zugeordnet (s. Tabelle 1.3.2).

1.3.1.6 Beziehungen zwischen den Spannungen sowie zwischen den Strömen der Wicklungsstränge und denen der äußeren Zuleitungen

Die Beziehung zwischen den Spannungen \underline{u}_1 und \underline{u}_2 an den Klemmen hängt beim Einphasentransformator nur vom Verhältnis der Windungszahlen und dem Einfluss gewisser Abweichungen vom idealen Verhalten ab. Analoges gilt für die Ströme. Beim Dreiphasentransformator treten zu diesen Einflüssen noch jene, die von der vorliegenden Kombination der Schaltungsarten (Stern oder Dreieck) herrühren und von der Art, in der die Wicklungsstränge den Schenkeln zugeordnet sind. Diese letztgenannten Einflüsse sind unter symmetrischen Betriebsbedingungen nur davon abhängig, wie die Verbindungsleitungen zwischen den Klemmen und den Wicklungssträngen geführt sind, und lassen sich angeben, ohne dass der innere Mechanismus des Transformators betrachtet wird. Dabei genügt es, die Beziehungen zwischen den Größen eines Bezugsleiters (L1) und eines Bezugsstrangs (a) anzugeben. Die weiteren Beziehungen

9) s. Fußnote 7 auf Seite 101

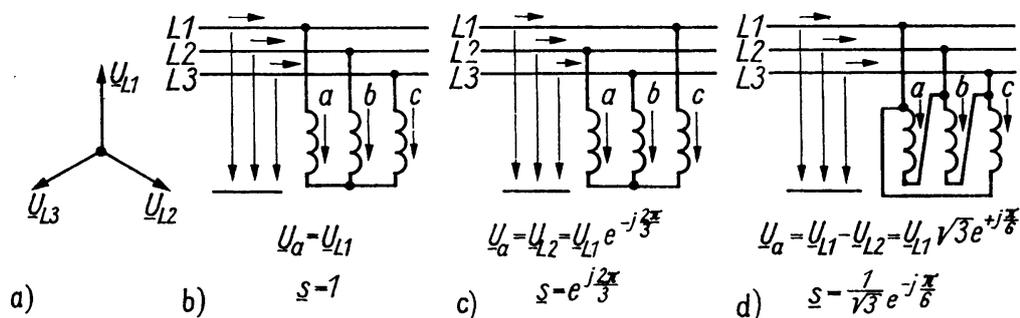
Tabelle 1.3.2 Zusammenstellung der Schaltungsmöglichkeiten der Wicklungen von Dreiphasentransformatoren und deren Bezeichnung

Schaltung	Stern	Dreieck	Offen
Kurzzeichen	λ	Δ	
Bezeichnung als Oberspannungswicklung	Y	D	III
Bezeichnung als Unterspannungswicklung	y	d	iii

erhält man durch zyklisches Vertauschen der Indizes. Ausgehend vom Zeigerbild 1.3.8a der Spannungen zwischen den äußeren Leitern L1, L2, L3 und dem (gedachten) Nullleiter erhält man z. B. für die Anordnung nach Bild 1.3.8b $\underline{u}_a = \underline{u}_{L1}$, für die Anordnung nach Bild 1.3.8c $\underline{u}_a = e^{-j2\pi/3} \underline{u}_{L1}$ und für die nach Bild 1.3.8d $\underline{u}_a = \sqrt{3} e^{j\pi/6} \underline{u}_{L1}$. Allgemein lässt sich durch Einführen eines komplexen *Schaltungsfaktors* \underline{s} formulieren

$$\underline{u}_{L1} = \underline{s} \underline{u}_a \quad (1.3.2)$$

Die entsprechende Beziehung zwischen den Strömen erhält man – ausgehend von den Betrachtungen über die Gültigkeit von Erhaltungssätzen sowohl für die Wirkleistung als auch für die Blindleistung im Abschnitt 0.5 – aus der Überlegung, dass die über die äußeren Leitungen L1, L2, L3 zufließende komplexe Leistung $\underline{P} = 3\underline{U}_{L1} \underline{I}_{L1}^* = \frac{3}{2} \underline{u}_{L1} \underline{i}_{L1}^*$ gleich der komplexen Leistung $\underline{P} = 3\underline{U}_a \underline{I}_a^* = \frac{3}{2} \underline{u}_a \underline{i}_a^*$ sein muss, die den


Bild 1.3.8 Ermittlung der Beziehung zwischen der Spannung \underline{U}_a des Strangs a und der Spannung \underline{U}_{L1} der äußeren Zuleitung L1.

a) Zeigerbild des symmetrischen Dreiphasensystems der Spannung; b) bis d) Beispiele

Wicklungssträngen zugeführt wird, so dass

$$\underline{i}_{L1}^* = \frac{\underline{u}_a}{\underline{u}_{L1}} \underline{i}_a^* = \frac{1}{\underline{s}} \underline{i}_a^*$$

gilt bzw.

$$\underline{i}_{L1} = \frac{1}{\underline{s}^*} \underline{i}_a. \quad (1.3.3)$$

Vorsorglich soll an dieser Stelle darauf hingewiesen werden, dass bei der Einführung des komplexen Schaltungsfaktors von einer positiven Phasenfolge der Spannungen und Ströme ausgegangen wurde. Es lässt sich zeigen, dass sich bei einer Umkehrung der Phasenfolge auch das Vorzeichen des Winkels des Schaltungsfaktors \underline{s} umkehrt. Im Fall einer *negativen Phasenfolge* gilt also

$$\underline{s}_n = \frac{\underline{u}_{L1}}{\underline{u}_a} = \frac{\underline{i}_a^*}{\underline{i}_{L1}^*} = \underline{s}^*. \quad (1.3.4)$$

Dies wird z. B. im Zusammenhang mit Stromrichtertransformatoren (s. Abschnitt 1.4.3) noch eine Rolle spielen.

1.3.2

Wirkungsweise unter symmetrischen Betriebsbedingungen

Die Ausführungsformen der Dreiphasentransformatoren sind unter Voraussetzung symmetrischer Betriebsbedingungen im Abschnitt 1.3.1 entwickelt worden. Deshalb wird die Wirkungsweise auch zunächst ausschließlich für diesen Fall untersucht. Die Behandlung soll ebenso wie beim Einphasentransformator im Abschnitt 1.2.2 auf verschiedenen Näherungsebenen erfolgen, wobei das Ziel besteht, die Betrachtungen auf die dort angestellten zurückzuführen.

1.3.2.1 Wirkungsweise als idealer Transformator

a) Spannungen, Ströme und Flüsse der Wicklungsstränge auf einem Schenkel

Die Kennzeichen eines idealen Transformators sind im Abschnitt 1.2.2.2a) zusammengestellt worden. Sie bewirken, wie bei der Analyse des Einphasentransformators erkannt wurde, dass der Transformator ein lineares Element darstellt. Wenn die äußeren Betriebsbedingungen zeitlich sinusförmige Größen vorgeben, werden also auch alle anderen Größen zeitlich sinusförmig. Es kann unmittelbar zur komplexen Darstellung übergegangen werden.

Die betrachtete Anordnung als Ausschnitt des magnetischen Kreises in Form des Schenkels a einer der möglichen Ausführungen nach Tabelle 1.3.1 zeigt Bild 1.3.9. Sämtliche w_1 Windungen des Strangs $a1$ und sämtliche w_2 Windungen des Strangs $a2$ werden vom gleichen Fluss

$$\underline{\Phi}_a = \underline{\Phi}_{a1} = \underline{\Phi}_{a2} \quad (1.3.5)$$

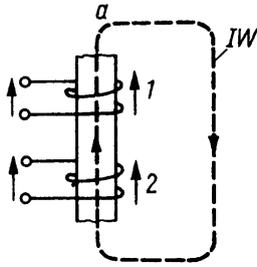


Bild 1.3.9 Schenkel a eines beliebigen Dreiphasentransformators.
IW Integrationsweg

durchsetzt. Weitere Flussverkettungen besitzen diese Stränge nicht. Damit lauten ihre Spannungsgleichungen

$$\left. \begin{aligned} \underline{u}_{a1} &= j\omega w_1 \underline{\Phi}_a \\ \underline{u}_{a2} &= j\omega w_2 \underline{\Phi}_a \end{aligned} \right\}, \quad (1.3.6)$$

und es gilt

$$\frac{\underline{u}_{a1}}{\underline{u}_{a2}} = \frac{w_1}{w_2}. \quad (1.3.7)$$

Einige Überlegungen sind erforderlich hinsichtlich der Aussage des Durchflutungsgesetzes für einen Integrationsweg durch den betrachteten Schenkel, da die Ausführung des magnetischen Kreises außerhalb des Schenkels verschieden ist. Bei den Transformatorenbanken, dem Dreiphasen-Manteltransformator und dem Fünfschenkel-Transformator sind die wicklungstragenden Schenkel in irgendeiner Form unmittelbar magnetisch kurzgeschlossen; der Integrationsweg im Bild 1.3.9 verläuft also vollständig im Gebiet mit $\mu_{Fe} = \infty$, ohne dass weitere Ströme als die der Stränge $a1$ und $a2$ umfasst werden. In den Bildern 1.3.10a bis d sind die maßgebenden Integrationswege für diese Anordnungen angedeutet. Damit wird

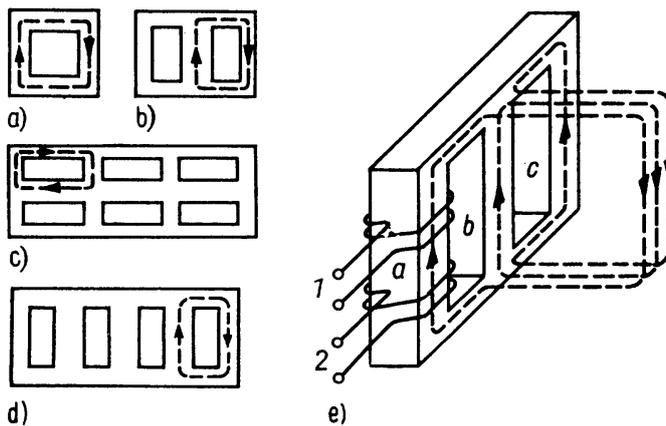


Bild 1.3.10 Festlegung der maßgebenden Integrationswege zur Ermittlung der Beziehungen zwischen den Strömen über das Durchflutungsgesetz:

a) für einen Transformator einer Bank aus Einphasen-Kerntransformatoren;

b) für einen Transformator einer Bank aus Einphasen-Manteltransformatoren;

c) für den Dreiphasen-Manteltransformator;

d) für den Fünfschenkel-Transformator;

e) für den Dreiphasen-Kerntransformator

$$\underline{i}_{a1} + \frac{w_1}{w_2} \underline{i}_{a2} = 0 \quad (1.3.8)$$

bzw.

$$\frac{\underline{i}_{a1}}{\underline{i}_{a2}} = -\frac{w_2}{w_1}. \quad (1.3.9)$$

Für den verbleibenden Fall des Dreiphasen-Kerntransformators braucht eigentlich nur daran erinnert zu werden, dass auf den ursprünglich vorhandenen gemeinsamen Rückschlussschenkel (s. Bild 1.3.4a) verzichtet wurde, weil er keinen Fluss führt. Dann kann aber im Außenraum zwischen dem oberen und dem unteren Joch auch kein magnetischer Spannungsabfall existieren. Wenn der Integrationsweg entsprechend Bild 1.3.10e so geführt wird, dass er sich über den Außenraum schließt, liefert die Anwendung des Durchflutungsgesetzes wieder (1.3.8). Das gleiche Ergebnis wird erhalten, wenn man die Aussagen zweier Integrationswege im magnetischen Kreis benutzt, von denen der eine über die Schenkel a und b und der andere über die Schenkel a und c verläuft, und außerdem für beide Seiten 1 und 2 die durch den symmetrischen Betrieb bedingte Beziehung $\underline{i}_a + \underline{i}_b + \underline{i}_c = 0$ beachtet.

Die beiden Wicklungsstränge auf einem Schenkel eines beliebigen Dreiphasentransformators verhalten sich, wenigstens für den bisher betrachteten Fall idealer Werkstoffeigenschaften und unter Voraussetzung symmetrischer Betriebsbedingungen, entsprechend (1.3.6) und (1.3.8) wie ein einzelner Einphasentransformator. Diese Aussage ist für die Transformatorenbanken eine Selbstverständlichkeit. Sie bedeutet aber auf der anderen Seite, dass bei den weiteren Betrachtungen auf die Art der Ausführung des magnetischen Kreises keine Rücksicht mehr genommen zu werden braucht. Das Zeigerbild der Ströme und Spannungen sowie des Flusses der beiden Stränge auf einem Schenkel entspricht also dem eines Einphasentransformators und ist im Bild 1.3.11 für den Schenkel a nochmals dargestellt (s. auch Bild 1.2.12). Dabei wurde angenommen, dass $w_1/w_2 = 2$ ist und die Energie von der Seite 1 zur Seite 2 fließt.

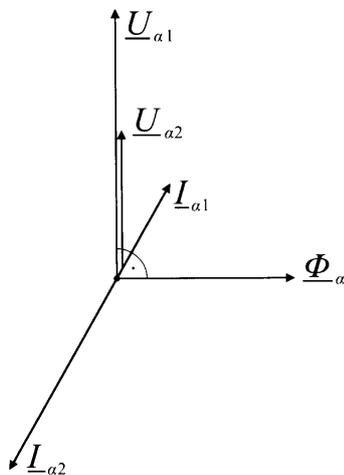


Bild 1.3.11 Zeigerbild der Ströme und Spannungen sowie des Flusses der Wicklungsstränge des Schenkels a eines idealen Dreiphasentransformators für $w_1/w_2 = 2$ bei Energiefluss von

b) Beziehungen zwischen den Spannungen sowie zwischen den Strömen der Zuleitungen auf der Seite 1 und denen der Zuleitungen auf der Seite 2

Aus dem Blickwinkel des Betreibers stellt der Dreiphasentransformator eine Anordnung nach Bild 1.3.12 dar, und es interessieren die Beziehungen zwischen den nach außen in Erscheinung tretenden Größen. Diese Größen sind die Ströme und Spannungen der Zuleitungen, wobei es unter den gegebenen symmetrischen Betriebsbedingungen genügt, eine der Zuleitungen (Bezugsleiter L1) zu betrachten.

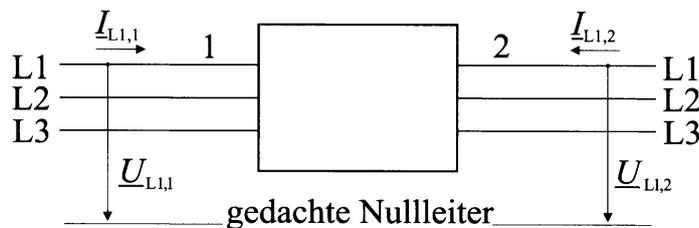


Bild 1.3.12 Einführung der nach außen in Erscheinung tretenden Größen des Dreiphasentransformators

Für die Spannungen gilt zunächst sowohl auf der Seite 1 als auch auf der Seite 2 eine Beziehung nach (1.3.2). Es ist also

$$\left. \begin{aligned} \underline{u}_{L1,1} &= \underline{s}_1 \underline{u}_{a1} \\ \underline{u}_{L1,2} &= \underline{s}_2 \underline{u}_{a2} \end{aligned} \right\} \quad (1.3.10)$$

Damit werden die nach außen in Erscheinung tretenden Spannungen $\underline{u}_{L1,1}$ und $\underline{u}_{L1,2}$ durch die Spannungen \underline{u}_{a1} und \underline{u}_{a2} der Wicklungsstränge ausgedrückt, die auf einem gemeinsamen Schenkel sitzen und für die demzufolge (1.3.7) gilt. Damit wird

$$\boxed{\frac{\underline{u}_{L1,1}}{\underline{u}_{L1,2}} = \frac{\underline{s}_1 \underline{u}_{a1}}{\underline{s}_2 \underline{u}_{a2}} = \frac{w_1 \underline{s}_1}{w_2 \underline{s}_2} = \underline{\ddot{u}} = \underline{\ddot{u}} e^{j\varphi_{\ddot{u}}}} \quad (1.3.11)$$

Zwischen den Spannungen des idealen Dreiphasentransformators vermittelt ein *komplexes Übersetzungsverhältnis*

$$\underline{\ddot{u}} = \underline{\ddot{u}} e^{j\varphi_{\ddot{u}}} = \frac{w_1 \underline{s}_1}{w_2 \underline{s}_2} \quad (1.3.12)$$

Der Winkel $\varphi_{\ddot{u}}$ dieses Übersetzungsverhältnisses gibt die Phasenverschiebung zwischen den Spannungen $\underline{u}_{L1,1}$ und $\underline{u}_{L1,2}$ der Bezugsleiter L1 an als

$$\varphi_{\ddot{u}} = \varphi_{uL1,1} - \varphi_{uL1,2} \quad (1.3.13)$$

Beim Parallelbetrieb zweier Dreiphasentransformatoren muss natürlich in Fortsetzung der Überlegungen von Abschnitt 1.2.4.4 zusätzlich gefordert werden, dass beide Transformatoren den gleichen Winkel $\varphi_{\ddot{u}}$ aufweisen.

Für die Ströme erhält man als Beziehungen zwischen den Strömen $\underline{i}_{L1,1}$ und $\underline{i}_{L1,2}$ der Bezugsleiter L1 und den Strömen \underline{i}_{a1} und \underline{i}_{a2} der Wicklungsstränge auf dem Bezugschenkel a nach (1.3.3)

$$\left. \begin{aligned} \underline{i}_{L1,1} &= \frac{1}{\underline{s}_1^*} \underline{i}_{a1} \\ \underline{i}_{L1,2} &= \frac{1}{\underline{s}_2^*} \underline{i}_{a2} \end{aligned} \right\}. \quad (1.3.14)$$

Zwischen den Strömen der auf einem Schenkel befindlichen Wicklungsstränge vermittelt (1.3.9), so dass man schließlich unter Beachtung von (1.3.12) erhält

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{\underline{i}_{L1,1}}{\underline{i}_{L1,2}} &= \frac{\underline{s}_2^* \underline{i}_{a1}}{\underline{s}_1^* \underline{i}_{a2}} = -\frac{w_2 \underline{s}_2^*}{w_1 \underline{s}_1^*} = -\frac{1}{\underline{u}^*}. \end{aligned}} \quad (1.3.15)$$

Diese Beziehung muss natürlich für den betrachteten idealen Transformator auch aus einer Leistungsbilanz folgen. Man erhält sie aus $\frac{3}{2} \underline{u}_{L1,2} \underline{i}_{L1,2}^* + \frac{3}{2} \underline{u}_{L1,1} \underline{i}_{L1,1}^* = 0$ mit (1.3.11).

Es soll noch einmal in Erinnerung gerufen werden, dass die zur Ermittlung des komplexen Übersetzungsverhältnisses verwendeten komplexen Schaltungsfaktoren eine positive Phasenfolge implizieren. Im Fall einer *negativen Phasenfolge* ergibt sich das Übersetzungsverhältnis aus (1.3.12) mit (1.3.4) zu

$$\underline{u}_n = \frac{w_1 \underline{s}_{1n}}{w_2 \underline{s}_{2n}} = \frac{w_1 \underline{s}_1^*}{w_2 \underline{s}_2^*} = \underline{u}^* = \underline{u} e^{-j\varphi_{\underline{u}}}, \quad (1.3.16)$$

was wie schon erwähnt im Zusammenhang mit Stromrichtertransformatoren (s. Abschnitt 1.4.3) noch eine Rolle spielen wird.

c) Schaltungsbezeichnungen – Schaltgruppen

Die Kennzeichnung der Schaltungsart (Stern oder Dreieck) in der Ober- und der Unterspannungswicklung ist bereits im Abschnitt 1.3.1.5 erläutert worden (s. Tabelle 1.3.2). Darüber hinaus interessiert für einen betrachteten Transformator im Hinblick auf seine Parallelschaltbarkeit mit anderen Transformatoren der Winkel $\varphi_{\underline{u}}$ zwischen Oberspannung und Unterspannung.

Dieser Winkel hängt von der Schaltung der Wicklungen sowie davon ab, wie die Stränge den Schenkeln zugeordnet sind. Er kann aufgrund der Symmetrie des Dreiphasensystems nur die Werte $\varphi_{\underline{u}} = 0, \pi/6, \pi/3$ usw., d.h. Vielfache von 30° annehmen. Es ist also $\varphi_{uL1,1} - \varphi_{uL1,2} (+2\pi) = n(\pi/6)$. Daraus erhält man die Kennzahl n zu

$$n = \frac{\varphi_{uL1,1} - \varphi_{uL1,2} (+2\pi)}{\frac{\pi}{6}} = \frac{\varphi_{\underline{u}} (+2\pi)}{\frac{\pi}{6}}, \quad (1.3.17)$$

wobei die Addition von 2π dann erfolgt, wenn andernfalls negative Werte von n entstehen würden. Somit nimmt die Kennzahl n die Werte

$$n = 0, \dots, 11$$

an. Die Schaltungsbezeichnung eines Transformators wird angegeben als

Schaltung der Oberspannungsseite	Schaltung der Unterspannungsseite	n
-------------------------------------	--------------------------------------	-----

z. B. als Dy5 oder Yy6. Sie wird auch als *Schaltgruppe* bezeichnet.

Transformatoren mit gleicher Kennzahl n weisen die gleiche Phasenverschiebung zwischen Ober- und Unterspannung auf; nur sie sind in Parallelschaltung arbeitsfähig. Ausgeführt werden Transformatoren für die Kennzahlen $n = 0; 5; 6$ und 11. Dazwischen liegende Werte von n können durch zyklisches Vertauschen der Klemmenbezeichnungen realisiert werden. Das geschieht i. Allg. auf der Unterspannungsseite. Durch einmaliges Vertauschen erhält man eine zusätzliche Phasenverschiebung von $+120^\circ$ oder -120° ; dem entspricht eine Änderung von n um ± 4 . In Tabelle 1.3.3 sind für die wichtigsten Schaltgruppen von Leistungstransformatoren die Bezeichnungen, die Zeigerbilder der Spannungen und die Schaltbilder als Auszug aus IEC 60076-4 (DIN EN 60076-4) zusammengestellt.

Tabelle 1.3.3 Schaltgruppen von Dreiphasentransformatoren nach IEC 60076-4 (DIN EN 60076-4 bzw. VDE 0532 T.4) ^{a)}

Bezeichnung		Zeigerbild		Schaltbild	
Kennzahl	Schaltgruppe	OS	US	OS	US
0	Yy0				
5	Dy5				
5	Yd5				
6	Dd6				

^{a)} Wobei die Seite 1 jetzt als Oberspannungsseite und die Seite 2 als Unterspannungsseite angesehen wird.

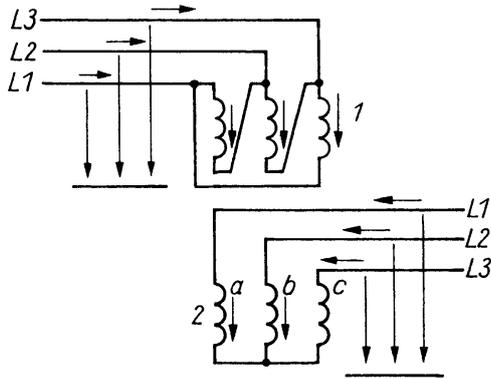


Bild 1.3.13 Beispiel einer vollständigen Wicklungsanordnung eines Dreiphasentransformators

d) *Behandlung einer vollständigen Anordnung*

Zum Abschluss der Untersuchungen des idealen Dreiphasentransformators soll eine Anordnung vollständig behandelt werden. Dazu wird ein Transformator untersucht, der auf der Seite 1 die Schaltung nach Bild 1.3.8d ($\underline{s}_1 = e^{-j\pi/6}/\sqrt{3}$) und auf der Seite 2 die nach Bild 1.3.8a ($\underline{s}_2 = 1$) aufweist. Die gesamte Anordnung ist im Bild 1.3.13 dargestellt. Es gelten die durch die Schaltungsart und die Art der Strang-Schenkel-Zuordnung bedingten Beziehungen

$$\begin{aligned} \underline{u}_{a1} &= \underline{u}_{L1,1} - \underline{u}_{L2,1}; & \underline{u}_{a2} &= \underline{u}_{L1,2} \\ \underline{i}_{L1,1} &= \underline{i}_{a1} - \underline{i}_{c1}; & \underline{i}_{L1,2} &= \underline{i}_{a2}. \end{aligned}$$

Im Bild 1.3.14 ist ausgehend vom symmetrischen Stern der Netzspannung $\underline{U}_{L1,1}$, $\underline{U}_{L2,1}$ und $\underline{U}_{L3,1}$ unter Beachtung von (1.3.7) und (1.3.9) das vollständige Zeigerbild für den Fall entwickelt worden, dass die Seite 2 auf einen symmetrischen ohmsch-induktiven Verbraucher arbeitet und $w_1/w_2 = 2$ ist. Man erhält zunächst aus den Netzspannungen der Seite 1 die Strangspannung \underline{U}_{a1} und damit über (1.3.7) die Strangspannung \underline{U}_{a2} , die gleich der Spannung $\underline{U}_{L1,2}$ ist. Damit kann der Strom $\underline{I}_{L1,2} = \underline{I}_{a2}$ mit einer Phasenlage zu $\underline{U}_{L1,2}$, die dem vorliegenden Belastungsfall entspricht, eingetragen werden. Die Ströme \underline{I}_{a2} usw. liefern über (1.3.9) die Ströme \underline{I}_{a1} usw., und damit gewinnt man schließlich die Ströme $\underline{I}_{L1,1}$ usw. Die Reihenfolge der Schritte bei der Entwicklung des Zeigerbilds ist im Bild 1.3.14 angedeutet. Aus dem Zeigerbild kann entnommen werden

$$\underline{U}_{L1,2} = \frac{\sqrt{3}}{2} e^{j\pi/6} \underline{U}_{L1,1}$$

bzw.

$$\underline{I}_{L1,2} = -\frac{2}{\sqrt{3}} e^{j\pi/6} \underline{I}_{L1,1}.$$

Durch Vergleich mit (1.3.11) bzw. (1.3.15) folgt aus beiden Beziehungen

$$\underline{\ddot{u}} = \frac{2}{\sqrt{3}} e^{-j\pi/6}.$$

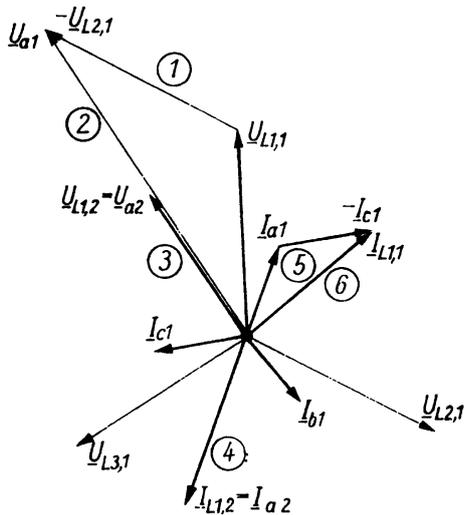


Bild 1.3.14 Zeigerbild der Ströme und Spannungen des idealen Dreiphasentransformators nach Bild 1.3.13 für $w_1/w_2 = 2$, der an einem gegebenen symmetrischen Netz der Spannungen $\underline{U}_{L1,1}$, $\underline{U}_{L2,1}$ und $\underline{U}_{L3,1}$ liegt und auf einen symmetrischen ohmsch-induktiven Verbraucher arbeitet.

1 bis 6: Reihenfolge der Entwicklung.

Der symmetrische Stern aller Größen des Dreiphasensystems ist der besseren Übersicht wegen nur für die Spannungen $\underline{U}_{L1,1}$, $\underline{U}_{L2,1}$ und $\underline{U}_{L3,1}$ und die Ströme \underline{I}_{a1} , \underline{I}_{b1} und \underline{I}_{c1} dargestellt

Die gleiche Beziehung erhält man mit den Schaltungsfaktoren nach Bild 1.3.8 und $w_1/w_2 = 2$ aus (1.3.12). Die Schaltungsbezeichnung des behandelten Transformators lautet mit (1.3.17) Dy11.

1.3.2.2 Wirkungsweise bei noch hinsichtlich der Ströme idealem Verhalten

Wenn $\mu_{Fe} = \infty$ und $\kappa_{Fe} = 0$ als ideale Werkstoffeigenschaften beibehalten werden [s. Abschnitt 1.2.2.4a)], bleibt (1.3.8) als Beziehung zwischen den Strömen der Wicklungsstränge auf dem Bezugsschenkel a erhalten. Demgegenüber müssen jedoch die Spannungsgleichungen jetzt in der allgemeinen Form

$$\left. \begin{aligned} \underline{u}_{a1} &= R_{\text{str1}} \underline{i}_{a1} + j\omega \underline{\Psi}_{a1} \\ \underline{u}_{a2} &= R_{\text{str2}} \underline{i}_{a2} + j\omega \underline{\Psi}_{a2} \end{aligned} \right\} \quad (1.3.18)$$

formuliert werden, wobei R_{str1} und R_{str2} die Widerstände der beiden auf einem Schenkel untergebrachten Wicklungsstränge sind. Aus (1.3.18) folgt durch Einführen von (1.3.8) für die Abweichung vom idealen Verhalten der Strangspannungen [vgl. (1.2.39)]

$$\underline{u}_{a1} - \frac{w_1}{w_2} \underline{u}_{a2} = \left[R_{\text{str1}} + \left(\frac{w_1}{w_2} \right)^2 R_{\text{str2}} \right] \underline{i}_{a1} + j\omega \left(\underline{\Psi}_{a1} - \frac{w_1}{w_2} \underline{\Psi}_{a2} \right). \quad (1.3.19)$$

Die Flussverkettung $[\underline{\Psi}_{a1} - (w_1/w_2)\underline{\Psi}_{a2}]$ rührt entsprechend den Betrachtungen beim Einphasentransformator im Abschnitt 1.2.2.4c) nur vom Feld außerhalb des magnetischen Kreises her. Es soll angenommen werden, dass zu diesem Feld nur die Ströme der beiden betrachteten Wicklungsstränge Beiträge liefern. Die Kopplung zwischen Wicklungssträngen auf verschiedenen Schenkeln über Teile des Felds, die sich außerhalb des magnetischen Kreises ausbilden, wird also vernachlässigt. Dann gelten für $[\underline{\Psi}_{a1} - (w_1/w_2)\underline{\Psi}_{a2}]$ die bereits bei der Behandlung des Einphasentransformators angestellten Überlegungen, und es lässt sich entsprechend Abschnitt 1.2.2.4c) formulieren

$$j\omega \left(\Psi_{a1} - \frac{w_1}{w_2} \Psi_{a2} \right) = jX_{\sigma\text{str}} i_{a1}. \quad (1.3.20)$$

Dabei ist $X_{\sigma\text{str}}$ die der Gesamtstreuung zwischen den beiden Wicklungssträngen auf einem Schenkel zugeordnete Streureaktanz von der Seite 1 her gesehen. Um die Beziehungen zwischen den nach außen in Erscheinung tretenden Größen, d.h. zwischen den Strömen und zwischen den Spannungen der äußeren Zuleitungen zu erhalten, müssen in (1.3.8) und (1.3.19) unter Beachtung von (1.3.20) die Beziehungen (1.3.2) und (1.3.3) eingeführt werden. Man erhält

$$\left. \begin{aligned} s_1^* i_{L1,1} + \frac{w_2}{w_1} s_2^* i_{L1,2} &= 0 \\ \frac{1}{s_1} \underline{u}_{L1,1} - \frac{1}{s_2} \frac{w_1}{w_2} \underline{u}_{L1,2} &= (R_{\text{str}} + jX_{\sigma\text{str}}) s_1^* i_{L1,1} \end{aligned} \right\} \quad (1.3.21)$$

mit

$$R_{\text{str}} = R_{\text{str1}} + \left(\frac{w_1}{w_2} \right)^2 R_{\text{str2}}.$$

Daraus folgt durch Einführen des komplexen Übersetzungsverhältnisses \underline{u} nach (1.3.12)

$$\left. \begin{aligned} i_{L1,1} + \frac{1}{\underline{u}^*} i_{L1,2} &= 0 \\ \underline{u}_{L1,1} - \underline{u} \underline{u}_{L1,2} &= (R_{\text{str}} + jX_{\sigma\text{str}}) s_1^2 i_{L1,1} \end{aligned} \right\}. \quad (1.3.22)$$

Wenn nunmehr zweckmäßig transformierte Größen der Seite 2 eingeführt werden und auf den Index L1 zur Kennzeichnung des betrachteten äußeren Leiters verzichtet wird, gehen die Gleichungen (1.3.22) über in

$$\boxed{\begin{aligned} i_1 + i_2' &= 0 \\ \underline{u}_1 - \underline{u}_2' &= (R + jX_{\sigma}) i_1 \end{aligned}}. \quad (1.3.23)$$

Das sind die bereits von der Betrachtung des Einphasentransformators her bekannten Beziehungen [s. (1.2.35) und (1.2.42)]. Dabei gilt jetzt

$$\left. \begin{aligned} i_2' &= \frac{1}{\underline{u}^*} i_{L1,2} = \frac{1}{\underline{u}} e^{j\varphi_{\underline{u}}} i_{L1,2} \\ \underline{u}_2' &= \underline{u} \underline{u}_{L1,2} = \underline{u} e^{j\varphi_{\underline{u}}} \underline{u}_{L1,2} \\ R &= s_1^2 \left[R_{\text{str1}} + \left(\frac{w_1}{w_2} \right)^2 R_{\text{str2}} \right] \\ X_{\sigma} &= s_1^2 X_{\sigma\text{str}} \end{aligned} \right\} \quad (1.3.24)$$

mit \underline{u} nach (1.3.12).

Die Transformationsbeziehungen für $i_{L1,2}$ und $\underline{u}_{L1,2}$ sorgen dafür, dass die schaltungsbedingte Phasenverschiebung zwischen den Größen \underline{g}_1 und \underline{g}_2 verschwindet.

Damit ist die Behandlung der Wirkungsweise des noch hinsichtlich der Ströme idealen Dreiphasentransformators auf die entsprechende im Abschnitt 1.2.2.4 durchgeführte Behandlung des Einphasentransformators zurückgeführt. Die Ergebnisse der dort angestellten Untersuchungen können unmittelbar übernommen werden. Es ist lediglich zu beachten, dass die wahren Größen der Seite 2 gegenüber den transformierten nicht nur im Betrag unterschiedlich sind, sondern auch eine Phasenverschiebung um den Winkel $\varphi_{\ddot{u}}$ aufweisen.

1.3.2.3 Wirkungsweise bei noch hinsichtlich der Spannungen idealem Verhalten

Der reale magnetische Kreis ist ein Gebilde mit nichtlinearen Eigenschaften. Deshalb muss für die folgenden Untersuchungen – ebenso wie bei den analogen Betrachtungen beim Einphasentransformator im Abschnitt 1.2.2.5 – zunächst von beliebig zeitlich veränderlichen Größen ausgegangen werden. Andererseits besitzt der Transformator mit $\kappa_w = \infty$ keine Wicklungswiderstände, und es existiert mit $\mu_{\text{Luft}} = 0$ innerhalb des Bereichs der Wicklungen kein Feld außerhalb des magnetischen Kreises. Damit lassen sich die Spannungsgleichungen der Wicklungsstränge auf dem Schenkel a als

$$\left. \begin{aligned} u_{a1} &= w_1 \frac{d\Phi_a}{dt} \\ u_{a2} &= w_2 \frac{d\Phi_a}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (1.3.25)$$

angeben. Für die Schenkel b und c gelten analoge Gleichungen. Die Beziehungen zwischen den Strömen müssen über die Anwendung des Durchflutungsgesetzes auf Integrationswege im Inneren des jeweiligen magnetischen Kreises gewonnen werden.

a) Magnetisierungserscheinungen

Wie bei der Behandlung des Einphasentransformators wird angenommen, dass die Seite 1 an einem starren Netz sinusförmiger Spannungen liegt. Die Seite 2 soll leerlaufen, damit die Magnetisierungserscheinungen deutlich hervortreten. Aufgrund der Nichtlinearität des magnetischen Kreises ist trotz der sinusförmigen Netzspannung damit zu rechnen, dass die Magnetisierungsströme und u. U. auch die Schenkelflüsse Oberschwingungen enthalten. Sowohl das Zusammenschalten der elektrischen Kreise zur Stern- oder Dreieckschaltung als auch die Vereinigung der magnetischen Kreise wurden unter der Voraussetzung als möglich und vorteilhaft erkannt, dass die Ströme einerseits und die Flüsse andererseits rein sinusförmig sind und symmetrische Dreiphasensysteme mit 120° Phasenverschiebung untereinander darstellen. Da die Oberschwingungen diese Eigenschaften z. T. nicht besitzen, treten neuartige Erscheinungen auf. Sie werden von der Art der elektrischen und der Art der magnetischen Zusammenschaltung abhängen, d. h. von der Schaltung der Wicklungen einerseits und der Ausführung des magnetischen Kreises andererseits. Dabei gewinnt nunmehr die Frage Bedeutung, ob der magnetische Kreis einen freien magnetischen Rückschluss

aufweist oder nicht (s. Tabelle 1.3.1). Im ersten Fall können die Flüsse voneinander unabhängige Werte annehmen, im zweiten hingegen muss $\Phi_a + \Phi_b + \Phi_c = 0$ sein, wenn sich nicht ein Fluss $\Phi_{\text{Luft}} = \Phi_a + \Phi_b + \Phi_c$ von Joch zu Joch über den Außenraum schließen soll. Damit ein derartiges Feld überhaupt entstehen kann, darf die ideale Werkstoffeigenschaft $\mu_{\text{Luft}} = 0$ natürlich nicht auf den Bereich außerhalb der Wicklungen ausgedehnt werden.

Die folgenden Betrachtungen sollen die prinzipiellen Erscheinungen zeigen. Deshalb wird darauf verzichtet, die magnetische Asymmetrie zu berücksichtigen, die vor allem beim Dreiphasen-Kerntransformator von Bedeutung ist. Es ist erforderlich, eine Reihe von Fällen getrennt zu untersuchen.

Fall I: Sternschaltung der Seite 1 mit angeschlossenem Sternpunkt

Die Schaltung der betrachteten Anordnung zeigt Bild 1.3.15. Das gegebene Spannungssystem

$$\left. \begin{aligned} u_{L1} &= \hat{u} \cos(\omega t + \varphi_u) \\ u_{L2} &= \hat{u} \cos\left(\omega t + \varphi_u - \frac{2\pi}{3}\right) \\ u_{L3} &= \hat{u} \cos\left(\omega t + \varphi_u - \frac{4\pi}{3}\right) \end{aligned} \right\} \quad (1.3.26)$$

legt unmittelbar die Strangspannungen der Wicklung 1 fest als

$$u_a = u_{L1}; \quad u_b = u_{L2}; \quad u_c = u_{L3}.$$

Diese sinusförmigen Strangspannungen diktieren über (1.3.25) zeitlich sinusförmige Flüsse

$$\left. \begin{aligned} \Phi_a &= \frac{\hat{u}}{\omega w_1} \cos\left(\omega t + \varphi_u - \frac{\pi}{2}\right) \\ \Phi_b &= \frac{\hat{u}}{\omega w_1} \cos\left(\omega t + \varphi_u - \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) \\ \Phi_c &= \frac{\hat{u}}{\omega w_1} \cos\left(\omega t + \varphi_u - \frac{4\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned} \right\}, \quad (1.3.27)$$

die ein symmetrisches Dreiphasensystem positiver Phasenfolge darstellen. Die Summe dieser drei Flüsse ist in jedem Augenblick Null, so dass hinsichtlich der Ausbildung

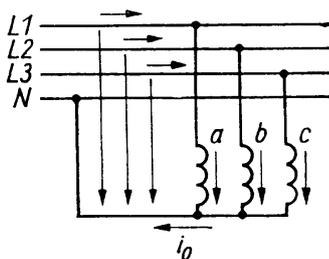


Bild 1.3.15 Schaltung zum Fall I der untersuchten Magnetisierungserscheinungen

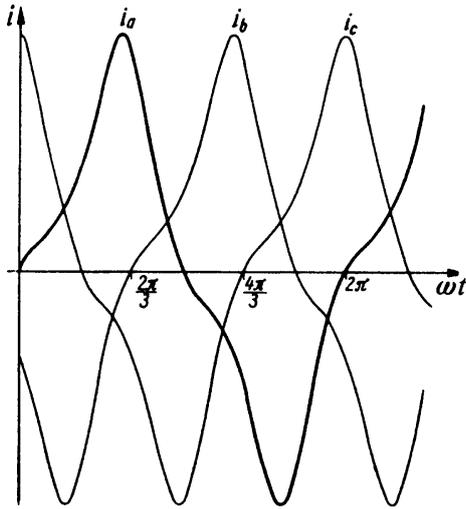


Bild 1.3.16 Verlauf der Magnetisierungsströme i_a, i_b, i_c im Fall I der untersuchten Magnetisierungserscheinungen

des Felds auch dann keine Schwierigkeiten bestehen, wenn der magnetische Kreis keinen freien magnetischen Rückschluss aufweist. Unterscheidungen hinsichtlich der Ausführungsformen des magnetischen Kreises sind deshalb für den betrachteten Fall I nicht erforderlich.

Zwischen dem Fluss Φ im Schenkel und der Durchflutung Θ für den maßgebenden Integrationsweg herrscht ein Zusammenhang, dessen prinzipieller Verlauf im Bild 1.2.28 wiedergegeben wurde. Entsprechend dieser Kennlinie $\Phi = f(\Theta)$ erfordert ein sinusförmiger Fluss einen Durchflutungsverlauf, der außer der Grundschwingung auch alle ungeradzahlig Harmonischen enthält. Im betrachteten Leerlauf muss diese Durchflutung vom jeweiligen Strangstrom der Wicklung 1 aufgebracht werden, der deshalb denselben Zeitverlauf hat wie die Durchflutung. Die Zeitverläufe der drei Strangströme sind gemäß Bild 1.3.16 entsprechend der Phasenverschiebung der drei Flüsse um eine Drittel Periodendauer gegeneinander verschoben. Wenn also $i_a = f(\omega t)$ ist, so gilt $i_b = f(\omega t - 2\pi/3)$ und $i_c = f(\omega t - 4\pi/3)$. Der Verlauf des Stroms i_a kann dargestellt werden als

$$i_a = \hat{i}_1 \cos(\omega t + \varphi_{i1}) + \hat{i}_3 \cos(3\omega t + \varphi_{i3}) + \hat{i}_5 \cos(5\omega t + \varphi_{i5}) + \dots \quad (1.3.28)$$

Damit erhält man für die anderen beiden Strangströme

$$\left. \begin{aligned} i_b &= \hat{i}_1 \cos(\omega t + \varphi_{i1} - \frac{2\pi}{3}) + \hat{i}_3 \cos(3\omega t + \varphi_{i3} - 3\frac{2\pi}{3}) \\ &\quad + \hat{i}_5 \cos(5\omega t + \varphi_{i5} - 5\frac{2\pi}{3}) + \dots \\ i_c &= \hat{i}_1 \cos(\omega t + \varphi_{i1} - \frac{4\pi}{3}) + \hat{i}_3 \cos(3\omega t + \varphi_{i3} - 3\frac{4\pi}{3}) \\ &\quad + \hat{i}_5 \cos(5\omega t + \varphi_{i5} - 5\frac{4\pi}{3}) + \dots \end{aligned} \right\} \quad (1.3.29)$$

Die drei Grundschwingungsströme bilden ein symmetrisches Dreiphasensystem mit der gleichen positiven Phasenfolge wie die Flüsse nach (1.3.27) bzw. die Spannungen nach (1.3.26). Demgegenüber sind die drei dritten Harmonischen in den Gleichungen (1.3.28) und (1.3.29) gleichphasig. Die drei fünften Harmonischen bilden

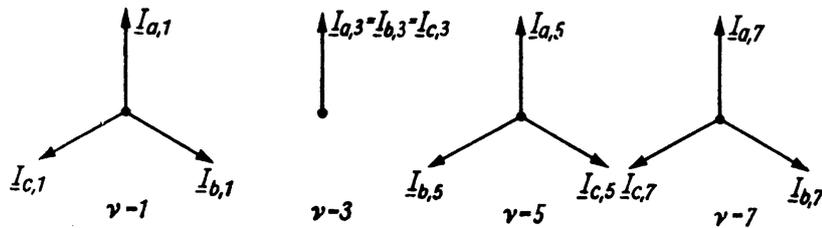


Bild 1.3.17 Phasenfolgen der Harmonischen $\nu = 1$ bis $\nu = 7$ der Magnetisierungsströme nach Bild 1.3.16

wieder ein symmetrisches Dreiphasensystem, das allerdings die umgekehrte Phasenfolge aufweist wie das der Grundschwingungen. Wie leicht einzusehen ist, liefern die siebenten Harmonischen ein symmetrisches Dreiphasensystem, das wiederum die gleiche Phasenfolge hat wie die Grundschwingungen, während die drei neunten Harmonischen wie die drei dritten phasengleich sind. Im Bild 1.3.17 sind die Zeigerbilder der einzelnen Harmonischen dargestellt. Dabei wurden die Amplituden gleich groß gezeichnet, also mit verschiedenen Maßstäben. Außerdem sind die Phasenwinkel willkürlich als $\varphi_{i1} = \varphi_{i3} = \varphi_{i5} = \dots$ festgelegt worden, da nur die unterschiedliche Phasenfolge zum Ausdruck gebracht werden soll. Aus dem Schaltbild 1.3.15 folgt für die Ströme

$$i_{L1} = i_a; \quad i_{L2} = i_b; \quad i_{L3} = i_c.$$

In den äußeren Zuleitungen fließen Ströme, die durch (1.3.28) und (1.3.29) gegeben sind. Die Verbindungsleitung zum Sternpunkt führt entsprechend der Aussage des Knotenpunktsatzes den Strom

$$i_0 = i_a + i_b + i_c, \quad (1.3.30)$$

der sich mit (1.3.28) und (1.3.29) ausdrücken lässt als

$$i_0 = 3\hat{i}_3 \cos(3\omega t + \varphi_{i3}) + 3\hat{i}_9 \cos(9\omega t + \varphi_{i9}) + \dots$$

Während sich die Harmonischen, die ein symmetrisches Dreiphasensystem positiver oder negativer Phasenfolge bilden, zu null addieren, können die gleichphasigen Harmonischen der Ordnungszahlen 3, 9, 15 usw. nur über den Nullleiter abfließen.

In den Strängen der Wicklung 2 werden von den sinusförmigen Flüssen nach (1.3.27) sinusförmige Spannungen induziert. Damit fließen in den unbelasteten Wicklungssträngen auch dann keine Ströme, wenn sie im Dreieck geschaltet sind. Eine Unterscheidung hinsichtlich der Art der Schaltung auf der Seite 2 ist also bei angeschlossenem Sternpunkt auf der Seite 1 nicht erforderlich.

Fall II: Sternschaltung der Wicklung 1 bei isoliertem Sternpunkt

Es soll angenommen werden, dass die Wicklungsstränge auf der Seite 2 noch nicht zusammengeschaltet sind. Die Schaltung der zunächst betrachteten Anordnung zeigt

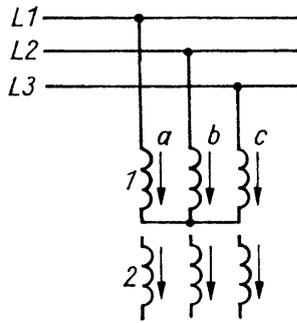


Bild 1.3.18 Schaltung der Seite 1 zum Fall II der untersuchten Magnetisierungserscheinungen

Bild 1.3.18. Die Vorgänge in der Wicklung 2 und deren Rückwirkung auf die Wicklung 1 werden im Anschluss behandelt. Vor den eigentlichen Untersuchungen sei nochmals daran erinnert, dass die magnetischen Kreise im Rahmen der vorliegenden Betrachtungen stets als symmetrisch vorausgesetzt werden. Dann ist zu erwarten, dass die Verläufe der Ströme $i_b = i_b(\omega t)$ und $i_c = i_c(\omega t)$ die gleiche Form haben wie der Strom $i_a = i_a(\omega t)$. Die Verläufe sind lediglich um ein Drittel bzw. zwei Drittel der Periodendauer gegeneinander verschoben. Das traf z. B. auch für die Ströme nach Bild 1.3.16 zu. Analoge Überlegungen gelten für die Flüsse oder irgendwelche Teilspannungen, die durchaus nicht immer rein sinusförmig sind. Daraus folgt, dass die einzelnen Harmonischen der drei Größen g_a , g_b und g_c einer Veränderlichen jeweils gleiche Amplitude besitzen und nur in solchen Phasenfolgen auftreten können, wie sie im Bild 1.3.17 für die Ströme angegeben wurden.

Angewendet auf den vorliegenden Fall II folgt aus den soeben angestellten Überlegungen, dass die Harmonischen der Ordnungszahlen 3, 9, 15 usw. in den Strangströmen nicht auftreten können, denn der isolierte Sternpunkt erzwingt $i_a + i_b + i_c = 0$. Ein Rückblick auf die Ergebnisse der Betrachtungen zu Fall I zeigt, dass diese Harmonischen dort gerade in dem angeschlossenen Nulleiter geflossen sind, der jetzt abgetrennt worden ist. Wenn aber nicht das vollständige Oberschwingungsgemisch der Magnetisierungsströme vorhanden ist, können natürlich andererseits keine sinusförmigen Flüsse aufgebaut werden. Das wiederum ist auch nicht erforderlich, denn das Netz legt nicht mehr unmittelbar die Strangspannungen, sondern entsprechend Bild 1.3.18 jeweils die Differenz zweier Strangspannungen als sinusförmig fest, z. B. ausgehend von (1.3.26) in der Form

$$u_{L1L2} = \hat{u}\sqrt{3} \cos(\omega t + \varphi_u + \frac{\pi}{6}) = u_a - u_b. \quad (1.3.31)$$

Dann können aber die Strangspannungen u_a , u_b und u_c außer der Grundschwingung auch Harmonische der Ordnungszahlen 3, 9, 15 usw. aufweisen, die stets gleichphasig sind und sich bei der Differenzbildung nach (1.3.31) herausheben. Diesen Harmonischen der Strangspannungen sind über (1.3.25) Harmonische der Flüsse mit gleicher Ordnungszahl zugeordnet. Die in den Strömen fehlenden Harmonischen sind also bei den Flüssen zu beobachten.

Mit dem Auftreten von Flussharmonischen der Ordnungszahlen 3, 9, 15 usw. ist es für die weiteren Betrachtungen erforderlich, die Art des magnetischen Rück-

schluss zu beachten. Wenn der betrachtete Transformator freien magnetischen Rückschluss aufweist, können sich die einzelnen Harmonischen der Schenkelflüsse ebenso wie ihre Grundschwingungen über den stets vorhandenen Rückschlussweg schließen. Fehlt dagegen der freie magnetische Rückschluss wie bei den Dreiphasen-Kerntransformatoren (s. Tabelle 1.3.1), so müssen sich die Flussharmonischen über den Außenraum von Joch zu Joch schließen, denn sie sind als Harmonische der Ordnungszahlen 3, 9, 15 usw. entsprechend den eingangs angestellten Überlegungen gleichphasig. Damit gilt z. B. für die dritten Harmonischen

$$\Phi_{\text{luft},3} = \Phi_{a,3} + \Phi_{b,3} + \Phi_{c,3} = 3\Phi_{a,3}.$$

Diese Flussharmonischen werden sich natürlich vorzugsweise über äußere ferromagnetische Konstruktionsteile schließen und rufen dort Ummagnetisierungsverluste hervor.

Mit dem Auftreten von Flussharmonischen der Ordnungszahlen 3, 9, 15 usw. wird es außerdem notwendig, die Art der Schaltung der Wicklung 2 zu beachten, denn die Flussharmonischen induzieren in den Wicklungssträngen der Wicklung 2 Spannungsharmonische gleicher Ordnungszahlen.

Bei Sternschaltung der Seite 2 werden zwischen den äußeren Zuleitungen nur Spannungen der Grundschwingung beobachtet, denn die jeweils gleichphasigen Harmonischen der Ordnungszahlen 3, 9, 15 usw. heben sich durch die Differenzbildung entsprechend $u_{L1L2,2} = u_{a2} - u_{b2}$ usw. heraus.

Bei Dreieckschaltung der Seite 2 entsteht für die gleichphasigen Harmonischen der Strangspannungen mit den Ordnungszahlen 3, 9, 15 usw. ein Kurzschluss, denn die Dreieckschaltung erzwingt auf der Seite 2 $u_{a2} + u_{b2} + u_{c2} = 0$. Die induzierten Spannungen dieser Ordnungszahlen treiben deshalb Kurzschlussströme gleicher Ordnungszahlen an. Diese Kurzschlussströme in der in Dreieck geschalteten Wicklung 2 bauen Felder jeweils gleicher Frequenz auf, die unter Vernachlässigung der Streuung die ursprünglichen Felder dieser Frequenz kompensieren, so dass in den Schenkeln wieder sinusförmige Flüsse vorhanden sind. Die Durchflutung dieser Ströme ist gleich der des Stroms i_0 im Fall I. Die Dreieckschaltung der Wicklung 2 bietet somit eine Möglichkeit, die bei der Sternschaltung der Wicklung 1 und isoliertem Sternpunkt zu erwartenden Flussharmonischen zu vermeiden. Das ist insbesondere dann wünschenswert, wenn der verwendete magnetische Kreis keinen freien magnetischen Rückschluss hat, da sich die Flussoberschwingungen sonst über äußere Bauteile (vor allem über das Gefäß) schließen würden, was zu starken örtlichen Erwärmungen führen kann.

Wenn die Sternschaltung der Wicklung 2 aus anderen Gründen beibehalten werden soll, kann man zusätzlich eine in Dreieck geschaltete Wicklung vorsehen, die mit keinerlei äußeren Zuleitungen verbunden wird. In dieser sog. *Ausgleichswicklung* oder auch *Tertiärwicklung* fließen dann – entsprechend dem Mechanismus, der bei der Betrachtung der in Dreieck geschalteten Wicklung beschrieben wurde – die in

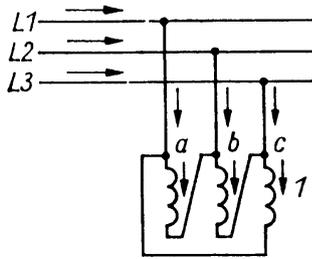


Bild 1.3.19 Schaltung der Seite 1 zum Fall III der untersuchten Magnetisierungserscheinungen

Magnetisierungsstrom fehlenden Harmonischen. Die Ausgleichswicklung kann aus diesem Grunde unter Einsatz von relativ wenig Leitermaterial dimensioniert werden.

Fall III: Dreieckschaltung der Wicklung 1

Die Schaltung der betrachteten Anordnung zeigt Bild 1.3.19. Daraus ist abzulesen, dass die Netzspannungen unmittelbar die Strangspannungen der Wicklung 1 als sinusförmige Spannungen festlegen. Es gilt z. B. ausgehend von (1.3.26) für den Strang a

$$u_a = u_{L1L2} = \hat{u}\sqrt{3} \cos(\omega t + \varphi_u + \frac{\pi}{6}).$$

Damit müssen entsprechend (1.3.25) auch die Schenkelflüsse sinusförmig werden. Dazu wiederum ist erforderlich, dass in den Strangströmen sämtliche ungeradzahliges Harmonischen enthalten sind. Diese müssen sich also durch (1.3.28) und (1.3.29) darstellen lassen. Die Ströme in den äußeren Zuleitungen erhält man durch Anwenden des Knotenpunktsatzes als Differenz zweier Strangströme z. B. in der Form

$$i_{L1} = i_a - i_c.$$

Durch diese Differenzbildung fließen keine gleichphasigen Harmonischen der Ordnungszahlen 3, 9, 15 usw. in den äußeren Zuleitungen. Diese Aussage erhält man auch aus der Beziehung $i_{L1} + i_{L2} + i_{L3} = 0$ zwischen den Strömen in den äußeren Zuleitungen, die unmittelbar aus der Quellenfreiheit der elektrischen Strömung folgt (s. Abschnitt 0.4, Bild 0.4.3). Die gleichphasigen Harmonischen der Magnetisierungsströme mit den Ordnungszahlen 3, 9, 15 usw. fließen demnach nur als Kurzschlussströme innerhalb der Dreieckschaltung. Sie entstehen dort als Folge der Spannungen, die von den Flussharmonischen gleicher Ordnungszahl induziert werden. Diese Flussharmonischen sind wegen des Fehlens einzelner Harmonischer des Magnetisierungsstroms zunächst vorhanden. Sie verschwinden mit dem Wirksamwerden der Kurzschlussströme vollständig, da die Wicklungen widerstandslos angenommen wurden.

Mit dem Fehlen von Harmonischen der Schenkelflüsse übt die Ausführung des magnetischen Kreises auf den Charakter der Vorgänge im Transformator keinen Einfluss aus. Aus dem gleichen Grund ist es für diese Vorgänge gleichgültig, in welcher Schaltung die Wicklung 2 ausgeführt wird.

b) Folgen der Oberschwingungen im Magnetisierungsstrom

Die Folgen der Oberschwingungen im Magnetisierungsstrom sind Spannungsabfälle höherer Frequenz über den Leitungsreaktanzen und den Gesamtstreureaktanzen vorgeschalteter Transformatoren sowie den inneren Reaktanzen der Generatoren. Diese Spannungsabfälle können merkbare Werte annehmen, obwohl die Magnetisierungsströme klein gegenüber den Bemessungsströmen der Transformatoren und in diesen wiederum die Oberschwingungen klein gegenüber der Grundschwingung sind, da sämtliche Reaktanzen des Netzes frequenzproportional sind. Durch die Spannungsabfälle höherer Frequenz werden die Spannungen in den einzelnen Netzpunkten selbst verzerrt. Aus diesem Grund strebt man von seiten der Energieversorgung Transformatoren mit möglichst sinusförmigem Magnetisierungsstrom an. Einen ersten Schritt hierzu bildet die Verwendung von Transformatoren, die eine in Dreieck geschaltete Wicklung aufweisen, da diese Wicklung die erforderlichen Harmonischen mit durch 3 teilbaren Ordnungszahlen als Kurzschlussstrom führt. Durch Kunstgriffe im Aufbau des magnetischen Kreises (Fünfschenkel-Transformator) und mit Hilfe zusätzlicher Wicklungen gelingt es, auch die fünfte Harmonische vom Netz fernzuhalten.

c) Wirkungsweise bei noch hinsichtlich der Spannungen idealem Verhalten unter Vernachlässigung der Oberschwingungserscheinungen

Wenn sämtliche Oberschwingungen vernachlässigt werden, sind alle Größen sinusförmig, und es kann zur komplexen Darstellung übergegangen werden. Die Spannungsgleichungen (1.3.25) der Wicklungsstränge a_1 und a_2 auf dem Schenkel a nehmen dann die Form

$$\left. \begin{aligned} \underline{u}_{a1} &= j\omega w_1 \underline{\Phi}_a \\ \underline{u}_{a2} &= j\omega w_2 \underline{\Phi}_a \end{aligned} \right\} \quad (1.3.32)$$

an. Die Oberschwingungserscheinungen verschwinden, wenn die Magnetisierungskennlinie wie beim Einphasentransformator durch eine Ellipse angenähert wird. Dabei weist die durch eine Ellipse angenäherte dynamische Magnetisierungskennlinie außer der Hysterese auch den Einfluss der Wirbelströme aus (s. Bild 1.2.36). Wenn der Dreiphasentransformator auf der gleichen Näherungsebene behandelt werden soll, muss von der durch eine Ellipse angenäherten dynamischen Magnetisierungskennlinie $\Phi = f(\Theta_1^+)$ ausgegangen werden, die zwischen dem Fluss Φ durch einen Schenkel und der Durchflutung Θ_1^+ für den jeweils maßgebenden Integrationsweg nach Bild 1.3.10 vermittelt. Damit erhält man über das Durchflutungsgesetz für den Schenkel a entsprechend (1.2.58)

$$\underline{i}_{a1} w_1 + \underline{i}_{a2} w_2 = \underline{\Theta}_1^+ . \quad (1.3.33)$$

Aus (1.3.32) folgt

$$\underline{u}_{a1} - \frac{w_1}{w_2} \underline{u}_{a2} = 0$$

und durch Einführen der Spannungen $\underline{u}_{L1,1} = \underline{u}_1$ und $\underline{u}_{L1,2} = \underline{u}_2$ an den Klemmen der Bezugsleiter L1 mit Hilfe von (1.3.2)

$$\underline{u}_1 - \frac{w_1}{w_2} \frac{s_1}{s_2} \underline{u}_2 = \underline{u}_1 - \underline{\ddot{u}} \underline{u}_2 = 0 \quad (1.3.34)$$

mit $\underline{\ddot{u}}$ nach (1.3.12). Wenn man über (1.3.3) die Ströme $\underline{i}_{L1,1} = \underline{i}_1$ und $\underline{i}_{L1,2} = \underline{i}_2$ in den äußeren Zuleitungen L1 einführt, folgt aus (1.3.33)

$$\underline{i}_1 + \frac{w_2}{w_1} \frac{s_2^*}{s_1^*} \underline{i}_2 = \underline{i}_1 + \frac{1}{\underline{\ddot{u}}^*} \underline{i}_2 = \frac{\Theta_1^+}{w_1 s_1^*}. \quad (1.3.35)$$

Die Gleichungen (1.3.34) und (1.3.35) gehen durch Einführen transformierter Größen der Seite 2 entsprechend (1.3.24) über in

$$\left. \begin{aligned} \underline{u}_1 - \underline{u}'_2 &= 0 \\ \underline{i}_1 + \underline{i}'_2 &= \underline{i}_{11} \end{aligned} \right\}, \quad (1.3.36)$$

wobei sich der Leerlaufstrom \underline{i}_{11} als

$$\underline{i}_{11} = \frac{\Theta_1^+}{w_1 s_1^*}$$

ergibt. Diese Beziehungen entsprechen vollständig jenen, die im Abschnitt 1.2.2.5c) für den Einphasentransformator hergeleitet wurden. Damit ist die Behandlung der Wirkungsweise des noch hinsichtlich der Spannungen idealen linearisierten Dreiphasentransformators ebenfalls auf die entsprechende Behandlung des Einphasentransformators zurückgeführt worden, und es können die dort erhaltenen Ergebnisse übernommen werden. Es ist lediglich zu beachten, dass sich Leistungsangaben dann nur auf einen Strang des Dreiphasentransformators beziehen.

1.3.3

Analytische Behandlung und Betriebsverhalten unter symmetrischen Betriebsbedingungen

Die Behandlung der Wirkungsweise im Abschnitt 1.3.2 hat gezeigt, dass sich der Dreiphasentransformator unter symmetrischen Betriebsbedingungen – von den Oberschwingungserscheinungen abgesehen – auf den Einphasentransformator zurückführen lässt. Das Gleiche wird nunmehr hinsichtlich der analytischen Behandlung angestrebt. Dafür ist natürlich Voraussetzung, dass die gleiche Näherungsebene verwendet wird wie beim Einphasentransformator. Diese Näherungsebene wurde eingangs des Abschnitts 1.2.3.1 fixiert. Sie führt auf eine lineare Theorie eines

Transformators, der keine Ummagnetisierungsverluste besitzt. Darüber hinausgehend muss für die Dreiphasentransformatoren angenommen werden, dass zwischen Wicklungssträngen auf verschiedenen Schenkeln keine Kopplung besteht. Diese Annahme ist für die Transformatorenbanken von vornherein erfüllt. Für den Dreiphasen-Manteltransformator ist sie sicher weitgehend gültig, denn man braucht sich die Zwischenjoche nur aus Material mit $\mu_{\text{Fe}} = \infty$ hergestellt zu denken, um sofort eine vollständige Entkopplung zu erreichen. Analoges gilt für den Fünfschenkel-Transformator. Im Fall des Dreiphasen-Kerntransformators bedeutet die Annahme fehlender Kopplung zwischen Wicklungssträngen auf verschiedenen Schenkeln hinsichtlich des Felds außerhalb des magnetischen Kreises sicher eine gewisse Abweichung von den tatsächlichen Verhältnissen. Dagegen summieren sich die Schenkelflüsse des im magnetischen Kreis ausgebildeten Felds in den Knotenpunkten zwischen den Jochen und dem Mittelschenkel unter der Voraussetzung symmetrischer Betriebsbedingungen und bei Vernachlässigung der Asymmetrie des magnetischen Kreises stets zu null. Zwischen dem oberen und dem unteren Joch herrscht im Außenraum kein magnetischer Spannungsabfall. Man kann sich beide durch einen Rückschlussschenkel mit $\mu_{\text{Fe}} = \infty$ verbunden denken, ohne dass der Transformator seine Eigenschaften ändert. Die fehlende Kopplung zwischen Wicklungssträngen auf verschiedenen Schenkeln über das im magnetischen Kreis ausgebildete Feld wird damit offensichtlich.

Wenn angenommen werden kann, dass unter symmetrischen Betriebsbedingungen keinerlei Kopplungen zwischen Wicklungssträngen auf verschiedenen Schenkeln bestehen, bilden die beiden Stränge auf einem Schenkel jeweils einen getrennten Einphasentransformator. Die Ströme und Spannungen dieser Stränge sind also über zwei Gleichungen der Art von (1.2.69) miteinander verknüpft. Für den stets betrachteten Schenkel a lauten diese Beziehungen

$$\left. \begin{aligned} \underline{u}_{a1} &= R_{\text{str}1} \underline{i}_{a1} + jX_{\text{str}11} \underline{i}_{a1} + jX_{\text{str}12} \underline{i}_{a2} \\ \underline{u}_{a2} &= R_{\text{str}2} \underline{i}_{a2} + jX_{\text{str}21} \underline{i}_{a1} + jX_{\text{str}22} \underline{i}_{a2} \end{aligned} \right\}, \quad (1.3.37)$$

wobei die Widerstände und Reaktanzen dieses aus den beiden Wicklungssträngen auf einem Schenkel bestehenden Systems den zusätzlichen Index str erhalten haben. In (1.3.37) können die Ströme und Spannungen der äußeren Zuleitungen L1 mit Hilfe von (1.3.2) und (1.3.3) eingeführt werden. Damit erhält man

$$\begin{aligned} \underline{u}_{L1,1} &= R_{\text{str}1} s_1^2 \underline{i}_{L1,1} + jX_{\text{str}11} s_1^2 \underline{i}_{L1,1} + jX_{\text{str}12} s_1 s_2^* \underline{i}_{L1,2} \\ \underline{u}_{L1,2} &= R_{\text{str}2} s_2^2 \underline{i}_{L1,2} + jX_{\text{str}21} s_2 s_1^* \underline{i}_{L1,1} + jX_{\text{str}22} s_2^2 \underline{i}_{L1,2}. \end{aligned}$$

Wenn schließlich auf den Index L1 zur Kennzeichnung der Bezugsleiter verzichtet wird und die transformierten Größen der Seite 2 eingeführt werden, die bereits im Abschnitt 1.3.2.2 als (1.3.24) definiert wurden, ergibt sich unter Beachtung von

$\underline{\ddot{u}} = (\underline{s}_1/\underline{s}_2)(w_1/w_2)$ nach (1.3.12)

$$\begin{cases} \underline{u}_1 = R_1 \underline{i}_1 + jX_{11} \underline{i}_1 + jX'_{12} \underline{i}'_2 \\ \underline{u}'_2 = R'_2 \underline{i}'_2 + jX'_{21} \underline{i}_1 + jX'_{22} \underline{i}'_2 \end{cases} \quad (1.3.38)$$

mit

$$\left. \begin{aligned} \underline{i}'_2 &= \frac{1}{\underline{\ddot{u}}^*} \underline{i}_{L1,2}; & \underline{u}'_2 &= \underline{\ddot{u}} \underline{u}_{L1,2}; \\ X_{11} &= s_1^2 X_{\text{str}11}; & X'_{12} = X'_{21} &= s_1^2 \frac{w_1}{w_2} X_{\text{str}12}; \\ X'_{22} &= s_1^2 \left(\frac{w_1}{w_2} \right)^2 X_{\text{str}22}; \\ R_1 &= s_1^2 R_{\text{str}1}; & R'_2 &= s_1^2 \left(\frac{w_1}{w_2} \right)^2 R_{\text{str}2}. \end{aligned} \right\} \quad (1.3.39)$$

Die Gleichungen (1.3.38) sind identisch mit den entsprechenden Gleichungen (1.2.74) für den Einphasentransformator. Damit ist auch die analytische Behandlung des Dreiphasentransformators unter symmetrischen Betriebsbedingungen auf die Behandlung des Einphasentransformators zurückgeführt worden. Unter Beachtung der Transformationsbeziehungen (1.3.39) können sämtliche Ergebnisse, die für den Einphasentransformator auf der Grundlage von (1.2.74) in den Abschnitten 1.2.3 bis 1.2.5 gewonnen wurden, übernommen werden.

In (1.3.38) sind die Spannungen und Ströme entsprechend (1.3.39) jenen beiden Strängen einer gedachten Stern-Stern-Schaltung zugeordnet, die an die Leiter L1 der beiden Seiten des Transformators angeschlossen sind (s. auch Abschnitt 0.6). Daraus folgt für die Übernahme der für den Einphasentransformator gewonnenen Ergebnisse, dass dort angegebene Ausdrücke für die Leistung auf den Dreiphasentransformator übertragen nur die Leistung eines Strangpaares angeben, d.h. ein Drittel der Gesamtleistung. Außerdem muss an die Stelle der Bezugsimpedanz U_N/I_N des Einphasentransformators die aus den Bemessungswerten von Leiter-Erde-Spannung und Leiterstrom gebildete Bezugsimpedanz des Dreiphasentransformators treten, die man zu $U_N/(\sqrt{3}I_N)$ erhält, da vereinbarungsgemäß Bemessungsspannungen im Dreiphasensystem als Leiter-Leiter-Spannung angegeben werden.

1.3.4

Betriebsverhalten unter unsymmetrischen Betriebsbedingungen

1.3.4.1 Problematik des Betriebs unter unsymmetrischen Betriebsbedingungen

Das Zusammenschalten dreier Einphasensysteme zum Dreiphasensystem unter Verwendung der beiden Schaltungsarten Stern und Dreieck ist aufgrund der Eigenschaften $\underline{i}_a + \underline{i}_b + \underline{i}_c = 0$ der Strangströme bzw. $\underline{u}_a + \underline{u}_b + \underline{u}_c = 0$ der Strangspannun-

gen vorgenommen worden, die dann erfüllt sind, wenn diese Ströme und Spannun-

der Spannungen ideal ansieht. Aus den Untersuchungen wird sich das Verhalten der Transformatoren gegenüber den symmetrischen Komponenten entwickeln lassen.

Fall I: Schaltungskombination Yy, magnetischer Kreis mit freiem magnetischem Rückschluss

Die Untersuchungen sollen an einer Bank aus drei Einphasen-Kerntransformatoren durchgeführt werden. Die Verwendung anderer magnetischer Kreise mit freiem magnetischem Rückschluss (s. Tabelle 1.3.1) führt auf das gleiche Ergebnis. Die zu untersuchende Anordnung ist im Bild 1.3.21 wiedergegeben. Dabei wurden die stromlosen Wicklungsstränge b und c der Seite 2 zur Erhöhung der Übersichtlichkeit nicht dargestellt. Wenn der Strang a der Seite 2 einen Strom i_{a2} führt, erfordert der damit verbundene Leistungsfluss in dem Belastungszweigpol \underline{Z}_B , dass auch auf der Seite 1 Ströme fließen. Ein Strom i_{a1} kann aber nur über die Stränge b und c der Seite 1 abfließen, da der Sternpunkt nicht angeschlossen ist. In diesen Strängen wirken die Ströme jedoch wie Magnetisierungsströme, da die Rückwirkung entsprechender Ströme i_{b2} und i_{c2} fehlt. Die Folge ist, dass sich die Flüsse $\underline{\Phi}_b$ und $\underline{\Phi}_c$ als Funktion der Belastung ändern werden. Damit sind jedoch auch die Strangspannungen auf der Seite 1 Änderungen unterworfen, und es muss mit einer Störung der Symmetrie des Dreiphasensystems dieser Spannungen gerechnet werden. Diese Störung führt dazu, dass zwischen dem isolierten Sternpunkt und dem gedachten Nullleiter des Netzes eine Spannung Δu auftritt.

Wenn man die Transformatoren der Bank nach Bild 1.3.21 auch hinsichtlich der Ströme als ideal ansieht, folgt aus der Beziehung $i_1 + i_2 = 0$ zwischen den Strömen des idealen Transformators [s. (1.2.27)] sofort $i_{b1} = 0$ und $i_{c1} = 0$. Dann muss aber,

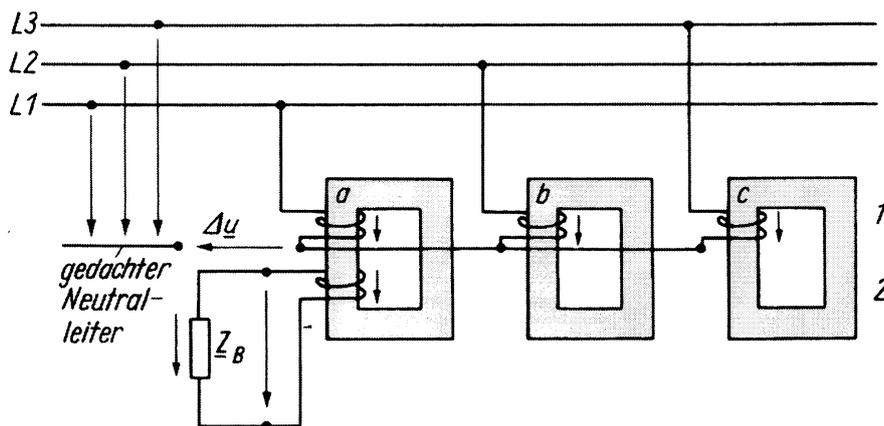


Bild 1.3.21 Untersuchte Anordnung eines extrem unsymmetrisch belasteten Dreiphasentransformators in Yy-Schaltung mit freiem magnetischem Rückschluss, der als Transformatorenbank aus drei Einphasen-Kerntransformatoren ausgeführt ist. Auf die Darstellung der Stränge b und c der Seite 2 wurde zur Erhöhung der Übersichtlichkeit verzichtet

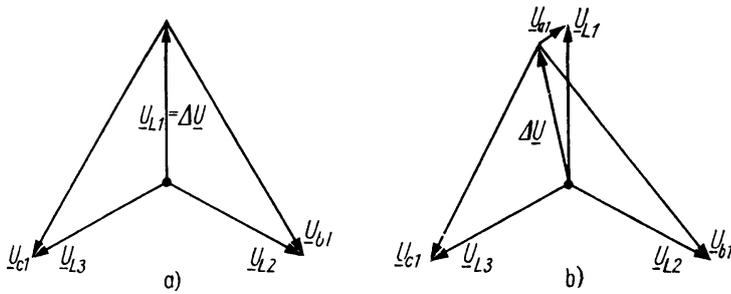


Bild 1.3.22 Zeigerbild der symmetrischen Netzspannungen \underline{U}_{L1} , \underline{U}_{L2} , \underline{U}_{L3} und der Strangspannungen \underline{U}_{a1} , \underline{U}_{b1} , \underline{U}_{c1} für die Anordnung nach Bild 1.3.21 unter Voraussetzung
a) idealer Eigenschaften der magnetischen Kreise;
b) realer Eigenschaften der magnetischen Kreise mit $X_h/X'_B = 24$ und $X_h/R'_B = 12$

entsprechend der Anwendung des Knotenpunktsatzes für den Sternpunkt, auch $i_{a1} = 0$ sein und damit wegen $i_{a1} + i'_{a2} = 0$ wiederum $i_{a2} = 0$. Folglich fließt entsprechend $i_B = -i_{a2}$ auch im Belastungszweipol kein Strom, so dass kein Spannungsabfall über Z_B auftritt. Es wird $\underline{u}_{a2} = 0$ und damit, entsprechend der Beziehung $\underline{u}_1 - \underline{u}'_2 = 0$ zwischen den Spannungen des idealen Transformators [s. (1.2.24)], auch $\underline{u}_{a1} = 0$, d.h. $\Delta \underline{u} = \underline{u}_{L1}$. Das Dreiphasensystem der Strangspannungen wird bei dem geringsten Versuch einer Belastung des Strangs a der Seite 2 so extrem unsymmetrisch, dass keine Spannung \underline{u}_{a2} mehr existiert. Das entsprechende Zeigerbild der Spannungen ist im Bild 1.3.22a dargestellt. Man kann die beobachtete Erscheinung auch so deuten, dass die auf der Seite 2 stromlosen Transformatoren b und c Drosseln darstellen, die dem Transformator a vorgeschaltet sind. Mit der Annahme $\mu_{Fe} = \infty$ haben diese Drosseln eine unendlich große Reaktanz und verhindern das Fließen eines Stroms im Strang a .

Es soll nun untersucht werden, wie sich die betrachtete Anordnung verhält, wenn die Annahme idealer Eigenschaften des Transformators wenigstens hinsichtlich der Ströme bei Voraussetzung linearer magnetischer Verhältnisse fallen gelassen wird. Aus Bild 1.3.21 kann für die gesuchte Spannung $\Delta \underline{u}$ abgelesen werden

$$\Delta \underline{u} = \underline{u}_{L1} - \underline{u}_{a1} = \underline{u}_{L2} - \underline{u}_{b1} = \underline{u}_{L3} - \underline{u}_{c1}. \quad (1.3.40)$$

Daraus folgt unter Beachtung der Symmetrie des Dreiphasensystems der Netzspannungen, d.h. mit $\underline{u}_{L1} + \underline{u}_{L2} + \underline{u}_{L3} = 0$,

$$\Delta \underline{u} = -\frac{1}{3}(\underline{u}_{a1} + \underline{u}_{b1} + \underline{u}_{c1}). \quad (1.3.41)$$

Durch Einsetzen der Spannungsgleichungen der Stränge der Wicklung 1 entsprechend der ersten Gleichung (1.3.32) erhält man daraus

$$\Delta \underline{u} = -j\omega w_1 \frac{1}{3}(\underline{\Phi}_a + \underline{\Phi}_b + \underline{\Phi}_c) \quad (1.3.42)$$

und, wenn die Flüsse durch Einführen eines Leitwerts Λ_h des magnetischen Kreises entsprechend $\underline{\Phi} = \Lambda_h \omega_1 (\underline{i}_1 + \underline{i}'_2)$ durch die Ströme ausgedrückt werden,

$$\Delta \underline{u} = -j\omega w_1^2 \Lambda_h \frac{1}{3} (\underline{i}_{a1} + \underline{i}'_{a2} + \underline{i}_{b1} + \underline{i}_{c1}) = -j \frac{X_h}{3} \underline{i}'_{a2}. \quad (1.3.43)$$

Dabei wurde die Hauptreaktanz $X_h = \omega \Lambda_h w_1^2$ des Einphasentransformators eingeführt und beachtet, dass nach der Anwendung des Knotenpunktsatzes auf den Sternpunkt $\underline{i}_{a1} + \underline{i}_{b1} + \underline{i}_{c1} = 0$ ist. Aus (1.3.43) und der ersten Gleichung (1.3.40) folgt mit $\underline{u}'_{a2} = \underline{u}_{a1} = -\underline{Z}'_B \underline{i}'_{a2}$ für den Strom

$$\underline{i}'_{a2} = -\frac{\underline{u}_{L1}}{\underline{Z}'_B + j\frac{1}{3}X_h}$$

und damit für die Differenzspannung

$$\Delta \underline{u} = \frac{j\frac{1}{3}X_h}{\underline{Z}'_B + j\frac{1}{3}X_h} \underline{u}_{L1}. \quad (1.3.44)$$

Da im Bereich der Bemessungslast $\underline{Z}'_B \ll X_h$ ist, rückt $\Delta \underline{u}$ in die Nähe von \underline{u}_{L1} . Man erhält eine starke Unsymmetrie des Dreiphasensystems der Strangspannungen. Im Bild 1.3.22b ist das Zeigerbild der Spannungen für $\underline{Z}_B = R_B + jX_B$ dargestellt, wobei $X_h/X'_B = 24$ und $X_h/R'_B = 12$ angenommen wurde. Wenn man $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$ gehen lässt und damit wieder zum idealen Transformator übergeht, wird $X_h = \infty$, und aus (1.3.44) folgt $\Delta \underline{u} = \underline{u}_{L1}$. Man erhält wiederum das Zeigerbild 1.3.22a.

Aus den angestellten Überlegungen und insbesondere aus den Zeigerbildern 1.3.22 folgt, dass die Schaltungskombination Yy in Verbindung mit nicht angeschlossenem Nullleiter auf der Seite 1 und einem magnetischen Kreis, der einen freien magnetischen Rückschluss aufweist, nicht einphasig belastet werden darf. Dieses Verbot muss weniger unter dem Gesichtspunkt des starken Rückgangs der Spannung U_{a2} als vor allem wegen des Anstiegs der Spannungen U_{b2} und U_{c2} ausgesprochen werden.

Im Extremfall des einpoligen Kurzschlusses wird mit $\underline{Z}_B = 0$ und damit $\underline{u}'_{a2} = \underline{u}_{a1} = 0$ sowie $\underline{\Phi}_a = 0$ auch $\underline{i}_{a1} + \underline{i}'_{a2} = 0$ und $\Delta \underline{u} = \underline{u}_{L1}$. Damit erhält man aus (1.3.43) für die Kurzschlussströme in den Strängen a

$$\underline{i}_{a1} = -\underline{i}'_{a2} = \frac{\underline{u}_{L1}}{j\frac{1}{3}X_h}.$$

Die Kurzschlussströme werden im Fall des einpoligen Kurzschlusses durch die Hauptreaktanz X_h begrenzt und damit sehr klein. Das erscheint zunächst nur vorteilhaft, führt jedoch dazu, dass auch die vorzusehenden Schutzeinrichtungen den einpoligen Kurzschluss nicht mehr erfassen können.

Fall II: Schaltungskombination Yy, magnetischer Kreis ohne freien magnetischen Rückschluss

Die betrachtete Anordnung ist im Bild 1.3.23 dargestellt. Dabei wurden die stromlosen Stränge der Wicklung 2 zur Erhöhung der Übersichtlichkeit wiederum weggelassen.

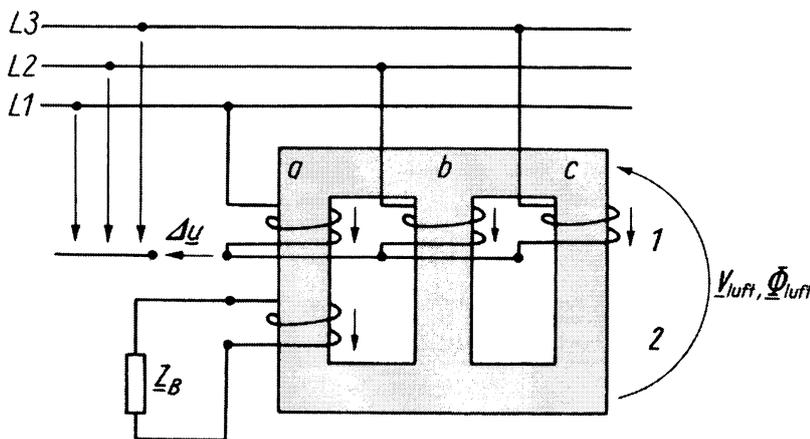


Bild 1.3.23 Untersuchte Anordnung eines extrem unsymmetrisch belasteten Dreiphasen-Kerntransformators in Yy-Schaltung

Hinsichtlich der zu erwartenden Ströme in den Wicklungssträngen 1 und der daraus folgenden Überlegungen für die Schenkelflüsse bleiben die zu Fall I eingangs getroffenen Feststellungen weiterhin gültig. Es muss jedoch beachtet werden, dass die Flüsse nicht ohne weiteres beliebige Werte annehmen können. Sie müssen sich bei $\underline{\Phi}_a + \underline{\Phi}_b + \underline{\Phi}_c \neq 0$ als Fluss

$$\underline{\Phi}_{\text{luft}} = \underline{\Phi}_a + \underline{\Phi}_b + \underline{\Phi}_c \quad (1.3.45)$$

von Joch zu Joch schließen. Zwischen diesem Fluss $\underline{\Phi}_{\text{luft}}$ und dem magnetischen Spannungsabfall $\underline{V}_{\text{luft}}$ zwischen den Jochen vermittelt ein Leitwert Λ_{luft} . Wenn dieser einen endlichen Wert hat, kann der übrige Transformator im Zuge der folgenden Betrachtungen als ideal angesehen werden. Für die Spannung $\Delta \underline{u}$ zwischen dem Sternpunkt und dem gedachten Nullleiter des Netzes ergeben sich wiederum die Gleichungen (1.3.40) bis (1.3.42). Aus (1.3.42) folgt durch Einführen des Flusses $\underline{\Phi}_{\text{luft}}$ nach (1.3.45)

$$\Delta \underline{u} = -j\omega w_1 \frac{1}{3} \underline{\Phi}_{\text{Luft}} = -j\omega w_1 \frac{1}{3} \Lambda_{\text{luft}} \underline{V}_{\text{luft}} \quad (1.3.46)$$

Aus der Anwendung des Durchflutungsgesetzes auf die Anordnung nach Bild 1.3.23 erhält man die Aussagen

$$\frac{\underline{V}_o}{w_1} = \frac{\underline{V}_{\text{luft}}}{w_1} = \underline{i}_{a1} + \underline{i}'_{a2} = \underline{i}_{b1} = \underline{i}_{c1} \quad (1.3.47)$$

Daraus folgt entsprechend der Aussage des Knotenpunktsatzes mit $\underline{i}_{a1} + \underline{i}_{b1} + \underline{i}_{c1} = 0$ und damit mit $\underline{i}_{a1} = -2\underline{i}_{b1}$

$$\underline{i}_{b1} = \underline{i}_{c1} = -\frac{1}{2} \underline{i}_{a1} = \frac{1}{3} \underline{i}'_{a2} \quad (1.3.48)$$

Der Strom im Strang *a* der Seite 1 teilt sich gleichmäßig auf die Stränge *b* und *c* auf. Die magnetische Spannung zwischen den Jochen folgt aus (1.3.47) und (1.3.48) zu

$$\underline{V}_{\text{luft}} = \frac{w_1}{3} \underline{i}'_{a2} \cdot$$

Damit geht (1.3.46) über in

$$\Delta \underline{u} = -j \frac{1}{3} \omega \frac{w_1^2}{3} A_{\text{Luft}} \underline{i}'_{a2} = -j \frac{1}{3} X_{\text{Luft}} \underline{i}'_{a2}. \quad (1.3.49)$$

Diese Beziehung für $\Delta \underline{u}$ hat die gleiche Form wie (1.3.43). Es tritt lediglich an die Stelle von X_h die Reaktanz

$$X_{\text{Luft}} = \omega \frac{w_1^2}{3} A_{\text{Luft}}, \quad (1.3.50)$$

die dem von Joch zu Joch im Außenraum verlaufenden Feld zugeordnet ist. Damit können für die weitere Behandlung die Ergebnisse von Fall I übernommen werden. Man erhält aus (1.3.44) für $\Delta \underline{u}$

$$\Delta \underline{u} = \frac{j \frac{1}{3} X_{\text{Luft}}}{\underline{Z}_B + j \frac{1}{3} X_{\text{Luft}}} \underline{u}_{L1}. \quad (1.3.51)$$

Da X_{Luft} jedoch wesentlich kleiner ist als X_h , nimmt $\Delta \underline{u}$ bei gleichem Z'_B wesentlich kleinere Werte an als im Fall I. Die Störung der Symmetrie des Spannungssystems der Strangspannungen bleibt verglichen mit Fall I klein (vgl. Bild 1.3.22). Der Fluss $\underline{\Phi}_{\text{Luft}} = A_{\text{Luft}} \underline{V}_{\text{Luft}}$ schließt sich jedoch teilweise über ferromagnetische Konstruktionsteile (insbesondere über den Kessel) und ruft dort Verluste hervor. Es wird deshalb i. Allg. nur eine Belastung des Sternpunkts mit 10% des Bemessungsstroms zugelassen.¹¹⁾

Fall III: Schaltungskombination Dy

Im Bild 1.3.24 ist die Schaltung der betrachteten Anordnung dargestellt. Wegen der Dreieckschaltung der Wicklung 1 legt das starre, symmetrische Dreiphasensystem der Netzspannungen die Strangspannungen entsprechend $\underline{u}_{a1} = \underline{u}_{L1L2}$ usw. als symmetrisches Dreiphasensystem positiver Phasenfolge fest. Die Strangspannungen diktiert ihrerseits die Schenkelflüsse über $\underline{u}_{a1} = j\omega w_1 \underline{\Phi}_a$ usw., so dass diese Flüsse ebenfalls ein symmetrisches Dreiphasensystem positiver Phasenfolge bilden. Damit

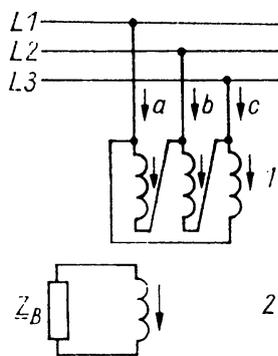


Bild 1.3.24 Schaltung der untersuchten Anordnung eines extrem unsymmetrisch belasteten Dreiphasentransformators in Dy-Schaltung

11) IEC 60076-10 (DIN EN 60076-10)

wird von vornherein $\underline{\Phi}_a + \underline{\Phi}_b + \underline{\Phi}_c = 0$, und es ist gleichgültig, ob der verwendete magnetische Kreis freien magnetischen Rückschluss aufweist oder nicht. Es gilt für alle Ausführungsformen des magnetischen Kreises bei Annahme stromidealen Verhaltens $\underline{i}_{a1} + \underline{i}'_{a2} = 0$ usw. Das symmetrische Dreiphasensystem der Schenkelflüsse ruft ein symmetrisches Dreiphasensystem der Strangspannungen auf der Seite 2 über $\underline{u}_{a2} = j\omega w_2 \underline{\Phi}_a$ usw. hervor. Es ist also unabhängig von der Art der Belastung $\underline{u}'_{a2} = \underline{u}_{a1} = \underline{u}_{L1L2}$ usw. Im Fall der extrem unsymmetrischen Belastung nach Bild 1.3.24 treibt \underline{u}_{a2} durch den Belastungszweipol \underline{Z}_B und damit durch den Strang a einen Strom \underline{i}_{a2} . Sein Beitrag zur Durchflutung für einen Integrationsweg durch den Schenkel a wird durch einen Strom \underline{i}_{a1} entsprechend $\underline{i}_{a1} + \underline{i}'_{a2} = 0$ kompensiert. Die Ströme \underline{i}_{b1} und \underline{i}_{c1} bleiben entsprechend der Forderung des Durchflutungsgesetzes null, denn aufgrund der Dreieckschaltung kann der Strom \underline{i}_{a1} unmittelbar als

$$\underline{i}_{a1} = \underline{i}_{L1} = -\underline{i}_{L2}$$

zugeführt werden. Damit erweist sich die Schaltungskombination Dy als die geeignetste, wenn mit unsymmetrischer Belastung gerechnet werden muss.

Der Mechanismus der vorliegenden Anordnung kann auch so gedeutet werden, dass eine Dreieckschaltung stets $\underline{u}_a + \underline{u}_b + \underline{u}_c = 0$ und damit über das Induktionsgesetz $j\omega w(\underline{\Phi}_a + \underline{\Phi}_b + \underline{\Phi}_c) = 0$ bedingt. Die Dreieckschaltung erzwingt also die Symmetrie des Dreiphasensystems der Schenkelflüsse dahingehend, dass im Bild 1.3.21 $\Delta \underline{u} = 0$ wird und im Fall des Dreiphasen-Kerntransformators nach (1.3.45) kein Luftfluss auftritt. Diese Überlegung führt ein zweites Mal auf den Gedanken der *Ausgleichswicklung*. Wenn ein Transformator aus anderen Gründen mit der Schaltungskombination Yy ausgeführt werden soll, kann dessen unsymmetrische Belastbarkeit wesentlich erhöht werden, wenn eine zusätzliche, in Dreieck geschaltete Wicklung vorgesehen wird, die keinerlei Verbindungen nach außen besitzt. In dieser Ausgleichswicklung, die auch hinsichtlich der Magnetisierungserscheinungen Vorteile bietet (s. Abschnitt 1.3.2.3), fließen bei unsymmetrischer Belastung Kurzschlussströme, die das Dreiphasensystem der Flüsse symmetrieren. Im Bild 1.3.25 ist ein Dreiphasentransformator mit der Schaltungskombination Yy mit Ausgleichswicklung dargestellt.

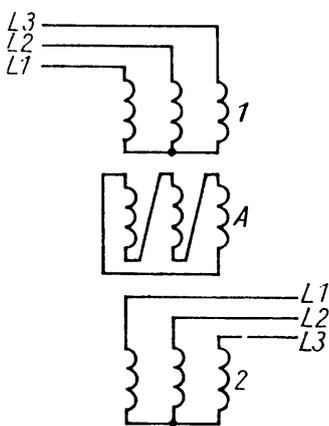


Bild 1.3.25 Schaltung eines Dreiphasentransformators in Yy-Schaltung mit Ausgleichswicklung (A)

1.3.4.3 Verhalten gegenüber den symmetrischen Komponenten

Die routinemäßige Behandlung unsymmetrischer Belastungen und unsymmetrischer Kurzschlüsse in einem Netz erfolgt zweckmäßig mit Hilfe der Methode der symmetrischen Komponenten. Dazu ist es erforderlich, die Spannungsgleichungen der einzelnen Netzelemente im Bereich der symmetrischen Komponenten und die zugehörigen Parameter zu kennen. Dabei gilt für Dreiphasentransformatoren, dass sie hinreichend symmetrisch aufgebaut sind, um keine Kopplungen zwischen den einzelnen Komponentensystemen zu zeigen. Die Spannungsgleichungen im Bereich der symmetrischen Komponenten bilden dementsprechend drei voneinander unabhängige Beziehungen für das Null-, das Mit- und das Gegensystem.¹²⁾

Das Verhalten gegenüber dem Mitsystem entspricht dem Verhalten unter symmetrischen Betriebsbedingungen. Wenn dabei aufgrund der Größe der fließenden Ströme $i_{1m} + i'_{2m} = 0$ gesetzt werden kann, d.h. stromideales Verhalten vorliegt, gilt mit $R \ll X_\sigma$ entsprechend (1.2.87)

$$\underline{u}_{1m} - \underline{u}'_{2m} = jX_\sigma i_{1m}.$$

Das zugehörige Ersatzschaltbild zeigt Bild 1.3.26a (vgl. auch Bild 1.2.44c). Wenn die Ströme i_{1m} bzw. i'_{2m} zu klein sind, um stromideales Verhalten voraussetzen zu können, kann mit einer Näherungsebene entsprechend (1.2.84) und (1.2.86) gearbeitet werden, die den Magnetisierungsstrom wenigstens näherungsweise berücksichtigt. Das entsprechende Ersatzschaltbild zeigt Bild 1.3.26b (vgl. auch Bild 1.2.44a).

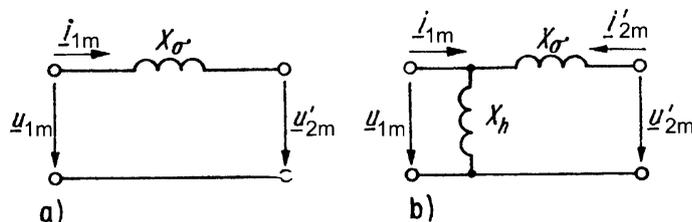


Bild 1.3.26 Ersatzschaltbilder für das Mitsystem des Dreiphasentransformators für $R \ll X_\sigma$:

- bei hinreichend großem i_{1m} bzw. i'_{2m} , um stromideales Verhalten annehmen zu können;
- bei so kleinem i_{1m} bzw. i'_{2m} , dass der Magnetisierungsstrom wenigstens näherungsweise berücksichtigt werden muss

Das Verhalten gegenüber einem Gegensystem ist demjenigen gegenüber einem Mitsystem beim Transformator identisch. Das ist ohne weiteres plausibel, da die Phasenfolge keinen Einfluss auf die inneren Vorgänge ausübt. Wenn stromideales Verhalten angenommen werden kann, gilt damit für $R \ll X_\sigma$ entsprechend (1.2.87)

12) s. Abschnitt 0.7

$$\underline{u}_{1g} - \underline{u}'_{2g} = jX_{\sigma} \underline{i}_{1g}$$

mit dem Ersatzschaltbild nach Bild 1.3.27a. Wenn \underline{i}_{1g} bzw. \underline{i}'_{2g} zu klein sind, um ihnen gegenüber den Magnetisierungsstrom vernachlässigen zu können, kann meistens mit der Näherungsebene von (1.2.84) und (1.2.86) gearbeitet werden, der das Ersatzschaltbild nach Bild 1.3.27b zugeordnet ist.

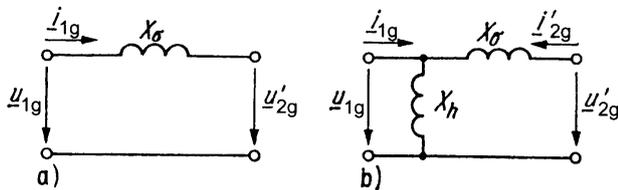


Bild 1.3.27 Ersatzschaltbilder für das Gegensystem des Dreiphasentransformators für $R \ll X_{\sigma}$:

- a) bei hinreichend großem \underline{i}_{1g} bzw. \underline{i}'_{2g} , um stromideales Verhalten annehmen zu können;
 b) bei so kleinem \underline{i}_{1g} bzw. \underline{i}'_{2g} , dass der Magnetisierungsstrom wenigstens näherungsweise berücksichtigt werden muss

Das Verhalten gegenüber dem Nullsystem hängt von der Ausführung des Magnetkreises und den Schaltungen der Wicklungen ab. Es lässt sich dadurch bestimmen, dass man sich ähnlich dem Vorgehen im Abschnitt 1.3.4.2 von einer Seite her ein Nullsystem, d. h. drei gleichphasige Ströme bzw. Spannungen gleicher Amplitude, eingespeist denkt und untersucht, welche Ströme auf beiden Seiten des Transformators fließen und welche Spannungen an den Klemmen zu beobachten sind. Prinzipiell kann ein Nullsystem der Ströme nur in einer solchen Wicklung fließen, deren Sternpunkt an den Nullleiter angeschlossen ist. Wenn dies auf keiner der beiden Seiten der Fall ist, kommt der Transformator gar nicht mit einem Nullsystem in Berührung. Dementsprechend sind also nur solche Anordnungen zu untersuchen, die auf einer der beiden Seiten einen mit dem Nullleiter verbundenen Sternpunkt besitzen. In den folgenden Betrachtungen, die der näheren Untersuchung einiger charakteristischer Fälle dienen, sei dies die Seite 1.

Fall I: Schaltungskombination Yy mit angeschlossenem Sternpunkt auf beiden Seiten (Tabelle 1.3.4 auf Seite 138, Zeile 1)

Jedes Paar der Wicklungsstränge auf einem Schenkel wirkt für das Nullsystem wie jener Einphasentransformator, der auch dem symmetrischen Betrieb zugeordnet ist. Bei Leerlauf der Seite 2 beobachtet man eine Spannung $\underline{u}'_{20} = \underline{u}_{10}$, und im Kurzschluss fließt ein Strom $\underline{i}_{10} = -\underline{i}'_{20}$, dessen Größe von der Gesamtstreureaktanz X_{σ} abhängt. Im Bereich zwischen nennenswerter Belastung und Kurzschluss ist das Verhalten stromideal. Damit gelten dort die Beziehungen

$$\begin{aligned} \dot{i}'_{20} &= -\dot{i}_{10} \\ \underline{u}_{10} - \underline{u}'_{20} &= jX_{\sigma}\dot{i}_{10}, \end{aligned}$$

denen das Ersatzschaltbild in Zeile 1 von Tabelle 1.3.4 zugeordnet ist.¹³⁾

Fall II: Schaltungskombination Yy mit angeschlossenem Sternpunkt nur auf der Seite 1 (Tabelle 1.3.4 auf Seite 138, Zeile 2)

Da auf der Seite 2 kein Nullsystem der Ströme fließen kann, ist von vornherein $\dot{i}'_{20} = 0$. Auf der Seite 1 baut jeder Wicklungsstrang bei Speisung mit \dot{i}_{10} ein Feld auf, das sich bei freiem magnetischem Rückschluss über den magnetischen Kreis schließt, so dass

$$\underline{u}_{10} = jX_h\dot{i}_{10}$$

wird. Wenn kein freier magnetischer Rückschluss vorhanden ist (Dreiphasen-Kerntransformator), schließt sich das Feld von Joch zu Joch durch den Luftraum, so dass mit Abschnitt 1.3.4.2 und (1.3.50)

$$\underline{u}_{10} = jX_{\text{lufte}}\dot{i}_{10}$$

wird. Man erhält das Ersatzschaltbild in Zeile 2 von Tabelle 1.3.4.

Fall III: Schaltungskombination Yd mit angeschlossenem Sternpunkt auf der Seite 1 (Tabelle 1.3.4 auf Seite 138, Zeile 3)

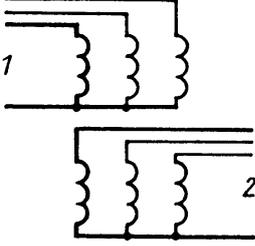
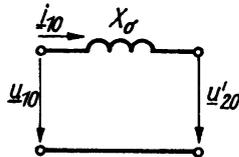
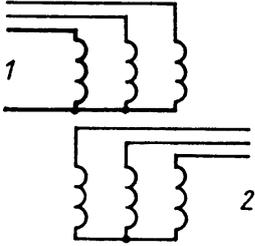
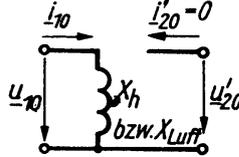
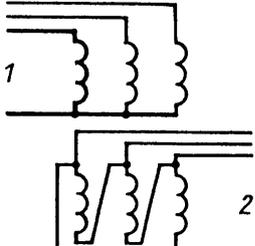
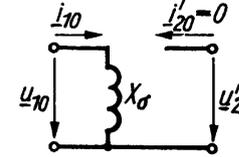
Wegen der Dreieckschaltung auf der Seite 2 ist von vornherein $\dot{i}'_{20} = 0$. Bei Einspeisung mit \dot{i}_{10} entstehen in den drei wicklungstragenden Schenkeln phasengleiche Flüsse, deren in der Wicklung 2 induzierte Spannungen durch die Dreieckschaltung kurzgeschlossen sind. In der Dreieckswicklung fließt der gleiche Kurzschlussstrom, der bei unmittelbarem Kurzschluss jedes Strangs auf der Seite 2 fließen würde. Jedes Paar der Wicklungsstränge verhält sich also von der Seite 1 her gesehen für ein Nullsystem wie jener Einphasentransformator im Kurzschluss, der auch dem symmetrischen Betrieb zugeordnet ist. Die Spannung \underline{u}_{10} wird also entsprechend

$$\underline{u}_{10} = jX_{\sigma}\dot{i}_{10}$$

durch die Gesamtstreureaktanz bestimmt. Man erhält das Ersatzschaltbild von Zeile 3 in Tabelle 1.3.4.

13) Wenn die Ströme \dot{i}_{10} bzw. \dot{i}'_{20} zu klein sind, um stromideales Verhalten annehmen zu können, muss im Ersatzschaltbild, wie in den Bildern 1.3.26b und 1.3.27b gezeigt, ein zusätzliches Schaltelement X_h bzw. X_{lufte} vorgesehen werden.

Tabelle 1.3.4 Ersatzschaltbilder für das Nullsystem für verschiedene Schaltungskombinationen von Dreiphasentransformatoren

Schaltung	Ersatzschaltbild für das Nullsystem
	
	
	

Anwendungsbeispiel

Zum Schluss soll die Anwendung der Methode der symmetrischen Komponenten mit dem nunmehr bekannten Verhalten des Transformators gegenüber den einzelnen Komponenten am Beispiel des einpoligen Erdkurzschlusses nach Bild 1.3.28a gezeigt werden. Der Transformator arbeitet dabei auf der Seite 1 an einem symmetrischen Dreiphasensystem der Spannungen. Es ist also

$$\underline{u}_{1m} = \underline{u}_1; \underline{u}_{1g} = 0; \underline{u}_{10} = 0.$$

Auf der Seite 2 herrschen hinsichtlich der Ströme und Spannungen der äußeren Zuleitungen die Betriebsbedingungen

$$\underline{u}_{L1,2} = 0; \underline{i}_{L2,2} = 0; \underline{i}_{L3,2} = 0,$$

die sich im Bereich der symmetrischen Komponenten (s. Abschnitt 0.7) abbilden als

$$\left. \begin{aligned} \underline{i}'_{20} = \underline{i}'_{2m} = \underline{i}'_{2g} = \frac{1}{3} \underline{i}'_{L1,2} \\ \underline{u}'_{20} + \underline{u}'_{2m} + \underline{u}'_{2g} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.3.52)$$

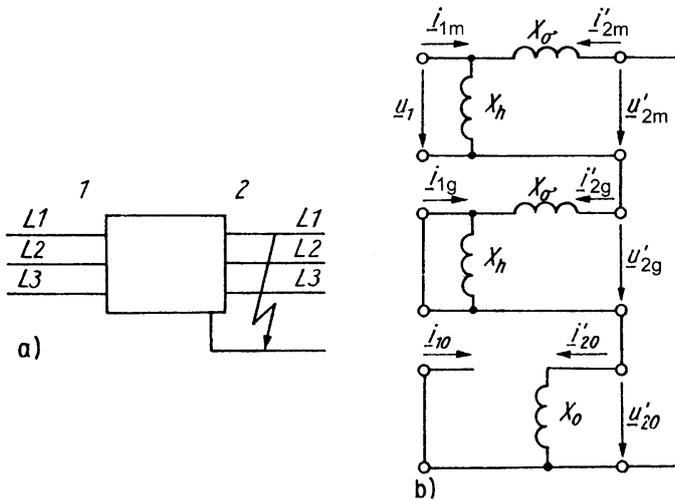


Bild 1.3.28 Einpoliger Erdkurzschluss auf der Seite 2 eines Transformators, der auf der Seite 1 an einem symmetrischen Dreiphasensystem der Spannungen liegt.

a) Schaltung;

b) Zusammenschaltung der Ersatzschaltbilder für die einzelnen Komponenten entsprechend (1.3.52), wobei je nach Ausführung des Transformators $X_0 = X_h$ oder $X_0 = X_\sigma$ ist (s. Tabelle 1.3.4)

Den Gleichungen (1.3.52) entspricht eine Zusammenschaltung der Ersatzschaltbilder für das Mit-, das Gegen- und das Nullsystem entsprechend den Bildern 1.3.26 sowie der Tabelle 1.3.4, die Bild 1.3.28b wiedergibt. Damit lässt sich $\underline{i}_{1m} \approx \underline{i}_{1g}$ berechnen, und daraus können mit $\underline{i}_{10} = 0$ die Ströme in den einzelnen Zuleitungen ermittelt werden.

1.3.5

Einsatz der Schaltungskombinationen

Die beiden Schaltungsarten unterscheiden sich zunächst darin, dass bei der Sternschaltung über einem Strang nur der $\sqrt{3}$ te Teil der Leiter-Leiter-Spannung liegt, aber durch den Strang der volle Leiterstrom fließt, während ein Strang der Dreieckschaltung mit der vollen Leiter-Leiter-Spannung, aber nur mit dem $\sqrt{3}$ ten Teil des Leiterstroms belastet ist. Damit ergibt sich hinsichtlich der Wicklungsdimensionierung der allgemeine Gesichtspunkt, dass die Sternschaltung wegen der kleineren Windungszahl mit zunehmender Spannung eine immer bessere Ausnutzung des Wicklungsraums gestattet als die Dreieckschaltung, während letztere bei großen Strömen den Vorteil der geringeren Leiterquerschnitte aufweist.

Unabhängig davon und evtl. im Widerspruch dazu stehend, muss die Sternschaltung vorgesehen werden, wenn ein Nullleiter angeschlossen werden soll. Außerdem ist es erforderlich, eine der Wicklungen des Transformators in Dreieck zu schalten, wenn sinusförmige Schenkelflüsse ohne Beteiligung von Nullleiterströmen aufgebaut

werden sollen [s. Abschnitt 1.3.2.3a)] oder wenn der Sternpunkt voll belastbar sein soll (s. Abschnitt 1.3.4). Diese Funktion kann auch von einer Ausgleichswicklung übernommen werden, wenn beide aktiven Wicklungen des Transformators unbedingt in Stern geschaltet sein müssen. Aus diesen Überlegungen ergeben sich die im Folgenden angegebenen Schaltungskombinationen für die einzelnen Einsatzfälle.

Maschinentransformatoren für Kraftwerksgeneratoren, die heute ausschließlich in Blockschaltung betrieben werden, d.h. in Einheit mit dem Generator, stellen die Verbindung zwischen den Generatorklemmen mit Spannungen von 6,3 kV bis maximal 27 kV und der Hochspannungssammelschiene mit 110 kV, 220 kV oder 380 kV her. Die gleiche Aufgabe übernehmen die Maschinentransformatoren, wenn mehrere Kraftwerksgeneratoren zunächst auf eine Sammelschiene arbeiten. Diese Transformatoren werden auf der Oberspannungsseite mit Rücksicht auf die erforderliche wirksame (starre) oder nichtwirksame (indirekte) Erdung des Hochspannungsnetzes und wegen der hohen Spannung in Sternschaltung ausgeführt. Die Unterspannungswicklung erhält Dreieckschaltung, da ohnehin zwischen Transformator und Generator kein Nullleiter geführt wird. Diese Schaltung kommt auch den hohen Strömen auf der Unterspannungsseite entgegen. Man erhält also Transformatoren mit der Schaltungskombination Yd und bevorzugt solche der Schaltgruppe Yd5.

Netzkuppeltransformatoren dienen als Verbindungselement zwischen Übertragungsnetzen mit verschiedenen Spannungen, z.B. zwischen dem 380-kV- und dem 220-kV-Netz (s. Bild 1.8.17). Sie werden wegen der hohen Spannungen und da i. Allg. auf beiden Seiten Nullleiter anschließbar sein müssen mit der Schaltungskombination Yy und bevorzugt mit der Schaltgruppe Yy0 ausgeführt. Eine in Dreieck geschaltete Wicklung lässt sich dann nur als Ausgleichswicklung unterbringen. Davon wird i. Allg. Gebrauch gemacht. Für Grenzleistungen werden Netzkuppeltransformatoren auch als Transformatorenbanken aus Spartransformatoren aufgebaut. In diesem Fall kann nur die Stern-Stern-Schaltung ausgeführt werden (s. Abschnitt 1.4.1). Es wird allerdings stets eine Ausgleichswicklung vorgesehen, wobei deren Zusammenschaltung zur Dreieckschaltung jetzt natürlich über äußere Leitungen zwischen den Einzeltransformatoren erfolgen muss.

Verteilungstransformatoren verbinden das Übertragungs- bzw. Verteilungsnetz mit dem Verbrauchersystem. Wenn dabei die Ortsnetztransformatoren für die Versorgung des Niederspannungsnetzes mit 230/400 V zunächst ausgeklammert werden, ist keine unsymmetrische Belastung zu erwarten. Unter diesem Gesichtspunkt können beide Wicklungen Sternschaltung aufweisen. Man erhält Transformatoren der Schaltungskombination Yy, die vorzugsweise mit der Schaltgruppe Yy0 ausgeführt werden. Wenn man den überspannungsseitigen Sternpunkt wirksam erden will, empfiehlt es sich, die Unterspannungsseite in Dreieck zu schalten, um das Fließen von Stromharmonischen der Ordnungszahlen 3, 9, 15 usw. zu vermeiden. In diesem Fall erhält man Transformatoren der Schaltungskombination Yd, vorzugsweise solche der Schaltgruppe Yd5. Transformatoren, die primär und sekundär in Stern geschaltet sind und

zum Erzwingen sinusförmiger Schenkelflüsse eine in Dreieck geschaltete Ausgleichswicklung haben, werden für die hier in Frage kommenden kleineren Leistungen kaum hergestellt.

Ortsnetztransformatoren sind Verteilungstransformatoren, deren Sekundärspannung unter 1 kV liegt. Sie spielen eine besondere Rolle zur Versorgung des Niederspannungsnetzes, bei dem zwischen dem Nullleiter und einem der Außenleiter die gewünschte Spannung für Einphasenverbraucher von heute meist 230 V zur Verfügung gestellt wird. Sie müssen, um den Nullleiter anschließen zu können, auf der Unterspannungsseite in Stern geschaltet sein. Andererseits muss damit gerechnet werden, dass eine unsymmetrische Belastung auftritt. Die aus diesem Grunde erforderliche in Dreieck geschaltete Wicklung kann jetzt nur auf der Oberspannungsseite ausgeführt werden. Es entstehen Transformatoren der Schaltungskombination Dy und bevorzugt solche der Schaltgruppe Dy5.

Eigenbedarfstransformatoren in Kraftwerken verbinden die Sammelschiene des Eigenbedarfsnetzes mit meist 6 oder 10 kV und die Generatorklemmen mit 10,5 kV und mehr. Die Spannungen sind also auf beiden Seiten relativ niedrig. Es fließen jedoch aufgrund der Eigenbedarfsleistung von etwa 6 bis 12% der Kraftwerksleistung recht hohe Ströme. Unter diesem Gesichtspunkt und da andererseits kein Nullleiter benötigt wird, werden derartige Transformatoren oft in der Schaltungskombination Dd ausgeführt. Es kommen jedoch ebenso die Schaltungskombinationen Yy und Yd zum Einsatz.

1.4

Besondere Ausführungsformen

1.4.1

Spartransformatoren

Unter dem Gesichtspunkt der Spannungstransformation kann die Aufgabe des Transformators darin gesehen werden, dass er ausgehend von einem gegebenen Netz der Spannung U_1 eine höhere oder niedrigere Spannung U_2 zur Verfügung stellt. Betrachtet man den ersten Fall, so wird beim normalen Transformator die Spannung U_1 an eine Wicklung 1 gelegt und getrennt davon eine Wicklung 2 ausgeführt, deren Windungszahl so bemessen ist, dass sie eine gewünschte höhere Spannung U_2 zur Verfügung stellt. Diese Betrachtungsweise bringt den Gedanken nahe, die höhere Spannung U_2 dadurch zu gewinnen, dass eine Zusatzwicklung nur die Differenz zwischen der gewünschten Spannung U_2 und der vorhandenen Spannung U_1 liefert und mit der Wicklung 1 in Reihe geschaltet wird. Eine derartige Anordnung bezeichnet man als Spartransformator. Die Transformatoren mit zwei galvanisch getrennten Wicklungen werden in der Gegenüberstellung zum Spartransformator als *Volltransformatoren* be-

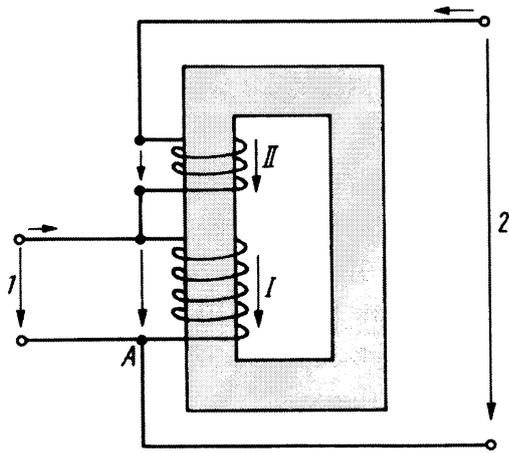


Bild 1.4.1 Prinzipanordnung eines Einphasen-Spartransformators

zeichnet. Im Bild 1.4.1 ist die Prinzipanordnung eines Einphasen-Spartransformators gegeben. Es ist zu beachten, dass die Seite 1 im vorliegenden Fall als Unterspannungsseite und die Seite 2 als Oberspannungsseite festliegen und damit $U_2 > U_1$ ist. Um die Betriebseigenschaften des Spartransformators wenigstens im Prinzip darzustellen, wird im Folgenden eine Analyse auf der Grundlage idealer Werkstoffeigenschaften durchgeführt, d.h. der Spartransformator wird als ideal angesehen.

Die Bezeichnungen 1 und 2 sollen für die nach außen in Erscheinung tretenden Ströme und Spannungen reserviert bleiben. Die beiden Wicklungen werden deshalb hier mit I und II bezeichnet. Ihre Spannungsgleichungen lauten entsprechend (1.2.5)

$$\left. \begin{aligned} \underline{u}_I &= j\omega w_I \underline{\Phi} \\ \underline{u}_{II} &= j\omega w_{II} \underline{\Phi} \end{aligned} \right\} \quad (1.4.1)$$

und liefern als Beziehung zwischen den Strangspannungen

$$\frac{\underline{u}_I}{\underline{u}_{II}} = \frac{w_I}{w_{II}} = \frac{U_I}{U_{II}}. \quad (1.4.2)$$

Das Durchflutungsgesetz macht für einen Integrationsweg durch den magnetischen Kreis die Aussage

$$\dot{i}_I w_I + \dot{i}_{II} w_{II} = 0$$

bzw.

$$-\frac{\dot{i}_I}{\dot{i}_{II}} = \frac{w_{II}}{w_I} = \frac{I_I}{I_{II}}. \quad (1.4.3)$$

Für die nach außen in Erscheinung tretenden Spannungen liefert die Anwendung des Maschensatzes die Beziehungen

$$\left. \begin{aligned} \underline{u}_1 &= \underline{u}_I \\ \underline{u}_2 &= \underline{u}_I + \underline{u}_{II} \end{aligned} \right\}. \quad (1.4.4)$$

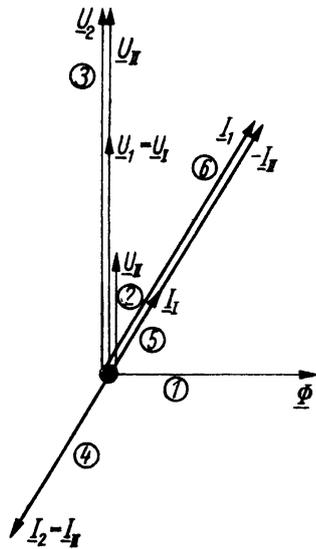


Bild 1.4.2 Zeigerbild der Ströme und Spannungen eines idealen Spartransformators mit $w_{\text{I}}/w_{\text{II}} = 2$, der an einem Netz der Spannung \underline{U}_1 liegt und dessen Seite 2 auf einen ohmsch-induktiven Belastungszweipol arbeitet. 1 bis 6: Reihenfolge der Entwicklung

Die nach außen in Erscheinung tretenden Ströme erhält man über den Knotenpunktssatz zu

$$\left. \begin{aligned} \dot{i}_2 &= \dot{i}_{\text{II}} \\ \dot{i}_1 &= \dot{i}_{\text{I}} - \dot{i}_{\text{II}} \end{aligned} \right\}. \quad (1.4.5)$$

Im Bild 1.4.2 ist das Zeigerbild sämtlicher Ströme und Spannungen des idealen Spartransformators dargestellt. Dabei liegt der Transformator an einem gegebenen Netz der Spannung u_1 und arbeitet mit der Seite 2 auf einen ohmsch-induktiven Belastungszweipol. Die Reihenfolge der Schritte bei der Entwicklung des Zeigerbilds ist angedeutet.

Das nach außen in Erscheinung tretende Übersetzungsverhältnis erhält man mit (1.4.4) und (1.4.2) zu

$$\frac{\underline{u}_2}{\underline{u}_1} = 1 + \frac{\underline{u}_{\text{II}}}{\underline{u}_{\text{I}}} = 1 + \frac{w_{\text{II}}}{w_{\text{I}}} = 1 + \frac{U_{\text{II}}}{U_{\text{I}}} = \frac{U_2}{U_1} \quad (1.4.6)$$

bzw. mit (1.4.5) und (1.4.3) zu

$$-\frac{\dot{i}_1}{\dot{i}_2} = 1 - \frac{\dot{i}_{\text{I}}}{\dot{i}_{\text{II}}} = 1 + \frac{w_{\text{II}}}{w_{\text{I}}} = 1 + \frac{I_{\text{I}}}{I_{\text{II}}} = \frac{I_1}{I_2}. \quad (1.4.7)$$

Die von der Seite 1 zur Seite 2 bzw. umgekehrt fließende Durchgangsscheinleistung $P_{\text{s durch}}$ ist gegeben als

$$P_{\text{s durch}} = U_1 I_1 = U_2 I_2. \quad (1.4.8)$$

Für die Baugröße verantwortlich ist, wie die Betrachtungen im Abschnitt 1.8.1 deutlich machen werden, die im Transformator von einer Wicklung zur anderen transportierte Scheinleistung. Diese wird deshalb als *Typenleistung* bezeichnet und beträgt

$$P_{\text{s typ}} = U_{\text{I}} I_{\text{I}} = U_{\text{II}} I_{\text{II}}. \quad (1.4.9)$$

Aus (1.4.8) und (1.4.9) folgt mit (1.4.5) sowie (1.4.4) und unter Beachtung dessen, dass wegen der Phasengleichheit von \underline{u}_1 und \underline{u}_2 mit der zweiten Gleichung (1.4.4) auch $U_2 = U_I + U_{II}$ ist,

$$\frac{P_{s \text{ typ}}}{P_{s \text{ durch}}} = \frac{U_{II} I_{II}}{U_2 I_2} = \frac{U_{II}}{U_2} = 1 - \frac{U_1}{U_2}. \quad (1.4.10)$$

Es ist also stets $P_{s \text{ typ}} < P_{s \text{ durch}}$. Ein Teil der Leistung fließt demnach direkt von der Seite 1 zur Seite 2 bzw. umgekehrt.

Tabelle 1.4.1 Verhältnis $P_{s \text{ typ}}/P_{s \text{ durch}}$ in Abhängigkeit vom Verhältnis U_1/U_2 beim Spartransformator unter Voraussetzung idealer Werkstoffeigenschaften

$\frac{U_1}{U_2}$	$\frac{P_{s \text{ typ}}}{P_{s \text{ durch}}}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$
1	0

Die Typenleistung und damit die Baugröße eines Spartransformators wird entsprechend (1.4.10) um so kleiner, je weniger sich U_2 und U_1 voneinander unterscheiden. In Tabelle 1.4.1 sind einige Verhältnisse $P_{s \text{ typ}}/P_{s \text{ durch}}$ in Abhängigkeit vom Verhältnis U_2/U_1 , das nur größer als 1 sein kann, unter Voraussetzung idealer Werkstoffeigenschaften angegeben. Daraus ist zu entnehmen, dass der Spartransformator insbesondere dann Vorteile bietet, wenn sich die beiden Spannungen nur wenig unterscheiden. Andererseits soll er bei Spannungen über 250 V wegen der bestehenden galvanischen Verbindung zwischen den Netzen 1 und 2 ohnehin nur für Spannungsverhältnisse $U_2/U_1 \leq 2$ verwendet werden. Diese Einschränkung ist aus folgendem Grund erforderlich: Wenn die starre Spannungsquelle auf der Seite 2 liegt und eine Unterbrechung der Wicklung I entsteht, erscheint die höhere Spannung U_2 direkt am Netz 1. Dieser Fall tritt vor allem dann auf, wenn der Transformator mit der Energieflussrichtung von der Seite 2 zur Seite 1 betrieben wird. Bild 1.4.3 veranschaulicht die angestellten Überlegungen.

Eine zweite unangenehme Eigenschaft des Spartransformators ist, dass er eine wesentlich kleinere Kurzschlussspannung bzw. kleinere Gesamtstreureaktanz als der

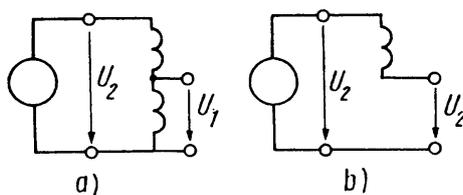


Bild 1.4.3 Zur Erläuterung der Folgen einer Unterbrechung in der Wicklung I eines Spartransformators im Extremfall des Leerlaufs der Seite 1.

- a) Zustand vor der Unterbrechung;
b) Zustand nach der Unterbrechung

normale Transformator hat. Damit trägt er in weit geringerem Maße zur Begrenzung des Kurzschlussstroms im Netz bei. Diese Tendenz folgt ohne nähere Untersuchung der Streuungsverhältnisse beim Spartransformator allein aus der Betrachtung des Extremfalls mit $U_2/U_1 = 1$. In diesem Fall wird $w_{II} = 0$, und die Netze 1 und 2 sind unmittelbar durch einen Leiter miteinander verbunden.

Dreiphasen-Spartransformatoren entstehen, indem man die besprochene Wicklungsanordnung auf jedem wicklungstragenden Schenkel des zur Verwendung gelangenden magnetischen Kreises vorsieht. Die Wicklungsenden, an die bei der Einphasenausführung die durchgehenden Verbindungen zwischen den beiden Netzen angeschlossen sind (Punkt A im Bild 1.4.1), werden zu einem Sternpunkt vereinigt. Damit erhält man von beiden Seiten her gesehen Sternschaltung. Eine Phasenverschiebung zwischen den Spannungen auf der Seite 1 und denen auf der Seite 2 kann nicht auftreten; die Kennzahl n hat also den Wert 0. Die Schaltgruppenbezeichnung lautet Y0. Dreiphasen-Spartransformatoren werden als Grenzleistungstransformatoren z.B. zur Kopplung des 380-kV-Netzes mit dem 220-kV-Netz in Form von Transformatorenbanken eingesetzt, wobei die Verkleinerung der Baugröße gegenüber dem Volltransformator eine Erhöhung der ausführbaren Leistung zulässt.

1.4.2

Stelltransformatoren

Unter Stelltransformatoren werden Einphasen- oder Dreiphasentransformatoren verstanden, deren Übersetzungsverhältnis stetig oder stufenweise in einem mehr oder weniger großen Bereich durch Betätigen eines entsprechenden Stellorgans verändert werden kann. Wenn ein derartiger Transformator auf der Primärseite an einem starren Netz arbeitet, stellt er auf der Sekundärseite eine im Betrag variable Spannung zur Verfügung.

Kleinere Stelltransformatoren werden so realisiert, dass man ihre Sekundärwicklung als einlagige Zylinderwicklung ausführt, deren Leiter zwar zwischen den einzelnen Windungen isoliert sind, nicht aber auf der äußeren Oberfläche des Wicklungszylinders. Auf dieser Oberfläche wird eine Kontaktrolle geführt, die sich in Richtung der Achse des Wicklungszylinders verschieben lässt. Man bezeichnet derartige Transformatoren als *Windungs-Stelltransformatoren*. Sie erlauben eine »stetige« Veränderung der Windungszahl auch unter Last. Die Kontaktrolle wird als Kohlerolle ausgeführt. Dabei begrenzen die Übergangswiderstände zwischen der Kohlerolle und den Windungen den Kurzschlussstrom, der fließt, wenn die Kontaktrolle gleichzeitig zwei Windungen berührt. Bild 1.4.4 zeigt das Prinzip dieser Stellmöglichkeit. Es findet sowohl für Einphasen- als auch für Dreiphasentransformatoren Verwendung. Oft wird seine Anwendung mit der Ausführung des Transformators als Spartransformator kombiniert. Es existiert dann nur ein Wicklungszylinder, über dem insgesamt die Primärspannung liegt. Auf diesem Zylinder gleitet die Kontaktrolle und stellt die variable Sekundärspan-

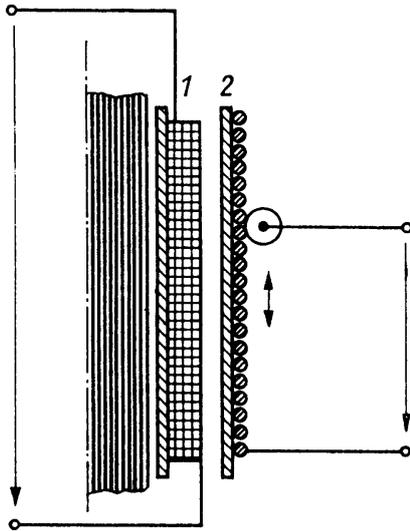


Bild 1.4.4 Ausführung von Stelltransformatoren kleiner Leistung als Windungs-Stelltransformator mit einem Rollkontakt, der auf der außen unisolierten Wicklung gleitet

nung als Spannung zu einem der beiden Wicklungsenden zur Verfügung. Stelltransformatoren auf dem Prinzip der Kontaktrolle werden vor allem für Labor- und Prüffeldzwecke eingesetzt.

Größere Stelltransformatoren benötigen besondere Schaltorgane, um die Änderung der Windungszahl einer Wicklung vornehmen zu können. Dazu wird die Wicklung mit Anzapfungen versehen, an die die Schaltorgane angeschlossen sind. Derartige Transformatoren werden deshalb als *Stelltransformatoren mit Stufenschalter* bezeichnet. Dadurch ist von vornherein nur eine unstetige Spannungsstellung möglich. Das gilt auch dann, wenn nach jeder Windung eine Anzapfung vorgesehen würde, da die Windungsspannungen größerer Transformatoren schon recht groß sind. An den Umschaltmechanismus müssen die Forderungen gestellt werden, dass während des Umschaltens keine Unterbrechung stattfindet und kein direkter Kurzschluss der zu- oder abzuschaltenden Windungen auftritt. Um diese Forderungen zu erfüllen, sind verschiedene Systeme entwickelt worden, die sämtlich nach dem Prinzip von Bild 1.4.5 arbeiten.

Im Bild 1.4.5a ist zunächst ein betrachteter Ausgangszustand dargestellt, wobei die Anzapfung A_1 in Funktion ist. Der Umschaltvorgang beginnt damit, dass in den angeschlossenen Zweig ein Widerstand R_1 eingeschaltet wird (Bild 1.4.5b). Über einen gleich großen Widerstand R_2 wird anschließend die Verbindung mit der neuen Anzapfung A_2 hergestellt (Bild 1.4.5c). Die zuzuschaltenden Windungen zwischen den Anzapfungen A_1 und A_2 sind jetzt zwar kurzgeschlossen, im Kurzschlusskreis liegen jedoch die beiden Widerstände und begrenzen den Kurzschlussstrom. Wenn nunmehr der Schalter S_1 aufgetrennt wird, ist die neue Anzapfung bereits angeschlossen. Ihre direkte Verbindung mit der äußeren Zuleitung wird schließlich durch Schließen des Schalters K_2 erreicht, der den noch im Kreis befindlichen Widerstand R_2 überbrückt. Eine Möglichkeit der praktischen Realisierung des angedeuteten Prinzips besteht darin, dass an die Stelle der Schalter S Kontaktbahnen treten, während die Widerstände und die Schalter K bei jedem weiteren Umschaltprozess wieder verwendet wer-

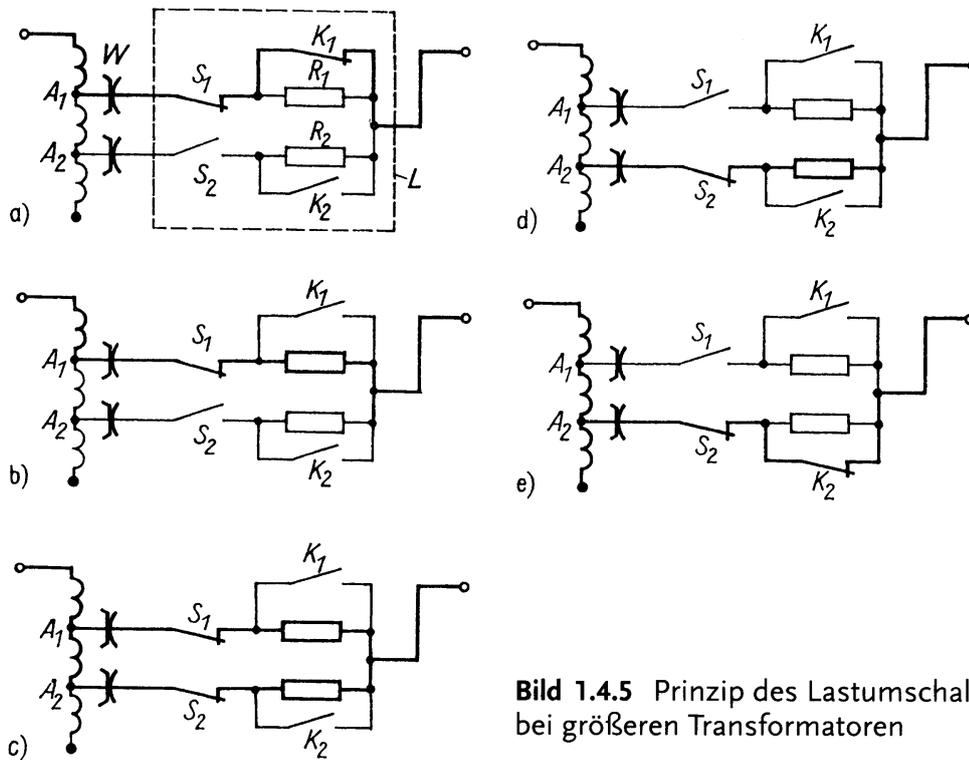


Bild 1.4.5 Prinzip des Lastumschalters bei größeren Transformatoren

den. Man bezeichnet die Kontaktbahnen, auf denen dann unter Last geschaltet werden muss, als *Lastwähler*. Um das Schalten unter Last zu vermeiden, können die Kontaktbahnen zusätzlich als *Anzapfwähler* W vorgesehen werden. Der Anschluss eines neuen Kontakts im Anzapfwähler W erfolgt dann zunächst stromlos, und die beiden Schalter S werden Bestandteil des für jeden Umschaltprozess wiederverwendeten *Lastumschalters* L (s. Bild 1.4.5a). Seit einiger Zeit führt man Lastschalter für Mittelspannungstransformatoren auch unter Verwendung von Thyristoren als Schaltglieder aus.

Stelltransformatoren größerer Leistung werden in der Energieversorgung benötigt, um Spannungsabfälle im Netz in Abhängigkeit von der vorliegenden Netzbelastung ausgleichen zu können. Dazu genügt es, wenn sich das Übersetzungsverhältnis in einem kleinen Bereich um den Bemessungswert ändern lässt. Das kann dadurch geschehen, dass ein entsprechender Teil der Transformatorwicklung mit Anzapfungen versehen wird. Es kann jedoch auch ein *Zusatztransformator* vorgesehen werden, der auf dem Prinzip des Spartransformators arbeitet. Er gestattet in der Ausführung als *Längstransformator*, den Betrag der Spannung bei konstanter Phasenlage in einem gewissen Stellbereich zu ändern. In der Ausführung als *Quertransformator* wird der Spannung auf der Seite 1 eine um 90° phasenverschobene stellbare Zusatzspannung zugefügt, so dass die Spannung auf der Seite 2 bei etwa konstantem Betrag hinsichtlich ihrer Phasenlage zu der der Seite 1 einstellbar ist. Die Phasenverschiebung der Zusatzspannung von 90° erhält man durch eine entsprechende Schaltung und Strang-Schenkel-Zuordnung der Wicklungen.

1.4.3

Stromrichtertransformatoren

Die Ausgangsspannung von Frequenzumrichtern zur Speisung drehzahlveränderlicher Maschinen wird meist durch eine optimale Ausnutzung der verwendeten Leistungshalbleiter in Bezug auf Sperrspannung und Durchlassstrom bestimmt. Insbesondere bei Mittelspannungsumrichtern mit Ausgangsspannungen oberhalb von 1 kV ist daher immer ein eigener Transformator zur Verbindung des Frequenzumrichters mit dem Versorgungsnetz erforderlich, der als *Stromrichtertransformator* bezeichnet wird. Abgesehen davon, dass seine sekundärseitige Spannung häufig keiner der genormten Nennspannungen entspricht, weist ein Stromrichtertransformator einige Besonderheiten auf.

Zum einen muss bei seiner Dimensionierung beachtet werden, dass er von Seiten des Stromrichters abhängig von dessen Funktionsprinzip mit Oberschwingungen von Strom und/oder Spannung beaufschlagt wird. Stromoberschwingungen verursachen zusätzliche Verluste in den Wicklungen. Aufgrund der relativ hohen Frequenzen dieser Oberschwingungen ist es wichtig, die Wicklungen so auszuführen, dass besonders geringe Stromverdrängungseffekte auftreten. Spannungsoberschwingungen, wie sie vor allem von sog. Pulsumrichtern z.T. auch netzseitig erzeugt werden, beanspruchen durch die relativ kurze Spannungsanstiegszeit vor allem die Isolierung der Eingangsspulen.

Andererseits werden Stromrichtertransformatoren größerer Leistung häufig mit zwei Sekundärwicklungen ausgeführt, von denen eine im Stern und die andere im Dreieck geschaltet ist. Ihre Ausgangsspannungen sind um 30° gegeneinander phasenverschoben. Beide Sekundärwicklungen arbeiten auf gleichartige Stromrichterschaltungen, die gleichartige Belastungen darstellen. Die Leiterströme in beiden Sekundärwicklungen haben denselben Zeitverlauf, sie sind jedoch nach Maßgabe der Spannungen gegeneinander phasenverschoben.

Der Sinn dieser Maßnahme soll am Beispiel eines Stromrichtertransformators verdeutlicht werden, dessen Primärwicklung im Dreieck geschaltet sei. Die erste Sekundärwicklung I sei im Stern geschaltet, so dass sich die Schaltgruppe Dy5 mit dem Übersetzungsverhältnis

$$\underline{\dot{u}}_I = \underline{\dot{u}} e^{j\frac{5}{6}\pi} = \frac{u_1}{u_{2I}} = -\frac{\dot{i}_{2I}^*}{\dot{i}_1^*}$$

ergibt. Die zweite Sekundärwicklung II sei dagegen im Dreieck geschaltet und habe die Schaltgruppe Dd6 mit dem Übersetzungsverhältnis

$$\underline{\dot{u}}_{II} = \underline{\dot{u}} e^{j\pi} = \frac{u_1}{u_{2II}} = -\frac{\dot{i}_{2II}^*}{\dot{i}_1^*}.$$

Der durch den Stromrichter eingeprägte oberschwingungsbehaftete Stromverlauf in der Sekundärwicklung I habe die Form

$$i_{2I} = \hat{i}_1 \cos(\omega t + \varphi_{i1}) + \hat{i}_5 \cos(5\omega t + \varphi_{i5}) \\ + \hat{i}_7 \cos(7\omega t + \varphi_{i7}) + \hat{i}_{11} \cos(11\omega t + \varphi_{i11}) + \dots \quad (1.4.11)$$

Der Strom in der Sekundärwicklung II soll einen demgegenüber identischen, lediglich um 30° bezogen auf die Grundschwingung nacheilend phasenverschobenen Verlauf haben, für den dann

$$i_{2II} = \hat{i}_1 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6} + \varphi_{i1}\right) + \hat{i}_5 \cos\left(5\omega t - \frac{5\pi}{6} + \varphi_{i5}\right) \\ + \hat{i}_7 \cos\left(7\omega t - \frac{7\pi}{6} + \varphi_{i7}\right) + \hat{i}_{11} \cos\left(11\omega t - \frac{11\pi}{6} + \varphi_{i11}\right) + \dots$$

gilt.

Es soll nun für die einzelnen Harmonischen die Amplitude auf der Primärseite des Transformators ermittelt werden. Sie ergibt sich durch Überlagerung für jede Harmonische λ . Dabei ist allerdings zu beachten, dass die 5. und 11. Oberschwingung nach Bild 1.3.17 die umgekehrte Phasenfolge wie die Grundschwingung haben und das komplexe Übersetzungsverhältnis nach (1.3.12) bzw. (1.3.16) von der Phasenfolge abhängt. Für alle Harmonischen mit positiver Phasenfolge gilt somit

$$\underline{i}_{1\lambda} = -\frac{\underline{i}_{2I\lambda}}{\underline{\ddot{u}}_I^*} - \frac{\underline{i}_{2II\lambda}}{\underline{\ddot{u}}_{II}^*} = -\frac{\hat{i}_\lambda}{\ddot{u}} \left[e^{j(\varphi_{iI\lambda} + \varphi_{\ddot{u}I})} + e^{j(\varphi_{iII\lambda} + \varphi_{\ddot{u}II})} \right] \quad (1.4.12)$$

und für die mit negativer Phasenfolge

$$\underline{i}_{1\lambda} = -\frac{\underline{i}_{2I\lambda}}{\underline{\ddot{u}}_{nI}^*} - \frac{\underline{i}_{2II\lambda}}{\underline{\ddot{u}}_{nII}^*} = -\frac{\hat{i}_\lambda}{\ddot{u}} \left[e^{j(\varphi_{iI\lambda} - \varphi_{\ddot{u}I})} + e^{j(\varphi_{iII\lambda} - \varphi_{\ddot{u}II})} \right]. \quad (1.4.13)$$

Die Auswertung von (1.4.12) und (1.4.13) führt auf

$$\lambda = 1 : \quad \underline{i}_{1,1} = -\frac{\hat{i}_1}{\ddot{u}} \left[e^{j(\varphi_{i1} + \frac{5}{8}\pi)} + e^{j(\varphi_{i1} - \frac{\pi}{8} + \pi)} \right] = -2 \frac{\hat{i}_1}{\ddot{u}} e^{j(\varphi_{i1} + \frac{5}{8}\pi)}$$

$$\lambda = 5 : \quad \underline{i}_{1,5} = -\frac{\hat{i}_5}{\ddot{u}} \left[e^{j(\varphi_{i5} - \frac{5}{8}\pi)} + e^{j(\varphi_{i5} - \frac{5\pi}{6} - \pi)} \right] = 0$$

$$\lambda = 7 : \quad \underline{i}_{1,7} = -\frac{\hat{i}_7}{\ddot{u}} \left[e^{j(\varphi_{i7} + \frac{5}{8}\pi)} + e^{j(\varphi_{i7} - \frac{7\pi}{6} + \pi)} \right] = 0$$

$$\lambda = 11 : \quad \underline{i}_{1,11} = -\frac{\hat{i}_{11}}{\ddot{u}} \left[e^{j(\varphi_{i11} - \frac{5}{8}\pi)} + e^{j(\varphi_{i11} - \frac{11\pi}{6} - \pi)} \right] = -2 \frac{\hat{i}_{11}}{\ddot{u}} e^{j(\varphi_{i11} - \frac{5}{8}\pi)}.$$

Die von bestimmten Oberschwingungen (z. B. denjenigen fünffacher und siebenfacher Grundfrequenz) erzeugten Durchflutungen sind offenbar gegenphasig zueinander und heben sich gerade auf, so dass keine Flussanteile und damit in der Primärwicklung auch keine Spannungen dieser Frequenzen erzeugt werden. Folglich treten geringere Netzurückwirkungen in Erscheinung. Allgemein entsteht Auslöschung für die Oberschwingungen, deren Ordnungszahlen $\lambda = |1 + 6k|$ durch eine ungerade ganze Zahl

k gebildet werden. Alle anderen Harmonischen, deren Ordnungszahlen mit einer geraden ganzen Zahl k gebildet werden, überlagern sich wie die Grundschwingung gerade phasengleich und verstärken sich somit.

1.4.4

Messwandler

Messwandler werden bei der Messung von Wechselspannungen und Wechselströmen zwischen Messobjekt und Messinstrument geschaltet, um die Messgrößen auf solche Werte umzuformen, die bequem mit Messinstrumenten messbar sind. Außerdem sollen sie Messobjekt und Messinstrument gegeneinander elektrisch isolieren. Schließlich erlaubt ihr Einsatz eine gewisse Fernübertragung der Messwerte.

Entsprechend der umzuformenden Messgröße unterscheidet man Spannungswandler und Stromwandler. Hinsichtlich der speziellen Aufgabe ist außerdem zwischen Wandlern für Messzwecke und solchen für Schutzzwecke zu unterscheiden. Erstere sollen im Störfall die dem Messinstrument zugeführte Größe begrenzen. Letztere dagegen müssen die Messgröße auch im Störfall proportional abbilden, um die Schutzmaßnahmen auszulösen.

1.4.4.1 Spannungswandler

Ein Spannungswandler ist ein praktisch leerlaufender Transformator, bei dem die Eigenschaft der Spannungstransformation ausgenutzt wird, um hohe Wechselspannungen auf Werte zurückzuführen, für die sich Messinstrumente günstig dimensionieren lassen. Dabei wird gleichzeitig eine Potentialtrennung zwischen dem Messobjekt und dem Messinstrument und seinen Zuleitungen herbeigeführt. Diese Aufgabe besteht vor allem in den Hochspannungsnetzen der Energieversorgung, aber auch bei der Überwachung und Prüfung von Hochspannungsmaschinen. Die Spannungswandler werden gewöhnlich so dimensioniert, dass bei Bemessungsspannung auf der Primärseite an den Sekundärklemmen eine Spannung von vorzugsweise 100 V auftritt. Damit können unabhängig von der Höhe der Messspannung gleiche Spannungsmesser verwendet werden. Außerdem können Leistungsmesser mit einheitlich dimensioniertem Spannungspfad Verwendung finden.

Die Prinzipanordnung einer Spannungsmessung mit Spannungswandler zeigt Bild 1.4.6. Am Spannungsmesser liegt die Spannung \underline{u}_M . Wenn der Wandler als idealer Transformator angesehen wird, gilt für die Spannungen $\underline{u}_1 - \underline{u}'_2 = 0$ bzw. durch Einführen der Spannung $\underline{u}_M = \underline{u}_2$ über dem Messinstrument

$$\underline{u}_M = \frac{w_2}{w_1} \underline{u}_1 = \underline{u}_{M \text{ soll}} \quad (1.4.14)$$

Man erhält eine Spannung $\underline{u}_{M \text{ soll}}$, deren Betrag dem der zu messenden Spannung \underline{u}_1 proportional ist und die in Phase mit \underline{u}_1 liegt. Diese Beziehung wird annähernd erfüllt sein, wenn der Wandler im Leerlauf arbeitet, d.h. wenn der Innenwiderstand

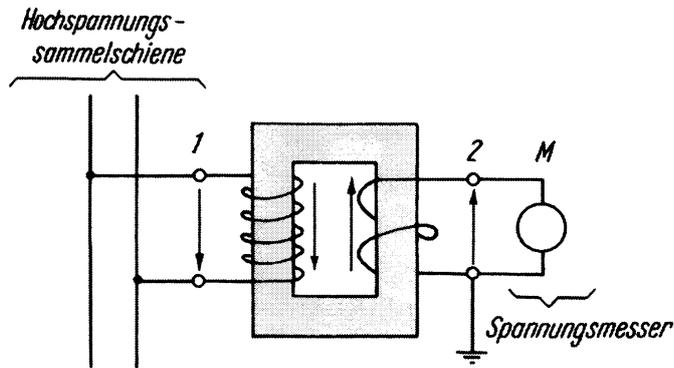


Bild 1.4.6 Prinzipanordnung einer Spannungsmessung mit Spannungswandler

des Messinstruments sehr hoch ist. Unter realen Bedingungen ist $\underline{u}_1 - \underline{u}'_2 \neq 0$, und es lässt sich formulieren

$$\underline{u}_M - \frac{w_2}{w_1} \underline{u}_1 = \underline{u}_M - \underline{u}_{M \text{ soll}} = \Delta \underline{u}_M. \quad (1.4.15)$$

Die gemessene Spannung \underline{u}_M weicht also von dem unter idealen Bedingungen gemessenen Wert $\underline{u}_{M \text{ soll}}$ um $\Delta \underline{u}_M$ ab. Diese Abweichung wird vom inneren Spannungsabfall des Belastungsstroms hervorgerufen, der durch das Messinstrument fließt. Strenggenommen trägt auch der innere Spannungsabfall des Magnetisierungsstroms dazu bei. Entsprechend (1.4.15) verursacht der Wandler einen *Bezugsfehler*

$$F_u = \frac{U_M - U_{M \text{ soll}}}{U_{M \text{ soll}}}, \quad (1.4.16)$$

der auch einfach als *Spannungsfehler* bezeichnet wird, sowie einen *Fehlwinkel*

$$\delta_u = \varphi_{uM} - \varphi_{uM \text{ soll}}.$$

Die Spannungswandler sind hinsichtlich der zulässigen Fehler nach IEC 60044-2 (DIN EN 60044-2) in *Genauigkeitsklassen* eingeteilt. Die den einzelnen Genauigkeitsklassen zugeordneten Fehlergrenzen sind in Tabelle 1.4.2 dargestellt; sie gelten im Bereich von 80 bis 120% des Spannungswerts und für eine Belastung mit 25 bis 100% des Bemessungswerts bei einem Leistungsfaktor von $\cos \varphi = 0,8$ (induktiv).

Die Spannungswandler werden i. Allg. einphasig – seltener dreiphasig – ausgeführt. Je nach vorgesehenem Einsatz sind sie einpolig oder zweipolig isoliert. Für die Span-

Tabelle 1.4.2 Genauigkeitsklassen und zugeordnete Fehlergrenzen von Spannungswandlern nach IEC 60044-2 (DIN EN 60044-2 bzw. VDE 0414 T.3)

Genauigkeitsklasse	Spannungsfehler %	Fehlwinkel mrad (Minuten)
0,2	± 0,2	±3(±10')
0,5	± 0,5	±6(±20')
1,0	± 1,0	±12(±40')
3,0	± 3,0	

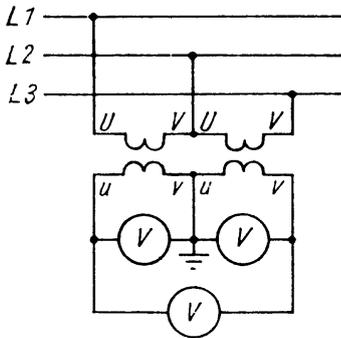


Bild 1.4.7 V-Schaltung zweier zweipolig isolierter Spannungswandler zur Spannungsmessung im Dreiphasensystem

nungsmessung im Dreiphasensystem verwendet man meist zwei zweipolig isolierte Spannungswandler in der sog. V-Schaltung, die Bild 1.4.7 zeigt.

Bild 1.4.8 zeigt Ansicht und Schnittbild eines Spannungswandlers.

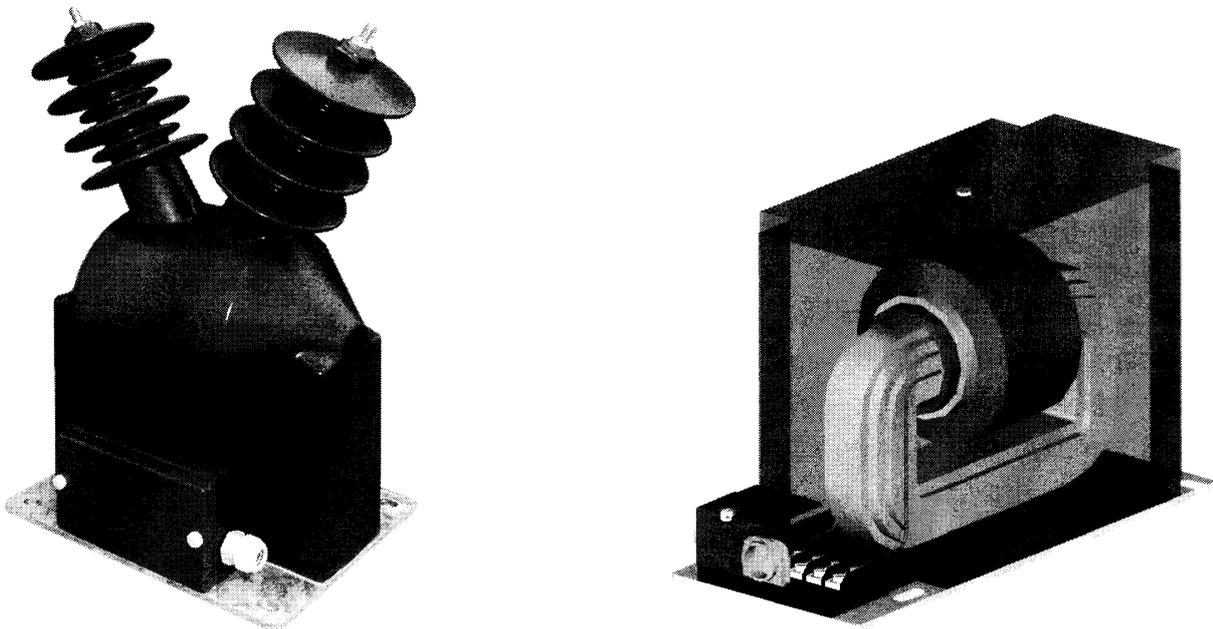


Bild 1.4.8 Ansicht und Schnittdarstellung eines Spannungswandlers (Werkbilder Ritz)

1.4.4.2 Stromwandler

Ein Stromwandler ist ein praktisch kurzgeschlossener Transformator, bei dem die Eigenschaft der Stromtransformation ausgenutzt wird, um Wechselströme, und zwar besonders solche mit großer Stromstärke, unter Potentialtrennung zwischen Messobjekt und Messinstrument auf Werte zurückzuführen, für die sich Messinstrumente günstig dimensionieren lassen. Er wird mit der Primärseite in den Stromkreis eingeschaltet, dessen Strom gemessen werden soll, während die Sekundärseite durch den Strommesser nahezu kurzgeschlossen ist. Der Betrieb in der Nähe des Kurzschlusses ist erforderlich, um den Innenwiderstand klein zu halten, den die gesamte Messeinrichtung entsprechend (1.2.107) für den zu untersuchenden

Stromkreis darstellt. Er wird sich außerdem im Hinblick auf die Forderung nach kleinem Fehler als vorteilhaft erweisen. Die Belastung, die der Strommesser für den Wandler darstellt, bezeichnet man als *Bürde*. Die Bürde wird gekennzeichnet durch ihren Scheinwiderstand oder ihre Scheinleistung.

Die oben fixierte Aufgabe des Stromwandlers besteht hinsichtlich der Potentialtrennung und der Verkleinerung des Messstroms überall im Hochspannungsnetz der Energieversorgung, aber auch bei der Überwachung und Prüfung von Hochspannungsmaschinen. Die Aufgabe besteht hinsichtlich der Anpassung des zu messenden Stroms an die zur Verfügung stehenden Messinstrumente überall in der Mess- und Prüftechnik. Die Wandler werden so dimensioniert, dass sie auf der Sekundärseite einen Strom von 1 A oder 5 A führen, wenn primärseitig der Bemessungsstrom fließt.

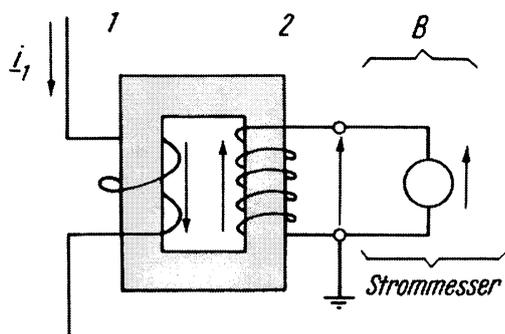


Bild 1.4.9 Prinzipanordnung einer Strommessung mit Stromwandler. B Bürde

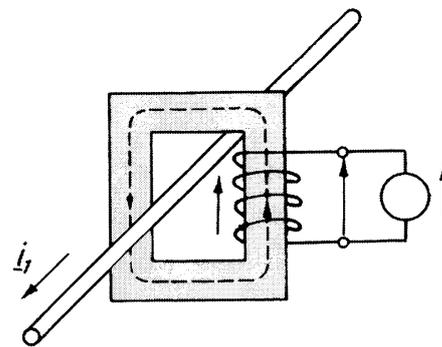


Bild 1.4.10 Prinzipanordnung des Schienen- oder Stabstromwandlers

Die Prinzipanordnung einer Strommessung mit Stromwandler zeigt Bild 1.4.9. Wenn der Wandler als idealer Transformator angesehen wird, gilt $\underline{i}_1 + \underline{i}'_2 = 0$ bzw. bei Einführen des Stroms

$$\underline{i}_B = -\underline{i}_2 = -\frac{w_1}{w_2} \underline{i}'_2$$

im Belastungszweigpol

$$\underline{i}_B = \frac{w_1}{w_2} \underline{i}_1 = \underline{i}_{B \text{ soll}} \quad (1.4.17)$$

Man erhält einen Strom im Strommesser, dessen Betrag dem des zu messenden Stroms \underline{i}_1 proportional ist und der in Phase mit \underline{i}_1 liegt.

An dieser Stelle müssen zunächst einige Betrachtungen über den sog. *Schienen-* oder *Stabstromwandler* eingeschoben werden. Derartige Wandler werden eingesetzt, wenn der zu messende Strom sehr groß ist. Dabei wird der Leiter, der diesen Strom führt, entsprechend Bild 1.4.10 als Schiene oder Stab durch den magnetischen Kreis des Stromwandlers geführt. Um die Frage nach dem jetzt wirksamen Übersetzungsverhältnis und damit nach dem Umrechnungsfaktor zwischen I_B und I_1 entscheiden zu können, muss daran erinnert werden, dass (1.4.17) als Aussage des Durchflutungsgesetzes für einen Integrationsweg entlang des magnetischen Kreises erhalten wurde. Dabei zählt als Windungszahl, wievielfach der Leiter und mit ihm sein Strom durch die

vom Integrationsweg aufgespannte Fläche tritt. Damit ist in (1.4.17) für den Stabstromwandler $w_1 = 1$ zu setzen. Analoge Überlegungen gelten für den sog. *Lochstromwandler*, bei dem das Fenster des magnetischen Kreises auch im gebrauchsfertigen Zustand offengelassen ist, damit der Primärleiter einmal oder mehrere Male hindurchgeführt werden kann.

Unter realen Bedingungen ist entsprechend (1.2.58)

$$\underline{i}_1 w_1 + \underline{i}_2 w_2 = \underline{\Theta}_1^+, \quad (1.4.18)$$

wobei $\underline{\Theta}_1^+$ die Grundschiwingung der Durchflutung für einen Integrationsweg entlang des magnetischen Kreises unter Berücksichtigung der Rückwirkung der Wirbelströme ist. Bei Einführen des gemessenen Stroms $\underline{i}_B = -\underline{i}_2$ im Belastungszweipol und seines Sollwerts nach (1.4.17) folgt aus (1.4.18)

$$\underline{i}_B - \underline{i}_{B \text{ soll}} = -\frac{\underline{\Theta}_1^+}{w_2} = -\Delta \underline{i}_B. \quad (1.4.19)$$

Daraus erkennt man, dass der Fehler des Stromwandlers, d.h. die Abweichung des gemessenen Stroms \underline{i}_B von seinem Sollwert $\underline{i}_{B \text{ soll}}$, von der erforderlichen Durchflutung des magnetischen Kreises abhängt. Um diese Durchflutung klein zu halten, verwendet man für den magnetischen Kreis Werkstoffe mit extrem hoher Permeabilität. Außerdem wird die Induktion im magnetischen Kreis dadurch klein gehalten, dass man die Impedanz der Bürde möglichst niedrig hält, so dass die Spannung an den Wandlerklemmen, die in irgendeiner Weise die Größe des magnetischen Felds bestimmt, klein bleibt [s. (1.2.107)]. Aus (1.4.19) ist außerdem zu erkennen, dass entsprechend der Phasenlage von $\underline{\Theta}_1^+$ sowohl ein *Betragsfehler*

$$F_i = \frac{I_B - I_{B \text{ soll}}}{I_{B \text{ soll}}}, \quad (1.4.20)$$

der als *Strommessabweichung* bezeichnet wird, als auch ein *Fehlwinkel*

$$\delta_i = \varphi_{iB} - \varphi_{iB \text{ soll}}$$

entsteht.

Zur weiteren Kennzeichnung des Wandlerfehlers dient der sog. *Gesamtfehler* F_g , den man als Verhältnis zwischen dem Effektivwert ΔI_B des auf die Seite 1 bezogenen Differenzstroms $(\underline{i}_B w_2 / w_1 - \underline{i}_1)$ und dem Effektivwert des Primärstroms \underline{i}_1 erhält als

$$F_g = \frac{\Delta I_B}{I_1}.$$

Eine anschauliche Vorstellung von den Einflüssen auf den Fehler des Stromwandlers erhält man, wenn die Beobachtungen im Bereich der transformierten Größe der Seite 2 unter Verwendung des Ersatzschaltbilds 1.2.43 durchgeführt werden. Die Sekundärseite muss dabei durch den auf die Seite 1 bezogenen komplexen Widerstand

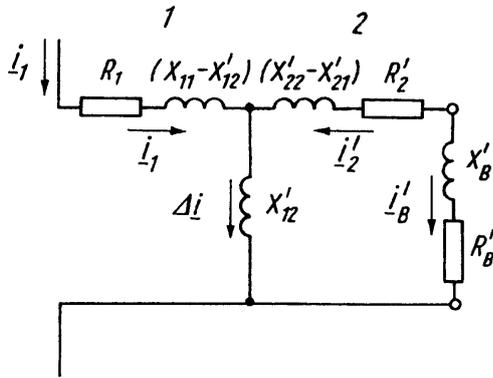


Bild 1.4.11 Ersatzschaltbild des mit der Bürde $Z'_B = R'_B + jX'_B$ belasteten Stromwandlers

$Z'_B = R'_B + jX'_B$ der Bürde abgeschlossen werden. Die zu betrachtende Anordnung ist im Bild 1.4.11 dargestellt (vgl. auch Bild 1.2.57). Aus (1.4.17) folgt für den transformierten Sollwert des Stroms durch die Bürde

$$\underline{i}'_{B \text{ soll}} = \frac{w_2}{w_1} \underline{i}_{B \text{ soll}} = \underline{i}_1. \quad (1.4.21)$$

Die Beziehung zwischen den Strömen des realen Transformators nach (1.4.18) führt auf

$$\underline{i}_1 + \underline{i}'_2 = \Delta \underline{i}, \quad (1.4.22)$$

wobei $\Delta \underline{i}$ entsprechend der Aussage des Knotenpunktsatzes gerade der Strom im Querglied des Ersatzschaltbilds ist. Mit $\underline{i}'_B = -\underline{i}'_2$ folgt aus (1.4.22), wenn für \underline{i}_1 (1.4.21) eingeführt wird,

$$\underline{i}'_B - \underline{i}'_{B \text{ soll}} = -\Delta \underline{i}. \quad (1.4.23)$$

Im Bereich der transformierten Größen der Seite 2 erscheint als Abweichung des gemessenen Stroms \underline{i}'_B von seinem Sollwert $\underline{i}'_{B \text{ soll}}$ gerade der Querstrom $\Delta \underline{i}$ im Ersatzschaltbild. Im Bild 1.4.12 ist das Zeigerbild zu Bild 1.4.11 ausgehend vom gemessenen Strom \underline{i}'_B entworfen worden. Dieser Strom bestimmt die Spannungsabfälle über den Schaltelementen des Kreises 2 und damit als

$$\underline{u}_h = [(R'_2 + R'_B) + j(X'_{22} - X'_{12} + X'_B)] \underline{i}'_B$$

die Spannung über dem Querglied. Diese legt ihrerseits den Strom $\Delta \underline{i}$ als $\Delta \underline{i} = \underline{u}_h / jX'_{12}$ fest. Damit erhält man entsprechend (1.4.23) den Sollwert des gemessenen Stroms zu $\underline{i}'_{B \text{ soll}} = \underline{i}'_B + \Delta \underline{i}$. Aus dem Zeigerbild ist zu entnehmen, dass \underline{u}_h und damit für ein bestimmtes X'_{12} der Strom $\Delta \underline{i}$ um so kleiner werden, je kleiner die Widerstände R'_2 und R'_B sowie die Reaktanzen $(X'_{22} - X'_{12})$ und X'_B sind. Dabei beeinflussen die Widerstände über

$$\Delta \underline{i}_r = \frac{R'_2 + R'_B}{jX'_{12}} \underline{i}'_B$$

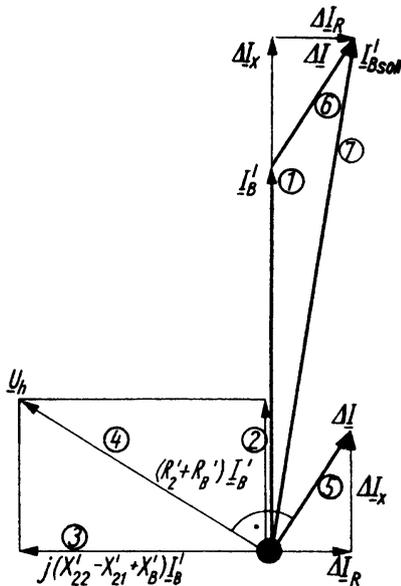


Bild 1.4.12 Zeigerbild zu Bild 1.4.11 zur Erläuterung der Einflüsse auf den Fehler des Stromwandlers.
1 bis 7: Reihenfolge der Entwicklung

in erster Linie den Winkelfehler und die Reaktanzen über

$$\Delta i_x = \frac{X'_{22} - X'_{21} + X'_B}{X'_{12}} i'_B$$

den Betragsfehler. Schließlich erkennt man, dass der Strom Δi für einen bestimmten Wert von u_h um so kleiner wird, je größer die Reaktanz X'_{12} ist. Diese Reaktanz, die der Gegeninduktivität zwischen den beiden Wicklungen zugeordnet ist, wird außer von der Geometrie des magnetischen Kreises vor allem von der Permeabilität des verwendeten Werkstoffs bestimmt. Sie nimmt für $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$ ebenfalls unendlich große Werte an, so dass in diesem Grenzfall der Strom Δi und damit der Fehler des Wandlers – in Übereinstimmung mit den Betrachtungen unter Voraussetzung idealer Eigenschaften – unabhängig von der Größe von u_h und damit unabhängig von den Schaltelementen des Kreises 2 stets verschwindet.

Der Fehler des Stromwandlers wächst über alle Grenzen, wenn $Z_B \rightarrow \infty$ geht, d.h. wenn die Sekundärseite im Leerlauf betrieben wird. Dieser Betriebszustand ist jedoch nicht nur unzweckmäßig, sondern auch gefährlich. Da die Gegendurchflutung des Bürdenstroms fehlt, wirkt der Messstrom als Magnetisierungsstrom. Es wird ein großes magnetisches Feld aufgebaut, das in der Sekundärwicklung eine hohe Spannung induziert, die zur Beschädigung der Wicklung führen kann. Unter der Annahme linearer magnetischer Verhältnisse folgt für die Leerlaufspannung aus der allgemeinen Gleichung (1.2.69)

$$u_2 = jX_{21} i_1$$

Danach würde die Spannung wegen des angestrebten großen Werts von X_{21} sehr hoch werden. Sie wird jedoch durch die einsetzende Sättigung begrenzt. Dabei wird die Magnetisierungskennlinie des magnetischen Kreises sehr weit ausgereizt. Es muss damit gerechnet werden, dass sie sich nach versehentlichem Betrieb mit offenem

Sekundärkreis, auch nachdem die große Durchflutung nicht mehr wirkt, im normalen Arbeitsbereich verschoben hat, so dass der Wandler die erwartete Genauigkeit nicht mehr einhält.

Stromwandler werden hinsichtlich ihres Einsatzes in solche für Messzwecke und solche für Schutzzwecke unterschieden.

Bei Stromwandlern für Messzwecke soll der Sekundärstrom oberhalb des Bemessungsstroms mit Rücksicht auf die nachgeschalteten Messinstrumente begrenzt werden. Zur Kennzeichnung dieser Eigenschaft führt man als *Bemessungs-Begrenzungsstrom* einen kleinsten Wert I_{1g} des Primärstroms ein, bei dem der Gesamtfehler $F_g \geq 10\%$ wird. Dieser Bemessungs-Begrenzungsstrom I_{1g} wird auf den primären Bemessungsstrom I_{1N} bezogen als

$$\text{Überstrom-Begrenzungsfaktor } FS = \frac{I_{1g}}{I_{1N}}$$

angegeben.

Stromwandler für Schutzzwecke müssen den Primärstrom auch für Werte, die wesentlich über dem Bemessungsstrom liegen, proportional als Sekundärstrom abbilden. Um diese Eigenschaft zu kennzeichnen, wird als *Bemessungs-Genauigkeits-Grenzstrom* I_{1f} jener größte Wert des Primärstroms angegeben, bei dem der Wandler mit der Bemessungsbürde belastet noch bestimmten Forderungen hinsichtlich des Gesamtfehlers F_g genügt. Dieser Bemessungs-Genauigkeits-Grenzstrom wird auf den primären Bemessungsstrom I_{1N} bezogen als

$$\text{Genauigkeitsgrenzfaktor } P = \frac{I_{1f}}{I_{1N}}$$

angegeben.

Die Stromwandler sind hinsichtlich der zulässigen Fehler nach IEC 60044-1 (DIN EN 60044-1) ebenso wie die Spannungswandler in Genauigkeitsklassen eingeteilt. In Tabelle 1.4.3 sind als Auszug aus den genannten Normen die Fehlergrenzen für die Genauigkeitsklassen 0,1; 0,2; 0,5 und 1,0 von Stromwandlern für Messzwecke

Tabelle 1.4.3 Genauigkeitsklassen 0,1; 0,2; 0,5 und 1,0 mit zugeordneten Grenzwerten für die Strommessabweichung und den Fehlwinkel für Stromwandler für Messzwecke nach IEC 60044-1 (DIN EN 60044-1 bzw. VDE 0414 T.2)

Genauigkeitsklasse	Stromfehler F_1 in % bei				Fehlwinkel δ_1 in mrad (Minuten) bei			
	0,05 I_{1N}	0,2 I_{1N}	I_{1N}	1,2 I_{1N}	0,05 I_{1N}	0,2 I_{1N}	I_{1N}	1,2 I_{1N}
0,1	$\pm 0,4$	$\pm 0,2$	$\pm 0,1$	$\pm 0,1$	$\pm 4,5(\pm 15')$	$\pm 2,4(\pm 8')$	$\pm 1,5(\pm 5')$	$\pm 1,5(\pm 5')$
0,2	$\pm 0,75$	$\pm 0,35$	$\pm 0,2$	$\pm 0,2$	$\pm 9(\pm 30')$	$\pm 4,5(\pm 15')$	$\pm 3(\pm 10')$	$\pm 3(\pm 10')$
0,5	$\pm 1,5$	$\pm 0,75$	$\pm 0,5$	$\pm 0,5$	$\pm 27(\pm 90')$	$\pm 13,5(\pm 45')$	$\pm 9(\pm 30')$	$\pm 9(\pm 30')$
1,0	$\pm 3,0$	$\pm 1,5$	$\pm 1,0$	$\pm 1,0$	$\pm 54(\pm 180')$	$\pm 27(\pm 90')$	$\pm 18(\pm 60')$	$\pm 18(\pm 60')$

Tabelle 1.4.4 Genauigkeitsklassen 5P und 10P mit zugeordneten Grenzwerten für die Strommessabweichung, den Fehlwinkel und die Gesamtmessabweichung beim Bemessungs-Genauigkeits-Grenzstrom von Stromwandlern für Schutzzwecke nach IEC 60044-1 (DIN EN 60044-1 bzw. VDE 0414 T.2)

Genauigkeitsklasse	Strommessabweichung F_i in % bei Bemessungsstrom I_{1N}	Fehlwinkel δ_i in mrad (Minuten) bei Bemessungsstrom I_{1N}	Gesamtmessabweichung F_g in % beim Genauigkeitsgrenzfaktor P
5P	± 1	$\pm 18(\pm 60')$	5
10P	± 3	–	10

wiedergegeben. Tabelle 1.4.4 enthält die Fehlergrenzen für die Genauigkeitsklassen 5P und 10P von Stromwandlern für Schutzzwecke.

Bild 1.4.13 zeigt Ansicht und Schnittbild eines Stromwandlers.

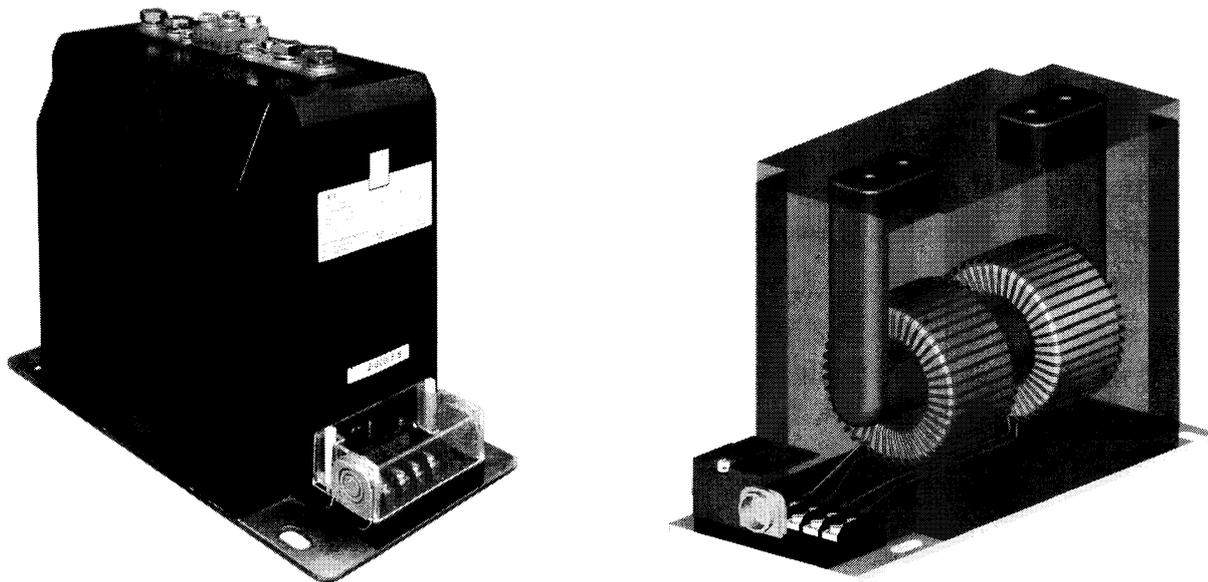


Bild 1.4.13 Ansicht und Schnittdarstellung eines Stromwandlers (Werkbilder Ritz)

1.4.4.3 Technische Ausführung

Die technische Ausführung von Messwandlern weicht in wesentlichen Punkten von derjenigen von Leistungstransformatoren (s. Abschnitt 1.8) ab. Der *Magnetkreis* wird bei Spannungswandlern als Manteltyp oder als Kerntyp aus gewöhnlichem Elektroblech hergestellt. Bei Stromwandlern verwendet man sowohl geschichtete Kerne als auch aus Band gewickelte Ringbandkerne. Dabei kommen wegen des unmittelbaren Einflusses der Permeabilität auf den Fehler spezielle Werkstoffe mit extrem großen Werten der

Anfangspermeabilität zum Einsatz. Die *normativen Anforderungen* für Stromwandler sind enthalten in

IEC 60044-1 (DIN EN 60044-1)

und die für Spannungswandler in

IEC 60044-2 (DIN EN 60044-2).

Entsprechend der zweiten Aufgabe der Wandler, den Messkreis galvanisch vom Messobjekt zu trennen, werden sie hinsichtlich des Aufwands für die Isolierung der zugehörigen Isolationsspannung zugeordnet. Unter der Isolationsspannung versteht man die maximale Spannung, mit der ein Betriebsmittel unter normalen Bedingungen betrieben werden darf. Die wichtigsten Isolationsspannungen sind 0,5; 10; 30; 110; 220; 380 kV.

Die *Klemmenbezeichnungen* für Stromwandler sind enthalten in

IEC 60044-1 (DIN EN 60044-1)

und die für Spannungswandler in

IEC 60044-2 (DIN EN 60044-2).

1.5

Energieumsatz

1.5.1

Verluste

Der Prozess der Umformung elektrischer Energie in wiederum elektrische Energie mit anderen Strom- und Spannungswerten, wie er im Transformator stattfindet, ist wie jeder Energieumformungsprozess mit Leistungsverlusten behaftet. Diese Verluste sind bereits im Abschnitt 1.2.2 über die Wirkungsweise des Einphasentransformators in Erscheinung getreten. Sie setzen sich demnach zusammen aus den

- *Wicklungsverlusten* P_{vw} , die von den Strömen in den Wicklungen aufgrund ihrer ohmschen Widerstände verursacht werden, und den
- *Ummagnetisierungsverlusten* P_{vu} , die das magnetische Wechselfeld im magnetischen Kreis als Hysterese- und Wirbelstromverluste hervorruft.

Darüber hinaus treten weitere Verluste als

- *zusätzliche Verluste* P_{vz} in Erscheinung, die durch Stromverdrängungserscheinungen in den Wicklungen, Wirbelströme in nicht zum magnetischen Kreis gehörenden Teilen, als dielektrische Verluste in der Wicklungsisolierung u. a. m. entstehen.

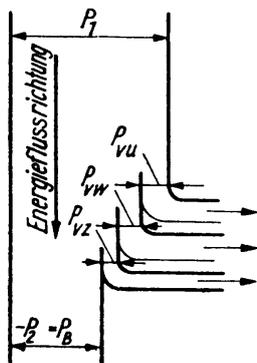


Bild 1.5.1 Schema des Leistungsflusses im Transformator bei Energiefluss von der Seite 1 zur Seite 2

Im Bild 1.5.1 ist das Schema des Leistungsflusses durch den Transformator dargestellt. Dabei ist angenommen, dass die Energie von der Seite 1 zur Seite 2 und von dort zum Belastungszweipol fließt. Diese Energieflussrichtung wird auch im Folgenden bei der Formulierung von Beziehungen über den Energieumsatz im Transformator vorausgesetzt werden. Darüber hinaus sollen diese Untersuchungen auf den wichtigen Fall beschränkt bleiben, dass die Spannung auf der Seite 1 unveränderlich ist und stets ihren Bemessungswert U_{1N} besitzt.

Die Gesamtverluste P_v sind gegeben als

$$P_v = P_{vu} + P_{vw} + P_{vz}. \quad (1.5.1)$$

Für die Prüffeldpraxis wird angenommen, dass die zusätzlichen Verluste zwei Anteile aufweisen. Der erste Anteil ist ebenso wie die Ummagnetisierungsverluste spannungsabhängig und damit in den Leerlaufverlusten P_{v1} nach (1.6.1) enthalten. Der zweite Anteil hängt vom Strom ab und geht dementsprechend in die Kurzschlussverluste P_{vk} nach (1.6.18) ein. Damit lassen sich die Verluste im Betrieb unter Bemessungsbedingungen ausgehend von den Messwerten der Leerlaufverluste P_{v1N} und der Kurzschlussverluste P_{vkN} formulieren als

$$P_{vN} = P_{v1N} + P_{vkN}. \quad (1.5.2)$$

Für Wirtschaftlichkeitsuntersuchungen interessiert weniger der absolute Wert der Verluste als vielmehr ein auf die umgesetzte Leistung bezogener Wert. Wenn als Bezugsleistung die abgegebene Scheinleistung verwendet wird, erhält man als relative Verluste p_v^* bei Betrieb unter Bemessungsbedingungen

$$p_{vN}^* = \frac{P_{vN}}{P_{sN}} = \frac{P_{v1N}}{P_{sN}} + \frac{P_{vkN}}{P_{sN}} = p_{v1}^* + p_{vk}^*. \quad (1.5.3)$$

Sehr große Transformatoren besitzen Werte der relativen Verluste p_{vN}^* von unter 1%. Entsprechend einer allgemeinen und stets wiederkehrenden Tendenz sinken die relativen Verluste bei einem Energieumformungsprozess mit zunehmender Leistung.

Wenn der Transformator nicht mit Bemessungsstrom belastet wird, aber vereinbarungsgemäß nach wie vor an Bemessungsspannung liegt, kann man annehmen,

dass sich die gesamten stromabhängigen Verluste quadratisch mit dem Belastungsstrom ändern, wie dies entsprechend (1.2.43) für die Wicklungsverluste gilt, die den dominierenden Anteil der stromabhängigen Verluste darstellen.¹⁴⁾ Andererseits bleiben die spannungsabhängigen Verluste natürlich konstant, und man erhält für die Gesamtverluste

$$P_v = P_{v1N} + P_{vkN} \left(\frac{I}{I_N} \right)^2. \quad (1.5.4)$$

Daraus ergibt sich für die relativen Verluste unter Beachtung von $I/I_N = P_s/P_{sN}$

$$p_v^* = \frac{P_v}{P_s} = \frac{P_{v1N}}{P_{sN}} \frac{P_{sN}}{P_s} + \frac{P_{vkN}}{P_{sN}} \frac{P_{sN}}{P_s} \left(\frac{I}{I_N} \right)^2 = \frac{p_{v1}^*}{(I/I_N)} + p_{vk}^* (I/I_N). \quad (1.5.5)$$

Ihr Verlauf als Funktion von I/I_N ist im Bild 1.5.2 für $p_{v1}^* = 0,25\%$ und $p_{vk}^* = 1,5\%$ dargestellt.

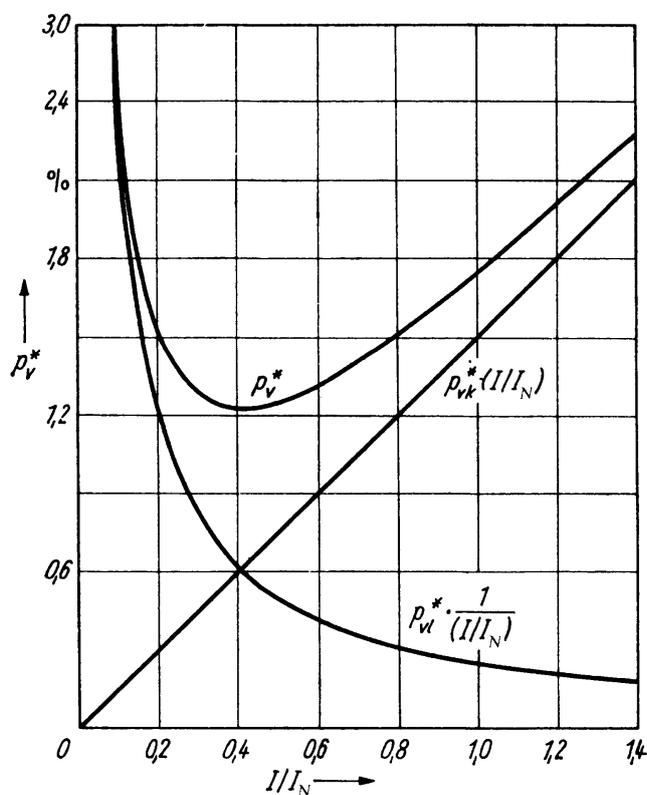


Bild 1.5.2 Relative Verluste als Funktion des relativen Belastungsstroms I/I_N für $p_{v1}^* = 0,25\%$ und $p_{vk}^* = 1,5\%$

1.5.2

Wirkungsgrad

Der Wirkungsgrad ist das Verhältnis von abgegebener zu aufgenommener (Wirk-) Leistung eines Energieumformers. Durch Einführen der abgegebenen Wirkleistung

¹⁴⁾ Dabei wird der Einfluss des Leerlaufstroms vernachlässigt, der bewirkt, dass eigentlich auch bei verschwindendem Belastungsstrom gewisse Wicklungsverluste auftreten, die man sich jedoch den spannungsabhängigen Verlusten zugeschlagen denken kann.

P und der Gesamtverluste P_v nach (1.5.4) lässt er sich formulieren als

$$\eta = \frac{P}{P + P_v} = \frac{P_s \cos \varphi}{P_s \cos \varphi + P_v} = \frac{P_s \cos \varphi}{P_s \cos \varphi + P_{v1N} + P_{vkN}(I/I_N)^2} \quad (1.5.6)$$

bzw. mit (1.5.5) als

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{1}{\cos \varphi} p_v^*} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\cos \varphi} \left[\frac{p_{v1}^*}{(I/I_N)} + p_{vk}^*(I/I_N) \right]}. \quad (1.5.7)$$

Im Leerlauf ist die abgegebene Leistung P null; es wird jedoch eine endliche Leistung aufgenommen, um die Ummagnetisierungsverluste zu decken. Der Wirkungsgrad ist also null. Im Gebiet kleiner Leistungen P bzw. kleiner Ströme I/I_N , in dem die Wicklungsverluste gegenüber den Ummagnetisierungsverlusten noch keine entscheidende Rolle spielen, nimmt der Wirkungsgrad mit wachsendem Belastungsstrom zu, da die Verluste einen zunächst immer kleineren Anteil der umgesetzten Leistung darstellen. Da die Wicklungsverluste jedoch quadratisch mit dem Belastungsstrom ansteigen und die abgegebene Leistung sich nur linear mit dem Belastungsstrom ändert, treten erstere mit zunehmender Belastung immer mehr in Erscheinung und bewirken schließlich, dass der Wirkungsgrad wieder sinkt. Es muss also bei konstantem Leistungsfaktor einen Belastungsstrom geben, bei dem der Wirkungsgrad sein Maximum hat. In diesem Zustand sind die relativen Verluste entsprechend (1.5.7) ein Minimum. Die Lage des Minimums folgt mit (1.5.5) aus

$$\frac{dp_v^*}{d(I/I_N)} = 0$$

zu

$$\frac{I}{I_N} = \sqrt{\frac{p_{v1}^*}{p_{vk}^*}} = \sqrt{\frac{1}{\xi}}, \quad (1.5.8)$$

wobei das *Verlustverhältnis*

$$\xi = \frac{p_{vk}^*}{p_{v1}^*} = \frac{P_{vkN}}{P_{v1N}} \quad (1.5.9)$$

eingeführt wurde. Gleichung (1.5.8) lässt sich auch darstellen als

$$p_{vk}^* \left(\frac{I}{I_N} \right)^2 = p_{v1}^*.$$

Die minimalen relativen Verluste und damit der maximale Wirkungsgrad herrschen bei jenem Wert des Belastungsstroms, dessen Wicklungsverluste gleich den Ummagnetisierungsverlusten sind. Den Wert des maximalen Wirkungsgrads erhält man mit I/I_N nach (1.5.8) aus (1.5.7) zu

$$\eta_{\max} = \frac{1}{1 + \frac{2\sqrt{p_{v1}^* p_{vk}^*}}{\cos \varphi}}. \quad (1.5.10)$$

Er hängt nicht nur von den Einzelverlusten, sondern auch von der Phasenlage des Belastungsstroms ab, da die abgegebene Wirkleistung mit abnehmendem $\cos \varphi$ sinkt, auch wenn der Belastungsstrom konstant bleibt. Der Einfluss des Verlustverhältnisses und des Leistungsfaktors auf den Verlauf der *Wirkungsgradkennlinie* $\eta = f(I/I_N)$ wird im Bild 1.5.3 demonstriert.

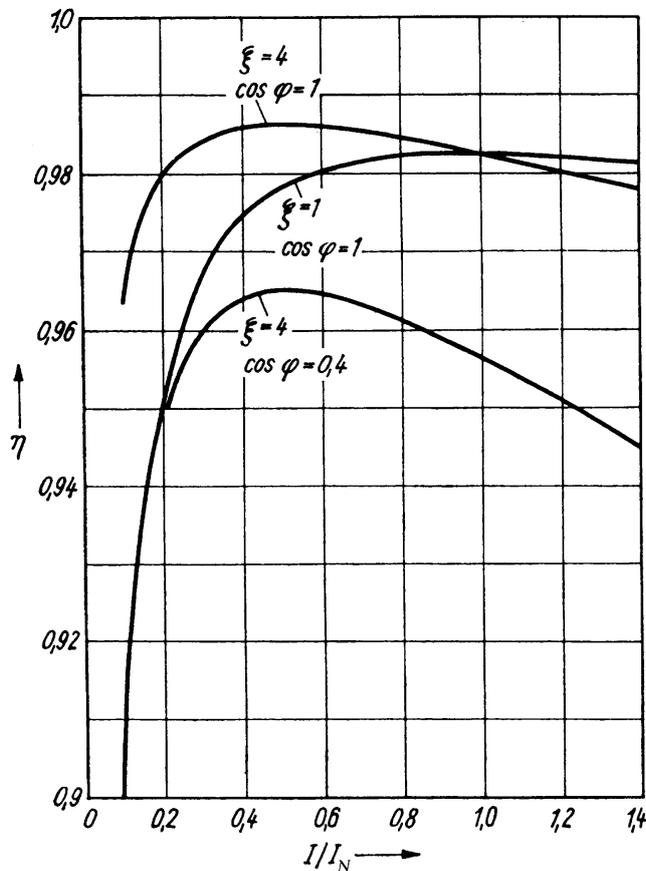


Bild 1.5.3 Wirkungsgrad als Funktion des relativen Belastungsstroms für $p_{vN}^* = 1,75\%$ bei verschiedenen Verlustverhältnissen ($\xi = 1$; $\xi = 4$) und verschiedenen Leistungsfaktoren der Belastung ($\cos \varphi = 1,0$; $\cos \varphi = 0,4$)

Die Transformatoren der Elektroenergieversorgung unterliegen einer im Tages- und Jahresrhythmus schwankenden Belastung. Die Schwankungen sind allerdings so langsam, dass die Dimensionierung der Transformatoren hinsichtlich der thermischen Beanspruchung nach der auftretenden Höchstleistung erfolgen muss. Damit liegt der Arbeitsbereich eines Transformators, wenn von kurzzeitiger Störung abgesehen wird, im Gebiet

$$0 \leq \frac{I}{I_N} \leq 1.$$

Er arbeitet also normalerweise nicht unter Bemessungsbedingungen und damit nicht mit dem zugeordneten Wirkungsgrad. Die Angabe des Wirkungsgrads η_N bei Betrieb unter Bemessungsbedingungen ist deshalb für die ökonomische Beurteilung der Betriebseigenschaften unzureichend. Aus diesem Grund dient zur weiteren Kennzeichnung der Güte des Energieumformungsprozesses der sog. *Jahreswirkungsgrad*

$$\eta_a = \frac{\int_{t=0}^{t=1a} P(t) dt}{\int_{t=0}^{t=1a} P(t) dt + \int_{t=0}^{t=1a} P_v(t) dt}. \quad (1.5.11)$$

Er ist nicht nur von den Eigenschaften des Transformators abhängig, sondern auch eine Funktion der Form der Belastungsspiele $I/I_N = f(t)$ und $\cos \varphi = f(t)$. Deshalb lassen sich keine allgemeinen Angaben über η_a machen. Eine Betrachtung von Bild 1.5.3 zeigt jedoch, dass sich der Jahreswirkungsgrad verbessern lässt, wenn das Maximum der Wirkungsgradkennlinie nicht in den Arbeitspunkt unter Bemessungsbedingungen gelegt, sondern zu kleineren Leistungen hin verschoben wird, da dann auch bei Teillast mit relativ gutem Wirkungsgrad gearbeitet wird. Dazu muss man das Verlustverhältnis $\xi > 1$ machen. Es werden Transformatoren mit Verlustverhältnissen bis zu $\xi = 6$ ausgeführt. Mit wachsendem Verlustverhältnis sinkt der Materialaufwand für den magnetischen Kreis und steigt der für die Wicklung. Genauere Betrachtungen darüber werden im Abschnitt 1.8.1 angestellt. An dieser Stelle soll nur zum Ausdruck gebracht werden, dass man sich schließlich mit wachsendem ξ sicher von einem Minimum der Materialkosten entfernt und den erforderlichen Mehraufwand nicht mehr durch geringere Betriebskosten abdecken kann.

1.6

Prüfung

Die Prüfung dient dem Ziel, die Einhaltung der in der Liefervereinbarung bzw. den vereinbarten Normen festgelegten Anforderungen nachzuweisen. Für neu entwickelte Erzeugnisse geschieht dies in einer sog. *Typprüfung*. Bei Serienerzeugnissen werden zur Überprüfung der Fertigungsqualität sog. *Stückprüfungen* vorgenommen, die weniger umfangreich sind. Die Prüfungen betreffen im Wesentlichen

- die Bestimmung der Wicklungswiderstände
- die Ermittlung der Kenngrößen sowie maßgebender Kennlinien bei Leerlauf, Kurzschluss, Belastung und Überlastung
- die Bestimmung der Erwärmung und den Nachweis der Einhaltung der Grenzübertemperaturen
- die Bestimmung der Verluste und des Wirkungsgrads
- den Nachweis der elektrischen Festigkeit.

In den folgenden Abschnitten werden zunächst die Anforderungen an einen Transformator besprochen. Anschließend wird auf den Leerlauf- und den Kurzschlussversuch eingegangen, in denen auf einfache Weise wichtige Teile der oben beschriebenen Prüfergebnisse ermittelt werden.

1.6.1

Festgelegte Anforderungen

Zu den festgelegten Anforderungen an einen Transformator gehören neben seinem Schutzgrad und ggf. auch Abmessungen und Masse alle nach außen in Erscheinung

tretenden elektrischen Daten, wie die Bemessungswerte für Leistung und Spannung, Leerlaufstrom, Kurzschlussspannung, Leerlaufverluste, Kurzschlussverluste, Sternpunktbelastbarkeit u. a. Außerdem müssen die Grenzübertemperatur eingehalten und die mechanische und elektrische Festigkeit der Wicklungen garantiert werden. Über die speziellen Werte dieser Anforderungen müssen zwischen dem Betreiber und dem Hersteller entsprechende Vereinbarungen getroffen werden. Dabei ist zu beachten, dass für eine ganze Reihe der Anforderungen Normen vorliegen, die im beiderseitigen Interesse nur in begründeten Ausnahmefällen außer Acht gelassen werden.¹⁵⁾ Allgemeine Festlegungen für die Bemessungswerte sowie weitere Anforderungen finden sich in den verschiedenen Teilen der Normenreihe

IEC 60076 (DIN EN 60076).

Die Bemessungswerte für die Spannung ergeben sich aus den Nennspannungen nach IEC 60038 (DIN IEC 60038) (s. Anhang II/1). Sie werden auf der Abgabeseite von Leistungstransformatoren und auf der Aufnahmeseite von Maschinentransformatoren i. Allg. 5% über die Nennspannung gelegt. Von diesen Werten wird nur in Ausnahmefällen abgewichen. Einen derartigen Ausnahmefall bilden hinsichtlich der Spannung die Unterspannungswicklungen von Maschinentransformatoren für große Leistungen oder von Stromrichtertransformatoren. Ihre Bemessungsspannung wird oft unter dem Gesichtspunkt einer vorteilhaften Dimensionierung des zugehörigen Generators bzw. Stromrichters festgelegt. Hinsichtlich der Leistung werden von den Angaben in IEC 60076-1 (DIN EN 60076-1) abweichende Werte z. B. für Bahntransformatoren und Stromrichtertransformatoren zugelassen. Für normale Leistungstransformatoren im Leistungsbereich bis 40 MVA bestehen darüber hinaus auch Festlegungen über die Kurzschlussspannung, die Verluste, die Sternpunktbelastbarkeit und die Schaltgruppen. Die entsprechenden Normen sind im Anhang III zusammengestellt.

Die für den Betreiber wichtigen Daten des Transformators müssen auf dem Leistungsschild angegeben sein, das an gut sichtbarer Stelle befestigt ist. Die notwendigen Angaben und das Aussehen des Leistungsschildes für Transformatoren sind festgelegt in

IEC 60076-1 (DIN EN 60076-1).

Das Leistungsschild enthält im Wesentlichen:

- Firmenzeichen, Hersteller
- Typbezeichnung, Fertigungsnummer, Baujahr
- Bemessungswerte der Leistung, Spannungen, Ströme, Frequenz, Kurzschlussspannung
- Kurzzeichen für Schaltgruppe, Kühlungsart und Schutzgrad
- Gesamtmasse.

¹⁵⁾ Die erforderlichen Angaben bei Anfragen und Bestellung enthält IEC 60076-1 (DIN EN 60076-1).

Das Einhalten der vereinbarten bzw. genormten technischen Daten muss vom Hersteller nachgewiesen werden. Die dazu erforderlichen Prüfungen sind allgemein enthalten in

IEC 60076-1 (DIN EN 60076-1).

Spezielle Fragen werden in gesonderten Standards insbesondere der Normenreihe IEC 60076 (DIN EN 60076) geregelt.

1.6.2

Leerlaufversuch

Um den Leerlaufversuch durchzuführen, wird der Transformator auf der Seite 1 mit variabler Spannung eingespeist. Wird der Versuch in einem Prüffeld durchgeführt, ist dies meist die Unterspannungsseite. Die Seite 2 bleibt unbelastet, so dass $i_2 = 0$ ist. Außer der Spannung U_1 und dem Strom I_1 werden die aufgenommene Wirkleistung P_{11} und die Spannung U_2 gemessen. Im Bild 1.6.1 ist die entsprechende Schaltung für den Fall eines Einphasentransformators dargestellt. Dabei wurde das genormte Schaltzeichen für den Transformator verwendet (s. Abschnitt 1.8.4).

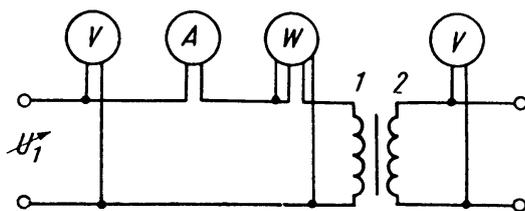


Bild 1.6.1 Schaltbild zum Leerlaufversuch

Der Transformator verhält sich im Leerlauf hinsichtlich der Spannungen weitgehend ideal, da $i_2 = 0$ und der Strom auf der Seite 1 klein gegenüber seinem Bemessungswert ist. Damit erhält man das Übersetzungsverhältnis \ddot{u} nach (1.2.8) als

$$\ddot{u} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{U_1}{U_2}.$$

Außerdem kann man sagen, dass die Spannung U_1 entsprechend der Aussage des Induktionsgesetzes den Fluss im magnetischen Kreis diktiert entsprechend

$$\hat{\Phi}_h \approx \frac{U_1 \sqrt{2}}{\omega w_1}.$$

Die für diesen Fluss erforderliche Durchflutung $\hat{\Theta}_1^+$ wird vom Leerlaufstrom I_{11} nach Maßgabe von

$$\hat{\Theta}_1^+ = \sqrt{2} I_{11} w_1$$

aufgebaut. Da also $U_1 \sim \hat{\Phi}_h$ und $I_{11} \sim \hat{\Theta}_1^+$ ist, muss die *Leerlaufkennlinie* $U_1 = f(I_{11})$, die im Bild 1.6.2 dargestellt ist, einen der Magnetisierungskennlinie $\hat{\Phi}_h = f(\hat{\Theta}_1^+)$

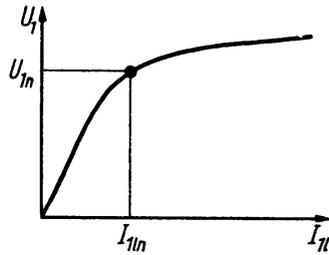


Bild 1.6.2 Leerlaufkennlinie $U_1 = f(I_{11})$

nach Bild 1.2.31 analogen Verlauf haben. Sie liefert für $U_1 = U_{1N}$ den Leerlaufstrom I_{11N} , der bei Bemessungsspannung fließt. Die Lage des entsprechenden Punkts auf der Leerlaufkennlinie lässt erkennen, in welchem Maße der magnetische Kreis durch das magnetische Feld belastet ist. Unter dem *relativen Leerlaufstrom* versteht man den auf den Bemessungsstrom I_{1N} bezogenen Leerlaufstrom bei Bemessungsspannung

$$i_{11N}^* = \left(\frac{I_{11}}{I_{1N}} \right)_{U=U_N} .$$

Er wird i. Allg. um so kleiner, je größer die Bemessungsscheinleistung P_{sN} des Transformators ist.

Die im Leerlaufversuch bei Bemessungsspannung aufgenommene Wirkleistung deckt die sog. *Leerlaufverluste* P_{v1N} , die sich aus den Ummagnetisierungsverlusten des Transformators im Leerlauf und den Wicklungsverlusten des Leerlaufstroms in den Strängen der eingespeisten Wicklung 1 zusammensetzen. Unter Bemessungsbedingungen betragen die gesamten Wicklungsverluste in beiden Wicklungen zwar das bis zu Sechsfache der Ummagnetisierungsverluste, aber der Leerlaufstrom fließt nur in der Wicklung 1 und ist sehr klein gegenüber dem Bemessungsstrom dieser Wicklung. Damit bleiben die Wicklungsverluste beim Leerlauf klein gegenüber den Ummagnetisierungsverlusten und sind diesen gegenüber vernachlässigbar. Andererseits unterliegt das magnetische Feld im Transformator zwischen Leerlauf und Betrieb unter Bemessungsbedingungen keinen großen Änderungen. Der Fluss im magnetischen Kreis wird näherungsweise – nämlich wenn man den Einfluss der inneren Spannungsabfälle vernachlässigt – nach wie vor durch die angelegte Spannung diktiert. Dieser Fluss ist aber bei konstanter Frequenz entsprechend (1.2.60) für die Ummagnetisierungsverluste verantwortlich, so dass bei gleicher Spannung auch die gleichen Ummagnetisierungsverluste zu erwarten sind. Aus diesen Überlegungen folgt, dass man als die im Leerlauf bei Bemessungsspannung aufgenommene Wirkleistung P_{1N} in etwa die Ummagnetisierungsverluste P_{vuN} bei Betrieb unter Bemessungsbedingungen

$$\boxed{P_{1N} = (P_{11})_{U=U_N} \approx P_{vuN}} \quad (1.6.1)$$

misst. Damit ist dieser Teil der Gesamtverluste der unmittelbaren Messung zugänglich.

1.6.3

Kurzschlussversuch

Im Kurzschlussversuch wird der Transformator auf einer Seite mit einer variablen Spannung U_1 betrieben. In einem Prüffeld ist dies meist die Oberspannungsseite; in den folgenden Betrachtungen soll die Seite 1 eingespeist werden. Die andere Seite (hier Seite 2) ist kurzgeschlossen. Es liegt also der Betriebszustand vor, der bei der Behandlung der Wirkungsweise im Abschnitt 1.2.2.4f) untersucht wurde. Gemessen werden außer der Spannung U_1 der Strom I_1 und die aufgenommene Wirkleistung P_{1k} . Im Bild 1.6.3 ist das entsprechende Schaltbild für den Fall eines Einphasentransformators dargestellt. Es interessiert i. Allg. nur der Betriebspunkt, bei dem auf der Seite 1 der Bemessungsstrom I_{1N} fließt. Da sich der Transformator im Bereich zwischen einer nennenswerten Belastung und Kurzschluss hinsichtlich der Ströme weitgehend ideal verhält, fließt dann auch auf der Seite 2 der Strom I_{2N} . Um diesen Betriebspunkt einzustellen, wird die Spannung U_1 von null beginnend erhöht, bis $I_1 = I_{1N}$ ist.

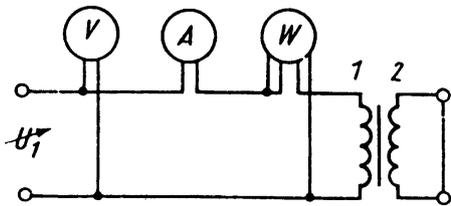


Bild 1.6.3 Schaltbild zum Kurzschlussversuch

Nach den Untersuchungen im Abschnitt 1.2.2.4f) bildet \underline{U}_1 im Kurzschluss des Einphasentransformators gerade die Hypotenuse des Kappschen Dreiecks (s. Bild 1.2.24). Sie wurde deshalb als *Kurzschlussspannung* U_k eingeführt. Unter Einbeziehung auch von Dreiphasentransformatoren muss man allgemein sagen, dass die Kurzschlussspannung als Leiter-Leiter-Spannung ermittelt und angegeben wird, da die Schaltung der Wicklungen bei der Messung gar nicht bekannt sein muss. Unter der Bemessungskurzschlussspannung U_{kN} versteht man dementsprechend allgemein den Wert der Leiter-Leiter-Spannung U_k , der zu dem Leiterstrom $I_1 = I_{1N}$ gehört. Die Komponenten der Leiter-Leiter-Spannung \underline{U}_1 in Bezug auf den Leiterstrom \underline{I}_1 stellen entsprechend Bild 1.2.24 die Katheten \underline{U}_r und \underline{U}_σ des Kappschen Dreiecks dar. Um diese zu bestimmen, muss der Winkel φ_k zwischen \underline{U}_1 und \underline{I}_1 im Kurzschluss bekannt sein. Man erhält ihn aus den Messwerten der Wirkleistung P_{1k} und der Scheinleistung P_{s1k} über

$$\cos \varphi_k = \frac{P_{1k}}{P_{s1k}}. \quad (1.6.2)$$

Damit ergibt sich die Form des Kappschen Dreiecks über die Konstruktion nach Bild 1.6.4 bzw. über

$$\left. \begin{aligned} U_r &= U_k \cos \varphi_k \\ U_\sigma &= U_k \sin \varphi_k \end{aligned} \right\}. \quad (1.6.3)$$

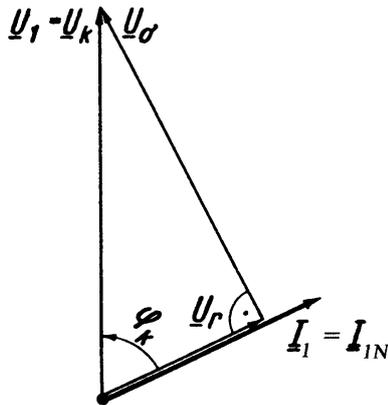


Bild 1.6.4 Ermittlung des Kappschen Dreiecks aus den Messergebnissen des Kurzschlussversuchs (s. Bild 1.2.24)

Sowohl die Bemessungskurzschlussspannung U_{kN} als auch ihre ohmsche Komponente U_{rN} und ihre induktive Komponente $U_{\sigma N}$ werden i. Allg. als relative Werte angegeben, indem man sie auf den Bemessungswert der Leiter-Leiter-Spannung bezieht, also auf U_N . Dementsprechend ist die *relative Kurzschlussspannung* definiert als

$$u_k^* = \frac{U_{kN}}{U_N}. \quad (1.6.4)$$

Analog dazu beträgt der *relative Streuspannungsabfall* (auch relativer induktiver Spannungsabfall genannt)

$$u_\sigma^* = \frac{U_{\sigma N}}{U_N} \quad (1.6.5)$$

und der *relative ohmsche Spannungsabfall*

$$u_r^* = \frac{U_{rN}}{U_N}. \quad (1.6.6)$$

Die relative Kurzschlussspannung ausgeführter Transformatoren liegt zwischen 3% und etwa 20%. Sie wächst mit zunehmender Bemessungsleistung. Dabei geht der Anteil u_r^* mit wachsender Bemessungsleistung gegenüber dem Anteil u_σ^* zurück, so dass für große Transformatoren $u_k^* \approx u_\sigma^*$ ist.

Zwischen Kurzschlussstrom und Spannung herrscht Proportionalität. Damit erhält man als Kurzschlussstrom I_{kN} , der bei Bemessungsspannung U_N auftritt, ausgehend davon, dass bei der Kurzschlussspannung U_{kN} der Bemessungsstrom I_N als Kurzschlussstrom fließt,

$$I_{kN} = I_N \frac{U_N}{U_{kN}}.$$

Der relative Kurzschlussstrom bei Bemessungsspannung beträgt also

$$\frac{I_{kN}}{I_N} = i_{kN}^* = \frac{U_N}{U_{kN}} = \frac{1}{u_k^*}. \quad (1.6.7)$$

Er ist gleich dem Kehrwert der relativen Kurzschlussspannung.

a) Kurzschlussversuch beim Einphasentransformator

Im Zusammenhang mit Netzberechnungen ist es erforderlich, aus den Ergebnissen des Kurzschlussversuchs die Parameter des Ersatzschaltbilds abzuleiten, d. h. vor allem die wirksamen Werte des Gesamtwiderstands und der Gesamtstreureaktanz. Im Fall des Einphasentransformators bereitet dies keine Schwierigkeiten. Man erhält die Gesamtstreureaktanz X_σ unter Beachtung von (1.6.5) unmittelbar als

$$X_\sigma = \frac{U_{\sigma N}}{I_N} = \frac{U_{\sigma N}}{U_N} \cdot \frac{U_N}{I_N} = u_\sigma^* \frac{U_N}{I_N}. \quad (1.6.8)$$

Wenn – wie bei Einphasenanordnungen üblich – als Bezugsimpedanz das Verhältnis U_N/I_N von Spannung zu Strom bei Betrieb unter Bemessungsbedingungen eingeführt wird, erhält man für die bezogene Gesamtstreureaktanz

$$x_\sigma = X_\sigma \frac{I_N}{U_N} = u_\sigma^*. \quad (1.6.9)$$

Die bezogene Gesamtstreureaktanz ist zahlenmäßig gleich dem relativen Streuspannungsabfall. Analog ergibt sich der Gesamtwiderstand unter Beachtung von (1.6.6) zu

$$R = \frac{U_{rN}}{I_N} = \frac{U_{rN}}{U_N} \cdot \frac{U_N}{I_N} = u_r^* \frac{U_N}{I_N} \quad (1.6.10)$$

und sein auf die Bezugsimpedanz bezogener Wert zu

$$r = R \frac{I_N}{U_N} = u_r^*. \quad (1.6.11)$$

Der *bezogene Gesamtwiderstand* ist zahlenmäßig gleich dem relativen ohmschen Spannungsabfall. Aus (1.6.11) folgt weiterhin durch Erweiterung mit I_N

$$u_r^* = r = \frac{RI_N^2}{U_N I_N} = \frac{P_{vwN}}{P_{sN}} = p_{vwN}^*. \quad (1.6.12)$$

Der relative ohmsche Spannungsabfall ist zahlenmäßig gleich den *relativen Wicklungsverlusten* p_{vwN}^* , d.h. dem Verhältnis der Wicklungsverluste zur Scheinleistung bei Betrieb unter Bemessungsbedingungen. Da die relativen Wicklungsverluste mit zunehmender Bemessungsleistung sinken (der Wirkungsgrad steigt), bringt (1.6.12) zum Ausdruck, dass der relative ohmsche Spannungsabfall u_r^* mit zunehmender Transformatorleistung sinkt. Das ist der Grund, weshalb die relative Kurzschlussspannung größerer Transformatoren in zunehmendem Maße allein durch die Streuung bestimmt wird.

b) Kurzschlussversuch beim Dreiphasentransformator

Im Zusammenhang mit der Netzberechnung muss der tatsächlichen Ausführung der Wicklungen von Dreiphasentransformatoren eine solche mit Sternschaltung bei-

der Seiten zugeordnet werden. Dann erhält man Gesamtwiderstände und Gesamtstreureaktanzen, die bei der Netzberechnung unmittelbar mit den Widerständen und Reaktanzen der Leitungen zusammengeführt werden können. Gesamtwiderstände und Gesamtstreureaktanzen, die zwei auf einem Schenkel angeordneten Wicklungssträngen der tatsächlichen Wicklung zugeordnet sind, wären dafür ungeeignet bzw. müssten erst wieder umgerechnet werden. Man erhält die einem Strangpaar der gedachten Wicklung mit Sternschaltung auf beiden Seiten zugeordneten Werte der Gesamtstreureaktanz und des Gesamtwiderstands unter Beachtung von (1.6.5) und (1.6.6) zu

$$X_{\sigma} = \frac{U_{\sigma N}}{\sqrt{3}I_N} = \frac{U_{\sigma N}}{U_N} \cdot \frac{U_N}{\sqrt{3}I_N} = u_{\sigma}^* \frac{U_N}{\sqrt{3}I_N} \quad (1.6.13)$$

und

$$R = \frac{U_{rN}}{\sqrt{3}I_N} = \frac{U_{rN}}{U_N} \cdot \frac{U_N}{\sqrt{3}I_N} = u_r^* \frac{U_N}{\sqrt{3}I_N} \quad (1.6.14)$$

Als Bezugsimpedanz muss jetzt offensichtlich $(U_N/\sqrt{3}I_N)$ eingeführt werden. Dann gilt wie beim Einphasentransformator

$$x_{\sigma} = X_{\sigma} \frac{\sqrt{3}I_N}{U_N} = u_{\sigma}^* \quad (1.6.15)$$

und

$$r = R \frac{\sqrt{3}I_N}{U_N} = u_r^* \quad (1.6.16)$$

Die bezogene Gesamtstreureaktanz ist zahlenmäßig gleich dem relativen Streuspannungsabfall und der bezogene Gesamtwiderstand ist gleich dem relativen ohmschen Spannungsabfall. Durch Erweiterung von (1.6.6) mit $\sqrt{3}I_N$ erhält man wie beim Einphasentransformator

$$u_r^* = r = \frac{3RI_N^2}{\sqrt{3}U_N I_N} = \frac{P_{vN}}{P_{sN}} = p_{vN}^* \quad (1.6.17)$$

Der relative ohmsche Spannungsabfall ist zahlenmäßig gleich den *relativen Wicklungsverlusten*, d. h. dem Verhältnis der Wicklungsverluste zur Scheinleistung bei Betrieb unter Bemessungsbedingungen.

Die im Kurzschlussversuch bei Bemessungsstrom aufgenommene Wirkleistung deckt die sog. *Kurzschlussverluste* P_{vkN} , die sich aus den Wicklungs- und den Ummagnetisierungsverlusten des Transformators im Kurzschluss sowie gewissen zusätzlichen Verlusten zusammensetzen, die von den Streufeldern in äußeren Konstruktionsteilen hervorgerufen werden. Erstere entsprechen für den eingestellten Betriebspunkt mit $I_1 = I_{1N}$ und $I_2 = I_{2N}$ den Wicklungsverlusten, die auch im Betrieb unter Bemessungsbedingungen auftreten. Die Ummagnetisierungsverluste im Kurzschluss sind gegenüber den Wicklungsverlusten vernachlässigbar. Selbst wenn überall im magnetischen Kreis ein Fluss existierte, der der Kurzschlussspannung proportional ist, würden die Ummagnetisierungsverluste nur einen Bruchteil ihres Werts bei Betrieb unter

Bemessungsbedingungen betragen, da sie entsprechend Abschnitt 1.2.2.5b) [(1.2.55) und (1.2.59)] etwa quadratisch vom Fluss abhängen. Eine zusätzliche Verkleinerung erfahren die Ummagnetisierungsverluste dadurch, dass im Kurzschluss entsprechend Bild 1.2.25 nur ein Teil des magnetischen Kreises mit dem der Kurzschlussspannung entsprechenden Fluss belastet ist.

Aus diesen Überlegungen folgt, dass man als die im Kurzschluss bei Bemessungsstrom aufgenommene Wirkleistung P_{kN} in etwa die Wicklungsverluste P_{vwN} bei Betrieb unter Bemessungsbedingungen

$$P_{kN} = (P_{1k})_{I=I_N} \approx P_{vwN} \quad (1.6.18)$$

misst. Damit ist der zweite Anteil der Gesamtverluste des Transformators der unmittelbaren Messung zugänglich gemacht.

1.7

Erwärmung und Kühlung

1.7.1

Wärmequellen

Die im Abschnitt 1.5.1 nochmals zusammenfassend betrachteten Verluste bilden jenen Teil der vom Transformator aufgenommenen Wirkleistung, der bei dem vorliegenden Energieumformungsprozess in Wärme umgewandelt wird. Unter dem Blickwinkel thermischer Untersuchungen bilden die Ummagnetisierungsverluste Wärmequellen innerhalb des Körpers, der den magnetischen Kreis darstellt, während die Wicklungsverluste als Wärmequellen innerhalb des Wicklungsvolumens in Erscheinung treten. Die Wärmequellen sind in beiden Gebieten stetig verteilt. Ihre Intensität muss also durch Angabe einer *Wärmequellendichte* beschrieben werden, die gleich der Verlustdichte an der betrachteten Stelle ist.

Die *Verlustdichte*¹⁶⁾ $\bar{v}_u = dP_{vu}/dV$ der Ummagnetisierungsverluste ist bei sinusförmiger Ummagnetisierung mit konstanter Frequenz etwa dem Quadrat der Induktionsamplitude \hat{B} proportional, die an der betrachteten Stelle herrscht. Das folgt aus einer Anwendung von (1.2.54) und (1.2.59) auf ein Volumenelement dV des magnetischen Kreises. Es ist also

$$\bar{v}_u = \frac{dP_{vu}}{dV} = \rho \frac{dP_{vu}}{dm} = \rho v_u = \rho v_{u1,5} \left(\frac{\hat{B}}{1,5T} \right)^2, \quad (1.7.1)$$

wobei mit Hilfe der Dichte ρ die *spezifischen Verluste* $v_u = \bar{v}_u/\rho$ eingeführt wurden, d.h. die auf die Masse bezogenen Verluste. Ihr Wert bei einer bestimmten Induktionsam-

¹⁶⁾ Entsprechend üblicher Gepflogenheit werden auf die Masse bezogene Verluste mit v bezeichnet und zur Unterscheidung davon auf das Volumen bezogene Verluste hier mit \bar{v} .

plitude und Frequenz wird vom Hersteller des Transformatorenblechs angegeben. Für eine Induktionsamplitude von $\hat{B} = 1,5 \text{ T}$ und eine Frequenz von $f = 50 \text{ Hz}$ gibt man die spezifischen Verluste als $v_{u1,5}$ an. Da die magnetischen Kreise von Transformatoren i. Allg. so ausgeführt werden, dass überall etwa die gleiche Induktion \hat{B} herrscht, ist auch die Verlustdichte und damit die Wärmequellendichte innerhalb des Körpers, den der magnetische Kreis darstellt, etwa konstant. Die gesamten Ummagnetisierungsverluste lassen sich dann ausdrücken als

$$P_{vu} = \bar{v}_u \mathcal{V}_M \quad \text{bzw.} \quad P_{vu} = v_u m_M, \quad (1.7.2)$$

wobei \mathcal{V}_M das Gesamtvolumen und m_M die Gesamtmasse des magnetischen Kreises darstellen.

Die Verlustdichte $\bar{v}_w = dP_{vw}/d\mathcal{V}$ der Wicklungsverluste lässt sich leicht aus der Betrachtung eines Volumenelements der Wicklung nach Bild 1.7.1 bestimmen. Wenn über dem Querschnitt dA des betrachteten Volumenelements der Länge dl eine Stromdichte mit dem Effektivwert S herrscht, erhält man für die Verluste dP_{vw} bezogen auf das Volumen $d\mathcal{V} = dA \, dl$ als Verlustdichte

$$\bar{v}_w = \frac{dP_{vw}}{d\mathcal{V}} = \frac{1}{dA \, dl} (S \, dA)^2 \frac{dl}{\kappa \, dA} = \frac{S^2}{\kappa}. \quad (1.7.3)$$

Da die Wicklungen so ausgeführt werden, dass überall etwa die gleiche Stromdichte herrscht, ist die Verlustdichte und damit die Wärmequellendichte im Wicklungsvolumen etwa konstant. Die gesamten Wicklungsverluste können dann als

$$P_{vw} = \bar{v}_w \mathcal{V}_w \quad (1.7.4)$$

angegeben werden, wobei \mathcal{V}_w das gesamte Wicklungsvolumen des Transformators darstellt.

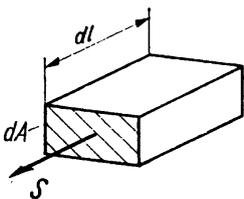


Bild 1.7.1 Volumenelement der Wicklung zur Ermittlung der Verlustdichte

1.7.2

Mechanismus des Erwärmungsvorgangs und der stationären Wärmeströmung

a) Differentialgleichung des Erwärmungsvorgangs

Den weiteren Untersuchungen über die thermischen Vorgänge im Transformator sollen zunächst einige allgemeine Überlegungen zum Erwärmungsvorgang vorangestellt werden. Dazu wird ein homogener Körper der Masse m betrachtet, dessen

Wärmeleitfähigkeit λ so groß sein soll, dass die Temperatur überall im Körper stets den gleichen Wert hat ($\lambda \rightarrow \infty$). Im Inneren des Körpers sollen Wärmequellen existieren, die ihm von einem betrachteten Zeitpunkt $t = 0$ an die Verluste $P_v = \bar{v}\mathcal{V}$ als Quellstärke zuführen. In diesem Zeitpunkt $t = 0$ ist die Temperatur T_k des Körpers noch gleich der Temperatur T_u des umgebenden Mediums. Die *Übertemperatur* $\vartheta = T_k - T_u$ des Körpers gegenüber seiner Umgebung ist null. Es wird keine Wärme an die Umgebung abgegeben. Bei der in diesem Zeitpunkt stattfindenden *adiabatischen Erwärmung* dient die zugeführte Leistung P_v nur zur Erhöhung der gespeicherten Wärmeenergie, indem die Temperatur des Körpers und damit bei konstanter Umgebungstemperatur die Übertemperatur ansteigt. Es gilt also im ersten Augenblick

$$mc d\vartheta = P_v dt = \bar{v}\mathcal{V} dt = \bar{v} \frac{m}{\rho} dt = vm dt$$

und daraus

$$\left(\frac{d\vartheta}{dt} \right)_{t=0} = \frac{P_v}{mc} = \frac{\bar{v}}{\rho c} = \frac{v}{c}, \quad (1.7.5)$$

wobei c die spezifische Wärmekapazität ist. Der Anfangsverlauf der Temperatur bzw. der Übertemperatur wird bei gegebenen Verlusten nur durch die Wärmekapazität mc des untersuchten Körpers bestimmt.

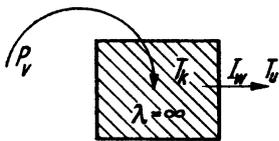


Bild 1.7.2 Schematische Darstellung des Einkörperproblems der Erwärmung

Sobald die Übertemperatur ϑ des betrachteten Körpers endliche Werte angenommen hat, fließt eine gewisse Leistung als Wärmestrom I_w aus dem Körper in das umgebende Medium. Die Verhältnisse werden im Bild 1.7.2 veranschaulicht. Für die weitere Temperaturerhöhung ist jetzt die Differenz $(P_v - I_w)$ zwischen der zugeführten und der abgegebenen Leistung maßgebend, so dass für einen beliebigen Zeitpunkt

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{P_v - I_w}{mc} \quad (1.7.6)$$

gilt. Da der Wärmestrom I_w mit der Übertemperatur ϑ wächst, hört der Temperaturanstieg entsprechend (1.7.6) schließlich auf, wenn $I_w = P_v$ geworden ist. Dann fließt die gesamte Wärmeleistung, die im Inneren des Körpers entsteht, über seine Oberfläche ab. Die Übertemperatur des Körpers bleibt nunmehr zeitlich konstant, sie hat ihren Beharrungswert, die *Endübertemperatur* ϑ_0 , erreicht. Dieser Zustand wird als *stationäre Wärmeströmung* bezeichnet. Wenn von Proportionalität zwischen dem Wärmestrom I_w und der Temperaturdifferenz $\vartheta = T_k - T_u$ zwischen dem Körper und der Umgebung ausgegangen und als Proportionalitätsfaktor ein *Wärmeleitwert* Λ_w eingeführt wird, dessen Größe von der Geometrie, den Materialeigenschaften und

der Art des Wärmeübergangs abhängt, gilt

$$I_w = \Lambda_w \vartheta = \Lambda_w (T_k - T_u), \quad (1.7.7)$$

und mit $I_w = P_v$ folgt für die Endübertemperatur

$$\vartheta_0 = \frac{P_v}{\Lambda_w}. \quad (1.7.8)$$

Die Endübertemperatur, die der Körper schließlich annimmt, ist bei gegebener Quellstärke der Verlustleistung um so kleiner, je größer der Wärmeleitwert Λ_w bzw. je kleiner der Wärmewiderstand $R_w = 1/\Lambda_w$ zwischen dem Körper und dem umgebenden Medium ist. Aus (1.7.6), (1.7.7) und (1.7.8) erhält man als Differentialgleichung des Erwärmungsvorgangs für das behandelte Einkörperproblem

$$\frac{d\vartheta}{dt} + \frac{\Lambda_w}{mc} \vartheta = \frac{P_v}{mc} = \frac{\Lambda_w}{mc} \vartheta_0. \quad (1.7.9)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten kann als bekannt vorausgesetzt werden. Sie liefert unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen $(\vartheta)_{t=0} = 0$

$$\vartheta = \vartheta_0 (1 - e^{-t/\tau}), \quad (1.7.10)$$

wobei

$$\tau = \frac{mc}{\Lambda_w} \quad (1.7.11)$$

die Zeitkonstante des Erwärmungsvorgangs ist. Aus (1.7.10) folgt mit (1.7.11) in Übereinstimmung mit (1.7.5)

$$\left(\frac{d\vartheta}{dt} \right)_{t=0} = \frac{\vartheta_0}{\tau} = \frac{P_v}{mc}. \quad (1.7.12)$$

Der Verlauf $\vartheta = f(t)$ für das behandelte Einkörperproblem ist im Bild 1.7.3 unter Angabe der charakteristischen Bereiche dargestellt.

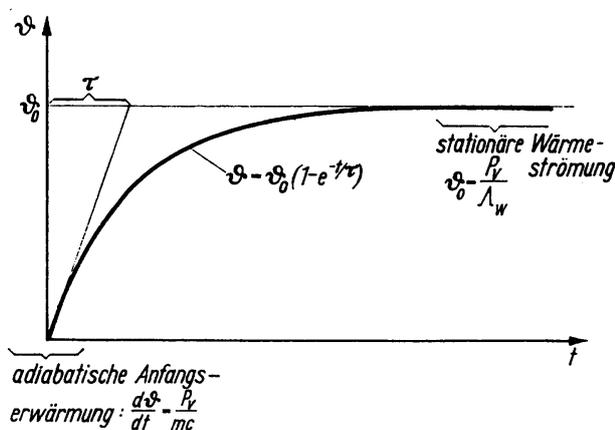


Bild 1.7.3 Verlauf der Übertemperatur ϑ als Funktion der Zeit für das Einkörperproblem, wobei dem Körper vom Zeitpunkt $t = 0$ an eine konstante Wärmeleistung P_v zugeführt wird

Nach hinreichend langer Zeit und bei konstanten Wärmequellendichten hat sich die stationäre Wärmeströmung in einem beliebigen System auch dann eingestellt, wenn es sich nicht mehr um ein Einkörperproblem handelt. Sie ist allgemein dadurch gekennzeichnet, dass die Temperatur überall im betrachteten System zeitlich konstant ist und damit keine weitere Speicherung von Wärmeenergie mehr stattfindet. Durch eine geschlossene Oberfläche innerhalb des Systems muss also im stationären Zustand ein Wärmestrom fließen, der gleich der Gesamtquellstärke der eingeschlossenen Wärmequellen ist. Insbesondere ist der gesamte Wärmestrom, der in ein quellenfreies Volumen eintritt, null.

b) Entwicklung des Wärmequellennetzes

Wenn einerseits die Wärmeleitfähigkeiten und Wärmeübergangszahlen als temperaturunabhängig angesehen werden können und andererseits die Verteilungsfunktion der Wärmequellendichte in einem Abschnitt unabhängig von der Größe der gesamten Quellstärke der Verlustleistung dieses Abschnitts ist, herrscht im Zustand der stationären Wärmeströmung Proportionalität zwischen der als Übertemperatur gegenüber der konstanten Kühlmitteltemperatur gemessenen Temperatur an einer beliebigen Stelle und den einzelnen Quellstärken der Verlustleistungen entsprechend

$$\vartheta_\nu = R_{\nu 1} P_{v1} + R_{\nu 2} P_{v2} + \dots + R_{\nu n} P_{vn}. \quad (1.7.13)$$

$R_{\nu i}$ ist dabei derjenige Proportionalitätsfaktor, der den Einfluss der Verlustleistung im Abschnitt i auf die Übertemperatur im Punkt ν angibt. Das Gleiche gilt dann für die mittlere Temperatur eines Abschnitts, z. B. einer Wicklung. Wenn man in jedem der n Abschnitte, der eine bestimmte Quellstärke der Verlustleistung besitzt, eine Temperatur angibt, folgt aus der Proportionalität zwischen diesen Temperaturen und den Quellstärken der Verlustleistungen durch Auflösen nach den Leistungen eine Darstellung der Verlustleistungen als lineare Funktion der Übertemperaturen bzw. durch entsprechendes Umstellen als lineare Funktion der Temperaturdifferenzen zum Kühlmittel und zu allen anderen Abschnitten. Für die Anordnung mit zwei Quellgebieten nach Bild 1.7.4a erhält man z. B.

$$\left. \begin{aligned} P_{v1} &= \Lambda_{w10} \vartheta_1 + \Lambda_{w12} (\vartheta_1 - \vartheta_2) \\ P_{v2} &= \Lambda_{w21} (\vartheta_2 - \vartheta_1) + \Lambda_{w20} \vartheta_2 \end{aligned} \right\}. \quad (1.7.14)$$

Dabei erscheinen zwischen den Übertemperaturen und den Verlustleistungen Wärmeleitwerte Λ_w als Proportionalitätsfaktoren, die zunächst nur aus (1.7.14) heraus definiert sind.

Der Gleichung (1.7.14) lässt sich unter der Voraussetzung $\Lambda_{w21} = \Lambda_{w12}$ ein Netzwerk bestehend aus Wärmeleitwerten und Quellen bzw. Senken von Verlustleistungen zuordnen, das als *Wärmequellennetz* bezeichnet wird. Im Bild 1.7.4b ist das zur Anordnung nach Bild 1.7.4a gehörende Wärmequellennetz dargestellt.

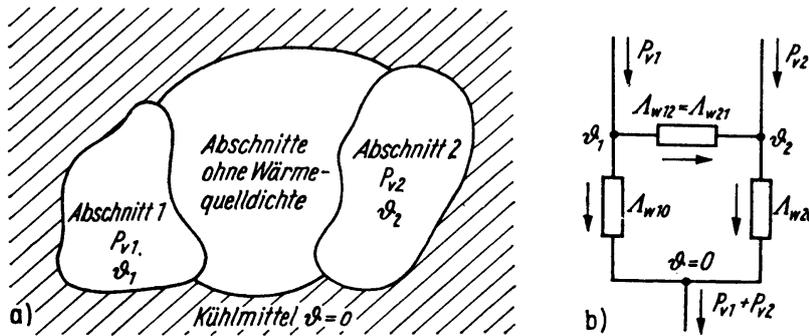


Bild 1.7.4 Zur Entstehung des Wärmequellennetzes.

- a) Ausgangsanordnung mit zwei Quellgebieten;
 b) zugeordnetes Wärmequellennetz

Die Problematik des Wärmequellennetzes liegt darin begründet, dass es erst dann praktisch nutzbar ist, wenn die einzelnen Wärmeleitwerte bekannt sind. Um ihre Berechnung zu ermöglichen, werden i. Allg. sehr einschneidende Vereinfachungen vorgenommen. Dazu gehört vielfach, dass man die Wärmeleitfähigkeit der Quellgebiete als unendlich annimmt. Diese ist jedoch oft durchaus nicht so hinreichend groß, dass keine nennenswerten Temperaturunterschiede innerhalb dieser Gebiete auftreten. Das liegt einerseits an der endlichen Wärmeleitfähigkeit der Metalle und andererseits an den eingelagerten Isolierstoffen in Form von Blech- und Leiterisolierungen. Weiterhin wird versucht, das den einzelnen Wärmeleitwerten zuordenbare Feld als homogen anzusehen, so dass einfachste Beziehungen für die Wärmeleitungs- und Wärmeübergangsvorgänge angesetzt werden können. Ein derartiges Vorgehen ist aber erst dann gerechtfertigt, wenn die Gebiete hinreichend klein sind bzw. ihre Zahl hinreichend groß ist. In diesem Fall bildet das Wärmequellennetz schließlich das diskretisierte Feld ab. Im umgekehrten Fall einer relativ kleinen Anzahl von Verlustgebieten ist mit großen Fehlern zu rechnen.

In einer Reihe von Fällen wird die Wärmeabgabe aus einem Körper in erster Linie allein durch den Wärmeübergang an seiner Oberfläche A zum umgebenden Medium bestimmt. In diesem Fall erhält man für die Endübertemperatur nach (1.7.8) durch Einführen von $\Lambda_w = \alpha A$ sowie einer Verlustdichte $\bar{v} = P_v/\mathcal{V}$

$$\vartheta_0 = \frac{P_v}{\alpha A} = \frac{\bar{v} \mathcal{V}}{\alpha A}, \quad (1.7.15)$$

wobei α die von den Strömungsverhältnissen des Kühlmittels an der Oberfläche abhängige *Wärmeübergangszahl* ist. Wenn ein Körper, für dessen Erwärmung nur die Konvektion an der Oberfläche verantwortlich ist, bei konstanter Verlustdichte im Inneren und konstanter Wärmeübergangszahl an der Oberfläche geometrisch ähnlich vergrößert wird, wächst die Übertemperatur gegenüber dem umgebenden Medium proportional mit der Längenausdehnung l , denn es ist $\mathcal{V} \sim l^3$ und $A \sim l^2$. Um andererseits die Übertemperatur bei wachsendem Volumen konstant zu halten, muss die Oberfläche des Körpers durch entsprechende Änderung seiner Formgebung vergrößert

oder durch andere Maßnahmen α erhöht werden. Ersteres gelingt dadurch, dass Kühlkanäle, Kühlrippen u.ä. vorgesehen werden. Letzteres erreicht man durch Erhöhen der Strömungsgeschwindigkeit des kühlenden Mediums bzw. durch den Übergang zu anderen Kühlmedien.

1.7.3

Wärmeströmung innerhalb der aktiven Bauteile

Die *Ummagnetisierungsverluste* fließen als Wärmestrom an die Oberfläche des Blechpakets und werden von dort durch das Kühlmedium abgeführt. Aufgrund der guten Wärmeleitfähigkeit des Transformatorblechs wird die Temperatur im Innern des magnetischen Kreises nur unwesentlich größer sein als an der Oberfläche. Es gilt also weitgehend (1.7.15).

Dabei ist allerdings zu erwarten, dass die Wärme bevorzugt in Richtung der Schichtebene aus dem magnetischen Kreis fließt, da die Blechisolierung eine geringere Wärmeleitfähigkeit besitzt als das Blech selbst. Um die Übertemperatur nach (1.7.15) bei großen Transformatoren mit entsprechend großem Volumen des magnetischen Kreises auf vertretbaren Werten zu halten, muss man – abgesehen von Maßnahmen zur Erhöhung der Wärmeübergangszahl – die Oberfläche des magnetischen Kreises künstlich vergrößern. Das geschieht dadurch, dass im Querschnitt der Schenkel und Joche Kühlkanäle vorgesehen werden, die sowohl parallel als auch senkrecht zur Blechebene liegen können. Wegen der besseren Wärmeleitfähigkeit in Richtung der Blechebene sind Kühlkanäle senkrecht zur Schichtung wirksamer. Bild 1.7.5 zeigt die Vergrößerung der Oberfläche eines Schenkels durch das Einführen von Kühlkanälen. Dabei wurde von einer Querschnittsform ausgegangen, wie sie bei größeren Transformatoren zur besseren Anpassung an den kreisförmigen Querschnitt der Wicklungszyylinder stets verwendet wird (s. Abschnitt 1.8.2.1).

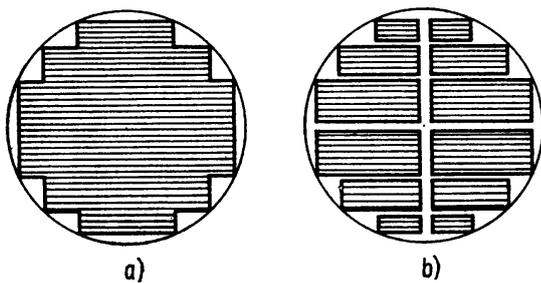


Bild 1.7.5 Querschnitt eines abgestuften Schenkels:
 a) ohne Kühlkanäle zur Vergrößerung der Oberfläche; b) mit Kühlkanälen zur Vergrößerung der Oberfläche.
 — Spur der für den Wärmeübergang maßgebenden Oberfläche

Die *Wicklungsverluste* fließen als Wärmestrom an die Oberfläche der Wicklungszyylinder und werden von dort durch das Kühlmittel abgeführt. Dabei muss dieser Wärmestrom zunächst den Wärmewiderstand überwinden, den die Wicklungsisolierung darstellt. Im Bild 1.7.6a wird dieser Sachverhalt für den besonders einfachen Fall demonstriert, dass die Wicklung aus nur einer Lage nebeneinanderliegender Windungen besteht. Bild 1.7.6b zeigt das zugehörige Wärmequellennetz, wobei

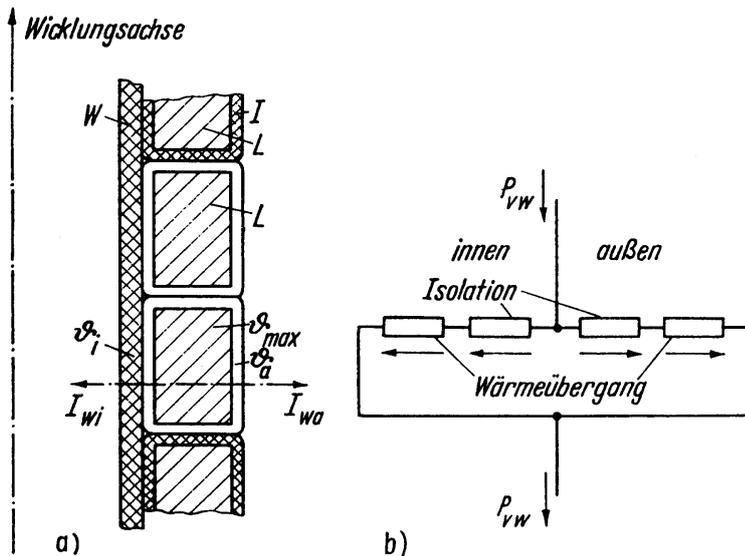


Bild 1.7.6 Wärmeströmung innerhalb des Wicklungszyinders.

a) Originalanordnung:

L Leiter, I Leiterisolierung, W Isolierzylinder, ϑ_a Oberflächentemperatur außen, ϑ_i Oberflächentemperatur innen, I_{wa} Wärmestrom außen, I_{wi} Wärmestrom innen;

b) zugehöriges Wärmequellennetz

die Wärmewiderstände für die Wärmeleitung durch die Isolierung und für den Wärmeübergang getrennt dargestellt sind. Zu der Übertemperatur der Wicklungsfläche gegenüber dem Kühlmittel nach (1.7.15) tritt also eine weitere Temperaturdifferenz zwischen dem heißesten Punkt in der Wicklung und der Oberfläche. Im Inneren der Wicklung kann deshalb eine beträchtlich höhere Temperatur existieren als an der Oberfläche. Das ist besonders dann zu erwarten, wenn viele Windungen mit der dazugehörigen Leiterisolierung übereinanderliegen. Um die Wicklungsübertemperatur auf zulässigen Werten zu halten, wird der Wicklungszyylinder bei größeren Transformatoren – abgesehen von Maßnahmen zur Vergrößerung der Wärmeübergangszahl – mit radialen und axialen Kühlkanälen versehen. Dadurch erhält man eine größere Oberfläche und außerdem eine Verkleinerung des Wärmewiderstands zwischen der Oberfläche und dem Inneren der Wicklung. Bild 1.7.7 zeigt das Einführen von Kühlkanälen in den Wicklungszyylinder und die damit verbundene Oberflächenvergrößerung.

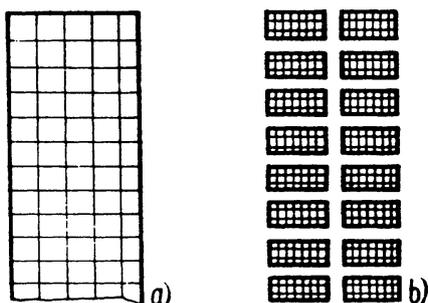


Bild 1.7.7 Querschnitt durch einen Wicklungszyylinder:

a) ohne axiale und radiale Kühlkanäle;

b) mit axialen und radialen Kühlkanälen.

– Spur der für den Wärmeübergang maßgebenden Oberfläche

1.7.4

Kühlungsarten

Die Kühlungsarten von Transformatoren unterscheiden sich hinsichtlich der Art des Kühlmittels und der Art der Kühlmittelbewegung, und zwar einerseits für die Wärmeabfuhr von den Oberflächen des magnetischen Kreises und der Wicklungen und andererseits für die äußere Kühlung, d.h. die Rückkühlung des inneren Kühlmittels, wenn zwei Kühlkreisläufe vorgesehen sind wie beim Öltransformator (s. Seite 182). Die Kennzeichnung der Kühlungsarten ist festgelegt in

IEC 60076-2 (DIN EN 60076-2).

Die wichtigsten Kühlmittelarten und ihre Kennbuchstaben sind

Mineralöl	(O)
Wasser	(W)
Luft	(A)

Bezüglich der Kühlmittelbewegung ist zu unterscheiden zwischen

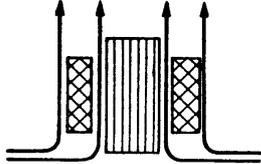
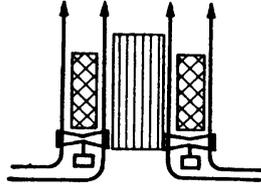
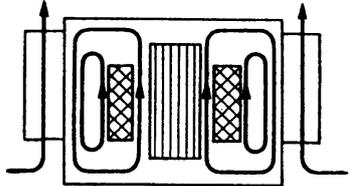
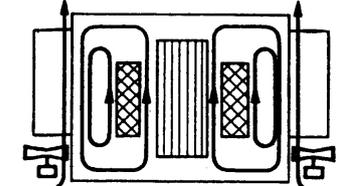
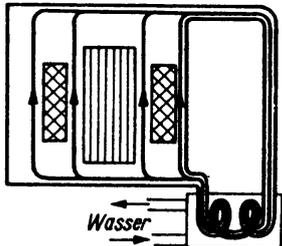
natürlicher Bewegung	(N)
erzwungener Bewegung	(F)

Im einfachsten Fall dient als Kühlmittel unmittelbar die Umgebungsluft. Luft ist ganz allgemein das einfachste und naheliegendste Kühlmittel. Sie steht überall in ausreichender Menge zur Verfügung und transportiert die abzuführende Wärme durch Vermischen mit den Luftmassen der näheren und weiteren Umgebung ohne weitere Hilfsmittel auf das Temperaturniveau des Luftpkörpers. Luftgekühlte Transformatoren bezeichnet man als *Trockentransformatoren*, da sie keine Flüssigkeit zur Kühlung verwenden. Sie werden vorzugsweise als *Gießharztransformatoren* ausgeführt. Bei natürlicher Bewegung der Luft über die Oberflächen des magnetischen Kreises und der Wicklungen durch den Auftrieb der erwärmten Luft (Kühlungsart AN)¹⁷⁾ werden nur kleine Luftgeschwindigkeiten und damit niedrige Werte der Wärmeübergangszahl α erreicht. Infolgedessen tritt eine stärkere Erwärmung des Kühlmittels und außerdem eine große Temperaturdifferenz zwischen dem Kühlmittel und der Wicklung bzw. dem magnetischen Kreis auf. Bei Dreiphasentransformatoren für Leistungen über 400 kVA können deshalb mit dieser Kühlungsart die zulässigen Werte der Wicklungsübertemperatur nicht eingehalten werden. Eine intensivere Kühlwirkung lässt sich erreichen, wenn die Luftgeschwindigkeit mit Hilfe von Ventilatoren künstlich erhöht, d.h. eine erzwungene Kühlmittelbewegung realisiert wird (Kühlungsart AF)¹⁸⁾. Die Kühlungsarten von Trockentransformatoren erscheinen in der schematischen Darstellung der Kühlungsarten nach Tabelle 1.7.1 in der ersten und zweiten Zeile.

17) Die Abürzung steht für *Air Natural*.

18) Die Abkürzung steht für *Air Forced*.

Tabelle 1.7.1 Kühlungsarten von Transformatoren

Prinzipielle Ausführungsform	Kühlungsart ^{a)}	Leistungsbereich	Schematische Darstellung
Trockentransformatoren	AN	bis 400 kVA	
	AF	bis 1 MVA	
Öltransformatoren	ONAN	50 kVA bis 40 MVA	
	ONAF	20 kVA bis 100 MVA	
	OFWF	über 20 MVA	

^{a)} nach IEC 60076-2 bzw. DIN EN 60076-2

Eine Vorstellung von der benötigten Kühlmittelmenge im Fall von erzwungener Kühlmittelbewegung (AF oder OF) lässt sich gewinnen, wenn man annimmt, dass die gesamte durch den Transformator geleitete Kühlmittelmenge die gleiche Temperaturzunahme erfährt, und andererseits berücksichtigt, dass diese Kühlmittelmenge die gesamte Verlustleistung P_v aus dem Transformator transportieren muss. Wenn innerhalb der Zeit dt das Volumen dV des Kühlmittels ausgetauscht wird, das sich während des Aufenthalts in den Kühlkanälen des Transformators um $\Delta\vartheta$ erwärmt hat, erhält man aus dem Gleichgewicht zwischen abgeführter Wärmemenge $\rho dV c \Delta\vartheta$ und zugeführter Wärmemenge $P_v dt$ eine grobe Abschätzung der erforderlichen Kühlmittelmenge aus

$$\dot{V} = \frac{dV}{dt} = \frac{1}{\rho c} \frac{P_v}{\Delta\vartheta}. \quad (1.7.16)$$

Daraus folgt durch Einführen der Werte $\rho = 1,13 \text{ kg/m}^3$ und $c = 1007 \text{ Ws/kgK}$ für Luft bei etwa 30°C als zugeschnittene Größengleichung

$$\left(\dot{v} / \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right) = 0,88 \left(\frac{P_v/\text{kW}}{\Delta\vartheta/\text{K}} \right). \quad (1.7.17)$$

Transformatoren mit Leistungen über 100 kVA werden fast ausschließlich als *Öltransformatoren* ausgeführt. Dabei befindet sich der aktive Teil des Transformators bestehend aus dem magnetischen Kreis und den Wicklungen in einem Gefäß unter Öl. Das Öl übernimmt dabei

1. zusammen mit dem Isolierpapier die Isolierung innerhalb der Wicklungen sowie der Wicklungen gegenüber dem Blechpaket und
2. den Abtransport der Wärme von den Oberflächen des Blechpakets und der Wicklungen.

Hinsichtlich der zweiten Aufgabe hat Öl wesentlich bessere Eigenschaften als Luft, die sich dahingehend auswirken, dass wesentlich geringere Kühlmittelmengen benötigt werden. Allerdings ist zu beachten, dass die Öltemperatur im Kessel nicht konstant ist, sondern von unten nach oben ansteigt. Man erhält aus (1.7.16) mit den Werten $\rho = 0,87 \text{ g/cm}^3$ und $c = 1840 \text{ Ws/kgK}$ für Transformatorenöl

$$\left(\dot{v} / \frac{\text{dm}^3}{\text{s}} \right) = 0,625 \left(\frac{P_v/\text{kW}}{\Delta\vartheta/\text{K}} \right). \quad (1.7.18)$$

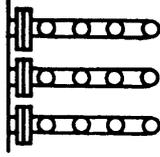
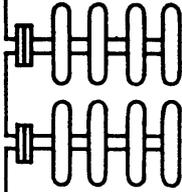
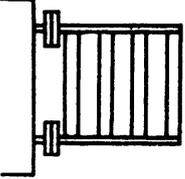
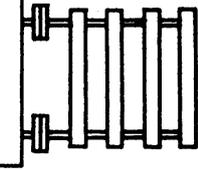
Außerdem ergeben sich trotz der wesentlich kleineren Kühlmittelgeschwindigkeiten größere Wärmeübergangszahlen. Das Abführen der Verluste aus den aktiven Bauteilen bereitet deshalb geringere Schwierigkeiten als bei Luftkühlung. Es ist allerdings erforderlich, dem Öl die aufgenommene Wärme in entsprechenden Kühlelementen wieder zu entziehen, da sonst ein ständiges Aufheizen des gesamten Ölvolumens stattfinden würde. Über die Kühlelemente wird die Verlustleistung des Transformators schließlich je nach Art des äußeren Kühlmittels den Luft- oder Wassermassen der näheren und weiteren Umgebung zugeleitet und damit auf deren Temperaturniveau gebracht.

Die Bezeichnung eines Öltransformators hinsichtlich seiner Kühlungsart erfolgt durch vier Buchstaben zur Kennzeichnung der Kühlmittelart und der Kühlmittelbewegung entsprechend

$$\left(\begin{array}{c} \text{Kühlmittel} \\ \text{der inneren} \\ \text{Kühlung} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Kühlmittel-} \\ \text{bewegung der} \\ \text{inneren Kühlung} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Kühlmittel} \\ \text{der äußeren} \\ \text{Kühlung} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Kühlmittel-} \\ \text{bewegung der} \\ \text{äußeren Kühlung} \end{array} \right).$$

Bei kleinen und mittleren Öltransformatoren ist das äußere Kühlmittel Luft. Zur Verbesserung des Wärmeübergangs vom Gefäß an die Kühlluft wird die Oberfläche

Tabelle 1.7.2 Ausführungsformen luftgekühlter Gefäße

Ausführungsform	Glattblechkessel	Kühlrippen	Rohrharfen	Radiatoren
Ausschnitt der Kesselwand als Draufsicht				
Seitenansicht des Kessels				

des Gefäßes durch Ausführung als Rippenkessel oder durch das Anbringen von Kühlelementen in Form von Rohrharfen oder Radiatoren vergrößert. In Tabelle 1.7.2 sind die verschiedenen Ausführungen von luftgekühlten Gefäßen schematisch dargestellt. Bei der Kühlungsart ONAN arbeitet man sowohl im inneren als auch im äußeren Kühlkreislauf mit der natürlichen Bewegung des Kühlmittels durch den Auftrieb. Wenn zur Vergrößerung der Strömungsgeschwindigkeit der äußeren Kühlluft Ventilatoren vorgesehen werden, erhält man die Kühlungsart ONAF. Größere Transformatoren werden auch mit erzwungenem Ölumlau ausgeführt, um die Strömungsgeschwindigkeit des Öls im Gebiet der zu kühlenden Oberflächen zu vergrößern (Kühlungsart OFAF).

Bei sehr großen Transformatoren führt die Rückkühlung des Öls mit Luft auf sehr große Kühlelemente. Deshalb geht man dann oft zur *Wasserkühlung* über. Der Kühler wird meist an den Transformator angebaut, so dass am Aufstellungsort lediglich die Leitungen für den Zu- und Abfluss des Kühlwassers angebracht werden müssen. Um diese Kühler klein halten zu können, wird dann stets mit erzwungenem Ölumlau gearbeitet. Man erhält Transformatoren der Kühlungsart OFWF.

Eine Zusammenstellung der Kühlungsarten von Transformatoren und deren schematische Darstellung gibt Tabelle 1.7.1.

1.7.5

Übertemperatur der Wicklung und Wärmeklassen des Isoliersystems

Der Gesichtspunkt für die zulässige Erwärmung eines Transformators ist das Einhalten der für ein gegebenes Isoliersystem zulässigen Temperatur. Die Lebensdauer eines Isoliersystems, das vorwiegend aus organischen Stoffen besteht, wird ganz entscheidend von der Temperatur beeinflusst. Aus der Temperaturabhängigkeit der Geschwindigkeit chemischer Reaktionen folgt, dass sich die thermische Lebensdauer

bei Temperaturerhöhung um 8 bis 10 K auf jeweils die Hälfte verringert.¹⁹⁾ Dementsprechend werden Isoliersysteme in *Wärmeklassen* eingeteilt, denen bestimmte höchstzulässige Dauertemperaturen zugeordnet sind. Der Nachweis, dass ein vorliegendes Isoliersystem einer bestimmten Wärmeklasse genügt, kann durch vergleichende Untersuchungen in Form beschleunigter Alterungstests erbracht werden. Die in der Vergangenheit vorgenommene Zuordnung der Stoffe zu den einzelnen Wärmeklassen ist nicht mehr bindend, da das Zusammenwirken verwendeter Stoffe die Wärmebeständigkeit des Systems im positiven, aber auch im negativen Sinne beeinflussen kann.

Die zulässige Übertemperatur der Wicklungen gegenüber dem Kühlmittel hängt außer von der Wärmeklasse des eingesetzten Isoliersystems von der Kühlmitteltemperatur ab. Bei Luftkühlung wird dafür, wenn nichts anderes vereinbart ist, der ungünstige Wert von 40°C in Rechnung gesetzt. Wenn weiterhin eine Abweichung von einigen K zwischen der Temperatur an der heißesten Stelle und der mittleren Wicklungstemperatur Berücksichtigung findet, erhält man die in Tabelle 1.7.3 angeführten zulässigen Wicklungsübertemperaturen (*Grenzübertemperaturen*). Gleichzeitig ist in Tabelle 1.7.3 die zulässige Öltemperatur angegeben. Sie ist mit Rücksicht auf die Alterungsbeständigkeit des Öls festgelegt. Die Bezugnahme auf die mittlere Übertemperatur der Wicklungen erfolgt deshalb, weil diese über die Änderung des

Tabelle 1.7.3 Zulässige Wicklungsübertemperaturen (Grenzübertemperaturen) von Trockentransformatoren nach IEC 60726 (DIN EN 60726) und von Öltransformatoren nach IEC 60076-2 (DIN EN 60076-2 bzw. VDE 0532 T.2)

		Wärmeklasse				
		A	E	B	F	H
Trockentransformatoren	Wicklungen (mittlere Übertemperatur in K)	60	75	80	100	125
Öltransformatoren	Wicklungen (mittlere Übertemperatur in K)	65	Normalfall			
		70	bei erzwungenem und gerichtetem Ölumlaufl			
	Öl in der obersten Schicht (Temperatur in °C)	60 55	Normalfall (mit Konservator) ohne Konservator und ohne luftdichten Abschluss			
	Eisenkern und andere Teile	Die Übertemperatur darf benachbarte Bauteile einschließlich der Blech- und der Bolzenisolierung nicht schädigen				

¹⁹⁾ Der thermischen Alterung des Isoliersystems überlagert sich die elektrische Alterung aufgrund von Teilentladungserscheinungen, die abhängig sind von der elektrischen Feldstärke in der Isolierung und damit von der Spannung.

Wicklungswiderstands relativ leicht gemessen werden kann. Dieses Messverfahren ist deshalb auch für das Einhalten der Werte nach Tabelle 1.7.3 verbindlich. Es muss allerdings beachtet werden, dass der Transformator zur Durchführung der Widerstandsmessung vom Netz zu trennen ist. Dadurch vergeht eine nicht zu vernachlässigende Zeit, ehe der Messwert zur Verfügung steht. Es wird deshalb i. Allg. der Zeitverlauf $R = f(t)$ des Wicklungswiderstands für eine gewisse Zeit nach dem Abschalten ermittelt und davon ausgehend auf $t = 0$ extrapoliert.

1.7.6

Betriebsarten

In den bisherigen Betrachtungen wurde ein Betrieb vorausgesetzt, bei dem hinreichend lange konstante Belastung vorliegt, so dass sich die stationäre Wärmeströmung eingestellt hat. Der Transformator hat dann seine Endübertemperatur erreicht, der Erwärmungsvorgang nach Abschnitt 1.7.3 ist abgeschlossen. Diese Betriebsart wird als *Dauerbetrieb* bezeichnet. IEC 60354 unterscheidet zwischen Dauerbetrieb bei konstanter Kühlmitteltemperatur und Dauerbetrieb bei unterschiedlicher Kühlmitteltemperatur. Diese Norm führt darüber hinaus die Betriebsart (periodisch) wechselnde Belastung ein, bei der keine konstante Belastung vorliegt, so dass sich auch keine stationäre Wärmeströmung einstellt. Außerdem wird der sog. Notlastbetrieb definiert.

1.8

Technische Ausführung von Leistungstransformatoren

1.8.1

Grundlegendes über die Baugröße

Im Abschnitt 1.7.1 war gezeigt worden, dass die Verlustdichte \bar{v}_u der Ummagnetisierungsverluste im magnetischen Kreis entsprechend (1.7.1) durch die Induktion \hat{B} und die Verlustdichte \bar{v}_w der Wicklungsverluste entsprechend (1.7.3) durch die Stromdichte S bestimmt sind. Daraus ist zu schließen, dass sowohl für \hat{B} als auch für S gewisse zulässige Werte \hat{B}_{zul} und S_{zul} unter dem Gesichtspunkt der Verluste und der Erwärmung nicht überschritten werden dürfen. Hinsichtlich der Erwärmung werden die zulässigen Werte natürlich auch von der verwendeten Kühlungsart abhängen. Die Induktion \hat{B} im magnetischen Kreis wird außerdem dadurch begrenzt, dass der relative Magnetisierungsstrom möglichst klein sein soll und die magnetischen Geräusche niedrig zu halten sind. Deren Ursache liegt im Wesentlichen in der durch Magnetostriktion verursachten Bewegung der Eisenkerne, so dass hauptsächlich ein Ton doppelter Netzfrequenz abgestrahlt wird. Aus diesen Gründen führt man moderne Transformatoren mit ausgesprochen niedrigen Kerninduktionen bis herab zu 1,45 T

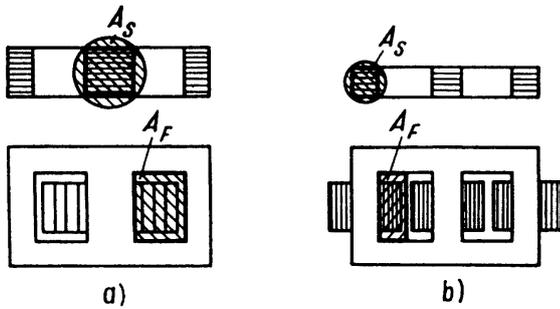


Bild 1.8.1 Festlegung der Schenkelquerschnitte A_S und der Fensterquerschnitte A_F :
a) beim Einphasen-Manteltransformator;
b) beim Dreiphasen-Kerntransformator

aus, während in der Vergangenheit Werte bis 1,9 T üblich waren. Natürlich erfordert dies einen größeren Einsatz an Masse.

Es wird zunächst ein Einphasen-Manteltransformator nach Bild 1.8.1a betrachtet. Durch Einführen eines Füllfaktors φ_S lässt sich der Fluss im wicklungstragenden Mittelschenkel formulieren als

$$\hat{\Phi} = \hat{B}_{zul} A_S \varphi_S, \quad (1.8.1)$$

wobei A_S der innerhalb des Isolierzylinders zur Verfügung stehende Gesamtquerschnitt ist. Der Fluss $\hat{\Phi}$ wird andererseits unter Vernachlässigung der inneren Spannungsabfälle durch die angelegte Strangspannung diktiert entsprechend

$$\hat{\Phi} = \frac{\sqrt{2} U_{str1}}{\omega w_1} = \frac{\sqrt{2} U_{str2}}{\omega w_2}. \quad (1.8.2)$$

Dabei werden bereits hier bei der Betrachtung des Einphasentransformators die Begriffe Strangspannung und Strangstrom verwendet, um die Ergebnisse der Untersuchungen später unmittelbar auf Dreiphasentransformatoren übertragen zu können. Aus (1.8.1) und (1.8.2) erhält man für den erforderlichen Schenkelquerschnitt

$$A_S = \frac{\sqrt{2} U_{str1}}{\omega \hat{B}_{zul} \varphi_S} \frac{1}{w_1}. \quad (1.8.3)$$

Das ist die *erste Konstruktionsgleichung des Transformators*. Eine zweite erhält man aus einer Untersuchung des Platzbedarfs im Wickelfenster. Der Fensterquerschnitt A_F wird ausgefüllt mit w_1 Leitern des Querschnitts A_{L1} und w_2 Leitern des Querschnitts A_{L2} sowie mit Isolierstoffen und Kühlkanälen, deren Platzbedarf durch einen Fensterfüllfaktor φ_F berücksichtigt werden soll. Damit erhält man

$$\varphi_F A_F = w_1 A_{L1} + w_2 A_{L2}. \quad (1.8.4)$$

Andererseits ist, wenn in beiden Wicklungen die gleiche Stromdichte S_{zul} angenommen wird,

$$A_{L1} = \frac{I_{str1}}{S_{zul}} \quad \text{und} \quad A_{L2} = \frac{I_{str2}}{S_{zul}},$$

und es gilt unter Vernachlässigung des Leerlaufstroms $I_{str1} w_1 = I_{str2} w_2$. Damit gewinnt man ausgehend von (1.8.4) als *zweite Konstruktionsgleichung des Transformators*

$$A_F = \frac{2 I_{str1}}{\varphi_F S_{zul}} w_1. \quad (1.8.5)$$

Aus (1.8.3) und (1.8.5) folgt, dass der Entwurf des Transformators bei gegebenen Werten von $U_{\text{str}1}$ und $I_{\text{str}1}$ noch vollständig unbestimmt ist, da außer A_S und A_F auch die Windungszahl w_1 als unbekannt anzusehen ist. Wenn keine weiteren Gesichtspunkte hinzugezogen werden, ist w_1 also frei wählbar. Bei kleinem w_1 wird ein großer Fluss und damit ein großer Schenkelquerschnitt benötigt, um die erforderliche Spannung zu induzieren. Da der Leiterquerschnitt allein durch den Strom bestimmt ist, führt die kleine Windungszahl auf einen kleinen Fensterquerschnitt. Man erhält einen Transformator mit viel Eisen und wenig Wicklungsmaterial, der ein kleines Verlustverhältnis nach (1.5.9) haben wird. Bei großem w_1 dagegen genügt ein kleiner Fluss und damit ein kleiner Schenkelquerschnitt, um die erforderliche Spannung zu induzieren. Demgegenüber ist jetzt ein großer Fensterquerschnitt erforderlich, um die große Leiterzahl unterzubringen. Der Transformator enthält wenig Eisen, aber viel Wicklungsmaterial und wird dementsprechend ein großes Verlustverhältnis aufweisen.

Die Festlegung von w_1 bestimmt entsprechend (1.8.3) und (1.8.5) das Verhältnis $\alpha = A_F/A_S$ von Fensterquerschnitt zu Schenkelquerschnitt und damit das Verlustverhältnis. Sie hat demnach entsprechend den Überlegungen im Abschnitt 1.5.2 aus ökonomischen Überlegungen heraus zu erfolgen.

Um eine von der Windungszahl unabhängige *Entwurfsgleichung* zu erhalten, liegt es nahe, mit Hilfe von (1.8.3) und (1.8.5) den Ausdruck

$$A_F A_S = \frac{\sqrt{2}}{\pi \varphi_S \varphi_F} \frac{1}{S_{\text{zul}} \hat{B}_{\text{zul}}} \frac{U_{\text{str}1} I_{\text{str}1}}{f}$$

zu bilden. Daraus erhält man durch Einführen des Verhältnisses $\alpha = A_F/A_S$

$$A_S = \frac{1}{\alpha} A_F = \sqrt{\frac{A_F A_S}{\alpha}} = \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\pi \varphi_F \varphi_S \alpha} \frac{1}{S_{\text{zul}} \hat{B}_{\text{zul}}}} \sqrt{\frac{U_{\text{str}1} I_{\text{str}1}}{f}}. \quad (1.8.6)$$

Der Schenkelquerschnitt kann bei vorgegebenem Verhältnis α als repräsentatives Maß für die Baugröße angesehen werden. Die Baugröße wächst demnach mit der Scheinleistung und sinkt mit der Frequenz. Letzteres führt dazu, dass ein Transformator für die Bahnstromversorgung mit der Frequenz $f = 16,7$ Hz größer ausfällt als ein Transformator gleicher Leistung für die Netzfrequenz von 50 Hz. Andererseits erhält man in autonomen Netzen mit höherer Frequenz (z.B. 400 Hz bei Bordnetzen von Flugzeugen) vergleichsweise kleine Transformatoren.

Die gleichen Beziehungen (1.8.3), (1.8.5) und (1.8.6) erhält man für einen Schenkel eines Dreiphasentransformators, wenn als Fensterquerschnitt die Fläche eingesetzt wird, die den beiden Wicklungssträngen eines Schenkels zur Verfügung steht. Im Bild 1.8.1b sind die maßgebenden Flächen A_F und A_S für einen Dreiphasen-Kerntransformator angegeben. Die in (1.8.6) unter dem Wurzelzeichen erscheinende Leistung ist jetzt die Scheinleistung je Schenkel, also ein Drittel der Gesamtscheinleistung des Transformators.

1.8.2

Konstruktive und technologische Gestaltung der aktiven Bauteile**1.8.2.1 Magnetischer Kreis**

Die klassischen Formen des magnetischen Kreises von Transformatoren wurden im Abschnitt 1.2.1 für Einphasentransformatoren (s. Bild 1.2.3a bis c) und im Abschnitt 1.3.1 für Dreiphasentransformatoren (s. Bilder 1.3.3, 1.3.4 und 1.3.7) entwickelt. Um die Wirbelstromverluste klein zu halten, werden diese magnetischen Kreise als Blechpaket aus gegeneinander isolierten Blechen hergestellt. Die Blechdicke beträgt vorwiegend 0,35 mm. Da die Ummagnetisierungsverluste schwerer klein zu halten sind als der Magnetisierungsstrom, verwendet man Blech mit möglichst kleinen spezifischen Verlusten [s. (1.7.1)], auch wenn dies auf Kosten des Durchflutungsbedarfs und damit des Leerlaufstroms geschieht. Früher kam deshalb als Transformatorblech hochsiliziertes Blech zum Einsatz, dessen spezifischer Widerstand durch den Siliziumgehalt wesentlich vergrößert ist, so dass die Wirbelströme einen größeren Widerstand vorfinden und dementsprechend geringere Wirbelstromverluste entstehen [s. (1.2.59)]. Durch den Siliziumanteil wird allerdings die Magnetisierungskurve $B = f(H)$ nach niedrigeren Werten von B hin verschoben, so dass man zur gleichen Induktion höhere Feldstärken benötigt. Heute verwendet man im Transformatorbau ausschließlich *kaltgewalztes Texturblech*, das in der Walzrichtung niedrigere magnetische Feldstärken benötigt als gewöhnliche Bleche und außerordentlich geringe Ummagnetisierungsverluste aufweist. Dafür sind allerdings die Eigenschaften dieses Blechs senkrecht zur Walzrichtung schlechter als die gewöhnlicher Bleche. Gebiete mit einem derartigen Feldverlauf müssen deshalb möglichst klein gehalten werden.

Die *Parallelblechung* ist die einfachste und gebräuchlichste Art der Herstellung eines magnetischen Kreises. Dabei liegen sämtliche Bleche in parallelen Ebenen; sie werden aufeinandergeschichtet. Bei sehr kleinen Transformatoren wird die Form des magnetischen Kreises als Ganzes oder aus zwei Teilen bestehend ausgeschnitten. Dieses Verfahren wird wegen der schlechten Blechausnutzung und der relativ komplizierten Schnittwerkzeuge sehr bald unwirtschaftlich bzw. wegen der zu großen Abmessungen überhaupt unmöglich. Deshalb werden die magnetischen Kreise schon ab Leistungen von einigen hundert Watt aus Blechstreifen zusammengesetzt. Die Schenkelquerschnitte kleiner Transformatoren sind quadratisch. Mit zunehmender Leistung wird es wirtschaftlich, den innerhalb des Isolierzylinders zur Verfügung stehenden Querschnitt durch Abstufen der Schenkelbreite besser auszunutzen. Die Joche erhalten die gleiche Querschnittsverteilung wie die Schenkel, damit das Feld an der Übergangsstelle nicht gezwungen ist, teilweise quer zur Schichtebene zu verlaufen. Derartige Feldkomponenten haben Wirbelströme in der Blechebene und damit merkliche zusätzliche Verluste zur Folge. Im Bild 1.8.2 sind die einfachsten Querschnittsformen zusammengestellt, wobei oben die Schenkelquerschnitte und unten zugehörige Jochquerschnitte dargestellt sind, die zum Wickelfenster hin nicht abgestuft sind. Zur

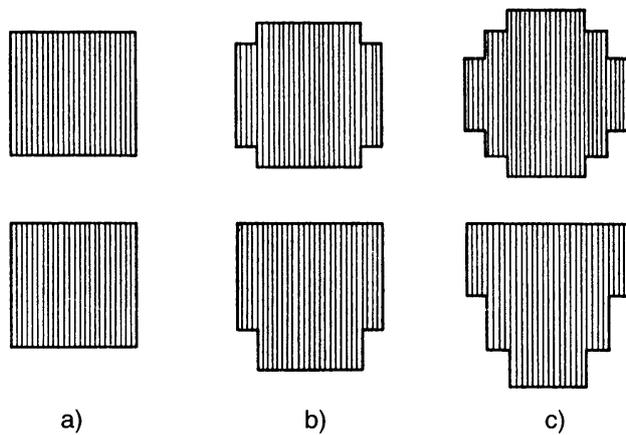


Bild 1.8.2 Schenkelquerschnitte (oben) und Jochquerschnitte (unten), die zum Wickelfenster hin nicht abgestuft sind.

a) Quadratquerschnitt;
b) Kreuzquerschnitt;
c) Stufenquerschnitt

Vergrößerung der wärmeabgebenden Oberfläche können Kühlkanäle vorgesehen werden, wie sie bereits im Bild 1.7.5 angedeutet worden sind. Derartige Maßnahmen sind ab etwa 16 MVA erforderlich. Besondere Aufmerksamkeit ist dem Übergang vom Schenkel zum Joch zu widmen, damit aus Blechen des Jochs und solchen des Schenkels keine Kurzschlusskreise entstehen, die von einem großen Fluss durchsetzt werden.

Bei der konstruktiven Gestaltung heute ausgeführter parallelgeblechter magnetischer Kreise wird auf Spannbolzen innerhalb des Blechpakets weitgehend verzichtet, weil das Gebiet zwischen den Bolzen wegen der schlechten magnetischen Leitfähigkeit quer zur Walzrichtung vom magnetischen Feld kaum genutzt wird. Die Schenkel und Joche werden durch Bandagen aus Glasfaserband und durch Verkleben zusammengehalten. In diesem Fall verbieten sich natürlich einseitig abgestufte Jochquerschnitte, wie sie im Bild 1.8.2 unten dargestellt sind. Über die Joche greifen äußere Zuganker und pressen die Druckschienen zusammen.

1.8.2.2 Wicklungen

Die beiden magnetisch miteinander gekoppelten Wicklungsstränge auf einem Schenkel eines Transformators müssen möglichst dicht beieinander liegen, um die Streuung bzw. die Kurzschlussspannung nicht zu groß werden zu lassen. Deshalb sind sie im Zuge der Herleitung der praktischen Ausführungsformen von Transformatoren in den Abschnitten 1.2.1 und 1.3.1 konzentrisch ineinander angeordnet worden. Dabei entsteht ein zylindrischer Trennraum zwischen den beiden Wicklungssträngen. Man bezeichnet diese gebräuchlichste Wicklungsausführung deshalb als *Zylinderwicklung*. Sie wird entsprechend Bild 1.8.3 als einfach-konzentrische oder als doppelt-konzentrische Zylinderwicklung ausgeführt. Aus isolationstechnischen Gründen ordnet man den inneren Wicklungszyylinder stets der Unterspannungswicklung zu.

Die räumliche Annäherung der beiden Wicklungsstränge kann auch dadurch erzielt werden, dass entsprechend Bild 1.8.4 axial nebeneinander abwechselnd Teile der Ober- und der Unterspannungswicklung angeordnet werden. In diesem Fall entstehen scheibenförmige Trennräume zwischen den Wicklungssträngen. Man bezeichnet die Wicklung deshalb als *Scheibenwicklung*. Um einen symmetrischen Aufbau zu er-

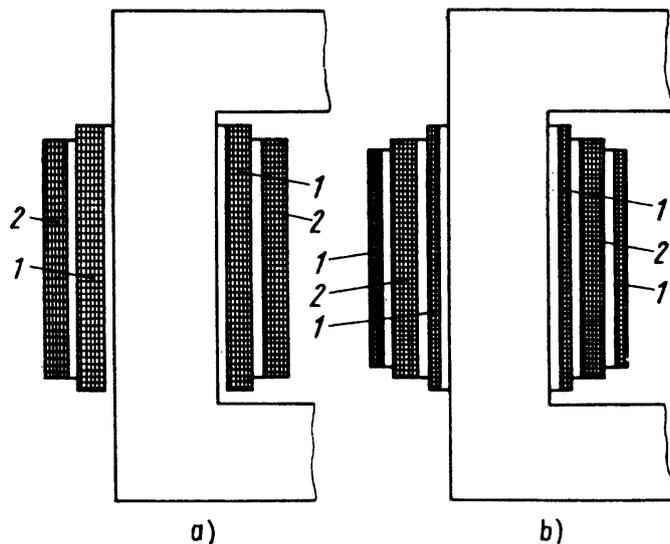


Bild 1.8.3 Zylinderwicklung:
 a) als einfach-konzentrische Zylinderwicklung;
 b) als doppelt-konzentrische Zylinderwicklung.
 1 US-Wicklung, 2 OS-Wicklung

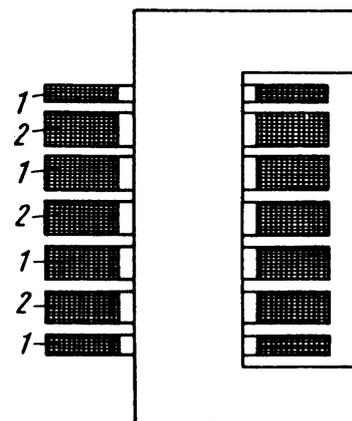


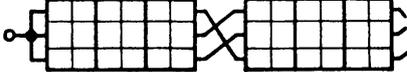
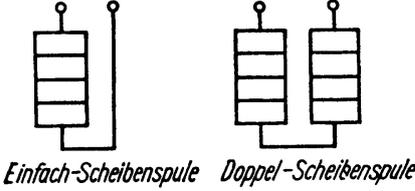
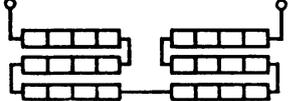
Bild 1.8.4 Scheibenwicklung.
 1 US-Wicklung, 2 OS-Wicklung

halten, werden die beiden Außenspulen als Halbspulen ausgeführt und einem Wicklungsstrang zugeordnet. Aus isolationstechnischen Gründen gehören sie der Unter Spannungswicklung an.

Hinsichtlich des konstruktiven Aufbaus setzt sich eine Wicklung i. Allg. aus einer Anzahl von Spulen zusammen. Diese Spulen haben unterschiedlichen Aufbau. Eine *Lagenspule* erhält man, wenn ein Leiter oder mehrere Leiter nebeneinander als ein- oder mehrgängige Schraube axial nebeneinander gewickelt werden. Die *Wendelspule* entsteht auf die gleiche Art und Weise aus einem Leiterbündel, das auch radial übereinander aus mehreren Leitern besteht. Wenn diese Leiter parallelgeschaltet werden, ist es erforderlich, die übereinanderliegenden Leiter mehrere Male zu verdrehen, um eine gleichmäßige Stromverteilung zu erzwingen. Aus dem gleichen Grund verwendet man bei sehr großen Transformatoren sog. Drillleiter, wie sie bei rotierenden Maschinen als Roebel-Leiter bereits seit langer Zeit bekannt sind (vgl. Abschnitt 2.3.1.2). Die *Scheibenspule* erhält man, wenn ein Leiter oder ein Leiterbündel als ein- oder mehrgängige Spirale radial übereinander gewickelt werden. Eine *Doppelscheibenspule* besteht aus zwei nebeneinanderliegenden Scheibenspulen mit einander entgegengesetztem Wickelsinn, deren innere Spulenenden miteinander verbunden sind. *Abteilungsspulen* bestehen aus zwei Halbspulen, die jeweils nur einen Teil der Schenkellänge in Anspruch nehmen und lagenweise mit einander entgegengesetztem Wickelsinn gewickelt werden. In Tabelle 1.8.1 ist eine Zusammenstellung der Spulenarten und ihrer Verwendungsmöglichkeiten zum Aufbau von Scheiben- und Zylinderwicklungen gegeben.

Eine Zylinderwicklung, die aus einer oder mehreren Lagenspulen aufgebaut ist, bezeichnet man als *Lagenwicklung*. Dabei sind i. Allg. mehrere radial übereinanderliegende Lagenspulen vorgesehen, die entsprechend Bild 1.8.5 entweder fortlaufend oder gleichsinnig gewickelt werden. Im zweiten Fall muss das Hintereinan-

Tabelle 1.8.1 Die Spulenarten von Transformatorwicklungen und ihre Verwendungsmöglichkeiten

Spulenart	Aufbau schematisch	Einsatz in Scheiben- wicklung	Zylinder- wicklung	Bezeichnung der entsprechenden Zylinderwicklung
Lagenspule			×	Lagenwicklung
Wendelspule			×	Wendelwicklung
Scheibenspule	 <i>Einfach-Scheibenspule</i> <i>Doppel-Scheibenspule</i>	×	×	Scheibenspulen- wicklung; ver- stärzte Wicklung
Abteilungs- spule		×	×	Abteilungs- spulenwicklung

derschalten der Lagenspulen durch Verbindungsleiter erfolgen, die außerhalb der Wicklungszylinder geführt werden. Wenn die Zylinderwicklung aus Scheibenspulen zusammengesetzt wird, spricht man von einer *Scheibenspulenwicklung* und beim Einsatz von Abteilungsspulen von einer *Abteilungsspulenwicklung*. Die beiden prinzipiellen Ausführungsmöglichkeiten von Scheibenspulenwicklungen sind im Bild 1.8.6 dargestellt. Die Abteilungsspulenwicklung entspricht hinsichtlich Anordnung und Verbindung der Einzelspulen der Darstellung nach Bild 1.8.6b. Eine Scheibenspulenwicklung aus Doppelscheibenspulen, die entsprechend Bild 1.8.7 fortlaufend, d. h. ohne Verbindungsstellen, gewickelt wird, bezeichnet man als *verstärzte Wicklung*. Dabei wird jede zweite Scheibenspule, die im Endzustand von außen nach innen durchlaufen werden muss, zunächst provisorisch von innen nach außen auf den Isolierzylinder gewickelt und dann umgeschichtet (verstärzt). Bei Großtransformatoren werden oberspannungsseitig neuerdings vielfach sog. *verschachtelte Scheibenspulenwicklungen* angewendet, bei denen die Reihenfolge der Windungen innerhalb einer Scheibe geändert wird, um eine bessere Spannungsverteilung beim Einlaufen von Stoßspannungswellen zu erhalten.

Die *Isolierzylinder*, auf die die Wicklungen aufgebracht werden, sind aus Transformatoren-Pressspan bzw. bei Öltransformatoren für höhere Spannungen aus Weichpapier. Zwischen dem Isolierzylinder und der Wicklung werden i. Allg. durch Abstandsstücke Ölkanäle frei gehalten. Die Leiterisolierung bei Öltransformatoren ist Papier, bei Trockentransformatoren verwendet man umspinnene Leiter. Besonderes Augenmerk ist bei Transformatoren für höhere Spannungen der *Randfeldisolierung* zu widmen. Das ist die Isolierung zwischen den Wicklungen und den Jochen. Sie bildet die aufgestülpte

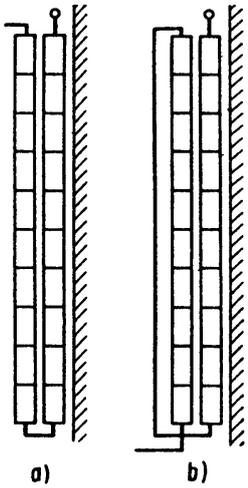


Bild 1.8.5 Zylinderwicklung als Lagenwicklung:
 a) fortlaufend gewickelt;
 b) gleichsinnig gewickelt

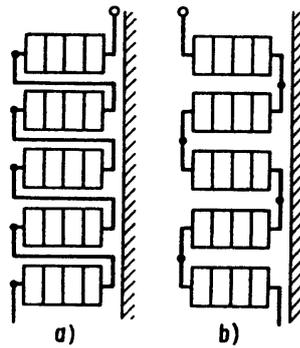


Bild 1.8.6 Zylinderwicklung als Scheibenspulenwicklung:
 a) aus Einzelscheibenspulen;
 b) aus Doppelscheibenspulen

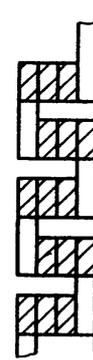


Bild 1.8.7 Zylinderwicklung als verstärzte Wicklung

Verlängerung der Isolierzylinder. Es wird sowohl Weichpapier als auch Pressspan verwendet. Im ersten Fall erreicht man das Aufstülpen durch Einreißen und Umlegen der einzelnen Papierbahnen. Im zweiten Fall müssen starre Winkelringe aus Pressspan vorgefertigt werden. Im Bild 1.8.8 ist der prinzipielle Aufbau der Randfeldisolierung gezeigt.

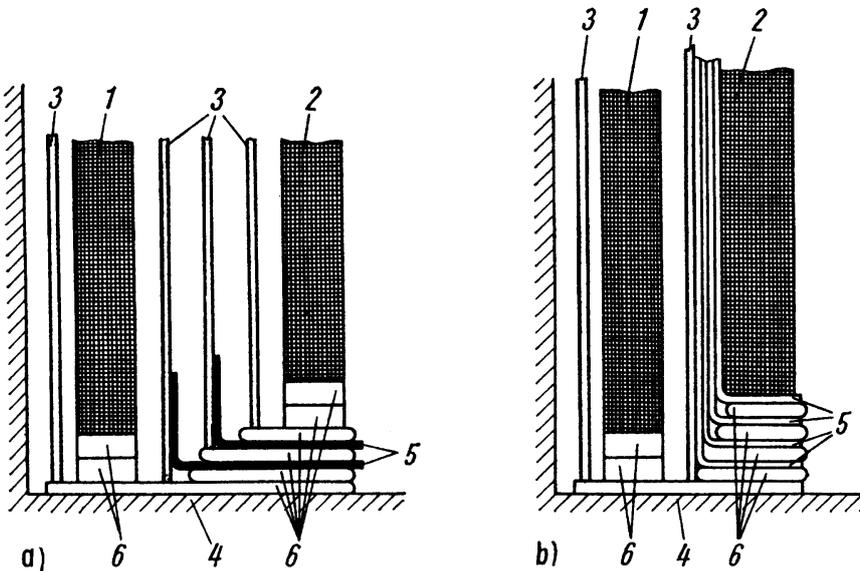


Bild 1.8.8 Aufbau der Randfeldisolierung:

- a) mit Pressspanisolierung
 1 Unterspannungswicklung
 2 Oberspannungswicklung
 3 Pressspanisolierzylinder
 4 Eisenkern
 5 Winkelringe aus Pressspan
 6 Distanzringe;

- b) mit Weichpapierisolierung
 1 Unterspannungswicklung
 2 Oberspannungswicklung
 3 Pressspanisolierzylinder
 4 Eisenkern
 5 Winkelringe aus eingerissenem Weichpapier
 6 Distanzringe

1.8.3

Äußere Gestaltung

Der äußere Aufbau von Öltransformatoren wird vom Gefäß und seinen Kühlelementen, von den Durchführungen und vom Ölausdehnungsgefäß beherrscht. Im Bild 1.8.9 ist der prinzipielle äußere Aufbau eines Einphasen-Öltransformators skizziert. Die *Durchführungen* haben die Aufgabe, die Zuleitungen spannungssicher in das Gefäß zu führen. Sie sind mit Rücksicht auf die Kriechstromgefahr mit Schirmen versehen. Bild 1.8.10 zeigt den prinzipiellen Aufbau einer Durchführung. Im *Ölausdehnungsgefäß* findet die mit der Temperaturänderung im Transformator verbundene Schwankung des Ölvolumens statt. Das eigentliche Gefäß des Transformators ist dadurch stets vollständig mit Öl gefüllt.

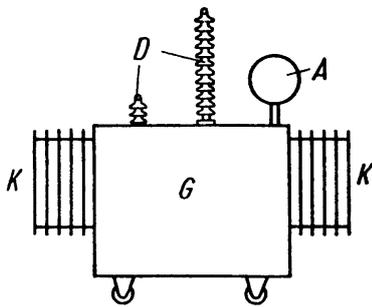


Bild 1.8.9 Äußerer Aufbau eines Öltransformators.
G Gefäß, K Kühlelement, A Ausdehnungsgefäß,
D Durchführung

Beim Trockentransformator ist der äußere Aufbau weitgehend davon abhängig, in welchem Maß ein Schutz gegen das Berühren spannungsführender Teile und gegen Fremdkörper sowie gegen Wassereinfluss bestehen soll. Diese Überlegungen führen auf die im folgenden Abschnitt durchgeführten Erörterungen des Schutzgrads.

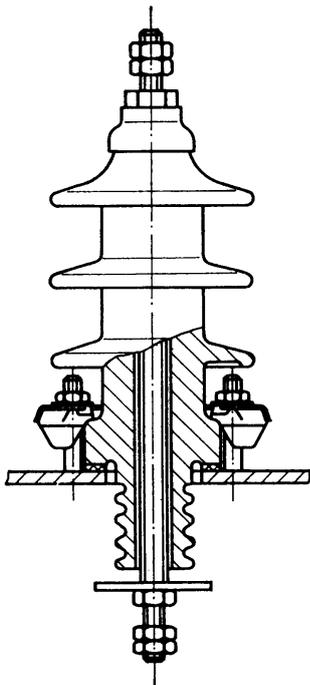


Bild 1.8.10 Prinzipieller Aufbau einer Durchführung

1.8.3.1 Schutzgrade

Der Grad des Schutzes elektrotechnischer Erzeugnisse gegen zufällige Berührung sowie gegen den Einfluss von Fremdkörpern und Wasser wird durch ein Kurzzeichen angegeben. Dieses Kurzzeichen lautet:²⁰⁾

IP

erste Kennziffer

zweite Kennziffer

.

Dabei charakterisiert die erste Kennziffer den Berührungs- und Fremdkörperschutz durch Zahlen 0 bis 6 und die zweite den Wasserschutz durch Zahlen 0 bis 8. Diese Kennzeichnung ist fixiert in

IEC 60529 (DIN EN 60529).

Die Bedeutung der Kennziffern entspricht derjenigen für rotierende Maschinen, wie sie in den Tabellen 2.3.3a und 2.3.3b auf Seite 234f. wiedergegeben ist. Bei Transformatoren kommt i. Allg. nur eine Auswahl der möglichen Schutzgrade zur Anwendung.

Bei Öltransformatoren hat das Gefäß i. Allg. den Schutzgrad IP 23, während die offenen Klemmen den Schutzgrad IP 00 aufweisen. Trockentransformatoren haben ohne besondere Maßnahmen den Schutzgrad IP 00. Durch das Anbringen von abgedeckten Kabeinführungen und eine Blechabdeckung des ganzen Transformators lassen sie sich im Schutzgrad IP 23 ausführen.

1.8.3.2 Klemmenbezeichnung und Klemmenanordnung

Die Klemmenbezeichnung für Leistungstransformatoren ist festgelegt in

IEC 60616 bzw. DIN 42402.²¹⁾

In Tabelle 1.8.2 sind die wichtigsten Bezeichnungen nach IEC 60616 bzw. DIN 42402 zusammengestellt. Wenn eine Ausgleichswicklung vorhanden ist, wird deren Dreieckschaltung an einer Stelle unterbrochen. Die Klemmenanordnung für einen Dreiphasentransformator zeigt Bild 1.8.11. Dieser Klemmenanordnung angepasst, sind die standardisierten Schaltgruppen (s. Tabelle 1.3.3) unter dem Gesichtspunkt einfachster Leiterführung ausgewählt.

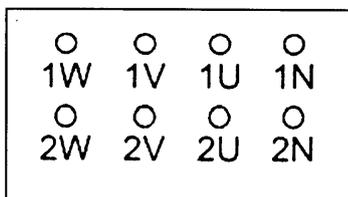


Bild 1.8.11 Bezeichnung und Anordnung der Klemmen eines Dreiphasentransformators mit zwei Wicklungen

²⁰⁾ Dabei steht IP für: International Protection.

²¹⁾ Bei älteren Transformatoren finden sich noch die Klemmenbezeichnungen U, V, W und N bzw. U, V für die Oberspannungsseite und u, v, w und n bzw. u, v für die Unterspannungsseite.

Tabelle 1.8.2 Bezeichnung für Leiter- und Sternpunkt клемmen nach IEC 60616 bzw. DIN 42402

	Bezeichnung für	
	Oberspannungswicklung	Unterspannungswicklung
Einphasentransformatoren	1.1–1.2	2.1–2.2
Dreiphasentransformatoren offene Schaltung	1U1–1U2, 1V1–1V2, 1W1–1W2	2U1–2U2, 2V1–2V2, 2W1–2W2
Schaltung im Stern, Dreieck oder Zickzack		
• Leiterklemmen	1U, 1V, 1W	2U, 2V, 2W
• Sternpunkt клемmen	1N	2N

1.8.4

Schaltzeichen

Die Untersuchungen über den physikalischen Mechanismus des Transformators wurden auf der Grundlage von Prinzipanordnungen (z. B. nach Bild 1.2.1) durchgeführt. Um Schaltpläne aufstellen zu können, eignen sich derartige Darstellungsformen wenig. Es sind deshalb zweckmäßige Symbole, die sog. Schaltzeichen erarbeitet worden. Sie sind für Transformatoren enthalten in

IEC 60617-6 (DIN EN 60617-6).

Die in dieser Norm explizit angegebenen Schaltzeichen sind eine Auswahl aus der großen Mannigfaltigkeit von denkbaren Ausführungsformen. Da sich die Schaltzeichen aus ebenfalls in der Norm angegebenen Grundelementen aufbauen, können Abwandlungen hinsichtlich der Schaltungsart und der Stellbarkeit leicht vorgenommen werden. Eine Reihe von Schaltzeichen existiert in einer ausführlichen und vereinfachten Form. Die Entscheidung, ob das vereinfachte oder das ausführliche Schaltzeichen verwendet wird, hängt von dem notwendigen Grad der Detaildarstellung (Übersichtsschaltpläne, Wirkschaltpläne, Stromlaufpläne usw.) ab.

1.8.5

Schutztechnik

1.8.5.1 Innere Fehler

Durch einen Transformator fließt eine gewisse Leistung, von der im ungestörten Betrieb nur ein verschwindend kleiner Anteil in Form der Verluste zur Erwärmung des Transformators führt. Wenn sich dieser Anteil durch einen inneren Fehler erhöht, so dass ein merklicher Teil der durch den Transformator fließenden Leistung in Wärme umgesetzt wird, muss mit größeren Zerstörungen im Inneren des Transformators

gerechnet werden. Es kommt deshalb darauf an, einen inneren Fehler schnell zu erkennen und den Transformator abzuschalten, um die durch ständige Energiezufuhr bedingte Ausweitung des Fehlers zu verhindern. Es ist die Aufgabe der Schutztechnik, entsprechende Einrichtungen vorzusehen. Außerdem soll sie dafür sorgen, dass der Transformator solche Betriebszustände möglichst rasch beendet, die innere Fehler entstehen lassen können. Im Folgenden werden zunächst die inneren Fehler und deren Ursachen aufgezeigt.

Eisenfehler haben ihre Ursache in der Zerstörung der Bolzenisolierung oder der isolierenden Zwischenlage zwischen Joch und Schenkel u. ä. Dadurch kommt es zu niederohmigen Kurzschlusskreisen, die von großen Flüssen durchsetzt und in denen deshalb große Spannungen induziert werden, die große Ströme antreiben. An den Stellen großer und undefinierter Übergangswiderstände zwischen dem jeweiligen Konstruktionsteil und dem Blechpaket entstehen Lichtbögen, die Kernmaterial abschmelzen. Man bezeichnet diese Erscheinungen als *Eisenbrand*. Starke örtliche Erwärmungen entstehen auch durch eine schadhafte Blechisolierung.

Wicklungsfehler entstehen durch Schäden innerhalb der Wicklungs- oder Windungsisolierung. Es kommt zu Vorentladungen, die sich zu einem Lichtbogen ausweiten können, der die Wicklung und ihre Isolierung weiter zerstört. Unmittelbare Ursache eines derartigen Fehlers sind meist Überspannungen, die von Blitzeinwirkung oder Schalthandlungen im Netz herrühren. Eine gesunde Isolierung muss Überspannungen, wie sie nach Wirksamwerden des später zu behandelnden Überspannungsschutzes auf die Wicklung treffen, aushalten. Die Isolierung unterliegt jedoch einer merklichen Alterung, die mit zunehmender Temperatur rascher vor sich geht. Es ist deshalb erforderlich, den Transformator vor thermischen Überlastungen zu schützen.

Die Isolierung kann außerdem durch mechanische Kräfte beschädigt werden, die bei Kurzschlüssen auf die Leiter der Wicklung wirken und zu Bewegungen innerhalb des Wicklungsverbands führen.

Alle aufgezeigten Fehler am aktiven Teil des Transformators haben starke örtliche Erwärmungen und Gasentwicklungen im Transformatoröl zur Folge. Dieses Gas ist brennbar und kann bei Entzündung zur Explosion des Kessels führen.

1.8.5.2 Schutzeinrichtungen

Die naheliegendste Schutzeinrichtung ist die *Temperaturüberwachung*. Dazu wird die Temperatur des Öls mit Hilfe von Thermometern gemessen. Diese werden in Thermometertaschen eingeschraubt, die sich im Transformatordeckel befinden. Die Thermometer haben einen Maximalkontakt, der bei Erreichen einer bestimmten eingestellten Temperatur eine Gefahrenmeldung auslöst. Temperaturüberwachungseinrichtungen werden praktisch bei allen Leistungstransformatoren vorgesehen.

Ein Transformator kann während einer gewissen Zeit mit Überlast betrieben werden. Führt der dann stattfindende Erwärmungsvorgang zum Überschreiten der zulässigen Grenztemperatur, entsteht nicht unmittelbar ein Wicklungsfehler, sondern es

wird lediglich der thermische Alterungsprozess beschleunigt und damit die thermische Lebensdauer der Isolierung etwas verkürzt. Erst wenn die Temperatur einen Wert erreicht, der zu einer unmittelbaren Karbonisierung der verwendeten Isolierstoffe führt, kommt es zu einem Windungs- oder einem Wicklungsschluss. Das Erreichen dieser Grenze kann jedoch nicht an der Öltemperatur erkannt werden, da sich das Öl wesentlich langsamer erwärmt als die Wicklung. Deshalb werden die Temperaturen bei größeren Transformatoren rechnergestützt im Lastverteiler der Schaltanlage überwacht und dann rechtzeitig eine Lastreduktion oder Abschaltung vorgenommen.

Als *Überlastungsschutz* dienen bei kleineren Transformatoren bis 250 kVA Hochleistungssicherungen bzw., wenn deren Abschaltvermögen überschritten wird, Leistungsschalter mit angebautem Überstromschutz. Größere Transformatoren erhalten einen unabhängigen *Überstromzeitschutz*. Dieser besteht aus einem vom Leistungsschalter getrennten Überstromzeitrelais, mit dessen Hilfe die gewünschte Auslösestrom-Zeit-Kennlinie eingestellt werden kann. Das Relais wirkt sowohl auf den primären als auch auf den sekundären Leistungsschalter. Es wird außerdem bei größeren Transformatoren sowohl primärseitig als auch sekundärseitig vorgesehen. Durch den Überlastungsschutz sollen Schäden im Transformator vermieden werden, die durch starke Erwärmung oder durch langes Wirken großer Stromkräfte entstehen. Er stellt also eine vorbeugende Schutzmaßnahme dar.

Alle inneren Fehler des Transformators haben eine örtliche Erwärmung des Öls und damit eine Vergrößerung seines Volumens zur Folge. Außerdem setzt Gasentwicklung ein, sobald innerhalb des Öls Entladungsvorgänge stattfinden. Auf beide Erscheinungen reagiert das sog. *Buchholz-Schutzrelais*, das in die Ölleitung zwischen dem Kessel und dem Ölausdehnungsgefäß eingebaut wird. Seine schematische Darstellung zeigt Bild 1.8.12. Bei Lichtbögen im Öl entstehen Gasblasen, die nach oben steigen und sich im oberen Teil des Buchholz-Relais sammeln. Dadurch sinkt der Schwimmer S und schließt einen Kontakt, der die Gefahrenmeldung auslöst. Bei starken örtlichen Ölerwärmungen bewirkt die damit verbundene Volumenvergrößerung eine kräftige Ölströmung in der Leitung zum Ausdehnungsgefäß. Dadurch wird der im Ölstrom liegende und als Klappe ausgebildete Schwimmer K bewegt. Es schließt sich ein Kon-

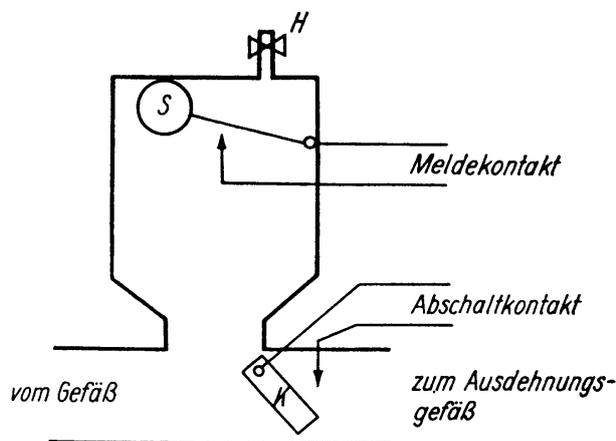


Bild 1.8.12 Schematische Darstellung des Buchholz-Schutzrelais.
 S Schwimmer
 K Klappe
 H Ablasshahn

takt, der unmittelbar zum Auslösen der primären und sekundären Leistungsschalter führt. Selbstverständlich erfolgt außerdem eine Meldung, die dem Bedienungspersonal anzeigt, aus welchem Grund die Schalter geöffnet haben. Der Schwimmer S reagiert außerdem auf ein Absinken des Ölstands. Wenn der Buchholzschutz im Sinne einer Gefahrenmeldung angesprochen hat, aber auch zur regelmäßigen Kontrolle wird über den Ablasshahn H eine Gasprobe entnommen und analysiert. Aus dem Ergebnis der *Gas-in-Öl-Analyse* können Rückschlüsse auf die Art des vorliegenden Fehlers (z. B. Eisenschluss oder Teilentladungen) gezogen werden. Das Buchholz-Schutzrelais wird praktisch bei allen Öltransformatoren vorgesehen, weil es bei inneren Fehlern schnell anspricht, so dass die Schäden begrenzt werden, und weil es zudem kostengünstig ist.

Als Schutzeinrichtung vor den Folgen des Aufrechterhaltens eines Betriebs bei eingetretenen Windungs- und Wicklungsschlüssen dient der *Differentialschutz*. Er wirkt noch schneller als das Buchholz-Schutzrelais, wird jedoch aufgrund des höheren Aufwands nur bei Großtransformatoren eingesetzt. Dabei versteht man unter einem Windungsschluss einen Kurzschluss zwischen einer oder mehreren Windungen eines Strangs, während der Wicklungsschluss einen Kurzschluss zwischen zwei Wicklungssträngen darstellt. In beiden Fällen wird beim Transformator das Gleichgewicht zwischen den Strömen in den Zuleitungen gestört. Zur Überwachung dieses Gleichgewichts werden primär- und sekundärseitig Stromwandler mit gleichem Sekundärstrom eingebaut und nach Maßgabe der Schaltgruppe des Transformators so geschaltet, dass beide bei ungestörtem Betrieb im Sekundärkreis den gleichen Strom führen. In diesem Fall fließt durch die Stromspule des zugehörigen Relais, das entsprechend Bild 1.8.13 geschaltet ist, kein Strom. Das tritt jedoch ein, sobald die beiden Wandler sekundärseitig unterschiedliche Ströme führen müssen; der Differentialschutz spricht an. Maschinentransformatoren in Blockschaltung erhalten einen gemeinsamen Differentialschutz mit ihrem Generator. Das Wirkungsschema des Schutzes eines größeren Transformators zeigt Bild 1.8.14.

Als Grobschutz gegen Überspannungen, die von Gewittern oder Schalthandlungen im äußeren Netz herrühren, werden bei Spannungen von 10 kV und höher parallel zu den Durchführungen, d.h. zwischen den äußeren Zuleitungen und dem geerdeten Gefäß, *Pegelfunkenstrecken* vorgesehen. Alle Transformatoren, die an eine Freileitung angeschlossen sind, erhalten außerdem *Überspannungsableiter*.

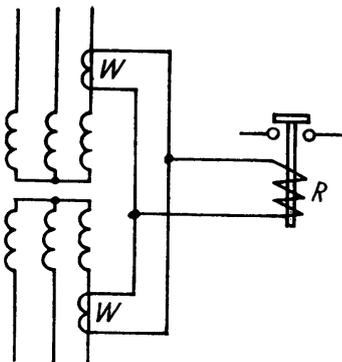


Bild 1.8.13 Prinzip des Differentialschutzes, dargestellt für einen der je drei Leiter auf Primär- und Sekundärseite.
W Wandler, R Relais

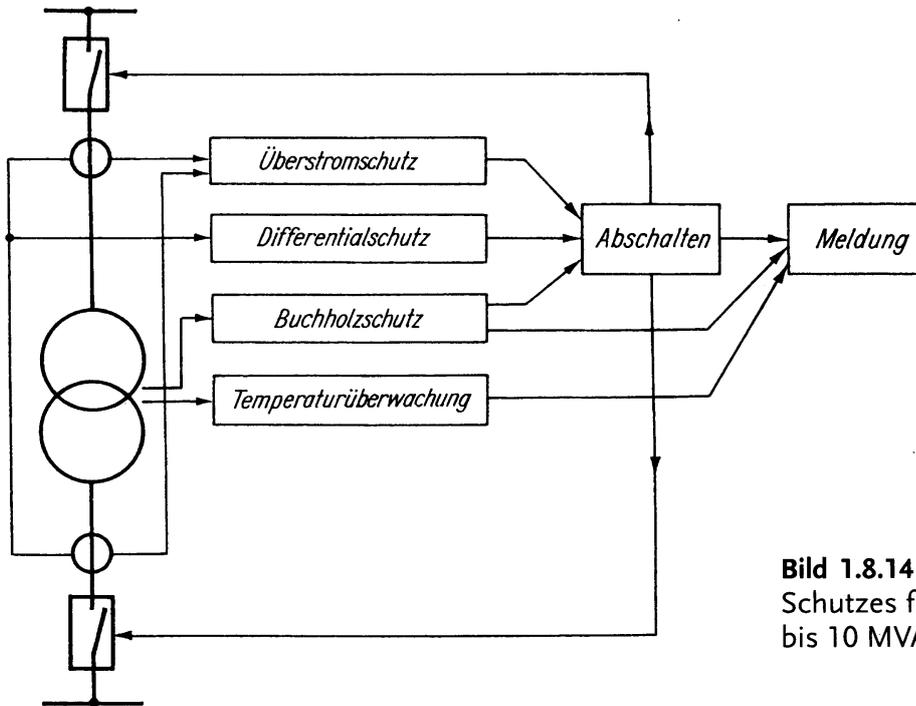


Bild 1.8.14 Wirkungsschema des Schutzes für Transformatoren bis 10 MVA

1.8.6

Ausführungsbeispiele

a) Drehstrom-Trockenverteilungstransformator mit Kühlungsart AN (Bild 1.8.15)

Bemessungs-Oberspannung	20 kV	Hersteller	Starkstrom-Gerätebau GmbH, Regensburg
Bemessungs-Unterspannung	400 V		
Bemessungsleistung	400 kVA	Schutzart	IP 00
Frequenz	50 Hz		
Relative Kurzschlussspannung	6 %	Gesamtlänge	1480 mm
Schaltgruppe	Dyn5	Gesamtbreite	820 mm
Gesamtmasse	1570 kg	Gesamthöhe	1370 mm

b) Drehstrom-Ölverteilungstransformator mit Kühlungsart ONAN (Bild 1.8.16)

Bemessungs-Oberspannung	20 kV	Hersteller	Areva Energietechnik GmbH, Mönchengladbach
Bemessungs-Unterspannung	400 V		
Typische Bemessungsleistung	50 bis 2500 kVA		

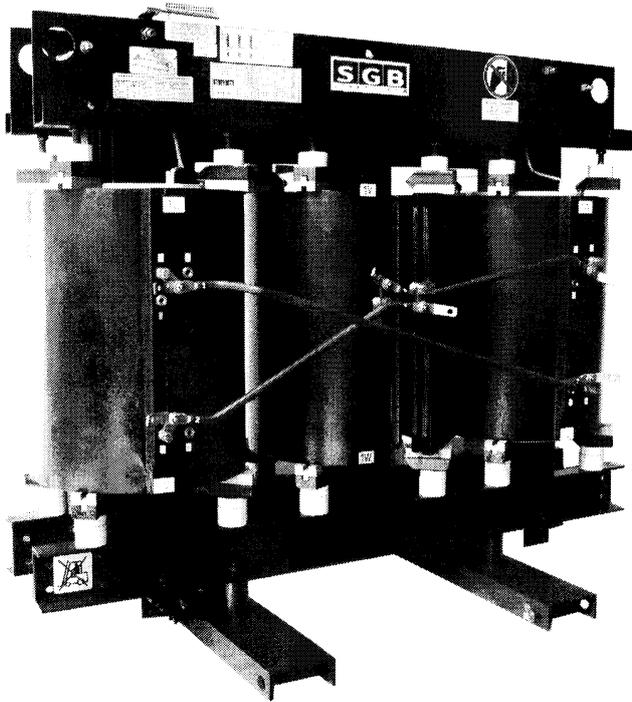
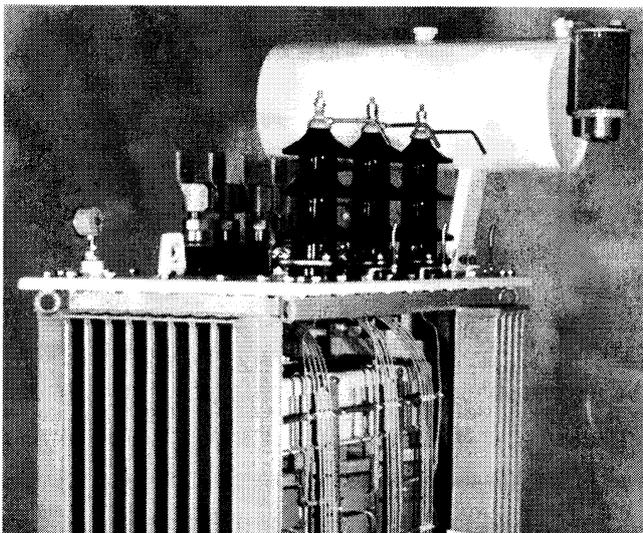


Bild 1.8.15 Modell eines Drehstrom-Trockenverteilungs-
transformators mit der Kühlungsart AN
(Werkbild SGB, Wicklung auf mittlerem Schenkel geschnitten)



c) Netzkuppeltransformator mit Kühlungsart OFAF (Bild 1.8.17)

Bemessungs-Oberspannung	420 kV	Hersteller Areva Energietechnik GmbH, Mönchengladbach
Bemessungs-Unterspannung	110 oder 220 kV	
Typische Bemessungsleistung	100 bis 600 MVA	

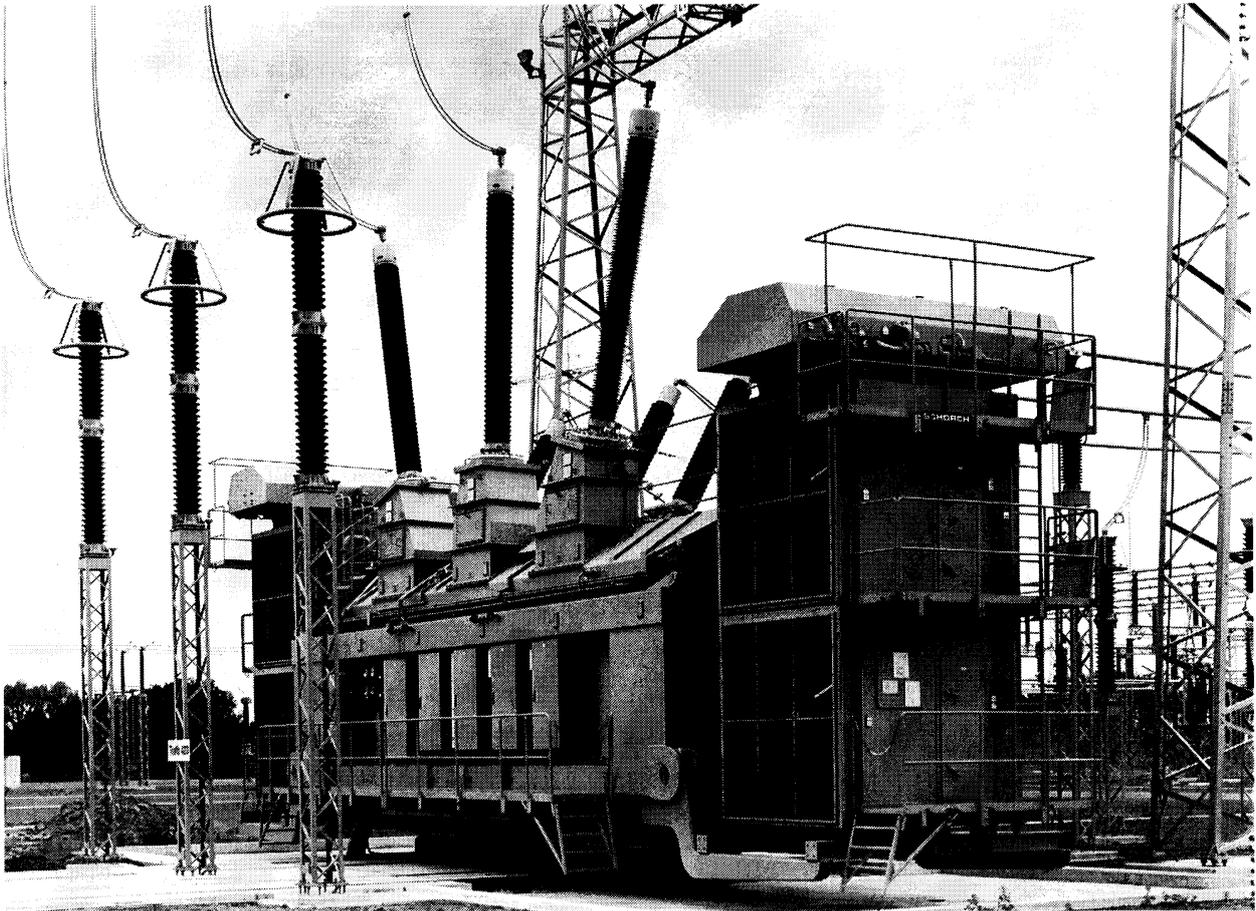


Bild 1.8.17 Netzkuppeltransformator mit der Kühlungsart OFAF
(Werkbild Areva)

2

Allgemeine Betrachtungen über rotierende elektrische Maschinen

2.1

Aufgaben

Die rotierenden elektrischen Maschinen haben in erster Linie die Aufgabe, mechanische Energie in elektrische oder elektrische Energie in mechanische zu wandeln. Im ersten Fall spricht man von Generatorbetrieb, im zweiten von Motorbetrieb. Prinzipiell kann jede rotierende elektrische Maschine sowohl in der einen als auch in der anderen Energieflussrichtung arbeiten, obwohl sie, entsprechend dem vorgesehenen Verwendungszweck, entweder als *Generator* oder als *Motor* gekennzeichnet ist. Der Energiewandlungsprozess findet unter Ausnutzung elektromagnetischer Erscheinungen statt. Diese äußern sich auf der mechanischen Seite als Kräfte im magnetischen Feld und auf der elektrischen Seite als vom magnetischen Feld induzierte Spannungen. Der Weitertransport der Energie erfolgt auf der mechanischen Seite dadurch, dass ein Drehmoment über die rotierende Welle übertragen wird. Auf der elektrischen Seite kann der geforderte stationäre Energietransport mit Hilfe eines Gleichstromsystems, eines Wechselstromsystems oder eines mehrphasigen Wechselstromsystems als Übertragungssystem erfolgen. Dabei hat das dreiphasige Wechselstromsystem oder auch Dreiphasensystem die größte Bedeutung. Den verschiedenen Übertragungssystemen entsprechen verschiedene Gattungen rotierender elektrischer Maschinen. Außerdem sind verschiedene elektromagnetische Mechanismen ausführbar, die den gewünschten Wandlungsprozess herbeiführen. Auf diese Weise gibt es eine Vielzahl von Ausführungsformen rotierender elektrischer Maschinen, von denen in den folgenden Kapiteln die wichtigsten behandelt werden.

Die Bedeutung der elektrischen Maschine in der Gegenwart resultiert aus dem Umstand, dass praktisch die gesamte erzeugte elektrische Energie mit Hilfe von elektrischen Maschinen bereitgestellt wird und in industriell entwickelten Ländern etwa 50% der erzeugten elektrischen Energie bei steigender Tendenz in elektrischen Antrieben in mechanische Energie umgewandelt wird. Dabei verschiebt sich das Maximum des Produktionsvolumens zu kleinen Leistungen hin, und der Anteil drehzahl-

stellbarer Antriebe wächst überproportional. Ursache dafür ist die zunehmende Mechanisierung und Automatisierung in allen Bereichen.

Die *rotierenden Umformer* entstehen im einfachsten Fall durch mechanisches Kuppeln eines Motors mit einem Generator. Sie formen elektrische Energie in elektrische Energie mit anderen Kennwerten um und dienen dementsprechend als Verbindungselement zwischen verschiedenartigen Übertragungssystemen elektrischer Energie, z. B. zwischen einem Drehstromnetz und einem Gleichstromnetz oder zwischen Dreh- bzw. Wechselstromnetzen unterschiedlicher Frequenz. Die mechanische Energie tritt bei einem derartigen *Motor-Generator* als Zwischenform auf. Mit der fortschreitenden Entwicklung der Leistungselektronik werden rotierende Umformer in zunehmendem Maße durch statische abgelöst.

In einer Reihe von Fällen nutzt man ein bestimmtes Strom-Spannungs-Verhalten bestimmter mechanisch leerlaufender Maschinen aus. Zu dieser Gruppe der rotierenden elektrischen Maschinen gehören vor allem die sog. *Blindleistungsmaschinen*. Sie lassen sich zur Kompensation der nacheilenden Stromkomponente induktiver Verbraucher im Netz der Energieversorgung einsetzen. An ihre Stelle treten heute i. Allg. Kondensatorbatterien.

2.2

Energieumsatz

2.2.1

Grundlagen der elektromechanischen Energiewandlung

2.2.1.1 Allgemeines über den Mechanismus der elektromechanischen Energiewandlung

Eine rotierende elektrische Maschine besitzt zwei Hauptelemente, den Ständer und den Läufer. Der Läufer ist mit der Welle verbunden, über die mechanische Energie zu- oder abfließt. Dazu muss am elektromagnetisch aktiven Teil des Läufers ein Drehmoment angreifen, dessen Ursache Kräfte im magnetischen Feld sind. Auf den Ständer wirkt dann ein gleich großes Reaktionsmoment gleicher Ursache.

Die Kräfte im magnetischen Feld treten als Kräfte auf stromdurchflossene Leiter oder als Grenzflächenkräfte auf, d. h. als Kräfte an den Trennflächen zwischen Gebieten verschiedener Permeabilität. Im ersten Fall erfahren die Leiter einer Spule Kräfte im Feld einer anderen Spule oder eines Permanentmagneten, im zweiten Fall entstehen Kräfte an einem ferromagnetischen Körper im Feld einer Spule. Wenn die eine Spule im Ständer und die andere Spule bzw. der Permanentmagnet bzw. der ferromagnetische Körper im Läufer untergebracht sind, wird bei einer Verdrehung des Läufers Arbeit geleistet, und zwar je nach Drehrichtung entweder gegen die elektromagnetischen Kräfte oder gegen die äußeren, an der Welle angreifenden Kräfte, die diesen das Gleichgewicht halten. Dieser Austausch mechanischer Energie über die Welle muss

mit einem Austausch elektrischer Energie über die Klemmen der Maschine verbunden sein, wenn sich nicht ausschließlich die in der Anordnung gespeicherte Energie ändert. Ein Austauschen elektrischer Energie über die Klemmen tritt dadurch auf, dass in der Ständerspule durch die Bewegung des Läufers Spannungen induziert werden. Dabei gibt es zwei Formen der Spannungsinduktion, die den beiden Formen der Kräfte zugeordnet sind.

Bei der Spannungsinduktion durch Relativbewegung von Spulen ändert sich die Flussverkettung der Ständerspule mit dem Feld der Läuferspule bzw. des Permanentmagneten aufgrund der Bewegung zwischen beiden Spulen. Bei der zweiten Form der Spannungsinduktion ändert sich die Flussverkettung der Ständerspule aufgrund der mit der Bewegung des Läufers verbundenen Änderung des magnetischen Widerstands, der für die Flussverkettung der Ständerspule verantwortlich ist. Unabhängig von den verschiedenartigen Ursachen der Spannungsinduktion erhält man jedoch eine einheitliche mathematische Formulierung für die induzierten Spannungen, die durch das Induktionsgesetz gegeben ist. Im Gegensatz dazu lässt sich eine einheitliche Formulierung für die Kräfte nicht ohne weiteres angeben. Deshalb ist es vorteilhaft, die Kräfte bzw. Drehmomente eines elektromechanischen Energiewandlers über eine *Energiebilanz* letztlich mit Hilfe der Aussagen des Induktionsgesetzes zu gewinnen. Ein derartiges Vorgehen vertieft darüber hinaus das Verständnis für den Mechanismus der elektromechanischen Energiewandlung. Man gewinnt geschlossene Beziehungen für die Kräfte bzw. Drehmomente und kann damit Aussagen über die prinzipiellen Voraussetzungen für ihr Auftreten machen. Dieser Vorteil wird allerdings dadurch erkauft, dass man keinerlei detaillierte Angabe über die Angriffsorte der Kräfte erhält. Im Folgenden wird die Analyse elektromechanischer Energiewandler über den Weg der Energiebilanz auf relativ einfacher Ebene entwickelt. Die Betrachtungen gehen zunächst von einfachsten Anordnungen aus und werden anschließend auf kompliziertere übertragen. Entsprechend dem Gesamtanliegen des vorliegenden Buchs werden alle elektrischen Kreise wie Spulen und Wicklungen als aus linienhaften Leitern bestehend angenommen, so dass die Formulierung des Induktionsgesetzes nach (0.4.20) gilt.

2.2.1.2 Entwicklung der Ausgangsanordnungen der rotierenden elektrischen Maschinen

Als allgemeine Ausgangsanordnung einer rotierenden elektrischen Maschine bietet sich eine Anordnung nach Bild 2.2.1a an, bei der der magnetische Kreis in Ständer und Läufer zunächst koaxiale Kreiszyylinder bildet. Wenn man davon ausgeht, dass im Ständer eine Spule 1 und im Läufer eine Spule 2 angeordnet werden kann, so erhält man aus allgemeinen Untersuchungen über die elektromechanische Energiewandlung, die im Band *Theorie elektrischer Maschinen* näher zu betrachten sind, unter Voraussetzung linearer magnetischer Verhältnisse für das auf den Läufer wirkende Drehmoment die bekannte Beziehung

$$m = \frac{i_1^2}{2} \frac{dL_{11}}{d\alpha} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\alpha} + \frac{i_2^2}{2} \frac{dL_{22}}{d\alpha} \quad (2.2.1)$$

mit

L_{11} Selbstinduktivität der Ständerspule

L_{12} Gegeninduktivität zwischen Ständer- und Läuferspule

L_{22} Selbstinduktivität der Läuferspule

wobei im allgemeineren Fall alle drei Induktivitäten Funktionen des Winkels α zwischen den Achsen der Spulen von Ständer und Läufer sind. Die Spannungsgleichungen der beiden Spulen lauten unter Verzicht auf die Berücksichtigung der ohmschen Spannungsabfälle

$$\begin{aligned}
 u_1 &= L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} + \frac{dL_{11}}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} i_1 + \frac{dL_{12}}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} i_2 \\
 &= \underbrace{-e_{s1}}_{-e_{s1}} \quad \underbrace{-e_{tr1}}_{-e_{tr1}} \quad \underbrace{-e_{r11}}_{-e_{r11}} \quad \underbrace{-e_{r12}}_{-e_{r12}} \\
 &= \underbrace{-e_{s1}}_{-e_{s1}} \quad \underbrace{-e_{tr1}}_{-e_{tr1}} \quad \underbrace{-e_{r1}}_{-e_{r1}}
 \end{aligned} \tag{2.2.2}$$

$$\begin{aligned}
 u_2 &= L_{21} \frac{di_1}{dt} + L_{22} \frac{di_2}{dt} + \frac{dL_{21}}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} i_1 + \frac{dL_{22}}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} i_2 \\
 &= \underbrace{-e_{tr2}}_{-e_{tr2}} \quad \underbrace{-e_{s2}}_{-e_{s2}} \quad \underbrace{-e_{r21}}_{-e_{r21}} \quad \underbrace{-e_{r22}}_{-e_{r22}} \\
 &= \underbrace{-e_{tr2}}_{-e_{tr2}} \quad \underbrace{-e_{s2}}_{-e_{s2}} \quad \underbrace{-e_{r2}}_{-e_{r2}}
 \end{aligned} \tag{2.2.3}$$

Es entstehen zwei Gruppen von Spannungskomponenten. Die erste rührt von der durch Selbst- und Gegeninduktion induzierten Spannung her. Die zweite Gruppe hat ihre Ursache in der Drehbewegung $\alpha(t)$ des Läufers. Ihre beiden Anteile lassen sich zur rotatorisch induzierten Spannung e_{r1} bzw. e_{r2} zusammenfassen.

Die mechanische Leistung, die über die Welle an das gekuppelte mechanische System abgegeben und über den Prozess der elektromechanischen Energiewandlung gewonnen wird, erhält man mit (2.2.1) zu

$$p_{\text{mech}} = m \frac{d\alpha}{dt} = \frac{i_1^2}{2} \frac{dL_{11}}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} + \frac{i_2^2}{2} \frac{dL_{22}}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} . \tag{2.2.4}$$

Wie ein Vergleich mit (2.2.2) und (2.2.3) zeigt, treten in (2.2.4) die Rotationsspannungen e_r in Erscheinung. Unter Beachtung von $e_{r12}i_1 = e_{r21}i_2$ geht (2.2.4) über in

$$p_{\text{mech}} = -\frac{1}{2}(e_{r11}i_1 + e_{r12}i_1 + e_{r21}i_2 + e_{r22}i_2) = -\frac{1}{2}(e_{r1}i_1 + e_{r2}i_2) . \tag{2.2.5}$$

Man gewinnt die wichtige Erkenntnis, dass die durch die Rotation induzierten Spannungen für den Prozess der Energiewandlung maßgebend sind.

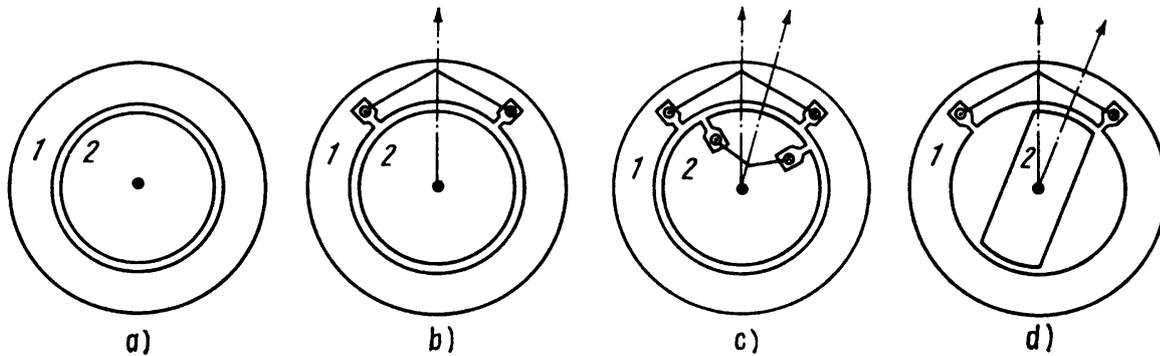


Bild 2.2.1 Entwicklung der Ausgangsanordnungen rotierender elektrischer Maschinen.
 a) Allgemeine Ausgangsanordnung einer rotierenden elektrischen Maschine;
 b) allgemeine Ausgangsanordnung mit einer Ständerspule;
 c) Ausgangsanordnung einer rotierenden elektrischen Maschine mit je einer Spule im Ständer und im Läufer;

d) Ausgangsanordnung einer rotierenden elektrischen Maschine mit nur einer Spule im Ständer und nicht rotationssymmetrischem Läufer (Reluktanzmaschine).
 Im Eisenkreis ist $\kappa_{\text{Fe}} = 0$ vorausgesetzt, so dass sich keine Wirbelströme ausbilden können

Eine Spule, die entsprechend Bild 2.2.1b in zwei Nuten des Ständers untergebracht ist, baut ein Feld auf, das aufgrund der vollständigen Rotationssymmetrie des Läufers unabhängig von der Läuferstellung ist. Damit hat die Spule eine konstante Selbstinduktivität; es ist $dL/d\alpha = 0$. Die Anordnung nach Bild 2.2.1b kann demnach nicht als elektromechanischer Energiewandler arbeiten. Das Gleiche gilt, wenn nur im Läufer eine Spule untergebracht ist. Aus diesen Überlegungen folgt, dass aus der allgemeinen Ausgangsanordnung nach Bild 2.2.1a dann ein elektromechanischer Energiewandler entsteht, wenn entsprechend Bild 2.2.1c sowohl im Ständer als auch im Läufer Spulen vorgesehen werden. Man erhält die *erste* und wichtigste *Ausgangsanordnung* einer rotierenden elektrischen Maschine. Ursache des Drehmoments ist dabei entsprechend (2.2.1) die Änderung der Gegeninduktivität zwischen der Ständerspule und der Läuferwicklung, die mit der Läuferbewegung verbunden ist. Die meisten rotierenden elektrischen Maschinen arbeiten in erster Linie nach diesem Prinzip.

Das magnetische Feld einer elektrischen Maschine der ersten Ausgangsanordnung nach Bild 2.2.1c besteht im einfachsten Fall aus zwei Wirbeln. Dabei bildet sich jeder Wirbel um eine der beiden Spulenseiten der im einfachsten Fall allein vorhandenen Spule aus. Der prinzipielle Verlauf des Felds ist im Bild 2.2.2a dargestellt. Dabei liegen sich die Nuten, in denen die beiden Spulenseiten untergebracht sind, diametral gegenüber. Man bezeichnet einen Bereich des Luftspaltraums zwischen Ständer und Läufer, in dem das Feld eine Richtung besitzt, d.h. entweder von innen nach außen oder von außen nach innen durch den Luftspalt tritt, als *Pol*. Wegen der Quellenfreiheit des magnetischen Felds müssen Pole stets paarweise auftreten. Die einfachste Ausführung, wie sie Bild 2.2.2a zeigt, weist also zwei Pole bzw. ein *Polpaar* auf. Eine hinsichtlich des magnetischen Felds allgemeine Ausführung einer elektrischen Ma-

schine zeigt Bild 2.2.2b. Das Feld schließt sich hier in $2p$ Wirbeln und bildet damit im Luftspaltraum $2p$ Pole bzw. p Polpaare. Für den Bereich eines Pols steht in Umfangsrichtung die *Polteilung*

$$\tau_p = \frac{D\pi}{2p}$$

als $2p$ ter Teil des Umfangs zur Verfügung. Um das $2p$ -polige Feld aufzubauen, ist mindestens eine Spule je Polpaar erforderlich. Die Spulenseiten der insgesamt p Spulen müssen, wie Bild 2.2.2b zeigt, in wechselnder Richtung vom erregenden Strom durchflossen werden. Die Weite W der Spulen wird bei gleichmäßiger Verteilung der Spulenseiten gleich der Polteilung τ_p .

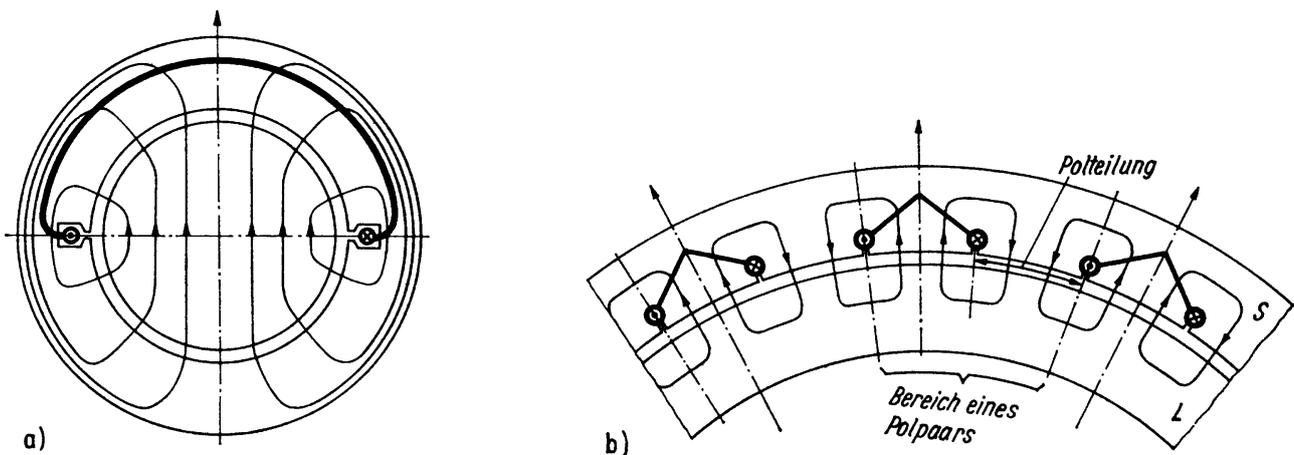


Bild 2.2.2 Magnetisches Feld einer Maschine: a) zweipolig; b) $2p$ -polig

Eine zweite Möglichkeit, aus der allgemeinen Ausgangsanordnung nach Bild 2.2.1a einen elektromechanischen Energiewandler zu gewinnen, besteht darin, dass in einem der beiden Hauptelemente auf die Rotationssymmetrie verzichtet wird. Im Bild 2.2.1d ist wie im Bild 2.2.1b nur im Ständer eine Spule vorgesehen; die Anordnung besitzt jedoch einen nicht rotationssymmetrischen Läufer. Dadurch wird die Selbstinduktivität der Ständerspule eine Funktion der Läuferstellung, und die Maschine kann entsprechend (2.2.1) ein Drehmoment entwickeln. Die Änderung der Induktivität ist durch die Änderung des magnetischen Widerstands bedingt, der für den Fluss durch die Spule verantwortlich ist. Man bezeichnet die Gruppe der Maschinen, die aus dieser zweiten *Ausgangsanordnung* hervorgehen, deshalb auch als *Reluktanzmaschinen* (Reluktanz = magnetischer Widerstand). Sie spielen innerhalb der Gesamtheit der rotierenden elektrischen Maschinen eine relativ geringe Rolle. Es ist allerdings zu beachten, dass in vielen Fällen aus konstruktiven, technologischen oder ökonomischen Überlegungen heraus auch bei solchen Maschinen auf die Rotationssymmetrie in einem der beiden Hauptelemente verzichtet wird, die in beiden Hauptelementen Wicklungen tragen. Das sind jene Maschinen, die im Ständer oder im Läufer ausgeprägte Pole tragen. Dabei ist die Wicklung in Form von konzentrierten Spulen auf den Polkernen

untergebracht. Bild 2.2.3 zeigt eine derartige Maschine, wobei sich die ausgeprägten Pole hier im Ständer befinden. Sie wird als *Außenpolmaschine* bezeichnet, während man eine Maschine, deren ausgeprägte Pole sich auf dem Läufer befinden, als *Innenpolmaschine* anspricht.¹⁾ Es ist offensichtlich, dass sich bei derartigen Maschinen mit der Läuferbewegung außer der Gegeninduktivität zwischen Ständer- und Läuferwindungen auch die Selbstinduktivitäten jener Spulen ändern, die auf dem rotationssymmetrischen Hauptelement untergebracht sind. Dadurch muss damit gerechnet werden, dass gegenüber einer sonst gleichen Maschine ohne ausgeprägte Pole zusätzliche Erscheinungen auftreten. Gewisse Schwankungen der Selbstinduktivitäten sind auch durch die Nutung bedingt. Sie rufen ebenfalls Drehmomentenanteile hervor, die jedoch bei den Untersuchungen des Verhaltens der Maschinen im vorliegenden Rahmen vernachlässigt werden.

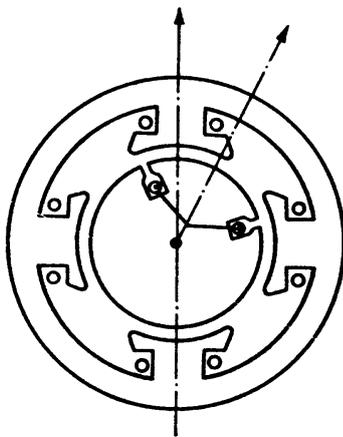


Bild 2.2.3 Ausgangsanordnung einer rotierenden elektrischen Maschine mit Wicklungen im Ständer und im Läufer, aber ausgeprägten Polen im Ständer (Außenpolmaschine)

Unter dem Gesichtspunkt der Spannungsinduktion folgt aus (2.2.5), dass ein elektromechanischer Energieumsatz das Auftreten von mindestens einer Rotationsspannung voraussetzt. Diese entsteht bei der Anordnung nach Bild 2.2.1c dadurch, dass eine Relativbewegung zwischen den beiden Spulen stattfindet, während sich der Fluss durch die Spule im Bild 2.2.1d dadurch ändert, dass der für diesen Fluss maßgebende magnetische Widerstand eine Funktion der Stellung des Läufers ist.

Ein Energieaustausch mit einem der beiden Netze, an denen die Spulen 1 und 2 liegen, erfordert, dass in der zugehörigen Spule überhaupt eine Spannung induziert wird und damit $u \neq 0$ wird.

Über den Energiefluss im Inneren der Anordnungen nach Bild 2.2.1 kann allgemein noch nichts ausgesagt werden, da nicht nur Energie aus den beiden Netzen 1 und 2 sowie über die Welle zu- oder abfließt, sondern im allgemeinen Fall auch eine Änderung der in der Maschine gespeicherten magnetischen Energie stattfindet.

1) Bei Außenläufermaschinen, bei denen der Läufer den Ständer umgibt, vermeidet man die Begriffe Außenpol- bzw. Innenpolmaschine.

2.2.2

Stationärer Energieumsatz**2.2.2.1 Bedingungen für einen stationären Energieumsatz**

Unter einem stationären Energieumsatz ist zu verstehen, dass die über die Maschinenklemmen und die Welle fließenden Leistungen bei konstanter Drehzahl konstant sind oder einen konstanten Mittelwert aufweisen. Dabei muss wegen der Konstanz der Drehzahl auch ein zeitlich konstantes Drehmoment bzw. ein zeitlich konstanter Mittelwert des Drehmoments vorhanden sein. Das wiederum bedeutet für die erste Ausgangsanordnung einer rotierenden elektrischen Maschine nach Bild 2.2.1c, die im Folgenden allein weiterverfolgt wird, dass das Drehmoment

$$m = i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\alpha} \quad (2.2.6)$$

nach (2.2.1) einen zeitlich konstanten Anteil aufweisen muss. Die Ströme i_1 und i_2 können im stationären Betrieb entweder Gleichströme oder eingeschwungene Wechselströme sein. Wenn man sich auf die ersten Harmonischen beschränkt, lässt sich also formulieren

$$i_1 = \hat{i}_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_{i1}) \quad (2.2.7)$$

$$i_2 = \hat{i}_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_{i2}) . \quad (2.2.8)$$

Dabei ist der Fall des Gleichstroms jeweils als Sonderfall mit $\omega_1 = 0$ bzw. $\omega_2 = 0$ prinzipiell enthalten. Die Gegeninduktivität L_{12} zwischen der Ständerwicklung 1 und der Läuferwicklung 2 ändert sich periodisch mit dem Drehwinkel α , d. h. entsprechend

$$L_{12} = \hat{L}_{12} \cos \alpha , \quad (2.2.9)$$

wenn man sich wiederum auf die erste Harmonische beschränkt. Dabei gilt wegen der Konstanz der Drehzahl

$$\frac{d\alpha}{dt} = \Omega , \quad (2.2.10)$$

wobei Ω die mechanische Winkelgeschwindigkeit des Läufers ist. Daraus folgt

$$\alpha = \Omega t , \quad (2.2.11)$$

wenn man festlegt, dass die Lagen der Achsen der beiden Wicklungen zur Zeit $t = 0$ übereinstimmen. Die Beziehung für das Drehmoment nach (2.2.6) lässt sich mit e_{r21} nach (2.2.3) und mit (2.2.10) darstellen als

$$m = -\frac{1}{\Omega} e_{r21} i_2 , \quad (2.2.12)$$

wobei

$$e_{r21} = -\frac{dL_{21}}{d\alpha} \Omega i_1$$

die in der Wicklung 2 durch Rotation im Feld des Stroms i_1 der Wicklung 1 induzierte Spannung ist. Für diese erhält man mit (2.2.9), (2.2.11) und (2.2.7) sowie

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta)$$

die Beziehung

$$e_{r21} = -\Omega \frac{\hat{i}_1 \hat{L}_{12}}{2} \left\{ \cos \left[(\omega_1 + \Omega)t + \varphi_{i1} + \frac{\pi}{2} \right] + \cos \left[(\omega_1 - \Omega)t + \varphi_{i1} - \frac{\pi}{2} \right] \right\}, \quad (2.2.13)$$

d.h. sie besitzt zwei Komponenten mit den Kreisfrequenzen $|\omega_1 + \Omega|$ und $|\omega_1 - \Omega|$. Daraus folgt bereits, dass der Strom i_2 eine Kreisfrequenz ω_2 aufweisen muss, die mit einer der beiden Kreisfrequenzen der induzierten Spannung übereinstimmt, wenn das Drehmoment nach (2.2.12) einen zeitlich konstanten Mittelwert haben soll. Man erhält als *Frequenzbedingung*, die zwischen den Kreisfrequenzen der Ständergrößen und denen der Läufergrößen sowie der mechanischen Winkelgeschwindigkeit erfüllt sein muss,

$$\boxed{\omega_2 = |\omega_1 \pm \Omega|}. \quad (2.2.14)$$

Das gleiche Ergebnis gewinnt man natürlich, wenn die formale Rechnung fortgesetzt wird. Durch Einsetzen von (2.2.13) und (2.2.8) in (2.2.12) ergibt sich

$$m = \frac{\hat{i}_1 \hat{i}_2 \hat{L}_{12}}{4} \left\{ \begin{aligned} &\cos \left[(\omega_1 + \omega_2 + \Omega)t + \varphi_{i1} + \varphi_{i2} + \frac{\pi}{2} \right] \\ &+ \cos \left[(\omega_1 + \omega_2 - \Omega)t + \varphi_{i1} + \varphi_{i2} - \frac{\pi}{2} \right] \\ &+ \cos \left[(\omega_1 - \omega_2 + \Omega)t + \varphi_{i1} - \varphi_{i2} + \frac{\pi}{2} \right] \\ &+ \cos \left[(\omega_1 - \omega_2 - \Omega)t + \varphi_{i1} - \varphi_{i2} - \frac{\pi}{2} \right] \end{aligned} \right\}. \quad (2.2.15)$$

Offensichtlich ist eine der vier Komponenten des Drehmoments zeitlich konstant, wenn ihre Kreisfrequenz verschwindet. Daraus folgt wiederum (2.2.14). Andererseits erkennt man aus (2.2.15), dass die anderen drei Komponenten entweder alle oder wenigstens teilweise periodisch bleiben. Es treten also bei der Ausgangsanordnung nach Bild 2.2.1c stets zusätzliche Pendelmomente auf. Der Gesichtspunkt, derartige Pendelmomente zu vermeiden, führt auf die Ausführung von rotierenden elektrischen Maschinen, die im Ständer und Läufer symmetrische mehrsträngige Wicklungen tragen, deren Ströme symmetrische Mehrphasensysteme bilden.

Die einzelnen Ausführungsformen der rotierenden elektrischen Maschinen, die aus der ersten Ausgangsanordnung nach Bild 2.2.1c hervorgehen, unterscheiden sich in der Art und Weise, wie die Frequenzbedingung nach (2.2.14) eingehalten wird. Darauf wird später bei der Behandlung der einzelnen Maschinenarten zurückgekommen. Andererseits lässt sich, ausgehend von der Frequenzbedingung und den zur

Verfügung stehenden Netzen, auch eine Synthese der denkbaren Ausführungsformen vornehmen.

2.2.2.2 Energiebilanz der realen Maschine

Die bisher im Abschnitt 2.2 angestellten Überlegungen stellen insofern eine Idealisierung dar, als die Verlustleistungen nicht berücksichtigt wurden. Diese entstehen in der realen Maschine in erster Linie als Stromwärmeverluste in den elektrischen Kreisen, als Ummagnetisierungsverluste im magnetischen Kreis und als Reibungsverluste.

Die *Stromwärmeverluste* werden üblicherweise unterteilt in Wicklungsverluste, Erregerverluste und Bürstenübergangsverluste.

Als *Wicklungsverluste*

$$P_{vw} = I^2 R \quad (2.2.16)$$

bezeichnet man jene Verluste, die durch den Gleichstromwiderstand R einer den Strom I führenden Wicklung bedingt sind. Sie lassen sich durch Einführen der dem Quadrat der Stromdichte proportionalen *Verlustdichte* \bar{v}_w der Wicklungsverluste nach (1.7.3) auch darstellen als

$$P_{vw} = \bar{v}_w \mathcal{V}_w, \quad (2.2.17)$$

wenn mit \mathcal{V}_w das Volumen der Wicklung bezeichnet wird.

Als *Erregerverluste* P_{ve} bezeichnet man jenen Teil der Verluste, der in den elektrischen Kreisen einer Erregerwicklung einschließlich der zugehörigen Schleifringübertragung und der äußeren Stellwiderstände auftritt. Dabei ist eine Erregerwicklung eine Wicklung, die lediglich zum Aufbau des Felds benötigt wird, in der jedoch keine Spannung oder zumindest keine Rotationsspannung induziert wird. Sie liegt i. Allg. an einer konstanten Gleichspannung. Damit wird

$$P_{ve} = U_e I_e. \quad (2.2.18)$$

Als *Bürstenübergangsverluste* $P_{vü}$ wird jener Teil der in einer Wicklung, die über Schleifkontakte mit den äußeren Zuleitungen verbunden ist und einen Strom I führt, auftretenden Verluste bezeichnet, der von dem Spannungsabfall über den Bürsten herrührt. Dieses gegenüber den Wicklungsverlusten getrennte Ausweisen ist erforderlich, da der *Bürstenspannungsabfall* U_B nicht stromproportional ist. Vielmehr kann in erster Näherung mit einem konstanten, stromunabhängigen Spannungsabfall gerechnet werden. Er hat für zwei Bürsten, die in einem Stromkreis in Reihe liegen, je nach Bürstensorte den Wert $U_B = 0,6 \dots 5$ V. Damit erhält man für die Bürstenübergangsverluste

$$P_{vü} = U_B I. \quad (2.2.19)$$

Die *Ummagnetisierungsverluste* P_{vu} treten überall dort im magnetischen Kreis auf, wo zeitlich veränderliche Induktionen vorliegen. Das ist oft nur in einem der beiden Hauptelemente der Fall. Für ein Teilvolumen \mathcal{V}_{Mi} mit der konstanten Verlustdichte \bar{v}_{ui}

der Ummagnetisierungsverluste nach (1.7.1) erhält man

$$P_{vui} = \bar{v}_{ui} \mathcal{V}_{Mi} \quad (2.2.20)$$

und damit für die gesamten Ummagnetisierungsverluste

$$P_{vu} = \sum_i P_{vui} = \sum_i \bar{v}_{ui} \mathcal{V}_{Mi} .$$

Dabei ist \bar{v}_{ui} etwa dem Quadrat der in dem Volumen herrschenden Induktionsamplitude proportional. Die Ummagnetisierungsverluste setzen sich aus den *Hystereseverluste*- und den *Wirbelstromverlusten* zusammen als

$$P_{vu} = P_{v\text{ hyst}} + P_{v\text{ wb}} . \quad (2.2.21)$$

Da die Induktion in den einzelnen Abschnitten des Magnetkreises etwa einem charakteristischen Fluss Φ der Maschine proportional ist, gilt für eine gegebene Maschine

$$P_{vu} \sim \Phi^2 .$$

Die Hystereseverluste $P_{v\text{ hyst}}$ sind linear und die Wirbelstromverluste $P_{v\text{ wb}}$ quadratisch von der Frequenz abhängig [vgl. (1.2.54) und (1.2.59)].

Reibungsverluste $P_{v\text{ rb}}$ treten als Lagerreibungsverluste, Bürstenreibungsverluste und Luftreibungsverluste auf. Letztere enthalten sowohl die Verluste durch die Luftreibung des eigentlichen Läufers als auch den Leistungsbedarf des Lüfters, der zur Erhöhung der Strömungsgeschwindigkeit der Kühlluft auf der Maschinenwelle angebracht ist.

Neben den bisher aufgeführten Verlusten, deren Ursache relativ einfach zu fassen ist und für die auch hinsichtlich ihres Entstehungsorts überschaubare Verhältnisse vorliegen, gibt es weitere Verlustkomponenten, die als *zusätzliche Verluste* bezeichnet werden sollen. Das sind Verluste, die sich nicht ohne weiteres lokalisieren lassen oder deren Ursache nicht einfach erfassbar bzw. nicht unmittelbar mit dem auszunutzenden Wirkungsmechanismus verknüpft ist. Sie werden z.B. durch *Stromverdrängungserscheinungen*, durch Wirbelströme in tragenden und abdeckenden Konstruktionsteilen, durch Wirkung unerwünschter Komponenten des Luftspaltfelds, als Folge der Kurzschlussströme kommutierender Spulen im Kommutatoranker u. a. hervorgerufen.

Der bekannte Begriff *Zusatzverluste* ist im Zusammenhang mit den indirekten Verfahren der Wirkungsgradbestimmung eingeführt worden. Dabei werden die Gesamtverluste dadurch ermittelt, dass durch mehrere spezielle Versuche versucht wird, die einzelnen Verlustanteile unmittelbar zu messen. Die tatsächlichen Gesamtverluste werden von der Summe dieser Verlustanteile abweichen und sind i. Allg. größer. Für die Differenz wurde der Begriff *Zusatzverluste* eingeführt. Für Verluste, die nicht mit dem eigentlichen auszunutzenden Wirkungsmechanismus verknüpft sind, sollte man deshalb besser den Begriff *zusätzliche Verluste* verwenden.

Die *Gesamtverluste* P_v einer Maschine setzen sich aus den angeführten Anteilen der einzelnen Verlustarten zusammen. Dabei lassen sich, vornehmlich unter dem Gesichtspunkt der Prüftechnik, zwei Gruppen bilden: die Leerlaufverluste P_{vl} und die Lastverluste P_{vk} . Es ist also

$$P_v = \sum_{\nu} P_{v\nu} = P_{vl} + P_{vk} . \quad (2.2.22)$$

Die *Leerlaufverluste* P_{vl} werden von den Ummagnetisierungsverlusten, den Reibungsverlusten sowie Teilen der Erregerverluste und der zusätzlichen Verluste gebildet. Sie treten bereits im Leerlauf der Maschine auf und sind weitgehend vom Belastungsstrom unabhängig.

Die *Lastverluste* P_{vk} setzen sich aus den Wicklungsverlusten und den Bürstenübergangsverlusten jener Stromkreise zusammen, die den lastabhängigen Strom führen, sowie aus einem Teil der zusätzlichen Verluste. Sie steigen wegen des überwiegenden Anteils der Wicklungsverluste nach (2.2.16) mehr als linear mit der Belastung an.

Der *Wirkungsgrad*

$$\eta = \frac{\text{abgegebene Leistung}}{\text{aufgenommene Leistung}} = \frac{P_{ab}}{P_{auf}} \quad (2.2.23)$$

lässt sich durch Einführen der Verluste formulieren als

$$\boxed{\eta = \frac{P_{ab}}{P_{ab} + P_v} = \frac{P_{auf} - P_v}{P_{auf}}} . \quad (2.2.24)$$

Als Funktion der abgegebenen Leistung ist $\eta = 0$ für $P_{ab} = 0$. Der Wirkungsgrad steigt im Gebiet kleiner Belastungen zunächst an, da die konstanten Leerlaufverluste einen immer kleineren Anteil der aufgenommenen Leistung darstellen und die Lastverluste zunächst noch keine Rolle spielen. Im Gebiet großer Belastung dagegen überwiegt das Ansteigen der Lastverluste gegenüber der Zunahme der abgegebenen Leistung, und der Wirkungsgrad sinkt wieder. Dazwischen durchläuft er einen Maximalwert η_{\max} . Das geschieht ungefähr bei einer Belastung, deren Lastverluste gleich den Leerlaufverlusten sind (vgl. Abschnitt 1.5.2).

2.2.2.3 Leistungsfluss im stationären Betrieb

Im stationären Betrieb einer rotierenden elektrischen Maschine tritt keine Änderung der im Mittel gespeicherten Energie (z.B. der gespeicherten magnetischen Energie) auf. Dem entspricht, dass die vorzeichenbehaftete Summe der in ein geschlossenes Volumen eintretenden mittleren Leistungen im stationären Betrieb auch bei Anwesenheit von Verlusten null sein muss entsprechend

$$\sum_{vzb} P = 0 . \quad (2.2.25)$$

Anderenfalls würde dem betrachteten Volumen mit der Zeit über alle Grenzen wachsend Energie zugeführt oder entzogen, da die für die Änderung der im Mittel gespeicherten Energie in Frage kommenden Leistungen zeitlich konstant sind. In der Leistungsbilanz nach (2.2.25) müssen natürlich die Wärmeströme berücksichtigt werden, als die die Verlustleistungen das betrachtete Volumen verlassen. Wenn die Leistungsbilanz nach (2.2.25) zunächst für die gesamte Maschine aufgestellt wird, folgt, dass die insgesamt aus irgendwelchen Netzen zufließende mittlere elektrische Leistung P gleich sein muss der Summe aus der mittleren Verlustleistung P_v sämtlicher Verlustarten und der mittleren mechanischen Leistung P_{mech} , die über die Welle abgegeben wird. Es ist also

$$P = P_v + P_{mech} . \quad (2.2.26)$$

Diese Beziehung wurde bereits in (2.2.24) angewendet. Mit Hilfe von (2.2.25) lässt sich jedoch der Leistungsfluss im Inneren der Maschine für den Fall des stationären Betriebs weiter verfolgen. Durch Einführen der sog. *Luftspaltleistung* P_δ , die vom Ständer zum Läufer fließt, erhält man mit Bild 2.2.4, indem das Volumen einmal nur den Ständer und einmal nur den Läufer einschließt,

$$P_S = P_{vS} + P_\delta \quad (2.2.27)$$

$$P_L + P_\delta = P_{vL} + P_{mech} . \quad (2.2.28)$$

Um den Leistungsfluss im Inneren einer zu untersuchenden Maschine in einem betrachteten Betriebszustand zu ermitteln, ist es erforderlich, die Beziehungen hinzuzuziehen, die den inneren Mechanismus auch hinsichtlich des Entstehens der Verluste in der Maschine beschreiben. Das ist ohne größere Schwierigkeiten hinsichtlich der Stromwärmeverluste möglich, wenn in den Spannungsgleichungen der elektrischen Kreise die ohmschen Spannungsabfälle berücksichtigt und dabei konstante Widerstände angenommen werden. Der innere Mechanismus hinsichtlich des Entstehens der Reibungsverluste lässt sich ebenfalls leicht berücksichtigen. Diese

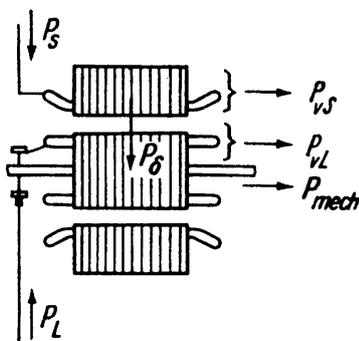


Bild 2.2.4 Zur Ermittlung des Leistungsflusses bei stationärem Energieumsatz

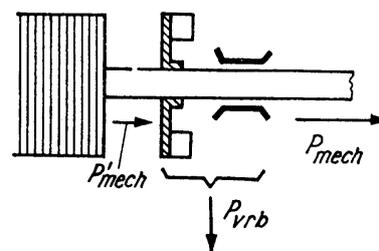


Bild 2.2.5 Zur Berücksichtigung der Reibungsverluste

Verluste entstehen durch das Wirken der verschiedenen unmittelbar am Läufer angreifenden Reibungsmomente und können zwischen dem Läuferkörper und der Kuppelung konzentriert gedacht werden, so dass mit Bild 2.2.5 gilt

$$P'_{\text{mech}} = P_{\text{vrb}} + P_{\text{mech}} . \quad (2.2.29)$$

Dabei ist P'_{mech} die unmittelbar an den Läuferkörper abgegebene mechanische Leistung.

Der innere Mechanismus des Entstehens der Ummagnetisierungsverluste lässt sich nicht ohne weiteres in die Beziehungen einbauen, die das Verhalten der Maschine beschreiben. Entsprechend allgemeiner Gepflogenheit bei der Darlegung der Grundlagen elektrischer Maschinen wird deshalb im Rahmen des vorliegenden Buchs darauf verzichtet, den Einfluss der Ummagnetisierungsverluste auf das Betriebsverhalten zu beachten. Sie werden lediglich in den Gesamtverlusten bzw. im Wirkungsgrad berücksichtigt.

Wenn mit P'_{vS} die Verluste im Aktivteil des Ständers unter Vernachlässigung seiner Ummagnetisierungsverluste und mit P'_{vL} analog dazu die Verluste im Aktivteil des Läufers ohne die dort auftretenden Ummagnetisierungsverluste bezeichnet werden, erhält man unter Beachtung von (2.2.29) die den Gleichungen (2.2.27) und (2.2.28) entsprechenden Beziehungen

$$P_{\text{S}} = P'_{\text{vS}} + P_{\delta} \quad (2.2.30)$$

$$P_{\text{L}} + P_{\delta} = P'_{\text{vL}} + P'_{\text{mech}} . \quad (2.2.31)$$

Diese Beziehungen beschreiben den Leistungsfluss einer Maschine, deren Ummagnetisierungsverluste vernachlässigt und deren Reibungsverluste der Arbeitsmaschine zugeschlagen gedacht sind. Andererseits lassen sich die dem Ständer bzw. dem Läufer zufließenden elektrischen Leistungen mit Hilfe der Spannungsgleichungen ausdrücken. Für jede Ständerwicklung ν gilt eine Spannungsgleichung

$$u_{\text{S}\nu} = R_{\text{S}\nu} i_{\text{S}\nu} - e_{\text{S}\nu}$$

und für jede Läuferwicklung μ analog

$$u_{\text{L}\mu} = R_{\text{L}\mu} i_{\text{L}\mu} - e_{\text{L}\mu} .$$

Damit erhält man für die mittleren Leistungen

$$P_{\text{S}} = \sum \overline{(u_{\text{S}\nu} i_{\text{S}\nu})} = \sum R_{\text{S}\nu} \overline{i_{\text{S}\nu}^2} - \sum \overline{(e_{\text{S}\nu} i_{\text{S}\nu})} \quad (2.2.32)$$

$$P_{\text{L}} = \sum \overline{(u_{\text{L}\mu} i_{\text{L}\mu})} = \sum R_{\text{L}\mu} \overline{i_{\text{L}\mu}^2} - \sum \overline{(e_{\text{L}\mu} i_{\text{L}\mu})} . \quad (2.2.33)$$

Dabei ist vereinbarungsgemäß

$$P'_{\text{vS}} = \sum R_{\text{S}\nu} \overline{i_{\text{S}\nu}^2} \quad \text{und} \quad P'_{\text{vL}} = \sum R_{\text{L}\mu} \overline{i_{\text{L}\mu}^2} .$$

Damit folgt aus (2.2.30) für die Luftspaltleistung

$$P_{\delta} = - \sum \overline{(e_{S\nu} i_{S\nu})} \quad (2.2.34)$$

und aus (2.2.31) für die unmittelbar an den Läuferkörper abgegebene mechanische Leistung

$$P'_{\text{mech}} = - \sum \overline{(e_{S\nu} i_{S\nu})} - \sum \overline{(e_{L\mu} i_{L\mu})} . \quad (2.2.35)$$

2.2.2.4 Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie

Das stationäre Drehmoment M einer elektrischen Maschine folgt aus der mechanischen Leistung zu

$$M = \frac{P'_{\text{mech}}}{2\pi n} . \quad (2.2.36)$$

Dabei ist P'_{mech} unter Vernachlässigung der Reibungsverluste und der Ummagnetisierungsverluste gleich der mechanischen Leistung P'_{mech} nach (2.2.35), die bei der betrachteten Drehzahl und aufgrund der dann induzierten Spannungen und der dabei fließenden Ströme entwickelt wird. Damit erhält man aus (2.2.36) das Drehmoment ohne den Einfluss der Reibungsmomente und der den Ummagnetisierungsverlusten entsprechenden Drehmomente. P'_{mech} nach (2.2.35) ändert sich i. Allg. in Abhängigkeit von der Drehzahl. Damit wird auch das Drehmoment der Maschine eine Funktion der Drehzahl. Die Darstellung $n = f(M)$ trägt die Bezeichnung *Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie*. Bild 2.2.6 zeigt einige derartige Kennlinien. Das Drehmoment M_A der Arbeitsmaschine, die mit der elektrischen Maschine entsprechend Bild 2.2.7 gekuppelt ist, zeigt ebenfalls eine durch den inneren Mechanismus in der Maschine bedingte Drehzahlabhängigkeit. Im Bild 2.2.8 sind einige derartige Kennlinien dargestellt. In der Antriebstechnik arbeitet die elektrische Maschine dominierend als Motor und treibt die Arbeitsmaschine an. Es ist also $M_A < 0$, und dem angepasst wird als *Widerstandsmoment* M_w eingeführt,

$$M_w = -M_A .$$

Wenn man annehmen kann, dass sowohl die elektrische Maschine als auch die Arbeitsmaschine bei irgendwelchen Drehzahländerungen ihre stationären Drehzahl-

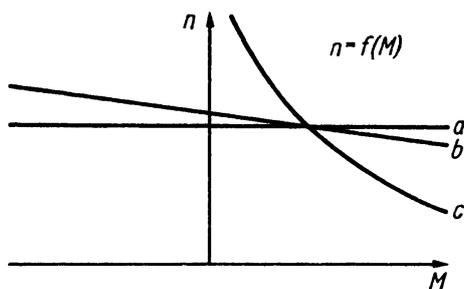


Bild 2.2.6 Charakteristische Drehzahl-Drehmoment-Kennlinien rotierender elektrischer Maschinen:
a) synchrones Verhalten; b) Nebenschlussverhalten;
c) Reihenschlussverhalten

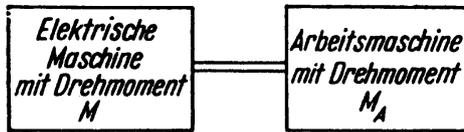


Bild 2.2.7 Kupplung der elektrischen Maschine mit einer Arbeitsmaschine

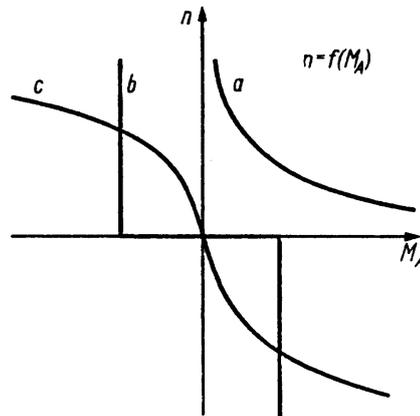


Bild 2.2.8 Charakteristische Drehzahl-Drehmoment-Kennlinien von Arbeitsmaschinen: a) Turbine (ungeregelt); b) Reibungslast; c) Lüfter

Drehmoment-Kennlinie durchlaufen, gilt die *quasistationäre Bewegungsgleichung*

$$M + M_A = M - M_w = 2\pi J \frac{dn}{dt} . \quad (2.2.37)$$

Dabei ist J das gesamte Massenträgheitsmoment bezogen auf die Welle der elektrischen Maschine.²⁾ Von seiten der elektrischen Maschine wird die Gültigkeit von (2.2.37) durch die elektromagnetischen Ausgleichsvorgänge begrenzt, die mit den mechanischen Ausgleichsvorgängen einhergehen. Sie bewirken, dass während des Übergangsvorgangs ein anderes Drehmoment entwickelt wird als bei gleicher Drehzahl im stationären Betrieb. Die Anwendung von (2.2.37) setzt also voraus, dass die Drehzahländerungen hinreichend langsam sind, so dass sich in jedem Zeitpunkt elektromagnetische Erscheinungen einstellen können, die der stationären Drehzahl entsprechen. Gleichung (2.2.37) liefert insbesondere die Aussage, dass sich im Zusammenspiel zwischen der elektrischen Maschine und der Arbeitsmaschine eine stationäre Drehzahl einstellt – d. h. dass $dn/dt = 0$ ist –, bei der für die Drehmomente gilt

$$M + M_A = M - M_w = 0$$

bzw.

$$M = -M_A = M_w . \quad (2.2.38)$$

In der n - M -Ebene stellt (2.2.38) den Schnittpunkt zweier Kennlinien $n = f(M)$ und $n = f(-M_A)$ bzw. $n = f(M_w)$ dar, der deshalb als *Arbeitspunkt* bezeichnet wird.

2) In älteren Darstellungen wurde meist mit dem sog. Schwungmoment GD^2 gearbeitet, das mit dem Läufergewicht G und dem Trägheitsdurchmesser D gebildet wird und zum Massenträgheitsmoment in der Beziehung $GD^2 = 4gJ$ steht (g Erdbeschleunigung).

2.3

Konstruktive und technologische Gestaltung

2.3.1

Aktive Bauteile

Unter den aktiven Bauteilen einer Maschine werden jene verstanden, die aus elektromagnetischen Gesichtspunkten entsprechend den Überlegungen im Abschnitt 2.2 erforderlich sind. Es sind dies der magnetische Kreis und die Wicklungen einschließlich der erforderlichen Isolierung sowie die Stromzuführungen zu den rotierenden Läufer- spulen.

2.3.1.1 Magnetischer Kreis

Der magnetische Kreis besteht aus einem Ständerteil und einem Läufer- teil sowie dem Luftspalt zwischen beiden. Er muss dort als Blechpaket ausgeführt werden, wo zeitlich veränderliche Induktionen auftreten. Das trifft natürlich stets für solche Hauptele- mente zu, in deren Wicklungen Spannungen induziert werden, so dass sie am Ener- gieumsatz der Maschine beteiligt sind. In Hauptelementen, die eine gleichstromge- speiste Erregerwicklung tragen, herrscht ein zeitlich konstantes Feld, und es kann vom Prinzip her eine massive Ausführung gewählt werden.

In *Hauptelementen mit ausgeprägten Polen* (s. Bild 2.2.3) besteht der magnetische Kreis aus dem Joch und den Polen mit *Polkern* und *Polschuh*. Den prinzipiellen Aufbau zeigt Bild 2.3.1. Häufig werden Polschuh und Polkern als ein Teil hergestellt. Hauptele- mente mit ausgeprägten Polen tragen in der Mehrzahl der Fälle gleichstromgespeiste Erregerwicklungen. Man kann sie deshalb massiv ausführen, wobei als Material i. Allg. Stahlguss Verwendung findet.

Rotationssymmetrische Hauptelemente weisen *Nuten* auf, in denen die Spulen der Wicklungen untergebracht sind. Sie werden, abgesehen von Läufern großer Synchron-

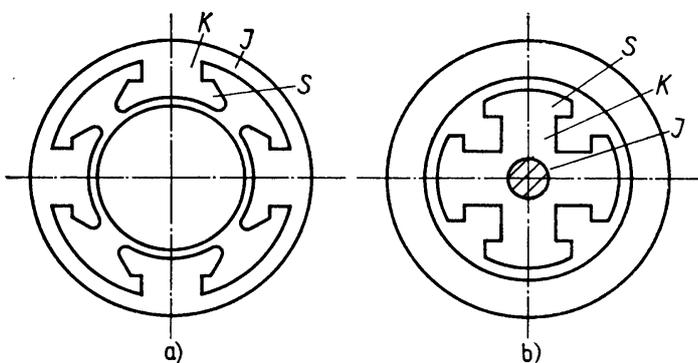


Bild 2.3.1 Prinzipieller Aufbau des magnetischen Kreises, wenn ein Hauptelement ausgeprägte Pole trägt, für $2p = 4$ Pole.

a) Außenpolanordnung; b) Innenpolanordnung.

K Polkern, S Polschuh, J Joch

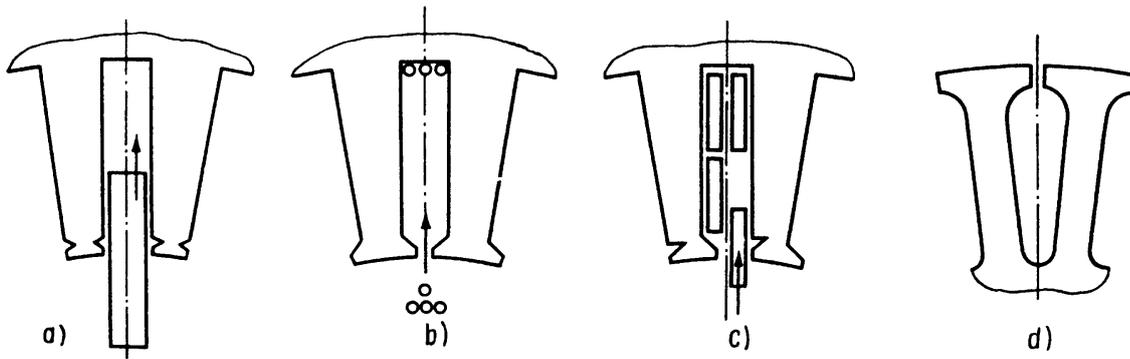


Bild 2.3.2 Nutformen:

- a) offene Ständernut mit parallelen Nutflanken;
- b) halbgeschlossene Ständernut mit parallelen Nutflanken;
- c) halbgeschlossene Nut mit unsymmetrischem Nutschlitz;
- d) halbgeschlossene Läufernut mit parallelen Zahnflanken

vollpolmaschinen, stets als Blechpaket ausgeführt. Die Nuten sind i. Allg. offen oder halb geschlossen und weisen meist parallele Flanken auf. Für kleine Maschinen werden auch konische Nuten verwendet, die parallelf flankige Zähne entstehen lassen. Eine Auswahl gebräuchlicher Nutformen zeigt Bild 2.3.2.

Die Blechpakete, die dort auszuführen sind, wo zeitlich veränderliche Induktionen auftreten, gewinnt man durch Übereinanderschichten von Einzelblechen, die aus Bandmaterial von vornehmlich 0,5 oder 0,65 mm Dicke ausgeschnitten werden. Dabei bestehen die Ständer- bzw. Läuferbleche kleiner und mittlerer Maschinen i. Allg. aus einem Stück (Bild 2.3.3). Bei großen Außendurchmessern können vollständige Ständer- bzw. Läuferbleche wegen der endlichen Breite des zur Verfügung stehenden

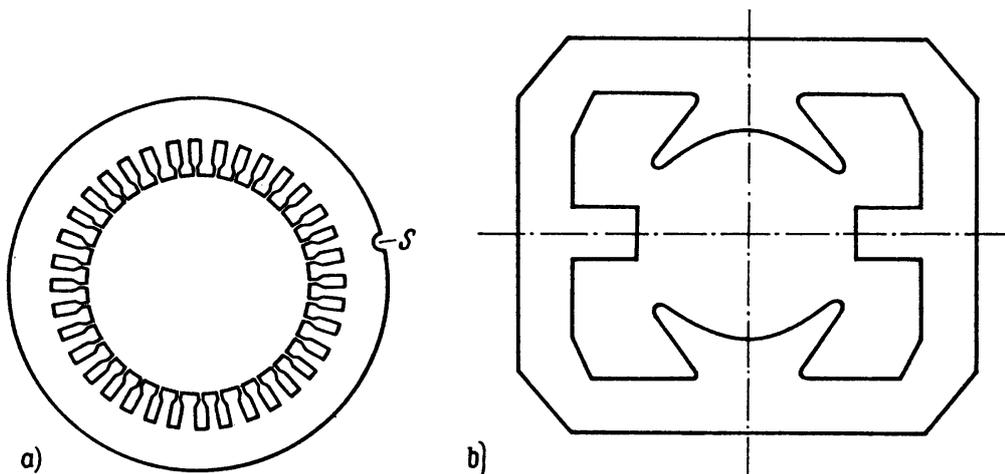


Bild 2.3.3 Vollständige Ständerbleche:

- a) für eine Maschine mit rotationssymmetrischem Ständer (Vollring);
 - b) für eine Maschine mit ausgeprägten Polen in eckiger Ausführung (zweipolige Gleichstrommaschine).
- S Setznut

Ausgangsmaterials (meist max. 1250 mm) i. Allg. nicht mehr hergestellt werden. In diesem Fall wird jede Schicht des Blechpakets aus mehreren *Segmenten* zusammengesetzt. Dabei wechselt die Lage der Trennfuge von Schicht zu Schicht (s. Bild 2.3.4). Zur Verbesserung der Wärmeabfuhr wird das Blechpaket größerer Maschinen meist in axialer Richtung in *Teilpakete* unterteilt, zwischen denen sich, wie Bild 2.3.5 zeigt, etwa 6 bis 10 mm breite Kühlkanäle befinden. Als Abstandhalter dienen Blechstreifen oder Profileisten, die den Strömungsquerschnitt für das Kühlmittel im Kühlkanal möglichst wenig verringern. Falls eine weitere Vergrößerung der wärmeabgebenden Oberfläche erforderlich oder eine reine Axialkühlung vorgesehen ist, werden innerhalb des Rückenteils und manchmal auch der Zähne Öffnungen ausgeschnitten, die axiale *Kühlkanäle* bilden. Das ist besonders für solche Läuferblechpakete erforderlich, die unmittelbar auf der Welle aufsitzen.

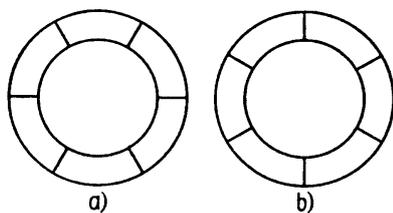


Bild 2.3.4 Aufbau eines Blechpakets aus Segmenten:
a) erste, dritte, fünfte ... Schicht;
b) zweite, vierte, sechste ... Schicht

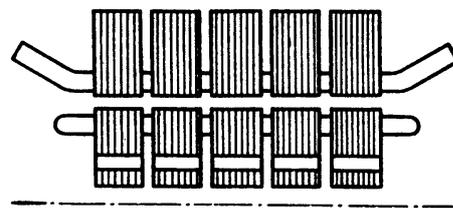


Bild 2.3.5 Aufbau des Blechpakets aus Teilpaketen, zwischen denen sich radiale Kühlkanäle befinden und die axiale Kühlkanäle im Läufer aufweisen

Die Presskraft zum Zusammenpressen des Blechpakets wird beim Einzelein-schichten der Bleche vom Gehäuse bzw. von der Läuferkonstruktion i. Allg. über Press-platten aufgebracht. Sie kann auch durch gesonderte Bolzen oder Niete hervorgerufen werden, die – erforderlichenfalls isoliert – durch das Blechpaket geführt oder am Rand bzw. außerhalb der Bleche angeordnet sind. Kleine Blechpakete, die außerhalb des Gehäuses gewickelt werden sollen, können durch Schweißnähte auf der Oberfläche, durch Klammern aus Blechstreifen oder durch spezielle Aufstanzungen (sog. *Stanz-paketieren*) zusammengehalten werden.

2.3.1.2 Wicklungen

Wicklungen auf ausgeprägten Polen werden entweder in *Spulenkästen* untergebracht oder auf Schablonen gewickelt und dann auf den isolierten Polkern geschoben. Im zweiten Fall wird die Wicklung nach dem Aufschieben zwischen sog. *Spulenrahmen* gegen die Polschuhe gepresst. Zur Verbesserung der Wärmeabfuhr können mehrere Teilspulen vorgesehen werden, die meist als Scheibenspulen übereinanderliegen. Bei großen Lei-terquerschnitten verwendet man Rechteckleiter mit großem Seitenverhältnis, die meist hochkant zu einer einlagigen Spule gewickelt oder aus miteinander durch Lötten ver-bundenen geradlinigen Abschnitten gebildet werden. Bild 2.3.6 zeigt eine Zusammen-stellung der häufigsten Ausführungsformen von Wicklungen auf ausgeprägten Polen

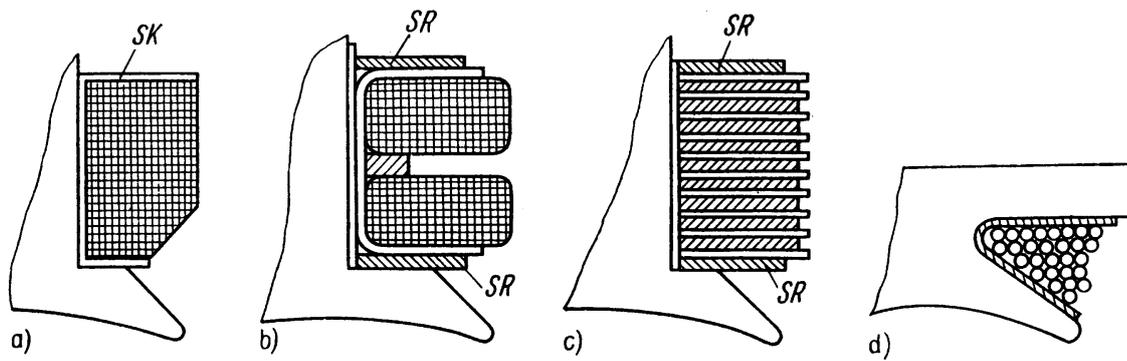


Bild 2.3.6 Ausführung von Wicklungen auf ausgeprägten Polen:

- a) mit Spulenkasten (SK);
- b) aus vorgefertigten scheibenförmigen Teilspulen, die durch Spulengerüste (SR) gegen die Polschuhe gepresst werden;
- c) als einlagig hochkant gewickelte Spule, die durch Spulengerüste (SR) gegen die Polschuhe gepresst wird;
- d) bei Direktbewicklung

in Außenpolanordnung. Für Innenpolanordnungen ergeben sich analoge Ausführungen.

Wicklungen auf rotationssymmetrischen Hauptelementen sind als *Einschicht-* oder als *Zweischichtwicklung* in Nuten untergebracht. Bei der *Einschichtwicklung* füllt jede Spulenseite eine Nut vollständig, während die *Zweischichtwicklung* in jeder Nut zwei übereinanderliegende Spulenseiten aufweist (Bild 2.3.7). Dabei liegt jede Spule mit einer Spulenseite in der *Oberschicht* und mit der anderen in der *Unterschicht*. Bei Kommutatorwicklungen werden außerdem in jeder Schicht je Nut auch nebeneinander-

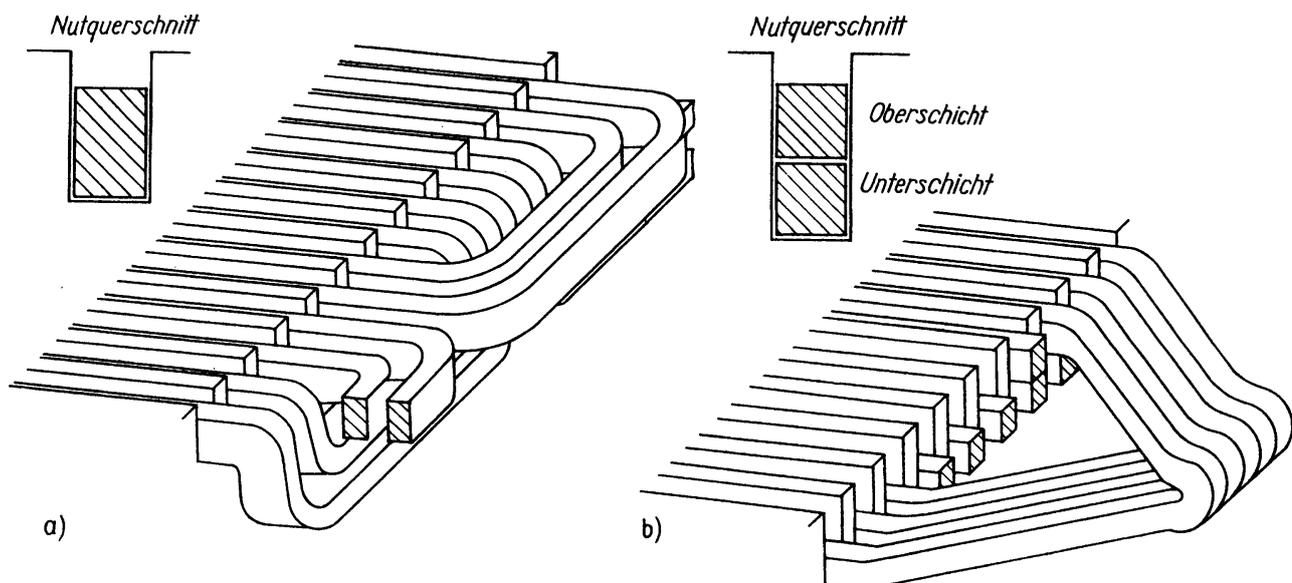


Bild 2.3.7 Anordnung der Spulen in der Nut und im Wicklungskopf:

- a) bei einer Zweiebenen-Einschichtwicklung;
- b) bei einer Zweischichtwicklung

der mehrere Spulenseiten vorgesehen. Wicklungen, deren Spulenseiten aus nur einem Leiter bestehen, bezeichnet man als *Stabwicklungen*; sie kommen nur bei größeren Maschinen vor.

Einschichtwicklungen werden gewöhnlich mit Spulen ungleicher Weite hergestellt, wobei die zusammengehörigen Spulen einer Spulengruppe eine gemeinsame Achse besitzen. Um benachbarten Spulengruppen im Wicklungskopf, d.h. im Raum außerhalb des Blechpakets, Platz zu bieten, müssen dort mehrere (meist zwei) *Wicklungsebenen (Etagen)* vorgesehen werden. Bild 2.3.7a zeigt die Anordnung der Spulen im Wicklungskopf einer Zweiebenen-Einschichtwicklung mit zwei Spulen je Spulengruppe.

Zweischichtwicklungen werden meist aus Spulen gleicher Weite hergestellt. Es liegen dann auch im Wicklungskopf überall zwei Spulenseiten übereinander. Der Übergang von der oberen zur unteren Schicht erfolgt am Ende des Wicklungskopfs (Bild 2.3.7b). Wenn die Zweischichtwicklung im Läufer liegt, bildet der Wicklungskopf die achsenparallele Fortsetzung der Spulenseiten in den Nuten. Die Wicklung trägt dann hinsichtlich der Lage der Wicklungsköpfe die Bezeichnung *Zylindermantel-* oder *Zylinderwicklung*. Bei Ständerwicklungen wird der Wicklungskopf fast stets mehr oder weniger in Richtung zur Stirnfläche des Blechpakets hin abgebogen. Man bezeichnet die Wicklung dann als *Kegelmantelwicklung* (Bild 2.3.8a). Dabei bilden die Projektionen der Stirnverbindungen in die Stirnebene Evolventenzüge, wenn ein konstanter Abstand zwischen den Spulenseiten beibehalten wird. Für den Fall, dass der Wicklungskopf um 90° abgebogen wird, spricht man von einer *Stirnwicklung* (Bild 2.3.8b). Die Stirnverbindungen stellen dann selbst Evolventen dar. Die Kegelmantelwicklung und die Stirnwicklung werden wegen der Form der Spulenseiten im Wicklungskopf auch als *Evolventenwicklungen* bezeichnet.

Einen Sonderfall stellen *Zahnspulenwicklungen* dar (s. Bild 2.3.9), die seit einiger Zeit als fertigungstechnisch besonders einfach realisierbare Variante bei manchen Maschinenarten ausgeführt werden. Dabei umfassen die Spulen jeweils nur einen Zahn des Ständers und ähneln so Wicklungen auf ausgeprägten Polen. Jedoch werden aus ih-

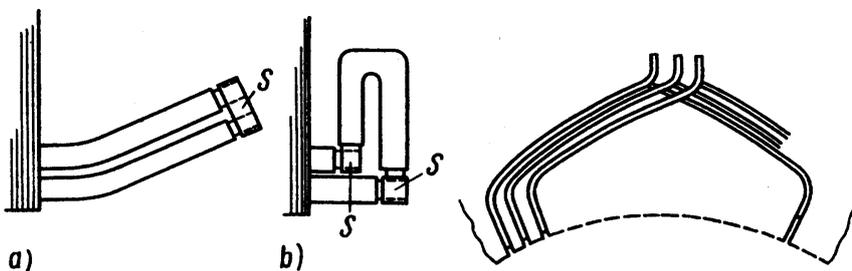


Bild 2.3.8 Leiterführung im Wicklungskopf bei Zweischichtwicklungen, die hier als Stabwicklungen dargestellt sind:
a) als Kegelmantelwicklung;
b) als Stirnwicklung mit angesetzten Verbindungsbügeln.
S Wicklungsschloss

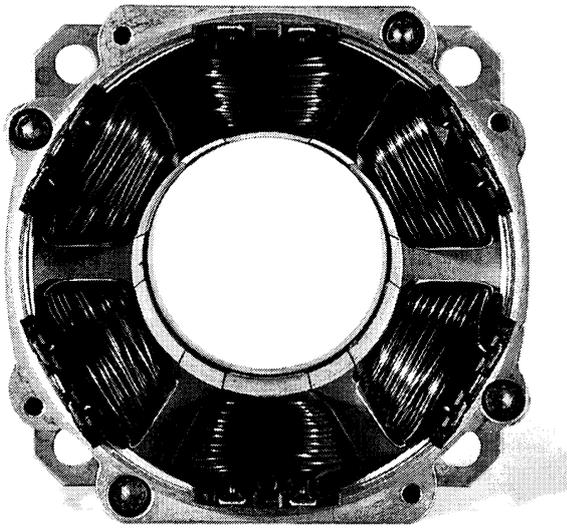


Bild 2.3.9 Stirnansicht einer Zahnpulsenwicklung, bei der nur jeder zweite Zahn bewickelt ist (Werkbild Lenze)

nen i. Allg. symmetrische Drehstromwicklungen aufgebaut, so dass sie analytisch wie eine Sonderausführung von Einschicht- bzw. Zweischichtwicklungen behandelt werden können. Teilweise wird bei Zahnpulsenwicklungen nur jeder zweite Zahn bewickelt.

Wenn offene Nuten vorgesehen sind, können die Spulenseiten der Spulen vor dem Einlegen vollständig isoliert werden. Das ist vor allem bei Hochspannungsmaschinen erforderlich. Man bezeichnet derartige Wicklungen im Hinblick auf die Herstellung als *Formspulsenwicklungen*. Bild 2.3.10a zeigt den Querschnitt durch eine Nut einer Zweischichtwicklung für Hochspannung. Bei halbgeschlossenen Nuten kann man fertig isolierte Spulenseiten nur als Stäbe bzw. als Halbspulen einschieben, die zunächst höchstens auf einer Seite die endgültige Formgebung im Wicklungskopf aufweisen (*Halbformspulen*). Die Verbindungen im Wicklungskopf müssen dann entweder mit

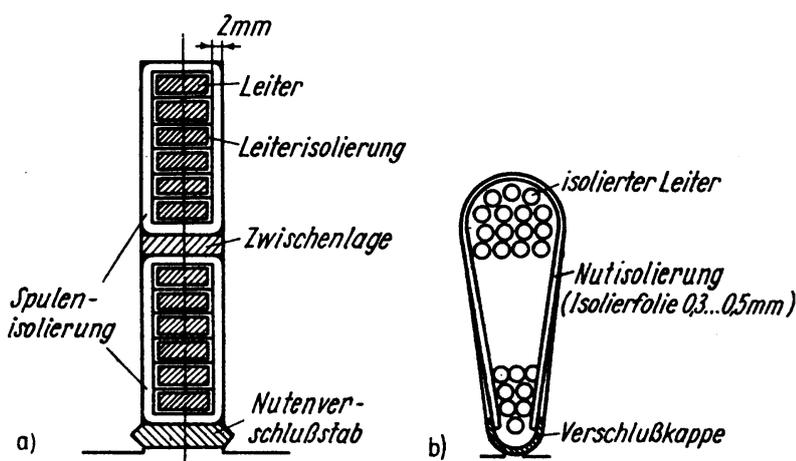


Bild 2.3.10 Querschnitt durch eine Nut:
 a) einer Zweischichtwicklung für Hochspannung;
 b) einer Einschichtträufelwicklung aus Runddraht für Niederspannung

Hilfe von Verbindungsbügeln nachträglich hergestellt werden, oder man schiebt ein geradliniges Leiterbündel in die Nut, formt danach – zumindest auf einer Seite – erst den Wicklungskopf und verbindet anschließend die Leiter zusammengehöriger Spulenseiten zu Spulen. Das ist auf einfache Art natürlich nur bei Stabwicklungen möglich, da bei Spulen mit mehreren Windungen viele Schaltverbindungen im Wicklungskopf entstehen würden. Wenn die Spulenseiten aus vielen Leitern vergleichsweise geringen Querschnitts bestehen, können diese durch den Nutschlitz eingeträufelt werden (*Träufelwicklung*, s. Bild 2.3.2b). Das ist auch bei Rechteckleitern mit relativ großen Abmessungen, die nicht mehr als die halbe Nutbreite belegen, möglich, wenn eine Nut nach Bild 2.3.2c verwendet wird. Das Einträufeln von Runddrähten kleineren Querschnitts wird heute i. Allg. maschinell durchgeführt. Dabei kommt bevorzugt die *Einziehtechnik* zum Einsatz, bei der Spulen bzw. ganze Spulengruppen außerhalb der Maschine gewickelt und anschließend unter Verwendung geeigneter Führungswerkzeuge in das isolierte Blechpaket gezogen werden. Den Querschnitt durch eine Nut einer Einschichtträufelwicklung aus Runddraht für Niederspannung zeigt Bild 2.3.10b.

Auf die Stirnverbindungen wirken vor allem bei Kurzschlüssen an großen Maschinen erhebliche Kräfte. Es ist deshalb erforderlich, die Leiter gegeneinander abzustützen. Dies geschieht durch Abstandstücke und Bandagen, für die Bild 2.3.11 ein Beispiel gibt.

In den Leitern von Wechselstromwicklungen treten *Stromverdrängungserscheinungen* auf (s. Bild 5.4.7). Dabei ist der Strom nicht mehr gleichmäßig über den Lei-

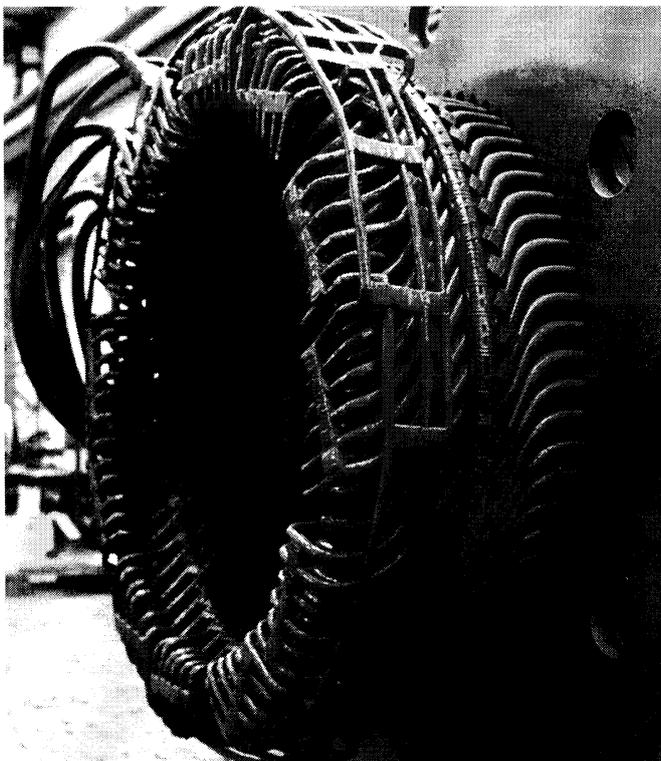


Bild 2.3.11 Versteifter Wicklungskopf eines vierpoligen Hochspannungsmotors für $U_N = 13,2$ kV (Werkbild Siemens)

terquerschnitt verteilt. Er benutzt scheinbar nur einen Teil des Leiters, so dass nach außen ein größerer Widerstand wirkt und damit größere Wicklungsverluste entstehen. Um diese Erscheinungen in Grenzen zu halten, werden Leiter mit großen radialen Abmessungen, also insbesondere solche von Stabwicklungen, in eine größere Anzahl radial übereinanderliegender und gegeneinander isolierter Teilleiter aufgelöst und in manchen Fällen innerhalb einer Spule von Nutdurchgang zu Nutdurchgang oder sogar innerhalb der Nut umgeschichtet. Der bekannteste derartige Leiter ist der sog. *Gitter- oder Roebel-Stab* (s. Bild 6.14.15).

2.3.1.3 Schleifringe und Kommutatoren

Die Stromzuführung vom Ständer zu den rotierenden Läuferspulen erfolgt über sog. Bürsten, die entweder auf mehreren Schleifringen oder auf einem Kommutator laufen. Die Läuferspulen sind an die Schleifringe bzw. an die Kommutatorstege (s. Abschnitt 3.2.2) angeschlossen, während die äußeren Zuleitungen zu den Bürsten führen.

Die *Bürsten* werden mit Rücksicht auf die erforderlichen guten Gleiteigenschaften einerseits und die notwendige elektrische Leitfähigkeit andererseits auf der Grundlage verschiedener Formen von Kohlenstoff hergestellt. Es sind folgende Bürstensorten zu unterscheiden:

1. Hartkohlebürsten aus aschearmem Koks und Ruß
2. Graphitbürsten aus Naturgraphit
3. Elektrographitbürsten aus Elektrographit
4. metallhaltige Bürsten aus Naturgraphit und Metallpulver.

Dabei werden die Bürsten in der angegebenen Reihenfolge weicher und sind damit einem stärkeren Verschleiß unterworfen, während die Strombelastbarkeit zunimmt und die Reibungsverluste sowie auch die Bürstenübergangsverluste zurückgehen. Die Bürsten stellen Blöcke mit rechteckigem Querschnitt dar. Sie werden in *Hebelbürstenhaltern*, *Kastenbürstenhaltern* oder *Röhrenbürstenhaltern* geführt, deren prinzipielle Kon-

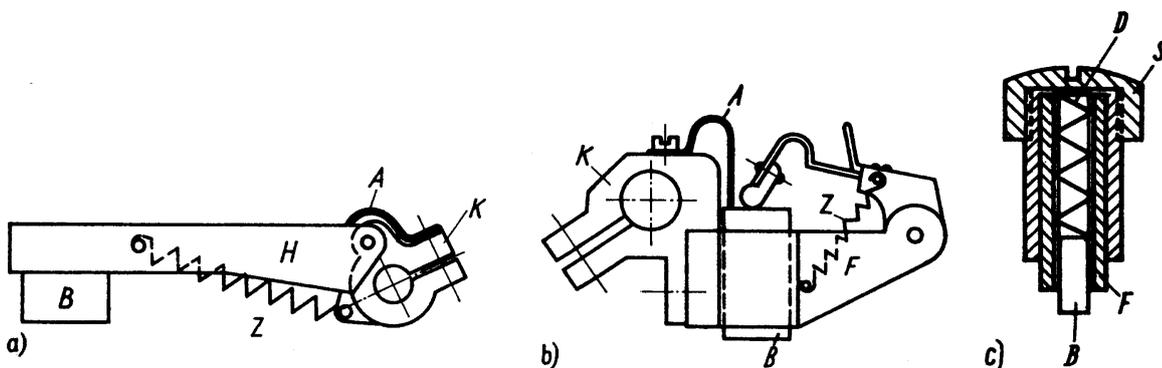


Bild 2.3.12 Prinzipieller Aufbau von Bürstenhaltern:

a) Hebelbürstenhalter; b) Kastenbürstenhalter; c) Röhrenbürstenhalter.
 B Bürste, H Hebel, K Klemmstück, F Führungskasten, Z Zugfeder,
 A Armatur zur Stromleitung, D Druckfeder, S Schraubkappe

struktions Bild 2.3.12 zeigt. Zur Führung der Bürsten auf Kommutatoren kommen nur Kastenbürstenhalter oder Röhrenbürstenhalter zum Einsatz. Bei sehr kleinen Maschinen werden auch *Edelmetallbürsten* verwendet, die aus tangential auf dem Schleifkörper aufliegenden Streifen gebildet werden, wodurch sich Verschleiß und Reibungsverluste deutlich reduzieren lassen.³⁾

Die zusammengehörigen zwei oder drei *Schleifringe* sind isoliert voneinander auf einem Tragkörper angeordnet. Für kleinere Maschinen geschieht das, indem die Ringe und ihre Zuleitungen in Kunstharz eingebettet werden (Bild 2.3.13). Bei mittleren und großen Maschinen schrumpft man die Ringe auf eine Schleifringbuchse isoliert auf. Als Material für die Schleifringe dient Bronze oder Stahl, manchmal auch Kohle.

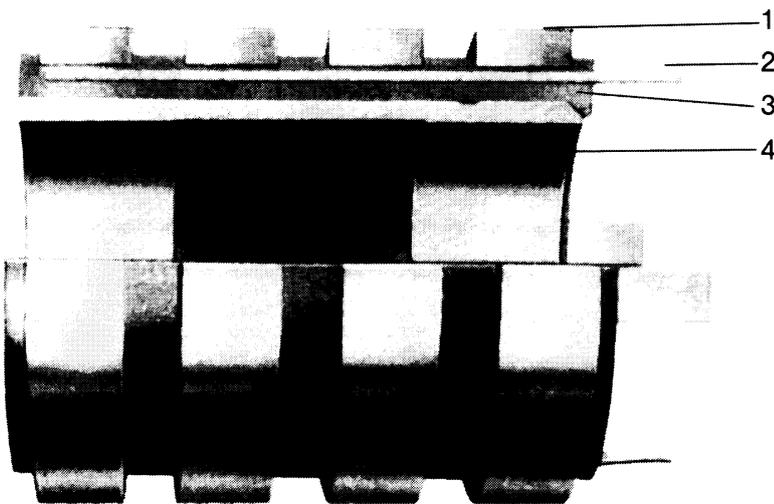


Bild 2.3.13 Schleifringkörper mit in Kunstharz eingebetteten Schleifringen als Schnittbild (Werkbild AEM Anhaltische Elektromotorenwerk Generatorenbau Finsterwalde GmbH).
1 Schleifring, 2 Stromzuleitung, 3 Kunstharzmasse, 4 Buchse

Der *Kommutator* stellt einen Ring aus gegeneinander isolierten Kupferlamellen – manchmal auch Kohlelamellen – dar, den *Kommutatorstegen*. Der Lamellenverband wird durch einen Tragkörper zusammengehalten. Bei kleineren Kommutatoren gewinnt man den Tragkörper, indem der Lamellenverband in Kunstharz eingebettet wird. Derartige *Kunstharzkommutatoren* oder formstoffisolierte Kommutatoren sind im Bild 2.3.14 dargestellt. Um die Automatisierung der Wicklungsherstellungen zu ermöglichen, erhalten die Kommutatoren statt Schlitzen zur Aufnahme der Enden der Läuferspulen auch Haken, die von den Spulenden umschlungen werden. Man bezeichnet derartige Kommutatoren als *Hakenkommutatoren* (Bild 2.3.14b).

Größere Kommutatoren werden dadurch zusammengehalten, dass in dem Lamellenverband ein Gewölbedruck erzeugt wird. Sie tragen deshalb die Bezeichnung *Gewölbedruckkommutatoren* (Bild 2.3.15).

3) Auf derartige Metallbürsten, die in der Frühzeit des Elektromaschinenbaus ausschließlich verwendet wurden, ist auch die Bezeichnung *Bürste* zurückzuführen.

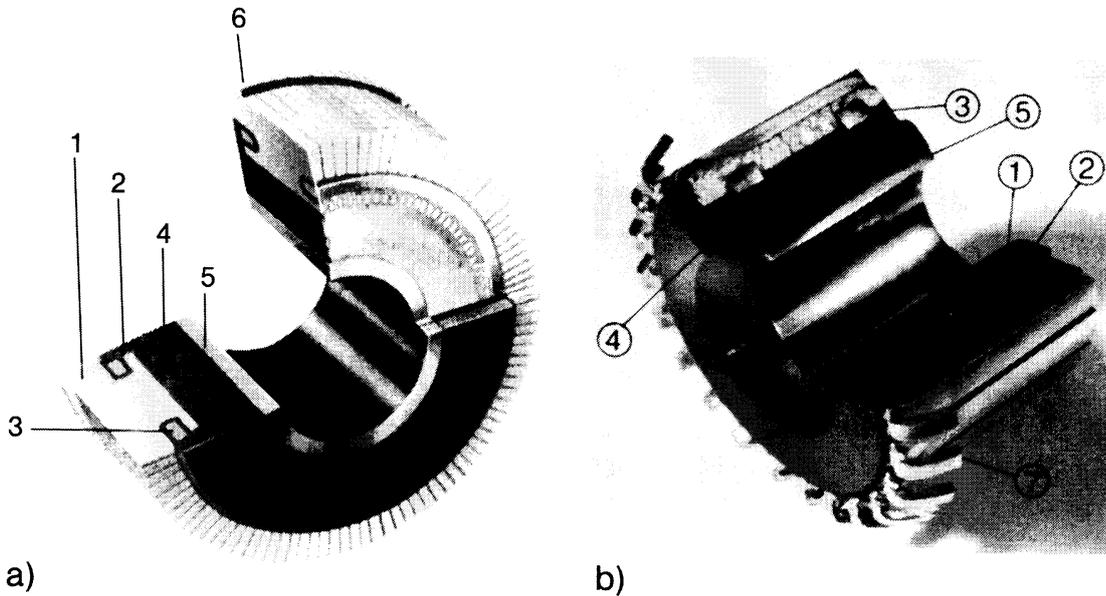


Bild 2.3.14 Schnittbilder formstoffisolierter Kommutatoren:
a) Schlitzkommutator; b) Hakenkommutator.
(Werkbilder AEM Anhaltische Elektromotorenwerk Generatoren-
bau Finsterwalde GmbH).
1 Kupferlamelle, 2 Lamellenfuß, 3 Fliehkrafttring, 4 Kunstharz,
5 Buchse, 6 Mikanitlamelle, 7 Hakenelement

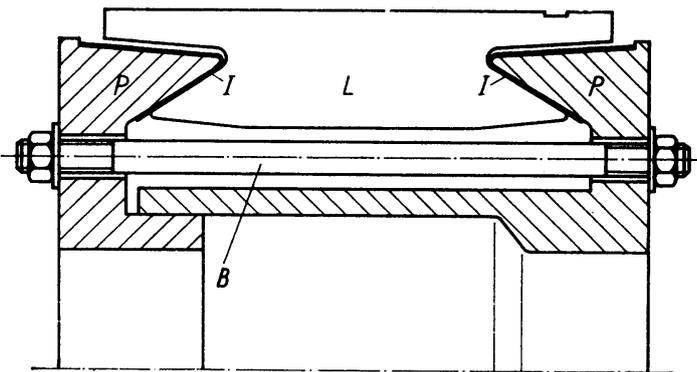


Bild 2.3.15 Prinzipieller Aufbau eines Gewölbedruckkommutators.
L Kupferlamelle, P Pressring, I Isolierkappe, B Bolzen

2.3.2

Inaktive Bauteile

Aufgabe der inaktiven Bauteile ist es in erster Linie, die Kräfte und Drehmomente aufzunehmen bzw. zu übertragen, die beim Betrieb der Maschine entstehen. Darüber hinaus dienen sie zum Teil zur äußeren Verkleidung bzw. Abdeckung der aktiven Bauteile.

2.3.2.1 Inaktive Bauteile des Läufers

Der Läufer besteht, abgesehen vom aktiven Teil, aus der Welle und – bei größeren Läuferdurchmessern – einem gesonderten Tragkörper für den aktiven Teil. Es ergeben

sich unterschiedliche Konstruktionen je nachdem, ob der Läufer ein rotationssymmetrisches Blechpaket trägt oder ausgeprägte Pole besitzt.

Wenn der Magnetkreis im Läufer ein Blechpaket aus Vollringen darstellt, kann das Blechpaket entweder unmittelbar auf der Welle oder auf einer mit aufgeschweißten Stegen versehenen Welle (*Stegwelle*) angeordnet werden, oder man verwendet einen gesonderten Tragkörper, der als *Läuferstern* ausgebildet ist. Wenn das Blechpaket auf Grund seiner Abmessungen in Segmentbauweise hergestellt werden muss, sind Tragkörper erforderlich, die sich zur Aufnahme der Schwalbenschwanzrippen eignen, auf die die Blechsegmente aufgeschichtet werden. Alternativ kann das Blechpaket auch mit Spannbolzen im Jochbereich verbunden und dann auf der Welle verkeilt werden.

Wenn der Magnetkreis im Läufer ausgeprägte Pole besitzt (*Polrad*), muss dafür gesorgt werden, dass ein *Jochring* entsteht, der als Teil des magnetischen Kreises den Fluss von Pol zu Pol führt. Bei kleinen Maschinen mit kleinen Polpaarzahlen wird die Welle selbst als Jochring verwendet und zu diesem Zweck im Bereich des Polsitzes verstärkt. Bei etwas größeren Läuferdurchmessern und Polpaarzahlen führt man den Jochring aus Stahlplatten aus, die unmittelbar auf der Welle oder auf einem gesonderten Läuferstern sitzen. Bei großen Läuferdurchmessern verwendet man Scheibenräder mit angegossenem Jochring. Sehr große Läuferdurchmesser machen es erforderlich, zur Segmentbauweise überzugehen, wie sie von der Herstellung der Blechpakete bei großen Durchmessern her bekannt ist. Man verwendet Segmente aus Stahlblech von 2 bis 3 mm Dicke, die überlappt geschichtet und durch Bolzen miteinander verbunden sind. Der entstehende selbsttragende Ring wird als *Blechketten* bezeichnet. Die Verbindung mit der Welle übernimmt ein Speichenrad, auf das die Blechketten aufgeschraubt wird.

Die *Welle* hat die Aufgabe, den aktiven Läuferteil und seinen Tragkörper in der Ständerbohrung zu führen und das Drehmoment zu übertragen. Hinsichtlich der *biegekritischen Drehzahl* wird i. Allg. unterkritisch gearbeitet ($n_{\text{krit}} > n_{\text{N}}$); lediglich die Läufer größerer zweipoliger Maschinen laufen überkritisch ($n_{\text{krit}} < n_{\text{N}}$). Die Wellenenden sind i. Allg. zylindrisch; nur bei großen Leistungen und in Sonderfällen verwendet man eine Ausführung mit kegligem Wellenende (z.B. bei Bahnmotoren) oder mit angeschmiedetem Flansch (oft bei Generatoren).

2.3.2.2 Inaktive Bauteile des Ständers

Der Ständer besteht – abgesehen vom aktiven Teil – aus dem Gehäuse und den Lagerträgern mit den Lagern. Für das Gehäuse ergeben sich verschiedene Ausführungsformen je nachdem, ob der Ständer ein genutetes Blechpaket trägt oder ausgeprägte Pole. In neuerer Zeit werden auch *gehäuselose Maschinen* ausgeführt, bei denen das verschweißte und gegebenenfalls durch axiale Leisten verstärkte Blechpaket selbst die Funktion des Gehäuses übernimmt.

Gehäuse zur Aufnahme eines genuteten Blechpakets führt man bei kleinen Maschinen, die in großen Stückzahlen produziert werden, als Gusskonstruktion aus. Dabei

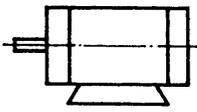
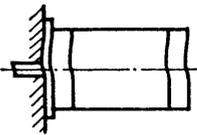
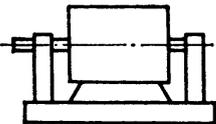
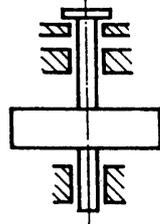
kommt – je nach Verwendungszweck der Maschine – sowohl Leichtmetallguss in Form von Druckguss als auch Grauguss in Frage. Wenn ein Kühlkanal zwischen Gehäuseinnenwand und Blechpaket entstehen soll, müssen entsprechende Tragrippen vorgesehen werden. Bei mittleren und großen Maschinen wird das Gehäuse als Schweißkonstruktion aus Stahlblech hergestellt. Wenn das Blechpaket dann in Segmentbauweise auszuführen ist, trägt das Gehäuse als Führungsschienen Schwalbenschwanzrippen, Rippen aus Rechteckprofilen oder Rundbolzen, in die man die Blechsegmente einhängt.

Gehäuse mit ausgeprägten Polen müssen mit hinreichend großem Querschnitt des Jochrings ausgeführt werden, da dieser einen Teil des magnetischen Kreises darstellt. Wenn rasche Feldänderungen im Joch möglich sein sollen, muss dieses geblecht ausgeführt werden, obwohl betriebsmäßig konstante Induktionen herrschen.

Lager werden sowohl als Wälzlager als auch als Gleitlager ausgeführt. *Wälzlager* finden bei kleinen und mittleren Maschinen aufgrund ihrer Wartungsarmut und der einfachen Austauschbarkeit bevorzugt Anwendung. Bei großen Maschinen zwingt die Größe der Lagerkräfte, auf *Gleitlager* überzugehen. Sie sind als *Ringschmierlager* ausgeführt und erhalten bei großen Leistungen zusätzlich eine *Spülölschmierung* zur besseren Wärmeabfuhr aus den Lagern. Für Maschinen, die häufig angefahren werden müssen, wird außerdem eine *Druckölschmierung* während des Anlaufvorgangs vorgesehen. Das Gleiche gilt für Maschinen, die im Reversierbetrieb arbeiten. Bei überkritisch laufenden Maschinen muss z. T. auf Sonderlösungen wie *Kippsegment-Gleitlager* zurückgegriffen werden. In einigen Fällen werden auch aktive *Magnetlager* eingesetzt, bei denen der Läufer durch Elektromagnete in zentrischer Lage gehalten wird. Da sich prinzipbedingt nur ein instabiles Gleichgewicht einstellt, müssen den Magneten ihre Ströme durch eine sehr schnelle Regelung eingepreßt werden. Passive Magnetlager, bei denen der im Lagerbereich mit Permanentmagneten bestückte Läufer innerhalb eines Rings aus supraleitendem Material rotiert, sind dagegen auch ohne Regelung stabil; sie befinden sich derzeit allerdings noch im Stadium der Vorentwicklung. Große Vertikalmaschinen, z. B. Wasserkraftgeneratoren, besitzen *Segmenttraglager*. Gleitlager werden auch dann eingesetzt, wenn besondere Anforderungen an die Laufruhe bestehen. Bei kleinen Maschinen verwendet man oft selbstschmierende Gleitlager aus ölgetränkter Sinterbronze. Sie werden häufig als sog. *Kalottenlager* ausgeführt, bei denen sich die Lagerbuchse aufgrund ihrer sphärisch gewölbten Außenfläche von selbst der Lage der Welle anpassen kann.

Lagerträger sind bei kleinen und mittleren Maschinen die *Lagerschilde*. Man nennt diese Maschinen deshalb auch *Schildlagermaschinen*. Bei ausgesprochenen Kleinmaschinen in offener Bauart kommen als Lagerträger anstelle der Lagerschilde auch *Lagerbügel* zum Einsatz. Bei großen Maschinen werden gesonderte *Lagerböcke* vorgesehen, die meist mit dem Ständer auf einer gemeinsamen Grundplatte oder einem *Grundrahmen* stehen. Diese Maschinen nennt man *Stehlagermaschinen*. Große Vertikalmaschinen haben einen *Tragstern*, der vom Ständergehäuse her über die Maschine

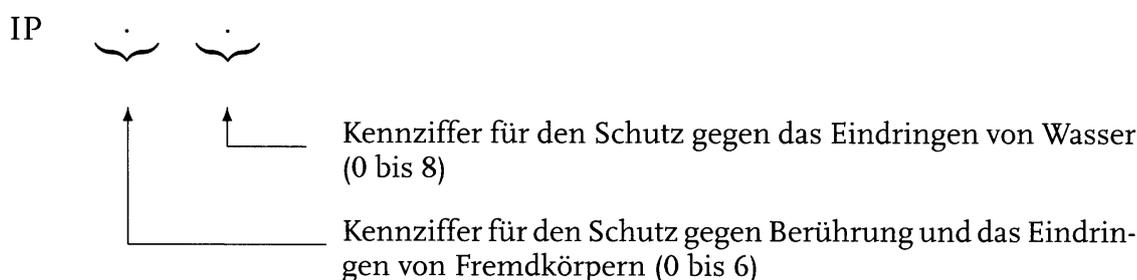
Tabelle 2.3.2 Zusammenstellung der wichtigsten Bauformen rotierender elektrischer Maschinen und deren Bezeichnungen nach IEC 60034-7 (DIN EN 60034-7 bzw. VDE 0530 T.7)

Kurzzeichen nach Code II Code I	Prinzipdarstellung	Ausführliche Kennzeichnung
IM 1001 IM B3		Fußmaschine mit zwei Lagerschilden und einem zylindrischen Wellenende für horizontale Betriebslage
IM 3001 IM B5		Maschine ohne Füße mit zwei Lagerschilden, Flansch am Lagerschild auf der Antriebsseite, Flanschauflagefläche zugekehrt der Antriebsseite, und einem zylindrischen Wellenende für horizontale Betriebslage
IM 7211		Maschine mit zwei Stehlagern (ohne Lagerschilde), mit Füßen, Grundplatte und einem zylindrischen Wellenende
IM 8421		Vertikalmaschine mit Traglager über dem Läufer, ohne Schwungrad, mit Welle, zwei Führungslagern und einem zylindrischen Wellenende

2.3.4

Schutzgrade

Im engen Zusammenhang mit der Bauform und der konstruktiven Gestaltung des Gehäuses sowie auch der Kühlung steht der Schutz, den die äußere Konstruktion einer Maschine gegen Berührung sowie gegen das Eindringen von Fremdkörpern und Wasser bietet. Der Grad des Schutzes ist abgestuft und wird durch ein Bezeichnungssystem beschrieben.⁵⁾ Dabei folgen auf die Code-Kennbuchstaben IP (International Protection) zwei Kennziffern entsprechend



5) Allgemeine Festlegungen zum Schutzgrad finden sich in IEC 60529 (DIN EN 60529); für rotierende elektrische Maschinen speziell gilt IEC 60034-5 (DIN EN 60034-5).

Tabelle 2.3.3 (a) Bedeutung der Kennziffer für den Schutz gegen Berührung und das Eindringen von Fremdkörpern nach IEC 60034-5 (DIN EN 60034-5 bzw. VDE 0530 T.5)

Kennziffer	Kurzbeschreibung	Definition
0	Ungeschützte Maschine	Kein besonderer Schutz
1	Maschine geschützt gegen feste Fremdkörper größer als 50 mm	Schutz gegen zufälliges oder versehentliches Berühren von unter Spannung stehenden Teilen und Annähern an solche Teile sowie Berühren sich bewegender Teile innerhalb des Gehäuses mit einer großen Körperfläche, z. B. der Hand; aber kein Schutz gegen absichtlichen Zugang zu diesen Teilen. Schutz gegen Eindringen von festen Fremdkörpern mit einem Durchmesser größer als 50 mm.
2	Maschine geschützt gegen feste Fremdkörper größer als 12 mm	Schutz gegen Berühren von unter Spannung stehenden Teilen und Annähern an solche Teile sowie Berühren sich bewegender Teile innerhalb des Gehäuses mit den Fingern oder ähnlichen Gegenständen nicht länger als 80 mm. Schutz gegen Eindringen von festen Fremdkörpern mit einem Durchmesser größer als 12 mm.
3	Maschine geschützt gegen feste Fremdkörper größer als 2,5 mm	Schutz gegen Berühren von unter Spannung stehenden Teilen und Annähern an solche Teile sowie Berühren sich bewegender Teile innerhalb des Gehäuses mit Werkzeugen oder Drähten mit einer Dicke größer als 2,5 mm. Schutz gegen Eindringen von festen Fremdkörpern mit einem Durchmesser größer als 2,5 mm.
4	Maschine geschützt gegen feste Fremdkörper größer als 1 mm	Schutz gegen Berühren von unter Spannung stehenden Teilen und Annähern an solche Teile sowie Berühren sich bewegender Teile innerhalb des Gehäuses mit Drähten oder Bändern mit einem Durchmesser größer als 1 mm. Schutz gegen Eindringen von festen Fremdkörpern mit einem Durchmesser größer als 1 mm.
5	Maschine geschützt gegen Staub	Schutz gegen Berühren von unter Spannung stehenden Teilen und Annähern an solche Teile sowie Berühren sich bewegender Teile innerhalb des Gehäuses. Das Eindringen von Staub ist nicht vollkommen verhindert, aber der Staub kann nicht in solchen Mengen eindringen, dass ein zufriedenstellender Betrieb der Maschine beeinträchtigt ist.
6	Staubdichte Maschine	Eindringen von Staub ist vollständig verhindert.

Der Grad des Schutzes wächst von niedrigen zu höheren Werten der Kennziffern. Die Bedeutung der Kennziffern ist den Tabellen 2.3.3a und 2.3.3b zu entnehmen.

Es ist offensichtlich, dass nicht alle Kombinationen der beiden Kennziffern möglich und sinnvoll sind. Die übliche Ausführung von Maschinen mit Gehäuseoberflächenkühlung hat i. Allg. den Schutzgrad IP 44 oder IP 54 (s. Bild 2.5.4a). Den

Tabelle 2.3.3 (b) Bedeutung der Kennziffer für den Schutz gegen das Eindringen von Wasser nach IEC 60034-5 (DIN EN 60034-5 bzw. VDE 0530 T.5)

Kennziffer	Kurzbeschreibung	Definition
0	Ungeschützte Maschine	Kein besonderer Schutz
1	Maschine geschützt gegen Tropfwasser	Senkrecht fallendes Tropfwasser darf keine schädliche Wirkung haben.
2	Maschine geschützt gegen Tropfwasser bei Schrägstellung bis zu 15°	Senkrecht fallendes Tropfwasser darf keine schädliche Wirkung haben, wenn die Maschine um einen Winkel bis 15° gegenüber ihrer normalen Lage gekippt ist.
3	Maschine geschützt gegen Sprühwasser	Sprühwasser, das in einem Winkel bis zu 60° von der Senkrechten fällt, darf keine schädliche Wirkung haben.
4	Maschine geschützt gegen Spritzwasser	Wasser, das aus allen Richtungen gegen die Maschine spritzt, darf keine schädliche Wirkung haben.
5	Maschine geschützt gegen Strahlwasser	Ein Wasserstrahl aus einer Düse, der aus allen Richtungen gegen die Maschine gerichtet wird, darf keine schädliche Wirkung haben.
6	Maschine geschützt gegen schwere See	Wasser durch schwere Seen oder Wasser in starkem Strahl darf nicht in schädlichen Mengen in das Gehäuse eindringen.
7	Maschine geschützt beim Eintauchen	Wasser darf nicht in schädlicher Menge eindringen, wenn die Maschine unter festgelegten Druck- und Zeitbedingungen in Wasser getaucht wird.
8	Maschine geschützt beim Untertauchen	Die Maschine ist geeignet zum dauernden Untertauchen in Wasser bei Bedingungen, die durch den Hersteller zu beschreiben sind.

gleichen Schutzgrad für größere Maschinen erreicht man durch eine Kühlung im geschlossenen Kühlkreislauf mit eingebautem Wärmeaustauscher (s. Bild 2.5.7) oder mit angebautem Wärmeaustauscher (s. Bild 2.5.6). Maschinen mit Kühlmittelumlauf durch das Maschineninnere werden i. Allg. mit dem Schutzgrad IP 23 ausgeführt (s. Bild 2.5.4b).

2.4

Das magnetische Feld

2.4.1

Aufteilung der Felder und Verkettungsmechanismus

Die stromdurchflossenen Leiter einer Wicklung auf dem Ständer oder auf dem Läufer rufen ein Feld hervor, dessen Wirbel sich im Wesentlichen über den Luftspalt schließen. Dieser Teil des Felds wird als *Luftspaltfeld* bezeichnet. Der Rest bildet das *Streu*feld;

seine Wirbel schließen sich in unmittelbarer Nähe der stromdurchflossenen Leiter. Das Streufeld von Wicklungen, die in Nuten untergebracht sind, bildet sich im Nutraum und im Zahnkopfraum sowie im Raum des Wicklungskopfs (Stirnraum) aus. Die entsprechenden Teile des Streufelds werden als Nutstreufeld, Zahnkopfstreufeld und Wicklungskopfstreufeld bezeichnet. Die Aufteilung des Felds zeigt Bild 2.4.1. Das Streufeld von Wicklungen auf ausgeprägten Polen ist das Feld im Raum zwischen den Polen – der *Pollücke* – und im Polstirnraum. Für diesen Fall zeigt Bild 2.4.2 die Aufteilung.

Die Aufteilung des Felds in ein Luftspaltfeld und Streufelder kann zweifelsohne in jedem betrachteten Zeitpunkt vorgenommen werden; sie wird jedoch von Zeitpunkt zu Zeitpunkt etwas anders aussehen. Andererseits ist offensichtlich, dass für die Kopplung mit einer Wicklung auf der anderen Seite des Luftspalts jeweils nur das Luftspaltfeld verantwortlich ist. Die analytische Erfassung der elektromagnetischen Erscheinungen in rotierenden elektrischen Maschinen geschieht i. Allg. unter der Annahme, dass die einzelnen Streufelder unabhängig von der Bewegung des Läufers sind und getrennt,

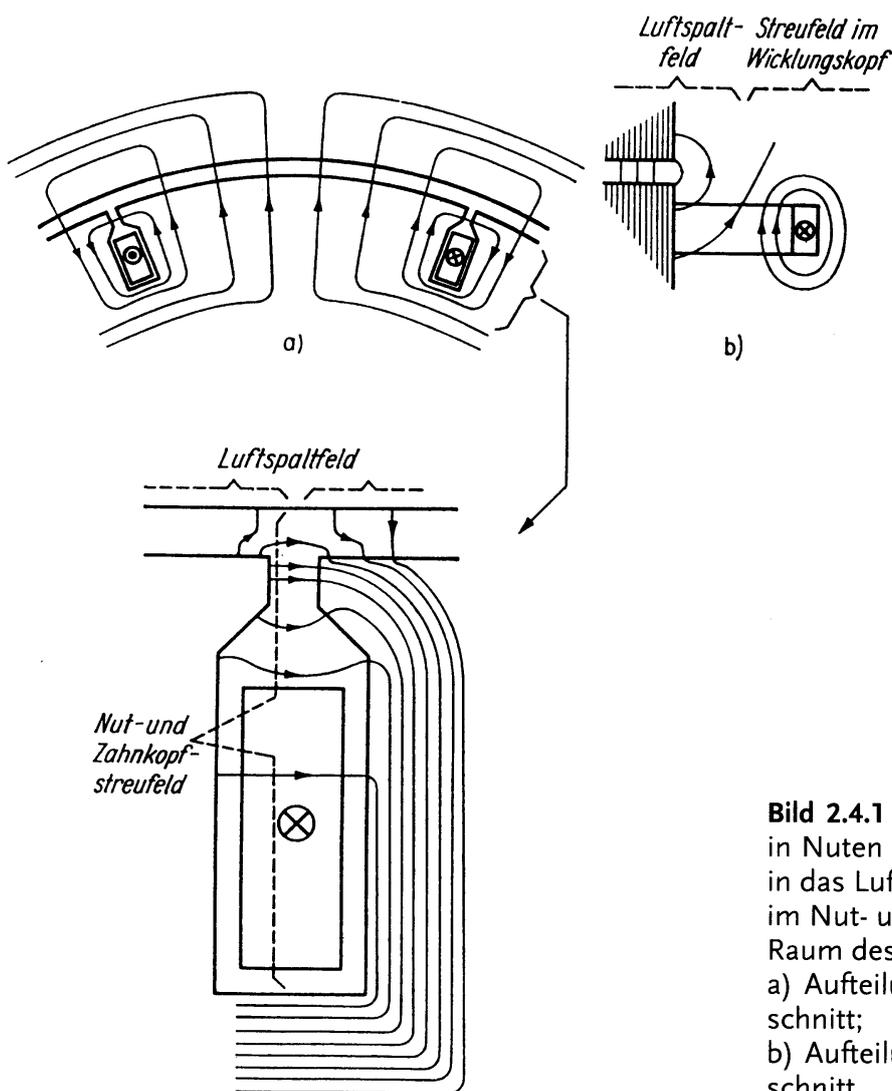


Bild 2.4.1 Aufteilung des Felds einer in Nuten untergebrachten Wicklung in das Luftspaltfeld und das Streufeld im Nut- und Zahnkopfraum sowie im Raum des Wicklungskopfs.
a) Aufteilung des Felds im Querschnitt;
b) Aufteilung des Felds im Längsschnitt

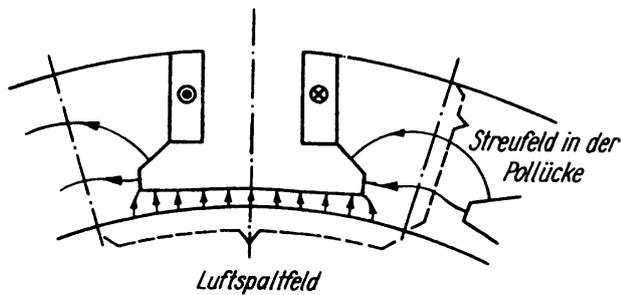


Bild 2.4.2 Aufteilung des Feldes einer Polwicklung in das Luftspaltfeld und das Streufeld in der Pollücke

d.h. unabhängig vom Luftspaltfeld, bestimmt werden können. Das bedeutet z. B. für das Nutstreufeld, dass sich das Feld im Inneren einer stromdurchflossenen Nut bei konstantem Strom nicht ändert, wenn sich das zugehörige Hauptelement gegenüber dem anderen Hauptelement bewegt, auch wenn letzteres ausgeprägte Pole besitzt. Das kann natürlich strenggenommen nicht der Fall sein, denn das gesamte Feld wird eben erst durch die Gesamtheit der Randbedingungen bestimmt. Es ist aber andererseits einleuchtend, dass der Einfluss gering sein wird.

Zwischen der Flussverkettung einer Spule mit einem Streufeld und dem Strom, der dieses Streufeld aufbaut, vermittelt auf Basis der getroffenen Annahmen eine *Streuinduktivität*, die unabhängig von der Bewegung zwischen Ständer und Läufer ist. Diese Streuinduktivität bleibt weitgehend auch dann konstant, wenn die magnetischen Spannungsabfälle im Eisen des magnetischen Kreises nicht mehr null gesetzt werden können, da die Feldlinien der Streufelder zu einem beträchtlichen Teil in nichtferromagnetischen Medien verlaufen. Der magnetische Spannungsabfall über diesem Teil ist dann meist groß gegenüber dem im Eisen, so dass sich die nichtlinearen Eigenschaften des Eisens kaum bemerkbar machen.

2.4.2

Beschreibung des Luftspaltfelds

Eine Spule, die in zwei Nuten untergebracht ist, wird entsprechend Bild 2.4.3 vom Luftspaltfeld her in sämtlichen w_{sp} Windungen vom gleichen Fluss Φ_{sp} durchsetzt. Zur Ermittlung dieses Flusses muss das Integral der magnetischen Induktion im Luftspalt über der Fläche erstreckt werden, die zwischen den von der Spule benutzten Nuten liegt. Auf den Wert des Integrals hat die Nutung der beiden Hauptelemente dann keinen Einfluss, wenn für die Bestimmung des Luftspaltfelds angenommen wird, dass die Nutschlitze beider Hauptelemente unendlich schmal sind. Mit dieser Annahme verkleinert man jedoch den magnetischen Widerstand einer Nutteilung des Luftspaltraums. Um diese Verkleinerung wieder auszugleichen, muss mit einer vergrößerten Luftspaltlänge gerechnet werden, die als *ideelle Luftspaltlänge* δ_i bezeichnet wird. Bild 2.4.4 demonstriert diese Überlegung. Unter dem Einfluss unendlich schmaler Nutschlitze und eines auf δ_i erweiterten Luftspalts erhält man ein Feld, dessen Verteilung im Luftspaltraum gegenüber dem tatsächlichen Verlauf hinsichtlich des Ein-

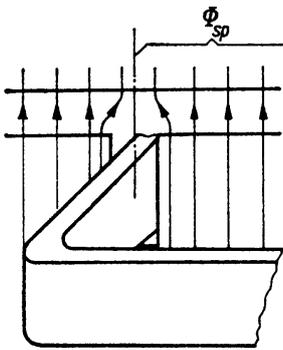


Bild 2.4.3 Zur Verkettung einer in Nuten untergebrachten Spule mit dem Luftspaltfeld

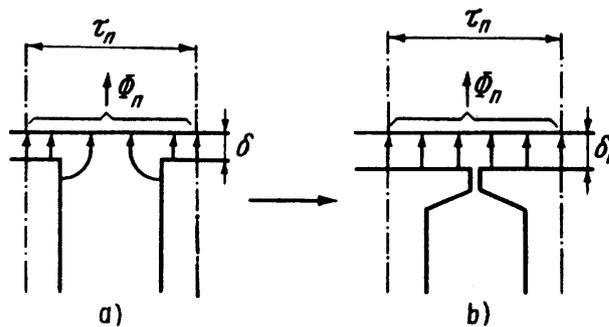


Bild 2.4.4 Zur Einführung der ideellen Luftspaltlänge δ_i .
a) Reale Anordnung im Gebiet einer Nutteilung τ_n ;
b) Ersatzanordnung im Gebiet einer Nutteilung, die bei gleicher magnetischer Spannung über dem Luftspalt den gleichen Fluss Φ_n führt

flusses der Nutung gemittelt erscheint. Da der aktive Teil einer Maschine zylindrisch aufgebaut ist, kann das Feld in axialer Richtung als konstant angenommen werden; es stellt dann ein ebenes Feld dar. Dem Einfluss der Ventilationskanäle und des zum Luftspaltfeld gehörenden Felds im Stirnraum (s. Bild 2.4.1b) trägt man dadurch Rechnung, dass mit einer *ideellen Länge* l_i gerechnet wird. Das Einführen der ideellen Länge zeigt Bild 2.4.5. Die Annahme eines Felds, das in axialer Richtung konstant ist, setzt voraus, dass zwischen Ständer und Läufer keine Schrägung vorliegt. Unter *Schrägung* versteht man dabei, dass die Ständer- und Läufernuten nicht parallel zueinander verlaufen, sondern einen endlichen Winkel gegeneinander bilden. Der Einfluss der Schrägung lässt sich nachträglich berücksichtigen. Im Rahmen einer grundlegenden Darstellung des elektromagnetischen Mechanismus in rotierenden elektrischen Maschinen kann darauf verzichtet werden.

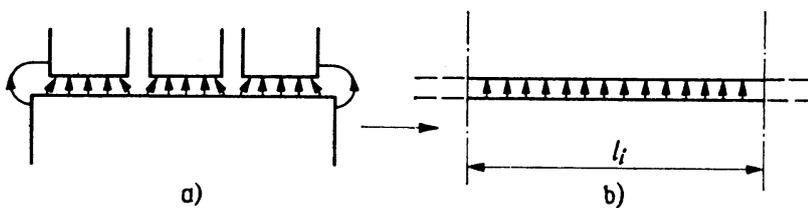


Bild 2.4.5 Zur Einführung der ideellen Länge l_i .
a) Reale Anordnung;
b) Ersatzanordnung als Ausschnitt der Länge l_i aus einer unendlich langen Anordnung

Die Abhängigkeit der Radialkomponente der magnetischen Induktion im Luftspalt von einer Koordinate x , die in Umfangsrichtung entlang einer konzentrisch im Luftspalt gelegenen Integrationsfläche verläuft, wird als *Induktionsverteilung* $B(x)$ bezeich-

net.⁶⁾ Um die positive Zählrichtung von $B(x)$ festzulegen, muss ein Zählpfeil eingeführt werden. In der gleichen Richtung werden stets die Spulenachsen und damit die positiven Zählrichtungen für die Flüsse festgelegt. Damit kann der Fluss durch eine Spule mit der Weite W , deren Achse bei x_{sp} liegt und deren Nuten damit bei den Koordinaten $x_1 = x_{sp} - W/2$ und $x_2 = x_{sp} + W/2$ liegen, als

$$\Phi_{sp} = l_i \int_{x_1}^{x_2} B(x) dx = l_i \int_{x_{sp}-W/2}^{x_{sp}+W/2} B(x) dx \quad (2.4.1)$$

ermittelt werden (Bild 2.4.6). In der Darstellung $B(x)$ erscheint Φ_{sp}/l_i als Fläche (Bild 2.4.6c). Die Spulenweite W ist bei einer ungesehnten Wicklung gleich der Polteilung $\tau_p = D\pi/2p$. Im Fall der Sehnung ist $W < \tau_p$.

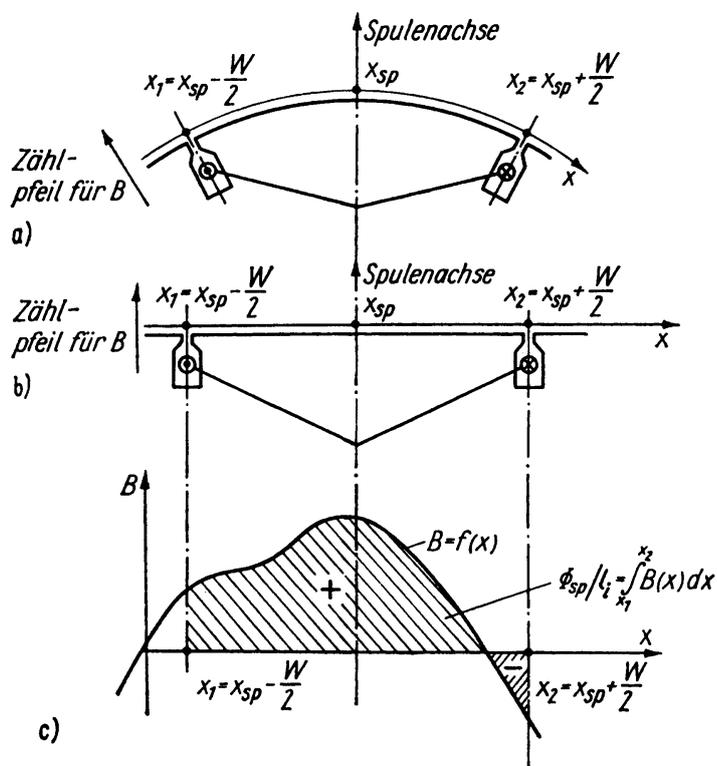


Bild 2.4.6 Zur Ermittlung des Flusses Φ_{sp} durch eine Spule bei gegebener Induktionsverteilung.

- Reale Anordnung mit Festlegung der Spulenkoordinaten und der positiven Zählrichtung für B ;
- abgewinkelte Darstellung von a);
- geometrische Interpretation des Flusses Φ_{sp} als Fläche unter der Induktionsverteilung $B = f(x)$

Die örtliche und zeitliche Abhängigkeit der Induktionsverteilung $B(x, t)$ ist bei stillstehendem Läufer von der Verteilung der Leiter und dem Zeitverhalten der Ströme, von der Formgebung des Luftspaltraums und von den magnetischen Spannungsab-

6) Für $B(x)$ findet auch die Bezeichnung *Feldkurve* Verwendung.

fällen im Eisen abhängig. Wenn sich der Läufer bewegt, wird $B(x, t)$ darüber hinaus durch die Art der Bewegung $n = n(t)$ beeinflusst. Außerdem hat das Feld relativ zum Ständer andere Eigenschaften als relativ zum Läufer; die Beschreibungsfunktion $B(x, t)$ nimmt unterschiedliche Formen an, je nachdem, ob man die Koordinate x am Ständer oder am Läufer befestigt. Es ist demnach erforderlich, bei der Beobachtung des Felds einen eindeutigen Standpunkt einzunehmen. Dem entspricht, dass die Koordinate, in der das Feld beschrieben wird, eindeutig als *Ständerkoordinate* x_S oder als *Läuferkoordinate* x_L eingeführt und gekennzeichnet sein muss. Hinsichtlich des Koordinatenursprungs wird vereinbart, dass dieser in einem rotationssymmetrischen Hauptelement mit ausgebildeten Wicklungssträngen in der Achse des Strangs a liegt und in einem Hauptelement mit ausgeprägten Polen in der Polachse. Im Bild 2.4.7 wird die Einführung der beiden Koordinaten gezeigt. Sie sind um Δx gegeneinander verschoben, wobei Δx für den im Rahmen dieses Buchs allein interessierenden Fall konstanter Drehzahl eine lineare Funktion der Zeit ist. Die Verschiebung zur Zeit $t = 0$ soll mit Δx_0 bezeichnet werden. Damit wird

$$x_S = x_L + vt + \Delta x_0, \quad (2.4.2)$$

wenn v die Geschwindigkeit in der Ebene der Koordinaten ist. Durch Einführen der Polteilung $\tau_p = D\pi/(2p)$ geht (2.4.2) mit $v = D\pi n = 2p\tau_p n$ über in

$$x_S = x_L + 2p\tau_p nt + \Delta x_0. \quad (2.4.3)$$

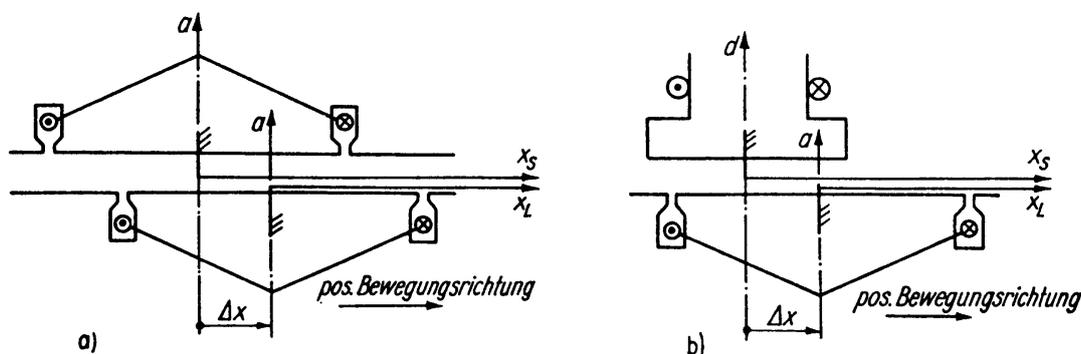


Bild 2.4.7 Einführung der Koordinaten x_S und x_L bei rotations-symmetrischem Läufer und einem Ständer, der
a) rotationssymmetrisch ist; b) ausgeprägte Pole trägt

2.4.3

Bestimmung des Luftspaltfelds

Die Induktionsverteilung in einem betrachteten Zeitpunkt wird, wie bereits festgestellt wurde, durch die Verteilung der stromdurchflossenen Leiter, durch die Formgebung des Luftspaltraums und durch die Eiseneigenschaften bestimmt. Dementsprechend ist es erforderlich, hinsichtlich der Leiterverteilung und der Formgebung des Luftspaltraums verschiedene charakteristische Anordnungen zu untersuchen. Dabei soll

zunächst mit $\mu_{\text{Fe}} = \infty$ gerechnet werden, so dass innerhalb des Eisens keinerlei magnetische Spannungsabfälle existieren. Der Einfluss einer endlichen Permeabilität μ_{Fe} bzw. des nichtlinearen Zusammenhangs zwischen B und H im Eisen wird nachträglich korrigierend berücksichtigt.

2.4.3.1 Erregung einer Polwicklung

Im Bild 2.4.8 ist eine halbe Polteilung der betrachteten Anordnung dargestellt, wobei eine Außenpolausführung angenommen wurde. Das Luftspaltfeld ist voraussetzungsgemäß ein ebenes Feld. Bei $\mu_{\text{Fe}} = \infty$ bilden die Spuren der Polschuhoberfläche und der Läuferoberfläche Äquipotentiallinien. Die Lage und Form der Erregerwicklung hat kaum Einfluss auf das Feld in der Nähe der Läuferoberfläche. Es besteht deshalb in erster Näherung die Aufgabe, das ebene Potentialfeld zu bestimmen, das sich zwischen den magnetischen Äquipotentiallinien ausbildet, die durch die Polschuhoberfläche einerseits und die Läuferoberfläche andererseits gegeben sind. Dabei ist zu beachten, dass die Symmetrieachsen in der Polücke ebenfalls Äquipotentiallinien darstellen. Man erhält ein Feld, das im Bild 2.4.8a unter Verwendung ausgewählter Feldlinien (s. Abschnitt 0.8) dargestellt ist.

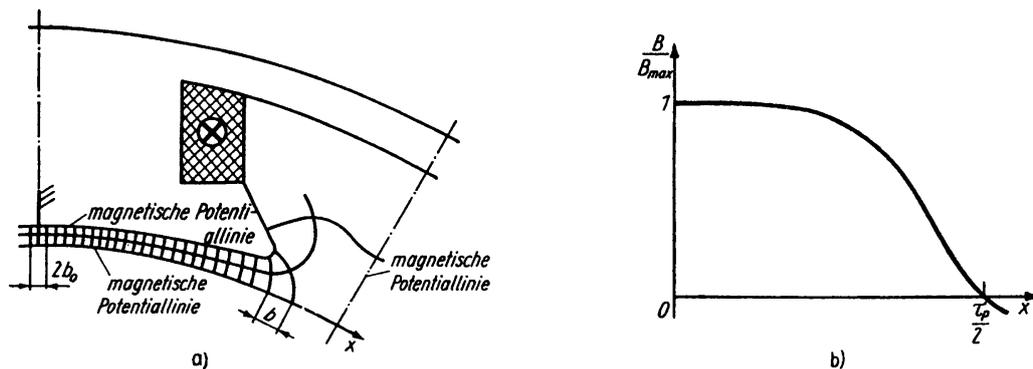


Bild 2.4.8 Zur Ermittlung der Induktionsverteilung einer Polwicklung.
a) Feldbild; b) Feldform, die durch Auswertung des Feldbilds nach a) gewonnen wird

Die Induktion ist der Darstellungsdichte der ausgewählten Feldlinien proportional. Dementsprechend erhält man eine Feldform, wie sie prinzipiell Bild 2.4.8b zeigt. Wenn an der Stelle der Polachse die Induktion B_{\max} herrscht und die Flussröhrenbreite dort b_0 ist, beträgt der Mittelwert der Induktion einer beliebigen Flussröhre mit der Breite b entsprechend (0.8.4)

$$B = B_{\max} \frac{b_0}{b} \quad (2.4.4)$$

Dieser Mittelwert wird der Mitte der Flussröhre zugeordnet. Auf diese Weise erhält man durch Auswerten des Feldbilds die *Feldform*

$$\frac{B(x)}{B_{\max}} = \frac{b_0}{b(x)} = f(x) \quad (2.4.5)$$

(Bild 2.4.8b). Allgemeine Untersuchungen dieser Art liefern die Bestimmungsstücke Mittelwert B_m und Grundwellenamplitude \hat{B}_1 in der Form

$$B_m/B_{\max} = \alpha_i \quad (2.4.6)$$

und

$$\hat{B}_1/B_{\max} = C_1 \quad (2.4.7)$$

als Funktion der wichtigsten Geometrieverhältnisse, wie dem Verhältnis b_p/τ_p (b_p Polbogen), dem Verhältnis δ_{i0}/τ_p (δ_{i0} ideale Luftspaltlänge in Polmitte) und dem Verhältnis $\delta_{i\max}/\delta_{i0}$ ($\delta_{i\max}$ ideale Luftspaltlänge an der Polkante). Dabei bezeichnet α_i den ideellen Polbedeckungsfaktor und C_1 einen Polformkoeffizienten. Die Werte von α_i und C_1 können deshalb im Weiteren als gegeben vorausgesetzt werden. Die Induktion B_{\max} an der Stelle der Polachse folgt aus der Überlegung, dass in diesem Gebiet ein weitgehend homogenes Feld vorliegt. Damit erhält man den magnetischen Spannungsabfall $V_{\delta 0}$ über dem Luftspalt in Polmitte, indem die magnetische Feldstärke entlang einem radial nach außen verlaufenden Integrationsweg integriert wird zu

$$V_{\delta 0} = \int_{\delta} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = H_{\max} \delta_{i0} = \frac{B_{\max}}{\mu_0} \delta_{i0}. \quad (2.4.8)$$

Daraus folgt

$$B_{\max} = \frac{\mu_0}{\delta_{i0}} V_{\delta 0}. \quad (2.4.9)$$

Mit $\mu_{\text{Fe}} = \infty$, d.h. $H_{\text{Fe}} = 0$, liefert das Durchflutungsgesetz für den gesamten Integrationsweg nach Bild 2.4.9

$$\Theta_p = \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = V_{\delta 0}.$$

Daraus folgt mit (2.4.9)

$$B_{\max} = \frac{\mu_0}{\delta_{i0}} \Theta_p. \quad (2.4.10)$$

Bei $\mu_{\text{Fe}} \neq \infty$ und $\mu_{\text{Fe}} \neq \text{konst.}$ und damit $H_{\text{Fe}} \neq 0$ treten im Eisen magnetische Spannungsabfälle auf. Man erhält für den Integrationsweg nach Bild 2.4.9

$$\Theta_p = \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = V_{\delta 0} + V_{\text{Fe}0}$$

und damit aus (2.4.9)

$$\boxed{B_{\max} = \frac{\mu_0}{\delta_{i0}} (\Theta_p - V_{\text{Fe}0})}, \quad (2.4.11)$$

d.h. B_{\max} wird kleiner. Außerdem ändert sich die Feldform $B(x)/B_{\max} = f(x)$, da der magnetische Spannungsabfall im Eisen – vor allem im Gebiet der Zähne, d.h. in einem Gebiet, in dem der Eisenquerschnitt durch die Nutung stark geschwächt ist – für nicht durch die Polmitte verlaufende Integrationswege andere Werte aufweist. Dadurch

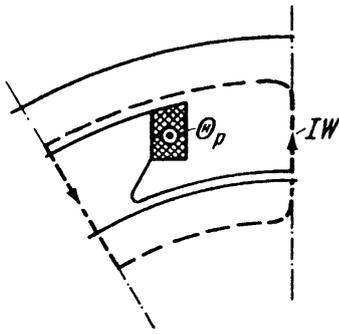


Bild 2.4.9 Integrationsweg zur Ermittlung der Luftspaltinduktion B_{\max} an der Stelle der Polachse, d.h. in Polmitte.
IW Integrationsweg

bleibt die Läuferoberfläche im Bild 2.4.8 strenggenommen nicht länger Potentialfläche. Dieser Einfluss kann allerdings in erster Näherung vernachlässigt werden. Dann bietet sich die Möglichkeit, auch den Einfluss des magnetischen Spannungsabfalls im Eisen durch eine weitere fiktive Vergrößerung des Luftspalts zu berücksichtigen. Der den Einfluss von Nutung und Spannungsabfall im Eisen berücksichtigende ideale Luftspalt wird als δ''_{i0} bezeichnet. Damit wird (2.4.11) zu

$$B_{\max} = \frac{\mu_0}{\delta''_{i0}} \Theta_p. \quad (2.4.12)$$

Auf diese Weise entsteht das Modell einer analytisch einfacher zu beschreibenden *linearisierten Anordnung*.

2.4.3.2 Erregung einer in Nuten verteilten Wicklung auf einem rotationssymmetrischen Hauptelement, dem sich ein zweites rotationssymmetrisches Hauptelement gegenüber befindet

Im Bild 2.4.10 ist ein Ausschnitt des Luftspaltraums der zu betrachtenden Anordnung dargestellt. Wenn die Nutschlitze hinreichend schmal gedacht werden und der Luftspalt klein gegenüber der Nutteilung ist, kann das Feld abschnittsweise, d.h. jeweils im Bereich zwischen zwei Nutschlitzen, als homogen angesehen werden. Die Induktionsverteilung ist dann eine Treppenkurve. Der magnetische Spannungsabfall V_δ über dem Luftspalt für einen Integrationsweg, der an einer bestimmten Stelle x nach außen durch den Luftspalt tritt, ergibt sich mit Bild 2.4.10 zu

$$V_\delta(x) = \int_A^B \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = H(x)\delta_i = \frac{B(x)}{\mu_0} \delta_i. \quad (2.4.13)$$

Um einen quantitativen Zusammenhang zwischen den erregenden Strömen und dem Luftspaltfeld zu erhalten, muss das Durchflutungsgesetz auf sinnvolle Integrationswege angewendet werden. Einen derartigen Integrationsweg erhält man offensichtlich, wenn der im Bild 2.4.10 begonnene Weg wieder über den Luftspalt geschlossen wird, wie es Bild 2.4.11 zeigt.

Die folgenden Betrachtungen beschränken sich auf den Fall, dass die Sättigungseigenschaften des Eisens noch keine wesentliche Rolle spielen, so dass mit $\mu_{\text{Fe}} = \infty$

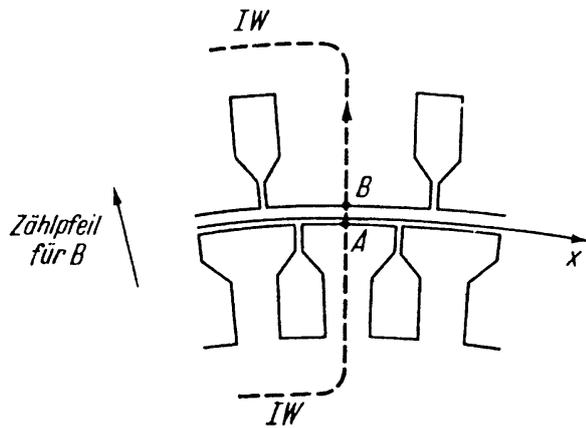


Bild 2.4.10 Ausschnitt des Luftspalt-raums einer Maschine mit zwei rotations-symmetrischen Hauptelementen. IW Integrationsweg

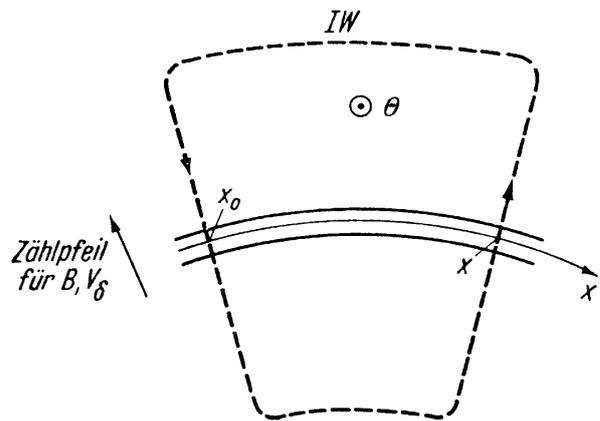


Bild 2.4.11 Zweckmäßiger Integrationsweg zur Ermittlung des Luftspaltfelds über das Durchflutungsgesetz. IW Integrationsweg

gerechnet werden kann. Dann liefert das Durchflutungsgesetz für den Integrationsweg im Bild 2.4.11

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = V_\delta(x) - V_\delta(x_0) = \Theta(x, x_0) = \left(\sum_{\text{vzb}} i \right)_{x, x_0}, \quad (2.4.14)$$

wobei $\Theta(x, x_0)$ die Durchflutung für diesen Integrationsweg in der Rechtsschraubenzuordnung zum Integrationsweg ist. Diese Durchflutung ist andererseits gleich der vorzeichenbehafteten Summe der Ströme, die von dem Integrationsweg umfasst werden. Wenn der Rückweg durch jene Koordinate x_0 verläuft, wo die Luftspaltinduktion null ist, wird mit $B(x_0) = 0$ entsprechend (2.4.13) auch $V_\delta(x_0) = 0$. Die Durchflutung für einen derartigen Integrationsweg soll als $\Theta(x)$ bezeichnet werden. Damit geht (2.4.14) über in

$$V_\delta(x) = \Theta(x). \quad (2.4.15)$$

Wenn der nach außen tretende Teil des Integrationswegs bei festgehaltenem Rückweg ($x_0 = \text{konst.}$) alle Werte von x durchläuft, erhält man ausgehend von der Verteilung der stromdurchflossenen Leiter für jeden Wert von x einen bestimmten Wert der Durchflutung $\Theta(x)$. $\Theta(x)$ soll als *Durchflutungsverteilung* bezeichnet werden (vielfach findet man auch die Bezeichnung *Felderregerkurve*). Die Induktionsverteilung folgt aus (2.4.15) mit (2.4.13) unmittelbar zu

$$B(x) = \frac{\mu_0}{\delta_i} V_\delta(x) = \frac{\mu_0}{\delta_i} \Theta(x). \quad (2.4.16)$$

Da $B(x)$ wegen der Quellenfreiheit des magnetischen Felds rein periodisch ist, muss entsprechend (2.4.16) auch $\Theta(x)$ rein periodisch sein. Die richtige Wahl des Rückwegs ist demnach ohne Kenntnis von x_0 daran zu erkennen, dass $\Theta(x)$ keinen Gleichanteil enthält.

Im Bild 2.4.12 wird die Ermittlung der Durchflutungsverteilung für einen Wicklungsstrang gezeigt, der je Polpaar aus zwei hintereinandergeschalteten Spulen mit gleicher Windungszahl besteht. Offensichtlich herrscht $B = 0$ in der Mitte zwischen den beiden vom Strom gleichsinnig durchflossenen Nuten. Dort liegt also die Koordinate x_0 , durch die der Rückweg des Integrationswegs verlaufen muss. Im Bild 2.4.12 sind eine Reihe von Integrationswegen für verschiedene Werte von x eingezeichnet. Die Durchflutung ändert sich jeweils sprunghaft um den Gesamtstrom einer Nut, wenn der Integrationsweg über den unendlich schmal gedachten Nutschlitz springt.

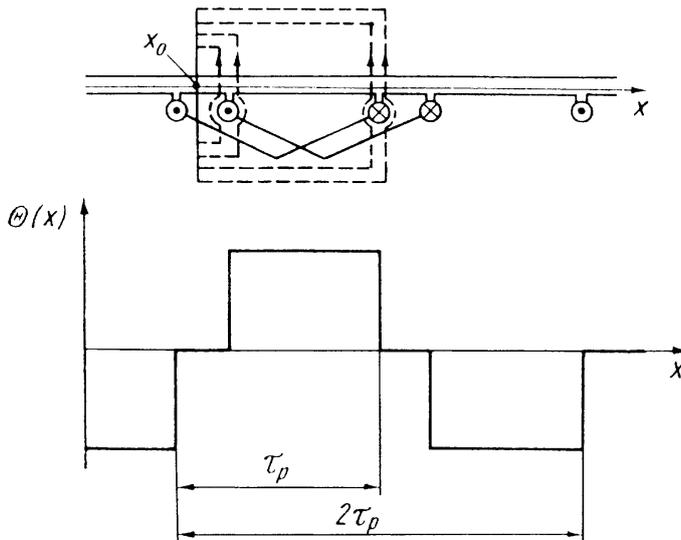


Bild 2.4.12 Ermittlung der Durchflutungsverteilung eines Wicklungsstrangs mit zwei hintereinandergeschalteten Spulen je Polpaar

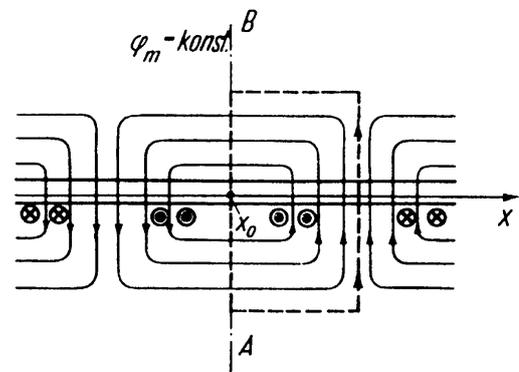


Bild 2.4.13 Zu einer Ebene A–B einer Anordnung mit konstantem Luftspalt symmetrische Stromverteilung und deren Feld auch bei $\mu_{Fe} \neq \infty$

Es ist nun zu untersuchen, in welchem Maß mit der Durchflutungsverteilung noch Aussagen zu gewinnen sind, wenn zwar der Luftspalt nach wie vor konstant, die Permeabilität des Eisens jedoch nicht mehr unendlich ist. Im Bild 2.4.13 ist eine Stromverteilung dargestellt, die symmetrisch zu x_0 bzw. zu der eingezeichneten Ebene A–B liegt. Eine derartige Stromverteilung muss ein Feld aufbauen, das, wie die angedeuteten Feldlinien erkennen lassen, spiegelsymmetrisch zu dieser Ebene liegt. Dann ist aber die Spur der Ebene A–B auch bei Berücksichtigung der Eisensättigung eine magnetische Potentiallinie. Das Durchflutungsgesetz liefert für einen Integrationsweg durch x und x_0 , zu dem entsprechend den bisherigen Betrachtungen die Durchflutung $\Theta(x)$ gehört, die Aussage

$$\Theta(x) = V_{AB}(x) = V_{\delta}(x) + V_{Fe}(x). \quad (2.4.17)$$

Damit steht für den Luftspalt nur noch der Spannungsabfall $V_{\delta}(x) = \Theta(x) - V_{Fe}(x)$ zur Verfügung, und man erhält aus (2.4.13)

$$B(x) = \frac{\mu_0}{\delta_i} [\Theta(x) - V_{\text{Fe}}(x)] . \quad (2.4.18)$$

Gegenüber dem Fall mit $\mu_{\text{Fe}} = \infty$, für den die Induktionsverteilung durch (2.4.16) gegeben ist, werden sämtliche Induktionswerte verkleinert. Da nicht zu erwarten ist, dass die Form der Funktion $V_{\text{Fe}}(x)$ gleich der Form der Funktion $\Theta(x)$ ist, wird auch die Form der Induktionsverteilung von der der Durchflutungsverteilung abweichen. Dieser Einfluss kann in erster Näherung vernachlässigt werden. Dann bietet sich wiederum die Möglichkeit, den Einfluss des magnetischen Spannungsabfalls im Eisen durch eine weitere fiktive Vergrößerung des Luftspalts zu berücksichtigen. Der den Einfluss von Nutung und Spannungsabfall im Eisen berücksichtigende ideale Luftspalt wird als δ_i'' bezeichnet. Damit wird (2.4.18) zu

$$B(x) = \frac{\mu_0}{\delta_i''} \Theta(x) . \quad (2.4.19)$$

Auf diese Weise entsteht wiederum das Modell einer analytisch einfacher zu beschreibenden linearisierten Anordnung.

2.4.3.3 Erregung einer in Nuten verteilten Wicklung auf einem rotationssymmetrischen Hauptelement, dem sich ein Hauptelement mit ausgeprägten Polen gegenüber befindet

Bei der im Abschnitt 2.4.3.2 behandelten Anordnung mit konstantem Luftspalt wird das Feld allein durch die Verteilung der stromdurchflossenen Leiter bestimmt. Es ändert sich bei Vernachlässigung des Einflusses der Nutung insbesondere auch dann nicht, wenn das nichterregte Hauptelement relativ zu dem erregten eine andere Lage einnimmt, da sich dadurch die Randbedingungen für das Feld wegen der vorliegenden Rotationssymmetrie nicht ändern. Das trifft offensichtlich nicht mehr zu, wenn das unerregte Hauptelement ausgeprägte Pole trägt. In diesem Fall erhält man bei konstanten Strömen und einer bestimmten Verteilung der stromdurchflossenen Leiter im rotationssymmetrischen Hauptelement für jede Lage des anderen Hauptelements ein anderes Feld. Es müsste eine große Zahl von Feldberechnungen durchgeführt werden, um die vorliegende Art der Abhängigkeit der interessierenden Bestimmungstücke des Luftspaltfelds von der Lage der stromdurchflossenen Leiter zur Achse des Polsystems zu erkennen. Um dies zu umgehen, zerlegt man die Durchflutungsverteilung $\Theta(x)$ in ihre Grund- und Oberwellen als

$$\Theta(x) = \Theta_1(x) + \sum_{\nu > 1} \Theta_\nu(x)$$

und beschränkt sich hinsichtlich des durch die Relativbewegung zwischen Ständer und Läufer beeinflussten Luftspaltfelds auf die Wirkung der *Durchflutungsgrundwelle* $\Theta_1(x)$. Diese Durchflutungsgrundwelle ist eindeutig in zwei Komponenten bezüglich der magnetischen Symmetrieachsen des Polsystems zerlegbar, wie Bild 2.4.14 zeigt.

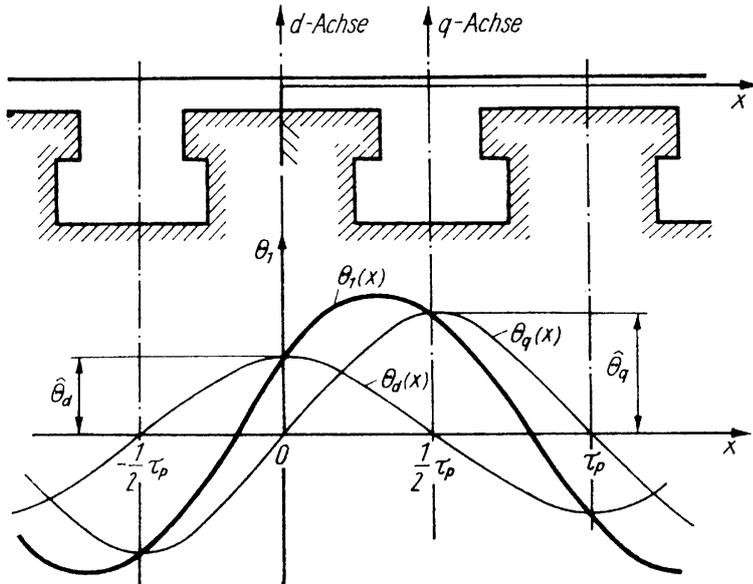


Bild 2.4.14 Zur Zerlegung einer Durchflutungsgrundwelle in ihre Längs- und Querkomponente

Damit braucht das Feld nur noch für zwei Fälle ermittelt zu werden: zum einen für eine rein sinusförmige Längsdurchflutung $\Theta_d(x)$ und zum anderen für eine rein sinusförmige Querdurchflutung $\Theta_q(x)$.

Zur Durchführung der Feldberechnung kann der jeweiligen sinusförmigen Durchflutungsverteilung ein sinusförmiger *Strombelag* zugeordnet werden. Ein Strombelag $A(x)$ ist eine flächenhafte Strömung in axialer Richtung entlang der Oberfläche des rotationssymmetrischen Hauptelements.⁷⁾ Dabei gilt, wenn der Strombelag entsprechend Bild 2.4.15 in die Zeichenebene hinein positiv gezählt wird,

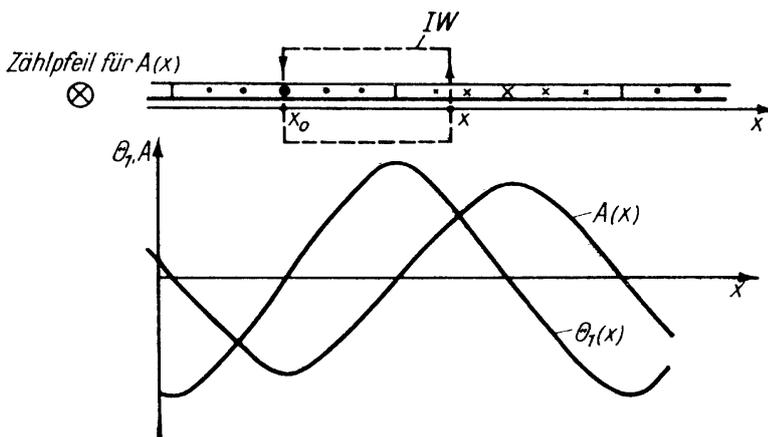


Bild 2.4.15 Sinusförmiger Ankerstrombelag und zugehörige Durchflutungsgrundwelle. IW Integrationsweg

7) s. auch Abschnitt 0.8

$$\Theta(x) = - \int_{x_0}^x A(x) dx \quad (2.4.20)$$

bzw.

$$A(x) = - \frac{d\Theta(x)}{dx}.$$

Damit erhält man mit

$$\Theta(x) = \hat{\Theta} \cos \frac{\pi}{\tau_p} (x - x_\mu)$$

als Beziehung zwischen den Amplituden der Durchflutungsgrundwelle und des zuzuordnenden Ankerstrombelags

$$\hat{A} = \frac{\pi}{\tau_p} \tilde{\Theta} = \frac{2p}{D} \tilde{\Theta}. \quad (2.4.21)$$

Nach (2.4.20) ist offensichtlich, dass eine sinusförmige Durchflutungsverteilung nur dann entstehen kann, wenn der Ankerstrombelag ebenfalls sinusförmig, aber um eine halbe Polteilung versetzt ist. Bild 2.4.15 demonstriert diese Zusammenhänge. Die Auswertung der Feldberechnung liefert die zugehörige Induktionsverteilung $B(x)$, deren prinzipiellen Verlauf, sowohl herrührend von einer reinen Längsdurchflutung als auch herrührend von einer reinen Querdurchflutung, Bild 2.4.16 zeigt. Die Form der Induktionsverteilung ist aufgrund der Linearität des vorliegenden Problems unabhängig von der Amplitude der Durchflutungsgrundwelle. Sämtliche Induktionswerte $B(x)$ ändern sich proportional mit der Amplitude der Durchflutungsgrundwelle. Das gilt dann auch für das wichtigste Bestimmungsstück der ermittelten Induktionsverteilung, ihre Grundwellenamplitude. Damit lässt sich formulieren

$$\hat{B}_d = C_{ad,1} \frac{\mu_0}{\delta_{i0}''} \hat{\Theta}_d \quad (2.4.22)$$

$$\hat{B}_q = C_{aq,1} \frac{\mu_0}{\delta_{i0}''} \hat{\Theta}_q. \quad (2.4.23)$$

In diesen Beziehungen sind $\hat{\Theta}_d \mu_0 / \delta_{i0}''$ und $\hat{\Theta}_q \mu_0 / \delta_{i0}''$ jene Induktionsamplituden, die bei der konstanten Luftspaltlänge $\delta_i'' = \delta_{i0}''$ entstehen würden. $C_{ad,1}$ und $C_{aq,1}$ stellen sog. *Polformkoeffizienten* dar, die man aus der harmonischen Analyse der ermittelten Induktionsverteilungen erhält. Sie sind aus allgemeinen Untersuchungen der geschilderten Art als Funktion der wichtigsten Geometrieverhältnisse bekannt und können daher im Weiteren als gegeben vorausgesetzt werden.

2.4.4

Spannungsinduktion durch das magnetische Feld

Die Spannungsgleichung einer Spule lautet entsprechend (0.4.23)

$$u = Ri + \frac{d\Psi}{dt} = Ri - e, \quad (2.4.24)$$

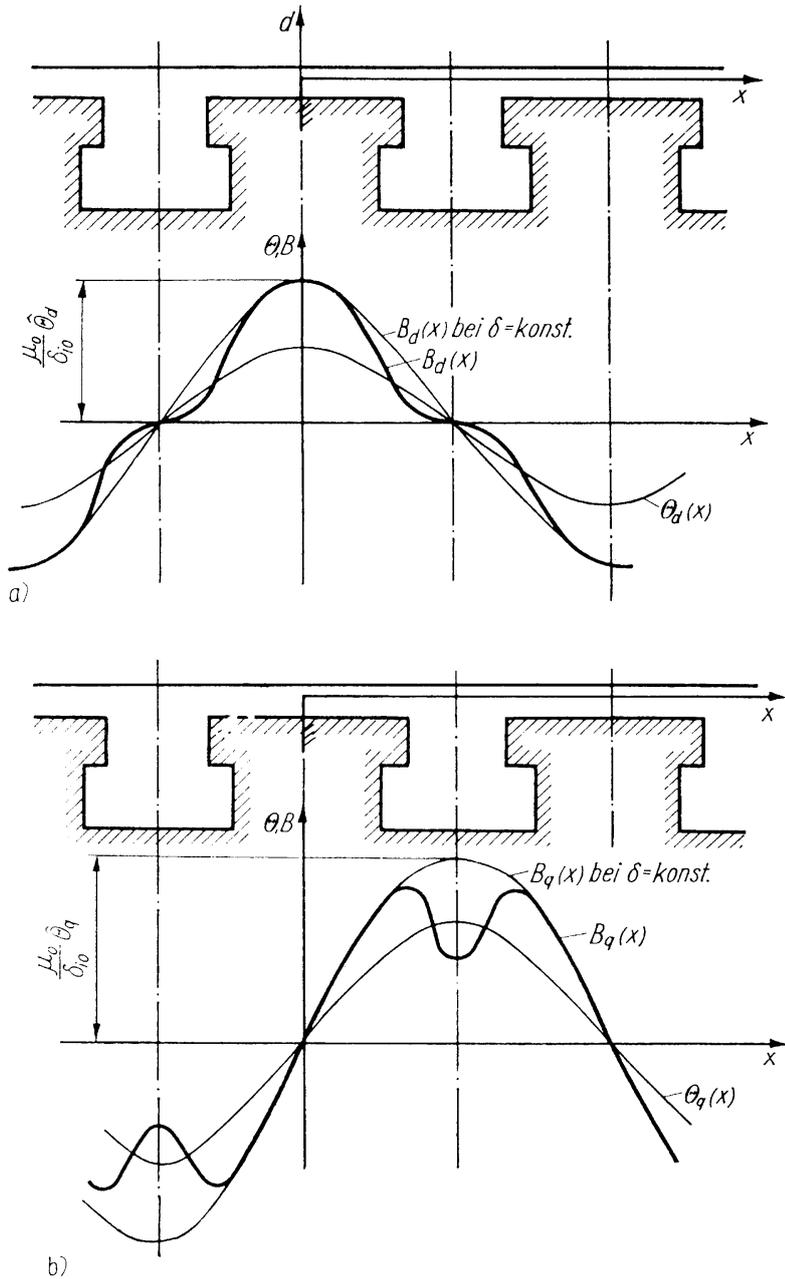


Bild 2.4.16 Induktionsverteilungen der Komponenten der Durchflutungsgrundwelle.

- a) Längskomponente;
- b) Querkomponente

wobei $e = -d\Psi/dt$ die in der Spule induzierte Spannung und Ψ die Flussverkettung ist, die die Spule mit dem magnetischen Feld besitzt. Um die induzierte Spannung bestimmen zu können, ist es erforderlich, zunächst die Flussverkettung zu ermitteln. Man erhält sie entsprechend (0.4.17) als

$$\Psi = \int_{\text{Spule}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}.$$

Dabei lässt sich die Flussverkettung einer Spule in einer rotierenden Maschine entsprechend den Überlegungen im Abschnitt 2.4.1 aufteilen in einen Anteil Ψ_δ , der vom Luftspaltfeld herrührt, und einen zweiten Anteil Ψ_σ , dessen Ursache die Streufelder sind. Es ist also

$$\Psi = \Psi_\delta + \Psi_\sigma . \quad (2.4.25)$$

Für den vom Luftspaltfeld herrührenden Anteil Ψ_δ gilt entsprechend den Überlegungen im Abschnitt 2.4.2, dass der gleiche Fluss Φ_{sp} alle w_{sp} Windungen der Spule durchsetzt und damit nach (0.4.18) für die Flussverkettung gilt

$$\Psi_\delta = w_{\text{sp}} \Phi_{\text{sp}} . \quad (2.4.26)$$

Der Aufteilung der Flussverkettung kann eine Aufteilung der induzierten Spannung zugeordnet werden entsprechend

$$e = e_\delta + e_\sigma = - \frac{d\Psi_\delta}{dt} - \frac{d\Psi_\sigma}{dt} . \quad (2.4.27)$$

Dabei erfolgt die Aufteilung im Verein mit der bereits fixierten Annahme, dass Verkettungen zwischen Ständer und Läufer allein über das Luftspaltfeld erfolgen, sich also nur in Ψ_δ bemerkbar machen, und dass nur Ψ_δ von der Bewegung des Läufers beeinflusst wird. Die *Streuf Flussverkettung* Ψ_σ rührt von den Feldern im Nut-, Zahnkopf- und Wicklungskopfraum bzw. von den Feldern im Pollücken- und Polstirnraum solcher Wicklungen her, die sich auf der gleichen Seite des Luftspalts befinden wie die betrachtete Wicklung. Dabei ist Ψ_σ voraussetzungsgemäß unabhängig von der Bewegung des Läufers.

2.4.4.1 Spannungsinduktion durch das Luftspaltfeld

Es wird zunächst die induzierte Spannung einer Spule ermittelt, die in zwei Nuten untergebracht ist. Davon ausgehend lässt sich später die induzierte Spannung ganzer Wicklungen gewinnen, die durch das Zusammenschalten von mehreren Spulen entstehen. Das Luftspaltfeld wird durch die Induktionsverteilung $B(x)$ beschrieben (s. Abschnitt 2.4.2). Beim Durchführen der Integration zur Bestimmung des Flusses durch die Spule, mit dem entsprechend Bild 2.4.3 alle w_{sp} Windungen der Spule gleichermaßen verkettet sind, ist auf die positive Zählrichtung von $B(x)$ zu achten. Man erhält mit den Bezeichnungen von Bild 2.4.6 den Fluss nach (2.4.1).

Wenn das Feld entsprechend Bild 2.4.17a in einem Koordinatensystem beschrieben wird, in dem die Spule ruht, ist x_{sp} zeitlich konstant, und die Zeitabhängigkeit des Flusses Φ_{sp} ist allein durch die Art der Zeitabhängigkeit der Induktionsverteilung $B(x, t)$ gegeben, wie sie in diesem Koordinatensystem x beobachtet wird. Es ist also

$$\Phi_{\text{sp}} = \Phi_{\text{sp}}(t) = l_i \int_{x_{\text{sp}} - W/2}^{x_{\text{sp}} + W/2} B(x, t) dx ,$$

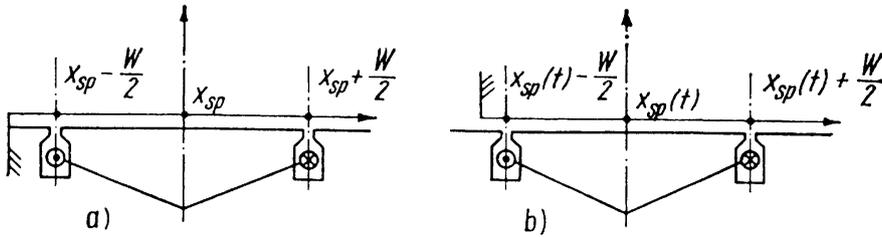


Bild 2.4.17 Festlegung der Koordinaten zur Ermittlung der induzierten Spannung einer Spule, wenn das Koordinatensystem x so festgelegt ist, dass die Spule a) in ihm ruht, b) sich in ihm bewegt

und man erhält die vom Luftspaltfeld in der Spule induzierte Spannung mit (2.4.26) und (2.4.27) zu

$$e_{\delta_{sp}} = -w_{sp} \frac{d\Phi_{sp}}{dt}. \quad (2.4.28)$$

Wenn das Feld dagegen entsprechend Bild 2.4.17b in einem Koordinatensystem beschrieben wird, in dem sich die Spule bewegt, ist die Lage der Spulenachse eine Funktion der Zeit, d. h. es ist $x_{sp} = x_{sp}(t)$. Der Fluss folgt in diesem Fall über die Integration nach (2.4.1) zu

$$\Phi_{sp} = l_i \int_{x_{sp}(t) - W/2}^{x_{sp}(t) + W/2} B(x, t) dx = \Phi_{sp}(x_{sp}(t), t).$$

Seine Zeitabhängigkeit ist durch die Art der Zeitabhängigkeit der Induktionsverteilung $B(x, t)$ einerseits und durch die Art der Zeitabhängigkeit der Spulenlage $x_{sp}(t)$ andererseits gegeben. Man erhält

$$e_{\delta_{sp}} = -w_{sp} \frac{\partial \Phi_{sp}}{\partial t} - w_{sp} \frac{\partial \Phi_{sp}}{\partial x_{sp}} \frac{dx_{sp}}{dt}. \quad (2.4.29)$$

d. h. es erscheinen zwei Anteile der induzierten Spannung. Der erste Anteil wird als Anteil der Transformation bezeichnet. Er verschwindet, wenn das Feld in dem betrachteten Koordinatensystem zeitlich konstant ist. Der zweite Anteil ist der Geschwindigkeit $v = dx_{sp}/dt$ der Spule im betrachteten Koordinatensystem proportional und wird deshalb als Anteil der Rotation bezeichnet. Er verschwindet, wenn die Bewegung der Spule im Koordinatensystem x aufhört. Für die Änderung des Flusses $\partial \Phi_{sp}$ bei einer Verschiebung um ∂x_{sp} erhält man mit Bild 2.4.18

$$\partial \Phi_{sp} = l_i \left[B \left(x_{sp} + \frac{W}{2} \right) - B \left(x_{sp} - \frac{W}{2} \right) \right] \partial x_{sp}.$$

Damit geht (2.4.29) über in

$$e_{\delta_{sp}} = -w_{sp} \frac{\partial \Phi_{sp}}{\partial t} - w_{sp} \left[B \left(x_{sp} + \frac{W}{2} \right) - B \left(x_{sp} - \frac{W}{2} \right) \right] l_i v. \quad (2.4.30)$$

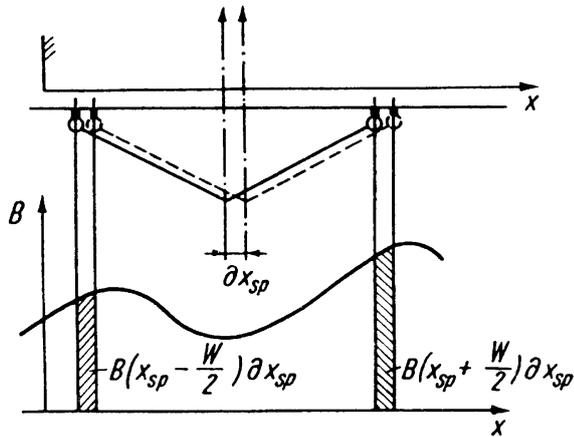


Bild 2.4.18 Zur Ermittlung der Änderung des Flusses einer Spule, wenn diese um ∂x_{sp} verschoben wird

Der Anteil der durch Rotation induzierten Spannung ergibt sich formal als vorzeichenbehaftete Summe der den Leitern der Spule zugeordneten Spannungen nach $B l v$, obgleich sich die Leiter tatsächlich im praktisch feldfreien Raum innerhalb der Nut befinden und die Induktion B im Luftspalt an der Stelle herrscht, an der sich der Nutschlitz befindet.

2.4.4.2 Spannungsinduktion durch Streufelder

Der Streuanteil ψ_σ der Flussverkettung einer Spule bzw. eines aus der Zusammenschaltung von Spulen entstandenen Wicklungsteils liefert entsprechend der Aufteilung nach (2.4.27) für die durch Streufelder induzierte Spannung

$$e_\sigma = - \frac{d\psi_\sigma}{dt} . \quad (2.4.31)$$

Die maßgebenden Streufelder werden von den Strömen sämtlicher Wicklungen aufgebaut, die sich auf der gleichen Seite des Luftspalts befinden wie die betrachtete Spule bzw. Wicklung. Da ihre Feldlinien stets zu einem beträchtlichen Teil in nichtferromagnetischen Medien verlaufen, kann zwischen der Streuflussverkettung ψ_σ und diesen Strömen von vornherein Proportionalität angenommen werden. Als Proportionalitätsfaktor erscheinen die sog. *Streuinduktivitäten*. Der Strom einer betrachteten Spule bzw. eines betrachteten, aus der Zusammenschaltung von Spulen entstandenen Wicklungsteils ruft einen selbstinduktiven Anteil in deren Streuflussverkettung hervor. Die Ströme in benachbarten Spulen bzw. Wicklungsteilen liefern gegeninduktive Anteile. Dementsprechend sind insbesondere die Wicklungsstränge dreisträngiger Wicklungen gegeninduktiv über Streufelder miteinander gekoppelt. Hinsichtlich der Wirkung des Nutstrefelds tritt eine derartige Kopplung entsprechend Bild 2.4.19 bei gesehten Zweischichtwicklungen (s. z. B. Bild 4.1.12) in solchen Nuten auf, die von zwei Strängen gemeinsam belegt werden. Aufgrund des symmetrischen Aufbaus einer dreisträngigen Wicklung sind die selbstinduktiven Streuinduktivitäten $L_{\sigma s}$ der drei Stränge gleich. Dasselbe gilt für die gegeninduktiven Streuinduktivitäten $L_{\sigma g}$ zwischen je zwei Strän-

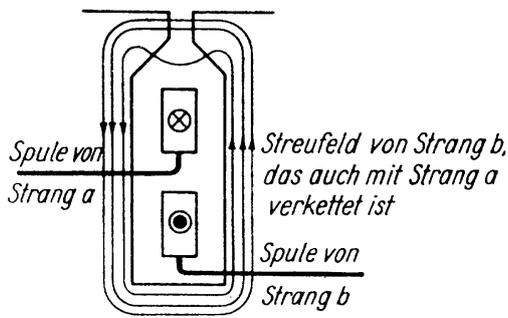


Bild 2.4.19 Kopplung zwischen zwei Strängen a und b einer dreisträngigen, gesehten Zweischichtwicklung über Streufelder im Nut- und Zahnkopfraum

gen. Damit erhält man die Streuflussverkettung des Strangs a zu

$$\Psi_{\sigma a} = L_{\sigma s} i_a + L_{\sigma g} (i_b + i_c). \quad (2.4.32)$$

Für die Stränge b und c gelten analoge Beziehungen. Wenn die Ströme i_a , i_b und i_c ein symmetrisches Dreiphasensystem positiver Phasenfolge bilden, ist $i_a + i_b + i_c = 0$, und man erhält aus (2.4.32)

$$\Psi_{\sigma a} = (L_{\sigma s} - L_{\sigma g}) i_a = L_{\sigma} i_a. \quad (2.4.33)$$

Dabei wird $L_{\sigma} = L_{\sigma s} - L_{\sigma g}$ schlechthin als *Streuinduktivität der Wicklung* bezeichnet.

2.5

Erwärmung und Kühlung

2.5.1

Wärmequellen

Im Abschnitt 2.2.2.2 wurden die einzelnen Verlustarten rotierender elektrischer Maschinen zusammengestellt. Sie bilden von der thermischen Seite her gesehen Wärmequellen, die eine Aufheizung der Maschine herbeiführen. Innerhalb der hauptsächlich interessierenden aktiven Bauteile werden Wärmequellen von den Wicklungsverlusten und den Ummagnetisierungsverlusten sowie den zusätzlichen Verlusten gebildet. Die Quelldichte der Wärmeströmung ist dabei jeweils gleich der Verlustdichte. Diese beträgt für die Wicklungsverluste [vgl. (1.7.3)]

$$\bar{v}_w = \frac{S^2}{\kappa}. \quad (2.5.1)$$

Sie ist innerhalb einer Wicklung konstant, weil die Stromdichte dort wegen des konstanten Querschnitts der Leiter ebenfalls konstant ist. Die Verlustdichte der Ummagnetisierungsverluste beträgt [vgl. (1.7.1)]

$$\bar{v}_u = \rho v_{u1,5} \left(\frac{\hat{B}}{1,5\text{T}} \right)^2, \quad (2.5.2)$$

wobei die spezifischen Verluste $v_{ii,1,5}$ frequenzabhängig sind. Da die Induktion innerhalb des magnetischen Kreises sehr unterschiedliche Werte aufweist, kann \bar{v}_{ii} i. Allg. nicht als konstant angesehen werden. Insbesondere treten in den Zähnen größere Werte von \bar{v}_{ii} auf als im übrigen magnetischen Kreis, da dort naturgemäß höhere Induktionswerte herrschen. Man erhält die Ummagnetisierungsverluste in einem Teilvolumen des Magnetkreises entsprechend (2.2.20) als

$$P_{vii} = \bar{v}_{ii} \mathcal{V}_{Mi}.$$

2.5.2

Erwärmungsvorgang

Wie schon bei der Behandlung des Transformators im Abschnitt 1.7.2 geschildert wurde, setzt mit dem Wirksamwerden der Wärmequellen ein Erwärmungsvorgang ein. Dabei wird die zugeführte Energie in jedem Volumenelement zunächst als Wärme gespeichert. Es fließen keine Wärmeströme; der Vorgang verläuft adiabatisch. Der Temperaturanstieg folgt aus $dW = P_v dt = \mathcal{V} \bar{v} dt = mc d\vartheta$ zu

$$\left(\frac{d\vartheta}{dt} \right)_{t=0} = \frac{1}{\rho c} \bar{v}. \quad (2.5.3)$$

wobei ρ die Dichte und c die spezifische Wärmekapazität im betrachteten Volumenelement bezeichnen. Der Anfangsverlauf $\vartheta = f(t)$ ist demnach unabhängig von den Wärmewiderständen, über die später die Wärme abgeführt wird. Er ist außerdem keineswegs überall gleich, da in den verschiedenen Wicklungen ebenso wie in den einzelnen Abschnitten des magnetischen Kreises unterschiedliche Verlustdichten \bar{v} herrschen. Die Maschine kann deshalb i. Allg. nicht als Einkörpersystem aufgefasst werden.

In dem Maß, wie sich durch die unterschiedlichen Anfangsverläufe $\vartheta = f(t)$ zwischen den einzelnen Teilen der Maschine untereinander und zum umgebenden Kühlmittel Temperaturunterschiede ausbilden, beginnen Wärmeströme zu fließen. Sie bewirken, dass innerhalb der Maschine Wärme aus Gebieten mit vergleichsweise hoher Verlustdichte – und damit hohem Anfangsanstieg der Temperatur – in Gebiete mit vergleichsweise niedriger Verlustdichte – und damit niedrigem Anfangsanstieg der Temperatur – abfließt. Außerdem strömt Wärme aus der Maschine heraus zum Kühlmittel. Der Temperaturunterschied zwischen einem Maschinenteil und dem Kühlmittel am Eintritt in die Maschine wird als *Übertemperatur* ϑ bezeichnet. Nach hinreichend langer Zeit stellt sich ein Zustand ein, bei dem aus jedem Volumenelement der Maschine gerade ein solcher Wärmestrom herausfließt, wie Verlustleistung durch die im Volumenelement herrschende Verlustdichte zugeführt wird. Dann findet keine weitere Speicherung von Wärme statt. Die Temperatur bleibt überall konstant; sie hat ihren Beharrungswert, die *Endübertemperatur* ϑ_0 , erreicht. Es herrscht der Zustand der *stationären Wärmeströmung*. Den Verlauf der Übertemperatur an drei charakteristischen

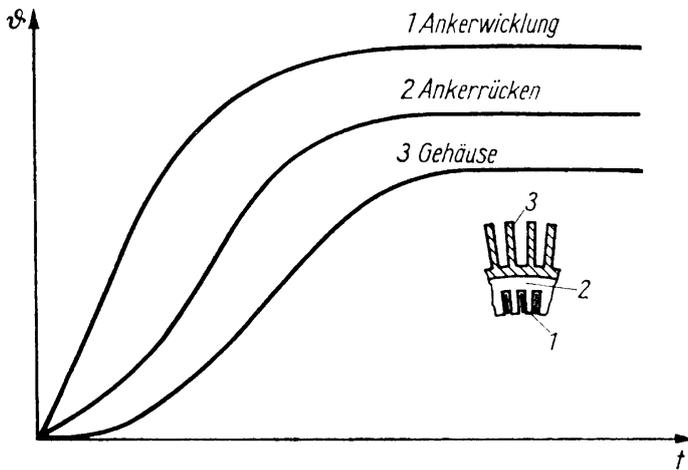


Bild 2.5.1 Verlauf der Übertemperatur an drei charakteristischen Stellen eines Ständers während eines Erwärmungsvorgangs

Stellen innerhalb des Ständers einer Maschine während eines Erwärmungsvorgangs zeigt Bild 2.5.1.

Im Beharrungszustand fließt dem Kühlmittel für die ganze Maschine gesehen gerade ein Wärmestrom zu, der gleich den Gesamtverlusten in der Maschine ist. Dadurch wird das Kühlmittel aufgeheizt. Zwischen der Kühlmittelmenge $\dot{V} = dV/dt$ und der Temperaturzunahme $\Delta\vartheta$ des Kühlmittels vermittelt die Beziehung

$$\dot{V} = \left(\frac{dV}{dt} \right) = \frac{1}{\rho c} \frac{P_v}{\Delta\vartheta}, \quad (2.5.4)$$

die bereits bei der Behandlung des Transformators als (1.7.16) hergeleitet wurde. Sie nimmt für das gebräuchliche Kühlmittel Luft mit $\rho = 1,13 \text{ g/dm}^3$ und $c = 1,007 \text{ kWs/(kg K)}$ als zugeschnittene Größengleichung die Form

$$\left(\dot{V} / \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right) = 0,88 \left(\frac{P_v/\text{kW}}{\Delta\vartheta/\text{K}} \right) \quad (2.5.5)$$

an. Bei großen, schnelllaufenden Maschinen wird als Kühlmittel Wasserstoff verwendet, dessen geringe Dichte die Reibungsverluste wesentlich erniedrigt. Die zugeschnittene spezielle Form von (2.5.4) für Wasserstoff unter Normaldruck lautet mit $\rho = 0,08 \text{ g/dm}^3$ und $c = 14,42 \text{ kWs/(kg K)}$:

$$\left(\dot{V} / \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right) = 0,865 \left(\frac{P_v/\text{kW}}{\Delta\vartheta/\text{K}} \right). \quad (2.5.6)$$

Man benötigt also etwa gleiche Gasmengen wie bei der Luftkühlung. Eine Verbesserung der Kühlwirkung, d.h. ein Herabsetzen der Gasmengen, lässt sich erst erreichen, wenn die Verminderung der Reibungsverluste nicht voll in Anspruch genommen und mit Wasserstoff unter erhöhtem Druck gearbeitet wird. Dabei steigt die Dichte linear mit dem Druck, während die spezifische Wärmekapazität konstant bleibt. Damit erhält man durch Modifikation von (2.5.6)

$$\left(\dot{V} / \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right) = 0,865 \left(\frac{1}{p/\text{bar}} \right) \left(\frac{P_v/\text{kW}}{\Delta\vartheta/\text{K}} \right). \quad (2.5.7)$$

d.h. für eine Kühlung mit Wasserstoff unter einem Überdruck von $p_{\text{ü}} = 2 \text{ bar}$ ($p = 3 \text{ bar}$) wird z. B.

$$\left(\dot{V} / \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right) = 0,288 \left(\frac{P_{\text{v}}/\text{kW}}{\Delta\vartheta/\text{K}} \right).$$

Auf diese Weise gelingt es, die erforderliche Kühlgasmenge bei vertretbaren Gasgeschwindigkeiten durch relativ kleine Strömungsquerschnitte zu führen. Damit wird bei Verwendung von Wasserstoff unter Überdruck eine direkte Leiterkühlung möglich (s. Abschnitt 2.5.4).

Die Kühlwirkung kann nochmals wesentlich erhöht werden, wenn man zu flüssigen Kühlmedien übergeht. Dafür ist Wasser wegen seiner hohen spezifischen Wärmekapazität besonderes geeignet. Es muss aber mit Rücksicht auf die erforderlichen Isolationseigenschaften in gewissem Maß entionisiert werden. Dazu ist eine entsprechende Aufbereitungsanlage erforderlich. Die zugeschnittene Form von (2.5.4) für Wasser lautet mit $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$ und $c = 4.2 \text{ kWs}/(\text{kg K})$

$$\left(\dot{V} / \frac{\text{dm}^3}{\text{s}} \right) = 0,24 \left(\frac{P_{\text{v}}/\text{kW}}{\Delta\vartheta/\text{K}} \right). \quad (2.5.8)$$

Die *zulässige Übertemperatur* einer elektrischen Maschine ist in erster Linie durch die relativ geringe Wärmebeständigkeit der Isolierstoffe begrenzt, die zur Isolation der Wicklung dienen. Wie bereits bei der Behandlung des Transformators erwähnt wurde (s. Abschnitt 1.7.5), sind die Isoliersysteme hinsichtlich ihrer Wärmebeständigkeit in *Wärmeklassen* eingeteilt. Der Nachweis, dass ein vorliegendes Isoliersystem einer bestimmten Wärmeklasse genügt, kann durch vergleichende Untersuchungen in Form beschleunigter Alterungstests erbracht werden. Die in der Vergangenheit vorgenommene Zuordnung der Stoffe zu den Wärmeklassen ist nicht mehr bindend, da das Zusammenwirken verwendeter Stoffe die Wärmebeständigkeit des Systems im positiven, aber auch im negativen Sinn beeinflussen kann. Die zulässige Übertemperatur einer Wicklung an ihrer heißesten Stelle unterscheidet sich von der zulässigen Temperatur des verwendeten Isoliersystems um die vereinbarte Höchsttemperatur des unmittelbar die Wicklung kühlenden sog. primären Kühlmittels (s. Abschnitt 2.5.4). Letztere wird i. Allg. mit 40°C festgelegt. Die Wicklungsübertemperatur ermittelt man gewöhnlich über die Änderung des Wicklungswiderstands als mittlere Wicklungsübertemperatur der gesamten Wicklung (*Widerstandsverfahren*). Für den Unterschied zwischen dieser mittleren Übertemperatur und dem Wert an der heißesten Stelle wird dann je nach Wicklungsart ein Wert von 5 bis 15 K zugeschlagen. Die Übertemperatur kann man auch nach dem *Thermometerverfahren* oder mit fest eingebauten Temperaturfühlern messen.⁸⁾ In diesen Fällen ist mit anderen Differenzen zwischen der gemessenen Temperatur und der an der heißesten Stelle zu rechnen. Die bei den jeweils zulässigen Messverfahren in den einzelnen Wicklungsarten bzw.

8) s. Abschnitt 2.6

Maschinenteilen zulässigen Übertemperaturen werden als *Grenzübertemperaturen* bezeichnet. Sie sind in IEC 60034-1 (DIN EN 60034-1) festgelegt. Tabelle 2.5.1 gibt sie mit Stand 2004 wieder.

Tabelle 2.5.1 Grenzübertemperaturen der Wicklungen indirekt mit Luft gekühlter rotierender elektrischer Maschinen als Auszug aus IEC 60034-1 (DIN EN 60034-1 bzw. VDE 0530 T.1), Stand 4/2004, Angaben in K

Lfd. Nr.		Wärmeklasse											
		130 (B)			155 (F)			180 (H)					
		1	2	3	1	2	3	1	2	3			
1 a	Wechselstromwicklungen von Maschinen mit Leistungen ≥ 5000 kW (oder kVA)	–	80	85 ^{a)}	–	105	110 ^{a)}	–	125	130 ^{a)}			
1 b	Wechselstromwicklungen von Maschinen mit Leistungen > 200 kW (oder kVA), aber < 5000 kW (oder kVA)	–	80	90 ^{a)}	–	105	115 ^{a)}	–	125	135 ^{a)}			
1 c	Wechselstromwicklungen von Maschinen mit Leistungen ≤ 200 kW (oder kVA), außer solchen nach 1 d und 1 e	–	80	–	–	105	–	–	125	–			
1 d/e	Wechselstromwicklungen von Maschinen mit Leistungen < 600 W (oder VA) bzw. solchen mit Eigenkühlung (IC 40) und/oder gekapselten Wicklungen	–	85	–	–	110	–	–	130	–			
2	Wicklungen von Kommutatorankern	70	80	–	85	105	–	105	125	–			
3	Erregerwicklungen von Wechselstrom- und Gleichstrommaschinen mit Gleichstromerregung, außer solchen nach 4	70	80	–	85	105	–	105	125	–			
4 a	Erregerwicklungen von Synchronvollpolmaschinen	–	90	–	–	110	–	–	135	–			
4 b	Mehrlagige Erregerwicklungen von Gleichstrommaschinen	70	80	90	85	105	110	105	125	135			
4 c	Mehrlagige Erregerwicklungen von Gleichstrom- oder Wechselstrommaschinen mit niedrigem Widerstand, sowie Kompensationswicklungen von Gleichstrommaschinen	80	80	–	100	100	–	125	125	–			
4 d	Einlagige Erregerwicklungen von Gleichstrom- oder Wechselstrommaschinen, deren blanke oder lackierte Oberfläche direkt dem primären Kühlmittel ausgesetzt ist	90	90	–	110	110	–	135	135	–			

Spalten 1: Messung nach dem Thermometerverfahren;

Spalten 2: Messung nach dem Widerstandsverfahren;

Spalten 3: Messung mit eingebautem Temperaturfühler (s. Abschnitt 2.6).

a) Für Hochspannungsmaschinen kann eine Korrektur erforderlich sein.

Ein Verlauf der Übertemperatur nach Bild 2.5.1 mit eingetretenem Beharrungszustand ist zu erwarten, wenn der eingestellte Belastungszustand (z.B. Bemessungsbetrieb) hinreichend lange aufrechterhalten wurde. Man spricht in diesem Fall von *Dauerbetrieb*. Dabei darf die Endübertemperatur die für das verwendete Isoliersystem zulässige Grenzübertemperatur nicht übersteigen. Es ist offensichtlich, dass eine Maschine während einer gewissen Zeitdauer höher belastet werden kann, ohne dass die Wicklungsübertemperatur ihren zulässigen Wert überschreitet. Man muss allerdings im Anschluss an diese Belastung zunächst eine Pause zur Abkühlung einlegen, ehe wiederum für eine gewisse Zeit belastet werden darf. Da derartige Betriebsfälle häufig auftreten, sind sie in idealisierter Form als sog. *Betriebsarten S 1 bis S 10* genormt worden.⁹⁾ Dabei setzt sich ein Belastungszyklus bei Betriebsarten mit periodischem Charakter (z.B. S 3 in Tabelle 2.5.2) aus einer Betriebszeit mit konstanter Belastung Δt_P , der *Belastungsdauer*, und einer *Stillstandszeit* mit stromlosen Wicklungen Δt_R , bzw. einer *Leerlaufzeit* Δt_V zusammen. Während der Belastungsdauer arbeitet die Maschine mit der auf dem Leistungsschild angegebenen Bemessungsleistung, bei der sich natürlich im Dauerbetrieb unzulässig hohe Übertemperaturen einstellen würden. Anschließend ist die Maschine entweder vollständig vom Netz getrennt (Pause), oder es tritt lediglich keine Belastung an der Welle auf, so dass Leerlauf herrscht. Die Dauer des gesamten Zyklus wird als *Spieldauer* T_C bezeichnet und das Verhältnis Belastungsdauer zu Spieldauer als *relative Einschaltdauer* $\Delta t_P/T_C$ mit $T_C = \Delta t_P + \Delta t_R$ bzw. $T_C = \Delta t_P + \Delta t_V$.

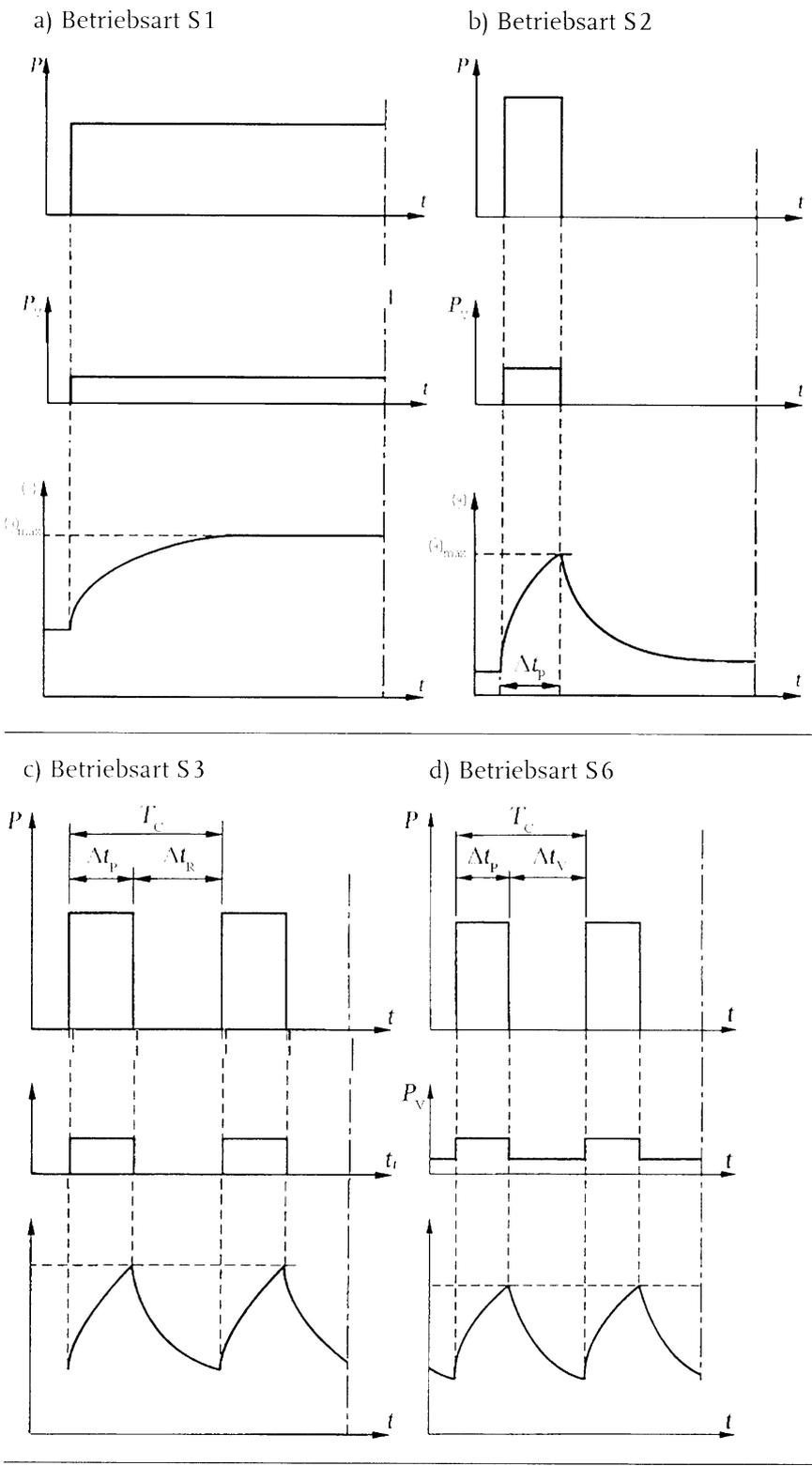
Beim *Kurzzeitbetrieb* (Betriebsart S 2) folgt auf eine Belastungsdauer mit konstanter Belastung, innerhalb der die Beharrungstemperatur nicht erreicht wird, eine hinreichend lange Pause, um die Maschine wieder auf die Temperatur des Kühlmittels abzukühlen. Die Kennzeichnung für eine Belastungsdauer von 30 min lautet dann z.B. S 2 30 min. Der Kurzzeitbetrieb mit einer Belastungsdauer von 60 min wird bei elektrischen Maschinen für Fahrzeuge als *Stundenbetrieb* bezeichnet. Die zugehörige Leistung ist die *Stundenleistung*.

Der *Aussetzbetrieb* (Betriebsart S 3) ist ein periodischer Betrieb mit gleichartigen Belastungsspielen. Jedes Spiel setzt sich aus einer Belastungsdauer mit konstanter Belastung und einer Stillstandszeit mit stromloser, stillstehender Maschine zusammen. Dabei stellt sich nach einigen derartigen Spielen ein Temperaturverlauf ein, bei dem die Temperatur während der Stillstandszeit um den gleichen Wert sinkt, um den sie während der Belastungsdauer ansteigt, ohne dass die Beharrungszustände erreicht werden. Um die Betriebsart näher zu kennzeichnen, gibt man die relative Einschaltdauer und die Spieldauer an.

Der *Durchlaufbetrieb mit Aussetzbelastung* (Betriebsart S 6) entspricht dem Aussetzbetrieb, wenn an die Stelle der Stillstandszeit mit stromlosen Wicklungen eine Leerlaufzeit tritt.

9) IEC 60034-1 (DIN EN 60034-1)

Tabelle 2.5.2 Verlauf der Belastung P , der elektrischen Verluste P_V und der Temperatur Θ für die Betriebsarten S 1, S 2, S 3 und S 6 als Auszug aus IEC 60034-1 (DIN EN 60034-1 bzw. VDE 0530 T.1)
 Δt_P Betriebszeit mit konstanter Belastung; Δt_R Stillstandszeit mit stromlosen Wicklungen; T_C Spieldauer; Δt_V Leerlaufzeit



In Tabelle 2.5.2 werden die oben behandelten Betriebsarten erläutert. Dabei sind außer den Verläufen der Übertemperatur auch die Verläufe der Belastung und der elektrischen Verluste angegeben, so dass sich aus den Diagrammen allein die Kennzeichen der einzelnen Betriebsarten ablesen lassen.

2.5.3

Stationäre Wärmeströmung¹⁰⁾

Der Zustand der stationären Wärmeströmung ist erreicht, wenn die Temperatur in der Maschine überall ihren Beharrungswert angenommen hat. Wie bei der Untersuchung des Erwärmungsvorgangs erkannt wurde, tritt dieser Zustand ein, sobald aus jedem Volumenelement ein Wärmestrom fließt, der gerade der Leistung der Wärmequelle im Inneren des Volumenelements entspricht. Es liegt dann ein stationäres Wärme-feld vor. Die Temperaturverteilung wird allein durch die Geometrie des Aufbaus und die Wärmeleitfähigkeit der verwendeten Materialien sowie die Wärmeübergangsverhältnisse an den Grenzflächen zum Kühlmittel bestimmt. Wenn nur der Wärmeübergang an der Oberfläche maßgebend ist oder als maßgebend angenommen wird, gelten (1.7.15) sowie die daran angeknüpften Überlegungen.

Das Temperaturfeld kann näherungsweise mit Hilfe eines mehr oder weniger engmaschigen *Wärmequellennetzes* bestimmt werden, wie es bereits im Abschnitt 1.7.2 bei der Behandlung des Transformators eingeführt wurde. Im Bild 2.5.2b ist ein einfaches Wärmequellennetz für den Ständer einer rotierenden elektrischen Maschine nach Bild 2.5.2a dargestellt. Dabei wird der Wicklung im Nutteil, der Wicklung im Wicklungskopf, dem Blechpaket und dem Außenraum je eine Temperatur zugeord-

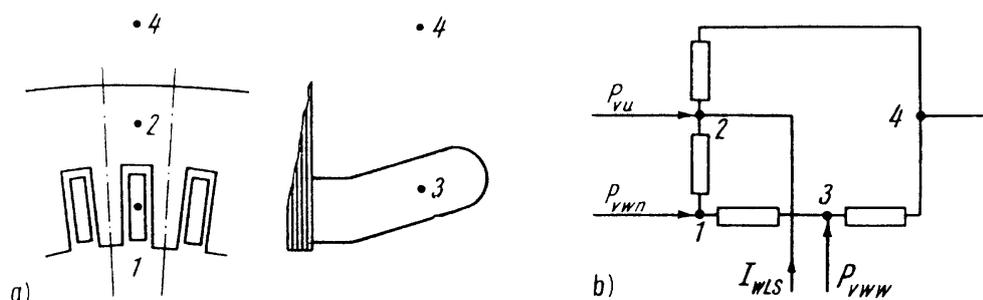


Bild 2.5.2 Entwicklung eines einfachen Wärmequellennetzes für den Ständer einer rotierenden elektrischen Maschine:

a) reale Anordnung; b) zugehöriges Wärmequellennetz.

P_{vu} Ummagnetisierungsverluste im Ständer, P_{vwn} Ständerwicklungsverluste im Nutteil, P_{vww} Ständerwicklungsverluste im Wicklungskopfteil, I_{wls} Wärmestrom über den Luftspalt, der vom Läufer zum Ständer fließt.

1 Wicklung in der Nut, 2 Blechpaket, 3 Wicklung im Wicklungskopf, 4 Außenraum

10) vgl. auch Abschnitt 1.7.2

net. Diesen Gebieten entsprechen auch die Knotenpunkte des Wärmequellennetzes. In die Knotenpunkte werden die jeweils maßgebenden Verluste eingespeist. Die Knotenpunkte sind durch Wärmewiderstände verbunden, die von Wärmeströmen durchflossen werden. Dabei gilt für den Wärmestrom $I_{w\nu\mu}$ durch den Wärmewiderstand $R_{w\nu\mu}$ bzw. den Wärmeleitwert $A_{w\nu\mu}$, der zwischen zwei Knotenpunkten ν und μ mit den Übertemperaturen ϑ_ν und ϑ_μ liegt,

$$I_{w\nu\mu} = \frac{\vartheta_\nu - \vartheta_\mu}{R_{w\nu\mu}} = A_{w\nu\mu}(\vartheta_\nu - \vartheta_\mu). \quad (2.5.9)$$

Die Summe der von einem Knotenpunkt ν abfließenden Wärmeströme $I_{w\nu\mu}$ ist gleich der dem Knotenpunkt zugeführten Verlustleistung

$$\sum_{\mu} I_{w\nu\mu} = P_{v\nu}. \quad (2.5.10)$$

Die Wärmewiderstände lassen sich unter oft stark vereinfachenden Annahmen über die Ausbildung des Wärmefelds aus der Geometrie der Maschine und den Wärmeleitfähigkeiten der verwendeten Materialien sowie den Wärmeübergangsverhältnissen an den Trennflächen zum Kühlmittel bestimmen.

Besondere Bedeutung im Wärmequellennetz nach Bild 2.5.2b hat der Wärmewiderstand der Wicklungsisolierung, der stets relativ groß ist, so dass merkliche Temperaturdifferenzen zwischen dem Leitermaterial und dem Blechpaket auftreten. Es macht sich hier das *Wiedemann-Franzsche Gesetz* bemerkbar, wonach schlechte elektrische Leiter, wie sie als Isolierstoffe Verwendung finden, gleichzeitig auch schlechte Wärmeleiter sind. Um die Temperaturdifferenz über der Wicklungsisolierung abschätzen zu können, muss zunächst eine Vorstellung über den Wärmestrom I_w entwickelt werden, der aus der Nut tritt und zum Blechpaket fließt. Wenn ein Nutfüllfaktor φ_n eingeführt und eine Nut der Länge l betrachtet wird, betragen die Verluste P_{v_n} in einer Nut mit (2.5.1) und den Bezeichnungen nach Bild 2.5.3

$$P_{v_n} = I_w = \frac{S^2}{\kappa} b_n h_n l \varphi_n. \quad (2.5.11)$$

Dabei ist S die Stromdichte in den Leitern der Nut und $Sb_n h_n \varphi_n$ der Gesamtstrom I_n , der in der Nut fließt. Durch Einführen des Strombelags $A = I_n / \tau_n = Sb_n h_n \varphi_n / \tau_n$,

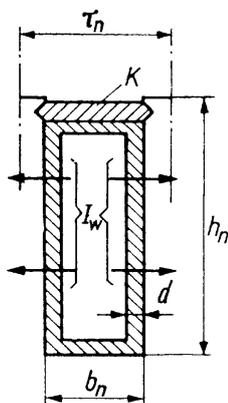


Bild 2.5.3 Zur Ermittlung der Temperaturdifferenz zwischen der Wicklung und dem Blechpaket einer in Nuten untergebrachten Wicklung.
K Nutverschlussstab

den man sich als flächenhafte Strömung auf der ungenutzten Oberfläche im Bereich der Nutteilung τ_n vorstellen muss, geht (2.5.11) über in

$$P_{\text{vnl}} = I_w = \frac{AS}{\kappa} \tau_n l. \quad (2.5.12)$$

Das Wärmefeld in der Wicklungsisolierung kann als homogen angesehen werden. Damit erhält man für den Wärmewiderstand

$$R_w = \frac{d}{l(2h_n + b_n)\lambda} = \frac{d}{2lh_n\lambda \left(1 + \frac{b_n}{2h_n}\right)}. \quad (2.5.13)$$

Dabei ist λ die Wärmeleitfähigkeit der Wicklungsisolierung, die je nach den verwendeten Isolierstoffen zwischen $1 \cdot 10^{-3}$ und $1,5 \cdot 10^{-3}$ W/(K cm) liegt. Aus (2.5.12) und (2.5.13) erhält man mit (2.5.10) für die Temperaturdifferenz zwischen den Leitern und dem Blechpaket

$$\Delta\vartheta = I_w R_w = \frac{AS}{\kappa} \tau_n \frac{d}{2lh_n\lambda \left(1 + \frac{b_n}{2h_n}\right)} \approx \frac{AS}{\kappa\lambda} \frac{\tau_n}{h_n} \frac{d}{2}. \quad (2.5.14)$$

Die Dicke der Isolierung wird bei Hochspannungsmaschinen durch die erforderliche elektrische Festigkeit und bei Niederspannungsmaschinen durch die erforderliche mechanische Festigkeit bestimmt. Sie kann unter thermischen Gesichtspunkten nicht verändert werden. Als Richtwerte lassen sich $d = 2$ mm bei $U_N = 6$ kV und $d = 3$ mm bei $U_N = 10$ kV angeben. Das Verhältnis τ_n/h_n ändert sich nur in geringen Grenzen. Damit kann man sagen, dass für den Temperaturunterschied zwischen Wicklung und Blechpaket bei einer Gruppe von Maschinen mit gleicher Dicke der Nutisolierung das Produkt aus Strombelag und Stromdichte verantwortlich ist. Dementsprechend variiert dieses Produkt verhältnismäßig wenig; es liegt im Bereich

$$AS = 1000 \dots 3000 \frac{\text{A}}{\text{cm}} \frac{\text{A}}{\text{mm}^2},$$

wenn man von Maschinen mit direkter Leiterkühlung absieht. Für einen Wert von

$$AS = 3000 \frac{\text{A}}{\text{cm}} \frac{\text{A}}{\text{mm}^2},$$

eine Dicke der Isolierung von $d = 1$ mm sowie ein Verhältnis $\tau_n/h_n = 0,5$ erhält man aus (2.5.14) mit $\lambda = 1 \cdot 10^{-3}$ W/(K cm) und $\kappa = 46 \cdot 10^4$ / Ω cm (betriebswarmes Kupfer) eine Temperaturdifferenz von $\Delta\vartheta = 16$ K.

Die Wärmeleitfähigkeit der Luft ist um eine Größenordnung schlechter als die der festen Isolierstoffe [$\lambda_{\text{Luft}} = 0,27 \cdot 10^{-3}$ W/(K cm)]. Das bedeutet, dass über einem Luftspalt von 0,1 mm etwa der gleiche Temperaturunterschied auftritt wie über einer festen Isolierung von 1 mm Dicke. Im oben angeführten Beispiel würde der Temperaturunterschied durch einen derartigen Luftspalt, der beim Einlegen fertig isolierter Spulen

ohne weiteres auftreten kann, auf 32 K ansteigen. Es muss also stets darauf geachtet werden, dass alle Lufteinschlüsse im Aufbau der Spulenisolierung vermieden werden. Das ist ein wichtiger Gesichtspunkt für die Festlegung der Wicklungstechnologie.

2.5.4

Kühlmethoden

Die Betrachtung des Erwärmungsvorgangs im Abschnitt 2.5.2 hat gezeigt, dass die Übertemperaturen in einer Maschine bei Dauerbetrieb so lange ansteigen, bis die gesamte Verlustleistung durch das Kühlmittel abgeführt wird. Das Kühlmittel überträgt diese Verlustleistung direkt oder indirekt – über Wärmetauscher – an die Luft- oder Wassermassen der näheren oder weiteren Umgebung. Die Übertemperatur kann bei gleichen Verlusten um so niedriger gehalten werden, je besser das Kühlmittel zur Wirkung kommt. Das hängt sowohl von der Art des Kühlmittels und seiner Geschwindigkeit als auch davon ab, wie nahe das Kühlmittel an die Wärmequellen herangebracht werden kann. Dementsprechend existieren eine ganze Reihe von Kühlmethoden.¹¹⁾ Sie unterscheiden sich hinsichtlich der Zahl thermisch hintereinandergeschalteter Kühlkreisläufe, hinsichtlich der verwendeten Kühlmittel, hinsichtlich des Aufbaus der Kühlkreisläufe – der sogenannten *Kühlkreisanordnung* – und hinsichtlich der Realisierung der Bewegung des Kühlmittels, d.h. der Bereitstellung der dafür erforderlichen Leistung.

Wenn zwei thermisch hintereinander geschaltete Kühlkreisläufe vorliegen, unterscheidet man einen *primären Kühlkreislauf* mit dem *primären Kühlmittel*, das unmittelbar die Verlustwärme aus den einzelnen Maschinenteilen aufnimmt, und einen *sekundären Kühlkreislauf* mit dem *sekundären Kühlmittel*, das die Wärme des primären Kühlmittels mit Hilfe eines *Wärmetauschers* übernimmt. Ein *offener Kühlkreis* liegt vor, wenn das Kühlmittel ständig erneuert wird. Dabei dienen die Luft- und Wassermassen der näheren und weiteren Umgebung der Maschine normalerweise selbst als Kühlmittel. Im Fall eines *geschlossenen Kühlkreises* wird das Kühlmittel – und zwar das primäre Kühlmittel – in einem geschlossenen Kreislauf (d. h. von der Umgebung abgeschlossen) geführt. Dabei muss ein Wärmetauscher in diesen Kreislauf eingefügt sein, über den die Verlustwärme an das sekundäre Kühlmittel weitergegeben wird. Vom Aufbau her treten in den verschiedenen Kühlkreisanordnungen einige grundsätzliche Elemente bzw. Ausführungen auf. Wenn das Kühlmittel – insbesondere bei der Luftkühlung – unmittelbar aus der Maschinenumgebung entnommen und wieder an sie abgegeben wird, liegt ein *freier Kühlkreis* vor. Andernfalls sind *Einlass-* und/oder *Auslassrohre* bzw. *-kanäle* für das Kühlmittel vorhanden. Die Wärmetauscher, die im Fall eines geschlossenen Primärkühlkreislaufs erforderlich sind, können entweder in die Maschine eingebaut oder an sie angebaut oder getrennt von ihr aufgestellt sein. Ein

11) IEC 60034-6 (DIN EN 60034-6)

Sonderfall eines derartigen Wärmetauschers bildet das glatte oder berippte Gehäuse vollständig geschlossener Maschinen bei der sog. *Oberflächenkühlung*.

Die Kühlmittelbewegung erfolgt im einfachsten Fall als *freie Konvektion*. Ein gewisser Einfluss auf die Kühlmittelbewegung wird bereits durch die Rotation des Läufers genommen. Im Allgemeinen sind jedoch besondere Vorrichtungen vorhanden (z. B. Lüfter), mit deren Hilfe die Kühlmittelbewegung hervorgerufen wird. Dabei ist zu unterscheiden zwischen Vorrichtungen, deren Funktion von der zu kühlenden Maschine abhängig ist, und solchen, die unabhängig von der zu kühlenden Maschine arbeiten. Zur ersten Gruppe gehören vor allem auf der Maschinenwelle angeordnete *Wellenlüfter* und zur zweiten *Fremdlüfter*. Die Vorrichtung zur Bewegung des Kühlmittels kann in die Maschine eingebaut sein, so dass sie sich nur durch eine teilweise Demontage auswechseln lässt. Es besteht jedoch auch die Möglichkeit, dass die Vorrichtung lediglich an die zu kühlende Maschine angebaut ist, z. B. in Form eines aufgesetzten Fremdlüfteraggregats. In diesem Fall lässt sich die Vorrichtung auswechseln, ohne die Hauptmaschine zu beeinflussen. Schließlich kann die Vorrichtung zur Bewegung des Kühlmittels vollständig getrennt von der zu kühlenden Maschine aufgestellt werden.

Wenn das Kühlmittel unmittelbar durch die aus Hohlleitern aufgebaute Wicklung oder durch in die Wicklung eingefügte Kühlrohre geführt wird, spricht man von einer *direkt leitergekühlten Wicklung*.

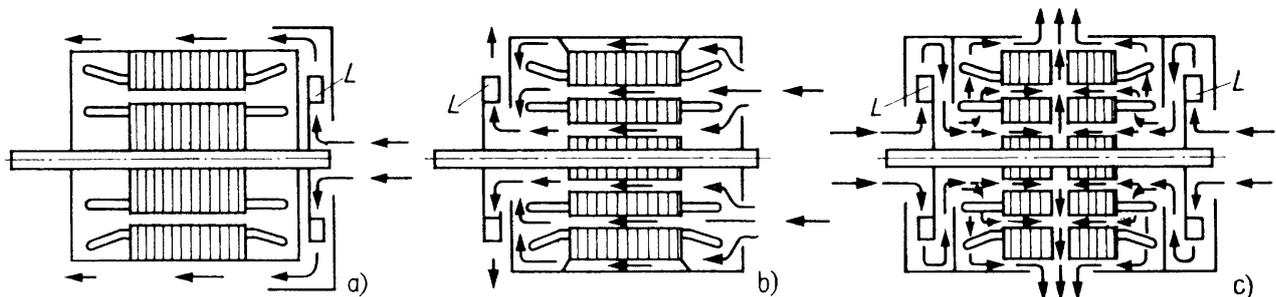


Bild 2.5.4 Luftführung bei kleinen und mittleren Maschinen:
a) als geschlossene Maschine mit Oberflächenkühlung und Außenlüfter (Kühlart IC 4A1A1 bzw. vereinfacht IC 411);
b) als offene Maschine mit freiem Kühlkreis und einem saugenden Lüfter (Kühlart IC 0A1 bzw. IC 01);
c) als offene Maschine mit freiem Kühlkreis und zwei drückenden Lüftern (Kühlart IC 0A1 bzw. IC 01).
L Lüfter (hier stets als Radiallüfter dargestellt)

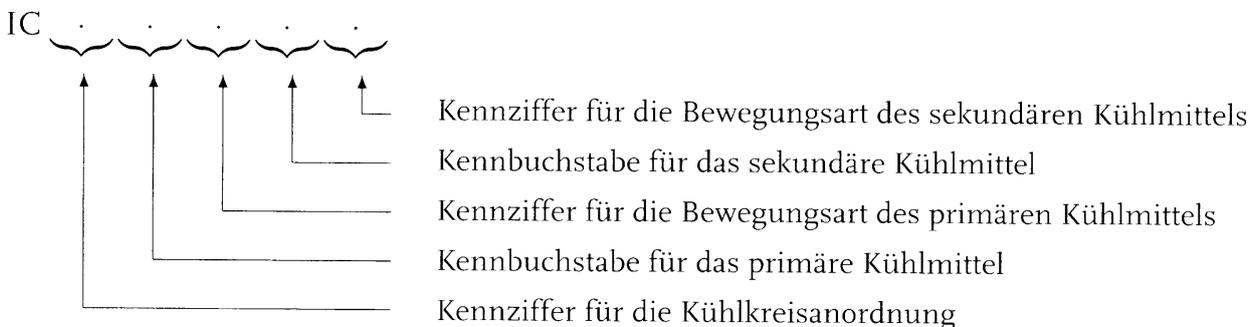
Hinsichtlich des verwendeten Kühlmittels ist zunächst zwischen *Gas-* und *Flüssigkeitskühlung* zu unterscheiden. Bei Gaskühlung kommt vornehmlich Luft als Kühlmittel zur Anwendung (*Luftkühlung*). Dabei werden kleine und mittlere Maschinen entweder mit freiem Kühlkreis oder mit einer Oberflächenkühlung ohne einen ausgeprägten Primärkühlkreislauf ausgeführt (Bild 2.5.4). Bei großen Maschinen dominiert der geschlossene Primärkühlkreislauf, weil damit vermieden wird, dass mit dem Kühlmittel

tel Feuchtigkeit und Staub in die Maschine gelangen. Die Wärmetauscher sind dann entweder unterhalb der Maschine und getrennt von ihr innerhalb des Fundaments aufgestellt (Bild 2.5.6a), oder sie sind an die Maschinen angebaut (Bild 2.5.6b–d) bzw. eingebaut (Bild 2.5.7). Je nach sekundärem Kühlmittel spricht man z. B. von Luft-Luft-Kühlung oder Luft-Wasser-Kühlung. Ein Beispiel einer großen Maschine mit freiem Kühlkreislauf zeigt Bild 2.5.5. Geschlossene Primärkühlkreisläufe werden unabhängig von der Maschinengröße vielfach angewendet, um bestimmte Schutzgradforderungen (s. Abschnitt 2.3.4) zu erfüllen.

Für große Maschinen mit hohen Umfangsgeschwindigkeiten verwendet man vorzugsweise Wasserstoff als Kühlmittel (*Wasserstoffkühlung*), z. T. auch Helium. Dabei gehen die Reibungsverluste, wie bereits gesagt, aufgrund der geringen Dichte des Wasserstoffs gegenüber Luftkühlung wesentlich zurück (s. Abschnitt 2.5.2). Außerdem liefert Wasserstoff um etwa 50% höhere Wärmeübergangszahlen für die Trennflächen zwischen den zu kühlenden Bauteilen und dem Kühlmittel. Schließlich wirkt der Wasserstoff als Schutzgas bei inneren Fehlern und verhindert die in der Luftatmosphäre stattfindende Oxidation. Es ist selbstverständlich, dass sich eine Wasserstoffkühlung nur mit geschlossenem Kühlkreislauf realisieren lässt. Dabei müssen die Wärmetauscher (Kühler) innerhalb des druckfest ausgeführten Maschinengehäuses untergebracht werden. Als Sekundärkühlmittel dient meist Wasser.

Für die *Flüssigkeitskühlung* wird als Kühlflüssigkeit fast ausschließlich Wasser, seltener Öl verwendet. Der Vorteil des Wassers beruht auf seiner sehr großen spezifischen Wärmekapazität, so dass man sehr kleine Kühlmittelmengen benötigt [s. (2.5.8)]. Diese lassen sich trotz relativ kleiner Strömungsgeschwindigkeit durch sehr kleine Querschnitte führen. Damit wird insbesondere die direkt leitergekühlte Wicklung mit Hohlleitern auch kleiner Abmessungen (z. B. die Teilleiter von Roebel-Stäben) möglich. Meist kommt eine kombinierte Flüssigkeits- und Gaskühlung zum Einsatz.

Zur Beschreibung der Kühlung einer Maschine dient ein Bezeichnungssystem, das in den Bildunterschriften bereits verwendet wurde. Dabei folgt auf die Code-Kennbuchstaben IC (International Cooling) eine Folge von Ziffern und Buchstaben. Man unterscheidet zwischen einer vollständigen und einer vereinfachten Bezeichnung. Die vollständige Bezeichnung hat folgenden Aufbau:



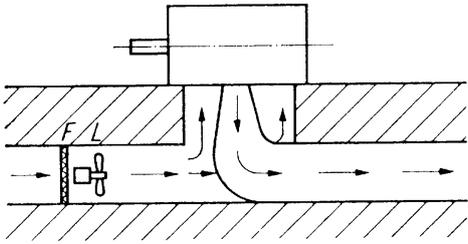


Bild 2.5.5 Äußere Luftführung bei einer größeren fremdbelüfteten Maschine mit freiem Kühlkreislauf bei Zu- und Abführung der Kühlluft über Rohr oder Kanal (Kühlart IC 3A7 bzw. IC 37).
F Filter, L Fremdlüfter

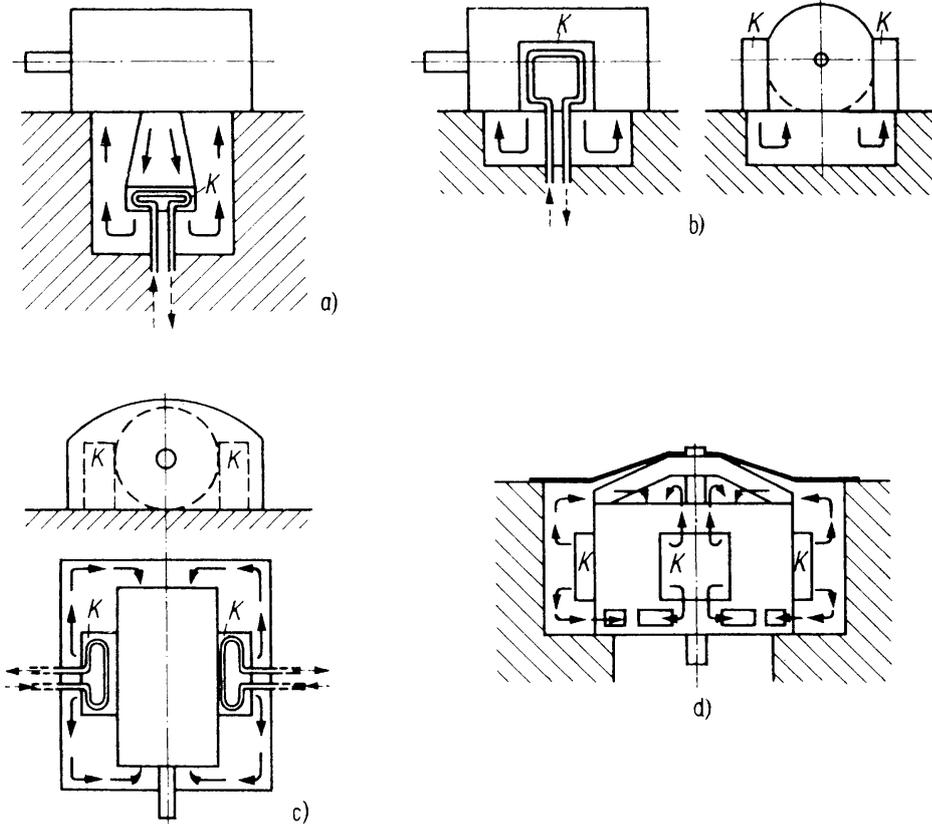


Bild 2.5.6 Äußere Luftführung bei großen Maschinen mit geschlossenem Primärkühlkreislauf und Wärmetauscher mit Wasser als Sekundärkühlmittel.

- Maschine mit horizontaler Welle und getrennt angeordnetem Wärmetauscher unter der Maschine (Kühlart IC 9A1W7 bzw. IC 91W);
- Maschine mit horizontaler Welle und seitlich angebauten Wärmetauschern bei Luftrückführung unter der Maschine (Kühlart IC 8A1W7 bzw. IC 81W);
- Maschine mit horizontaler Welle und seitlich angebauten Wärmetauschern bei Luftrückführung neben der Maschine innerhalb einer Abdeckhaube, die gleichzeitig als Schalldämmhaube dient (Kühlart IC 8A1W7 bzw. IC 81W);
- Maschine mit vertikaler Welle und seitlich angebauten Wärmetauschern bei Luftrückführung neben der Maschine innerhalb des Fundaments (Kühlart IC 8A1W7 bzw. IC 81W).

K Wärmetauscher, ——— Primärkühlkreislauf (Luft),

----- Sekundärkühlkreislauf (Wasser)

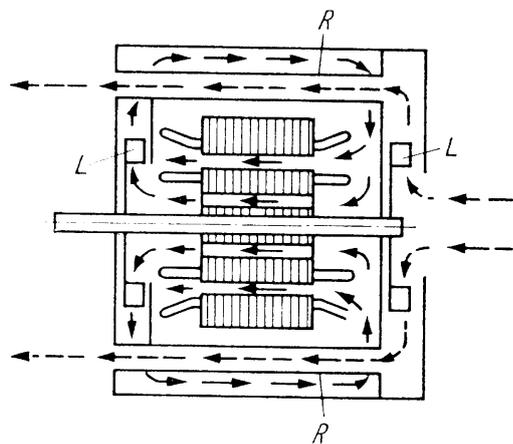


Bild 2.5.7 Luftführung einer Maschine mit geschlossenem Primärkühlkreislauf und Kühlrohren im Gehäuse als eingebauter Wärmetauscher, Innen- und Außenlüfter auf der Welle (Kühlart IC 5A1A1 bzw. vereinfacht IC 511).

— Primärkühlkreislauf
 - - - - Sekundärkühlkreislauf, R Kühlrohr, L Lüfter

Die Kennbuchstaben für das Kühlmittel lauten:

- A Kühlmittel Luft
- F Kühlmittel Frigen
- H Kühlmittel Wasserstoff
- N Kühlmittel Stickstoff
- C Kühlmittel Kohlendioxid
- W Kühlmittel Wasser
- U Kühlmittel Öl
- S jegliches andere Kühlmittel
- Y noch nicht bestimmtes Kühlmittel

Die wichtigsten Kennziffern zur Beschreibung der Kühlkreisordnung und der Bewegungsart des Kühlmittels sind in den Tabellen 2.5.3a und b zusammengestellt.

Die vereinfachte Beschreibung der Kühlung einer Maschine verzichtet auf den Kennbuchstaben für das Kühlmittel, wenn es sich um Luft handelt. Sie verzichtet ferner auf die Kennzeichnung der Bewegungsart des sekundären Kühlmittels, wenn dieses Wasser ist und durch eine unabhängige Baugruppe oder den Betriebsdruck der Kühlmittelversorgung bewegt wird.

In Tabelle 2.5.4 sind eine Reihe wichtiger Kühlsysteme mit Luftkühlung unter Angabe der vollständigen und der vereinfachten Bezeichnung zusammengestellt. Tabelle 2.5.5 enthält Beispiele komplizierterer Kühlsysteme und deren vollständige Bezeichnung.

Die *Führung des Kühlgases* im Inneren der Maschine erfolgt entweder rein axial (s. Bild 2.5.4b) oder kombiniert axial und radial (s. Bild 2.5.4c). Letzteres ist erforderlich, sobald man das Blechpaket zur Verbesserung der Wärmeabfuhr in Teilpakete mit dazwischenliegenden Kühlkanälen auflöst (s. Bild 2.3.5).

Der *Lüfter* hat die Aufgabe, die nach (2.5.4) erforderliche Kühlgasmenge durch die Strömungswege im Maschineninneren und den evtl. vorhandenen Wärmetauscher zu drücken bzw. zu saugen. Er muss dazu als Förderdruck den Druckabfall über den Strömungswiderständen der Strömungswege aufbringen. Es werden sowohl *Radiallüfter* als auch *Axiallüfter* verwendet. In den schematischen Darstellungen der

Tabelle 2.5.3 (a) Kennziffern für die Kühlkreisordnung und für die Bewegung des Kühlmittels nach IEC 60034-6 (DIN EN 60034-6 bzw. VDE 0530 T.6) – Kennziffer für die Kühlkreisordnung

Kennz.	Kurzbezeichnung	Detailerklärung der Kühlkreisordnung
0	Freier Kühlkreis	Das Kühlmittel wird frei aus dem umgebenden Medium entnommen, kühlt die Maschine und wird dann direkt an das umgebende Medium zurückgeführt (offener Kühlkreis).
1	Kühlkreis mit Zuführung über Rohr oder Kanal	Das Kühlmittel wird aus einem nichtumgebenden Medium entnommen, der Maschine über Rohre oder Kanäle zugeführt, durchströmt die Maschine und wird dann direkt an das umgebende Medium abgegeben (offener Kühlkreis).
2	Kühlkreis mit Abführung über Rohr oder Kanal	Das Kühlmittel wird aus dem umgebenden Medium entnommen, durchströmt die Maschine und wird dann von der Maschine aus über Rohre oder Kanäle an ein nichtumgebendes Medium abgeführt (offener Kühlkreis).
3	Kühlkreis mit Zu- und Abführung über Rohre oder Kanäle	Das Kühlmittel wird aus einem nichtumgebenden Medium entnommen, der Maschine über Rohre oder Kanäle zugeführt, durchströmt die Maschine und wird über Rohre oder Kanäle an ein nichtumgebendes Medium abgeführt (offener Kühlkreis).
4	Oberflächenkühlung	Das primäre Kühlmittel wird in einem geschlossenen Kreislauf in der Maschine bewegt und gibt seine Wärme (zusätzlich zu dem Wärmefluss, der über das Ständerpaket und andere Teile erfolgt) über die Maschinenoberfläche an das umgebende Medium ab, das das letzte Kühlmittel ist. Die Oberfläche kann zur Verbesserung der Wärmeübertragung glatt oder gerippt, mit oder ohne einen äußeren Mantel ausgeführt sein.
5	Eingebauter Wärmetauscher (umgebendes Kühlmittel)	Das primäre Kühlmittel wird in einem geschlossenen Kreislauf bewegt und gibt seine Wärme über einen Wärmetauscher, der integrierter Teil der Maschine ist, an das umgebende Medium ab, das das letzte Kühlmittel ist.
6	Angebauter Wärmetauscher (umgebendes Kühlmittel)	Das primäre Kühlmittel wird in einem geschlossenen Kreislauf bewegt und gibt seine Wärme über einen Wärmetauscher, der an der Maschine angebaut ist, an das umgebende Medium ab, das das letzte Kühlmittel ist.
7	Eingebauter Wärmetauscher (zugeführtes Kühlmittel)	Das primäre Kühlmittel wird in einem geschlossenen Kreislauf bewegt und gibt seine Wärme über einen Wärmetauscher, der integrierter Teil der Maschine ist, an das sekundäre Kühlmittel ab, das ein zugeführtes (nichtumgebendes) Medium ist.
8	Angebauter Wärmetauscher (zugeführtes Kühlmittel)	Das primäre Kühlmittel wird in einem geschlossenen Kreislauf bewegt und gibt seine Wärme über einen Wärmetauscher, der an der Maschine angebaut ist, an das sekundäre Kühlmittel ab, das ein zugeführtes (nichtumgebendes) Medium ist.
9	Getrennt angeordneter Wärmetauscher (umgebendes oder nichtumgebendes Kühlmittel)	Das primäre Kühlmittel wird in einem geschlossenen Kreislauf bewegt und gibt seine Wärme über einen Wärmetauscher, der von der Maschine getrennt angeordnet ist, an das sekundäre Kühlmittel ab, das entweder ein die Maschine umgebendes oder nichtumgebendes Medium ist.

Tabelle 2.5.3 (b) Kennziffern für die Kühlkreisordnung und für die Bewegung des Kühlmittels nach IEC 60034-6 (DIN EN 60034-6 bzw. VDE 0530 T.6) – Kennziffer für die Bewegung des Kühlmittels

Kennziffer	Kurzbezeichnung	Detailerklärung der Bewegungsart
0	Freie Kühlung	Das Kühlmittel wird infolge der Temperaturdifferenz bewegt. Die Förderwirkung des Läufers ist vernachlässigbar.
1	Eigenkühlung	Das Kühlmittel wird abhängig von der Drehzahl der Hauptmaschine bewegt, und zwar entweder allein durch die Förderwirkung des Läufers oder durch eine zu diesem Zweck direkt auf dem Laufer der Hauptmaschine angeordnete Baugruppe oder durch ein eingebautes und von der Hauptmaschine direkt angetriebenes Lüfter- oder Pumpenaggregat.
5	Eingebaute, unabhängige Baugruppe	Das Kühlmittel wird durch eine eingebaute Baugruppe bewegt, deren Antrieb unabhängig von dem Betrieb der Hauptmaschine ist, z. B. durch ein eingebautes Lüfter- oder Pumpenaggregat mit eigenem elektrischen Antrieb.
6	Angebaute, unabhängige Baugruppe	Das Kühlmittel wird durch eine angebaute Baugruppe bewegt, deren Antrieb unabhängig von dem Betrieb der Hauptmaschine ist, z. B. durch ein angebautes Lüfter- oder Pumpenaggregat mit eigenem elektrischen Antrieb.
7	Getrennte, unabhängige Baugruppe oder Kühlmittel-Betriebsdruck	Das Kühlmittel wird entweder durch eine getrennt von der Hauptmaschine aufgestellte Baugruppe mit unabhängigem elektrischem oder mechanischem Antrieb oder durch den systemeigenen Betriebsdruck der Kühlmittelversorgung bewegt, z. B. innerhalb eines Druckwasser- oder Druckgassystems.
8	Antrieb durch relative Bewegung	Die Bewegung des Kühlmittels ergibt sich durch relative Bewegung der Maschine gegenüber dem Kühlmittel, entweder durch Bewegung der Maschine innerhalb des Kühlmittels oder durch die Strömung des umgebenden Kühlmittels (Luft oder Flüssigkeit).
9	Antrieb durch sonstige Bewegungsarten	Die Bewegung des Kühlmittels ist durch eine andere als die oben genannten Arten erreicht und muss im Klartext beschrieben werden.

Bilder 2.5.4 und 2.5.7 wurden generell Radiallüfter vorgesehen. Bild 2.5.8 zeigt die detaillierte Darstellung eines derartigen Lüfters. Der Förderdruck entsteht über die Zentrifugalkräfte auf die in den Kammern zwischen den Schaufeln S eingeschlossene Luftmassen. Die Schaufeln verlaufen bei kleineren Maschinen fast ausschließlich ungekrümmt radial nach außen, um in beiden Drehrichtungen gleiche Fördereigenschaften zu erzielen. Bei großen Maschinen werden sie in Drehrichtung gekrümmt ausgeführt, da dies den aerodynamischen Wirkungsgrad des Lüfters wesentlich verbessert. Die detaillierte Darstellung eines Axiallüfters zeigt Bild 2.5.9. Der Förderdruck entsteht hier als Druckunterschied zwischen Ober- und Unterseite der bei Rotation schräg angeströmten Schaufelprofile.

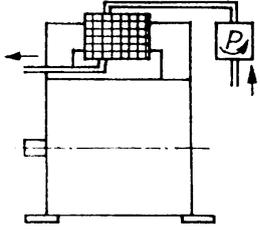
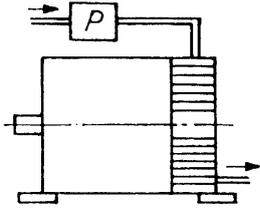
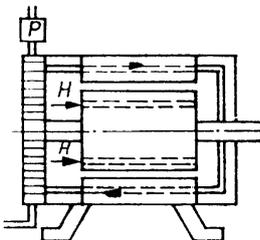
Wenn man die Verlustdichten nach (2.5.1) und (2.5.2) in erster Näherung als gleich und innerhalb des aktiven Volumens konstant sowie unabhängig von der

Tabelle 2.5.4 Wichtige Kühlsysteme bei Luftkühlung

Schematische Darstellung	Beschreibung	Bezeichnung vollständig vereinfacht	
	Vollständig offene Maschine, ohne Lüfter und ohne nennenswerte Lüfterwirkung des Läufers	IC 0A0	IC 00
	Offene Maschine mit Lüfter auf der Welle	IC 0A1	IC 01
	Geschlossene Maschine mit Lüfterwirkung des Läufers im Primärkreislauf, oberflächengekühlt ohne Außenlüfter	IC 4A1A0	IC 410
	Geschlossene Maschine mit Lüfterwirkung des Läufers im Primärkreislauf, oberflächengekühlt mit Außenlüfter auf der Welle	IC 4A1A1	IC 411
	Offene Maschine mit angebautem Fremdlüfter	IC 0A5	IC 05
	Geschlossene Maschine mit Kühlrohren im Gehäuse und Innen- und Außenlüfter auf der Welle	IC 5A1A1	IC 511

Maschinengröße annimmt, wachsen die Verluste einer Maschine mit dem Volumen des aktiven Materials. Vergrößert man eine gegebene Maschine geometrisch ähnlich, um sie für eine größere Leistung zu dimensionieren, so nehmen die Verluste demnach proportional der dritten Potenz einer charakteristischen Länge –

Tabelle 2.5.5 Beispiele komplizierterer Kühlsysteme

Schematische Darstellung	Beschreibung	Bezeichnung vollständig
	<p>Maschine mit Luftkühlung im Primärkreislauf, Innenlüfter auf der Welle, eingebautem Wärmetauscher, Wasserkühlung im Sekundärkreislauf und Wasserumwälzung mit Hilfe einer unabhängigen Pumpe oder durch den Druck des Wasserversorgungsnetzes</p>	IC 7 A1 W7
	<p>Maschine mit Wasserstoffkühlung im Primärkreislauf, Innenlüfter auf der Welle, eingebautem Wärmetauscher, Wasserkühlung im Sekundärkreislauf und Wasserumwälzung mit Hilfe einer unabhängigen Pumpe oder durch den Druck des Wasserversorgungsnetzes</p>	IC 7 H1 W7
	<p>Maschine mit unterschiedlichen Kühlmethoden in Ständer und Läufer. Kühlkreisordnung für den Ständer mit eingebautem Wärmetauscher, direkt leitergekühlter Ständerwicklung und Wasser als primärem Kühlmittel, bewegt durch eine eingebaute Pumpe sowie Wasser als sekundärem Kühlmittel, bewegt durch den Druck des Wasserversorgungsnetzes. Kühlkreisordnung für den Läufer mit eingebautem Wärmetauscher und Wasserstoff als primärem Kühlmittel, bewegt durch einen Lüfter auf der Welle, sowie Umgebungsluft als sekundärem Kühlmittel, bewegt durch einen angebauten Fremdlüfter</p>	<p>Ständer IC 7 (W5) W7 Läufer IC 6 H1 A6</p>

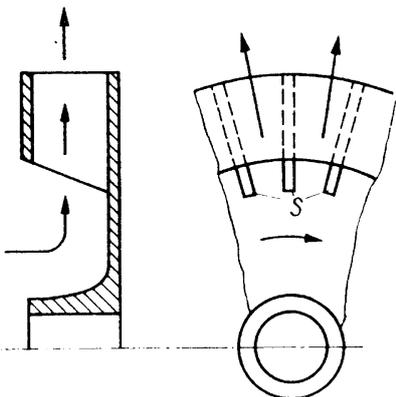


Bild 2.5.8 Radiallüfter. S Schaufeln

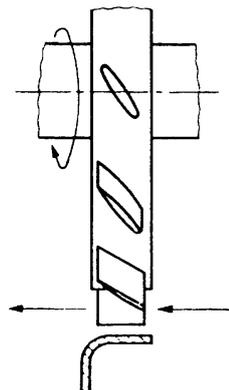


Bild 2.5.9 Axiallüfter

z.B. des Läuferdurchmessers – zu. Demgegenüber steigt jedoch die kühlende Oberfläche nur quadratisch mit dieser Länge, so dass mit zunehmender Maschinengröße Schwierigkeiten in der Wärmeabfuhr zu erwarten sind. Der geometrisch ähnlichen Vergrößerung sind also Grenzen gesetzt. Es muss mit zunehmender Maschinengröße zu kühlintensiveren Ausführungsformen übergegangen werden. Dabei wächst die Kühlintensität, wenn man für eine Vergrößerung der vom Kühlmittel bestrichenen Fläche oder für eine größere Kühlmittelgeschwindigkeit oder für ein im Sinne von (2.5.4) besseres Kühlmittel (z.B. durch Übergang zur Flüssigkeitskühlung) oder für geringere Wärmewiderstände zwischen dem Kühlmittel und den Wärmequellen sorgt. Dementsprechend lassen sich Maschinen mit Oberflächenkühlung (Kühlmethode IC 411) nur bis zu einer gewissen Leistung ausführen. Allerdings gelingt es, diese Grenze zu immer höheren Leistungen zu verschieben. Sie liegt für Induktionsmaschinen bezogen auf eine Drehzahl von 1500 min^{-1} ungefähr bei 2 MW. Für größere Leistungen muss zur Kühlmethode IC 01 übergegangen werden. Das ist natürlich nicht möglich, wenn eine geschlossene Ausführung gefordert wird. In diesem Fall ist man gezwungen, das Prinzip des eigenen Wärmetauschers einzusetzen (s. Bild 2.5.7). Maschinen größter Leistungen arbeiten mit direkter Leiterkühlung und Wasserstoff oder Wasser als Kühlmittel.

2.6

Prüfung

2.6.1

Festgelegte Anforderungen

Anforderungen an rotierende elektrische Maschinen werden vor allem unter folgenden Aspekten festgelegt:

- Gewährleistung des Bemessungsbetriebs
- Arbeitsfähigkeit unter den äußeren Betriebsbedingungen hinsichtlich der Eigenschaften des zu verwendenden Kühlmittels und der Eigenschaften des speisenden Netzes
- Sicherung der Arbeitsfähigkeit unter den gegebenen Umgebungseinflüssen
- Einhalten der Anforderungen hinsichtlich der Störeinflüsse auf die Umgebung
- Erfüllung von Anforderungen hinsichtlich der konstruktiven Ausführung
- Beherrschung der elektrischen und mechanischen Beanspruchungen bei kurzzeitigen Störungen.

Dies wird jeweils in den *Liefervereinbarungen* fixiert. Sie stützen sich i. Allg. auf die Empfehlungen der nationalen und internationalen Normen ab. Innerhalb der Europäischen Union und als IEC-Standards sind dies im Kern:

- allgemeine normative Anforderungen in IEC 60034-1 (DIN EN 60034-1)
- normative Anforderungen für elektrische Maschinen auf Fahrzeugen in IEC 60349 (DIN EN 60349)
- normative Anforderungen für Turbogeneratoren in IEC 60034-3 (DIN EN 60034-3).

Die *Bemessungsdaten einer Maschine* orientieren sich nach Möglichkeit an genormten Werten. Für die Spannung und die Frequenz sind dies die Nennspannungen und Nennfrequenzen (s. Anhang II). Die Bemessungsleistungen sind in IEC 60072 festgelegt.

Die Bemessungsdaten sowie weitere für den Betreiber wichtige Angaben werden auf dem *Leistungsschild* festgehalten, das gut sichtbar an der Maschine zu befestigen ist. Diese Angaben betreffen im Wesentlichen:

- Hersteller, Typbezeichnung, Maschinenummer und Baujahr
- Stromart: Gleichstrom als $-$, Wechselstrom als \sim
- Arbeitsweise als Motor oder als Generator
- Schaltungsart der Wicklungen als λ oder Δ bei dreisträngigen Wicklungen bzw. bei Gleichstrommaschinen Reihenschlusserregung, Nebenschlusserregung oder Fremderregung
- Bemessungswerte für Spannung, Strom, Leistung, Drehzahl, Frequenz und Leistungsfaktor
- Betriebsart (s. Abschnitt 2.5.2)
- Wärmeklasse (s. Abschnitt 2.5.2)
- Schutzgrad (s. Abschnitt 2.3.4).

Die *äußeren Betriebsbedingungen* betreffen z. B. Angaben über den minimalen Kühlmitteldruck sowie über Form und Symmetrie der Netzspannungen, unter denen die Maschine noch im Bemessungsbetrieb arbeiten können muss. Außerdem werden Bereiche in der Spannungs-Frequenz-Ebene festgelegt, innerhalb deren die Maschine ihre Funktionsfähigkeit – auch unter gewissen Einschränkungen – behalten muss.

Die *Umgebungseinflüsse* sind durch besondere klimatische Bedingungen sowie durch Zusammensetzung der umgebenden Medien vor allem aus Sicht der Explosionsgefahr gegeben.

Störeinflüsse auf die Umgebung betreffen Schwingungen und Geräusche, die von der elektrischen Maschine angeregt werden. Die zugehörigen Normen nach IEC und DIN sind:

- Schwinggüte nach IEC 60034-14 (DIN EN 60034-14)
- Geräuschkennwerte nach IEC 60034-9 (DIN EN 60034-9).

Anforderungen an die konstruktive Ausführung können z. B. durch Anforderungen an die äußeren Abmessungen, die Befestigungsmaße und die Gestaltung der Wellenden gegeben sein. Generell sind sie durch die geforderte Bauform, den zu realisierenden Schutzgrad sowie durch das eingesetzte Kühlverfahren festgelegt. Die zugehörigen Normen nach IEC und DIN sind:

- bezüglich der Einhaltung bestimmter Hauptabmessungen bzw. Einbaumaße, wie Achshöhe, Maschinenlänge, Wellendurchmesser, Fußabmessungen usw.
IEC 60072-1 und 60072-2
- bezüglich der Realisierung einer bestimmten Bauform (s. Abschnitt 2.3.3 und Tabelle 2.3.1 sowie 2.3.2)
IEC 60034-7 (DIN EN 60034-7)
- bezüglich der Einhaltung eines bestimmten Schutzgrads (s. Abschnitt 2.3.4 und Tabellen 2.3.3a sowie 2.3.3b)
IEC 60034-5 (DIN EN 60034-5)
- bezüglich der Ausführung eines vereinbarten Kühlverfahren (s. Abschnitt 2.5.4 und Tabelle 2.5.3)
IEC 60034-6 (DIN EN 60034-6).

Die *elektrischen und mechanischen Beanspruchungen bei kurzzeitigen Störungen* entstehen durch Überspannungen des speisenden Netzes z. B. nach Blitzeinwirkung oder durch Kurzschlüsse im speisenden Netz. Mechanische Überlastungen können aber auch über die Maschinenwelle eingeleitet werden, z. B. durch vorübergehenden Anstieg oder Abfall der Drehzahl.

2.6.2

Prüfungsdurchführung

Um nachzuweisen, dass die festgelegten Anforderungen entsprechend der Liefervereinbarung bzw. der vereinbarten Normen im Ergebnis der Entwicklung eingehalten werden, wird eine sog. *Typprüfung* vorgenommen. Die Typprüfung dient also der Bestätigung eines Entwicklungsergebnisses. Bei Erzeugnissen, die über längere Zeit in großen Stückzahlen gefertigt werden, wird die Typprüfung in bestimmten Abständen wiederholt. Diese Wiederholtypprüfung dient wie die *Stückprüfung*, die wesentlich weniger umfangreich als die Typprüfung ist, aber an jedem gefertigten Exemplar vorgenommen wird, der Kontrolle der Einhaltung der Fertigungsqualität. Die Prüfungen betreffen im Wesentlichen

- die Bestimmung der Wicklungswiderstände
- die Ermittlung der Kenngrößen sowie maßgebender Kennlinien bei Leerlauf, Kurzschluss, Belastung und Überlastung
- die Bestimmung der Erwärmung und den Nachweis der Einhaltung der Grenz-übertemperaturen
- die Bestimmung der Verluste und des Wirkungsgrads
- den Nachweis der elektrischen Festigkeit
- den Nachweis der mechanischen Festigkeit des Läufers gegenüber der Fliehkraftbeanspruchung
- die Beurteilung der Kommutierung.

Allgemeine Festlegungen für diese Prüfungen finden sich in IEC 60034-1 (DIN EN 60034-1). Darüber hinaus sind vor allem folgende Untersuchungen durch gesonderte Normen festgelegt:

- die Bestimmung der Verluste und des Wirkungsgrads nach IEC 60034-2 (DIN EN 60034-2)
- der Nachweis der Einhaltung des Schutzgrads nach IEC 60034-5 (DIN EN 60034-5)
- die Bestimmung der Geräuschkennwerte nach IEC 60034-9 (DIN EN 60034-9)
- die Bestimmung der Schwinggüte nach IEC 60034-14 (DIN EN 60034-14).

Hinsichtlich des Nachweises der elektrischen Festigkeit wird der Isolationswiderstand der einzelnen Wicklungen gegen das Maschinengehäuse und gegeneinander gemessen und die Prüfung der Stehspannung durchgeführt. Bei Hochspannungsmaschinen wird außerdem der dielektrische Verlustfaktor gemessen und an Probespulen die sog. Windungsprüfung durchgeführt.

Bei der *Prüfung der Stehspannung* (auch als *Wicklungs-* oder *Hochspannungsprüfung* bezeichnet) prüft man alle nicht ständig kurzgeschlossenen Wicklungsteile gegen das Maschinengehäuse und gegeneinander mit einer sinusförmigen netzfrequenten Wechselfspannung für die Zeitdauer von 1 min. Die Höhe der Prüfspannungen für die einzelnen Maschinenarten bzw. Maschinenteile ist festgelegt in

IEC 60034-1 (DIN EN 60034-1).

Darüber hinaus legt IEC 60034-15 (DIN EN 60034-15) für Hochspannungsmaschinen Anforderungen in Bezug auf die Festigkeit der Isolierung gegen Stoßspannungen fest, welche sowohl die Hauptisolierung als auch die Windungsisolierung beanspruchen.

Die *Windungsprüfung* nach DIN EN 50209 dient zum Nachweis des Isoliervermögens zwischen den einzelnen Windungen der Maschinenwicklungen bei Maschinen mit einer Bemessungsspannung von mindestens 5 kV. Dazu wird eine Probespule aufgeschnitten und zwischen zwei Windungen über eine Zeitdauer von 3 min auf dem 0,3fachen Wert der Bemessungsspannung angelegt.

Hinsichtlich der Bestimmung der Übertemperatur können die im Folgenden angeführten Verfahren lt. IEC 60034-1 (DIN EN 60034-1) Anwendung finden:

1. *Thermometerverfahren* – dabei werden an der fertigen Maschine Ausdehnungsthermometer, Thermoelemente oder Widerstandsthermometer angebracht.
2. *Widerstandsverfahren* – dabei wird die mittlere Übertemperatur einer Wicklung aus der Zunahme ihres Widerstands bestimmt. Ausgehend von den Beziehungen für den Widerstandswert R_w im betriebswarmen Zustand mit der Temperatur ϑ_w in der Celsius-Skala und dem Widerstandswert R_k im kalten Ausgangszustand mit

der Temperatur ϑ_k ebenfalls in der Celsius-Skala

$$\begin{aligned} R_w &= R_{20}[1 + \alpha(\vartheta_w - 20 \text{ K})] \\ R_k &= R_{20}[1 + \alpha(\vartheta_k - 20 \text{ K})] , \end{aligned}$$

wobei α der Temperaturbeiwert ist, erhält man

$$R_w - R_k = R_{20}\alpha(\vartheta_w - \vartheta_k)$$

und daraus

$$\vartheta_w - \vartheta_k = \frac{R_w - R_k}{R_k} \left[\left(\frac{1}{\alpha} - 20 \text{ K} \right) + \vartheta_k \right] .$$

Die Übertemperatur $\Delta\vartheta$ gegenüber dem Kühlmittel mit der Temperatur ϑ_{KM} beträgt dann mit $1/\alpha - 20 \text{ K} = 235 \text{ K}$ für Kupfer¹²⁾

$$\Delta\vartheta = \vartheta_w - \vartheta_{\text{KM}} = \frac{R_w - R_k}{R_k} [235 \text{ K} + \vartheta_k] - (\vartheta_{\text{KM}} - \vartheta_k) . \quad (2.6.1)$$

3. *Verfahren mit eingebauten Temperaturfühlern*, die z. B. in Form von Widerstandsthermometern, Thermoelementen oder Halbleiterfühlern (Thermistoren) in den Nuten an den vermutlich heißesten Stellen angeordnet werden.

Das zu bevorzugende Verfahren ist das Widerstandsverfahren.

Hinsichtlich der Bestimmung des Wirkungsgrads kennt man das direkte und indirekte Verfahren. Bei der *direkten Wirkungsgradbestimmung* misst man die aufgenommene und die abgegebene Leistung der Maschine, wenn sie in dem gewünschten Belastungszustand arbeitet. Das Verfahren kann nur angewendet werden, wenn der zu erwartende Wert des Wirkungsgrads klein ist, da sonst die Messfehler der Leistungen das Ergebnis bestimmen. Von den *indirekten Verfahren zur Wirkungsgradbestimmung* hat das *Einzelverlustverfahren* die größte Bedeutung. Dabei werden unmittelbar die einzelnen Verlustarten, die im Abschnitt 2.2.2.2 aufgeführt wurden, durch zweckmäßige Messverfahren ermittelt. Den Wirkungsgrad erhält man dann über (2.2.24). Dabei ist als P_{ab} bzw. P_{auf} die Leistung einzuführen, die rechnerisch zu den Werten der Spannung, des Stroms und der Drehzahl bzw. Frequenz gehört, für die die Verluste bestimmt wurden. Da Messfehler bei diesem Verfahren nur in den relativ kleinen Verlusten auftreten, ist der Fehler im Wirkungsgrad außerordentlich gering. Man erhält allerdings nicht den wahren Wirkungsgrad in dem betrachteten Arbeitspunkt (z. B. bei Bemessungsbetrieb), sondern einen an die vereinbarte Anwendung des Verfahrens gebundenen Wert.

12) Für Aluminium ist $1/\alpha - 20 \text{ K} = 245 \text{ K}$.

2.7

Technische Ausführung

2.7.1

Grundlegendes über die Baugröße

Im Abschnitt 2.5.3 war als (2.5.14) hergeleitet worden, dass das Produkt AS aus Strombelag A und Stromdichte S für ein bestimmtes Kühlsystem hinsichtlich der Leiterkühlung im betrachteten Hauptelement und für eine bestimmte Dicke der Wicklungsisolierung praktisch festliegt, wenn ein bestimmter Wert des Temperaturunterschieds zwischen der Wicklung und dem Blechpaket nicht überschritten werden soll. Andererseits lässt sich der Strombelag aus der Stromdichte und der Nutgeometrie mit den Bezeichnungen nach Bild 2.5.3 ausdrücken als

$$A = S \frac{h_n b_n \varphi_n}{\tau_n}, \quad (2.7.1)$$

wobei φ_n der Nutfüllfaktor ist. Aus (2.7.1) folgt

$$S = A \frac{\tau_n}{h_n b_n \varphi_n}$$

und daraus mit $(AS) = (AS)_{\text{grenz}}$

$$A = \sqrt{(AS)_{\text{grenz}} \frac{b_n}{\tau_n} \varphi_n} \sqrt{h_n}. \quad (2.7.2)$$

In (2.7.2) ist der erste Faktor innerhalb der getroffenen Einschränkungen weitgehend konstant, so dass $A \sim \sqrt{h_n}$ gesetzt werden kann. Die Nuthöhen kleinster Maschinen verhalten sich zu denen größter Maschinen wie etwa 1 : 20. Dann ist zu erwarten, dass sich die Strombeläge ohne Übergang zu einem anderen Kühlsystem etwa wie 1 : 4 bis 1 : 5 verhalten. Die Werte ausgeführter Maschinen ohne direkte Leiterkühlung liegen zwischen 20 A/mm und 100 A/mm. Bei direkter Leiterkühlung mit Wasser lassen sich Werte bis 300 A/mm realisieren. Aus diesen Überlegungen folgt, dass sich der Strombelag im gesamten Bereich der rotierenden elektrischen Maschinen um etwa eine Größenordnung ändert.

Innerhalb dieser Variationsbreite lassen sich für eine bestimmte Kombination gegebener Daten einer Maschine und ein bestimmtes Kühlsystem nur Werte ausführen, die in einem relativ engen Bereich liegen. Der Strombelag bietet sich damit als eine der Ausgangsgrößen zur Ermittlung der Hauptabmessung einer Maschine an.

In noch ausgeprägterem Maß als beim Strombelag ist die Variationsbreite des Maximalwerts B_{max} der Luftspaltinduktion innerhalb des gesamten Bereichs der rotierenden elektrischen Maschinen begrenzt. Der Fluss Φ_n einer Nutteilung muss entsprechend Bild 2.7.1 durch den Zahn treten. Damit erhält man mit $l_i \approx l$ für die

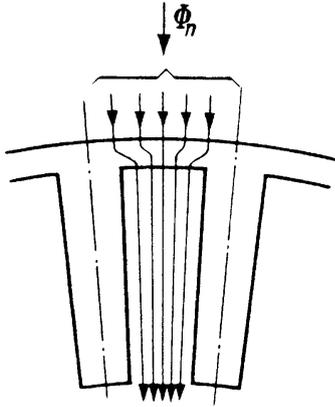


Bild 2.7.1 Zur Ermittlung der Zahninduktion B_z bei gegebener Luftspaltinduktion

Induktion B_z in einem Zahn, der gerade im Gebiet des Maximalwerts der Luftspaltinduktion liegt,

$$B_{z \max} = B_{\max} \frac{\tau_n}{b_z}. \quad (2.7.3)$$

Aufgrund der Nichtlinearität der Magnetisierungskennlinie führen Zahninduktionen über 2.2 T zu so hohen magnetischen Feldstärken und damit zu einem so hohen magnetischen Spannungsabfall über dem Zahn, dass der Durchflutungsbedarf auf unwirtschaftlich hohe Werte ansteigt. Daraus folgt, dass B_{\max} je nach der Zahnverengung zwischen 0.5 T und 1.2 T liegen muss. Dabei können um so höhere Werte zugelassen werden, je größer der Durchmesser und je geringer damit die Zahnverengung ist.

Der Fluss durch eine Polteilung der Maschine folgt aus (2.4.1) und (2.4.6) zu $\Phi = \tau_p l_i B_m = \tau_p l_i \alpha_i B_{\max}$.

Er lässt sich unter der Annahme einer konstanten Feldform, d. h. konstantem Wert von α_i , darstellen als

$$\Phi \sim \tau_p l_i B_{\max}. \quad (2.7.4)$$

Dabei erhält man für die Polteilung τ_p , ausgehend vom Bohrungsdurchmesser D

$$\tau_p = \frac{D\pi}{2p}. \quad (2.7.5)$$

Wenn sich eine Wicklung auf einem Läufer mit der Drehzahl n im gegenüber dem Ständer konstanten Feld der Polpaarzahl p bewegt oder ein gegenüber dem Läufer konstantes Feld eine Wicklung auf einem Ständer durchsetzt, durchläuft der Fluss jeder Spule während einer vollen Umdrehung p Perioden, so dass $f = pn$ ist. Unter der Annahme, dass sich der Fluss dabei zeitlich sinusförmig mit einer Amplitude nach (2.7.4) ändert, erhält man für die induzierte Spannung in der für den Energieumsatz maßgebenden Wicklung mit der Windungszahl w

$$E \sim w p n \Phi. \quad (2.7.6)$$

Die innere Leistung einer Gleichstrommaschine bzw. die innere Scheinleistung einer Wechselstrommaschine lassen sich darstellen als

$$P_{si} \sim EI, \quad (2.7.7)$$

wobei der Proportionalitätsfaktor noch von der Anzahl der Wicklungsstränge abhängt. Durch Einführen von (2.7.6), (2.7.4) und (2.7.5) folgt aus (2.7.7)

$$P_{si} \sim wpn \frac{D\pi}{2p} l_i B_{max} I. \tag{2.7.8}$$

Andererseits lässt sich das Produkt wI durch den Strombelag A als flächenhafte Strömung auf der ungenutzten, dem Luftspalt zugewendeten Oberfläche des betrachteten Hauptelements entsprechend

$$A \sim \frac{wI}{\pi D} \tag{2.7.9}$$

ausdrücken, wobei in den Proportionalitätsfaktor wiederum die Zahl der Wicklungsstränge eingeht. Damit erhält man aus (2.7.8)

$$P_{si} \sim nAB_{max}D^2l_i. \tag{2.7.10}$$

Durch Einführen des sog. *Ausnutzungsfaktors* $C \sim AB_{max}$ folgt aus der Proportionalität von (2.7.10) die Beziehung

$$\boxed{\frac{P_{si}}{n} = CD^2l_i}. \tag{2.7.11}$$

wobei sich C entsprechend den über A und B_{max} angestellten Überlegungen für eine bestimmte Maschinengröße und ein bestimmtes Kühlsystem nur wenig ändern wird. Aus (2.7.11) erkennt man: Das der inneren Leistung bzw. der inneren Scheinleistung entsprechende Drehmoment bestimmt die Größe des Bohrungsvolumens D^2l_i . Für eine gegebene Leistung wird eine Maschine um so größer, je kleiner ihre Drehzahl ist und umgekehrt. Ursache dieser Erscheinung ist die Drehzahlabhängigkeit der induzierten Spannung nach (2.7.6). Je höher die Drehzahl einer vorliegenden Maschine gemacht wird, um so größer wird die Spannung und damit die Leistung, die sie entwickelt.

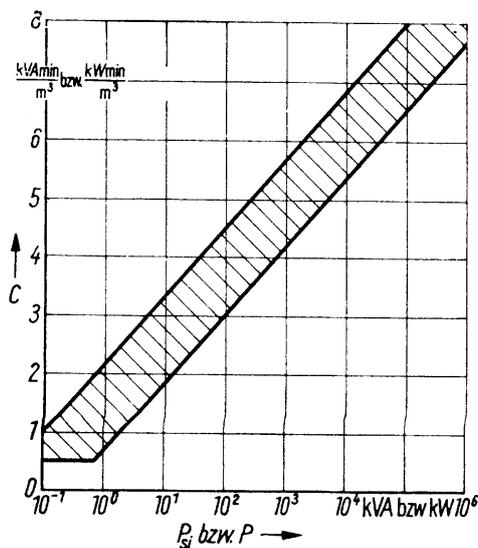


Bild 2.7.2 Bereich des Ausnutzungsfaktors C in Abhängigkeit von der inneren Leistung bzw. der inneren Scheinleistung für alle Maschinenarten und bei allen Drehzahlen, wenn von extrem guten und extrem schlechten Kühlverhältnissen abgesehen wird

Der Ausnutzungsfaktor C wird in kW min/m^3 bzw. kVA min/m^3 angegeben. Den für alle Maschinenarten gültigen Bereich ausgeführter Werte des Ausnutzungsfaktors in Abhängigkeit von der inneren Leistung bzw. der inneren Scheinleistung zeigt Bild 2.7.2. Dabei wurden allerdings Maschinen mit extrem guten Kühlverhältnissen (direkte Leiterkühlung) und solche mit extrem schlechten Kühlverhältnissen (sehr niedrige Drehzahl) ausgeklammert.

Wenn die Ausnutzung einer zu projektierenden Maschine hochgetrieben wird, erhält man kleine Abmessungen, aber damit gleichzeitig große Stromdichten und große Induktionen. Mit diesen wachsen entsprechend (2.5.1) und (2.5.2) quadratisch die Verlustdichten, so dass trotz des kleineren Volumens der Maschine mit größeren Verlusten und damit schlechterem Wirkungsgrad gerechnet werden muss, wenn nicht gleichzeitig mit der Erhöhung der Ausnutzung andere Änderungen vorgenommen werden, wie z. B. der Einsatz besseren Elektroblechs.

Der *Wirkungsgrad* ist ein Maß für die energetische Bewertung einer elektrischen Maschine. Als Maß für ihre Bewertung aus Sicht des Materialeinsatzes dient das sog.

$$\text{Masse-Leistungs-Verhältnis} = \frac{\text{Masse}}{\text{Bemessungsleistung}}$$

Bei Maschinen, die für verschiedene Drehzahlen ausgeführt werden, gibt man das Masse-Leistungs-Verhältnis für die auf eine Drehzahl von 1500 min^{-1} bezogene Leistung an. Das Masse-Leistungs-Verhältnis wird mit zunehmender Ausnutzung kleiner, d. h. günstiger, verhält sich also umgekehrt wie die Verluste. Je kleiner jedoch das Masse-Leistungs-Verhältnis ist, um so geringer werden bei gegebener Leistung der Materialeinsatz und damit die Materialkosten.

2.7.2

Zusammenhang zwischen Baugröße und Wirkungsgrad

Um die Auswirkung einer Änderung der Abmessungen einer rotierenden Maschine auf ihren Wirkungsgrad zu untersuchen, reicht die Betrachtung einiger grundlegender Zusammenhänge aus. Es soll angenommen werden, dass eine Maschine gegebener Leistung, Drehzahl, Spannung und gegebenen Stroms geometrisch ähnlich in all ihren Abmessungen verändert wird. Alle Dimensionen sind also proportional zu ihrem Bohrungsdurchmesser D . Da ihr Fluss Φ nach (2.7.6) durch die Spannung festliegt, folgt mit (2.7.4) für die magnetische Induktion

$$B \sim \frac{\Phi}{D^2}. \quad (2.7.12)$$

Die Ummagnetisierungsverluste hängen nach (1.7.1) und (1.7.2) quadratisch von der magnetischen Induktion und linear vom Volumen ab entsprechend

$$P_{\text{vu}} \sim B^2 \mathcal{V} \sim \frac{1}{D^4} D^3 = \frac{1}{D} \quad (2.7.13)$$

und sinken somit mit wachsenden Abmessungen umgekehrt proportional zu D .

Die Stromdichte in den Wicklungen hängt nur vom gegebenen Strom und der Querschnittsfläche der Leiter ab, d. h. es ist

$$S \sim \frac{I}{D^2}. \quad (2.7.14)$$

Die Verlustdichte in den Wicklungen ist quadratisch von der Stromdichte abhängig, so dass für die Wicklungsverluste gilt

$$P_{vw} \sim S^2 \mathcal{V} \sim \frac{1}{D^4} D^3 = \frac{1}{D}. \quad (2.7.15)$$

Auch die Wicklungsverluste sinken also mit wachsenden Abmessungen umgekehrt proportional zu D .

Solange die Reibungsverluste vernachlässigbar sind, sinken also auch die Gesamtverluste mit wachsenden Abmessungen umgekehrt proportional. Der Wirkungsgrad einer Maschine gegebener Leistung, Drehzahl, Spannung und gegebenen Stroms lässt sich also durch eine Vergrößerung aller Abmessungen nach dem Zusammenhang

$$\frac{P_v}{P} = \frac{1 - \eta}{\eta} \sim \frac{1}{D} \quad (2.7.16)$$

verbessern. Diese Erhöhung der Baugröße ist auch der in erster Linie beschrittene Weg zur Bereitstellung sog. *Energiesparmotoren*. Proportional zum Volumen steigt natürlich auch die Masse der Maschine.

Daneben kann der Wirkungsgrad natürlich auch durch Einsatz von besseren Materialien (besser magnetisierbares Blech, Blech oder Leitermaterial mit geringeren spezifischen Verlusten) erhöht werden, oder es besteht die Möglichkeit, durch besondere Maßnahmen verlustbehaftete Parasitärerscheinungen zu reduzieren.

2.7.3

Elemente der Schaltzeichen

Die Schaltzeichen der rotierenden elektrischen Maschinen bauen sich ebenso wie die der Transformatoren aus einer Reihe stets wiederkehrender Elemente auf. Diese Elemente findet man zusammen mit Beispielen ihrer Anwendung auf spezielle Maschinen in IEC 60617-6 (DIN EN 60617-6).

Die genormten Schaltzeichen sind in allen Darstellungen von Schaltplänen zu verwenden. Auf die speziellen Schaltzeichen wird bei der Behandlung der einzelnen Maschinenarten nochmals hingewiesen.

2.7.4

Schutztechnik

Es muss damit gerechnet werden, dass eine Maschine während ihres Betriebs äußeren Störungen unterliegt. *Äußere Störungen* von der Welle her sind mechanische Überlas-

tungen und vom speisenden Netz her Spannungsabsenkungen bis zum Kurzschluss und Unsymmetrien im Spannungssystem. Als äußere Störungen hat man außerdem zu hohe Umgebungstemperaturen und Behinderungen der Belüftung anzusehen. Sämtliche äußeren Störungen führen auf eine Zunahme der Übertemperatur der Maschine und damit zur thermischen Überbeanspruchung der Isolierung. Es ist Aufgabe entsprechender Schutzeinrichtungen, die Maschine abzuschalten, bevor als Folge dieser Überbeanspruchung der Isolierung ein Schaden eintritt. Falls das nicht geschieht, kommt es zu inneren Störungen in der Maschine. Diese können selbstverständlich auch durch natürliche Alterungserscheinungen ausgelöst werden. *Innere Störungen* sind *Erdschlüsse* (auch als *Körperschlüsse* bezeichnet), d.h. Schlüsse zwischen einer Wicklung und dem Blechpaket oder anderen Konstruktionsteilen, *Wicklungsschlüsse*, d.h. Schlüsse zwischen zwei Wicklungen, und *Windungsschlüsse*, d.h. Schlüsse zwischen irgendwelchen (meist benachbarten) Windungen ein- und derselben Wicklung. Es ist Aufgabe entsprechender Schutzeinrichtungen, die Maschine beim Auftreten innerer Fehler abzuschalten, da sich der Schaden andernfalls ausweitet. So führt jeder Windungsschluss in einer Wechselstromwicklung aufgrund der starken örtlichen Erwärmung innerhalb weniger Minuten zur Zerstörung der Spulenisolierung und damit zum Erdschluss. Da ein Schluss zweier benachbarter Windungen praktisch keinen messbaren Einfluss auf die Ströme und Spannungen an den Klemmen der Maschine hat, ist er praktisch nicht zu erkennen, bevor er in einen Erdschluss übergegangen ist. Ein Erdschluss zieht aufgrund der dann höheren Spannungsbeanspruchung anderer Wicklungsteile leicht einen zweiten Erdschluss nach sich. Über diesen *Doppelerschluss* fließen dann beträchtliche Ströme, und es kommt zur Zerstörung im Blechpaket.

Der erforderliche Aufwand für die Schutztechnik ist eine Funktion der Maschinenleistung. Die speziellen Schutzmaßnahmen sind außerdem für die einzelnen Maschinenarten unterschiedlich und werden deshalb an entsprechender Stelle erörtert.

3

Gleichstrommaschine

3.1

Historische Entwicklung und wirtschaftliche Bedeutung

Die Elektroenergieversorgung begann auf der Basis von Gleichstrom. Dazu dienten Gleichstromgeneratoren, die zunächst einen Bereich von einigen Straßenzügen mit elektrischer Energie versorgten. Die bereitgestellte elektrische Energie diente zunächst zur Speisung von Beleuchtungseinrichtungen. Später wurden Gleichstromnetze für ganze Städte installiert, und es entstand das Bedürfnis, die elektrische Energie auch für die Bereitstellung mechanischer Energie zum Antrieb von Maschinen zu nutzen. Das führte zur Entwicklung von Gleichstrommotoren. Auf der Basis von Gleichstrom entwickelten sich auch elektrische Bahnen in Form von Straßenbahnen, Grubenbahnen und zum Teil auch Vollbahnen.

Mit dem Übergang der öffentlichen Energieversorgung zur Drehstromtechnik wurden zur Erzeugung elektrischer Energie Drehstromgeneratoren benötigt und boten sich für die Bereitstellung mechanischer Energie Drehstrommotoren in Form von Synchronmotoren und Induktionsmotoren an, die einen im Vergleich zur Gleichstrommaschine einfacheren Aufbau aufweisen und damit robuster und kostengünstiger sind. Ihnen haftete allerdings der Nachteil an, dass ihre Drehzahl weitgehend an die Frequenz des speisenden Netzes gebunden ist. Aus dem Bedürfnis, drehzahlvariable Antriebe zu realisieren, eröffnete sich ein neues Anwendungsgebiet der Gleichstromtechnik. Dazu wurden vor allem Gleichstrommotoren benötigt. Im Zusammenhang mit der Lösung von Positionieraufgaben entstanden als spezielle Entwicklung die Gleichstromstellmotoren. Andererseits blieben die Gleichstrombahnnetze bestehen, so dass für die Traktion nach wie vor Gleichstrommotoren benötigt wurden. Außerdem entstanden mit der Entwicklung des Verkehrs in großem Umfang autonome Gleichstromnetze auf Fahrzeugen aller Art. Die Gleichstromtechnik bot sich dabei deshalb an, weil praktisch stets eine Akkumulatorenbatterie als Energiezwischenspeicher vorhanden ist. Mit dieser Entwicklung wuchs vor allem der Bedarf an Gleichstrommotoren im unteren Leistungsbereich. Einen weiteren Impuls hat die Entwicklung von

Gleichstrommotoren durch die Nutzung der modernen hartmagnetischen Werkstoffe erfahren.

Heute bietet die moderne Leistungselektronik Möglichkeiten, die im Aufbau einfachen und damit robusten Drehstrommotoren zur Realisierung drehzahlvariabler Antriebe einzusetzen. Die drehzahlvariablen Gleichstromantriebe verlieren dadurch an Bedeutung. Sie werden durch drehzahlvariable Drehstromantriebe abgelöst. Das gilt vor allem im Bereich großer Leistungen. Trotzdem geht die Produktion von Gleichstrommaschinen im Leistungsbereich oberhalb der Kleinmaschinen nur langsam zurück oder weist sogar eine gewisse Stagnation auf. Dahinter verbergen sich offenbar Ersatzbeschaffungen für bestehende Anlagen oder auch das Festhalten an einer gewohnten Technik.

Demgegenüber weist die Produktion von Gleichstrommaschinen im Bereich der Kleinmaschinen ein starkes Wachstum auf. Ursache dafür dürfte vor allem die Automobilindustrie sein, die nicht nur wachsende Stückzahlen an Fahrzeugen fertigt, sondern auch in immer größerem Umfang Gleichstrommotoren in jedem einzelnen Fahrzeug zur Erhöhung des Bedien- und Fahrkomforts einsetzt.

Aus der Sicht der geschilderten Situation erscheint es notwendig, die Gleichstrommaschine auch zum heutigen Zeitpunkt in einem Werk über die Grundlagen elektrischer Maschinen zu behandeln und dabei den Stoff unter dem Gesichtspunkt der Wandlung ihres Einsatzes zu akzentuieren.

3.2

Aufbau

3.2.1

Prinzipieller Aufbau

Den prinzipiellen Aufbau einer Gleichstrommaschine zeigt Bild 3.2.1. Der Ständer trägt ausgeprägte Pole, auf denen die Erregerwicklung sitzt. Bei permanenterregten Maschinen tritt an die Stelle der Erregerwicklung ein permanentmagnetischer Abschnitt im Ständerteil des magnetischen Kreises. Der Läufer ist ein sog. Kommutatoranker, wie er im folgenden Abschnitt entwickelt wird. Dabei erfolgt die Stromzuführung von den ruhenden Zuleitungen zu den rotierenden Läuferespulen über Bürsten, die auf dem Kommutator schleifen. Die Läuferespulen liegen in den Nuten des Blechpakets, das den magnetischen Kreis im Läufer bildet. Sie sind untereinander und mit den Kommutatorstegen verbunden.

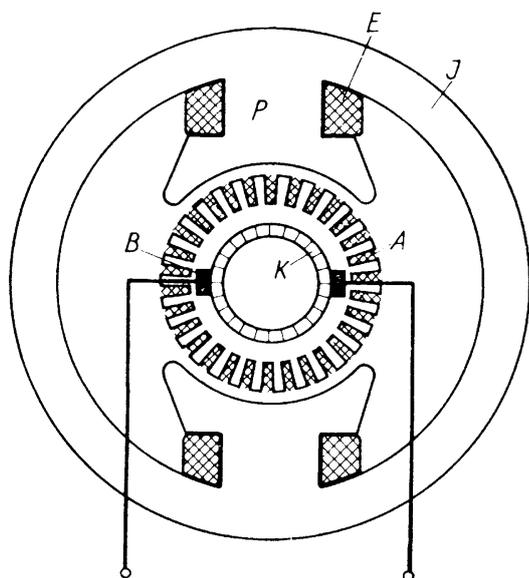


Bild 3.2.1 Prinzipieller Aufbau einer Gleichstrommaschine.

- A Ankerwicklung
- B Bürsten
- J Joch
- E Erregerwicklung
- K Kommutator
- P Pol (Hauptpol)

3.2.2

Entwicklung des Kommutatorankers

3.2.2.1 Ausgangsüberlegungen

Über die äußeren Anschlussklemmen des Ankers einer Gleichstrommaschine fließen Gleichströme. Zwischen zusammengehörigen Klemmenpaaren liegen Gleichspannungen. Die Erregerwicklung ist in Reihen- oder Parallelschaltung mit einem derartigen Klemmenpaar verbunden, so dass sie ebenfalls von einem Gleichstrom durchflossen wird. Dadurch entsteht relativ zum Ständer ein zeitlich konstantes Luftspaltfeld (Bild 3.2.2a). Das Gleiche trifft zu, wenn der Ständer einen permanentmagnetischen Abschnitt aufweist. In dem zeitlich konstanten Luftspaltfeld bewegt sich der Läufer mit konstanter Drehzahl. Dabei wird in einer Läuferpule nach (2.4.30) eine Wechselspannung induziert, deren Zeitverlauf durch die Form der Induktionsverteilung gegeben ist, wie sie vom Ständer aus beobachtet wird (Bild 3.2.2b). Ein Energieaustausch mit dem äußeren Gleichstromnetz kann jedoch nur dann zustande kommen, wenn die in der Maschine induzierte Spannung, über die Ankerklemmen gesehen, ebenfalls zeitlich konstant ist oder einen zeitlich konstanten Mittelwert aufweist. Um dies zu erreichen, wird zwischen die Spulenden und die äußeren Ankerklemmen der Kommutator als mechanischer Gleichrichter geschaltet. Er besteht in der einfachsten Ausführung nach Bild 3.2.2c aus einem Schleifring, der in zwei Segmente unterteilt ist. Dadurch wird die Spule umgepolt, sobald die in ihr induzierte Spannung das Vorzeichen wechselt. Über das äußere Netz beobachtet man eine pulsierende Spannung, deren Mittelwert E für den Energieumsatz maßgebend ist (Bild 3.2.2c). Unter dem Gesichtspunkt der Entwicklung eines konstanten Mittelwerts der elektrischen Leistung sorgt der Kommutator also dafür, dass ein konstanter Mittelwert E der induzierten Spannung existiert. Unter dem Gesichtspunkt der Entwicklung eines konstanten mittleren Drehmoments bzw. einer konstanten mittleren mechanischen Leistung sorgt der Kommutator dafür, dass

in einer Spulenseite stets die gleiche Stromrichtung herrscht, solange sie sich im Bereich eines Pols befindet. Die Stromrichtung in der Spule wird also jeweils umgekehrt, wenn die Spulenachse durch die Polachse tritt. Der Spulenstrom stellt dann einen rechteckförmigen Wechselstrom dar (Bild 3.2.2c). Die Umkehr der Stromrichtung bezeichnet man als Kommutierung oder Stromwendung. Vom Stromfluss aus gesehen hat der Kommutator also die Aufgabe, die Kommutierung zu bewerkstelligen.

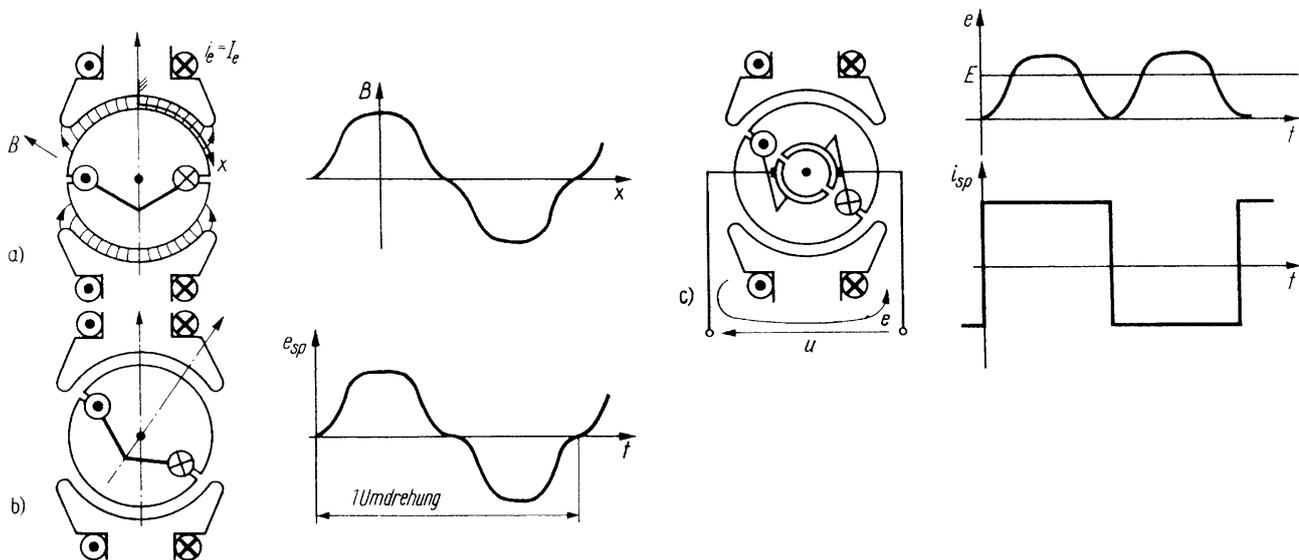


Bild 3.2.2 Entwicklung einer einfachsten Form eines Kommutatorankers:

- Feld des zeitlich konstanten Erregerstroms I_e ;
- induzierte Spannung e_{sp} einer Läufer-spule bei Rotation des Läufers;
- induzierte Spannung e im Ankerkreis und Strom i_{sp} in der Spule bei Zwischenschalten des Kommutators.
 E konstanter Mittelwert der induzierten Spannung

3.2.2.2 Vervollkommnung des Kommutatorankers

Der Kommutatoranker nach Bild 3.2.2c ist noch recht unvollkommen. Er liefert eine Spannung mit großem Wechselanteil und nutzt nur zwei Nuten des Läufers aus, um Spulen unterzubringen. Es ist anzustreben, durch Hintereinanderschalten von mehreren gleichmäßig am Läuferumfang verteilten Spulen eine größere Gleichspannung mit geringerem Wechselanteil zu erhalten. Dabei muss das Zusammenschalten der Spulen unter dem Gesichtspunkt der Spannungsinduktion durch Einbeziehen eines Kommutators so erfolgen, dass jede Spule nur so lange innerhalb einer Gruppe hintereinandergeschalteter Spulen verbleibt, wie sie zur Vergrößerung der Gesamtspannung dieser Gruppe beiträgt. Wenn das nicht mehr der Fall ist, muss sie in eine andere Gruppe eingefügt werden. Diese Überlegungen führen zum realen Kommutatoranker, wie er im Folgenden in zunächst einfacher Form entwickelt wird.

Die Kommutatorwicklung wird stets als Zweischichtwicklung ausgeführt; Anfang und Ende jeder Spule werden im einfachsten Fall an zwei benachbarte Kommutatorstege angeschlossen. Das Ende einer Spule und der Anfang einer am Umfang benachbarten Spule liegen am gleichen Steg. Es muss also die gleiche Anzahl Kommutatorstege vorhanden sein wie Spulen. Da das Ende der zuletzt angeschlossenen Spule auf jenen Kommutatorsteg trifft, an dem der Anfang der zuerst eingelegten Spule befestigt ist, entsteht eine in sich geschlossene Wicklung. Ihr Entstehungsprozess ist im Bild 3.2.3 in drei Schritten angedeutet. Dabei wird wiederum eine zweipolige Maschine betrachtet; die einzelnen Spulen reichen also gerade über den Durchmesser. Die Spulen tragen die gleichen Bezeichnungen wie die Nuten, in denen ihre Oberschichtspulenseiten liegen. Zur Vereinfachung der Darstellung ist jede Spule nur mit einer Windung ausgeführt. Die einzelnen Spulen schließen sich auf der nicht dargestellten Stirnseite. Im Bild 3.2.3a ist dies für die erste dort eingelegte Spule 1 angedeutet. Ihr Anfang liegt am Kommutatorsteg 1, ihr Ende ist am Kommutatorsteg 2 angeschlossen. Von diesem Steg geht es zum Anfang der Spule 2, deren Ende am Kommutatorsteg 3 befestigt ist, usw. Im Bild 3.2.3b lässt sich der Aufbau der Wicklung bis zur Spule 3 verfolgen. Bild 3.2.3c zeigt die vollständige Wicklung. Wenn alle Spulen eingelegt sind, muss das Ende der letzten Spule wieder am Kommutatorsteg 1 erscheinen. Um dies zu veranschaulichen, sind im Bild 3.2.3c neben der zuerst eingelegten auch die zuletzt eingelegte Spule sowie der Schließungspunkt der gesamten Wicklung besonders hervorgehoben worden. Die Eigenschaften der Kommutatorwicklung treten erst zutage, wenn nunmehr die beiden Bürsten aufgesetzt werden, die mit den äußeren Läuferzuleitungen verbunden sind. Ihr Abstand entspricht im Normalfall einer Polteilung. Bei der zweipoligen Ausführung befinden sich beide Bürsten also diametral gegenüber.

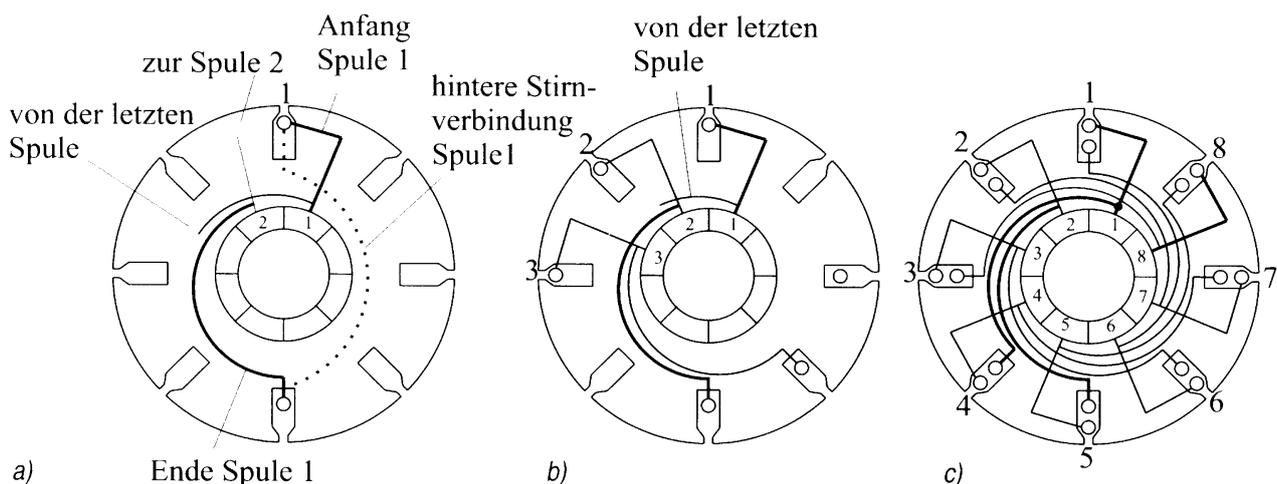


Bild 3.2.3 Entstehungsprozess der Kommutatorwicklung

Es soll nun untersucht werden, auf welche Art und Weise die Spulen zusammengesaltet erscheinen, wenn man die Wicklung über die eine Bürste eintretend so lange verfolgt, bis die andere Bürste erreicht ist. Anhand von Bild 3.2.4 wird dieses Vorhaben in mehreren Schritten durchgeführt. Die Bürsten sind aus Darstellungsgründen auf der Innenfläche des Kommutators aufgesetzt. Sie befinden sich in einer beliebigen Stellung. Die gedachte Ebene durch die beiden Bürsten ist die *Bürstenebene*. Im Bild 3.2.4a sind zunächst nur jene Spulen eingezeichnet, die im betrachteten Augenblick von der Bürste A kommend zuerst durchlaufen werden. Man gelangt von der Bürste A über den Steg 8 zunächst an einen Knotenpunkt K. An dieser Stelle spaltet sich die Wicklung in zwei Zweige auf. Auf dem Weg I gelangt man zur Spule 8 und auf dem Weg II zum Rückleiter der Spule 7 in Nut 3. Beide Spulen liegen symmetrisch zur Bürstenebene und erscheinen ungleichsinnig angeschlossen. Dadurch werden die bisher eingezeichneten Spulenseiten oberhalb der Bürstenebene nach hinten und unterhalb der Bürstenebene nach vorn durchlaufen. Der Weg I im Bild 3.2.4a wird nun weiter verfolgt. Das Ende der Spule 8 liegt am Steg 1. Auf diesem Steg sitzt keine Bürste. Der Weg durch die Wicklung kann also nur über die nächstfolgende Spule 1 fortgesetzt werden. Der weitere Aufbau des Zweigs I lässt sich im Bild 3.2.4b verfolgen. Man gelangt von einer Spule zur anderen, bis nach Durchlaufen der Spule 3 der Steg 4 erreicht wird, auf dem die Bürste B sitzt. Im Knotenpunkt vor dem Steg 4 vereinigt sich der Zweig I wieder mit dem Zweig II, der im Bild 3.2.4b nicht dargestellt ist.

Man erkennt, dass die anfangs festgestellte Tendenz beibehalten wird und sämtliche Spulenseiten des betrachteten Zweigs oberhalb der Bürstenebene nach hinten und unterhalb der Bürstenebene nach vorn durchlaufen werden. Wie schließlich Bild 3.2.4c zeigt, gilt dasselbe für die Spulenseiten des Zweigs II, der dort besonders hervorgehoben worden ist. Zurückblickend auf Bild 3.2.4a erkennt man, dass die Lage des

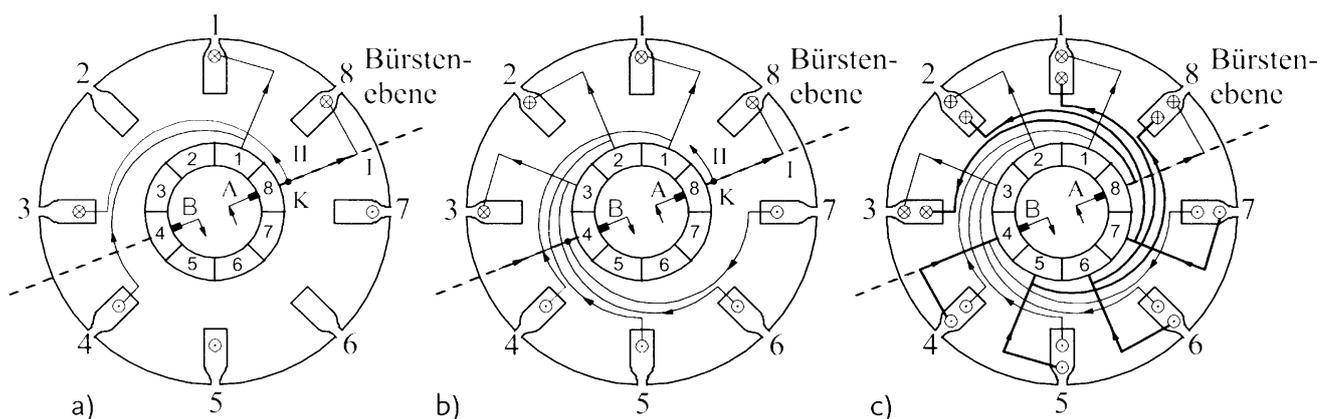


Bild 3.2.4 Nach außen in Erscheinung tretende Zusammenschaltung der Spulen eines Kommutatorankers bei aufsitzenden Bürsten.

- a) Erste Spulen hinter der Eintrittsbürste A; b) Ankerzweig I;
- c) vollständige Wicklung, Zweig II hervorgehoben

Umkehrpunkts der Durchlaufrichtungen nur durch die Lage der Bürsten bestimmt wird. In einer Prinzipdarstellung kann deshalb auf den Kommutator verzichtet werden. Es genügt, die Lage der Bürsten anzugeben, die zu diesem Zweck im Bild 3.2.5a auf die Ankeroberfläche gesetzt sind. Die Lage der Bürsten bestimmt die Durchlaufrichtungen in den einzelnen Spulenseiten. Mit einer Verschiebung der Bürsten wie im Bild 3.2.5b verschieben sich die Bereiche, in denen die Spulenseiten in der einen bzw. in der anderen Richtung durchlaufen werden. Außerdem erkennt man aus den vorstehenden Betrachtungen, dass die Verteilung der Durchlaufrichtungen unabhängig von der Bewegung des Läufers relativ zum Ständer bzw. relativ zu den ruhenden Bürsten ist. Für den Durchlaufmechanismus, der anhand des Bilds 3.2.4 analysiert wurde, ist es gleichgültig, welche Spulenseiten sich in einem bestimmten Zeitpunkt oberhalb und welche sich unterhalb der Bürstenebene befinden. Die einzelnen Spulen werden durch den Kommutator während jeder Umdrehung zweimal umgepolt, so dass sie, unabhängig von der Bewegung des Läufers, auf der einen Seite der Bürstenebene stets nach hinten und auf der anderen stets nach vorn durchlaufen werden. Die Kommutatorwicklung mit aufliegenden Bürsten stellt demnach als Ganzes eine Wicklung dar, deren Wicklungsachse ruht, aber deren Wicklungselemente sich bewegen. Sie verhält sich dadurch hinsichtlich des Feldaufbaus wie eine stationäre Wicklung. Das gilt allerdings nicht in Bezug auf die Spannungsinduktion. Man spricht deshalb von einer *pseudostationären Wicklung*. Denkt man sich die Reihenfolge der Hintereinanderschaltung geändert, so lässt sich die Kommutatorwicklung hinsichtlich ihrer Eigenschaften als stationäre Wicklung wie im Bild 3.2.5c darstellen. Der Wicklungsaufbau ist dabei so angenommen worden und wurde schon in den Bildern 3.2.3 und 3.2.4 so ausgeführt, dass die pseudostationäre Wicklung rechtswendig in Bezug auf die Durchlaufrichtung von Bürste zu Bürste wird.

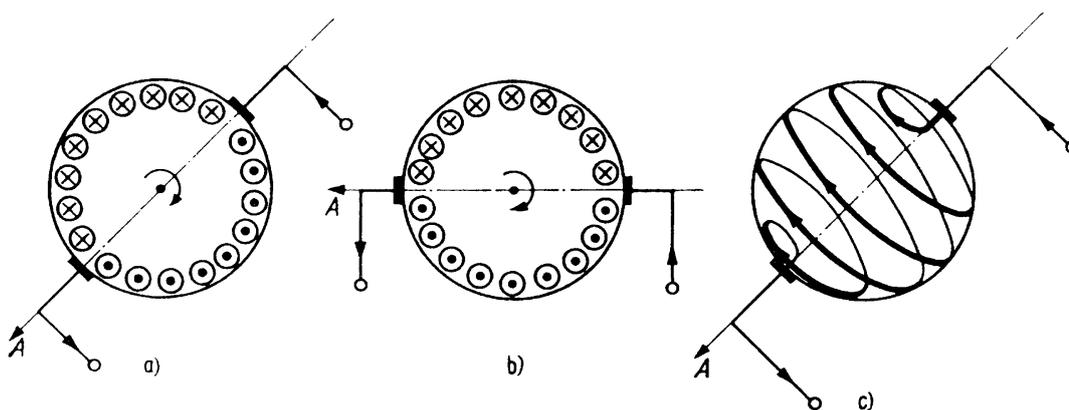


Bild 3.2.5 Kommutatoranker als Ganzes:

- Prinzipdarstellung des Kommutatorankers von Bild 3.2.4;
 - Einfluss der Bürstenlage auf die Verteilung der Durchlaufrichtungen;
 - zum Begriff der pseudostationären Wicklung.
- A Wicklungsachse des Kommutatorankers als stationäre Wicklung

3.2.3

Aufbau der realen Gleichstrommaschine

Wie die Untersuchungen im Abschnitt 2.7.1 gezeigt haben, wächst der Läuferdurchmesser in Abhängigkeit vom Verhältnis P/n . Wenn andererseits die Polpaarzahl $p = 1$ auch bei großen Ankerdurchmessern beibehalten wird, erhält man sehr lange und weit ausladende Wicklungsköpfe. Um dies zu vermeiden, führt man bei Gleichstrommaschinen mit wachsendem Läuferdurchmesser auch größere Polpaarzahlen aus. Bild 3.2.6 zeigt einen Ausschnitt aus einer Maschine mit großer Polpaarzahl. Ausgeführt werden Polpaarzahlen bis $p = 12$. Im Läufer muss der Durchlaufsinn durch die Spulenseiten von Polteilung zu Polteilung wechseln. Wenn man die Wicklung also zunächst ebenso wie im Abschnitt 3.2.2 durch Hintereinanderschalten aufeinanderfolgender Spulen herstellt, ist offensichtlich, dass jetzt nach jeweils $k/2p$ Kommutatorstegen, d. h. nach jeweils einer Polteilung, eine Bürste auf dem Kommutator sitzen muss, damit der Durchlaufsinn von Polteilung zu Polteilung wechselt (s. Bild 3.2.6). Sämtliche p Eintrittsbürsten und sämtliche p Austrittsbürsten sind untereinander verbunden. Der Strom I der äußeren Zuleitungen zum Anker spaltet sich demnach zunächst in p Bürstenströme der Größe I/p auf.

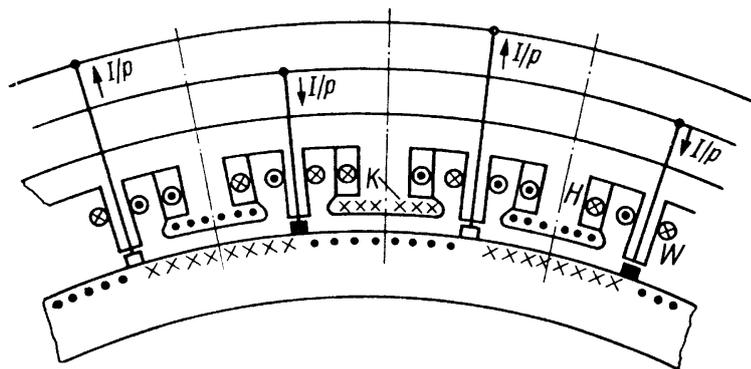


Bild 3.2.6 Ausschnitt einer $2p$ -poligen Gleichstrommaschine mit Wendepol- und Kompensationswicklung.
K Kompensationswicklung, H Hauptpol, W Wendepol

Spätere Betrachtungen werden zeigen, dass es zur Beherrschung der Stromwendung erforderlich ist, sog. *Wendepole* vorzusehen. Das sind schmale Pole in der Polücke (s. Bild 3.2.6). Sie tragen die *Wendepolwicklung*, die der Ankerstrom durchfließt. Ihre Aufgabe ist es, dafür zu sorgen, dass in einer Spule während der Stromwendung keine Spannung induziert wird. Bei sehr kleinen Maschinen kann auf die Wendepole verzichtet werden. Große Maschinen besitzen als weitere Hilfswicklung die sog. *Kompensationswicklung*. Sie ist als verteilte Wicklung in Nuten der Hauptpolschuhe untergebracht und führt ebenfalls den Ankerstrom. Ihre Aufgabe ist es, das Feld der Ankerleiter im Bereich des Polbogens zu kompensieren. Zur Funk-Entstörung ist es vorteilhaft, die Wendepolwicklung und die Kompensationswicklung je zur Hälfte vor

und hinter den Anker zu schalten. Sie wirken dann als Vorschalt-drosseln für die Hochfrequenzspannungen, die von der Kommutierung herrühren.

Die Hauptpole tragen auf dem Polkern die *Erregerwicklung*. Sie liegt bei der Maschine mit *Nebenschlusserregung* (*Nebenschlussmaschine*) parallel zum Anker (Bild 3.2.7a) und bei der mit *Reihenschlusserregung* (*Reihenschlussmaschine*) in Reihe mit ihm (Bild 3.2.7b). Im ersten Fall wird ihr Strom klein gegenüber dem Ankerstrom sein, so dass die erforderliche Durchflutung zum Aufbau des Luftspaltfelds mit relativ vielen Windungen dünnen Drahts aufgebracht werden muss. Im Fall der Reihenschlussmaschine führt die Erregerwicklung den Ankerstrom. Sie benötigt deshalb im Vergleich zur Nebenschlusswicklung eine geringe Windungszahl, aber einen großen Leiterquerschnitt. In manchen Fällen erhält eine Maschine sowohl eine Nebenschluss- als auch eine Reihenschlusswicklung. Sie wird dann als *Verbundmaschine* oder auch *Doppelschlussmaschine* bezeichnet (Bild 3.2.7c). Wenn die Erregerwicklung nicht aus dem gleichen Netz gespeist werden soll wie der Anker, erhält man eine Maschine mit *Fremderregung* (Bild 3.2.7d). Nebenschlussmaschinen und fremderregte Maschinen für Motorbetrieb, die ohne Kompensationswicklung ausgeführt sind und außerhalb des Bereichs der Kleinmaschinen liegen, erhalten oft zusätzlich eine sog. *Hilfsreihenschlusswicklung*, um stabile Drehzahl-Drehmoment-Kennlinien zu erhalten (s. Abschnitt 3.4.2.2). Die Ausführungsformen von Gleichstrommaschinen hinsichtlich der Schaltung der Erregerwicklung sind im Bild 3.2.7 dargestellt. Kleine Gleichstrommaschinen werden häufig mit Permanenterregung und ohne Wendepole ausgeführt. Das gilt auch für

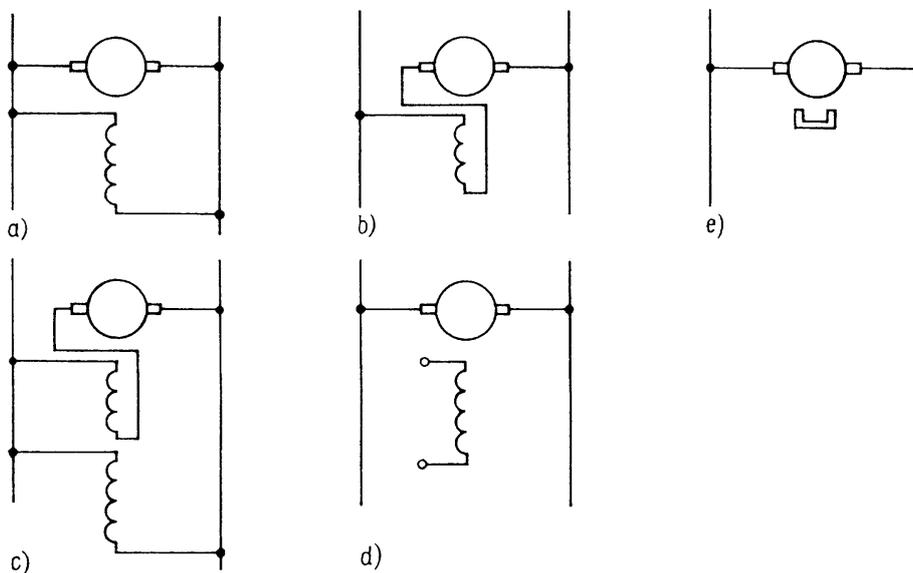


Bild 3.2.7 Erregungsarten der Gleichstrommaschine:
a) Nebenschlusserregung – Nebenschlussmaschine;
b) Reihenschlusserregung – Reihenschlussmaschine;
c) Neben- und Reihenschlusserregung – Verbundmaschine;
d) Fremderregung – fremderregte Maschine;
e) Permanenterregung – permanenterregte Maschine

Gleichstromstellmotoren, die im Drehmomentbereich bis etwa 100 Nm ausgeführt werden.

Der magnetische Kreis führt im Ständer – jedenfalls im stationären Betrieb – ein zeitlich konstantes Feld und kann unter diesem Aspekt prinzipiell massiv ausgeführt werden. Davon wurde bei älteren Gleichstrommaschinen auch grundsätzlich Gebrauch gemacht, wobei man oft nur das Joch massiv, aber die Pole aus fertigungstechnischen Gründen als Blechpaket ausführte. Im Zusammenhang mit dem Einsatz der Gleichstrommaschine im drehzahlvariablen Antrieb werden oft hohe Anforderungen an die dynamischen Eigenschaften gestellt, d. h. es wird erwartet, dass Übergänge von einem stationären Betriebszustand in einen anderen rasch erfolgen. Außerdem dienen als Spannungsquelle fast ausschließlich Stromrichteranordnungen und bewirken, dass die Ströme eine gewisse Welligkeit aufweisen. Aus beiden Gründen ist es mit Rücksicht auf die Beherrschung der Kommutierung erforderlich, dass auch im Ständer rasche Änderungen des magnetischen Felds möglich sind. Moderne Gleichstrommaschinen weisen deshalb i. Allg. einen vollständig geblechten Ständer auf. Ausführungsbeispiele der Ständer permanenterregter Gleichstrommaschinen sind im Bild 3.8.1 dargestellt. Im Läufer muss der magnetische Kreis als genutetes Blechpaket ausgeführt werden.

Die *Ankerwicklung* liegt in den Nuten des Läufers. Sie wird, wie bereits bei der Entwicklung des Kommutatorankers erörtert wurde, stets als Zweischichtwicklung ausgeführt und stellt eine sog. *Kommutatorwicklung* dar. Die Verbindung der Spulen mit dem Kommutator geschieht auf zwei Arten: als Schleifenwicklung oder als Wellenwicklung. Bevor diese Wicklungsarten näher behandelt werden können, sind einige allgemeine Betrachtungen über Kommutatorwicklungen anzustellen.

Der Abstand zwischen zwei beliebigen Spulenseiten in einer Kommutatorwicklung wird als Anzahl y von nebeneinanderliegenden Spulenseiten angegeben, um die man, von der einen beginnend, fortschreiten muss, um zu der anderen zu gelangen. Als *ersten Teilschritt* y_1 bezeichnet man dabei die Spulenweite; das ist der Abstand zwischen zwei auf der dem Kommutator abgewandten Seite miteinander zu einer Spule verbundenen Spulenseiten (s. Bild 3.2.8). Analog dazu wird unter dem *zweiten Teilschritt* y_2 der Abstand zwischen zwei auf der Kommutatorseite miteinander verbundenen Spulenseiten verstanden (s. Bild 3.2.8). Der *resultierende Schritt* y ist der Abstand zwischen den Anfängen zweier aufeinanderfolgender Spulen, also der Abstand zwischen zwei Spulenseiten, der entsteht, nachdem ein erster und ein zweiter Teilschritt ausgeführt wurden. Da an jedem Kommutatorsteg ein Spulenanfang und ein Spulenende angeschlossen sind, stimmt die Anzahl der Spulen eines Kommutatorankers mit der Anzahl k der Kommutatorstege überein. Da jede Spule zwei Spulenseiten besitzt und ausschließlich Zweischichtwicklungen ausgeführt werden, liegen in jeder Schicht k Spulenseiten. Die Spulenweite muss ungefähr gleich der Polteilung gemacht werden, um zu erreichen, dass die Spulen von einem möglichst großen Fluss durchsetzt und damit möglichst große Spannungen induziert werden. Aus diesen Überlegungen folgt,

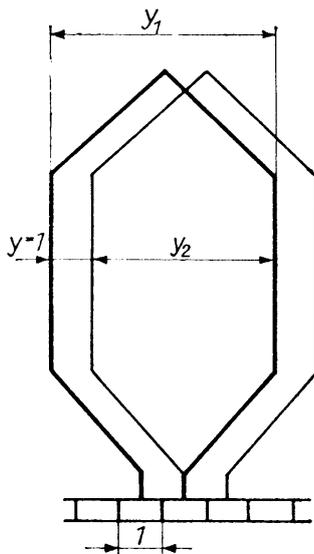


Bild 3.2.8 Zwei aufeinanderfolgende Spulen einer eingängigen, ungekreuzten Schleifenwicklung

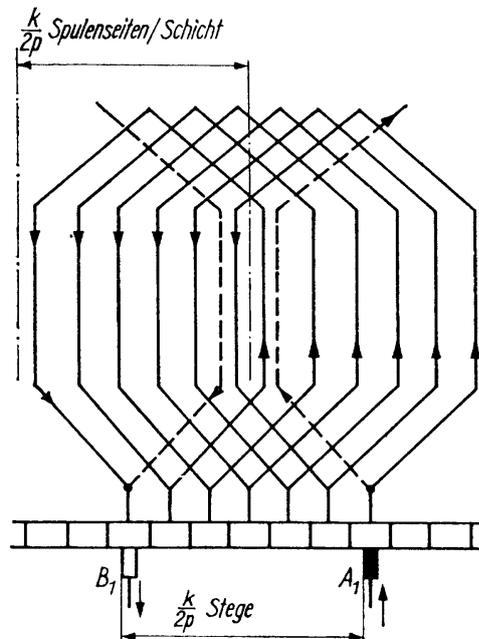


Bild 3.2.9 Ein Ankerzweig einer eingängigen, ungekreuzten Schleifenwicklung.
 A_1 Eintrittsbürste des dargestellten Polpaars,
 B_1 Austrittsbürste des dargestellten Polpaars

dass für den ersten Teilschritt gelten muss

$$y_1 \approx \frac{k}{2p} \quad (3.2.1)$$

Die Darstellung der Wicklung als *Wicklungsschema* erfolgt in der abgewickelten Ansicht von oben. Der Kommutator erscheint dabei als schmales Band aneinandergereihter Rechtecke. Die übereinanderliegenden Spulenseiten erscheinen nebeneinander, und zwar die Oberschichtspulenseite rechts und die Unterschichtspulenseite links. Außerdem ist es üblich, zur Erhöhung der Übersichtlichkeit Stabwicklungen ($w_{sp} = 1$) darzustellen, unabhängig davon, ob in Wirklichkeit eine Stabwicklung oder eine Spulenwicklung ($w_{sp} > 1$) vorliegt.

Die *Schleifenwicklung* erhält man, indem der Entstehungsprozess, wie er im Abschnitt 3.2.2 für die zweipolige Maschine gezeigt wurde, auch für Maschinen mit mehr als einem Polpaar fortgeführt wird. Es werden also unmittelbar benachbarte Spulen hintereinandergeschaltet und an der Verbindungsstelle mit einem Kommutatorsteg verbunden. Bild 3.2.8 zeigt zwei aufeinanderfolgende Spulen als Wicklungsschema. Diese einfachste Schleifenwicklung wird als *eingängige Schleifenwicklung* bezeichnet. Für sie gilt mit Bild 3.2.8

$$y = y_1 - y_2 = 1 \quad (3.2.2)$$

Wenn nicht unmittelbar benachbarte Spulen hintereinandergeschaltet werden, sondern nur jede zweite, erhält man eine *zweigängige Schleifenwicklung*. Außerdem kann y auch negative Werte annehmen. In diesem Fall kreuzen sich Anfang und Ende einer Spule im Wicklungskopf vor dem Kommutator. Man spricht deshalb von *gekreuzten Wicklungen*. Im Rahmen der folgenden Betrachtungen wird nur auf die eingängige, ungekreuzte Wicklung näher eingegangen. Bild 3.2.9 zeigt die Spulen eines Zweigs dieser Wicklung im Bereich zwischen zwei Bürsten. Von der Eintrittsbürste A_1 kommend gelangt man zunächst an einen Verzweigungspunkt, in dem sich die Wicklung in den betrachteten Zweig und einen rechts davon befindlichen aufspaltet. Von dort aus wird eine Spule des betrachteten Zweigs nach der anderen durchlaufen, bis nach $k/2p$ Spulen, d. h. nach Fortschreiten um eine Polteilung, die Austrittsbürste B_1 erreicht ist. Vor dem Steg, auf dem diese Bürste aufsitzt, vereinigt sich der betrachtete Zweig mit einem links davon befindlichen. Die p Verbindungen zu den Eintrittsbürsten, in die sich die äußere Zuleitung zum Anker aufspaltet, teilen sich also hinter dem Kommutator nochmals in je zwei Wicklungszweige. Damit hat die eingängige Schleifenwicklung

$$2a = 2p \quad (3.2.3)$$

parallele Zweige.

Wenn I der Ankerstrom in den äußeren Zuleitungen ist, fließt durch einen Leiter der Ankerwicklung der *Zweigstrom*

$$I_{zw} = \frac{I}{2a}. \quad (3.2.4)$$

Die *Wellenwicklung* erhält man, wenn bei einer mehrpoligen Maschine nicht mehr wie bei der Schleifenwicklung benachbarte Spulen unmittelbar hintereinandergeschaltet werden, sondern solche, die in benachbarten Polpaaren etwa an gleicher Stelle der Polpaarteilung liegen. Durch ein derartiges Fortschreiten von Polpaar zu Polpaar entsteht zunächst ein Wellenzug aus p Spulen, bevor eine zweite Spule im Bereich des ersten Polpaars angeschlossen und damit ein zweiter Wellenzug begonnen wird. Im Bild 3.2.10 sind zwei Wellenzüge einer eingängigen, ungekreuzten Wellenwicklung dargestellt. Bei dieser Wicklung liegen aufeinanderfolgende Wellenzüge unmittelbar nebeneinander, und es entsteht keine Kreuzung zwischen Anfang und Ende eines Wellenzugs. Aus Bild 3.2.10 entnimmt man als Beziehung zwischen den Wicklungsschritten

$$y = y_1 + y_2. \quad (3.2.5)$$

Damit nach einem Wellenzug der dem Ausgangssteg links benachbarte Kommutatorsteg erreicht wird, muss entsprechend Bild 3.2.10 $py = k - 1$ sein. Daraus erhält man als Beziehung für den resultierenden Wicklungsschritt der eingängigen, ungekreuzten Wicklung

$$y = \frac{k - 1}{p}. \quad (3.2.6)$$

parallele Zweige aufweist. Ferner zeigt Bild 3.2.11, dass die Maschine allein mit den beiden dort aufgesetzten Bürsten bereits funktionsfähig ist. Praktisch wird davon nur bei kleinen Maschinen Gebrauch gemacht, da die notwendige Bürstenfläche bei großen Maschinen auf eine große Zahl axial hintereinander anzuordnender Bürsten führen würde und dazu der Kommutator sehr lang ausgeführt werden müsste. Deshalb setzt man normalerweise ebenso wie bei der Schleifenwicklung alle $2p$ Bürsten im Abstand von jeweils $k/2p$ Kommutatorstegen auf und schaltet sie paarweise wie im Bild 3.2.6 zusammen (im Bild 3.2.11 gestrichelt angedeutet).

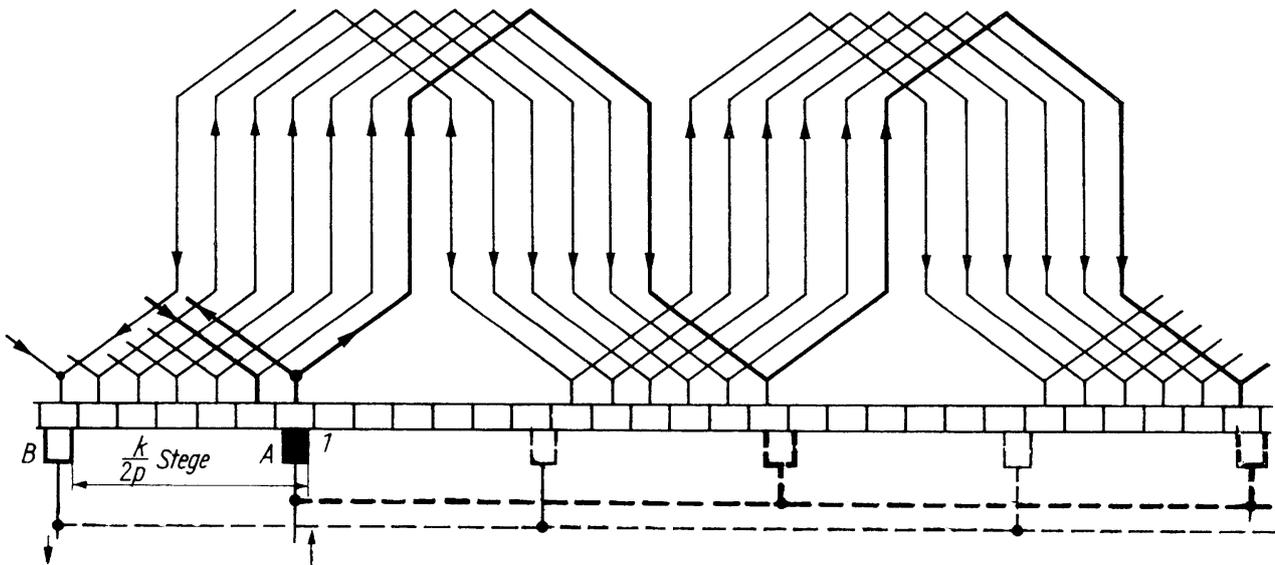


Bild 3.2.11 Ein Ankerzweig einer eingängigen, ungekreuzten Wellenwicklung für $p = 2$

Trotzdem bleibt die Zahl von zwei parallelen Ankerzweigen erhalten, da die Kommutatorstege, auf denen die miteinander verbundenen Bürsten sitzen, wicklungsseitig durch einzelne Wellenzüge verbunden sind. Diese Wellenzüge sammeln die Bürstenströme wieder und führen sie den beiden parallelen Zweigen der Wicklung zu. Für den Zweigstrom gilt mit $2a = 2$

$$I_{zw} = \frac{I}{2}. \quad (3.2.7)$$

Die Anordnung der Spulen in den Nuten erfolgt so, dass im allgemeinen Fall je Schicht u Spulenseiten nebeneinander liegen, wie dies Bild 3.2.12 für $u = 3$ zeigt. Um eine Nut zu füllen, werden also u Spulen benötigt. Wenn N Nuten vorhanden sind, existieren demnach Nu Spulen, und es muss ein Kommutator mit

$$k = Nu \quad (3.2.8)$$

Stegen vorgesehen werden. Die u Spulen, deren Spulenseiten in einer Nut als Oberschicht nebeneinander liegen, befinden sich offenbar nur dann als Unterschicht in einer gemeinsamen Nut, wenn y_1/u eine ganze Zahl ist. Derartige Wicklungen nennt

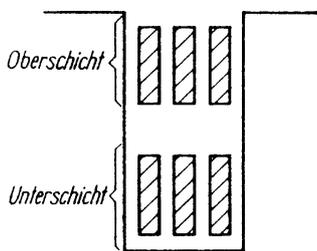


Bild 3.2.12 Anordnung der Spulenseiten in den Nuten eines Kommutatorankers für $u = 3$

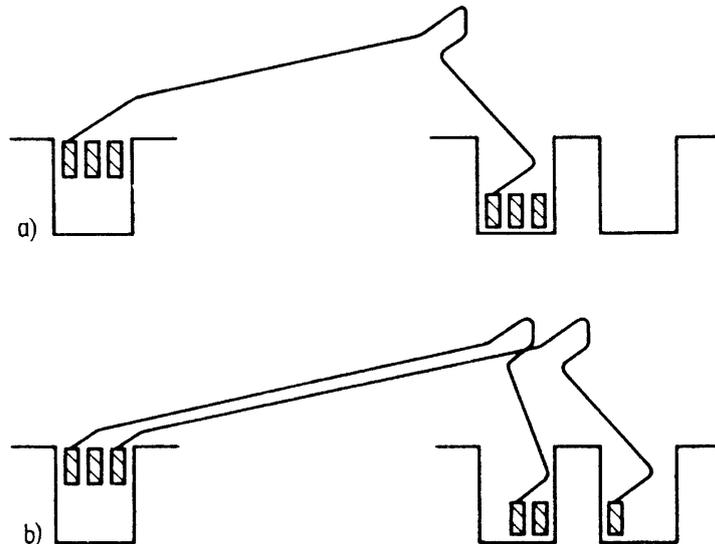


Bild 3.2.13 Anordnung der Spulen des Kommutatorankers:
a) bei der ungetreppten Wicklung;
b) bei der Treppenwicklung

man zur Unterscheidung von den im Anschluss betrachteten Wicklungen *ungetreppte Wicklungen*. Im Gegensatz dazu werden Wicklungen, bei denen y_1/u keine ganze Zahl ist, als *Treppenwicklungen* bezeichnet. Bild 3.2.13 erläutert die beiden Wicklungsformen. Bei der ungetreppten Wicklung können die Spulenseiten von u Spulen in Ober- und Unterschicht vor dem Einlegen gemeinsam isoliert werden. Bei Treppenwicklungen ist das nicht möglich. Dafür lässt sich bei letzteren die Kommutierung leichter beherrschen.

3.3

Analytische Behandlung

3.3.1

Luftspaltfeld

Das Feld des allein fließenden Erregerstroms bildet sich nach Bild 3.3.1 symmetrisch zur Polachse aus. Es kann quantitativ auf dem Weg bestimmt werden, der im Abschnitt 2.4.3.1 angegeben wurde. Man erhält die Feldform $B/B_{\max} = f(x)$. Der Mittelwert von B/B_{\max} innerhalb einer Polteilung wird entsprechend (2.4.6) als *ideeller Polbedeckungsfaktor*

$$\alpha_i = \frac{B_m}{B_{\max}}$$

eingeführt. Damit erhält man den Fluss, der im Bereich zwischen zwei benachbarten Bürsten durch die Ankeroberfläche tritt, als

$$\Phi_B = l_i \tau_p \alpha_i B_{\max} . \quad (3.3.1)$$

Für B_{\max} liefert ein Integrationsweg durch die Polmitte als Aussage des Durchflutungsgesetzes bei $\mu_{Fe} = \infty$ entsprechend (2.4.10)

$$B_{\max} = \frac{\mu_0}{\delta_{i0}} \Theta_p. \tag{3.3.2}$$

Wenn im Eisen Induktionen herrschen, die merkliche magnetische Spannungsabfälle hervorrufen, gilt nach (2.4.11)

$$B_{\max} = \frac{\mu_0}{\delta'_{i0}} (\Theta_p - V_{Fe0}). \tag{3.3.3}$$

Außerdem ändert sich unter dem Einfluss der magnetischen Spannungsabfälle im Eisen entsprechend den Überlegungen im Abschnitt 2.4.3.1 auch die Feldform und damit α_i . Analog zu (2.4.12) kann (3.3.3) linearisiert werden zu

$$B_{\max} = \frac{\mu_0}{\delta''_{i0}} \Theta_p. \tag{3.3.4}$$

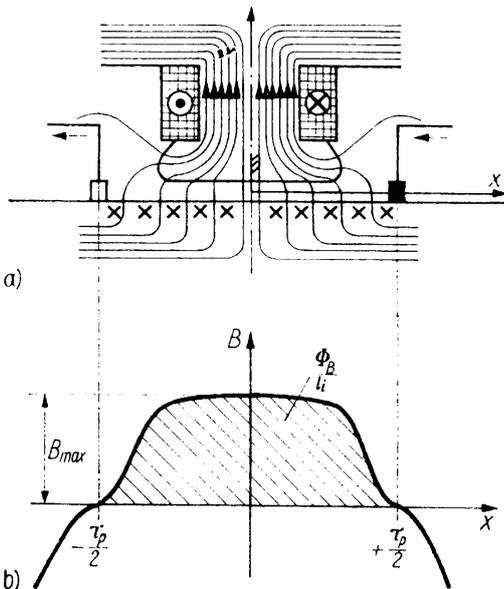


Bild 3.3.1 Feld des allein fließenden Erregerstroms:
 a) vorliegende Anordnung und prinzipieller Verlauf der Feldlinien;
 b) Induktionsverteilung $B(x)$

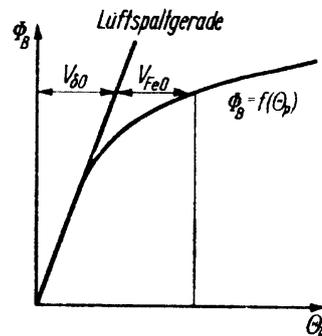


Bild 3.3.2 Magnetisierungskennlinie $\Phi_B = f(\Theta_p)$

Die Magnetisierungskennlinie $\Phi_B = f(\Theta_p)$ nach Bild 3.3.2 ist bei kleinen Werten der Durchflutung Θ_p eine Ursprungsgerade, die durch (3.3.1) und (3.3.2) beschrieben wird. Dabei dient Θ_p allein zur Deckung des magnetischen Spannungsabfalls $V_{\delta 0}$ über dem Luftspalt. Deshalb wird dieser lineare Anfangsverlauf auch als *Luftspaltgerade* bezeichnet. Mit wachsenden Induktionswerten treten die magnetischen Spannungsabfälle V_{Fe0} im Eisen zunehmend in Erscheinung und bewirken, dass $\Phi_B = f(\Theta_p)$ Sättigungscharakter zeigt.

Im Fall der permanenterregten Maschine tritt an die Stelle der Erregerdurchflutung die Wirkung des permanentmagnetischen Abschnitts im Magnetkreis (s. Bild 3.8.1). In dem permanentmagnetischen Abschnitt ist die magnetische Feldstärke H_m der magnetischen Induktion nach der Aufmagnetisierung stets entgegengerichtet. Die magnetische Spannung $V_m = h_m H_m$ des permanentmagnetischen Abschnitts der Höhe h_m ist also in Bezug auf die positive Zählrichtung für die Induktion bzw. den Fluss immer negativ. Der Permanentmagnet wirkt wie eine Spannungsquelle des magnetischen Kreises. Anstelle von (3.3.3) gilt bei permanenterregten Maschinen die Beziehung

$$B_{\max} = \frac{\mu_0}{\delta_{i0}} (-V_m - V_{Fc0}). \quad (3.3.5)$$

Man erhält eine analoge Feldform wie bei der elektrisch erregten Maschine.

Bei Belastung führt außer der Erregerwicklung auch der Anker Strom und ist damit am Aufbau des Gesamtfelds in der Maschine beteiligt.

Das *Feld des allein fließenden Ankerstroms* bildet sich nach Bild 3.3.3a schiefssymmetrisch zur Polachse bzw. symmetrisch zur Achse durch die Pollücke aus. Da der Anker ein rotationssymmetrisches Hauptelement ist, liegt es nahe, als Hilfsmittel zur Feldbestimmung zunächst die Durchflutungsverteilung zu betrachten, wie sie im Abschnitt 2.4.3.2 eingeführt wurde. Wenn dabei eine sehr große Nutenzahl angenommen bzw. der Einfluss der Nutung vernachlässigt wird, erhält man den dreieckförmigen Verlauf $\Theta = f(x)$ nach Bild 3.3.3b. Dieser liefert eine Induktionsverteilung, deren prinzipiellen Verlauf Bild 3.3.3c zeigt. Im Bereich konstanten Luftspalts entspricht die Form des Verlaufs $B(x)$ der des Verlaufs $\Theta(x)$. Im Gebiet der Pollücke entsteht eine Einsattelung.

Der Aufbau des Ankerfelds ist im Fall der Permanenterregung abhängig von der Gestaltung der Pole. Im häufigen Fall von an der Oberfläche der Pole angeordneten Permanentmagneten wird der Aufbau des Ankerfelds durch die geringe Permeabilität des permanentmagnetischen Abschnitts erschwert.

Das *gemeinsame Feld von Erregerwicklung und Anker* lässt sich aus der Überlagerung beider Komponenten gewinnen, solange $\mu_{Fc} = \text{konst.}$ bzw. $\mu_{Fc} = \infty$ gesetzt werden kann. Im Bild 3.3.4 ist diese Überlagerung durchgeführt worden.

Als *erste Folge der Ankerströme* lässt Bild 3.3.4 erkennen, dass das resultierende Feld im Vergleich zum Feld der Erregerwicklung in der Mitte der Pollücke nicht mehr durch null geht. Es ist also

$$B_w = B\left(\frac{\tau_p}{2}\right) = -B\left(-\frac{\tau_p}{2}\right) \neq 0.$$

In der Mitte der Pollücke befinden sich jedoch die Spulenseiten jener Ankerspulen, in denen die Stromwendung stattfindet und die dabei durch die Bürsten kurzgeschlossen sind.¹⁾ Damit werden in den kurzgeschlossenen Spulen herrührend vom Luftspaltfeld Spannungen induziert. Diese Spannungen treiben Kurzschlussströme an, die beim

1) Auf den Sachverhalt, dass die stromwendenden Spulen kurzgeschlossen sind, wird ausführlich nochmals im Abschnitt 3.3.5 eingegangen.

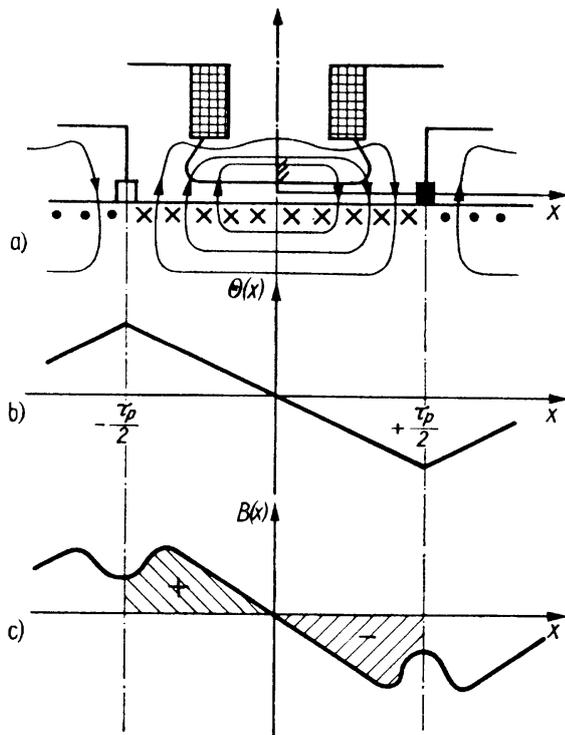


Bild 3.3.3 Feld des allein fließenden Ankerstroms.

- a) Anordnung und prinzipieller Verlauf der Feldlinien;
 b) Durchflutungsverteilung $\theta(x)$;
 c) Induktionsverteilung $B(x)$

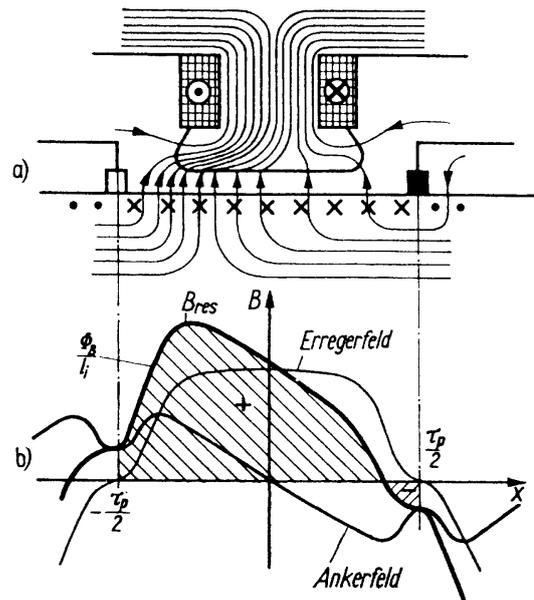


Bild 3.3.4 Überlagerung des Felds der Erregerwicklung mit dem Feld der Ankerwicklung bei $\mu_{Fe} = \infty$.

- a) Vorliegende Anordnung und prinzipieller Verlauf der Feldlinien;
 b) Induktionsverteilung $B(x)$

Auftrennen des Kurzschlusses unterbrochen werden und dabei einen Schaltlichtbogen zur Folge haben, der als Funken an der ablaufenden Bürstenskante wahrgenommen wird. Diese Erscheinung bezeichnet man als *Bürstenfeuer*. Auf der Grundlage der bisherigen Erkenntnisse ist also zu fordern, dass sich die Spulenseiten der kommutierenden Spulen in einem Gebiet befinden, in dem kein Luftspaltfeld existiert. Diese Forderung wird sich allerdings später als noch nicht hinreichend erweisen. Sie ist andererseits nach den bisherigen Betrachtungen nur im Leerlauf erfüllt (s. Bild 3.3.1). Um sie für jeden beliebigen Lastzustand, also für jeden beliebigen Ankerstrom zu erfüllen, werden die bereits im Abschnitt 3.2.3 erwähnten *Wendepole* vorgesehen. Das sind schmale Pole, die man in der Mitte der Pollücke anordnet. Im Bereich ihres Polbogens befinden sich die Spulenseiten der stromwendenden Ankerspulen. Damit das Luftspaltfeld in diesem Gebiet verschwindet, werden die Wendepole mit einer Wicklung versehen, die der Ankerstrom durchfließt. Die Stromrichtung und die Windungszahlen werden auf der Grundlage der bisherigen Überlegungen so gewählt, dass die Gesamtdurchflutung des Ankerstroms für den Integrationsweg IW im Bild 3.3.5a null wird. Dann verschwindet auch die Induktion im Wendepolluftspalt. In Fortsetzung von Bild 3.3.3 ist im Bild 3.3.5b die gemeinsame Induktionsverteilung des Ankers und der Wendepole und im Bild 3.3.5c als Fortsetzung von Bild 3.3.4 die resultierende Induktionsverteilung dargestellt, die unter Mitwirkung der Wendepole entsteht.

Als zweite Folge der Ankerströme erkennt man aus Bild 3.3.4b, dass das resultierende Feld im Vergleich zum Feld der Erregerwicklung verzerrt ist. Die Induktion ist im Bereich der einen Polschuhkante angestiegen und im Bereich der anderen gesunken. Diese Verzerrung wird auch durch die Wendepole nicht beseitigt, wie Bild 3.3.5c erkennen lässt. Da jedoch sowohl das Ankerfeld als auch das Wendepolefeld schiefsymmetrisch zur Polachse liegen (s. Bilder 3.3.3c und 3.3.5b), behält der Fluss Φ_B durch die Bürstenebene unabhängig von der Größe des Ankerstroms jenen Wert bei, den die Erregerwicklung allein liefert. Das gilt allerdings nur so lange, wie $\mu_{Fe} = \text{konst.}$ bzw. $\mu_{Fe} = \infty$ gesetzt werden kann und damit eine Überlagerung der Felder statthaft ist. Als Folge der Verzerrung des Luftspaltfelds werden in jenen Spulen, deren Spulenseiten sich im Gebiet der großen Induktionswerte befinden (s. Bild 3.3.5a), entsprechend (2.4.30) nach Maßgabe der gegenüber Leerlauf höheren Induktionswerte größere Spannungen induziert. Damit liegt zwischen benachbarten Kommutatorstegen, an die diese Spulen in irgendeiner Form angeschlossen sind, eine überhöhte Spannung. Es kann geschehen, dass ein Lichtbogen zwischen zwei Kommutatorstegen, der durch Bürstenfeuer eingeleitet wurde, aufrechterhalten wird. Er schiebt das Bürstenpotential in Rich-

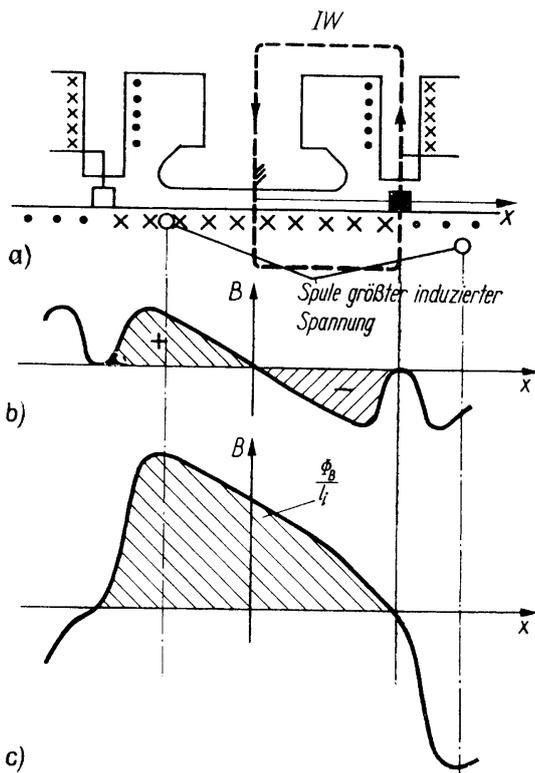


Bild 3.3.5 Wirkung der Wendepole.
a) Anordnung der Wendepole und Lage des Integrationswegs, für den die Durchflutung der Ankerströme verschwinden muss;
b) Induktionsverteilung der Ankerwicklung und der Wendepole;
c) resultierende Induktionsverteilung

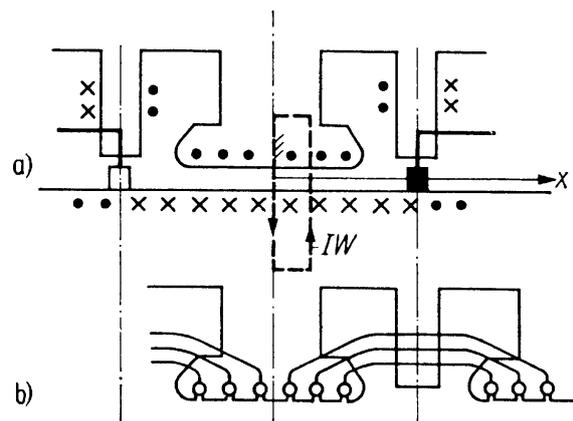


Bild 3.3.6 Einführung der Kompensationswicklung.
a) Erforderliche Anordnung und Durchlaufrichtung der Spulenseiten;
b) Verbindung der Spulenseiten zu Spulen

tung auf die andere Bürste vor, bis schließlich ein Lichtbogen zwischen den beiden Bürsten gezündet ist. Diese Erscheinung wird als *Rundfeuer* bezeichnet. Um die Feldverzerrung und ihre Folgen zu vermeiden, muss das Ankerfeld nicht nur im Gebiet der Pollücke aufgehoben werden, sondern auch im Bereich des Polbogens. Dazu dient die bereits im Abschnitt 3.2.3 erwähnte *Kompensationswicklung*. Sie ist in Nuten der Polschuhe der Hauptpole untergebracht und wird so vom Ankerstrom durchflossen, dass die gemeinsame Durchflutung von Ankerwicklung und Kompensationswicklung für alle Werte von x innerhalb des Polbogens verschwindet. Diese Durchflutung ist also für jeden Integrationsweg IW im Bild 3.3.6a null. Durch den Einbau der Kompensationswicklung reduziert sich die Windungszahl der Wendepole, da die Ströme der Kompensationswicklung bereits zum Verschwinden der Durchflutung für den Integrationsweg nach Bild 3.3.5a beitragen. Das gemeinsame Feld, das von der Erregerwicklung, der Anker- und Wendepolwicklung sowie der Kompensationswicklung aufgebaut wird, hat praktisch wieder die im Bild 3.3.1 dargestellte Form.

Während die Wendepolwicklung – von Kleinmaschinen und den meisten Gleichstrom-Stellmotoren abgesehen – stets vorgesehen wird, bleibt der Einbau der Kompensationswicklung auf große Maschinen und auf solche beschränkt, an die hinsichtlich des Vermeidens der Feldverzerrung besondere Anforderungen gestellt werden. Nach Möglichkeit wird auf den Einbau verzichtet, da er Schwierigkeiten bereitet. Entsprechend der erforderlichen Stromrichtung, die in jedem Polschuh entgegengesetzt zur Stromrichtung im zugehörigen Ankerbereich ist, können sich die Spulen der Kompensationswicklung nur über die Pollücken schließen, wie Bild 3.3.6b zeigt. Sie lassen sich dementsprechend erst einlegen, nachdem der Ständer einschließlich des Einbaus der Erregerwicklung und der Wendepolwicklung fertig montiert ist.

Als *dritte Folge der Ankerströme* kommt es unter dem Einfluss der realen Eiseneigenschaften im Zusammenhang mit der Feldverzerrung auch zu einer Feldschwächung. Man bezeichnet diese Erscheinung als *Feldschwächung durch Ankerrückwirkung*. Wie die schematische Darstellung des resultierenden Felds von Erreger- und Ankerwicklung im Bild 3.3.4a erkennen lässt, erhält man im Gebiet mit hohen Luftspaltinduktionen auch hohe Induktionswerte in den dort befindlichen Ankerzähnen. Entsprechend der nichtlinearen B - H -Kennlinie des Eisens müssten in diesen Zähnen sehr hohe magnetische Feldstärken herrschen. Die Folge wären große magnetische Spannungsabfälle über den Zähnen. Dieser Mehrbedarf an magnetischer Spannung ist jedoch nicht vorhanden. Deshalb muss die Luftspaltinduktion so weit absinken, dass der gesamte magnetische Spannungsabfall über dem Luftspalt und den Zähnen jenen Wert annimmt, der bei $\mu_{\text{Fe}} = \infty$ allein für den Luftspalt zur Verfügung stand. Die hohen Induktionswerte an der linken Polschuhkante im Bild 3.3.4b werden also abgebaut (Bild 3.3.7). Demgegenüber vergrößern sich die niedrigen Induktionswerte an der anderen Polschuhkante kaum, da das Eisen der Läuferzähne dort so wenig gesättigt ist, dass der Spannungsabfall über den Zähnen gering bleibt. Dadurch wird der Fluss Φ_{B} durch die Bürstenebene insgesamt um $\Delta\Phi_{\text{B}}$ verkleinert (Bild 3.3.7). Die Ankerströme wirken

also indirekt auf den Fluss zurück, den der Erregerstrom durch die Bürstenebene treibt. Es kommt zu einer gewissen Ankerrückwirkung. Dabei wird der Fluss Φ_B stets verkleinert, unabhängig davon, welche Richtung der Ankerstrom hat. Die Flussverkleinerung kann sich sehr unangenehm auf das Betriebsverhalten der Maschine auswirken, wie im Abschnitt 3.4.2.2 gezeigt werden wird. Im Bild 3.3.8 ist der prinzipielle Einfluss des Ankerstroms auf die Magnetisierungskennlinie $\Phi_B = f(\Theta_p)$ angedeutet. Er ist bei gegebenem Ankerstrom um so größer, je kleiner die Erregerdurchflutung Θ_p gemacht wird. Dadurch ist die Feldschwächung durch Verkleinern des Erregerstroms, die zur Drehzahlstellung Verwendung findet (s. Abschnitte 3.4.2.3 und 3.4.3), nach unten begrenzt. Gleichstrommotoren, für die ein großer Feldstellbereich zugelassen ist, benötigen deshalb oberhalb einer gewissen Leistung eine Kompensationswicklung. Andererseits bewirkt eine Kompensationswicklung, dass der Ankerkreis bei einem bestimmten Ankerstrom eine kleinere Flussverkettung aufweist, d.h. die Induktivität des Ankerkreises wird kleiner. Die Induktivität des Ankerkreises bewirkt jedoch, dass die Stromwelligkeit bei *Speisung* des Gleichstrommotors über einen gesteuerten Gleichrichter verringert wird. Dieser Sachverhalt spricht gegen den Einsatz einer Kompensationswicklung.

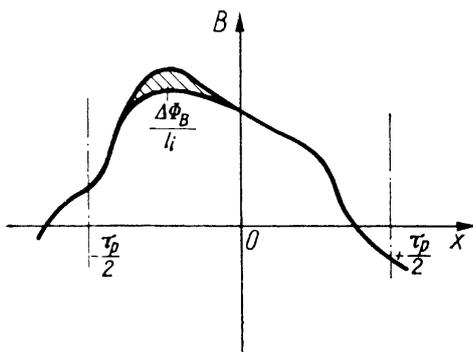


Bild 3.3.7 Zur Feldschwächung durch Ankerrückwirkung infolge unterschiedlicher Sättigung der Ankerzähne

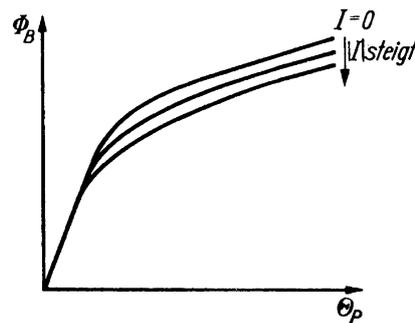


Bild 3.3.8 Einfluss des Ankerstroms I auf die Magnetisierungskennlinie $\Phi_B = f(\Theta_p)$ aufgrund der Feldschwächung durch Ankerrückwirkung infolge unterschiedlicher Sättigung der Ankerzähne

3.3.2

Spannungsinduktion im Kommutatoranker

Im Bild 3.3.9 ist ein Ankerzweig eines Kommutatorankers dargestellt. Dabei wurde aus Gründen der leichteren Überschaubarkeit von einer Schleifenwicklung ausgegangen. Für Wellenwicklungen erhält man prinzipiell das gleiche Ergebnis; es ist lediglich erforderlich, den Durchlauf der Wicklung durch alle p Polpaare der Maschine zu verfolgen. Die Spulen sollen für die folgenden Untersuchungen als ungesehnt angesehen werden ($W = \tau_p$, s. Abschnitt 2.4.2). Sie sind hintereinandergeschaltet und werden über die Bürsten kommend in der angegebenen Weise durchlaufen. Die herrührend

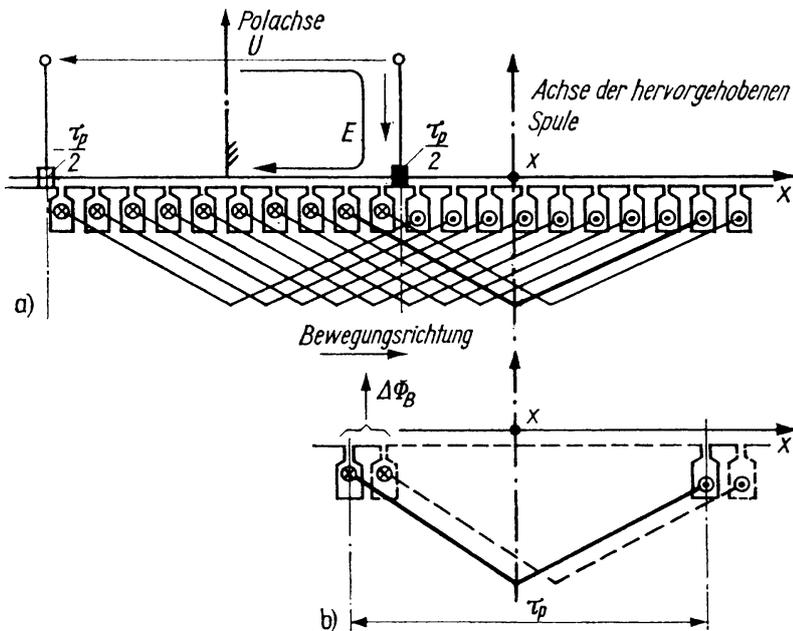


Bild 3.3.9 Zur Spannungsinduktion im Kommutatoranker.
 a) Darstellung eines Ankerzweigs einer realen Kommutatorwicklung (Schleifenwicklung mit $u = 1$);
 b) Betrachtung einer Spule während der Bewegung um eine Nutteilung.
 \otimes , \odot durch Zusammenschaltung gegebener Durchlaufsinne

vom Luftspaltfeld induzierte Spannung einer einzelnen Spule erhält man über (2.4.30). Da das Feld im Koordinatensystem des Ständers zeitlich konstant ist und stets die Symmetrieeigenschaft $B(x + \tau_p) = -B(x)$ aufweist (s. Bilder 3.3.1, 3.3.4 und 3.3.5), geht (2.4.30) für eine Spule an der Stelle x über in

$$e_{\delta \text{ sp}} = 2w_{\text{sp}} l_i v B \left(x - \frac{\tau_p}{2} \right). \quad (3.3.6)$$

Dabei ist die Spannung voraussetzungsgemäß positiv in Bezug auf die Rechtschraubenzuordnung zur Spulenachse gezählt. Aufgrund der Hintereinanderschaltung der Spulen des Zweigs erhält man die gesamte induzierte Spannung e_{δ} als vorzeichenbehaftete Summe der Spulenspannungen in Bezug auf den Durchlaufsinne. Da dieser entsprechend Bild 3.3.9 entgegengesetzt zum Rechtsschraubenzählsinn bezüglich der Spulenachsen verläuft, wird

$$e_{\delta} = -2w_{\text{sp}} l_i v \sum_{\nu} B \left(x_{\nu} - \frac{\tau_p}{2} \right). \quad (3.3.7)$$

Diese Spannung ist nach Maßgabe des Zeitverlaufs von $\sum B(x_{\nu} - \tau_p/2)$ zeitlich veränderlich, d.h. nach Maßgabe des Zeitverlaufs der Summe der Induktionen im Luftspalt an den Stellen der linken Spulenseiten, wie er sich bei Bewegung mit konstanter Drehzahl ergibt. Nach Durchlaufen einer Nutteilung wird man jedoch jeweils wieder die gleiche Spannung beobachten, da dann wieder die gleiche Leiterverteilung

vorliegt. Es sind lediglich u Spulen auf der rechten Seite aus dem Wicklungszweig herausgenommen und dafür auf der linken Seite u neue Spulen hineingeschaltet worden. Die induzierte Spannung des Ankerkreises, die über die Bürsten von außen her beobachtet wird, ist demnach eine pulsierende Gleichspannung (Bild 3.3.10), deren Wechselanteil die Nutfrequenz $f_n = Nn$ besitzt und wesentlich kleiner geworden ist als im Bild 3.2.2c für die dort betrachtete primitive Anordnung.

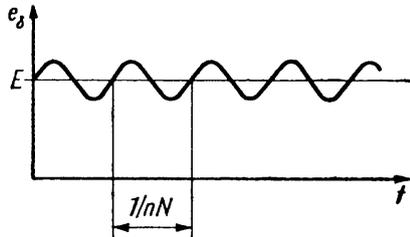


Bild 3.3.10 Prinzipieller Verlauf der induzierten Spannung eines realen Kommutatorankers (vgl. Bild 3.2.2c)

Den Gleichanteil E der induzierten Spannung erhält man als Mittelwert während der Bewegung um eine Nutteilung. Dazu liefert eine Spule, die im Bild 3.3.9b nochmals gesondert dargestellt ist, mit $v = dx/dt$, $T = 1/Nn$ und $e_{\delta_{sp}}$ nach (3.3.6) unter Beachtung des Durchlaufsinns den Beitrag

$$\Delta E_{sp} = \frac{1}{T} \int_0^T e_{\delta_{sp}} dt = -Nn2w_{sp}l_i \int_0^{\tau_n} B \left(x - \frac{\tau_p}{2} \right) dx = -Nn2w_{sp}\Delta\Phi_B.$$

Dabei ist

$$\Delta\Phi_B = l_i \int_0^{\tau_n} B \left(x - \frac{\tau_p}{2} \right) dx$$

der Fluss, der in jenem Bereich den Anker verlässt, den die linke Spulenseite durchläuft. Im Bereich einer Nutteilung sind mehrere Spulen hintereinandergeschaltet. Man erhält ihre Windungszahl w_n ausgehend von der insgesamt zwischen zwei Bürsten hintereinanderliegenden Windungszahl w zu $w_n = w2p/N$. Damit wird die mittlere Spannung der im Bereich einer Nutteilung hintereinandergeschalteten Windungen $\Delta E_n = -Nn2w_n\Delta\Phi_B = -4w_pn\Delta\Phi_B$. Über die Bürsten gesehen erhält man dann als mittlere induzierte Spannung des Ankers

$$E = \sum \Delta E_n = -4w_pn \sum \Delta\Phi_B = -4w_p\Phi_Bn, \quad (3.3.8)$$

wobei $\Phi_B = \sum \Delta\Phi_B$ der Fluss ist, der im Bereich der nach hinten durchlaufenen Spulenseiten des Zweigs durch die Ankeroberfläche nach außen tritt. Für eine gegebene Maschine ist $4w_p$ eine Konstante, so dass sich (3.3.8) auch darstellen lässt als

$$E = -c\Phi_Bn. \quad (3.3.9)$$

Die Konstante

$$c = 4wp = z \frac{p}{a} \quad (3.3.10)$$

wird als *Maschinenkonstante* der Gleichstrommaschine bezeichnet; z ist dabei die Gesamtzahl aller Ankerleiter. Mit der Vorzeichenfestlegung, die bei der Ableitung der Beziehung für die induzierte Spannung des Kommutatorankers getroffen wurde, gilt (3.3.9) für eine Zuordnung der Zählpfeile für U , I , E und Φ_B , wie sie im Bild 3.3.11 nochmals festgehalten ist.

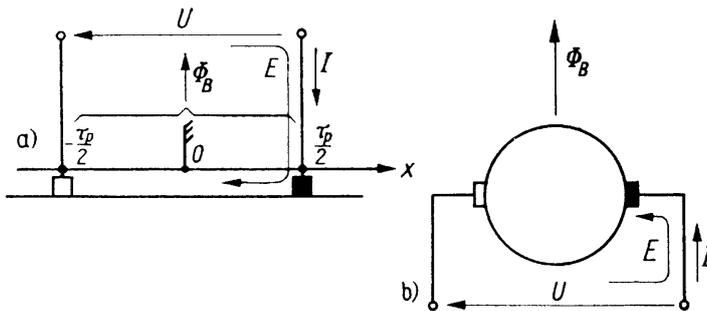


Bild 3.3.11 Zuordnung der positiven Zählrichtungen, die der Behandlung des Kommutatorankers zugrunde liegen:
a) für ein Bürstenpaar allgemein; b) für die zweipolige Ausführung

3.3.3

Spannungsgleichung des Ankerkreises

Die Spannungsgleichung des Ankerkreises folgt aus der allgemeinen Gleichung (2.4.24) mit (3.3.9) zu

$$U = RI - E = RI + c\Phi_B n \quad (3.3.11)$$

Dabei ist R der Widerstand des Ankerkreises, der vor allem den Widerstand der Ankerwicklung, aber auch den Bürstenübergangswiderstand und einen gegebenenfalls im Ankerkreis innerhalb der Maschine vorhandenen weiteren Widerstand enthält. Aus (3.3.11) ist ersichtlich, dass die Klemmenspannung U in erster Näherung die induzierte Spannung E und damit das Produkt $\Phi_B n$ festlegt. Dadurch bestimmt der Fluss bei vorgegebener Drehzahl die Klemmenspannung und bei vorgegebener Klemmenspannung die Drehzahl.

3.3.4

Drehmoment

Das Drehmoment erhält man unter Vernachlässigung des Einflusses der Reibungs- und Ummagnetisierungsverluste unmittelbar über die mechanische Leistung nach

(2.2.35) durch Einführen der induzierten Spannung nach (3.3.9) zu

$$M = \frac{P_{\text{mech}}}{2\pi n} = -\frac{EI}{2\pi n} = \frac{c}{2\pi} \Phi_B I. \quad (3.3.12)$$

3.3.5

Kommutierung

Bereits bei der Entwicklung des Kommutatorankers im Abschnitt 3.2.2 ist festgestellt worden, dass die einzelnen Spulen umgepolt werden, wenn sie von einem Ankerzweig in den anderen wechseln. Dieses Umpolen ist erforderlich, damit die gewünschte pseudostationäre Wicklung entsteht. Es bewirkt, dass der Strom einer Spule zwischen dem positiven und dem negativen Wert des Zweigstroms $I/2a$ wechselt, wenn im äußeren Ankerkreis der Gleichstrom I fließt und die Wicklung $2a$ parallele Zweige aufweist. Der Vorgang der Umkehr der Stromrichtung wird als Kommutierung bezeichnet (s. auch Abschnitt 3.2.2). Es entsteht als zeitlicher Verlauf des Spulenstroms ein nichtsinusförmiger Wechselstrom, wie Bild 3.3.12 zeigt (vgl. auch Bild 3.2.2c). Seine Grundschwingung hat die Frequenz pn . Im Bild 3.3.13a ist nochmals dargestellt, wie sich der Bürstenstrom auf die beiden Ankerzweige einer eingängigen Schleifenwicklung aufteilt. Bild 3.3.13b zeigt eine schematische Darstellung, die vielfach in der Literatur verwendet wird. Die Pfeile im Bild 3.3.13 kennzeichnen hier die tatsächliche Stromrichtung, wenn ein positiver Strom über die Bürsten fließt. Durch die Bewegung des Läufers laufen die Spulen aus dem linken Ankerzweig in den rechten. Dabei muss sich die Richtung des Stroms in der einzelnen Spule bzw. Spulenseite umkehren. Während der Kommutierung ist der Strom der betrachteten Spule nicht mehr gleich dem Strom in dem einen oder dem anderen Ankerzweig. Das bedeutet, dass im Bereich zwischen der betrachteten Spule und einer nichtkommutierenden Spule Strom zu- oder abgeflossen sein muss. Das wiederum ist nur möglich, wenn auf beiden Kommutatorstegen, an die diese Spule angeschlossen ist, Bürsten aufsitzen. Bei der Schleifenwicklung wird diese Funktion von ein und derselben Bürste übernommen (s. Bild 3.3.13). Bei der Wellenwicklung geschieht es durch zwei benachbarte Bürsten gleicher Polarität,

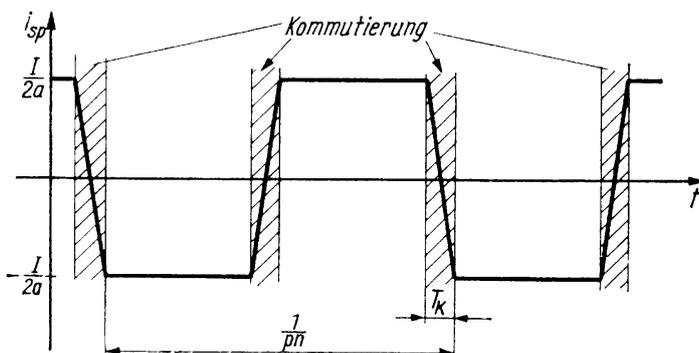


Bild 3.3.12 Zeitlicher Verlauf des Stroms i_{sp} in einer Spule des Kommutatorankers

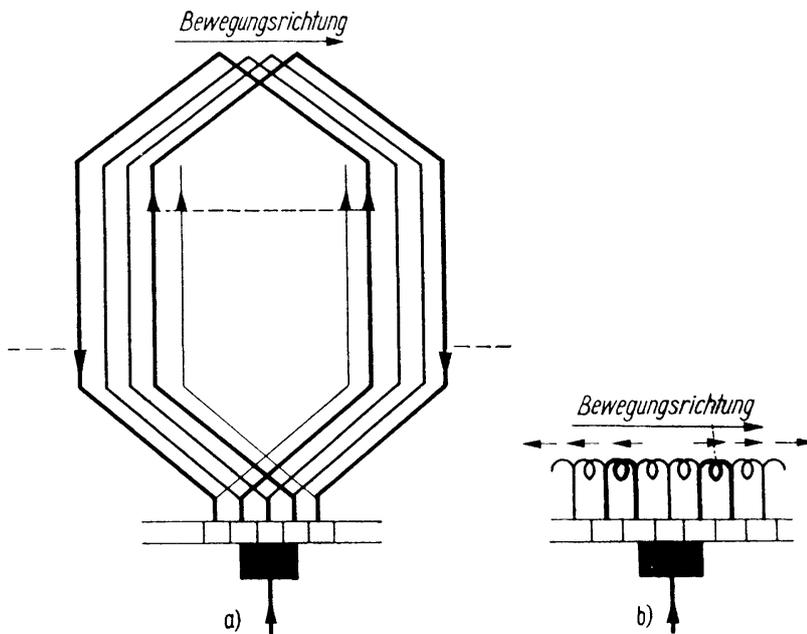


Bild 3.3.13 Aufteilung des Bürstenstroms bei einer eingängigen Schleifenwicklung:
 a) tatsächliche Ausführung der Wicklung; b) schematische Darstellung.
 Die Zählpfeile sind hier so eingeführt, dass alle Ströme bei positivem Bürstenstrom positiv werden

die stets miteinander verbunden sind (s. Bild 3.2.11). Allgemein ist also festzustellen, dass eine Spule während ihrer Kommutierung durch die Bürsten kurzgeschlossen ist.

Im Bild 3.3.13 sind jene beiden Spulen der zwei Ankerzweige besonders hervorgehoben, die, von der Bürste aus gesehen, als erste wieder den vollen Ankerzweigstrom führen. Die Dauer des Kommutierungsvorgangs in einer Spule kann damit höchstens gleich der Dauer ihres Kurzschlusses sein, wie er entsprechend den geometrischen Verhältnissen von Kommutator und Bürsten zu erwarten ist. Diese Zeit wird als *theoretische Kommutierungszeit* T_k bezeichnet. Da die leitende Verbindung zwischen Kommutatorsteg und Bürste nicht sofort mit dem Auflaufen der Bürste auf den Steg hergestellt wird, ist die praktische Kommutierungszeit i. Allg. kleiner als T_k .

Im Bild 3.3.12 wurde angenommen, dass sich der Spulenstrom während der Kommutierung linear ändert. Dieser Sonderfall des Stromverlaufs wird als *lineare Kommutierung* bezeichnet. Der reale Verlauf weicht beträchtlich davon ab. Im Prinzip bestehen dabei zwei Möglichkeiten: Der Spulenstrom ändert sich am Beginn der Kommutierung zu langsam, so dass er am Ende des Kurzschlusses noch nicht den neuen Zweigstrom erreicht hat, oder er ändert sich am Anfang zu schnell, so dass er am Ende des Kurzschlusses bereits größer ist als der neue Zweigstrom. Im ersten Fall spricht man von *verzögerter Kommutierung* oder auch *Unterkommutierung* und im zweiten von *beschleunigter Kommutierung* oder *Überkommutierung* (Bild 3.3.14). In beiden Fällen muss im Augenblick der Aufhebung des Spulenkurzschlusses, d.h. wenn der erste der beiden Kommutatorstege, mit denen die betrachtete Spule ver-

bunden ist, aus dem Bereich der Bürstenbedeckung herausläuft, quasi sprunghaft der richtige Stromzustand hergestellt werden. Da sich proportional mit dem Strom die Streufelder der betrachteten Spule ändern, ist dort unmittelbar vor Beendigung der Stromwendung eine andere magnetische Energie gespeichert als unmittelbar nachher. Der Ausgleich dieser Energiedifferenzen erfolgt über einen Lichtbogen, der zwischen der Bürstenkante und dem abschaltenden Kommutatorsteg entsteht. Dieses Bürstenfeuer²⁾ an der ablaufenden Bürstenkante führt einerseits zum Abbau von Partikeln der Bürste und greift andererseits die Kommutatoroberfläche an.

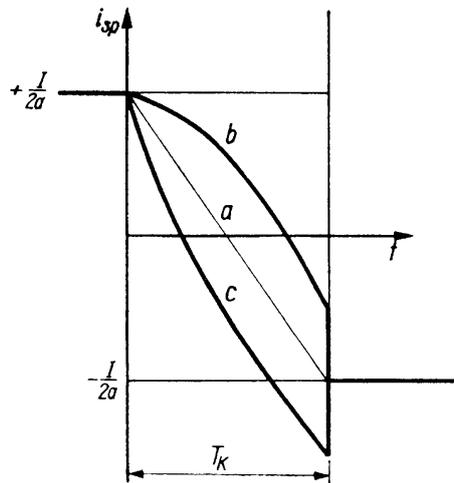


Bild 3.3.14 Verlauf des Spulenstroms i_{sp} während der Kommutierung:
a) bei linearer Kommutierung;
b) bei verzögerter Kommutierung (Unterkommutierung);
c) bei beschleunigter Kommutierung (Überkommutierung)

Der Verlauf des Spulenstroms $i_{sp}(t)$ während der Kommutierung wird im Wesentlichen durch das Strom-Spannungs-Verhalten der Grenzschicht zwischen Bürste und Kommutator sowie die während der Kommutierung in der Spule induzierte Spannung bestimmt. Der Einfluss des Spulenwiderstands ist gering, wenn man von Kleinmaschinen absieht. Die während der Kommutierung in einer Spule induzierte Spannung setzt sich entsprechend (2.4.27) aus zwei Anteilen zusammen. Den Anteil des Luftspaltfelds erhält man aus (2.4.30), wobei der transformatorische Anteil $-w_{sp} \partial\Phi_{sp}/\partial t$ bei der Gleichstrommaschine entfällt. Es existiert nur der Rotationsanteil. Damit wird unter Beachtung des Anteils des Streufelds nach (2.4.31)

$$e_{sp} = e_{\sigma sp} + e_{\delta sp} = -\frac{d\Psi_{\sigma sp}}{dt} - w_{sp} l_i v \left[B\left(x_{sp} + \frac{\tau_p}{2}\right) - B\left(x_{sp} - \frac{\tau_p}{2}\right) \right]. \quad (3.3.13)$$

Der Rotationsanteil wird bei Maschinen ohne Wendepole als *Querfeldspannung* und bei Maschinen mit Wendepolen als *Wendefeldspannung* e_w bezeichnet. Der Anteil der Streufelder heißt *Reaktanzspannung* oder *Stromwendespannung* e_{σ} . Er rührt von der betrachteten Spule selbst und von den kommutierenden Nachbarspulen her. Wenn man den Einfluss der Nachbarspulen im vorliegenden Rahmen vernachlässigt und die Symmetrieeigenschaft $B(x + \tau_p) = -B(x)$ berücksichtigt, folgt aus (3.3.13) unter

2) Auf die Erscheinung des Bürstenfeuers war bereits im Abschnitt 3.3.1 hingewiesen worden.

Einführung der Streuinduktivität L_σ der kommutierenden Spule

$$e_{\text{sp}} = -L_\sigma \frac{di_{\text{sp}}}{dt} - 2w_{\text{sp}} l_i v B \left(x_{\text{sp}} + \frac{\tau_p}{2} \right) = e_\sigma + e_w. \quad (3.3.14)$$

Die *Reaktanzspannung* e_σ ist nach (3.3.14) proportional der zeitlichen Änderung des Stroms in der betrachteten Spule. Als Maß für die zu erwartende Größe dieser Spannung wird der Betrag verwendet, der bei linearer Stromwendung entstehen würde (s. Bild 3.3.14, Kurve a). Dabei ändert sich der Spulenstrom linear von $+I/2a$ auf $-I/2a$, so dass

$$\frac{di_{\text{sp}}}{dt} = -\frac{I}{aT_k}$$

wird. Wenn der Kurzschluss einer Spule so lange besteht, wie der mit der Drehzahl n rotierende Läufer benötigt, um β_k Lamellen weiterzulaufen, ergibt sich die theoretische Kommutierungszeit zu

$$T_k = \frac{1}{kn} \beta_k, \quad (3.3.15)$$

und man erhält für die Reaktanzspannung

$$e_\sigma = L_\sigma \frac{k}{a\beta_k} nI. \quad (3.3.16)$$

Sie wächst mit der Drehzahl und dem Ankerstrom. In der gleichen Abhängigkeit wird sich demnach die Kommutierung verschlechtern.

Die *Querfeld- bzw. Wendefeldspannung* e_w ist nach (3.3.14) proportional der Luftspaltinduktion $B(x_{\text{sp}} + \tau_p/2)$, die an jener Stelle herrscht, wo sich die rechte Spulenseite der betrachteten Spule während der Stromwendung befindet. Das Feld in diesem Gebiet ist ohne Vorhandensein von Wendepolen das Ankerquerfeld. Wenn Wendepole ausgeführt sind, ist es das Feld im Luftspalt der Wendepole. Nimmt man an, dass die Induktion innerhalb der Wendezone den konstanten Wert $B_w = B(\tau_p/2)$ besitzt³⁾, so kann die Wendefeldspannung mit $v = D\pi n$ geschrieben werden als

$$e_w = -2w_{\text{sp}} l_i D\pi n B_w. \quad (3.3.17)$$

Beide Anteile der in der Spule induzierten Spannung nach (3.3.14) sind von Natur aus, d. h. ohne das Vorhandensein von Wendepolen, so gerichtet, dass sie die Stromrichtung in der Spule aufrechtzuerhalten suchen, die vor der Kommutierung herrschte. Im Bild 3.3.15 wird diese Erscheinung erläutert. Dabei sind zwei Feldlinien des Luftspaltfelds sowie die Streufelder zweier Spulen a und b angedeutet. Eine Spule wird in Bezug auf ihre Achse in der Lage a von einem positiven Fluss durchsetzt und in der Lage b von einem negativen. Wenn sich der Läufer mit der Geschwindigkeit v_1 bewegt, ändert sich die Flussverkettung einer Spule, die von der Lage a in die Lage b übergeht, von einem positiven auf einen negativen Wert; $d\psi/dt$ ist demnach negativ. Es wird in Bezug auf

3) Dabei ist ohne das Wirken von Wendepolen $B_w < 0$ (s. auch Bild 3.3.15).

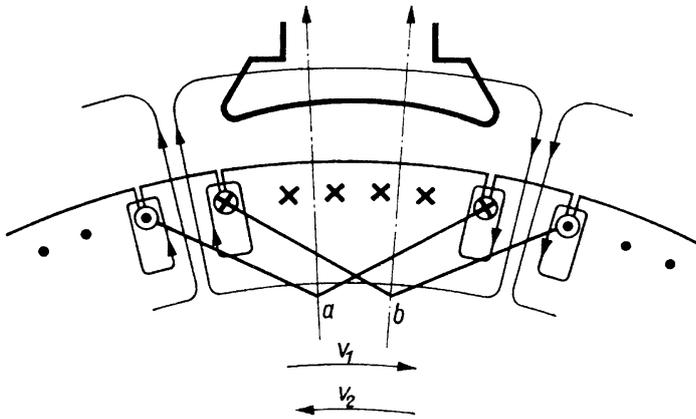


Bild 3.3.15 Zur Spannungsinduktion in einer kommutierenden Ankerspule ohne Wirken der Wendepole

die Rechtsschraubenzuordnung zur Spulenchse eine positive Spannung induziert. Das ist eine Spannung, die im Sinne des Aufrechterhaltens der ursprünglichen Stromrichtung in der Spule wirkt, d.h. jener Stromrichtung, die sie in der Lage a besaß. Bei Bewegung mit der Geschwindigkeit v_2 wird $d\Psi/dt$ einer Spule, die von der Lage b in die Lage a übergeht, positiv. Es wird eine negative Spannung induziert. Das ist wiederum eine Spannung, die im Sinne des Aufrechterhaltens der ursprünglichen Stromrichtung in der Spule wirkt, d.h. jetzt im Sinne der Stromrichtung, die in der Lage b vorlag.

Die Überlegungen im Abschnitt 3.3.1 hinsichtlich der Dimensionierung der Wendepolwicklung beschränkten sich darauf, zu erreichen, dass der Anteil der Querspannung verschwindet. Damit ist jedoch noch eine endliche Reaktanzspannung vorhanden, die nach wie vor eine verzögerte Kommutierung zur Folge hat. Um diese aufzuheben, ist es erforderlich, die Wendepolwicklung mit einer etwas größeren Windungszahl zu dimensionieren, als zum Aufheben des Ankerfelds notwendig ist. Es entsteht ein Feld im Wendepolluftspalt, das die umgekehrte Richtung aufweist wie das ursprüngliche Ankerfeld ($B_w > 0$). In diesem Feld wird – auf der Ebene der Spannungen betrachtet – durch Rotation eine Spannung induziert, die beschleunigend auf die Kommutierung wirkt und den verzögernden Einfluss der Reaktanzspannung kompensiert. Im Bild 3.3.16 ist die Anordnung von Bild 3.3.15 mit Wendepolen versehen worden, deren stromdurchflossene Leiter angedeutet sind. Die Windungszahl wurde

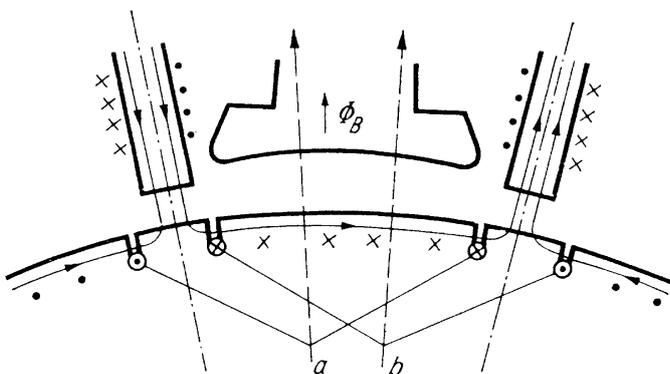


Bild 3.3.16 Zur Spannungsinduktion in einer kommutierenden Ankerspule unter Mitwirken der Wendepole

dabei so erhöht, dass das Ankerfeld nicht nur verschwindet, sondern ein entgegengerichtetes Wendefeld aufgebaut wird. Dieses Wendefeld kompensiert – auf der Ebene der Felder betrachtet – die Streuflussverkettung der Spule sowohl in der Lage a als auch in der Lage b . Bei der Bewegung von a nach b oder umgekehrt wird die mittlere Änderung der Flussverkettung null. Damit wird im Mittel keine Spannung induziert.

Im Abschnitt 2.3.1.1 war bereits darauf hingewiesen worden, dass es mit Rücksicht auf die Beherrschung der Kommutierung während rascher Änderungen des Ankerstroms erforderlich ist, den magnetischen Kreis der Gleichstrommaschine auch im Ständer zu lamellieren, obwohl dort im stationären Betrieb zeitlich konstante Felder herrschen. Die Erklärung hierfür lässt sich nunmehr aus den vorstehenden Betrachtungen ableiten. Wenn sich der Ankerstrom ändert, folgt ihm praktisch unverzögert das Streufeld des Ankers, das sich über das Läuferblechpaket und die Nutschlitze schließt und für die Stromwendespannung in den stromwendenden Spulen verantwortlich ist. Für das Luftspaltfeld, das dieses Streufeld kompensieren muss, ändert sich zwar mit dem Strom die maßgebende Durchflutung, aber der Fluss durch die Wendepole kann dem, wenn der magnetische Kreis massiv ausgeführt ist und damit wie eine Kurzschlusswindung um den Wendepol wirkt, nur verzögert folgen. Damit wird das Streufeld vorübergehend nicht kompensiert, es kommt zur Induktion von Spannungen in den stromwendenden Spulen, damit zur verzögerten Stromwendung und schließlich zu Bürstenfeuer.

Neben der Spannung, die während der Kommutierung in einer Spule induziert wird, übt das Strom-Spannungs-Verhalten des Übergangs von der Kohlebürste zu den Kommutatorstegen einen wesentlichen Einfluss auf den Kommutierungsvorgang aus. Dadurch erklärt sich die Abhängigkeit der Kommutierungsgüte von der Wahl der Bürstensorte.

3.4

Gleichstrommaschinen mit Fremd-, Nebenschluss- und Permanenterregung

Gleichstrommaschinen mit Fremd-, Nebenschluss- und Permanenterregung ist gemeinsam, dass sich der das Betriebsverhalten bestimmende Fluss Φ_B durch die Bürstenebene bei Vernachlässigung des Einflusses der Ankerrückwirkung nur nach Maßgabe des Erregerstroms verändern lässt und nicht ursächlich vom Ankerstrom bestimmt wird. Eine derartige Änderung tritt bei der permanenterregten Maschine überhaupt nicht und bei der fremderregten Maschine nur dann auf, wenn der Erregerstrom von außen gestellt wird. Bei der Nebenschlussmaschine ist die Erregerstromspannung durch die Ankerspannung gegeben. Wenn diese Maschine an einem starren Netz betrieben wird, bleibt der Erregerstrom ebenfalls konstant bzw. kann nur von außen mit Hilfe eines Vorwiderstands zur Erregerwicklung beeinflusst werden. Lediglich dann, wenn die Nebenschlussmaschine nicht an einem Netz starrer Spannung arbeitet, ändert sich

der Erregerstrom und damit der Fluss Φ_B mit der Ankerspannung. Dieser Fall tritt offensichtlich beim Generatorbetrieb der Nebenschlussmaschine auf einen passiven Verbraucher auf.

3.4.1

Betriebsverhalten als Generator bei konstanter Drehzahl

Gleichstromgeneratoren werden heute kaum noch hergestellt. Sie sind allerdings noch in älteren Anlagen anzutreffen. Die folgenden Ausführungen sollen deshalb wenigstens ein gewisses Verständnis für das Verhalten der Gleichstrommaschine als Generator vermitteln.

3.4.1.1 Prinzipielle Wirkungsweise

Die untersuchte Gleichstrommaschine soll mit einem starren Antrieb gekuppelt sein, d.h. mit einer Arbeitsmaschine, deren Drehzahl unabhängig von Größe und Richtung des Energieflusses konstant bleibt. Man kann sich dieses Verhalten durch eine entsprechende Regeleinrichtung hervorgerufen denken. Der starre Antrieb auf der mechanischen Seite ist das Gegenstück zum starren Netz auf der elektrischen Seite. Praktisch ist er ebenso wie das starre Netz nur näherungsweise zu realisieren. Im Allgemeinen sinkt die Drehzahl der Arbeitsmaschine etwas ab, wenn ihr über die Welle mechanische Leistung entzogen wird (z. B. Kurve a im Bild 2.2.8).

Auf der elektrischen Seite ist ein beliebiger Zweipol B an die Ankerklemmen angeschlossen (Bild 3.4.1). Dieser Zweipol ist im einfachsten Fall passiv und weist den Widerstand R_B auf. Die Energie kann dann nur von der mechanischen zur elektrischen Seite der Maschine fließen; es herrscht stets Generatorbetrieb. Wenn der passive Zweipol die Erregerwicklung einer anderen elektrischen Maschine darstellt, arbeitet die betrachtete Gleichstrommaschine als sog. *Erregermaschine*. Gleichstrom-

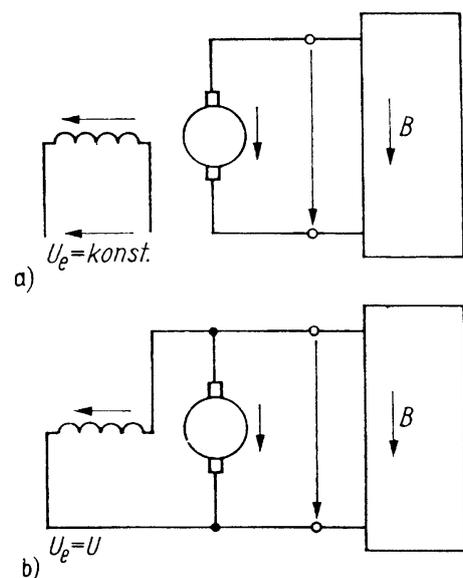


Bild 3.4.1 Ausführungsformen des Gleichstromgenerators:

a) fremderregter Gleichstromgenerator;

b) selbsterregter Gleichstrom-Nebenschlussgenerator

Erregermaschinen sind heute weitgehend durch leistungselektronische Einrichtungen ersetzt, die aus einem Drehstromnetz oder einem Drehstromgenerator als Drehstrom-Erregermaschine gespeist werden.

Die im Ankerkreis induzierte Spannung E nach (3.3.9) ist aufgrund der konstanten Drehzahl nur noch vom Fluss Φ_B durch die Bürstenebene abhängig. Dieser Fluss wird, wenn man vom Einfluss der Feldschwächung durch Ankerrückwirkung infolge unterschiedlicher Sättigung der Ankerzähne zunächst absieht, nur durch die Größe des Erregerstroms I_c bestimmt. Dieser wiederum ist nach Maßgabe des Widerstands R_c der Erregerwicklung allein von der Spannung U_c abhängig, die an der Erregerwicklung liegt. Bei der Maschine mit Permanenterregung ist der Fluss Φ_B von vornherein konstant. Andererseits ändert sich der Strom I im Ankerkreis bzw. der Strom I_B im Belastungszweipol, wenn man die Parameter des Belastungszweipols ändert, d.h. im einfachsten Fall eines passiven Zweipols, wenn dessen Widerstand R_B variiert wird. Mit wachsendem Belastungsstrom I_B wächst der Spannungsabfall über dem Ankerwiderstand. Damit sinkt die Klemmenspannung, selbst wenn der Fluss durch die Bürstenebene und damit die induzierte Spannung E konstant bleiben.

Die Abhängigkeit der Klemmenspannung U vom Belastungsstrom I ist der in erster Linie interessierende Zusammenhang für den Gleichstromgenerator bei Betrieb mit konstanter Drehzahl. Man erhält offensichtlich entsprechend (3.3.11) als $U = f(I_B)$ eine fallende Gerade, solange $\Phi_B = \text{konst.}$ ist. Das ist jedoch nur zu erwarten, wenn einerseits die Ankerrückwirkung keine Rolle spielt und andererseits die Erregerwicklung aus einer eigenen Spannungsquelle mit $U_c = \text{konst.}$ gespeist wird, d.h. wenn Fremderregung vorliegt (Bild 3.4.1a, s. auch Bild 3.2.7d) und natürlich auch im Fall der Permanenterregung. Ein qualitativ anderes Verhalten ist zu erwarten, wenn eine Maschine mit Nebenschlusserregung vorliegt (Bild 3.4.1b, s. auch Bild 3.2.7a). In diesem Fall spricht man von einem *selbsterregten Gleichstrom-Nebenschlussgenerator*. Dabei ändert sich mit der Klemmenspannung U des Ankers auch die Spannung U_c der Erregerwicklung und damit der Erregerstrom I_c , der die Größe des Flusses Φ_B bestimmt. Die Klemmenspannung wird also gegenüber dem Leerlauf nicht nur nach Maßgabe des Spannungsabfalls über dem Ankerwiderstand absinken, sondern zusätzlich durch den Rückgang des Flusses Φ_B und damit der induzierten Spannung E .

Die *Selbsterregung* geschieht dadurch, dass, wenn noch kein Erregerstrom fließt, durch das remanente Feld des Magnetkreises bereits eine kleine Spannung induziert wird. Diese treibt einen kleinen Erregerstrom an, der das Feld und damit die induzierte Spannung verstärkt, so dass der Erregerstrom in einem Selbsterregungsvorgang ansteigt, bis dieser durch die Sättigungseigenschaften des Magnetkreises begrenzt wird. Die selbsterregte Gleichstrommaschine hat heute kaum noch Bedeutung.

Wenn Ankerstrom fließt, entwickelt die Maschine ein Drehmoment entsprechend (3.3.12). Es ist im Generatorbetrieb negativ und hält dem positiven Drehmoment der Arbeitsmaschine das Gleichgewicht.

3.4.1.2 Betriebsverhalten, Strom-Spannungs-Kennlinien

Der Zusammenhang zwischen der Klemmenspannung U und dem Strom I_B durch den Belastungszweipol folgt aus (3.3.11) mit $I_B = -I$ (s. Bild 3.4.1) zu

$$U = c\Phi_B n - RI_B. \quad (3.4.1)$$

Der Verlauf der Magnetisierungskennlinie kann als

$$c\Phi_B = f_M(w_c I_c) = f'_M(I_c)$$

formuliert werden. Bei *Fremderregung* und unter Vernachlässigung der Feldschwächung durch Ankerrückwirkung wird $c\Phi_B = f'_M(I_c) = \text{konst.}$ Die Spannung $c\Phi_B n$ ist dann die Klemmenspannung für $I_B = 0$, d.h. also die Leerlaufspannung U_1 . Ihre Größe wird durch den Erregerstrom bzw. die Leerlaufkennlinie $U_1 = f(I_c)$ bestimmt, deren Verlauf dem von $\Phi_B = f(\Theta_p)$ nach Bild 3.3.8 entspricht. Durch Einführen der konstanten Leerlaufspannung U_1 geht (3.4.1) über in

$$U = U_1 - RI_B. \quad (3.4.2)$$

Die Klemmenspannung U sinkt nach Maßgabe des Ankerwiderstands linear mit dem Belastungsstrom (Kurve b im Bild 3.4.2). Unter dem Einfluss der Feldschwächung durch Ankerrückwirkung wird der Fluss Φ_B im Gebiet großer Ankerströme geschwächt. Dadurch verringert sich die Klemmenspannung (Kurve c im Bild 3.4.2). Mit Hilfe einer zusätzlichen Reihenschlusswicklung, die das Feld der Erregerwicklung unterstützt, kann erreicht werden, dass die Klemmenspannung nahezu konstant bleibt. Man bezeichnet diese Maßnahme als *Mitkompoundierung*. Bei Gegenschaltung der Reihenschlusswicklung (*Gegenkompoundierung*) erhält man eine stärker abfallende Kennlinie $U = f(I_B)$.

Bei *Selbsterregung* liegt die Erregerwicklung an der Klemmenspannung des Ankers. Der Erregerstrom wird sich demnach bei Belastung ändern und damit auch der Fluss Φ_B und die induzierte Spannung E . Es ist zu erwarten, dass die Klemmenspannung in Abhängigkeit von I_B stärker absinkt als bei Fremderregung. Im Extremfall des Kurzschlusses ($R_B = 0$) wird der Erregerstrom null. Damit ist der Fluss Φ_B gleich dem Remanenzfluss, und im Ankerkreis wird nur noch die *Remanenzspannung* U_{rem}

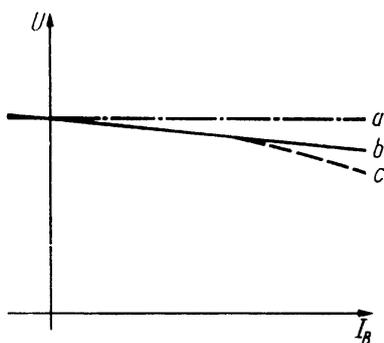


Bild 3.4.2 Strom-Spannungs-Kennlinie $U = f(I_B)$ des fremderregten Gleichstromgenerators bei Betrieb mit konstanter Drehzahl.

- a) $U = U_1 = c\Phi_B n$ – Leerlaufspannung;
- b) $U = f(I_B)$ ohne Berücksichtigung der Ankerrückwirkung;
- c) $U = f(I_B)$ mit Berücksichtigung der Ankerrückwirkung

induziert. Man erhält einen sehr kleinen Kurzschlussstrom $I_k = U_{\text{rem}}/R$. Demnach ist zu erwarten, dass der Strom I_B in der Kennlinie $U = f(I_B)$ ein Maximum durchläuft.

3.4.2

Betrieb an einem Netz starrer Spannung

3.4.2.1 Prinzipielle Wirkungsweise

Der Anker der untersuchten Gleichstrommaschine soll an einem Gleichstromnetz mit konstanter Spannung betrieben werden. Ein derartiges Netz ist näherungsweise gegeben, wenn die Leistung der betrachteten Gleichstrommaschine klein gegenüber der Leistung der Spannungsquellen des Netzes ist. Gleichstromnetze finden sich heute noch als Bordnetze auf Fahrzeugen und Schiffen, aber auch in batteriegespeisten, meist transportablen Geräten, sowie als Netz der Bahnstromversorgung z. B. bei Straßenbahnen.

Die Erregerwicklung liegt bei Nebenschlusserregung am gleichen Netz wie der Anker und wird bei Fremderregung von einer gesonderten Gleichspannungsquelle gespeist (Bild 3.4.3). Der Fluss Φ_B bleibt abgesehen vom Einfluss der Feldschwächung durch Ankerrückwirkung konstant. Damit ist auch die permanenterrechte Maschine in die folgenden Betrachtungen einbezogen. Auf der mechanischen Seite ist die untersuchte Gleichstrommaschine mit einer Arbeitsmaschine gekuppelt. Diese stellt im einfachsten Fall eine reine Reibungslast mit einer Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie nach Bild 2.2.8, Kurve b dar. Die Energie fließt in diesem Fall ausschließlich von der elektrischen zur mechanischen Seite. Für die Gleichstrommaschine herrscht dann stets Motorbetrieb. Andere Arbeitsmaschinen, z. B. eine zweite elektrische Maschine, gestatten den Energiefluss in beiden Richtungen. Im Zusammenhang mit dem Betrieb am starren Netz ist jedoch der Motorbetrieb dominierend. Gleichstrommaschinen, die dafür vorgesehen sind, tragen deshalb von vornherein die Bezeichnung *Gleichstrommotor*.

Während der Betrieb mit konstanter Drehzahl unter dem Einfluss der Belastung auf eine veränderliche Spannung führt (s. Abschnitt 3.4.1), ist zu erwarten, dass sich beim Betrieb mit konstanter Spannung eine veränderliche Drehzahl einstellt. Die Art der Abhängigkeit der Drehzahl vom entwickelten bzw. geforderten Drehmoment ist der in erster Linie interessierende Zusammenhang bei Betrieb der Gleichstrommaschinen mit Fremd-, Nebenschluss- und Permanenterrregung am starren Netz.

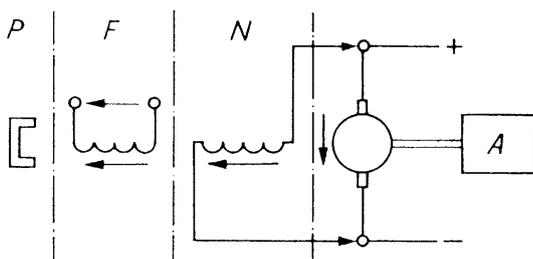


Bild 3.4.3 Die Gleichstrommaschine mit Fremd(F)-, Nebenschluss(N)- und Permanent(P)-Erregung bei Betrieb am Netz starrer Spannung. A Arbeitsmaschine

a) Mechanismus des Leerhochlaufs

Vor der Ableitung geschlossener Beziehungen für den Verlauf der interessierenden Kennlinien sollen im Folgenden zunächst die Vorgänge verfolgt werden, die dazu führen, dass sich schließlich ein bestimmter Arbeitspunkt einstellt. Das geschieht auf Basis einer quasistationären Betrachtungsweise der Bewegungsvorgänge. Die Betrachtungen sind geeignet, den inneren Mechanismus in der Maschine zu verdeutlichen. Es wird zunächst der Leerhochlauf betrachtet und anschließend die Lastübernahme. Dabei gilt die quasistationäre Bewegungsgleichung nach (2.2.37) mit dem von der Gleichstrommaschine entwickelten Drehmoment M nach (3.3.12) und einem Strom I , der die Spannungsgleichung (3.3.11) befriedigt.

Die Maschine soll durch gesonderte Einspeisung der Erregerwicklung bereits erregt sein, ehe der Anker zur Einleitung des Hochlaufvorgangs zugeschaltet wird. Der Fluss Φ_B besitzt also für die folgenden Betrachtungen einen konstanten positiven Wert, der durch die Höhe des Erregerstroms bestimmt ist.

Der *Leerhochlauf* findet statt, wenn der Anker der mechanisch unbelasteten Maschine zu einem Zeitpunkt $t = 0$ an die positive Spannung U gelegt wird. Für alle Zeiten $t > 0$ gilt, dass von der Arbeitsmaschine her kein Drehmoment gefordert wird, d.h. $M_A = 0$ ist. Die Drehzahl n ist bis zum Zeitpunkt des Einschaltens null und kann sich danach nur stetig ändern. Sie hat deshalb auch unmittelbar nach dem Schließen des Schalters im Ankerkreis den Wert $n = 0$, so dass im Ankerkreis zunächst keine Spannung $E = -c\Phi_B n$ induziert wird. Der Klemmenspannung muss allein durch den Spannungsabfall RI über dem Widerstand des Ankerkreises das Gleichgewicht gehalten werden. Dazu ist ein entsprechend großer *Anzugsstrom*

$$I_a = \frac{U}{R} \quad (3.4.3)$$

erforderlich, der sich nach

$$\frac{I_a}{I_N} = \frac{UI_N}{RI_N^2} \quad (3.4.4)$$

zum Bemessungsstrom verhält wie die elektrische Leistung zu den Ankerwicklungsverlusten bei Bemessungsbetrieb. Dieser Strom ist positiv und ruft nach (3.3.12) ein großes positives Drehmoment, das *Anzugsmoment*

$$M_a = \frac{c}{2\pi} \Phi_B I_a \quad (3.4.5)$$

hervor, das sich entsprechend $M_a/M_N = I_a/I_N$ zum Bemessungsmoment verhält wie der Anzugsstrom zum Bemessungsstrom. Dieses Drehmoment dient wegen

$M_A = 0$ einzig zur Beschleunigung des Läuferkörpers. Es ruft nach (2.2.37) eine positive Beschleunigung dn/dt hervor. Damit beginnt ein Hochlaufvorgang. Eine gewisse Zeit t nach dem Zuschalten wird der Läufer eine bestimmte Drehzahl $n > 0$ erreicht haben. Als Folge dessen findet nunmehr im Ankerkreis eine Spannungseinduktion statt. Die Spannung $c\Phi_B n$ hat einen endlichen positiven Wert und bewirkt, dass entsprechend (3.3.11) über dem Widerstand im Ankerkreis nur noch ein Teil der Klemmenspannung abfallen muss. Dazu ist jedoch ein kleinerer Strom I erforderlich als im Augenblick des Einschaltens. Dieser Strom ergibt sich formal aus (3.3.11) zu

$$I = \frac{U - c\Phi_B n}{R}. \quad (3.4.6)$$

Die Spannung $c\Phi_B n$ wirkt der Klemmenspannung entgegen und verkleinert damit den Ankerstrom I . Der kleinere Ankerstrom I ruft über (3.3.12) ein kleineres Drehmoment hervor, als unmittelbar nach dem Einschalten entwickelt wurde. Damit sinkt auch die Beschleunigung dn/dt . Die Drehzahl wächst weiter, aber nicht mehr so schnell wie zum Zeitpunkt $t = 0$. Im gleichen Maß steigt die Spannung $c\Phi_B n$ weiter an und lässt den Strom weiter sinken, so dass ein noch kleineres Drehmoment erzeugt wird, das seinerseits die Beschleunigung weiter verringert. Dieser Vorgang setzt sich fort, bis schließlich nach längerer – theoretisch unendlich langer – Zeit eine Drehzahl n_1 erreicht ist, deren Spannung $c\Phi_B n_1$ der Klemmenspannung U gerade das Gleichgewicht hält. Dann wird $I = 0$, und die Maschine entwickelt kein Drehmoment mehr. Damit ist die Beschleunigung $dn/dt = 0$, so dass die Drehzahl für alle weiteren Zeiten den konstanten Wert n_1 beibehält. Dabei ist n_1 die *ideelle Leerlaufdrehzahl*, für die wegen $U = c\Phi_B n_1$ gilt

$$n_1 = \frac{U}{c\Phi_B}. \quad (3.4.7)$$

Der Betriebspunkt mit $I = 0$ und $n = n_1$ konnte sich bei dem eben durchgeführten Gedankenexperiment einstellen, weil angenommen worden ist, dass keinerlei bremsende Drehmomente am Läufer angreifen. Die Maschine verhält sich dann nach dem Hochlauf wie eine ideale, reibungsfreie Schwungmasse, denn der Mechanismus der elektromechanischen Energiewandlung ist mit $I = 0$ außer Funktion. Die reale Maschine muss bei $M_A = 0$ ein endliches Drehmoment entwickeln, das einem Teil der Leerlaufverluste – z.B. den Reibungsverlusten – zugeordnet ist. Die Drehzahl n_1 wird deshalb nicht ganz erreicht, d.h. die *reale Leerlaufdrehzahl* ist etwas kleiner als n_1 , und es fließt nach Beendigung des Hochlaufs noch ein endlicher Strom. Der Mechanismus des Leerhochlaufs wird im Folgenden nochmals schematisch zusammengestellt:

$t = 0 :$

$$n = 0 \rightarrow c\Phi_B n = 0 \rightarrow I = I_a = \frac{U}{R} > 0 \rightarrow M = M_a = \frac{c}{2\pi} \Phi_B I_a > 0 \rightarrow \left(\frac{dn}{dt} \right)_a > 0$$

$t > 0$:

$$n > 0 \rightarrow c\Phi_B n > 0 \rightarrow I = \frac{U - c\Phi_B n}{R} < I_a \rightarrow M < M_a \rightarrow \left(\frac{dn}{dt}\right) < \left(\frac{dn}{dt}\right)_a$$

$t = \infty$:

$$n = n_1 \rightarrow c\Phi_B n_1 = U \rightarrow I = 0 \rightarrow M = 0 \rightarrow \left(\frac{dn}{dt}\right) = 0 \rightarrow n = n_1 = \frac{U}{c\Phi_B}.$$

Die Verläufe $n = f(t)$ und $I = f(t)$ zeigt Bild 3.4.4a.

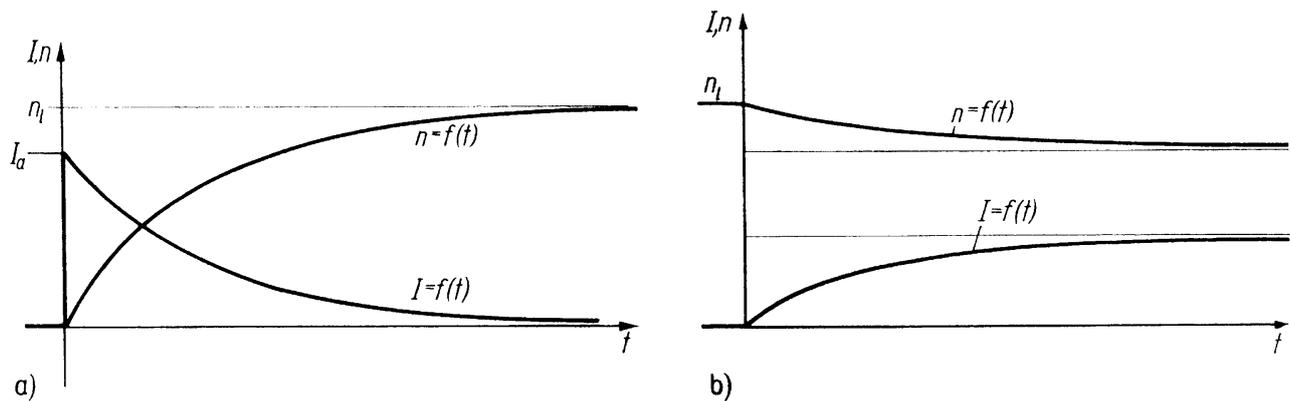


Bild 3.4.4 Verlauf der Drehzahl $n = f(t)$ und des Ankerstroms $I = f(t)$:

- a) beim Hochlaufvorgang im Fall des ideellen Leerlaufs;
 b) bei der Lastübernahme $-M_\Lambda = M_{LV} > 0$ im Übergang zum Motorbetrieb ausgehend vom ideellen Leerlauf

b) Mechanismus der Lastübernahme

Die Lastübernahme aus dem ideellen Leerlauf soll für den Fall untersucht werden, dass zur Zeit $t = 0$ mit $I = 0$ und $n = n_1$ plötzlich ein äußeres Bremsmoment $M_w = -M_\Lambda > 0$ aufgebracht wird. Da sich die Drehzahl nicht sprunghaft ändern kann, bleibt unmittelbar nach dem Aufbringen der Belastung $n = n_1$ und damit $I = 0$, so dass von der Maschine noch kein Drehmoment entwickelt wird ($M = 0$). Aus der Bewegungsgleichung (2.2.37) folgt dann, dass der Läufer nach Maßgabe des äußeren Bremsmoments verzögert wird entsprechend

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{M_w}{2\pi J} < 0. \quad (3.4.8)$$

Energetisch gesehen wird dem Läufer durch das Abverlangen eines Drehmoments mechanische Energie entzogen, die er – wenigstens zunächst – nur aus seiner gespeicherten kinetischen Energie aufbringen kann. Ohne dass elektromechanische Vorgänge einsetzen, würde die Drehzahl linear bis auf den Wert Null absinken. Sobald jedoch die Drehzahl kleiner als die ideelle Leerlaufdrehzahl geworden ist, kann die Spannung $c\Phi_B n$ allein der Netzspannung nicht mehr das Gleichgewicht halten, so dass wieder

ein Strom fließen muss. Dieser Strom ist entsprechend (3.4.6) mit $c\Phi_B n < U$ positiv. Es wird also aus dem Netz eine positive Leistung $P = UI$ aufgenommen, die bereits hilft, die mechanisch abgegebene Leistung $P_{\text{mech}} = 2\pi n M_w$ zu decken. Die Maschine reagiert also auf den Entzug mechanischer Leistung mit der Aufnahme elektrischer Leistung aus dem Netz. Auf der Ebene der Drehmomente betrachtet, äußert sich dieses Verhalten wie im Folgenden dargestellt: Mit dem Fließen eines Ankerstroms entwickelt die Maschine ihrerseits ein Drehmoment. Dieses Drehmoment ist wegen $I > 0$ positiv und wirkt entsprechend (2.2.37) dem verzögernden Einfluss des äußeren Bremsmoments entgegen. Die Verzögerung wird kleiner, die Drehzahl sinkt weiter, aber langsamer. Damit wird $c\Phi_B n$ weiter verkleinert, so dass I und M weiterhin ansteigen, aber langsamer. Dieser Vorgang setzt sich fort, bis nach längerer Zeit die Drehzahl so weit gesunken ist, dass ein Strom fließt, dessen Drehmoment M dem äußeren Bremsmoment M_w gerade das Gleichgewicht hält. Die Verzögerung ist dann null, und die Drehzahl hat einen neuen stationären Wert erreicht. Die schematische Zusammenstellung des Mechanismus der Lastübernahme bei $M_w = -M_\Lambda > 0$, ausgehend vom ideellen Leerlauf, ergibt folgendes Bild:

$t = 0$:

$$n = n_1 \rightarrow c\Phi_B n = U \rightarrow I = 0 \rightarrow M = 0 \rightarrow \left(-\frac{dn}{dt}\right) = \left(-\frac{dn}{dt}\right)_a = \frac{1}{2\pi J} M_w > 0$$

$t > 0$:

$$n < n_1 \rightarrow c\Phi_B n < U \rightarrow I > 0 \rightarrow M > 0 \rightarrow \left(-\frac{dn}{dt}\right) = \frac{1}{2\pi J} (M_w - M) < \left(-\frac{dn}{dt}\right)_a$$

$t = \infty$:

$$n = n \rightarrow I = \frac{2\pi M_w}{c\Phi_B} \rightarrow M = M_w \rightarrow \left(-\frac{dn}{dt}\right) = 0.$$

Die Verläufe $n = f(t)$ und $I = f(t)$ zeigt Bild 3.4.4b.

3.4.2.2 Betriebsverhalten

Unter Vernachlässigung der Feldschwächung durch Ankerrückwirkung und aufgrund des Betriebs am Netz starrer Spannung U wird sowohl bei der Nebenschlusserregung mit $I_c = U/R_c$ als auch bei der Fremderregung mit $I_c = U_c/R_c$ als auch bei Permanenterregung $\Phi_B = \text{konst.}$ Aus (3.3.12) folgt dann, dass zwischen Ankerstrom I und Drehmoment M Proportionalität besteht. Im Bild 3.4.5a ist der Verlauf $I = f(M)$ dargestellt. Bei der Ableitung von (3.3.12) war angenommen worden, dass keine Reibungs- und Ummagnetisierungsverluste vorhanden sind. Dadurch verschwindet der Strom für $M = 0$. In der realen Maschine ist M dann das sog. *innere Drehmoment*. Aus der Spannungsgleichung (3.3.11) folgt für die Drehzahl, wenn der Strom mit Hilfe von (3.3.12) durch das Drehmoment ausgedrückt wird,

$$n = -\frac{E}{c\Phi_B} = \frac{U - RI}{c\Phi_B} = \frac{U}{c\Phi_B} - \frac{2\pi R}{(c\Phi_B)^2} M = n_1 - \Delta n. \quad (3.4.9)$$

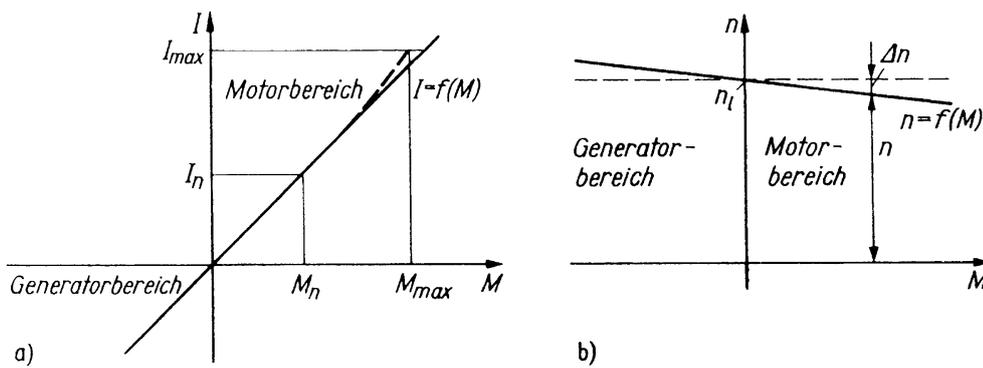


Bild 3.4.5 Kennlinien der Gleichstrommaschine mit Fremd-, Nebenschluss- und Permanentterregung bei Betrieb am Netz starrer Spannung.

- a) $I = f(M)$ ohne (—) und mit (- - -) Ankerrückwirkung;
 b) $n = f(M)$ ohne Ankerrückwirkung

Dabei stellt der erste Anteil die *ideelle Leerlaufdrehzahl*

$$n_1 = \frac{U}{c\Phi_{13}} \quad (3.4.10)$$

dar und der zweite die Abweichung

$$\Delta n = \frac{2\pi R}{(c\Phi_B)^2} M \quad (3.4.11)$$

der tatsächlichen Drehzahl n von der ideellen Leerlaufzahl n_1 . Die Drehzahlabweichung Δn ist proportional dem Drehmoment M . Man erhält eine Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie, wie sie im Bild 3.4.5b dargestellt ist. Um ein Maß für den Drehzahlabfall zu gewinnen, wird der Ausdruck $\Delta n/n_1$ untersucht. Man erhält aus (3.4.9)

$$\frac{\Delta n}{n_1} = \frac{RI}{U} = \frac{RI^2}{UI} = \frac{P_{vw}}{P_a} \quad (3.4.12)$$

Im Interesse eines hohen Wirkungsgrads müssen die Stromwärmeverluste P_{vw} des Ankerkreises ebenso wie alle anderen Verluste klein gegenüber der vom Anker aufgenommenen elektrischen Leistung $P_a = UI$ sein. Damit ist also zwangsläufig ein geringer Abfall der Drehzahl mit der Belastung verbunden. Er beträgt bei Bemessungslast nur wenige Prozent der Leerlaufdrehzahl. Die Gleichstrommaschine mit Nebenschlusserregung hat ebenso wie die mit Fremd- und die mit Permanentterregung eine Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie mit nahezu konstanter Drehzahl. Ein derartiges Verhalten wird nicht nur bei der Gleichstrommaschine, sondern ganz allgemein als *Nebenschlussverhalten* bezeichnet.

Im *realen Leerlauf* ist die Drehzahl etwas kleiner als n_1 nach (3.4.10), da am Läufer bereits ein Drehmoment angreift, das den Luft- und Lagerreibungsverlusten sowie

den Ummagnetisierungsverlusten zugeordnet ist.⁴⁾ Dadurch fließt auch ein endlicher Leerlaufstrom I_1 und es wird eine Leerlaufleistung P_1 aufgenommen. Wenn man diese Leistung misst und die Bürstenübergangsverluste des Leerlaufstroms entsprechend (2.2.19) als $U_B I_1$ mit $U_B = \text{konst.}$ sowie die Wicklungsverluste des Leerlaufstroms im Ankerkreis als RI_1^2 abzieht, erhält man einen experimentell bestimmten Wert der Reibungs- und Ummagnetisierungsverluste der Maschine. Dieser Wert wird zur indirekten Wirkungsgradbestimmung herangezogen.

Unter dem *Einfluss der Ankerrückwirkung* tritt sowohl im Motorbetrieb als auch im Generatorbetrieb bei großen Strömen Feldschwächung ein. Der Fluss Φ_B kann also nur für kleine Werte des Ankerstroms als konstant angesehen werden; für große Ankerströme nimmt er ab. Dadurch ist zum gleichen Drehmoment entsprechend (3.3.12) ein größerer Strom erforderlich als ohne den Einfluss der Ankerrückwirkung. Der zugeordnete Verlauf $I = f(M)$ ist im Bild 3.4.5a bereits eingezeichnet worden. Die Folge der bei großen Ankerströmen gestörten Proportionalität zwischen Ankerstrom und Drehmoment ist, dass die Drehmomentüberlastbarkeit M_{\max}/M_N eines gegebenen Motors kleiner bleibt als die Stromüberlastbarkeit I_{\max}/I_N , wobei I_{\max} durch die Kommutierung oder die Stabilität des permanentenerregten Magnetkreises gegen Entmagnetisierung begrenzt ist. Nach Maßgabe der Erhöhung des Ankerstroms vergrößert sich bei gleichem Drehmoment der Spannungsabfall RI und damit entsprechend (3.4.9) – solange nur der Zähler betrachtet wird – die Drehzahlabweichung Δn gegenüber der Leerlaufdrehzahl n_1 . Dieser Einfluss bleibt, wenn von Kleinmaschinen zunächst abgesehen wird und extreme Drehmomentüberlastungen zunächst ausgeklammert werden, klein, da $\Delta n/n_1$ nach (3.4.12) nur wenige Prozent beträgt. Wesentlich unangenehmer ist der unmittelbare Einfluss der Feldschwächung durch Ankerrückwirkung auf die Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie. Dieser besteht darin, dass durch den kleineren Fluss Φ_B eine größere Drehzahl benötigt wird, um die gleiche Spannung zu induzieren. Die Drehzahl steigt deshalb im Motorbereich bei großer Belastung an, solange der Einfluss des vergrößerten Spannungsabfalls keine Rolle spielt. Die gleiche Aussage erhält man rein formal aus (3.4.9). Bei größeren Maschinen und nicht zu großer Belastung wirkt die Verkleinerung von Φ_B in erster Linie vergrößernd auf den Anteil $U/c\Phi_B$. Man erhält einen ansteigenden Ast in der Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie, wie er im Bild 3.4.6a dargestellt ist. Wie im gleichen Bild erläutert wird, ist dieser Ast bei Zusammenarbeit mit einer reinen Reibungslast instabil. Das gilt auch für die Zusammenarbeit mit den meisten anderen Drehzahl-Drehmoment-Kennlinien der Arbeitsmaschine. Der ansteigende Ast in der Kennlinie $n = f(M)$ wird deshalb i. Allg. von vornherein als instabiler Ast bezeichnet.

4) Dass sich die Ummagnetisierungsverluste bei der Gleichstrommaschine als am Läufer angreifendes Bremsmoment bemerkbar machen, ist ein Sonderfall, der aber unmittelbar aus der Anschauung folgt, denn die Ummagnetisierungserscheinungen werden durch die Läuferbewegung verursacht.

Bei Kleinmaschinen⁵⁾ ist die Drehzahlabweichung Δn entsprechend (3.4.12) auch bei konstantem Fluss Φ_B aufgrund der erhöhten relativen Verluste größer. Dadurch dominiert der Einfluss der Feldschwächung durch Ankerrückwirkung auf den Ankerstrom und damit auf die Drehzahlabweichung Δn gegenüber dem auf den Anteil $U/c\Phi_B$. Ein Ansteigen der Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie ist nicht zu erwarten. Es kommt im Gegenteil zu einem mit zunehmendem Drehmoment stärkeren Abfall der Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie, wie Bild 3.4.6b demonstriert. Dabei ist zu beachten, dass gerade bei Kleinmaschinen große Drehmomentüberlastungen in Anspruch genommen werden. Auf den Verlauf der Kennlinie $n = f(M)$ kann durch die Wahl des Luftspalts sowie die des Verhältnisses von Erregerdurchflutung zu Ankerdurchflutung bei Bemessungsstrom Einfluss genommen werden.

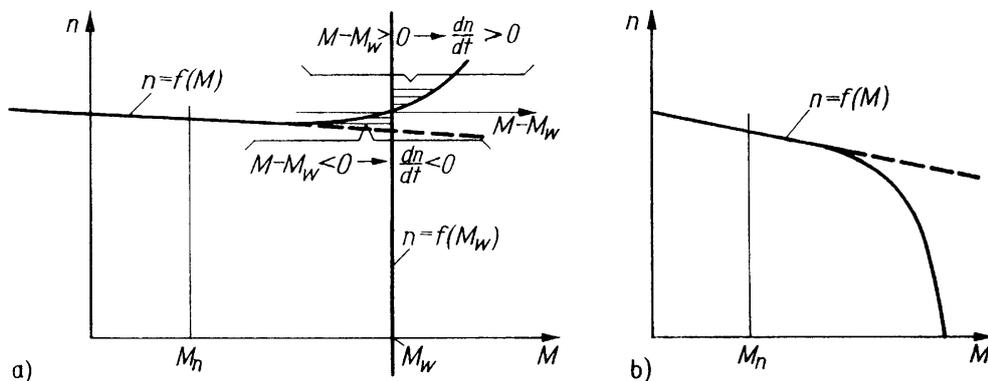


Bild 3.4.6 Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie der Gleichstrommaschine mit Fremd-, Nebenschluss- und Permanentenerregung bei Betrieb am starren Netz unter dem Einfluss der Feldschwächung durch Ankerrückwirkung:
a) bei einer größeren Maschine mit Demonstration der Instabilität eines Arbeitspunktes im ansteigenden Ast der Kennlinie bei Zusammenarbeit mit einer reinen Reibungslast;
b) bei einer Kleinmaschine

Bei permanentenerregten Gleichstromstellmotoren, die für ausgesprochen große Werte der Drehmomentüberlastbarkeit dimensioniert werden, macht sich die Feldschwächung durch Ankerrückwirkung aufgrund des hohen magnetischen Widerstands der permanentmagnetischen Abschnitte des Magnetkreises i. Allg. wenig bemerkbar.

5) Auf die spezifischen Einflüsse der Feldschwächung durch Ankerrückwirkung bei Kleinmaschinen wurden die Verfasser dankenswerterweise durch Herrn Prof. Oesingmann hingewiesen.

3.4.2.3 Möglichkeiten der Drehzahlstellung und der Lasteinstellung

a) Allgemeine Betrachtungen

Wenn bei Zusammenarbeit mit einer bestimmten Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie einer Arbeitsmaschine ein anderer Arbeitspunkt eingestellt werden soll, muss die Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie der elektrischen Maschine in eine andere Lage gebracht werden. Dabei ändert sich entsprechend dem neuen Schnittpunkt zwischen den beiden Drehzahl-Drehmoment-Kennlinien i. Allg. sowohl die Drehzahl als auch das Drehmoment. Im Bild 3.4.7a wird dies für den Fall demonstriert, dass die elektrische Maschine mit einem Lüfter zusammenarbeitet. Wenn die Belastung dagegen wie im Bild 3.4.7b eine reine Reibungslast mit $M_w = \text{konst.}$ darstellt, ändert sich beim Übergang zu einer anderen Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie der elektrischen Maschine nur die Drehzahl. Da an diesen Sonderfall zunächst in erster Linie gedacht wird, bezeichnet man alle Maßnahmen zum Verschieben oder Verdrehen der Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie einer elektrischen Maschine gewöhnlich als *Drehzahlstellung*. Prinzipiell ist natürlich auch der andere Extremfall denkbar, dass die Arbeitsmaschine wie im Bild 3.4.7c eine Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie mit $n = \text{konst.}$ aufweist. In diesem Fall ändert sich mit der Lage der Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie der elektrischen Maschine nur das Drehmoment, während die Drehzahl konstant bleibt. Dieser Fall liegt z. B. vor, wenn die Arbeitsmaschine eine am starren Netz arbeitende Synchronmaschine ist.

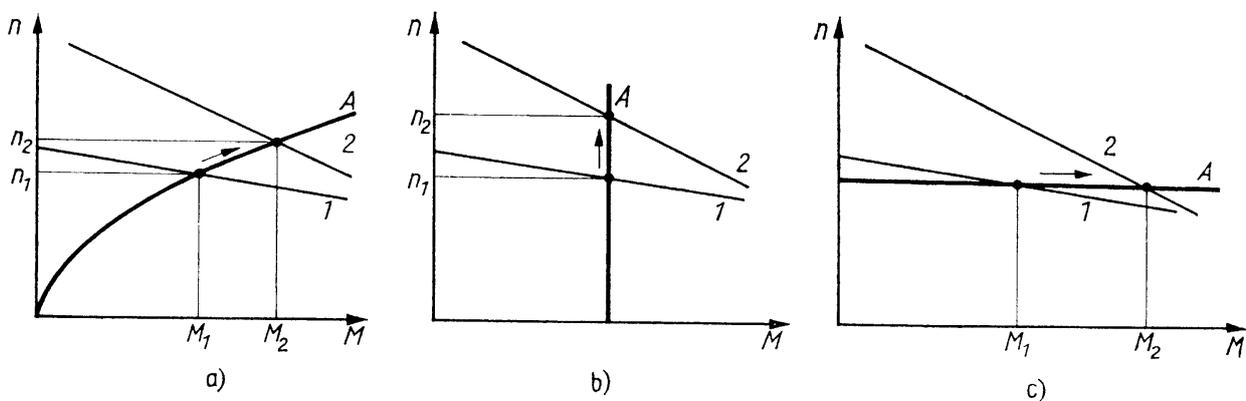


Bild 3.4.7 Verlagerung des Arbeitspunkts im Fall der Verschiebung der Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie der Gleichstrommaschine aus der Lage 1 in die Lage 2 bei Zusammenarbeit mit einer Kennlinie A der Arbeitsmaschine mit:

a) Lüftercharakter; b) $M_w = \text{konst.}$; c) $n = \text{konst.}$

Eine Betrachtung von (3.4.9) zeigt, dass sich die Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie der Gleichstrommaschine am gegebenen Netz starrer Spannung im allgemeinen Fall, der bei Fremderregung gegeben ist, prinzipiell auf folgenden zwei Wegen beeinflussen lässt:

- durch Einfügen eines *Ankervorwiderstands* R_V und damit Vergrößerung des Widerstands im Ankerkreis auf $R^+ = R + R_V$
- durch die sog. *Feldstellung*, bei der der Fluss Φ_B über den Erregerstrom verändert und i. Allg. verkleinert wird.

Nach (3.4.9) ist ein dritter Weg zur Beeinflussung der Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie der Gleichstrommaschine prinzipiell dadurch gegeben, dass die Ankerspannung geändert wird. Das scheidet aber bei dem vorliegenden Betrieb an einem gegebenen Netz starrer Spannung aus. Andererseits findet dieser – wie sich zeigen wird – wichtigste Weg der Drehzahlstellung heute in gesteuerten Gleichstromantrieben fast ausschließlich Verwendung (s. Abschnitt 3.4.3). Dabei wird zwischen das zur Verfügung stehende Netz und die zu steuernde Gleichstrommaschine eine Anordnung geschaltet, die eine variable Gleichspannung zur Verfügung stellt.

Die Feldstellung erfolgt bei Fremderregung durch Änderung der Erregerspannung. Bei Nebenschlusserregung lässt sie sich mit Hilfe eines Vorwiderstands im Erregerkreis bewerkstelligen. Bei Permanenterregung entfällt diese Möglichkeit der Drehzahlstellung.

Im Folgenden werden die beiden Wege der Drehzahlstellung beim Betrieb am Netz starrer Spannung näher betrachtet; auf die Berücksichtigung der Feldschwächung durch Ankerrückwirkung wird dabei verzichtet.

b) Drehzahlstellung mit Ankervorwiderstand

Die Drehzahlstellung mit Ankervorwiderstand erfolgt entsprechend der Schaltung nach Bild 3.4.8a. Um ein bestimmtes Drehmoment zu erzeugen, wird entsprechend

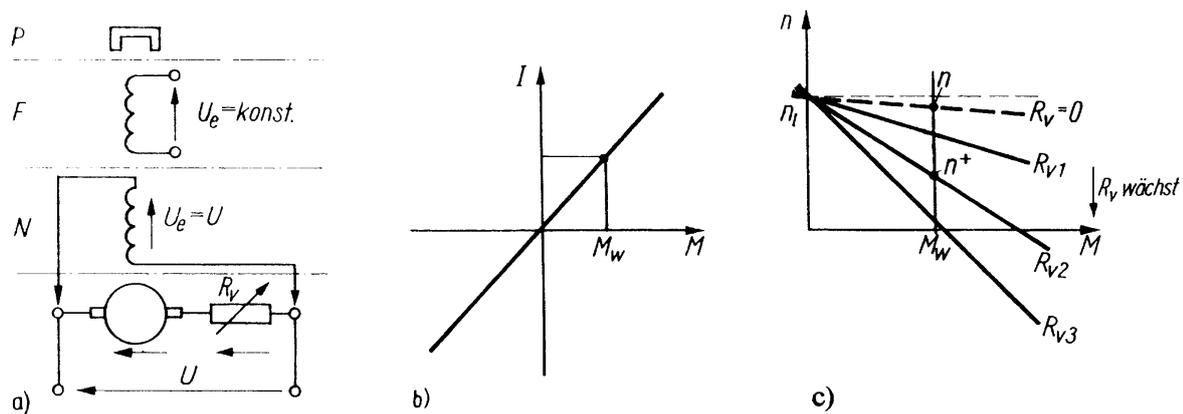


Bild 3.4.8 Drehzahlstellung mit Ankervorwiderstand bei Fremderregung mit $U_e = \text{konst.}$ oder Nebenschlusserregung mit $U_e = U$ oder Permanenterregung.

a) Schaltung bei Nebenschlusserregung (N), bei Fremderregung (F) und bei Permanenterregung (P);

b) Kennlinien $I = f(M)$ } für verschiedene Werte des Ankervorwiderstands R_V
 c) Kennlinien $n = f(M)$ }

(3.3.12) stets der gleiche Strom benötigt. Die Kennlinie $I = f(M)$ ist also unabhängig von der Größe des Vorwiderstands (Bild 3.4.8b). Der Spannungsabfall im gesamten Ankerkreis wird jedoch bei gleichem Drehmoment und damit gleichem Strom größer, so dass die Spannung $c\Phi_B n$ im Motorbetrieb abnimmt. Da Φ_B konstant ist, sinkt im gleichen Maß die Drehzahl. Aus (3.4.11) folgt, dass die Drehzahlabweichung Δn bei unveränderter Leerlaufdrehzahl n_1 im Verhältnis $R^+/R = (R + R_v)/R$ ansteigt. Man erhält Kennlinien, wie sie im Bild 3.4.8c dargestellt sind. Mit wachsendem R_v geht das Nebenschlussverhalten mehr und mehr verloren. Da der Strom bei konstantem Drehmoment den Wert beibehält, der ohne Einschalten des Vorwiderstands vorhanden war, bleibt die elektrisch aufgenommene Leistung ebenfalls konstant. Demgegenüber sinkt die mechanisch abgegebene Leistung entsprechend dem Abfall der Drehzahl von n auf n^+ . Die betrachtete Stellmöglichkeit läuft also darauf hinaus, dass die Verluste ansteigen. Man erhält für den Rückgang der mechanischen Leistung ΔP_{mech} mit (3.4.9) und (3.3.12)

$$\begin{aligned}\Delta P_{\text{mech}} &= 2\pi(n - n^+)M = 2\pi \left[\frac{U - RI}{c\Phi_B} - \frac{U - R^+I}{c\Phi_B} \right] \frac{c}{2\pi} \Phi_B I \\ &= I^2(R^+ - R) = I^2 R_v.\end{aligned}$$

Die mechanische Leistung wird also bei konstanter elektrisch aufgenommener Leistung um die Verluste in dem eingeschalteten Vorwiderstand verkleinert. Wenn die Drehzahl bei Bemessungsmoment zwischen ihrem Bemessungswert und null verstellt werden soll, treten demnach Verluste auf, die in der Größenordnung der Maschinenleistung liegen und im Vorwiderstand in Wärme umgesetzt werden. Das Verfahren ist deshalb für größere Maschinen im Dauerbetrieb nicht geeignet. Ihm haftet außerdem der Nachteil an, dass sich die Drehzahl im Motorbetrieb nur verkleinern lässt.

c) Drehzahlstellung durch Feldschwächung

Die sog. *Feldstellung* erfolgt – wie bereits angedeutet – bei Nebenschlusserregung mit Hilfe eines Vorwiderstands R_v im Erregerkreis und bei Fremderregung durch Verkleinern der Erregerspannung U_c (Bild 3.4.9a). Die einstellbare Erregerspannung U_c wird in modernen Antrieben mit Hilfe eines gesteuerten Gleichrichters realisiert, der am vorhandenen Wechselstrom- bzw. Drehstromnetz betrieben wird. Das Einschalten des Vorwiderstands R_{ve} bzw. das Verkleinern der Erregerspannung U_c bewirken, dass der Erregerstrom und damit nach Maßgabe der Magnetisierungskennlinie (s. Bild 3.3.2) der Fluss Φ_B kleiner werden. Um das gleiche Drehmoment zu erzeugen, ist ein entsprechend größerer Ankerstrom erforderlich, wie Bild 3.4.9b zeigt. Andererseits muss die Drehzahl ansteigen, damit die gleiche Spannung induziert wird. Dabei macht sich der bei gleichem Drehmoment größere Ankerstrom dahingehend bemerkbar, dass die Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie stärker geneigt ist. Dieser Effekt wird bei realen Maschinen meist dadurch überdeckt, dass die Feldschwächung durch Ankerrückwirkung stärker in Erscheinung tritt, da das Erregerfeld verkleinert

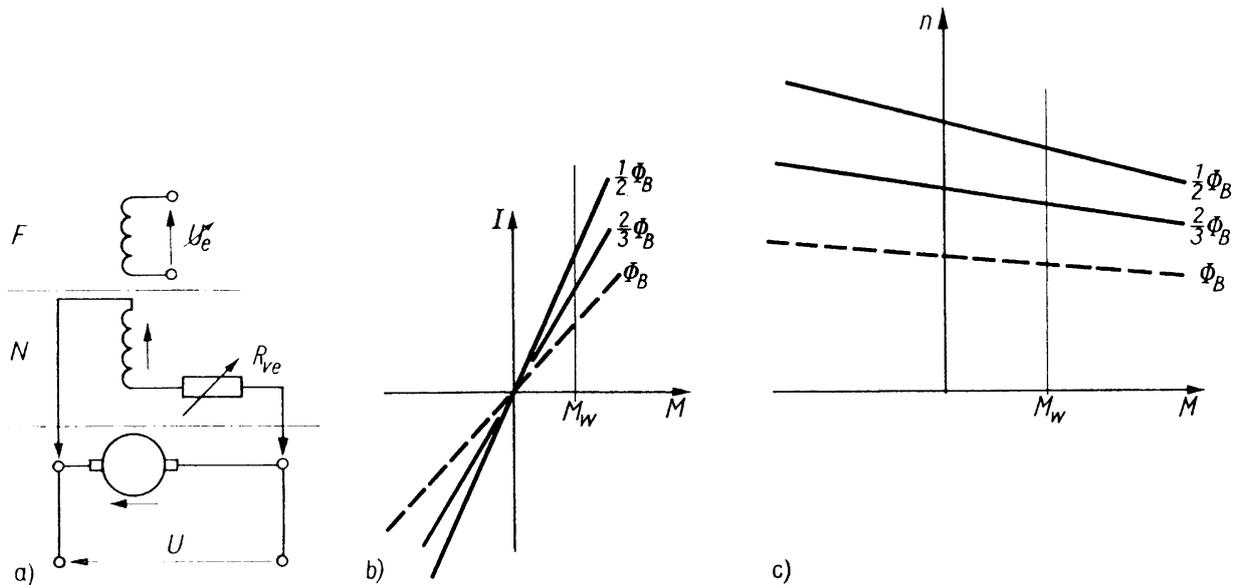


Bild 3.4.9 Drehzahlstellung durch Feldschwächung bei Fremderregung durch Änderung der Erregerspannung U_e , oder bei Nebenschlusserregung mit Hilfe eines Vorwiderstandes R_{Ve} im Erregerkreis.

- a) Schaltung bei Nebenschlusserregung (N) und bei Fremderregung (F);
 b) Kennlinien $I = f(M)$ } für verschiedene Werte des Flusses Φ_B ;
 c) Kennlinien $n = f(M)$ }

und gleichzeitig der Ankerstrom vergrößert wird. Im Bild 3.4.9c sind die Kennlinien $n = f(M)$ entsprechend (3.4.9) für verschiedene Werte von Φ_B dargestellt. Durch die Feldschwächung wachsen bei konstanter Spannung auf der elektrischen Seite und konstantem Drehmoment auf der mechanischen Seite Ankerstrom und Drehzahl. Es steigt also sowohl die elektrische als auch die mechanische Leistung. Dabei werden die einzelnen Verlustanteile gewisse Änderungen erfahren. Es treten aber keine dem Verfahren eigene Verluste auf, wie dies bei der Drehzahlstellung mit Ankervorwiderstand der Fall war. Als Nachteil muss allerdings gewertet werden, dass die Drehzahl i. Allg. nur vergrößert werden kann. Ursache dafür ist in erster Linie, dass moderne Maschinen unter Bemessungsbedingungen bereits außerhalb des linearen Bereichs der Magnetisierungskennlinie arbeiten. Wenn man den Erregerstrom vergrößert, wächst der Fluss Φ_B , deshalb nur noch geringfügig, während die Verluste in der Erregerwicklung und damit ihre Erwärmung stark zunehmen. Bei Nebenschlusserregung ist die Erregerwicklung außerdem so dimensioniert, dass sie den Bemessungserregerstrom führt, wenn Bemessungsspannung am Anker liegt.

3.4.2.4 Anlassen

Als Anlassen bezeichnet man jene Maßnahmen, durch die der Übergang vom stromlosen Zustand der stillstehenden Maschine in einen stationären Betriebszustand am vorhandenen Netz starrer Spannung erzielt wird. Im einfachsten Fall geschieht dies durch direktes Einschalten, das aber nur bei Maschinen kleiner Leistung möglich ist.

Andererseits werden heute am gegebenen Netz starrer Spannung vor allem kleine Maschinen eingesetzt, so dass besondere Anlassmaßnahmen, wie sie im Folgenden kurz besprochen werden, kaum noch Bedeutung haben.

Da zunächst keine Spannung induziert wird, würde bei direktem Einschalten im ersten Augenblick ein sehr großer Strom fließen. Man erhält diesen *Anzugsstrom* aus (3.4.6) mit $n = 0$ und damit $c\Phi_B n = 0$ zu $I_a = U/R$ bzw. bezogen auf den Bemessungsstrom zu $I_a/I_N = UI_a/(RI_N^2)$ [s. Abschnitt 3.4.2.1a)]. Derart große Ströme können von der Kontaktfläche der Bürsten auf dem Kommutator nicht übertragen werden. Es ist erforderlich, strombegrenzende Ankervorwiderstände einzuschalten, die mit wachsender Drehzahl nach und nach herausgenommen werden. Dabei wird die Erregerwicklung an der vollen Spannung belassen, um einen großen Fluss Φ_{13} und damit große Drehmomente zu erhalten.

Eine genauere Betrachtung des Vorgangs beim direkten Einschalten erfordert die Berücksichtigung der Induktivität L_a des Ankerkreises. Sie begrenzt den Stromanstieg im Augenblick des Einschaltens auf

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = \frac{U}{L_a}.$$

Dadurch tritt die Stromspitze $I_a = U/R_a$ im Einschaltaugenblick gar nicht auf. Der Strom durchläuft zwar während des Hochlaufs nach wie vor einen Maximalwert, aber der ist wesentlich kleiner als $I_a = U/R_a$. Dadurch wird das direkte Einschalten beherrschbar.

3.4.2.5 Bremsen

Der Bremsbetrieb ist dadurch charakterisiert, dass die Maschine mechanische Leistung aufnimmt, ihr Drehmoment also entgegen der Drehrichtung wirkt. Es ist zwischen stationärem Bremsbetrieb und Stillsetzen zu unterscheiden. Im Folgenden werden solche Möglichkeiten des Bremsbetriebs kurz betrachtet, die sich ausgehend vom Betrieb der Gleichstrommaschine am Netz starrer Spannung realisieren lassen. Auf die eleganteste Art der Einleitung des Bremsbetriebs über die Spannungsstellung wird bei der Betrachtung des drehzahlvariablen Gleichstromantriebs im Abschnitt 3.4.3 eingegangen.

Der *stationäre Bremsbetrieb* spielt dann eine Rolle, wenn das Drehmoment der Arbeitsmaschine sein Vorzeichen ändert und damit im Sinne einer Drehzahlerhöhung wirkt ($M_A > 0$). Dieser Vorgang tritt z.B. bei der Talfahrt elektrisch angetriebener Fahrzeuge oder beim Absenken von Lasten bei Hebezeugen auf. Um ein ständiges Beschleunigen des Antriebs zu vermeiden, muss dann ein Bremsmoment aufgebracht werden. Das kann sowohl dadurch erfolgen, dass die Maschine am starren Netz bleibt, als auch dadurch, dass man sie auf Widerstände arbeiten lässt. Im ersten Fall wird die mechanische Leistung, die über die Welle zufließt, als elektrische Leistung in das Netz geliefert, und man spricht von einer *Nutzbremung*. Beim Übergang zum Bremsbetrieb gleitet der Arbeitspunkt entsprechend Bild 3.4.10a auf der Drehzahl-

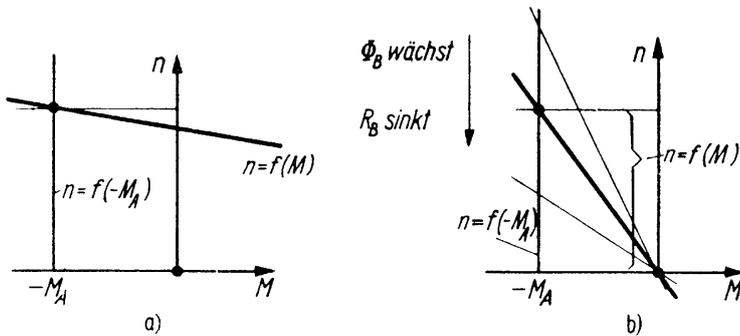


Bild 3.4.10 Stationärer Bremsbetrieb der Gleichstrommaschine mit Fremd-, Nebenschluss- und Permanenterregung:
a) am starren Netz als Nutzbremung;
b) auf Widerstände als Widerstandsbremung

Drehmoment-Kennlinie der Gleichstrommaschine am starren Netz (s. Bild 3.4.5) in das Gebiet negativer Drehmomente. Dabei steigt die Drehzahl geringfügig an.

Wenn man die Maschine im Bremsbetrieb ankerseitig vom Netz trennt und als Generator auf einen Bremswiderstand R_B arbeiten lässt, spricht man von *Widerstandsbremung* und im Extremfall, dass der Bremswiderstand null gemacht wird, von *Kurzschlussbremung*. Die mechanische Leistung wird dabei über die Zwischenstufe einer elektrischen Leistung in Wärme umgewandelt. Das Drehzahl-Drehmoment-Verhalten folgt aus (3.3.11) und (3.3.12) mit $U = R_B I_B$ und $I_B = -I$ zu

$$M = \frac{c}{2\pi} \Phi_B I = -\frac{(c\Phi_B)^2}{2\pi(R + R_B)} n. \quad (3.4.13)$$

Für verschiedene Werte von Φ_B und R_B erhält man eine Kennlinienschar, wie sie im Bild 3.4.10b dargestellt ist. Die Drehzahl stellt sich entsprechend dem Schnittpunkt der maßgebenden Kennlinien $n = f(M)$ und $n = f(-M_A)$ ein.

Das *Stillsetzen* von einer positiven Drehzahl aus erfordert, dass ein negatives resultierendes Drehmoment ($m + m_A$) auftritt. Bei quasistationärer Betrachtung der Vorgänge geht diese Fordung über in $(M + M_A) < 0$. Es wird der in erster Linie interessierende Fall betrachtet, dass vor dem Einleiten des Bremsvorgangs Motorbetrieb herrscht, d.h. $-M_A = M_w > 0$ ist. Der Antrieb kann dann offensichtlich am einfachsten dadurch stillgesetzt werden, dass die elektrische Maschine abgeschaltet und damit $M = 0$ gemacht wird. In diesem Fall findet ein *freier Auslauf* statt. Die Rotationsmassen werden durch das negative Drehmoment der Arbeitsmaschine verzögert. Bei Maschinen kleiner Leistung ist dies der übliche Weg zum Stillsetzen des Antriebs. Der Prozess der Verzögerung des Läufers kann bei größeren Maschinen durch ein negatives Drehmoment der elektrischen Maschine unterstützt werden. Dazu muss ihr Arbeitspunkt bei der augenblicklich herrschenden Drehzahl in das Gebiet negativer Drehmomente verlagert werden. Negative Drehmomente können auf dem Wege der bereits erwähnten Widerstandsbremung erzeugt werden (Bild 3.4.11a). Eine weitere Möglichkeit besteht darin, die ursprüngliche Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie durch

Umpolen der Ankerspannung extrem zu verschieben, so dass die Leerlaufdrehzahl bei gleichem Betrag ihr Vorzeichen wechselt. Dieses Verfahren wird als *Gegenstrombremsung* bezeichnet (Bild 3.4.11b). Es liefert sehr große Bremsmomente, wobei natürlich auch entsprechend große Ströme fließen. Durch Einschalten äußerer Widerstände in den Ankerkreis kann die Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie so weich gemacht werden, dass die Drehmomente und Ströme beherrschbare Werte annehmen. Die Gegenstrombremsung hat den Vorteil, dass sie bis zum Stillstand wirksam ist. Demgegenüber entwickelt die Widerstandsbremung bei $n = 0$ kein Bremsmoment. Wenn das bremsende Drehmoment der Arbeitsmaschine für $n \rightarrow 0$ nicht groß genug ist, muss in diesem Fall eine mechanische Bremse vorgesehen werden.

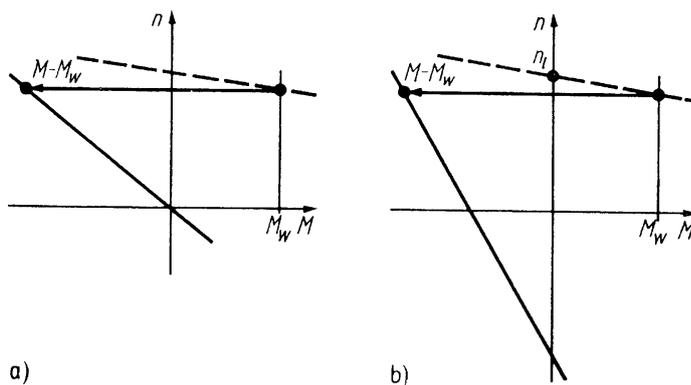


Bild 3.4.11 Stillsetzen der Gleichstrommaschine mit Fremd-, Nebenschluss- und Permanenterregung:
a) durch Generatorbetrieb auf Widerstände als Widerstandsbremung;
b) als Gegenstrombremsung.
Kennlinie der Gleichstrommaschine im vorangegangenen Motorbetrieb (---) und im Bremsbetrieb (—)

3.4.3

Betrieb im drehzahlvariablen Antrieb

Nachdem die Gleichstromnetze der allgemeinen Energieversorgung generell durch Drehstrom- bzw. Wechselstromnetze abgelöst wurden, verblieben als Einsatzbereiche der Gleichstrommaschine zunächst solche, wo lokale Gleichstromnetze vorhanden sind, wie auf Fahrzeugen und Schiffen sowie in batteriegespeisten Geräten, aber auch in Form von Netzen für die Bahnstromversorgung. Dabei kommen i. Allg. Maschinen kleiner Leistung zum Einsatz. Die Gleichstrommaschine bietet aber – vor allem in der Form der noch näher zu behandelnden Methode der Drehzahlstellung über die Änderung der Ankerspannung – einfache Wege zur Realisierung drehzahlvariablen Antriebe. Im Zuge der Zunahme der Automatisierung aller technologischen Prozesse ist ein wachsendes Bedürfnis nach drehzahlvariablen Antrieben entstanden. Die Gleichstromantriebstechnik bot eine erste Möglichkeit, dieses Bedürfnis ele-

gant zu befriedigen. Durch die Entwicklung der Leistungselektronik wurde dieser Prozess gefördert. Die Leistungselektronik eröffnet dabei sowohl energetisch als auch vom Aufwand her günstige Möglichkeiten, veränderbare Gleichspannungen zur Verfügung zu stellen. Die Weiterentwicklung der Elektronik bietet unterdessen auch Möglichkeiten, drehzahlvariable Antriebe unter Verwendung von Drehstrommaschinen zu realisieren, die einfacher im Aufbau und damit robuster und kostengünstiger als Gleichstrommaschinen sind. Trotzdem hat die Gleichstromantriebstechnik nach wie vor Bedeutung.

3.4.3.1 Antriebsaufgaben und deren prinzipielle Lösung mit Gleichstrommaschinen

Drehzahlvariable Antriebe werden in einer ersten Form benötigt, um eine Arbeitsmaschine in einzelnen Zeitabschnitten mit unterschiedlicher, aber innerhalb eines Zeitabschnitts konstanter Drehzahl oder mit kontinuierlich veränderlicher Drehzahl zu betreiben (Bild 3.4.12a,b). Mit Hilfe derartiger *Drehzahlstellvorgänge* wird der technologische Prozess, in den die Arbeitsmaschine eingreift, über die Drehzahl im Sinne einer Verbesserung der Effektivität und Qualität beeinflussbar. Häufig werden hierdurch verlustbehaftete mechanische oder strömungstechnische Stellglieder überflüssig. Dabei kommt es in einigen Fällen lediglich darauf an, den Antrieb aus einem Betriebszustand A mit der Drehzahl n_A in einen Betriebszustand B mit einer anderen Drehzahl n_B zu überführen, ohne dass der genaue zeitliche Ablauf dieses Vorgangs wichtig ist. In anderen Fällen ist der zeitliche Ablauf der Drehzahl selbst von unmittelbarem Interesse. In einer dritten Form dienen drehzahlvariable Antriebe zur Realisierung von *Positioniervorgängen*, bei denen ein Antrieb in einer gegebenen Zeit von einer Lage α_1

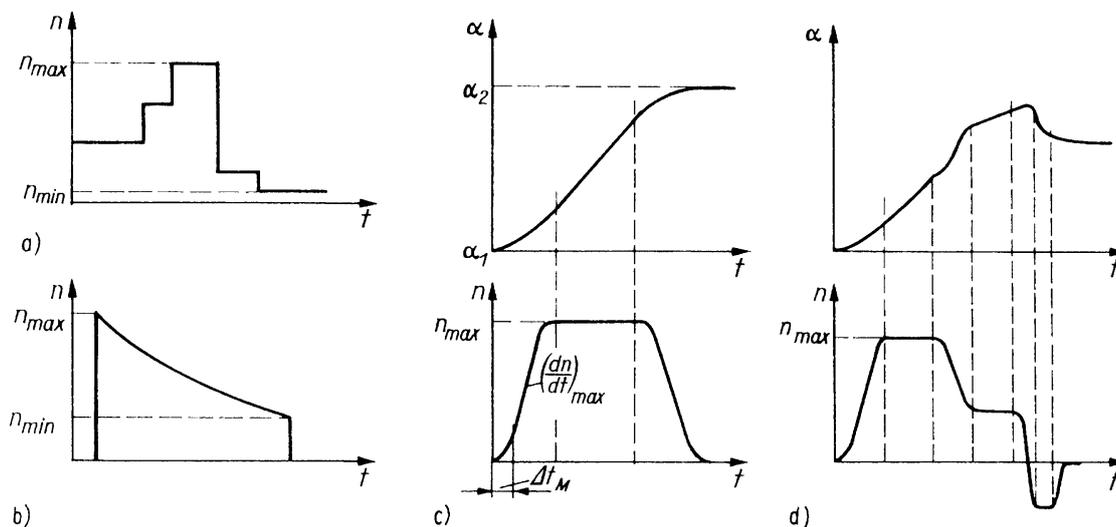


Bild 3.4.12 Antriebsaufgaben:

- Drehzahlstellvorgang mit abschnittsweise konstanter Drehzahl;
- Drehzahlstellvorgang mit kontinuierlich veränderter Drehzahl;
- Positioniervorgang als Punktsteuerung;
- Positioniervorgang als Bahnsteuerung

in eine Lage α_2 (*Punktsteuerung*) oder entsprechend einer gegebenen Funktion $\alpha(t)$ (*Bahnsteuerung*) zu führen ist (Bild 3.4.12c,d). Der Verlauf der Drehzahl, der sich dabei einstellt, ist selbst nicht von unmittelbarem Interesse.

Im Bild 3.4.12 sind die beiden letztgenannten Antriebsaufgaben erläutert. Daraus lassen sich folgende Anforderungen an die Gleichstrommaschine ablesen:

- Zulässigkeit der erforderlichen Maximaldrehzahl n_{\max}
- Bewältigung eines gegebenen Drehzahlstellbereichs n_{\max}/n_{\min} , wobei n_{\min} im Zusammenhang mit der Gleichförmigkeit der Drehbewegung bei dieser Drehzahl zu definieren ist
- Erzeugung des benötigten maximalen Drehmoments M_{\max} bzw. Bereitstellung des benötigten maximalen Ankerstroms I_{\max} als Voraussetzung für die Realisierung der geforderten Beschleunigung $(dn/dt)_{\max}$
- Zulässigkeit rascher Änderungen di/dt des Ankerstroms als Voraussetzung dafür, dass das maximale Drehmoment M_{\max} in einer kurzen Zeit Δt_M aufgebaut wird.

Rasche Änderungen des Ankerstroms erfordern, dass der Ständer der Maschine als Blechpaket aufgebaut wird, um die Kommutierung auch während der Stromänderung zu beherrschen. Die entsprechenden Überlegungen waren bereits im Abschnitt 3.3.5 angestellt worden. Die Drehzahlstellung in drehzahlvariablen Gleichstromantrieben wird in erster Linie durch Änderung der Ankerspannung vorgenommen, d.h. durch die sog. *Spannungsstellung*. Im Fall der permanenterregten Maschinen stellt dies gleichzeitig die einzige Möglichkeit dar. Bei Maschinen mit Fremderregung kann zusätzlich die *Feldstellung* herangezogen werden, um den Drehzahlstellbereich zu erweitern oder eine kostengünstigere Antriebslösung zu erhalten. Sie ist auch bei Betrieb am Netz starrer Spannung anwendbar und wurde im Abschnitt 3.4.2.3 behandelt.

3.4.3.2 Drehzahlstellung durch Spannungsstellung im Ankerkreis

Die prinzipielle Schaltung zeigt Bild 3.4.13a. Dabei bleibt zunächst unbetrachtet, auf welche Weise die variable Gleichspannung zur Verfügung gestellt wird (s. Abschnitt 3.4.3.3). Da mit konstantem Fluss Φ_B gearbeitet wird, ist der Ankerstrom I bei einem bestimmten Drehmoment M unabhängig von der Ankerspannung. Die Kennlinie $I = f(M)$ wird also nicht beeinflusst (Bild 3.4.13b). Demgegenüber muss sich die Drehzahl bei Variation der Ankerspannung jeweils so ändern, dass ihr die induzierte Spannung – abgesehen vom Einfluss des Spannungsabfalls über dem Ankerwiderstand – das Gleichgewicht hält. Die Kennlinien $n = f(M)$ werden deshalb entsprechend (3.4.9) in Abhängigkeit von der Ankerspannung U parallel verschoben. Dabei kann die Drehzahl gegenüber ihrem Bemessungswert sowohl vergrößert als auch verkleinert werden. Negative Werte der Ankerspannung verschieben die Kennlinien $n = f(M)$ in das Gebiet negativer Drehzahlen. Damit lassen sich Arbeitspunkte in allen vier Quadranten der Drehzahl-Drehmoment-Ebene einstellen. Aus der Sicht der Antriebstechnik ist damit in beiden Drehrichtungen sowohl Motorbetrieb als auch Bremsbetrieb

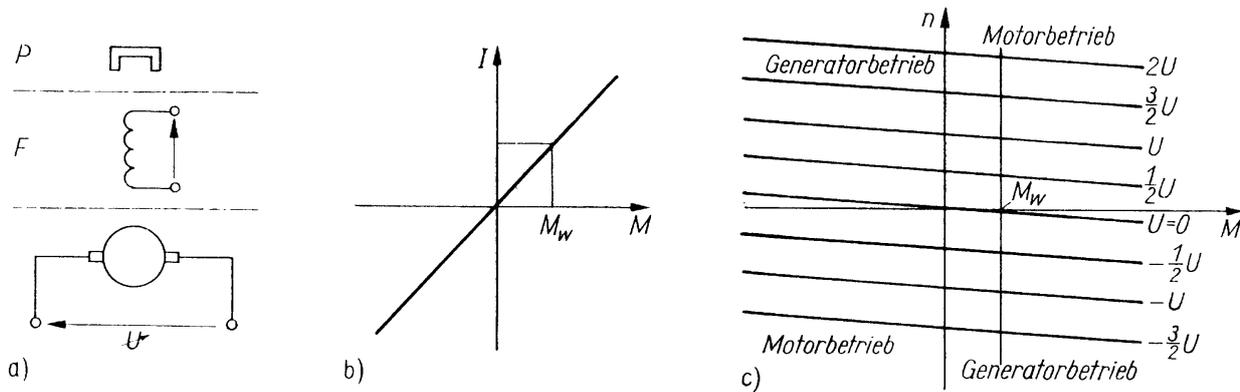


Bild 3.4.13 Drehzahlstellung durch Änderung der Ankerspannung bei Fremderregung mit $U_c = \text{konst.}$ oder bei Permanenterregung – Spannungsstellung.

a) Schaltung bei Fremderregung (F) und bei Permanenterregung (P);

b) Kennlinien $I = f(M)$ } für verschiedene Werte der Ankerspannung U

c) Kennlinien $n = f(M)$ }

möglich. Dabei arbeitet die Gleichstrommaschine im Bremsbetrieb als Generator auf die vorgeschaltete Einrichtung, wenn diese in der Lage ist, ebenfalls die Richtung des Leistungsflusses umzukehren. In diesem Fall erfolgt Rückspeisung von Leistung in das Netz – es liegt *Nutzbremmung* vor. Bild 3.4.13c zeigt eine Reihe Kennlinien $n = f(M)$ für verschiedene Werte von U . Im gleichen Maß wie die Spannung bzw. wie die Drehzahl ändern sich bei konstantem Drehmoment M und damit konstantem Ankerstrom I die elektrische Leistung UI bzw. die mechanische Leistung $2\pi nM$. Dabei treten Veränderungen in den einzelnen Verlustanteilen auf; es kommen jedoch keine dem Verfahren eigenen Verluste hinzu wie bei der Drehzahlstellung mit Ankervorwiderstand.

3.4.3.3 Realisierung der Spannungsstellung

Zur Drehzahlstellung der Gleichstrommaschine über eine einstellbare Ankerspannung wird zwischen das zur Verfügung stehende Netz und die Gleichstrommaschine ein steuerbares Stromrichterstellglied eingefügt. Als steuerbare Ventile in diesem Stellglied kommen Thyristoren – auch als abschaltbare Thyristoren (GTO) – sowie Leistungstransistoren zum Einsatz.

In den meisten Fällen soll der Antrieb letztlich aus dem Drehstromnetz gespeist werden. Bei Antrieben kleiner Leistung verwendet man auch das Wechselstromnetz. Das Stromrichterstellglied zwischen Drehstrom- bzw. Wechselstromnetz und Gleichstrommaschine ist dann ein *netzgeführter Stromrichter*. Er arbeitet bei Motorbetrieb der Gleichstrommaschine als gesteuerter Gleichrichter, dessen Ausgangsspannung durch Steuerung des Zündzeitpunkts der Ventile zwischen null und einem Maximalwert einstellbar ist. Bild 3.4.14a zeigt die Schaltung eines derartigen Antriebs unter Verwendung eines Stromrichters in Drehstrom-Brückenschaltung. Da der Stromrichter ausgangsseitig nur eine Stromrichtung zulässt, denn die Ventile haben nur eine Durchlassrichtung, kann ein derartiger Antrieb zunächst, d.h. solange die Ventile nur dann