

A. Kremser
Grundzüge elektrischer Maschinen
und Antriebe

Grundzüge elektrischer Maschinen und Antriebe

Von Prof. Dr.-Ing. Andreas Kremser
Georg-Simon-Ohm-Fachhochschule Nürnberg

Mit 111 Bildern



B. G. Teubner Stuttgart 1997

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Kremser, Andreas:

Grundzüge elektrischer Maschinen und Antriebe /
von Andreas Kremser. – Stuttgart : Teubner, 1997

ISBN 978-3-519-06188-5 ISBN 978-3-322-94031-5 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-322-94031-5

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt besonders für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

© B. G. Teubner Stuttgart 1997

Gesamtherstellung: Präzis-Druck GmbH, Karlsruhe
Einbandgestaltung: Peter Pfitz, Stuttgart

Vorwort

In der heutigen Zeit, in der die Beschäftigung mit Software von manchen sogenannten „Experten“ für die wichtigste Tätigkeit eines Elektroingenieurs gehalten zu werden scheint, mag es nicht als zwingend erforderlich erscheinen, der beträchtlichen Anzahl Bücher - zum Teil auch sehr guter Werke - über elektrische Maschinen ein weiteres hinzuzufügen.

Ich konnte mich während meiner beruflichen Tätigkeit jedoch häufig davon überzeugen, daß es zur Lösung von Antriebsproblemen oft nicht hinreichend ist, die elektrischen Maschinen als „black box“ oder als Reihenschaltung von Induktivität und induzierter Spannung zu betrachten. Für den Ingenieur, der antriebstechnische Aufgabenstellungen zu bewältigen hat, sind Grundkenntnisse auch über die elektromagnetisch- mechanische Energiewandlung hilfreich. Daher hat in elektrotechnischen Studiengängen die Grundlagenausbildung im Fachgebiet elektrischer Maschinen durchaus ihre Berechtigung.

Das vorliegende Buch soll einerseits den Studierenden bei dieser Ausbildung Hilfestellung geben, andererseits denjenigen in der Praxis tätigen Ingenieuren, die nicht als Entwickler elektrischer Maschinen arbeiten, zur Weiterbildung dienen.

Meine eigene Ausbildung im Fachgebiet elektrischer Maschinen verdanke ich Herrn Professor Dr.- Ing. H. O. Seinsch, der sich in hervorragender Weise bemüht hat, die elektrotechnischen Grundlagen am Beispiel der elektrischen Maschinen und Antriebe zu vertiefen.

In meiner Vorlesung „Elektrische Maschinen“, die ich an der Georg-Simon- Ohm- Fachhochschule Nürnberg für die Studierenden der elektrischen Energie- und Automatisierungstechnik halte, und die die Basis für das vorliegende Buch bildet, habe ich mich in der Darstellung einiger Themenkreise, wie zum Beispiel des Luftspaltfeldes elektrischer Maschinen, an die meines Lehrers angelehnt.

Bei meinem Werkmeister, Herrn Gerhard Kißkalt, möchte ich mich für die wertvolle Unterstützung bei der Erstellung der Bilder bedanken. Weiterhin gilt mein Dank Herrn Thomas Schuster, der mir sehr dabei geholfen hat, mein Vorlesungsskript in eine reproduktionsfähige Manuskriptvorlage zu überführen.

Meiner Frau danke ich für die Unterstützung und das Verständnis während der sehr arbeitsintensiven Zeit der Erstellung der Manuskriptvorlage.

Nürnberg, im Frühjahr 1997

Andreas Kremser

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung	1
2 Gleichstrommaschinen	7
2.1 Induktionsgesetz	8
2.2 Ankerwicklungen von Gleichstrommaschinen	10
2.3 Spannungsgleichung der Gleichstrommaschine	14
2.4 Nebenschlußverhalten	17
2.5 Reihenschlußverhalten	23
2.6 Aufbau der Gleichstrommaschine	27
2.7 Schutzarten, Bauformen, Wärmeklassen	29
2.8 Stromwendung	31
2.9 Anschlußbezeichnungen und Schaltbilder	32
2.10 Das Luftspaltfeld der Gleichstrommaschine	33
2.11 Segmentspannung	37
2.12 Stromrichterspeisung von Gleichstrommaschinen	40
2.13 Schwungmassenanlauf eines Gleichstrommotors	43
2.14 Universalmotoren	46
3 Transformatoren	47
3.1 Spannungsgleichungen des Einphasentransformators	47
3.2 Leerlauf des Einphasentransformators	50
3.3 Kurzschluß des Einphasentransformators	54
3.4 Einphasentransformator bei Belastung	57
3.5 Eisenkerne von Einphasen- und Drehstromtransformatoren	60
3.6 Wicklungsausführungen	62
3.7 Spannungsgleichungen des Drehstromtransformators	63
3.8 Parallelbetrieb von Transformatoren	66
3.9 Magnetisierungsstrom eines Transformators unter Einfluß der Eisensättigung	67
3.9.1 Eingeprägte Spannung	68
3.9.2 Sternschaltung der Wicklungen	70

3.10 Schaltvorgänge bei Einphasentransformatoren	71
3.10.1 Zuschalten eines leerlaufenden Transformators an das starre Netz	72
3.10.2 Kurzschluß des leerlaufenden Transformators	73
3.11 Schaltgruppen von Drehstromtransformatoren	74
3.12 Unsymmetrische und einphasige Belastungen von Drehstromtransformatoren	76
3.13 Spartransformatoren	78
4 Asynchronmaschinen	80
4.1 Wicklungen von Asynchronmaschinen	81
4.1.1 Wechselstromwicklungen	81
4.1.2 Drehstromwicklungen	85
4.2 Ständerfrequenz, Läuferfrequenz, Schlupf	89
4.3 Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine	90
4.4 Vereinfachtes Ersatzschaltbild der AsM, Stromortskurve	94
4.4.1 Gesetz über die Spaltung der Luftspaltleistung	96
4.4.2 Maßstäbe, Kenngeraden und Parametrierung der SOK	98
4.4.3 Kippmoment, Kippschlupf, Kloss'sche Formel	104
4.5 Drehmoment- Drehzahl- Kennlinie	106
4.6 Betriebsverhalten von Schleifringläufermotoren	109
4.7 Aufbau der Asynchronmaschine	114
4.8 Anlauf von Antrieben	116
4.9 Umrichterspeisung von Asynchronmaschinen	123
4.10 Verluste, Wirkungsgrad	131
4.11 Motorerwärmung, Explosionsschutz	136
4.12 Asynchrongeneratoren	145
4.13 Wechselstromasynchronmotoren	148
4.13.1 Zweisträngige Motoren	150
4.13.2 Dreisträngige Motoren	155
5 Synchronmaschinen	158
5.1 Luftspaltfeld des Läufers	159
5.2 Vollpolmaschine	161
5.2.1 Spannungsgleichung und Ersatzschaltbild	162
5.2.2 Leerlauf- und Kurzschlußkennlinie	164
5.2.3 Potier- Diagramm	166
5.2.4 Bestimmung des Nennerergerstroms	168
5.2.5 Stromortskurve bei konstantem Erregerstrom	169
5.2.6 V- Kurven	170
5.2.7 Regulierkennlinien	172
5.2.8 Drehmomentgleichung für den Betrieb am starren Netz	173
5.2.9 Zweipoliger und einpoliger Dauerkurzschluß	174

Inhaltsverzeichnis	IX
5.3 Besonderheiten der Schenkelpolmaschine	175
5.3.1 Spannungsgleichung und Ersatzschaltbild	176
5.3.2 Zeigerdiagramm	177
5.3.3 Drehmomentgleichung für den Betrieb am starren Netz	178
5.4 Permanenterregte Synchronmaschinen	178
5.5 Anlauf der Synchronmaschine, Synchronisation	183
5.6 Stoßkurzschlußstrom	183
6 Arbeitsmaschinen	185
7 Lösungen der Beispiele	187
7.1 Lösung zu Beispiel 2.1	187
7.2 Lösung zu Beispiel 2.2	188
7.3 Lösung zu Beispiel 2.3	191
7.4 Lösung zu Beispiel 3.1	193
7.5 Lösung zu Beispiel 3.2	193
7.6 Lösung zu Beispiel 3.3	194
7.7 Lösung zu Beispiel 4.1	194
7.8 Lösung zu Beispiel 4.2	196
7.9 Lösung zu Beispiel 4.3	197
7.10 Lösung zu Beispiel 4.4	199
7.11 Lösung zu Beispiel 4.5	200
7.12 Lösung zu Beispiel 4.6	204
Formelzeichen	205
Literaturverzeichnis	208
Sachwortverzeichnis	210

1 Einführung

Elektrische Energie hat gegenüber anderen Energieträgern den Vorzug besonders einfacher Umformung bzw. Umwandlung und läßt sich über große Entfernungen mit geringen Verlusten übertragen. Je nach Art der Energiewandlung werden die elektrischen Einrichtungen unterschieden.

Tabelle 1.1

Bezeichnungen der elektrischen Einrichtungen nach Art der Energiewandlung

Umwandlung	mechanisch	→	elektrisch	Generator
	elektrisch	→	mechanisch	Motor
Umformung	Gleichstrom	→	Wechselstrom	statische oder rotierende Umformer
	Wechselstrom	→	Gleichstrom	Gleichrichter
	Wechselstrom	→	Wechselstrom	Transformator, rotierende Umformer, Umrichter

Energieumwandlung und -umformung ist stets mit Verlusten in Form von Wärme verbunden. Bei elektrischen Maschinen erfolgt die Energiewandlung jedoch mit im Vergleich zu anderen energetischen Prozessen hohem Wirkungsgrad, insbesondere bei elektrischen Maschinen großer Leistung (z. B. $\eta > 99\%$ bei einem 1000 MVA- Transformator).

Die Einbindung der elektrischen Maschinen in den Übertragungsweg elektrischer Energie von der Erzeugung (Kraftwerk) bis zum Verbraucher (Industriebetriebe, Haushalte) ist beispielhaft in Bild 1.1 zu sehen.

Kraftwerksgeneratoren werden in der Regel für eine Bemessungsspannung von 21 kV ausgeführt. Man unterscheidet schnellaufende Generatoren (Turbogeneratoren, $2p = 2, 4$, Antrieb durch Dampf- oder Gasturbinen, Grenzleistungen bis etwa 2000 MVA) und langsamlaufende Genera-

toren (bis zu $2p = 100$, Antrieb durch Wasserturbinen, Grenzleistungen bis etwa 800 MVA). Den (Turbo-) Generatoren nachgeschaltet sind Maschinentransformatoren, die direkt in das 220 kV oder 380 kV- Netz einspeisen (Westeuropa; Kanada und GUS z. T. für große Entfernungen auch bis 750 kV).

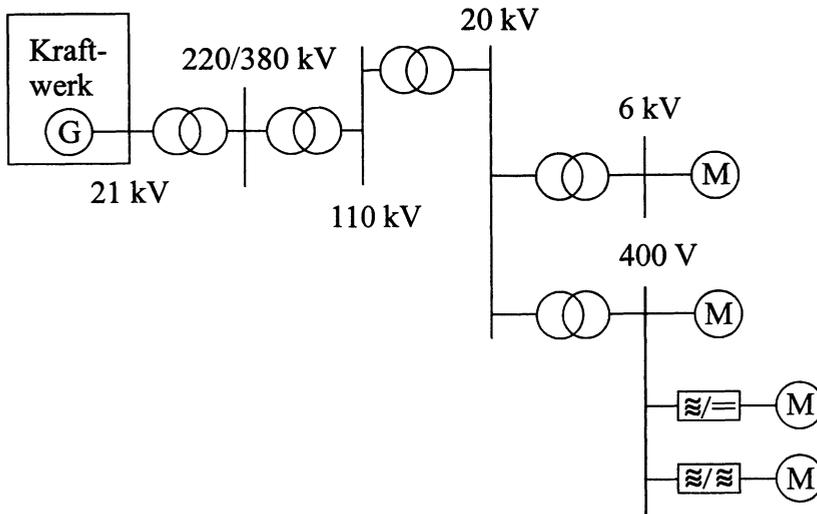


Bild 1.1

Elektrische Maschinen im Übertragungsweg elektrischer Energie

Zur weiteren Verteilung der elektrischen Energie dienen Umspannwerke, in denen auf Spannungsebenen von 110 kV, 20 kV, 6 kV transformiert wird. Hochspannungsmotoren als industrielle Antriebe werden bis zu Spannungen von 13,8 kV (üblich: 6 kV) eingesetzt. Es handelt sich bei Leistungen bis etwa 10 MW hauptsächlich um Asynchronmotoren. Im Leistungsbereich unter 1 kW bis maximal ca. 1000 kW werden Niederspannungsasynchronmotoren mit Bemessungsspannungen von 230/400/(500)/690 V entweder direkt an das Netz angeschlossen oder über Umrichter am Netz betrieben (Netznormspannungen nach DIN IEC 38). In geringerem Umfang dienen auch Gleichstrommotoren als industrielle Antriebe.

Die Aufteilung des deutschen Produktionsvolumens lag 1994 bei etwa 75% elektrischen Antrieben und ca. 25% Transformatoren.

Bild 1.2 zeigt für die wirtschaftlich bedeutenderen elektrischen Antriebe die Aufteilung des deutschen Produktionsvolumens, das 1996 etwa 7,85 Mrd. DM betrug.

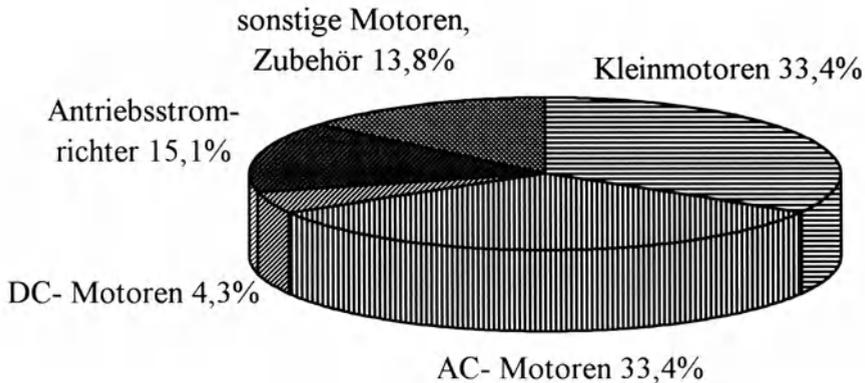


Bild 1.2

Elektrische Antriebe: Produktionsvolumen 1996 (Deutschland, Quelle: ZVEI)

Der deutsche Marktanteil bei den elektrischen Motoren in Europa beträgt ca. 40% ("integral horsepower"- Markt, d.h. Leistungen ab 0,75 kW, europäischer Gesamtmarkt etwa 2,2 Mrd. \$).

Die Aufteilung des europäischen Marktes nach Leistungsbereichen sowie nach Gleichstrom- und Drehstrommotoren ist in Bild 1.3 dargestellt. Etwa 5% des Produktionsvolumens sind Einphasenmotoren, 81% Drehstrommotoren und 14% Gleichstrommotoren.

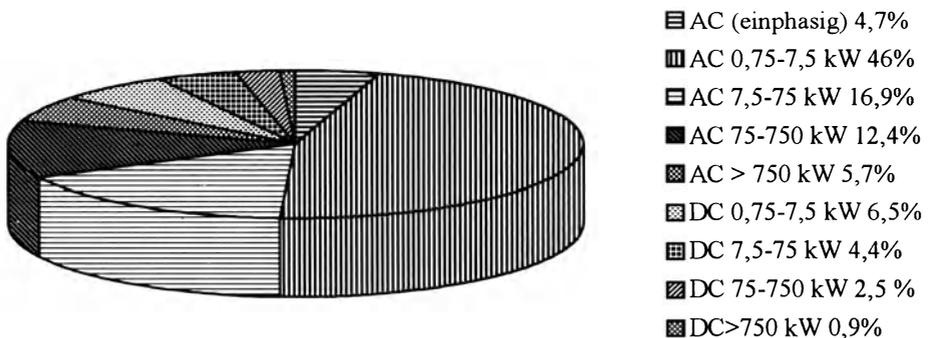


Bild 1.3

Anteile der Drehstrom- und Gleichstrommotoren (europäischer Markt 1994, [1])

Sowohl der deutsche als auch der europäische Motorenmarkt zeigen ein Verhältnis Drehstrommotoren zu Gleichstrommotoren wie etwa 85% zu 15%.

Elektromotoren dienen überwiegend als Pumpen- oder Kompressorantriebe (etwa 30%), daneben jedoch auch als Ventilatorantriebe (ca. 14%) sowie als Antriebe für Druckmaschinen, Textilmaschinen und Papiermaschinen (ca. 15%).

In Deutschland wurden 1994 Transformatoren im Wert von etwa 2,7 Mrd. DM produziert, wobei die Anteile von Verteiler- und Leistungstransformatoren mit 40% und von Drosseln, Sondertransformatoren, Stromwandlern usw. mit 36% fast gleich sind. Kleintransformatoren machen 24% des Produktionsvolumens aus (Bild 1.4).

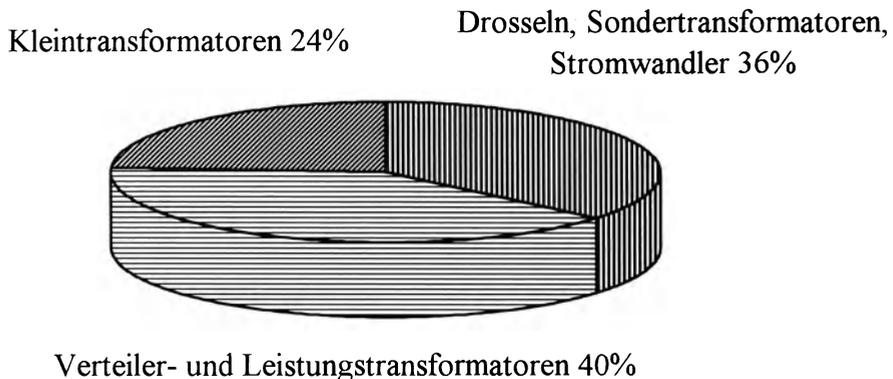


Bild 1.4

Transformatoren: Produktionsvolumen 1994: 2,7 Mrd. DM (Deutschland, Quelle: ZVEI)

Nach diesem Überblick über die Einbindung der elektrischen Maschinen in die industrielle Produktion sowie über die enorme wirtschaftliche Bedeutung der Antriebstechnik seien einige Vorbemerkungen gestattet, bevor theoretische Grundlagen und technische Ausführung der elektrischen Maschinen erläutert werden.

Obwohl der Elektromaschinenbau eine vergleichsweise "alte" Disziplin der Elektrotechnik ist (die physikalisch-technischen Grundlagen des Elektromotors sind seit über 100 Jahren bekannt), handelt es sich dennoch nicht um einen "innovationslosen" Industriezweig. Das Berufsbild der Elektromaschinenbauer wird heute entscheidend durch den ständigen Zwang zur technischen Weiterentwicklung geprägt. Ausgelöst werden die

Neu- und Weiterentwicklungen zum Teil durch Verschärfung der gesetzlichen Vorschriften, wie zum Beispiel die 3. Verordnung zur Schallemission oder den amerikanischen "energy policy act", der unter anderem für Elektromotoren leistungsabhängig Mindestwirkungsgrade vorschreibt, die von den marktüblichen Motorenreihen bei weitem nicht erreicht werden. Weitere Auslöser für Produktinnovationen im Bereich der Antriebstechnik sind Weiterentwicklung auf den Gebieten der Leistungselektronik sowie der Steuerungs-, Regelungs- und Automatisierungstechnik.

In den letzten Jahren wurde der Industriezweig Elektromaschinenbau durch schrumpfende Märkte (Produktionsrückgang der elektrischen Antriebe in Deutschland von 1990 bis 1993 etwa 13%) mit der Folge einer schlechteren Auslastung der Produktionsstätten bei gleichzeitigem Marktpreisverfall schwer getroffen. Hieraus resultieren derzeit enorme Anstrengungen zur Kostensenkung aller westeuropäischen Hersteller. Erst im Jahr 1996 wurde das Produktionsvolumen des Jahres 1990 (knapp 8 Mrd. DM) wieder erreicht.

Als Beispiel der stetigen Weiterentwicklung ist in Bild 1.5 die Entwicklung des Leistungsgewichts eines vierpoligen oberflächengekühlten Industriemotors mit einer Bemessungsleistung von 30 kW vom Jahr 1900 bis heute dargestellt. In diesem Zeitraum wurde das Maschinengewicht um mehr als 80% reduziert.

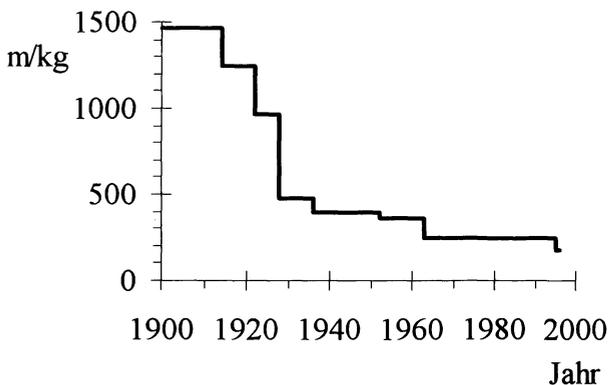


Bild 1.5

Entwicklung des Maschinengewichts eines 4poligen, oberflächengekühlten 30 kW- Industriemotors von 1900 bis heute [2]

Der Elektromaschinenbau verbindet wohl enger als die meisten übrigen Disziplinen der Elektrotechnik Grundlagen aus unterschiedlichsten Gebieten: neben den physikalischen Grundgesetzen Induktionsgesetz und Durchflutungsgesetz, deren Kenntnis von fundamentaler Bedeutung für das Verständnis der Funktionsweise der elektrischen Maschinen ist, ist zur analytischen Betrachtung von Antriebsproblemen **Grundwissen** aus

anderen Gebieten, wie beispielsweise aus Mathematik (z. B. Differential- und Integralrechnung, Fourierreihen, Ortskurventheorie) und Physik (insbesondere Mechanik) sowie aus dem Maschinenbau (Festigkeitslehre, Werkstoffkunde) erforderlich.

Die Gleichstrommaschinen sind zwar vom Aufbau weit komplexer als die Drehstromasynchronmaschinen, können jedoch in ihrem wesentlichen Betriebsverhalten durch einige wenige einfache Gleichungen beschrieben werden.

Im vorliegenden Buch werden daher zunächst die Gleichstrommaschinen behandelt. Das dritte Kapitel hat Einphasen- und Drehstromtransformatoren zum Inhalt. Den größten Umfang nimmt das vierte Kapitel "Asynchronmotoren" ein. Abschließend werden die Synchronmaschinen behandelt. Kapitel 6 gibt einen kurzen Überblick über die Arbeitsmaschinen.

Die elektrischen Motoren mit kleinen Leistungen ("fractional horsepower", kleiner als 0,75 kW) betreffend, wird auf die weiterführende Literatur (z. B. [3], [4]) verwiesen.

Bei der Behandlung der theoretischen Grundlagen des Betriebsverhaltens der elektrischen Maschinen werden Einzelheiten des konstruktiven Aufbaus oder des Maschinenentwurfs nur soweit erläutert, wie es zum grundsätzlichen Verständnis der Funktionsweise erforderlich ist. Weitgehende Vereinfachungen sollen das Verständnis erleichtern.

Die Gleichungen werden durchwegs als Größengleichungen geschrieben; als Einheiten werden ausschließlich SI- Einheiten verwendet.

Weitestgehend wurden die Formelzeichen nach DIN 1304 (Teil 1: Allgemeine Formelzeichen, Teil 7: Formelzeichen für elektrische Maschinen) verwendet. Begriffe wie zum Beispiel "Nennleistung" oder "Nennspannung" sind auch heute noch durchaus üblich, so daß die Begriffe "Nenngröße" und "Bemessungsgröße" gleichermaßen verwendet werden. Als Index zur Kennzeichnung der Bemessungsgrößen wurde durchwegs "N" verwendet (DIN 1304 Teil 7). Ständer- und Läufergrößen bei rotierenden Maschinen wurden ebenso wie Primär- und Sekundärgrößen bei Transformatoren mit den Indizes "1" und "2" gekennzeichnet.

An Beispielen werden die vorgestellten Grundlagen angewendet. Die Lösungen sind in Kapitel 7 zu finden.

2 Gleichstrommaschinen

Das dynamoelektrische Prinzip wurde 1866 von Werner von Siemens entdeckt. Die ersten wirtschaftlich brauchbaren Generatoren und Motoren waren Gleichstrommaschinen. Erst 1889 gelang es Dolivo Dobrowolski als erstem, einen brauchbaren Asynchronmotor mit Kurzschluß- oder Käfigläufer zu entwickeln. Heute sind über 95% aller Elektromotoren Asynchronmotoren. Trotz des hohen Anteils von Drehstrommotoren werden auch heute noch Gleichstrommaschinen, überwiegend als stromrichtergespeiste Motoren für drehzahlveränderbare Antriebe, eingesetzt.

Vorteile der Gleichstrommotoren sind der einfachere und damit auch kostengünstigere Aufbau der Stromrichter, die hohe Regeldynamik und die hohe Leistungsdichte.

Nachteilig ist der höhere Wartungsaufwand (Kommutator, Bürsten). Mit umrichtergespeisten Drehstromasynchronmotoren sind höhere Drehzahlen und Leistungen erreichbar.

Haupteinsatzgebiete sind Hütten- und Walzwerke, Werkzeugmaschinen, Papiermaschinen, Hebezeuge und Kranantriebe, Traktionsantriebe (z. B. Straßenbahntriebwagen N8 der Verkehrs- AG Nürnberg (VAG): zwei Reihenschlußmotoren 600 V, 125 kW). Neuentwicklungen von Straßenbahntriebwagen oder Lokomotiven werden in der Regel mit Drehstrommotoren ausgerüstet (z. B. Straßenbahntriebwagen GT6 N der VAG: drei Drehstrommotoren 490 V, 120 kW).

In großen Stückzahlen werden Gleichstrommotoren als sogenannte Universalmotoren in tragbaren Elektrowerkzeugen und Haushaltsgeräten eingesetzt (s. Abschnitt 2.14).

Da die grundlegende Funktionsweise der Gleichstrommaschine leichter verständlich ist, als die einer Asynchronmaschine, soll mit der Gleichstrommaschine begonnen werden. Der innere Aufbau der GM wird dabei nur so weit, wie zum Verständnis der Funktionsweise unbedingt erforderlich, beschrieben. Das Betriebsverhalten der Gleichstrommaschine wird dagegen ausführlicher behandelt.

2.1 Induktionsgesetz

Zur Einführung soll zunächst eine Spule mit N Windungen betrachtet werden, die sich mit der Geschwindigkeit v in einem äußeren Magnetfeld bewegt (Bild 2.1).

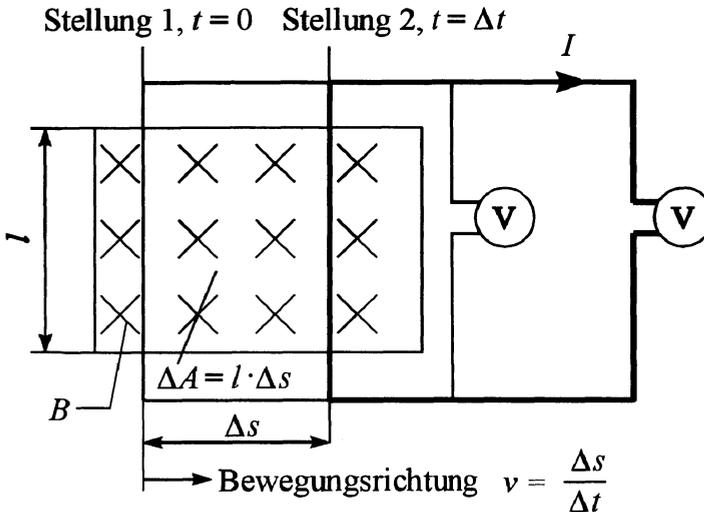


Bild 2.1
Bewegte Spule im
äußeren Magnetfeld

Aus den Grundlagen der Elektrotechnik ist das Induktionsgesetz bei mechanischer Bewegung bekannt.

$$U_L = N \cdot d\Phi / dt \quad (2.1)$$

Die induktive Spannung¹ ist proportional zur Änderung des Flusses mit der Zeit. Im vorliegenden Fall kommt die Flußänderung durch eine Flächenänderung zustande.

$$U_L = N \cdot B \cdot dA / dt = N \cdot B \cdot l \cdot ds / dt = N \cdot B \cdot l \cdot v \quad (2.2)$$

Durch die Änderung des Spulenflusses wird in der Spule eine Spannung induziert, die

- proportional zur Flußdichte
- proportional zur Spulengeschwindigkeit

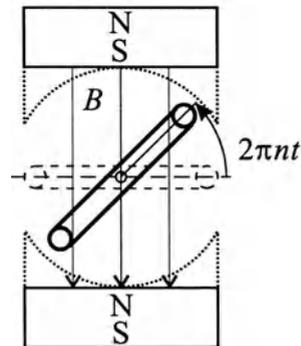
ist.

¹ Im Elektromaschinenbau werden Spannungen an Induktivitäten als Spannungsabfälle beschrieben und daher induktive Spannungen nach Gl. (2.1) häufig - nicht ganz exakt - als „induzierte Spannungen“ bezeichnet.

Wenn die Leiterschleife an den Enden beschaltet ist, so fließt ein Induktionsstrom, der immer so gerichtet ist, daß sein Magnetfeld der Flußänderung entgegenwirkt (Lenzsche Regel). Im vorliegenden Fall wird sich wegen der Flußabnahme die Stromrichtung so einstellen, daß das magnetische Feld des Leiterstroms das äußere Magnetfeld verstärkt und somit der Flußabnahme entgegenwirkt.

Es ist offensichtlich, daß die in Bild 2.1 gezeigte lineare Anordnung der Induktionsspule praktisch nicht einsetzbar ist. Aus diesem Grund soll die Drehung einer Spule mit der Fläche A mit konstanter Drehzahl in einem äußeren magnetischen Feld betrachtet werden (Bild 2.2).

Bild 2.2
Drehende Spule im äußeren Magnetfeld



Zur Berechnung der induktiven Spannung nach Gl. (2.1) wird die zeitliche Änderung der Spulenfläche senkrecht zu den Feldlinien benötigt. Die Projektion der Spulenfläche senkrecht zu den Feldlinien ergibt

$$A_{\perp} = A \cdot \cos(2\pi n t),$$

wenn die Spule zum Zeitpunkt $t = 0$ senkrecht zu den Feldlinien steht.

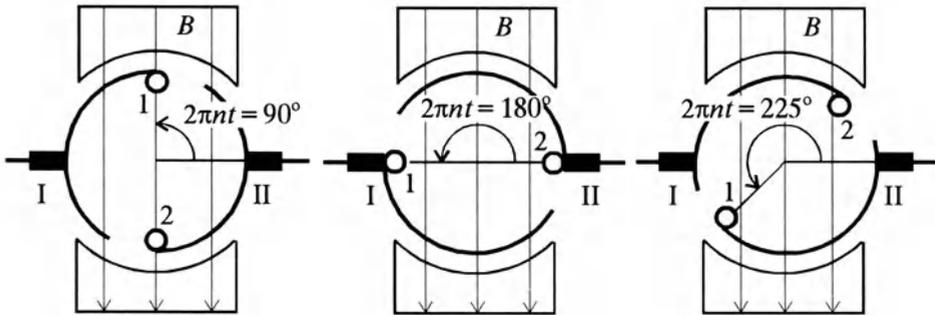
Die Ableitung der Projektionsfläche nach der Zeit beträgt

$$dA_{\perp} / dt = -2\pi n \cdot A \cdot \sin(2\pi n t).$$

Demnach ist die induktive Spannung der Spule sinusförmig:

$$u_L(t) = -N \cdot B \cdot 2\pi n \cdot A \cdot \sin(2\pi n t). \quad (2.3)$$

Verbindet man nun die Enden der rotierenden Spule (1, 2) mit mitrotierenden Kommutatorstegen, von denen die Spannung über feststehende Bürsten (I, II) abgegriffen wird, so wird die Wechselspannung gleichgerichtet. Im Spannungsnulldurchgang ändert sich die Zuordnung der Spulenenden zu den Bürsten (Bild 2.3, Spulenstellungen für $2\pi n t = 90^\circ$, 180° und 225°).

**Bild 2.3**

Zuordnung zwischen den Kommutatorstegen 1, 2 und den Bürsten I, II für $2\pi nt = 90^\circ$, 180° , 225°

Um die Welligkeit der Spannung zu vermindern, werden industriell gefertigte Gleichstrommaschinen mit mehreren, gleichmäßig am Umfang verteilten Spulen ausgeführt (Größenordnung 8 bis 12 Nuten je Pol).

Wenn an die Spulenden über die Kommutatorstege und die Bürsten ein Widerstand angeschlossen ist, so fließt aufgrund der induzierten Spannung ein Strom.

Wegen der sich ändernden Zuordnung der Spulenseiten zu den Bürsten ($2\pi nt = 0^\circ$, 180° , 360° , ...) muß sich zu diesen Zeitpunkten die Stromrichtung ebenfalls umkehren. Dieser Vorgang wird als Kommutierung bezeichnet.

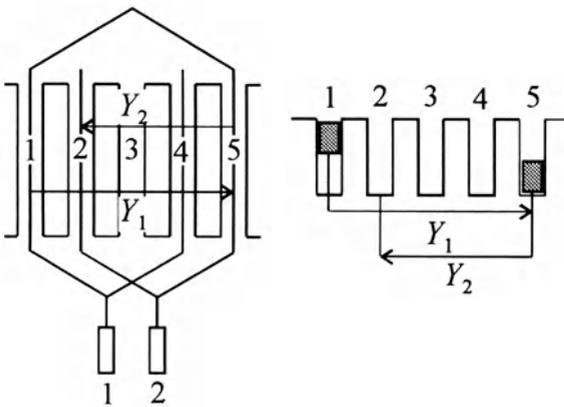
Im folgenden Abschnitt wird ein kurzer Überblick über die Grundlagen der Wicklungsausführung der industriell gefertigten Gleichstrommaschinen gegeben, ohne die große Zahl möglicher Wicklungsvarianten erschöpfend zu behandeln.

2.2 Ankerwicklungen von Gleichstrommaschinen

Wie schon in Abschnitt 2.1 angesprochen, werden Gleichstrommaschinen mit mehr als einer Spule ausgeführt, um möglichst kleine zeitliche Schwankungen der induzierten Spannung zu erreichen.

Zur Aufnahme der Spulen werden Nuten in die Ankerbleche gestanzt. Der Aufbau des rotierenden Teils der Maschine, des Ankers, aus Blechen ist wegen Ummagnetisierung als Folge der Stromumkehr bei der Kommutie-

rung erforderlich (Wirbelstromverluste). Die Wicklungsenden jeder Spule werden auf Kommutatorstege geführt. Ankernuten und -spulen sowie die Kommutatorstege werden fortlaufend durchnummeriert. Die Wicklungen werden als Zweischichtwicklungen ausgeführt, wobei sich jeweils eine Spulenseite in der oberen Nuthälfte (Oberlage) und die andere Spulenseite in der unteren Nuthälfte (Unterslage) einer um den Wicklungsschritt Y_1 entfernten Nut befindet. Bild 2.4 verdeutlicht die Systematik der Numerierung sowie die Lage der Spulenseite in den Nuten (Ausschnitt aus dem Wicklungsplan einer Schleifenwicklung mit $Y_1 = 4$).

**Bild 2.4**

Erste Spule einer Schleifenwicklung

Wicklungen aus Spulen mit der Windungszahl 1 werden als Stabwicklungen, solche mit mehr als einer Windung pro Spule als Spulenwicklungen bezeichnet. Bei Schleifenwicklungen wird die zweite Spulenseite an den zweiten Kommutatorsteg geführt, der dem ersten räumlich benachbart ist. Die erste Spulenseite der zweiten Spule wird mit Steg 2 verbunden, die zweite Spulenseite der zweiten Spule mit Steg 3 usw.

Der Abstand von der zweiten Spulenseite der ersten Spule zur ersten Spulenseite der zweiten Spule wird als Wicklungsschritt Y_2 bezeichnet. In jeder Nut können in Ober- und Unterschicht auch mehrere Spulenseiten nebeneinander liegen.

Mit der Zahl der in einer Nut nebeneinanderliegenden Spulenseiten u lautet der Zusammenhang zwischen der Nutzahl N und der Zahl der Kommutatorstege k

$$k = u \cdot N.$$

Der resultierende Wicklungsschritt der Schleifenwicklung beträgt

$$Y = Y_1 - Y_2 = \pm 1 \quad (2.4)$$

und bezeichnet den Abstand der Kommutatorstege zweier benachbarter Spulen (Pluszeichen für ungekreuzte, Minuszeichen für gekreuzte Wicklungen, selten ausgeführt; nur bei Wellenwicklungen).

Die Entstehung des Wicklungsplans kann schrittweise nachvollzogen werden. Bei Beginn der Wicklung in Nut 1 (Spule 1 an Steg 1) geht es bei der Schleifenwicklung abwechselnd um die Schritte Y_1 und $-Y_2$ am Umfang weiter, wie es nachfolgend symbolisch dargestellt ist.

Oberschicht	1	2	3...12	13	14	15	16	1
		$+Y_1 - Y_2 + Y_1 - Y_2$		$+Y_1 - Y_2 + Y_1 - Y_2 + Y_1 - Y_2 + Y_1 - Y_2 + Y_1 - Y_2$				
Unterschicht	5	6...	...16	1	2	3	4	

Bei der Wellenwicklung wird der zweite Wicklungsschritt Y_2 nicht am Umfang zurück, sondern weiter fortschreitend ausgeführt; die Wicklung erstreckt sich wellenförmig am Umfang. Erst nach einem kompletten Umlauf wird der dem ersten Kommutatorsteg benachbarte Steg (in Bild 2.5: Steg 15, ungekreuzte Wicklung) erreicht. Bild 2.5 zeigt den Wicklungsplan einer Wellenwicklung mit $N = 15$ Spulen und $k = 15$ Kommutatorstegen.

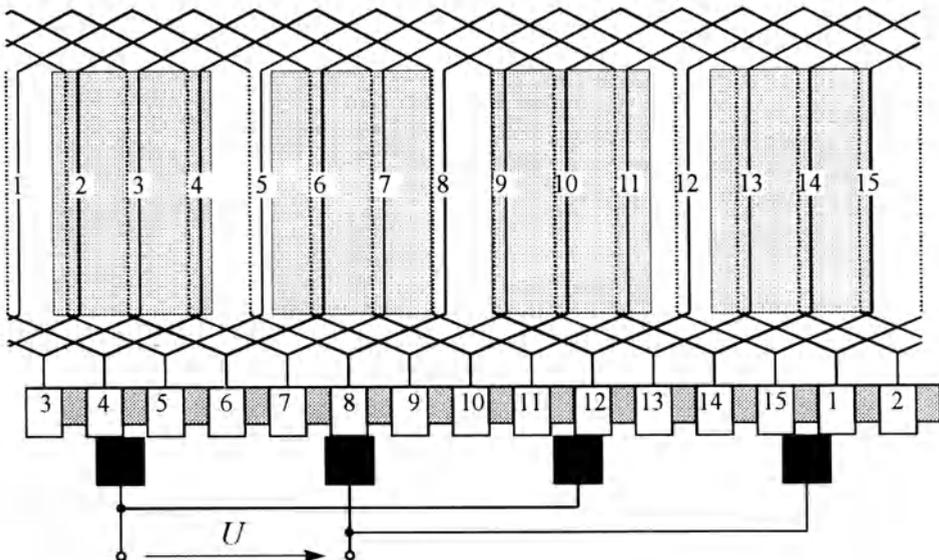


Bild 2.5

Wicklungsplan einer vierpoligen Wellenwicklung mit $N = k = 15$

Die kleine Zahl von Kommutatorstegen in Bild 2.5 wurde wegen der besseren Übersichtlichkeit der Darstellung gewählt. In Bild 2.5 ist die Lage der Hauptpole, die das für die Spannungsinduktion erforderliche Feld erregen, eingezeichnet (Nord und Südpol jeweils abwechselnd).

Der resultierende Wicklungsschritt Y der Wellenwicklung kann nach folgender Überlegung berechnet werden: Nach p Wicklungsschritten Y wird der dem ersten Kommutatorsteg benachbarte Steg erreicht:

$$p \cdot Y = p \cdot (Y_1 + Y_2) = k \pm 1 \quad \Rightarrow \quad Y = \frac{k \pm 1}{p} \quad (2.5)$$

Das negative Vorzeichen in Gl. (2.5) bezeichnet die ungekreuzten Wicklungen, das positive die gekreuzten. Im Beispiel nach Bild 2.5 ist $k = 15$, $p = 2$ und daher

$$Y = \frac{k - 1}{p} = \frac{15 - 1}{2} = 7 \quad \Rightarrow \quad Y_1 = 4, Y_2 = 3$$

Bei Schleifen- und Wellenwicklung werden stets $2p$ Bürsten zur Stromzuführung aufgesetzt. Zwischen je zwei Bürsten liegen $k/2p$ Kommutatorstege. Üblicherweise betragen bei der Schleifenwicklung sowohl der erste als auch der zweite Wicklungsschritt

$$Y_1 \approx k/2p \quad Y_2 = Y_1 - 1 \approx k/2p.$$

Wicklungen mit

$$Y_1 = k/2p$$

werden als Durchmesserwicklungen bezeichnet.

Bei der Schleifenwicklung teilen die parallelgeschalteten Bürsten gleicher Polarität die Wicklung in

$$2a = 2p \quad (2.6a)$$

parallele Zweige auf. Der Bürstenstrom beträgt jeweils $I/2a$.

Bei der Wellenwicklung beträgt der Abstand von einer positiven Bürste zu einer negativen wie bei der Schleifenwicklung $k/2p$ Kommutatorstege. Da der Nachbarsteg jedoch erst nach p Wicklungsschritten erreicht wird, liegen zwischen zwei benachbarten Bürsten $k/2p \cdot p = k/2$ Spulen. Bei einer Wellenwicklung existieren daher unabhängig von der Zahl der Polpaare stets

$$2a = 2 \quad (2.6b)$$

parallele Zweige.

Wellenwicklungen werden vor allem bei Maschinen kleiner und mittlerer Leistung (in der Regel $2p = 4$ - polig) ausgeführt, da sie im Vergleich zur Schleifenwicklung bei gleicher Ankerwindungszahl wegen der geringeren Zahl der parallelen Zweige auf größere Leiterquerschnitte und damit bessere Nutfüllung führen (insbesondere bei Ausführung als Stabwicklung mit $w_s = 1$). Ausnahme sind kleine zweipolige Maschinen, die mit Schleifenwicklungen ausgeführt werden, da Wellenwicklungen mit $2p = 2$ Polen nicht möglich sind.

Schleifenwicklungen werden vor allem bei großen Maschinen (in der Regel $2p = 6$ oder mehr Pole), insbesondere für hohe Ströme und kleine Spannungen, eingesetzt; sie bieten Vorteile in Bezug auf die maximal zulässige Stegspannung (s. Abschnitt 2.11).

2.3 Spannungsgleichung der Gleichstrommaschine

Aus Gl. (2.2) folgt für die in einem Leiter, der sich mit der Geschwindigkeit $v = 2\pi nR$ in einem Magnetfeld B bewegt, induzierte Spannung

$$U_i = B \cdot l \cdot v.$$

In den $N = k/u$ Nuten des Ankers liegen insgesamt

$$z = 2 \cdot w_s \cdot k$$

Ankerleiter, wobei w_s die Windungszahl einer Ankerspule bezeichnet. Bild 2.5 läßt erkennen, daß sich die Pole einer Gleichstrommaschine nicht über die gesamte Polteilung

$$\tau = 2\pi R / 2p \quad (2.7)$$

erstrecken, sondern nur über die sogenannte Polbedeckung α . Die Fläche eines Pols beträgt

$$A = \alpha \tau l, \quad (2.8)$$

und damit der Fluß pro Pol

$$\Phi = A \cdot B = \alpha \tau l \cdot B. \quad (2.9)$$

Die in der Ankerwicklung induzierte Spannung ergibt sich aus der in einem im Feld der Pole bewegten Leiter induzierten Spannung durch Multiplikation mit der Zahl der im Feld bewegten Ankerleiter eines Zweiges.

$$U_i = \alpha \cdot z / 2a \cdot B \cdot l \cdot v = \alpha \cdot z / 2a \cdot B \cdot l \cdot 2\pi R \cdot n \quad (2.10)$$

Mit dem Fluß pro Pol nach Gl. (2.9) lautet die induzierte Spannung schließlich

$$U_i = z/a \cdot p \cdot \Phi \cdot n = k_1 \cdot \Phi \cdot n \quad (2.11)$$

Die in der Ankerwicklung induzierte Spannung ist proportional zum Fluß, zur Drehzahl und zu einer von der Wicklungsauslegung abhängigen Konstanten

$$k_1 = z/a \cdot p. \quad (2.12)$$

Der resultierende ohmsche Widerstand aller $2a$ parallelgeschalteten Zweige der Ankerwicklung wird mit R_a bezeichnet. Zur Ankerwicklung kann ein Vorwiderstand in Reihe geschaltet sein, so daß im folgenden mit R_A stets der resultierende Ankerkreiswiderstand bezeichnet wird.

$$R_A = R_a + R_V$$

Wird an die Bürsten eine Spannungsquelle mit der Klemmenspannung U angeschlossen, so lautet der kirchhoffsche Maschensatz bei Vernachlässigung der Bürstenübergangsspannung

$$U = U_i + R_A \cdot I. \quad (2.13)$$

Die Spannungsgleichung gleicht der einer belasteten Spannungsquelle mit Innenwiderstand. Daher ist auch das Ersatzschaltbild der Gleichstrommaschine gleich dem einer Ersatzspannungsquelle (Bild 2.6).

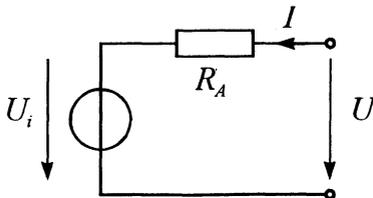


Bild 2.6
Ersatzschaltbild der Gleichstrommaschine

Sowohl die Spannungsgleichung als auch das Ersatzschaltbild gelten unabhängig von der tatsächlichen Stromrichtung. Für $I > 0$ (Strom fließt in der eingezeichneten Richtung) ist die aufgenommene elektrische Leistung positiv (Motorbetrieb). Für $I < 0$ (Strom fließt entgegengesetzt zur eingezeichneten Richtung) ist die aufgenommene elektrische Leistung negativ; es wird elektrische Leistung abgegeben (Generatorbetrieb).

Daher ist die Verwendung einer Spannungsgleichung und eines Ersatzschaltbildes zur Beschreibung von Motor- **und** Generatorbetrieb ausreichend.

Durch Multiplikation der Spannungsgleichung (2.13) mit dem Ankerstrom ergibt sich eine Leistungsgleichung.

$$U \cdot I = U_i \cdot I + R_A \cdot I^2 \quad (2.14)$$

Die einzelnen Terme der Leistungsgleichung (2.14) können folgendermaßen gedeutet werden:

$U \cdot I$ aufgenommene ($I > 0$) bzw. abgegebene ($I < 0$) elektrische Leistung

$R_A \cdot I^2$ Stromwärmeverluste im Ankerkreis

Der Ausdruck $U_i \cdot I$ wird als innere Leistung bezeichnet. Aus energetischen Betrachtungen folgt, daß dieser Ausdruck die mechanisch abgegebene ($I > 0$) bzw. zugeführte ($I < 0$) Leistung darstellt.

$$P_{mech} = P = U_i \cdot I \quad (2.15)$$

Das Drehmoment kann aus der mechanischen Leistung berechnet werden.

$$M = P_{mech} / 2\pi n = U_i \cdot I / 2\pi n = k_1 / 2\pi \cdot \Phi \cdot I$$

Zur Abkürzung wird für den Ausdruck $k_1 / 2\pi$ die Bezeichnung k_2 verwendet.

$$M = k_2 \cdot \Phi \cdot I \quad (2.16)$$

Das Drehmoment eines Gleichstrommotors ist proportional zum Fluß pro Pol und zum Ankerstrom.

Anmerkungen:

1. Bei der energetischen Deutung von Gl. (2.15) wurde das zur Überwindung der Luft- und Lagerreibung erforderliche Drehmoment vernachlässigt. Den Eisenverlusten im Anker kann ebenfalls ein Drehmoment zugeordnet werden; auch dieses wurde vernachlässigt. Streng genommen handelt es sich bei dem Drehmoment nach Gl. (2.16) um das innere Drehmoment, das am Ankermantel angreift.
2. Die Gleichung (2.16) läßt erkennen, daß das Nennmoment die Baugröße bestimmt. Mit dem Fluß nach Gl. (2.9),

$$\Phi = A \cdot B = \alpha \tau l \cdot B = \alpha \cdot \pi D / 2p \cdot l \cdot B,$$

$$\text{und } k_2 = k_1 / 2\pi = p / \pi \cdot z / 2a$$

folgt aus Gl. (2.16)

$$\begin{aligned} M_N &= k_2 \cdot \Phi \cdot I_N = p / \pi \cdot z / 2a \cdot \alpha \cdot \pi D / 2p \cdot l \cdot B \cdot I_N \\ &= \alpha \cdot \pi / 2 \cdot D^2 \cdot l \cdot B \cdot \frac{I_N \cdot z / 2a}{\pi D} \end{aligned}$$

Der Bruch, die Gesamtdurchflutung des Ankers, bezogen auf den Ankerumfang, ist gleich dem Nennstrombelag (vergl. Abschnitt 2.10), der lediglich von der Kühlung der Maschine abhängt. Da die magnetische Induktion mit Rücksicht auf die Sättigung des Eisens begrenzt ist, folgt, daß das Drehmoment der Maschine proportional zum Läufer volumen ist.

2.4 Nebenschlußverhalten

Bei der Herleitung der Gleichungen des vorigen Abschnitts wurden keinerlei Annahmen über die Erregung des erforderlichen Feldes getroffen. Im folgenden soll angenommen werden, daß das Erregerfeld unabhängig von Ankerstrom und Ankerspannung durch Speisung aus einer fremden Spannungsquelle eingestellt werden kann. Derartige Motoren werden als fremderregte Motoren bezeichnet.

Bei leerlaufender Maschine ist der Ankerstrom $I = 0$. Aus den Gleichungen (2.11), (2.13) kann die Leerlaufdrehzahl berechnet werden.

$$\begin{aligned} U &= U_i = k_1 \Phi n_0 \\ n_0 &= U / (k_1 \Phi) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Die Leerlaufdrehzahl ist somit proportional zur Ankerspannung und umgekehrt proportional zum Fluß Φ . Aus Gl. (2.17) wird deutlich, daß bei leerlaufender Maschine niemals die Erregung abgeschaltet werden darf, da die Maschine sonst "durchgeht" ($n \rightarrow \infty$).

Im Nennpunkt der Gleichstrommaschine ist die magnetische Induktion und damit auch der Fluß pro Pol zur Erreichung eines hohen Drehmoments so groß, daß er wegen der Sättigungserscheinungen nicht dauernd über den Nennfluß hinaus gesteigert werden kann. Die Auslegung des Isolationssystems der Ankerwicklung erfolgt nach den Beanspruchungen bei Nennspannung. Daneben ergibt sich eine weitere Grenze durch die sogenannte Stegspannung, die maximal zwischen zwei benachbarten Kommutatorstegen zulässige Spannung. Aus diesen Gründen kann im allgemeinen die Ankerspannung nicht über die Nennspannung hinaus gesteigert werden. Zur Veränderung der Drehzahl bestehen, ausgehend von der Nenn-drehzahl, daher nur zwei Möglichkeiten:

- Drehzahlstellen nach **unten** durch Verringerung der **Ankerspannung** U ,
- Drehzahlstellen nach **oben** durch Verringerung des **Flusses** Φ .

Die Veränderung des Flusses setzt voraus, daß die Wicklung zum Aufbau des Hauptfeldes (Erregerwicklung) aus einer eigenen Spannungsquelle gespeist werden kann (fremderregte Gleichstrommaschinen). Eine Stromrichterschaltung (gesteuerter Drehstrombrückengleichrichter, B6), mit der die Stellung von Anker- und Erregerspannung realisiert werden kann, wird in Abschnitt 2.12 vorgestellt.

Aus Gleichung (2.16) soll mit Hilfe der Spannungsgleichung (2.13) eine Beziehung zur Beschreibung der Drehmoment- Drehzahl- Kennlinie abgeleitet werden.

$$M = k_2 \Phi I = k_2 \Phi \cdot (U - U_i) / R_A = k_2 \Phi \cdot (U - k_1 \Phi n) / R_A$$

Hieraus ergibt sich für die Abhängigkeit der Drehzahl vom Drehmoment

$$n = n_0 - M \cdot \frac{R_A}{k_1 k_2 \Phi^2} \quad (2.18)$$

Bei Belastung der Maschine ändert sich die Drehzahl, ausgehend von der Leerlaufdrehzahl n_0 nach Gl. (2.17), linear mit dem Drehmoment. (Bild 2.7).

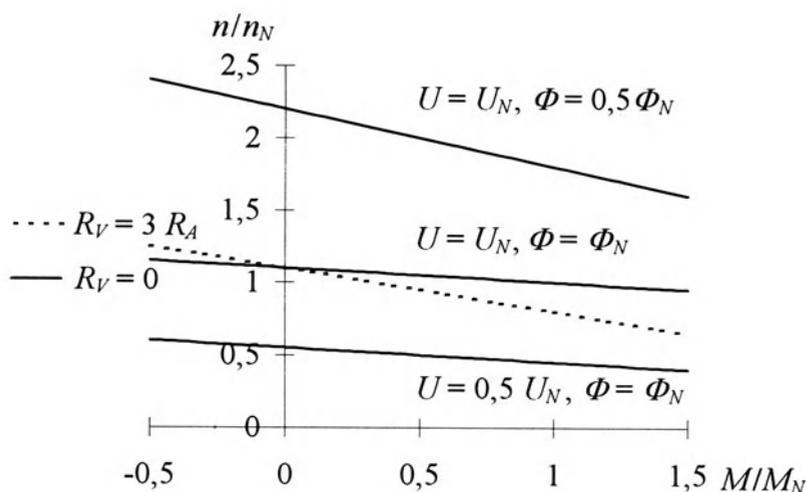


Bild 2.7

Drehzahl- Drehmoment- Kennlinien eines fremderregten Gleichstromnebenschlußmotors

Bei motorischem Drehmoment M sinkt die Drehzahl; wird die Maschine angetrieben ($M < 0$), so steigt die Drehzahl. Zusätzlich zur Kennlinie für Nennspannung und Nennfluß sind die Drehzahl- Drehmoment- Kennlinien

bei halbem Fluß, bei halber Spannung sowie für volle Spannung und vollen Fluß mit Vorwiderstand $R_V = 3 R_A$ eingetragen.

Die Steigung der Kennlinie kann durch Vorwiderstände im Ankerkreis vergrößert werden ($R_A = R_a + R_V$). Diese Art der Drehzahlverstellung führt jedoch zu hohen Verlusten und ist daher in der Regel wirtschaftlich nicht sinnvoll.

Aus den Kennlinien nach Bild 2.7 werden einige der typischen Merkmale des Nebenschlußverhaltens erkennbar:

- bei konstantem Fluß tritt bei Belastung nur eine relativ kleine Änderung der Drehzahl auf,
- der Nebenschlußmotor geht ohne Schaltungsänderung vom Motor- in den Generatorzustand über (generatorische Nutzbremung für $n > n_0$).

Neben der generatorischen Nutzbremung ist auch die sogenannte Widerstandsbremung möglich. Die mechanisch zugeführte Energie wird dabei in Stromwärme umgesetzt.

Wenn der Beschleunigungsvorgang untersucht werden soll, muß sowohl das zur Beschleunigung der Masse als auch das zur Beschleunigung des Motorläufers erforderliche Drehmoment berücksichtigt werden. Für Beschleunigungsvorgänge bei drehenden elektrischen Maschinen gilt in Analogie zu

$$\Sigma F = m \cdot a = m \cdot dv/dt$$

die Bewegungsgleichung

$$\Sigma M = J \cdot d\omega/dt = J \cdot 2\pi \cdot dn/dt. \quad (2.19)$$

In Gl. (2.19) bedeuten:

ΣM : Summe aller Drehmomente, $\Sigma M = M_M - M_g$

M_M : Motormoment

M_g : Gegenmoment der Arbeitsmaschine

J : Trägheitsmoment, Einheit kgm^2 , z.B. für Vollzylinder mit Durchmesser D und Dichte ρ .

$$J = 1/8 \cdot m D^2 = 1/8 \cdot \rho l \pi D^2/4 \cdot D^2 = 1/32 \cdot \rho l \pi D^4$$

$d\omega/dt$: Winkelbeschleunigung

Für eine Antriebsprojektierung mit translatorisch bewegten Massen, Getriebe und rotatorisch bewegten Massen werden die translatorisch bewegten Massen zweckmäßigerweise in ein äquivalentes, auf die Motordrehzahl bezogenes Trägheitsmoment umgerechnet. Der Umrechnungsfaktor kann auf einfache Weise aus den kinetischen Energien berechnet

werden. Die kinetische Energie eines mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotierenden Körpers mit dem Trägheitsmoment J beträgt

$$W = \frac{1}{2} \cdot J \omega^2, \quad (2.20)$$

während die kinetische Energie einer mit der Geschwindigkeit v bewegten Masse m durch

$$W = \frac{1}{2} \cdot m v^2 \quad (2.21)$$

beschrieben wird. Durch Gleichsetzen von (2.20) und (2.21) folgt

$$J = m \cdot (v/\omega)^2.$$

Für den Kranantrieb aus Beispiel 2.1 lautet der Zusammenhang zwischen Drehzahl und Hubgeschwindigkeit

$$v = \pi \cdot D \cdot n / \ddot{u},$$

woraus

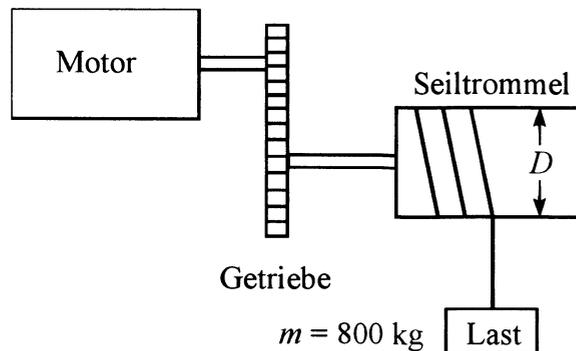
$$J = m \cdot (D/2)^2 \cdot 1/\ddot{u}^2$$

folgt. Durch die Getriebeübersetzung erscheint das auf die Motordrehzahl bezogene Trägheitsmoment mit dem Faktor $1/\ddot{u}^2$ "übersetzt".

Beispiel 2.1

Ein fremderregter Gleichstrommotor treibt über ein Getriebe das Hubwerk eines Krans an (Bild 2.8).

Bild 2.8
Prinzipielle Darstellung des Hubwerkes eines Krans



Motordaten:

$$U_N = 220 \text{ V} \quad I_N = 50 \text{ A} \quad P_N = 10 \text{ kW} \quad n_N = 1800 \text{ min}^{-1}$$

$$\text{Getriebeübersetzung} \quad \ddot{u} = n_{Mot} : n_{Tro} = 30 : 1$$

$$\text{Seiltrommeldurchmesser } D = 0,3 \text{ m}$$

Sättigung, Reibung und alle Verluste außer den Stromwärmeverlusten im Ankerkreis sollen vernachlässigt werden. Der Motor wird stets mit Nennfluß betrieben.

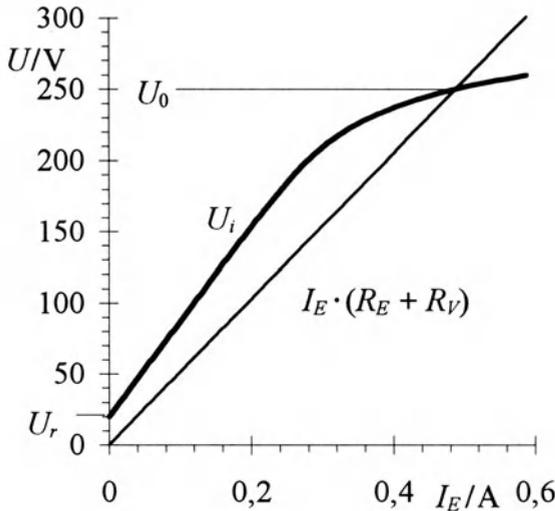
- a) Bestimmen Sie den Ankerwiderstand, das Nennmoment und die Leerlaufdrehzahl des Motors! Wie groß ist die Hubgeschwindigkeit bei Nenndrehzahl?
- b) Berechnen Sie das zum Heben der Last erforderliche Drehmoment (Beschleunigungsvorgang nicht berücksichtigen)!
- c) Welche Hubgeschwindigkeit stellt sich bei voller Klemmenspannung ($U = U_N$) ein?
- d) Die Last soll mit 0,5 m/s angehoben werden. Berechnen Sie die erforderliche Klemmenspannung!
- e) Die Last wird abgeseht. Berechnen Sie bei $U = 220$ V den Ankerstrom, die induzierte Spannung und die Sinkgeschwindigkeit! Berechnen Sie die mechanisch zugeführte Leistung, die Verluste in der Ankerwicklung und die ins Netz zurückgespeiste elektrische Leistung!
- f) Anstatt der Spannungsquelle soll an die Motorklemmen ein Widerstand angeschlossen werden. Berechnen Sie den Bremswiderstand! Wie groß ist die im Bremswiderstand umgesetzte Leistung?

Das Trägheitsmoment des Motors beträgt $J_{Mot} = 0,12 \text{ kgm}^2$, alle übrigen Trägheitsmomente dürfen vernachlässigt werden.

- g) Berechnen Sie die Beschleunigung der Massen, wenn während des Beschleunigungsvorgangs kurzzeitig das 1,6fache Nennmoment zugelassen wird (Begrenzung durch den Ankerstromrichter).
In welcher Weise muß die Ankerspannung während des Beschleunigungsvorgangs verstellt werden?

Selbsterregung von Gleichstromnebenschlußgeneratoren

Die fremderregte Gleichstromnebenschlußmaschine geht ohne Schaltungsänderung vom motorischen Betrieb in den generatorischen Betrieb über, wenn sie über die Leerlaufdrehzahl hinaus angetrieben wird. Werner v. Siemens entdeckte, daß sich Gleichstromnebenschlußmotoren selbst erregen können. Hierzu ist die Erregerwicklung über einen Vorwiderstand an die Ankerwicklung anzuschließen (Schaltung siehe Bild 2.13b). Voraussetzung für einen stabilen Betriebspunkt ist eine gekrümmte Magnetisierungskennlinie $U_i = f(I_E)$ sowie eine von Null verschiedene Remanenzspannung $U_r = U_i(I_E = 0)$, wie es in Bild 2.9 dargestellt ist.

**Bild 2.9**Leerlaufkennlinie $U_i = f(I_E)$

und Widerstandsgerade

$$U = I_E \cdot (R_E + R_V)$$

Bei unbelastetem Generator stellt sich ein stabiler Leerlaufpunkt ein, wenn die Magnetisierungskennlinie

$$U_i = f(I_E)$$

und die Widerstandsgerade

$$U = I_E \cdot (R_E + R_V)$$

einen eindeutigen Schnittpunkt aufweisen:

$$U_i = I_E \cdot (R_E + R_V) = U_0.$$

Die Leerlaufspannung U_0 (Bild 2.9: $U_0 = 250 \text{ V}$) kann mit Hilfe des Vorwiderstands R_V eingestellt werden. Aus Bild 2.9 wird jedoch deutlich, daß die Einstellung kleiner Leerlaufspannungen wegen der schwachen Kennlinienkrümmung problematisch ist.

Wenn der Widerstand im Erregerkreis groß gegenüber dem Ankerkreiswiderstand ist, gilt für die Klemmenspannung

$$U = I_E \cdot (R_E + R_V) = U_i - (I + I_E) \cdot R_A$$

$$\approx U_i - R_A \cdot I.$$

Die Differenz zwischen der Magnetisierungskennlinie und der Widerstandsgeraden ist der Spannungsabfall am Ankerkreiswiderstand. Diese Differenz - und damit der Ankerstrom - ist bei der Spannung U_{krit} maximal. Bei stärkerer Belastung verringert sich trotz abnehmenden Lastwiderstands der Ankerstrom. Bild 2.10 zeigt die Abhängigkeit der Ankerspannung vom Ankerstrom (Ankerrückwirkung vernachlässigt).

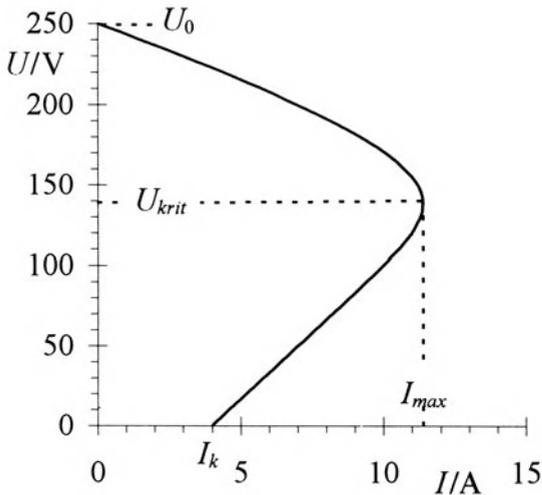


Bild 2.10
Belastungskennlinie des
selbsterregten Gleichstrom-
Nebenschlußgenerators

Bei Kurzschluß stellt sich der stationäre Kurzschlußstrom ein, der nur von Remanenzspannung und Ankerkreiswiderstand abhängig ist.

$$I_k = U_r / R_A$$

Nur der erste Teil der Kennlinie zeigt die leicht abfallende Charakteristik einer belasteten Spannungsquelle mit der Quellenspannung U_Q und dem Innenwiderstand R_i ,

$$U = U_Q - R_i \cdot I,$$

und ist demnach technisch nutzbar. Bei zunehmender Belastung geht die Klemmenspannung als Folge des abnehmenden Erregerstroms stark zurück.

Die Ankerrückwirkung (Feldschwächung durch das Ankerfeld) führt auch im relativ schwach geneigten Anfangsbereich der Belastungskennlinie gegenüber der Darstellung in Bild 2.10 zu einem stärkeren Spannungsabfall.

2.5 Reihenschlußverhalten

Bei der Reihenschlußmaschine sind Erreger- und Ankerwicklung in Reihe geschaltet. Die beiden Wicklungen werden also von demselben Strom durchflossen. Wegen der Sättigung des Eisens ist der Zusammenhang zwischen Fluß und Strom nichtlinear (Magnetisierungskennlinie $B = f(H)$, vergl. Bild 3.13). Daher kann das Betriebsverhalten des Reihenschluß-

motors nicht in elementarer Weise berechnet werden. Um die grundsätzlichen Besonderheiten des Reihenschlußverhaltens zu erkennen, soll zunächst der Einfluß der Sättigung vernachlässigt werden. Bei ungesättigter Maschine ist der Fluß zum Ankerstrom proportional.

$$\Phi = \Phi_N / I_N \cdot I = k_3 \cdot I \quad (2.22)$$

Somit ergibt sich für das Drehmoment aus Gl. (2.16)

$$M = k_2 k_3 \cdot I^2 \quad (2.23)$$

Das Drehmoment der Reihenschlußmaschine ist proportional zum Quadrat des Stroms. Mit Gl. (2.22) lautet die Spannungsgleichung (2.13) der Maschine

$$\begin{aligned} U &= U_i + R_A I = k_1 \Phi n + R_A I \\ &= k_1 k_3 n \cdot I + R_A \cdot I. \end{aligned}$$

Die Auflösung nach dem Strom liefert

$$I = \frac{U}{k_1 k_3 n + R_A} \quad (2.24)$$

Aus Gl. (2.24) folgt, daß sich nur für sehr große Drehzahlen ($n \rightarrow \infty$) ein sehr kleiner Strom ($I \rightarrow 0$) ergibt. Umgekehrt folgt daraus, daß Reihenschlußmaschinen bei Entlastung "durchgehen" und daher nicht entlastet werden dürfen. Zur Herleitung der Drehmoment- Drehzahl- Kennlinie wird der Strom nach Gl. (2.24) in Gl. (2.23) eingesetzt. Die Auflösung nach der Drehzahl liefert

$$\begin{aligned} n &= \frac{U}{\sqrt{2\pi M \cdot k_1 k_3}} - \frac{R_A}{k_1 k_3} \\ &= \frac{U}{\sqrt{2\pi M \cdot k_1 \Phi_N / I_N}} - \frac{R_A}{k_1 \Phi_N / I_N} \end{aligned} \quad (2.25)$$

Zur Berücksichtigung des Einflusses der Eisensättigung kann eine gemessene "Leerlaufkennlinie", bei der die Maschine fremderregt wird und bei konstanter Drehzahl die induzierte Spannung als Funktion des Erregerstroms gemessen wird, verwendet werden. Die analytische Berechnung des Betriebsverhaltens ist dann im allgemeinen nicht möglich. Zur näherungsweise Berücksichtigung der Sättigungserscheinungen kann für den Zusammenhang zwischen Fluß und Erregerstrom die analytische Funktion

$$\Phi / \Phi_N = (I / I_N)^{1/3}$$

verwendet werden.

Bild 2.11 zeigt am Beispiel eines Reihenschlußmotors mit den Daten

$$P_N = 15 \text{ kW} \quad U_N = 80 \text{ V} \quad I_N = 210 \text{ A} \quad n_N = 6000 \text{ 1/min}$$

(siehe auch Beispiel 2.2) die Drehzahl als Funktion des Motormomentes.

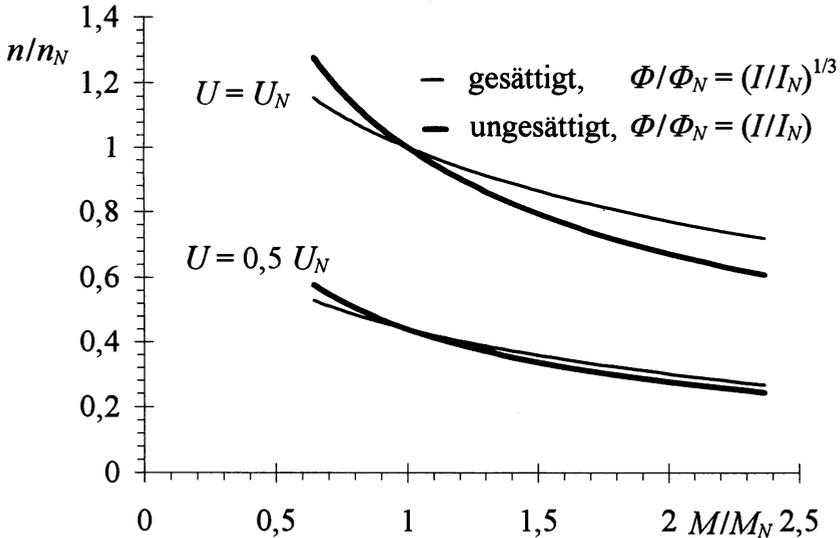


Bild 2.11

Drehmoment - Drehzahl - Kennlinien eines Reihenschlußmotors

Zum Vergleich ist die "gesättigte" Kennlinie ebenfalls in Bild 2.11 eingetragen.

Der Vergleich mit der Drehmoment- Drehzahl- Kennlinie des fremderregten Motors (Gl. 2.18) zeigt die Besonderheiten des Reihenschlußverhaltens:

- es gibt keine definierte Leerlaufdrehzahl; der Reihenschlußmotor geht bei Entlastung durch,
- der Übergang vom Motor- in den Generatorbetrieb ist daher nicht ohne besondere Maßnahmen möglich,
- die Reihenschlußmaschine besitzt eine starke Abhängigkeit der Drehzahl vom Drehmoment.

Daher sind Reihenschlußmaschinen als Konstantdrehzahlantriebe nicht geeignet, sie wurden vor allem als Traktionsantriebe (Straßenbahn) eingesetzt.

Als Beispiel zum Reihenschlußverhalten wird ein Elektrofahrzeug mit Gleichstromreihenschlußmotor untersucht. Nachteile der Reihenschlußmaschine als Antrieb für Elektroautos sind die fehlende Möglichkeit der generatorischen Bremsung und der relativ schlechte Wirkungsgrad. Moderne Elektroautos werden daher in der Regel mit permanentenerregten Synchronmotoren ausgeführt.

Beispiel 2.2

Ein Elektroauto ist mit einem Gleichstromreihenschlußmotor mit folgenden Nenndaten ausgerüstet:

$$P_N = 15 \text{ kW} \quad U_N = 80 \text{ V} \quad I_N = 210 \text{ A} \quad n_N = 6000 \text{ 1/min}$$

Die Klemmenspannung kann im Bereich $0 \leq U \leq U_N$ verstellt werden. Der maximale, kurzzeitig zulässige Ankerstrom beträgt $I_{Amax} = 1,6 I_N$.

Angaben zum Fahrzeug:

Gewicht $m = 1200 \text{ kg}$ Getriebeübersetzung $\ddot{u} = n_{Mot}/n_{Rad} = 7,7$

Raddurchmesser $D = 0,56 \text{ m}$

Der Fahrtwiderstand wird beschrieben durch

$$F_W(v) = F_{W0} + F_{W2} \cdot v^2 = 155 \text{ N} + 0,05 \text{ N} \cdot (v/[\text{km/h}])^2.$$

Alle Trägheitsmomente und Sättigungserscheinungen dürfen vernachlässigt werden.

Alle Verluste außer den Stromwärmeverlusten im Ankerkreis dürfen ebenfalls vernachlässigt werden.

- Berechnen Sie Nennmoment, die induzierte Spannung im Nennbetrieb und den Widerstand im Ankerkreis!
- Wie lautet der Zusammenhang $k_1 \Phi = f(I)$ (Zahlenwerte)?
- Welche Endgeschwindigkeit erreicht das Fahrzeug bei voller Klemmenspannung?

Lösungshinweis: Rechnen Sie das Motordrehmoment in eine Traktionskraft als Funktion der Geschwindigkeit um.
Grafische Lösung!

Das Fahrzeug soll von 0 bis 50 km/h konstant beschleunigen ($a = \text{konstant}$). Bei $v = 50 \text{ km/h}$ beträgt die Klemmenspannung $U = U_N$.

- Welche maximale Beschleunigung ist möglich? Wie lange dauert der Beschleunigungsvorgang?

2.6 Aufbau der Gleichstrommaschine

Bild 2.12 zeigt den Aufbau einer modernen Gleichstrommaschine in Viereckbauweise.

Das Ständerjoch (1) ist aus Elektroblech minderer Qualität aufgebaut und bildet gleichzeitig den Mittelteil des Gehäuses. Das Blechpaket wird durch vier in den Ecken aufgeschweißte Zuggleisten zusammengehalten.

Die Hauptpolwicklung (2) (Erregerwicklung) sitzt auf dem Polkern; der Übertritt der Feldlinien in den Luftspalt erfolgt über den Polschuh (beides geblecht). Die Hauptpole werden im allgemeinen komplett gefertigt und dann am Ständergehäuse festgeschraubt.

In den Pollücken (in den Gehäuseecken) sind die sogenannten Wendepole angeschraubt, die die Stromänderung in den Ankerleitern unterstützen. Axial in Richtung der Nichtantriebsseite (non drive end) sind Kommutator (3) und Bürstenhalter (4) mit Bürsten angeordnet. Jeder der $2p$ Bürstenhalter kann zur Erzielung einer günstigen Bürstenstromdichte (je nach Anwendungsfall $8...15 \text{ A/cm}^2$, harte...weiche Bürsten) eine oder mehrere einzelne Bürsten enthalten. Der Spannungsabfall an den Bürsten ist abhängig von der Wahl des Bürstenwerkstoffes:

kupferhaltige Bürsten:	$2U_B \approx 0,6...1 \text{ V}$
grafitische Bürsten:	$2U_B \approx 2 \text{ V}$

Der Bürstendruck beträgt etwa $2...2,5 \text{ N/cm}^2$; er wird über Federn aufgebracht.

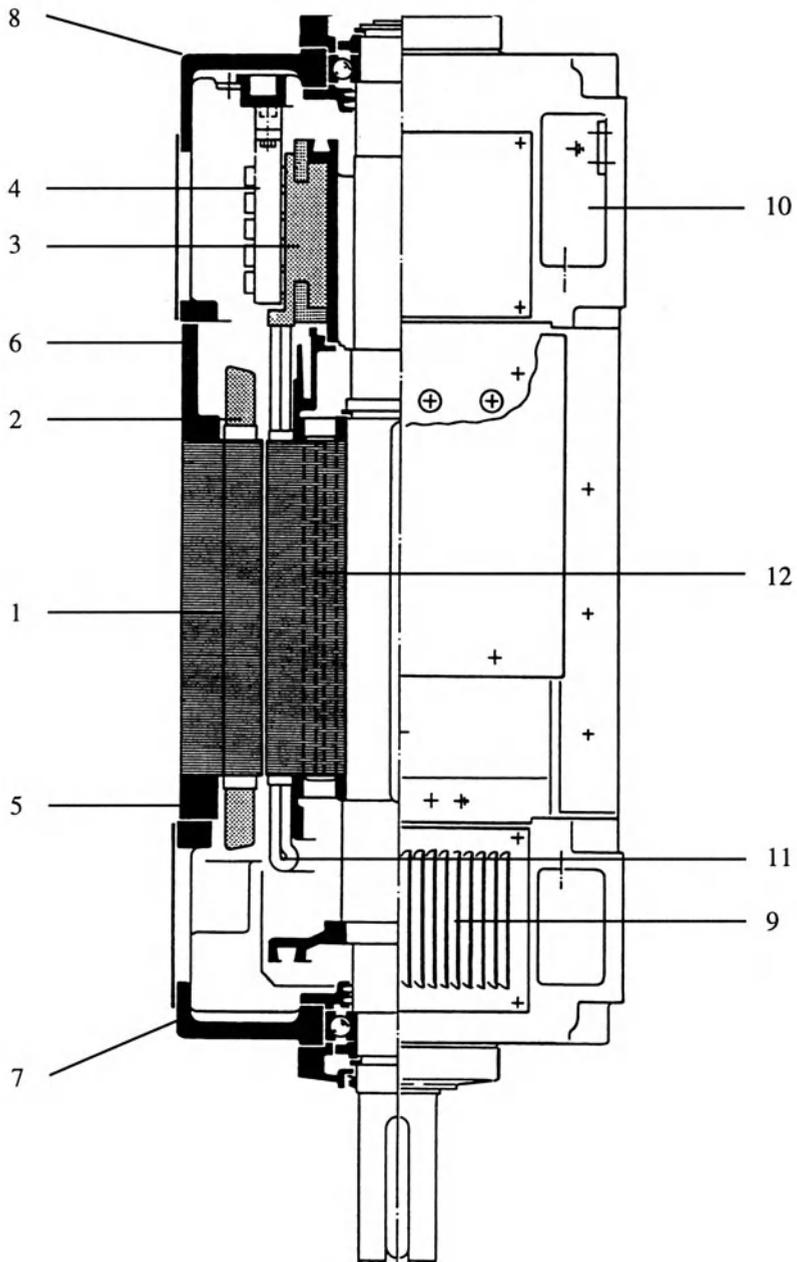
Insbesondere größere Maschinen enthalten in den Polschuhen eine zusätzliche Wicklung, die Kompensationswicklung, die die Wirkung des Feldes der Ströme in der Ankerwicklung (11) (Ankerrückwirkung) aufheben soll (s. Abschnitt 2.10).

An beiden Seiten des Blechpakets sitzen Druckstücke (5, 6), wobei das kommutatorseitige Druckstück länger ist und eine Öffnung vom Innenraum zum Klemmenkasten enthält.

Außen an den Druckstücken sind die Lagerschilde (Grauguß, (7), (8)) befestigt, wobei dort auch Luftein- und Austritt (9) erfolgen kann und Hebeösen und Fußbefestigungen (10) enthalten sind.

Bei Bedarf (erhöhte Querkräfte, z. B. bei Riemenantrieb) wird das Wälzlager auf der Antriebsseite verstärkt ausgeführt.

Der Läufer enthält axiale Kühllöcher (12), durch die ein Teil des Kühlluftstroms fließt und die Ankerverlustwärme abführt.

**Bild 2.12**

Längsschnitt eines vierpoligen Gleichstrommotors (mit freundlicher Genehmigung der Siemens AG)

Die Maschinen sind in der Regel fremdbelüftet (bei Eigenbelüftung Probleme mit der Kühlung bei kleinen Drehzahlen), wobei der Fremdlüfter radial aufgebaut oder axial angebaut sein kann. Zusätzliche Varianten mit aufgebautem Luft- Luft- oder Luft- Wasser- Kühler können möglich sein.

Im Leistungsbereich zwischen 10 und 1000 kW beträgt die Ankerspannung maximal etwa 600 bis 810 V. Übliche Erregerspannungen sind 110, 180, 220, 310 V. Nach EN 60034-1 [16] muß die Überlastbarkeit der Motoren mindestens 1,6 betragen; die tatsächliche Überlastbarkeit ist meistens größer (1,8 (unkompensierte Maschinen) bis etwa 2,2).

2.7 Schutzarten, Bauformen, Wärmeklassen

Schutzarten

Die Schutzart der Maschine wird mit den Buchstaben IP (= International Protection) und einer Kombination aus zwei Ziffern bezeichnet. Die erste Ziffer kennzeichnet den Schutzgrad für Berührungs- und Fremdkörper-schutz, die zweite Ziffer den Schutzgrad für Wasserschutz (EN 60034-5 [16], DIN 40 050 T1).

Häufig verwendete Schutzarten sind:

IP 23 (offene Maschinen): Schutz gegen Berührung mit den Fingern; Schutz gegen Fremdkörper \varnothing 12 mm, Schutz gegen Sprühwasser aus beliebiger Richtung bis 60° zur Senkrechten.

IP 54 (geschlossene Maschinen, mit innengekühlten Maschinen nicht erreichbar):
Vollständiger Schutz gegen Berührung mit Hilfsmitteln jeglicher Art, Schutz gegen schädliche Staubablagerungen im Inneren; Schutz gegen Strahlwasser aus allen Richtungen.

Bauformen

Die Bauformen der Maschinen sind in EN 60034-7 [16] (alte nationale Norm DIN 42950) definiert. Im Leistungsbereich der Industrieantriebe sind vor allem Maschinen mit Lagerschilden von Bedeutung, hierbei Maschinen für waagerechte Aufstellung (IM B3 bzw. B3 nach DIN: mit Füßen, IM B35 bzw. B3/B5 nach DIN: mit Füßen und Flansch) und Maschinen für senkrechte Aufstellung (IM V1 bzw. V1 nach DIN: mit Flansch, Wellenende nach unten).

Wärmeklassen

Die Verluste im Inneren der elektrischen Maschine führen zur Erwärmung, wobei der Gleichgewichtszustand zwischen der entstehenden Verlustleistung und der an die Umgebung abgegebenen Wärmemenge als stationärer Zustand (Beharrungszustand) bezeichnet wird. Die entstehenden Verluste sind abhängig vom Lastzustand, während die abführbare Wärme durch die äußeren Kühlbedingungen, wie zum Beispiel Umgebungstemperatur und Aufstellungshöhe, bestimmt ist.

Die im stationären Zustand erreichten Wicklungsübertemperaturen sind in EN 60034-1 [16] in Wärmeklassen (in früheren Ausgaben: Isolierstoffklassen) eingeteilt.

Je nach Wärmeklasse sind für die zugeordneten Grenzübertemperaturen geeignete Isolierstoffe einzusetzen (Drahtisolation, Nutauskleidung, usw.). Die Grenzwerte der Übertemperatur sind abhängig von der Art der Maschine, der Art der Kühlung und dem Verfahren zur Ermittlung der Wicklungsübertemperaturen. Die wichtigsten Wärmeklassen für indirekt mit Luft gekühlte Feld- und Ankerwicklungen (Ermittlung nach dem Widerstandsverfahren) sind F ($\Delta\vartheta = 105\text{ K}$) und H ($\Delta\vartheta = 125^\circ\text{C}$).

Bei einer maximalen Umgebungstemperatur von 40°C ergeben sich zulässige Wicklungstemperaturen von 145 K (F) bzw. 165 K (H). Bei geringeren Umgebungstemperaturen kann die Bemessungsleistung erhöht werden, bei größeren Umgebungstemperaturen (maximal bis etwa 80°C) ist sie zu reduzieren. In der Regel sind die Verlustquellen und damit auch die Erwärmungen im Inneren der Maschine ungleichmäßig verteilt (Heißpunkte, "hot spots"). Die maximalen Heißpunkttemperaturen dürfen um maximal 10 K (F) bzw. 15 K (H) über der mittleren Wicklungstemperatur liegen (Thermometerverfahren).

Die im Betrieb tatsächlich auftretende Wicklungstemperatur ist von entscheidendem Einfluß auf die Lebensdauer des Isolationssystems: eine Überschreitung von 10 K ergibt etwa eine Halbierung der Lebensdauer. Aus diesem Grund werden die Maschinen oft eine Wärmeklasse geringer ausgenutzt, als den eingesetzten Isolierstoffen entspricht (z. B. Wärmeklasse H, ausgenutzt nach F). Dabei muß selbstverständlich die Leistung reduziert werden.

Neben der Wicklungserwärmung ist auch die Erwärmung der Lager (Eigenerwärmung und Erwärmung durch Läuferverluste) von Bedeutung. Sie bestimmt die Schmierfristen und die Lagerlebensdauer. Bei Normallagern strebt man etwa 90°C an, maximal etwa 120°C , darüber spezielles Heißlagerfett erforderlich. Um die Lagertemperaturen klein zu halten, sind die Lagerschilde gut zu belüften.

2.8 Stromwendung

Während des Zeitraums, in dem eine Ankerspule durch die Bürsten kurzgeschlossen ist, wechselt der in dieser Spule fließende Strom das Vorzeichen. Die Kurzschlußzeit T_K beträgt

$$T_K = b / (\pi \cdot D_K \cdot n) \quad (2.26)$$

mit: b : Bürstenbreite,
 D_K : Kommutatordurchmesser

Die Stromänderung von $-I/2a$ auf $+I/2a$ verursacht eine induzierte Spannung (Mittelwert) von

$$\begin{aligned} U_i &= L \cdot di/dt = L_S \cdot 2 \cdot (I/2a) / T_K \\ &= L_S \cdot \frac{\pi \cdot D_K}{a \cdot b} \cdot n \cdot I \end{aligned} \quad (2.27)$$

mit L_S : Induktivität einer Ankerspule

Die induzierte Spannung ist proportional zum Ankerstrom und zur Drehzahl. Um die Stromwendung zu ermöglichen, muß während des Kurzschlusses durch die Bürsten in der Spule durch ein äußeres Feld eine gleich große Spannung induziert werden (Maschensatz), da Funken beim Abreißen des Stroms zu erhöhtem Bürstenverschleiß führen (Bürstenfeuer). Da diese Spannung proportional zum Ankerstrom sein soll, muß das Feld, das sogenannte Wendefeld, proportional zum Ankerstrom sein.

Die felderzeugende Spule, die Wendepolwicklung, muß also vom Ankerstrom durchflossen werden und demnach zur Ankerwicklung in Reihe geschaltet sein. Die vom Wendefeld induzierte Spannung soll weiterhin proportional zur Drehzahl sein. Hieraus folgt, daß die Wendepole im Ständer angebracht sein müssen.

Der Spalt zwischen den Wendepolschuhen und der Ankeroberfläche, der sogenannte Wendepolluftspalt, ist bei größeren Gleichstrommaschinen in der Regel durch Unterlegbleche einstellbar, um erforderlichenfalls die Kommutierung verbessern zu können. Der magnetische Kreis für den Wendepolfluß sollte weitgehend ungesättigt sein, damit der Wendepolfluß proportional zum Ankerstrom ist. Die Wendepole magnetisieren quer zur Achse des Erregerfeldes.

Kleine Maschinen werden ohne Wendepolwicklung ausgeführt. Die Stromwendung kann durch Verschiebung der Bürsten aus der neutralen Zone (Querachse, senkrecht zum Erregerfeld) verbessert werden.

2.9 Anschlußbezeichnungen und Schaltbilder

Darstellung, Schaltzeichen und Anschlußbezeichnungen der Wicklungen einer Gleichstrommaschine sind in VDE 0530 Teil 8 festgelegt. Tabelle 2.1 zeigt die Anschlußbezeichnungen der einzelnen Wicklungen der Gleichstrommaschine.

Tabelle 2.1 Anschlußbezeichnungen der Gleichstrommaschine

Wicklung	Anschlußbezeichnung
Ankerwicklung	A1- A2
Erregerwicklung (Reihenschluß)	D1- D2
Erregerwicklung (Nebenschluß)	E1- E2
Erregerwicklung (Fremderregung)	F1- F2
Wendepolwicklung	B1- B2
Kompensationswicklung (Kap. 2.10)	C1- C2

Bei Reihenschlußmaschinen sind Erreger- und Ankerwicklung in Reihe geschaltet. Bei Nebenschlußmaschinen liegt die Erregerwicklung parallel zur Ankerwicklung.

Wendepolwicklung und - falls vorhanden - Kompensationswicklung bzw. Kompoundwicklung (s. Kap. 2.10) werden vom Ankerstrom durchflossen und sind demnach in Reihe zur Ankerwicklung geschaltet.

Bild 2.13 zeigt die Schaltbilder der Gleichstrommotoren.

Beim fremderregten Nebenschlußmotor (Bild 2.13a) wird die Erregerwicklung aus einer externen Spannungsquelle gespeist, um Feld und Ankerspannung unabhängig voneinander einstellen zu können.

Da praktisch alle Gleichstrommotoren als drehzahlveränderbare Antriebe eingesetzt werden, ist die Schaltung gemäß Bild 2.13a am wichtigsten. Hierbei sind zwei verstellbare Gleichspannungsquellen erforderlich.

Neben Reihenschlußmotor (Bild 2.13c) und Nebenschlußmotoren (Bilder 2.13a, b) werden auch Doppelschlußmotoren ausgeführt, bei denen das erregende Feld durch eine Erregerwicklung und eine Zusatzreihenschlußwicklung erregt wird (ohne Abbildung).

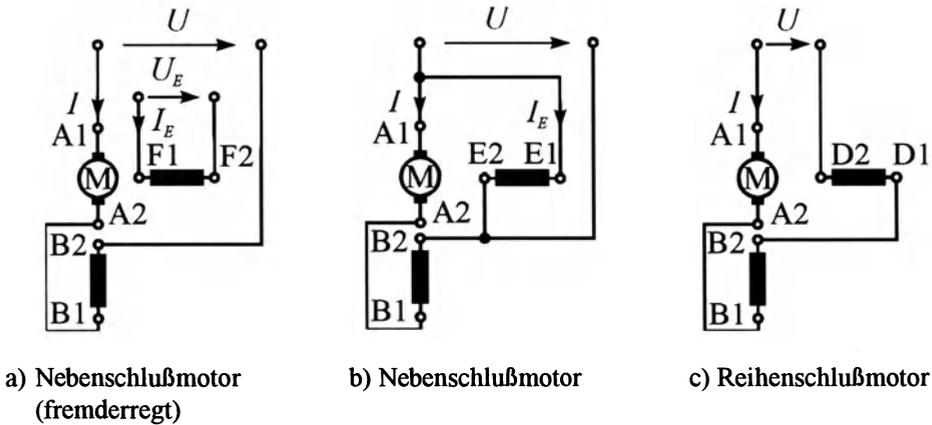


Bild 2.13 Schaltbilder der Gleichstrommaschinen (Rechtslauf)

2.10 Das Luftspaltfeld der Gleichstrommaschine

Das Betriebsverhalten der Gleichstrommaschine wird durch das von den Wicklungen (Anker-, Erreger- oder Hauptpol- und Wendepolwicklung) erregte Feld geprägt.

Erreger- und Wendepolwicklung bestehen jeweils aus konzentrierten, auf Polkerne aufgewickelten Spulen, während die Spulen der Ankerwicklung räumlich am Ankerumfang verteilt sind. Bei konstanten Luftspalten unter den Haupt- und Wendepolen erregen die Haupt- und Wendepolwicklung ein im Bereich der Polschuhe konstantes Feld.

Anmerkung: Aus Gründen der Optimierung des Betriebsverhaltens (Zusatzverluste, Kommutierung) sind die Luftspalte in der Regel zum Rand der Polschuhe hin aufgeweitet.

Die Ermittlung des Feldes der Ankerwicklung erfolgt mit Hilfe des Ankerstrombelags, des Stroms pro Länge in Ankerumfangsrichtung. Da die Kenntnis des Zusammenhangs zwischen dem Strombelag und der Feldkurve auch zur Berechnung des Luftspaltfeldes der Asynchronmaschine erforderlich ist, soll zur Verallgemeinerung unterstellt werden, daß der Strombelag orts- **und** zeitabhängig sein kann.

Bild 2.14 zeigt einen Ausschnitt aus der Abwicklung des Maschinenumfangs.

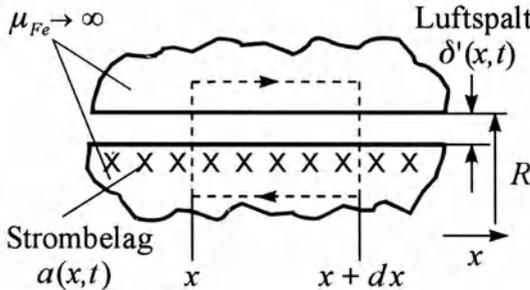


Bild 2.14
Zur Berechnung des Feldes verteilter Wicklungen

Um die Feldkurve als Funktion von Ort und Zeit ermitteln zu können, muß die räumliche und zeitliche Abhängigkeit der für den Luftspalt verfügbaren magnetischen Spannung $v(x,t)$ bekannt sein. Die Anwendung des Durchflutungsgesetzes auf ein kleines Wegelement $R \cdot dx$ ergibt

$$v(x+dx,t) - v(x,t) = a(x,t) \cdot R \cdot dx. \quad (2.28)$$

Die magnetischen Spannungen im Eisen längs des in Bild 2.14 eingezeichneten Weges sollen, wenn sie nicht vernachlässigbar sind, durch einen fiktiv vergrößerten Luftspalt berücksichtigt werden.

$$\delta'(x,t) = \frac{V_{Fe} + V_L}{V_L} \cdot \delta(x,t) \quad (2.29)$$

Die Gleichung (2.28) lautet in differentieller Form

$$\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} = a(x,t) \cdot R,$$

woraus durch Integration folgt

$$v(x,t) = \int a(x,t) R dx + c(t). \quad (2.30)$$

Die Integrationskonstante $c(t)$ ist wegen der unbestimmten Integration erforderlich. Die Felderregerkurve nach Gl. (2.30) ist die Integralkurve des Strombelags. Die Feldkurve $b(x,t)$ kann aus der Felderregerkurve berechnet werden.

$$b(x,t) = \mu_0 \cdot \frac{v(x,t)}{\delta'(x,t)} \quad (2.31a)$$

Bei konstantem Luftspalt $\delta'(x,t) = \delta''$ (Nutung vernachlässigt oder über den sogenannten Carterschen Faktor durch eine fiktive Vergrößerung des Luftspalts berücksichtigt) ist die Feldkurve ein Abbild der Felderregerkurve.

$$b(x,t) = \frac{\mu_0}{\delta''} \cdot v(x,t) \quad \text{für } \delta'(x,t) = \text{konstant} = \delta'' \quad (2.31b)$$

Bild 2.15a zeigt die Abwicklung des Maschinenumfangs über eine doppelte Polteilung (Durchflutung der Wendepole nicht eingezeichnet).

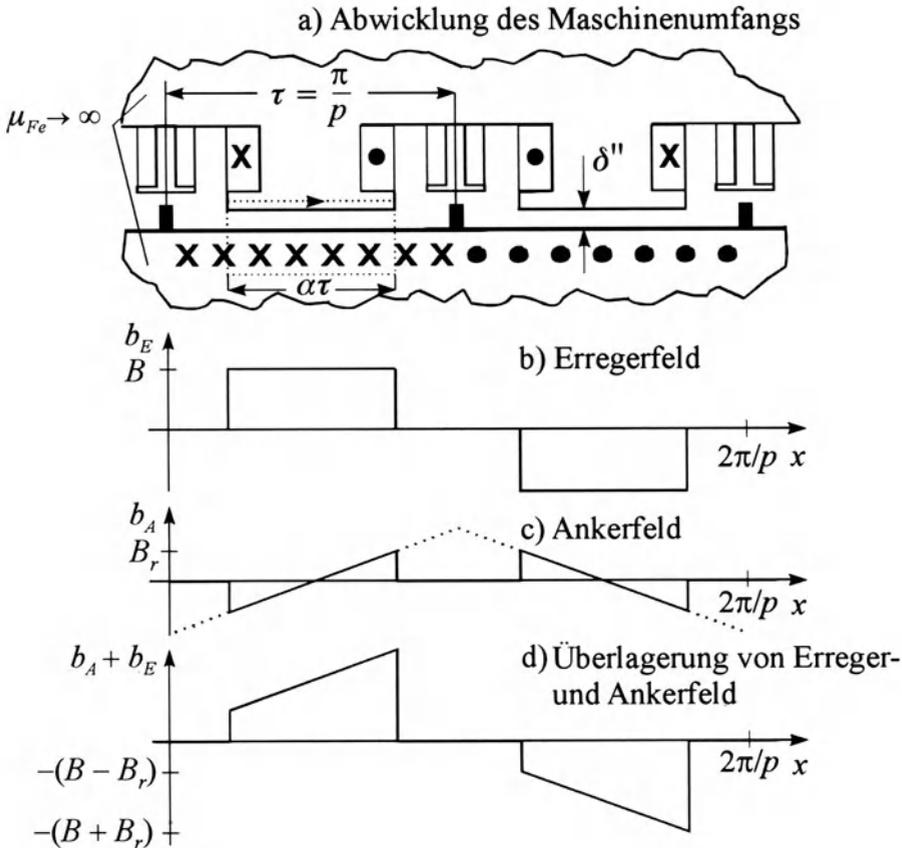


Bild 2.15

Abwicklung des Umfangs einer Gleichstrommaschine, Erregerfeld, Ankerfeld

Das Feld der Erregerwicklung ist im Bereich der Hauptpolschuhe konstant (Bild 2.15b). Der Ankerstrombelag ist zwischen jeweils zwei benachbarten Bürsten abschnittsweise konstant, so daß das Ankerfeld im Bereich der Hauptpole linear zu- bzw. abnimmt (Bild 2.15c). Im Bereich der Pollücken ist der Luftspalt sehr groß und daher das Ankerfeld ver-

nachlässigbar klein. Die Überlagerung von Ankerfeld und Erregerfeld ist in Bild 2.15d dargestellt. Deutlich erkennbar ist, daß die Wirkung der Ankerwicklung auf der einen Seite das Hauptpolfeld verstärkt (in Bild 2.15d: rechte Polseiten), auf der anderen Seite das Hauptpolfeld schwächt.

Mit den Gl. (2.30) und (2.31b) kann das Ankerfeld berechnet werden. Zwischen je zwei ungleichnamigen Bürsten führen alle Ankerleiter den selben Strom $I/2\alpha$, bei jedem Bürstenübergang wechselt das Vorzeichen. Mit der Gesamtzahl der Ankerleiter am Umfang z ergibt sich für den Ankerstrombelag

$$A = \frac{z \cdot I/2\alpha}{2p \cdot \tau} \quad (2.32)$$

Für den in Bild 2.15a eingezeichneten geschlossenen Umlaufweg ergibt die Anwendung des Durchflutungsgesetzes für den Zusammenhang zwischen dem Ankerstrombelag nach Gl. (2.32) und dem Maximalwert des Ankerfeldes B_r

$$2\delta'' \cdot B_r / \mu_0 = \alpha \tau A.$$

Der Maximalwert des Ankerfeldes an den Polkanten ergibt sich hieraus zu

$$B_r = \mu_0 / 2\delta'' \cdot \alpha \tau A. \quad (2.33)$$

Aus dem Durchflutungsgesetz ergibt sich für die magnetische Induktion des Erregerwicklungsfeldes im Bereich der Hauptpole

$$B = \frac{\mu_0}{\delta''} \cdot \frac{w_E}{2p} \cdot I_E \quad (2.34)$$

mit der Erregerwindungszahl je Pol, $w_E/2p$, und dem Erregerstrom I_E .

Der Maximalwert der magnetischen Flußdichte kann durch Addition der Flußdichten des Hauptfeldes nach Gl. (2.34) und des Ankerrückwirkungsfeldes nach Gl. (2.33) berechnet werden.

$$\begin{aligned} B_{max} &= B + B_r = \frac{\mu_0}{\delta''} \cdot \frac{w_E}{2p} \cdot I_E + \frac{\mu_0}{\delta''} \cdot \alpha \tau A/2 \\ &= \frac{\mu_0}{\delta''} \cdot \frac{w_E}{2p} \cdot I_E \cdot \left(1 + \frac{\alpha \tau A}{2w_E/2p \cdot I_E} \right) \end{aligned} \quad (2.35)$$

Die Feldüberhöhung ist proportional zum Quotienten aus Ankerstrom und Erregerstrom und macht sich demnach vor allem bei Überlast im Feldschwächbereich bemerkbar.

Infolge der (in Bild 2.15d nicht berücksichtigten) Sättigung des Eisens ist jedoch die Feldverstärkung kleiner als die Feldschwächung, so daß durch die Ankerrückwirkung der Fluß pro Pol kleiner wird; die Ankerrückwirkung wirkt stets feldschwächend. Diese Feldschwächung wird bei größeren Maschinen durch den Einbau einer weiteren Wicklung in den Polschuhen der Hauptpole, die ebenfalls vom Ankerstrom durchflossen wird, vermieden (Kompensationswicklung). Die Kompensationswicklung ist konstruktiv aufwendig und damit teuer. Daher werden kleine und mittlere Maschinen oft anstelle der Kompensationswicklung mit einer Hilfsreihenschlußwicklung (Compoundwicklung) ausgeführt.

Die Hilfsreihenschlußwicklung wird zusätzlich zur Erregerwicklung auf die Hauptpole aufgebracht und wird vom Ankerstrom durchflossen. Somit verstärkt die Hilfsreihenschlußwicklung bei Belastung ($I > 0$) das Erregerfeld und gleicht die Feldschwächung durch Ankerrückwirkung aus.

Die Ankerrückwirkung wirkt sich vor allem dann störend auf das Betriebsverhalten aus, wenn das Feld der Hauptpole im Vergleich zum Ankerfeld klein ist. Dies ist im allgemeinen nur im Feldschwächbetrieb der Fall.

2.11 Segmentspannung

Die Segmentspannung ist die Spannung zwischen zwei benachbarten Kommutatorstegen. Sie kann z.B. mit Hilfe von Tastspitzen gemessen werden. Wegen der Gefahr des Rundfeuers am Kommutator muß die Segmentspannung auf etwa 25V (große Maschinen) bis 50V (kleine Maschinen) begrenzt werden. Da nicht alle Ankerleiter gleichzeitig im Feld der Hauptpole liegen (Polbedeckung $\alpha \approx 2/3$), teilt sich die in den zwischen zwei ungleichnamigen Bürsten liegenden Ankerspulen induzierte Spannung nicht gleichmäßig auf die $k/2p$ zwischen diesen Bürsten liegenden Kommutatorstege auf. Der Mittelwert der Segmentspannung beträgt

$$U_{sm} = \frac{U_i}{\alpha \cdot k/2p} + \frac{I R_A}{k/2p} \quad (2.36)$$

Bei leerlaufender Maschine ist $I = 0$, $U_i = U_N$ und daher

$$U_{s0} = \frac{U_N}{\alpha \cdot k/2p} \quad (2.37)$$

Auch bei Last wird die mittlere Segmentspannung in guter Näherung durch Gl. (2.37) beschrieben. In Abschnitt 2.10 wurde das Luftspaltfeld der Gleichstrommaschine qualitativ beschrieben. Es ist wegen der Ankerückwirkung bei unkompensierten Maschinen unter den Hauptpolschuhen nicht konstant.

Da die in einem Ankerleiter induzierte Spannung proportional zur magnetischen Induktion ist, ist die Segmentspannungskurve ein Abbild der Feldkurve. Der Maximalwert der Stegspannung beträgt somit

$$U_{smax} = U_{sm} \cdot \frac{B_{max}}{B} = U_{sm} \cdot \left(1 + \frac{\alpha \tau A}{2w_E/2p \cdot I_E} \right) \quad (2.38)$$

Das Verhältnis U_{smax}/U_{sm} beträgt bei unkompensierten Maschinen mit vollem Fluß etwa 1,5. Im Feldschwächbereich gilt bei Vernachlässigung der Sättigung

$$I_E(n) = I_{EN} \cdot n_N/n.$$

Die Drehzahl n_{gr} , bei der im Feldschwächbetrieb mit Ankernennstrom die zulässige Stegspannung erreicht wird, kann aus

$$U_{smax} \stackrel{!}{=} U_{szul} = U_{sm} \left(1 + \frac{\alpha \tau A_N}{2w_E/2p \cdot I_{EN} n_N} \cdot n_{gr} \right)$$

berechnet werden.

$$\frac{n_{gr}}{n_N} = \left(\frac{U_{szul}}{U_{sm}} - 1 \right) \cdot \frac{2w_E/2p \cdot I_E}{\alpha \cdot \tau \cdot A_N}$$

Bei Drehzahlen $n > n_{gr}$ muß der Ankerstrom reduziert werden, damit die zulässige Stegspannung nicht überschritten wird.

$$I \cdot n = \text{konst} \Rightarrow I = I_N \cdot n_{gr}/n \quad \text{für } n > n_{gr}$$

Die zulässige Stegspannung begrenzt im Feldschwächbereich den Ankerstrom und damit das Drehmoment. Somit können im Drehzahlstellbereich der Gleichstromnebenschlußmaschine drei stationär zulässige Betriebsbereiche unterschieden werden (siehe auch Tabelle 7.1):

1. Betrieb mit konstantem Fluß bis $n = n_N$ mit $I = I_N$, $M = M_N$
(Begrenzung durch die Erwärmung der Ankerwicklung)
2. Betrieb im Feldschwächbereich bis $n = n_{gr}$ mit $I = I_N$, $P = P_N$
(Begrenzung durch die Erwärmung der Ankerwicklung)
3. Betrieb im Feldschwächbereich mit $n > n_{gr}$ mit $I < I_N$, $P < P_N$
(Begrenzung durch die zulässige Stegspannung)

Bild 2.16 zeigt die stationären Grenzkennlinien als Funktion der Drehzahl.

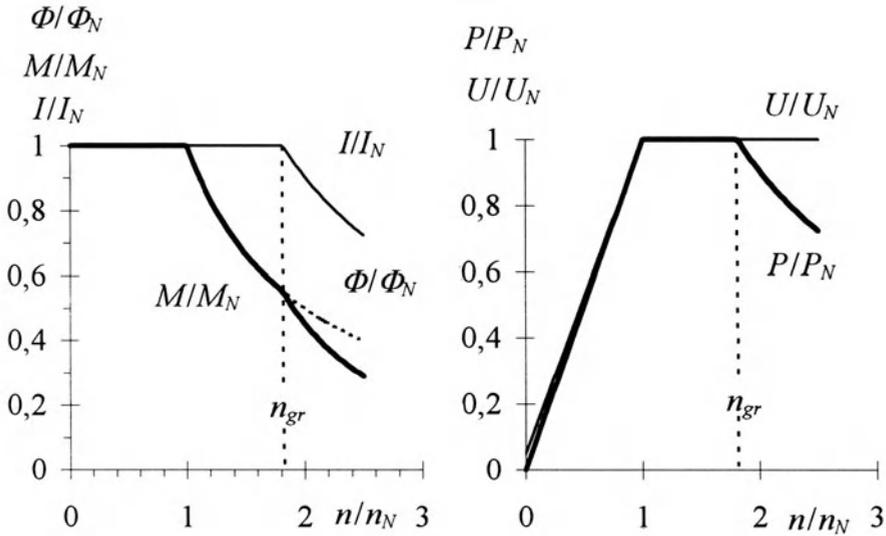


Bild 2.16 Stationäre Grenzkennlinien der Gleichstrommaschine

Beispiel 2.3

Von einem fremderregten Gleichstromnebenschlußmotor sind folgende Daten gegeben:

$$P_N = 10,5 \text{ kW} \quad U_N = 220 \text{ V} \quad I_N = 50 \text{ A}$$

mechanisch zulässige Maximaldrehzahl:	$n_{max} = 6000 \text{ 1/min}$
Erregernennstrom	$I_{EN} = 1 \text{ A}$
Erregerwindungszahl pro Pol	$w_E/2p = 1200$
Zahl der Kommutatorstege	$k = 72$
Windungszahl je Ankerspule	$w_S = 3$
Schleifenwicklung, Polzahl	$2p = 4$
magnetisch wirksamer Luftspalt	$\delta'' = 2 \text{ mm}$
maximal zulässige Stegspannung	$U_{szul} = 30 \text{ V}$
Polteilung	$\tau = 0,12 \text{ m}$
Polbedeckung	$\alpha = 0,68$
Blechpaketlänge	$l = 0,15 \text{ m}$

Sättigung und alle Verluste außer den Stromwärmeverlusten im Ankerkreis dürfen vernachlässigt werden. Die Kühlung soll als drehzahlunabhängig angenommen werden.

- a) Berechnen Sie den Ankerkreiswiderstand R_A !
- b) Berechnen Sie für Nennbetrieb
 - die mittlere Induktion unter den Hauptpolen B ,
 - den Fluß pro Pol Φ_N ,
 - den Ankerstrombelag A_N ,
 - die maximale Induktion unter den Hauptpolen B_{max} ,
 - den Mittelwert der Stegspannung U_{sm} ,
 - die maximale Stegspannung U_{smax} .
- c) Bei welcher Drehzahl n_{gr} erreicht bei Nennstrom die maximale Stegspannung den zulässigen Grenzwert U_{szul} ?
- d) In welcher Weise muß für $n > n_{gr}$ der Ankerstrom reduziert werden, damit die maximale Stegspannung den zulässigen Grenzwert nicht überschreitet?
- e) Welche Leistung ist mit Rücksicht auf die maximale Stegspannung bei $n_{max} = 6000 \text{ 1/min}$ möglich?

2.12 Stromrichterspeisung von Gleichstrommaschinen

Zur Verstellung der Ankerspannung werden insbesondere bei Maschinen größerer Leistung gesteuerte Drehstrombrückengleichrichter (B6) eingesetzt. Bild 2.17 zeigt das Prinzipschaltbild der stromrichtergespeisten Gleichstrommaschine mit zusätzlicher Glättungsdrossel L_D im Ankerkreis. An dieser Stelle sollen keine Einzelheiten der Stromrichterschaltungen untersucht werden, es sollen vielmehr unter idealisierenden Annahmen Grundlagen für die Besonderheiten der Umrichterspeisung von Gleichstrommaschinen abgeleitet werden.

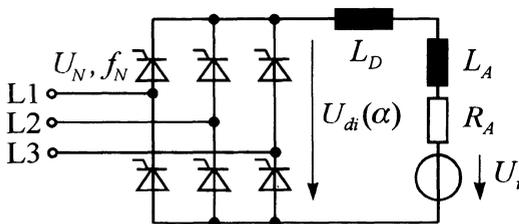


Bild 2.17

Prinzipschaltbild der stromrichtergespeisten Gleichstrommaschine

Zunächst wird die Ausgangsspannung des Gleichrichters analysiert, wobei unterstellt werden soll, daß der Umrichter mit einer Gegenspannung, der

induzierten Spannung U_i , und einer Induktivität (Glättungsdrossel L_D und Ankerkreisinduktivität L_A) als Last arbeitet.

In Bild 2.18 sind für einen gesteuerten B6- Gleichrichter für einen Steuerwinkel von $\alpha = 40^\circ$ der Zeitverlauf der Umrichterausgangsspannung sowie der arithmetische Mittelwert dargestellt. Zusätzlich sind die Zeitverläufe der drei gleichgerichteten Phasenspannungen eingetragen.

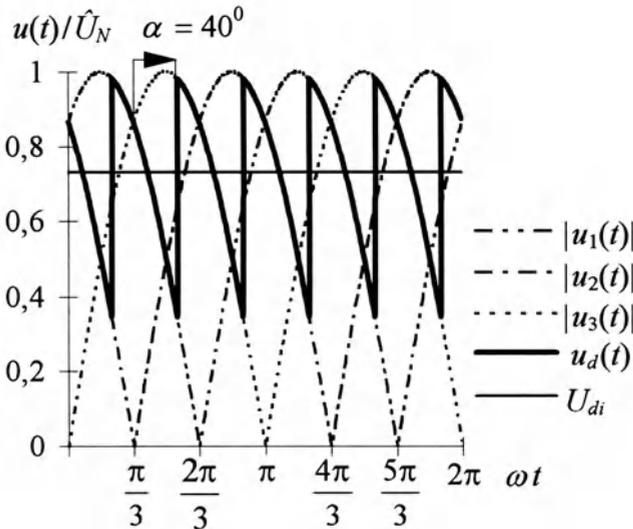


Bild 2.18
Ausgangsspannung
eines gesteuerten B6-
Gleichrichters

Die Gleichspannung am Ausgang weist neben dem arithmetischen Mittelwert Wechselanteile der Frequenzen

$$f_v = v \cdot f_1 \text{ mit } v = 6 \cdot g, g = 1, 2, 3, \dots$$

auf. Die Fourieranalyse der Ausgangsspannung ergibt bei Vollaussteuerung ($\alpha = 0$) den arithmetischen Mittelwert

$$U_{di0} = U_{di}(\alpha = 0) = 3/\pi \cdot \sqrt{2} U_N \quad (2.39)$$

In Abhängigkeit vom Steuerwinkel α ($0 \leq \alpha \leq 150^\circ$, $\alpha = 150^\circ$: Stabilitätsgrenze des Stromrichters) ergibt sich

$$U_{di}(\alpha) = U_{di0} \cdot \cos \alpha = 3/\pi \cdot \sqrt{2} U_N \cdot \cos \alpha \quad (2.40)$$

für den Mittelwert und

$$U_v = U_{di0} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{v^2 - (v^2 - 1) \cos^2 \alpha}}{v^2 - 1}$$

für die Oberschwingungen (Effektivwerte). Bei einer Eingangsspannung von 400 V beträgt die Spannung des ungesteuerten Gleichrichters

$$U_{di0} = 3/\pi \cdot \sqrt{2} \cdot 400 \text{ V} = 540 \text{ V}.$$

Für den Steuerwinkel $\alpha = 40^\circ$ ergibt sich für den Mittelwert der Ausgangsspannung

$$U_{di}(\alpha = 40^\circ) = 540 \text{ V} \cdot \cos 40^\circ = 414 \text{ V},$$

Die größte Oberschwingung ergibt sich für $\nu = 6$ zu

$$U_{\nu=6} = 540 \text{ V} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{6^2 - (6^2 - 1) \cdot \cos^2 40^\circ}}{6^2 - 1} = 85,8 \text{ V}$$

Aus Gl. (2.40) leiten sich für Maschinen für 1- Quadranten- Betrieb (1Q) ($\alpha \leq 90^\circ$) und für Maschinen für 4- Quadranten- Betrieb (4Q) ($\alpha \leq 150^\circ$) unterschiedliche Bemessungsspannungen ab. Wegen

$$U_{di}(\alpha = 150^\circ)/U_{di0} = \cos(150^\circ) = -0,866$$

werden als Bemessungsspannungen üblicherweise 420 V (1Q) bzw. 470 V (4Q) gewählt (Netzanschlußspannung 400 V).

Aufgrund der Spannungsüberschwingungen bilden sich Stromüberschwingungen aus. Bei kompensierten Maschinen wird das Ankerrückwirkungsfeld durch die Kompensationswicklung weitestgehend aufgehoben. Die Ankerinduktivität wird daher nur aus den Streufeldern von Anker- Wendepol- und Kompensationswicklung berechnet und ist daher im Vergleich zu nicht kompensierten Maschinen klein. Die Stromüberschwingungen sind praktisch nur durch die Ankerinduktivität begrenzt, wobei bei der Ermittlung der Ankerwicklungsinduktivität ebenso wie bei der Verlustberechnung die Stromverdrängung zu berücksichtigen ist. Für eine unkompenzierte Maschine der Baugröße 225 mit den Daten

$$I_N = 294 \text{ A} \quad U_N = 460 \text{ V} \quad P_N = 127 \text{ kW}$$

und für 300 Hz gültigen Impedanzen

$$R_A = 0,069 \ \Omega \quad L_A = 1,81 \text{ mH} \text{ (Ankerkreis, } L_D = 0)$$

ergibt sich für den Oberschwingungsstrom sechsfacher Netzfrequenz

$$\begin{aligned} I_{\nu=6} &= \frac{U_{\nu=6}}{|R_A + j \cdot 6 \cdot 2\pi f_1 L_A|} \\ &= \frac{85,8 \text{ V}}{|0,069 \ \Omega + j \cdot 6 \cdot 2\pi \cdot 50 \text{ s}^{-1} \cdot 1,81 \text{ mH}|} \\ &= 25,1 \text{ A} = 0,086 \cdot I_N \end{aligned}$$

In Bild 2.19 ist der mit konstanten Impedanzen berechnete Zeitverlauf des Ankerstroms dargestellt. Der Oberschwingungsgehalt des Ankerstroms wird dominant durch die erste Harmonische bestimmt.

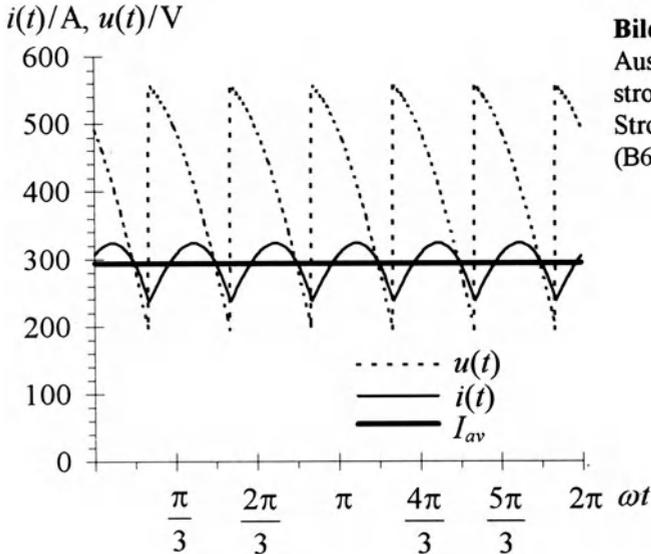


Bild 2.19
Ausgangsspannung, Motorstrom und Mittelwert des Stroms
(B6- Gleichrichter, $\alpha = 40^\circ$)

Die Stromüberschwingungen verursachen zusätzliche Verluste im Ankerkreis (eventuell Drehmomentreduktion oder Glättungsdrossel erforderlich!), Pendelmomente (dadurch Schwingungsanregungen möglich) und beeinträchtigen die Stromwendung (verstärktes Bürstenfeuer).

2.13 Schwungmassenanlauf eines Gleichstrommotors

Als Beispiel für das dynamische Verhalten von Gleichstrommaschinen soll der Schwungmassenanlauf eines fremderregten Gleichstrommotors ($M_g = 0$) untersucht werden. Bei konstantem Fluß lautet die Ankerspannungsgleichung (L_A : Ankerkreisinduktivität, $L_D = 0$, vergl. Bild 2.17)

$$U = k_1 \Phi n + R_A i + L_A \cdot di/dt.$$

Mit der Bewegungsgleichung

$$M = k_2 \Phi i = J \cdot 2\pi \cdot dn/dt \quad \Rightarrow \quad n = k_2 \cdot \Phi / (2\pi J) \cdot \int i dt$$

lautet die Spannungsgleichung

$$U = k_1 \Phi k_2 \Phi / (2\pi J) \cdot \int i dt + R_A \cdot i + L_A \cdot di/dt. \quad (2.41)$$

Der Koeffizient

$$C_{dyn} = (2\pi/k_1 \Phi)^2 \cdot J \quad (2.42)$$

wird in Analogie zu den elektrischen Schwingkreisen als dynamische Kapazität bezeichnet. Da das System zwei Energiespeicher enthält, existieren zwei Zeitkonstanten:

$$T_m = R_A \cdot C_{dyn} \quad \text{mechanische Zeitkonstante} \quad (2.44)$$

$$T_A = L_A / R_A \quad \text{elektrische Zeitkonstante} \quad (2.45)$$

Die Differentiation und Normierung der Ankerspannungsdgl. (2.41) ergibt

$$d^2 i / dt^2 + R_A / L_A \cdot di/dt + 1 / (L_A C_{dyn}) \cdot i = 0 \quad (2.46)$$

woraus sich die charakteristische Gleichung

$$r^2 + R_A / L_A \cdot r + 1 / L_A C_{dyn} = 0$$

ergibt. Mit den Lösungen

$$\begin{aligned} r_{1,2} &= -R_A / (2L_A) \pm \sqrt{(R_A / (2L_A))^2 - 1 / (L_A C_{dyn})} \\ &= -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} \\ &= -1 / (2T_A) \pm \sqrt{(1 / (2T_A))^2 - 1 / (T_A T_m)} \end{aligned} \quad (2.47)$$

ergibt sich in Abhängigkeit der Dämpfung des Systems als Lösung entweder eine gedämpfte Schwingung (schwache Dämpfung, $T_m < 4 T_A$) mit der Abklingzeitkonstanten $1/\delta = 2T_A$ und der gedämpften Eigenfrequenz

$$\omega = \sqrt{1 / (L_A C_{dyn}) - \delta^2} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

oder der sogenannte Kriechfall (starke Dämpfung, $T_m > 4 T_A$).

Bei schwacher Dämpfung lautet die Lösung

$$I(t) = U / (\omega L_A) \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin \omega t \quad (2.48a)$$

$$n(t) = U / (k_1 \Phi) \cdot [1 - (\cos \omega t + \delta / \omega \cdot \sin \omega t) \cdot e^{-\delta t}] \quad (2.49a)$$

Für $T_m > 4 T_A$ bzw. $\delta < \omega_0$ ergeben sich mit den Lösungen der charakteristischen Gleichung r_1 und r_2 nach Gl. (2.47) die Zeitfunktionen

$$i(t) = \frac{U}{R_A} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - (\omega_0 / \delta)^2}} \cdot (e^{r_1 t} - e^{r_2 t}) \quad (2.48b)$$

$$n(t) = \frac{U}{k_1 \Phi} \cdot \left[1 + \frac{1}{2\delta \sqrt{1 - (\omega_0 / \delta)^2}} \cdot (r_2 \cdot e^{r_1 t} - r_1 \cdot e^{r_2 t}) \right] \quad (2.49b)$$

In Bild 2.20 sind für eine Gleichstrommaschine der Baugröße 225 mit den Daten

$$U_N = 460 \text{ V}, \quad I_N = 294 \text{ A}, \quad P_N = 127 \text{ kW},$$

$$n_N = 1530 \text{ 1/min}, \quad R_A = 0,069 \text{ } \Omega, \quad L_A = 3,02 \text{ mH},$$

für zwei verschiedene Trägheitsmomente der Ankerstrom und die Drehzahl beim direkten Einschalten an $U = 0,15 U_N$ als Funktion der Zeit dargestellt.

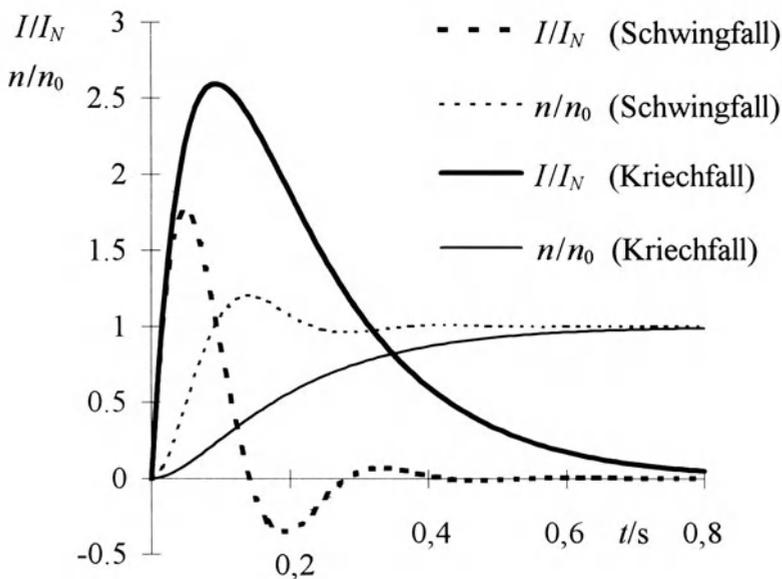


Bild 2.20

Schwungmassenhochlauf: Ankerstrom und Drehzahl für $J = 4 \text{ kgm}^2$ (Schwingfall), $J = 24 \text{ kgm}^2$ (Kriechfall)

Aus den Maschinendaten ergibt sich

$$k_1 \Phi = 17,2 \text{ Vs}, \quad T_A = 44 \text{ ms}.$$

Für die kleine Schwungmasse ($J = 4 \text{ kgm}^2$) betragen die den Einschwingvorgang kennzeichnenden Parameter

$$T_m = 37 \text{ ms} \quad (T_m < 4 T_A, \text{ Schwingfall})$$

$$C_{dyn} = 0,53 \text{ F}$$

$$\omega_0 = \sqrt{1/(L_A C_{dyn})} = 25 \text{ s}^{-1} \quad \omega = 22,2 \text{ s}^{-1},$$

während sich bei der größeren Schwungmasse ($J = 24 \text{ kgm}^2$)

$$T_m = 220 \text{ ms} \quad (T_m > 4 T_A, \text{ Kriechfall})$$

$$C_{dyn} = 3,19 \text{ F} \quad \omega_0 = 10,2 \text{ s}^{-1}$$

$$r_1 = -6,3 \text{ s}^{-1} \quad r_2 = -16,6 \text{ s}^{-1}$$

ergibt.

2.14 Universalmotoren

Aus quadratischer Abhängigkeit des Drehmoments vom Ankerstrom beim Reihenschlußmotor ($M = k_2 k_3 \cdot I^2$, Gl. (2.23)) folgt, daß der Motor auch bei Wechselstrom ein Drehmoment entwickelt. Bei sinusförmigem Strom $i(t) = \hat{I} \sin(\omega t)$ lautet das Drehmoment

$$\begin{aligned} m(t) &= k_2 k_3 \cdot \hat{I}^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos(2\omega t)) & (2.50) \\ &= k_2 k_3 \cdot I^2 \cdot (1 - \cos(2\omega t)) = M \cdot (1 - \cos(2\omega t)). \end{aligned}$$

Das Drehmoment des Reihenschlußmotors pulsiert bei Anschluß an eine Wechselspannung mit der doppelten Netzfrequenz. Daher werden kleinere Reihenschlußmotoren auch als Universalmotoren bezeichnet.

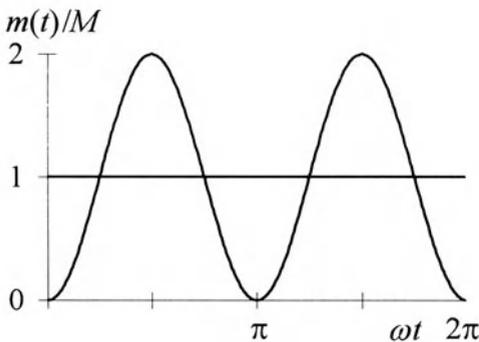


Bild 2.21
Zeitlicher Verlauf des Drehmoments
beim Universalmotor

Universalmotoren kommen im Leistungsbereich bis etwa 2 kW in Elektrowerkzeugen und Haushaltsgeräten zum Einsatz. Sie werden stets zweipolig ausgeführt. Aufgrund der möglichen hohen Betriebsdrehzahlen sind Universalmotoren deutlich kleiner und leichter als leistungsgleiche Asynchronmotoren. Die Drehzahlstellung mittels Wicklungsanzapfung oder Phasenanschnittsteuerung ist besonders einfach.

3 Transformatoren

Am Anfang des Übertragungswegs elektrischer Energie stehen die Maschinentransformatoren (bis $S_N = 1500$ MVA), die die Generatorspannung auf die Übertragungsspannung umspannen. In Netzknoten werden sogenannte Netzkupplungstransformatoren eingesetzt, die oft als Spartransformatoren ausgeführt werden. Die Verteilungstransformatoren dienen der Endversorgung der Verbraucher aus dem Mittelspannungsnetz (Leistungen ab 50 kVA bis 2500 kVA, Oberspannung von 3,6 bis 24 kV, Unterspannung überwiegend 400 V, maximal 1,1 kV, DIN 42500 Teil 1). Kleintransformatoren zur Versorgung von Steuer- und Regeleinrichtungen werden hauptsächlich einphasig gebaut (Leistungen einige VA bis einige kVA, Oberspannung überwiegend 230/400 V).

3.1 Spannungsgleichungen des Einphasentransformators

Basis der analytischen Theorie zur Beschreibung des Betriebsverhaltens technischer Transformatoren sind die Spannungsgleichungen zweier galvanisch getrennter, magnetisch gekoppelter Stromkreise (Bild 3.1).

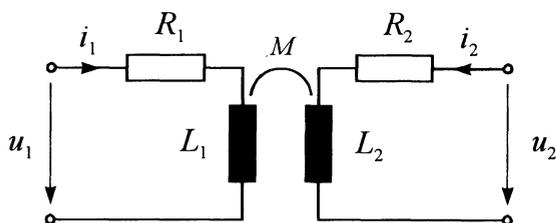


Bild 3.1
Magnetisch gekoppelte Stromkreise

Die Wicklungswiderstände werden mit R_1 und R_2 bezeichnet, die Induktivitäten mit L_1 und L_2 und die Gegeninduktivität mit M .

Die Spannungsgleichungen der beiden Stromkreise lauten

$$u_1 = R_1 i_1 + L_1 di_1/dt + M di_2/dt \quad (3.1)$$

$$u_2 = R_2 i_2 + L_2 di_2/dt + M di_1/dt \quad (3.2)$$

Zunächst soll der stationären Betrieb an sinusförmiger Wechselspannung betrachtet werden; Ausgleichsvorgänge, z. B. nach Schalthandlungen sollen abgeklungen sein.

Zeitlich sinusförmige Größen im eingeschwungenen Zustand können durch ihre Zeitzeiger, die zur Kennzeichnung unterstrichen werden, dargestellt werden. Anstatt der Zeitfunktion

$$u(t) = \sqrt{2} U \cos(\omega t + \varphi)$$

wird der Zeiger

$$\underline{U}$$

verwendet. Zwischen Zeitfunktion und Zeitzeiger besteht der Zusammenhang

$$u(t) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} \underline{U} \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t}).$$

Aus der Differentiation nach der Zeit wird gemäß

$$\begin{aligned} du(t)/dt &= -\omega \sqrt{2} U \sin(\omega t + \varphi) \\ &= \operatorname{Re}(j\omega \cdot \sqrt{2} U \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t}) \\ &= \operatorname{Re}(\omega \cdot \sqrt{2} U \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{j\pi/2}) \\ &= \omega \cdot \sqrt{2} U \cdot \cos(\omega t + \varphi + \pi/2) \\ &= -\omega \cdot \sqrt{2} U \cdot \sin(\omega t + \varphi) \end{aligned}$$

eine Multiplikation mit $j\omega$, d. h. eine Vergrößerung des Zeigers um den Faktor ω und eine Drehung des Zeigers um $\pi/2$ in mathematisch positivem Sinn (= entgegen dem Uhrzeigersinn). Somit lauten die Spannungsgleichungen (3.1, 3.2) für sinusförmige Größen im eingeschwungenen Zustand

$$\underline{U}_1 = R_1 \cdot \underline{I}_1 + j\omega L_1 \cdot \underline{I}_1 + j\omega M \cdot \underline{I}_2 \quad (3.3)$$

$$\underline{U}_2 = R_2 \cdot \underline{I}_2 + j\omega L_2 \cdot \underline{I}_2 + j\omega M \cdot \underline{I}_1 \quad (3.4)$$

Durch Einführung eines frei wählbaren reellen Faktors \ddot{u} können die Gleichungen (3.3, 3.4) in der Form

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= R_1 \underline{I}_1 + j\omega(L_1 - \ddot{u}M) \underline{I}_1 + j\omega \ddot{u}M(\underline{I}_1 + \underline{I}_2 / \ddot{u}) \\ \ddot{u} \underline{U}_2 &= \ddot{u}^2 R_2 \underline{I}_2 / \ddot{u} + j\omega(\ddot{u}^2 L_2 - \ddot{u}M) \underline{I}_2 / \ddot{u} + j\omega \ddot{u}M(\underline{I}_1 + \underline{I}_2 / \ddot{u}) \end{aligned}$$

dargestellt werden. Mit den Definitionen

$\ddot{u}^2 R_2 = R'_2$	bezogener Sekundärwicklungs- widerstand	
$\ddot{u} M = L_{1h}$	Hauptinduktivität	
$I_2 / \ddot{u} = I'_2$	bezogener Sekundärstrom	
$L_1 - \ddot{u} M = L_1 - L_{1h} = L_{1\sigma}$	primäre Streuinduktivität	
$\ddot{u}^2 L_2 - \ddot{u} M = L'_2 - L_{1h} = L'_{2\sigma}$	bezogene sekundäre Streu- induktivität	
$\ddot{u} \underline{U}_2 = \underline{U}'_2$	bezogene Sekundärspannung	
$I_1 + I_2 / \ddot{u} = I_1 + I'_2 = I_\mu$	Magnetisierungsstrom	(3.5)

lauten die Spannungsgleichungen des Einphasentransformators endgültig

$$\underline{U}_1 = (R_1 + j\omega L_{1\sigma}) \cdot I_1 + j\omega L_{1h} \cdot I_\mu \quad (3.6)$$

$$\underline{U}'_2 = (R'_2 + j\omega L'_{2\sigma}) \cdot I'_2 + j\omega L_{1h} \cdot I_\mu \quad (3.7)$$

Die Zuordnung der Streuinduktivitäten zu Primär- ($L_{1\sigma}$) und Sekundärseite ($L'_{2\sigma}$) ist von der Wahl des Übersetzungsverhältnisses \ddot{u} abhängig und damit willkürlich.

Bei technischen Transformatoren wählt man üblicherweise $\ddot{u} = w_1 / w_2$, so daß sich wegen der quadratischen Abhängigkeit der Induktivitäten von der Windungszahl

$$L_1 = \ddot{u}^2 \cdot L_2$$

sowie

$$L_{1\sigma} = L'_{2\sigma}$$

ergibt.

Den Spannungsgleichungen (3.6, 3.7) entspricht das in Bild 3.2 gezeigte Ersatzschaltbild.

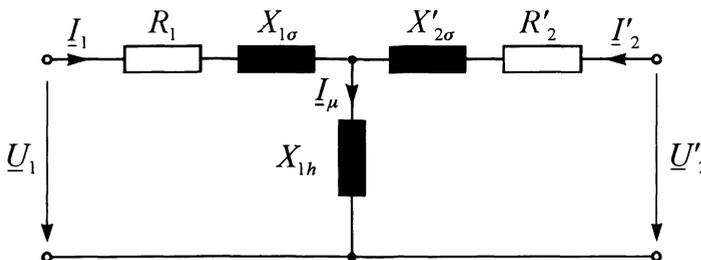


Bild 3.2
Ersatzschaltbild
des Transformators für Betrieb
am sinusförmigen Netz im ein-
geschwungenen Zustand

3.2 Leerlauf des Einphasentransformators

Die Nennspannungen eines Transformators sind nach VDE 0532 die primärseitig der Auslegung zugrundeliegende Spannung und sekundärseitig die zugehörige Leerlaufspannung.

Für $I'_2 = 0$ lauten mit $I_1 = I_\mu$ die Spannungsgleichungen (3.6, 3.7)

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= (R_1 + j\omega L_{1\sigma}) \cdot I_1 + j\omega L_{1h} \cdot I_\mu = (R_1 + jX_{1\sigma}) \cdot I_\mu, \\ \underline{U}'_{20} &= j\omega L_{1h} \cdot I_\mu = jX_{1h} \cdot I_\mu,\end{aligned}$$

woraus sich für das Verhältnis zwischen der bezogenen Sekundärspannung und der Primärspannung

$$\frac{\underline{U}'_{20}}{\underline{U}_1} = \frac{jX_{1h}}{R_1 + j(X_{1h} + X_{1\sigma})}$$

ergibt. Bei technischen Transformatoren ist im allgemeinen $R_1, X_{1\sigma} \ll X_{1h}$, so daß in guter Näherung

$$\underline{U}'_{20} = \underline{U}_1$$

gilt. Die Sekundärspannung beträgt

$$\underline{U}_{20} = \underline{U}'_{20} / \dot{u} = \underline{U}_1 / \dot{u} = \underline{U}_1 \cdot w_2 / w_1. \quad (3.8)$$

Die sekundärseitige Leerlaufspannung ergibt sich bei Vernachlässigung der Spannungsabfälle an Primärwicklungswiderstand R_1 und primärer Streureaktanz $X_{1\sigma}$ durch Multiplikation der Primärspannung \underline{U}_1 mit dem Kehrwert des Übersetzungsverhältnisses.

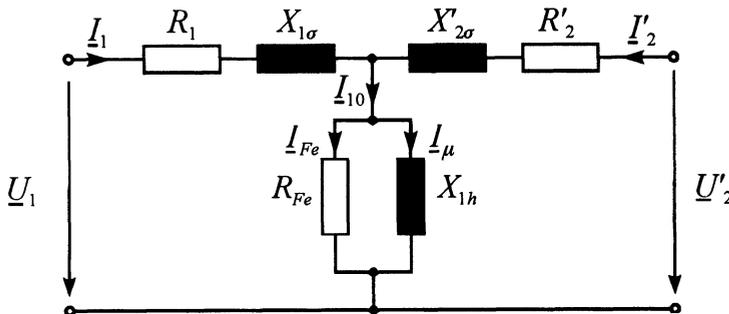
Der Leerlaufstrom beträgt schon bei kleineren Transformatoren nur wenige Prozent, bei größeren Transformatoren weniger als 1% des Nennstromes (DIN 42500, 42504, 42508: $S_N = 100$ kVA: $I_0/I_N = 2,5\%$, $S_N = 10$ MVA: $I_0/I_N = 0,8\%$).

Neben den Stromwärmeverlusten in der Primärwicklung entstehen beim leerlaufenden Transformator Eisenverluste (Ummagnetisierungs- oder Hystereseverluste und Wirbelstromverluste, s. Abschnitt 4.10). Die Eisenverluste sind näherungsweise zum Quadrat der magnetischen Induktion proportional. Nach dem Induktionsgesetz

$$U_i(t) = d\Phi/dt = d/dt(\Phi \sin(\omega t)) = \omega \cdot \Phi \cos(\omega t)$$

ist bei konstanter Frequenz die magnetische Induktion proportional zur induzierten Spannung. Zur Berücksichtigung der Eisenverluste wird im

Ersatzschaltbild ein ohmscher Widerstand R_{Fe} parallel zur Hauptreaktanz eingeführt.

**Bild 3.3**

Ersatzschaltbild des Transformators mit Widerstand R_{Fe} zur Berücksichtigung der Eisenverluste

Bei technischen Transformatoren unterscheidet sich die induzierte Spannung $\underline{U}_h = jX_{1h} \cdot \underline{I}_\mu$ nur wenig von der anliegenden Klemmenspannung \underline{U}_1 . Daher sind die Eisenverluste näherungsweise zum Quadrat der Klemmenspannung proportional. Den Verlusten des leerlaufenden Transformators, die nahezu ausschließlich durch die Eisenverluste verursacht werden, kommt hohe Bedeutung zu, da sie unabhängig von der Last immer dann auftreten, wenn der Transformator am Netz liegt. Sie werden mit etwa DM 8.000,- bis 20.000,- /kW bewertet.

Die aufgenommene Wirkleistung des leerlaufenden Transformators beträgt

$$P_0 = P_{Fe} + P_{Cu10} \approx P_{Fe}. \quad (3.9)$$

Die Stromwärmeverluste im Leerlauf sind gegenüber den Eisenverlusten im allgemeinen vernachlässigbar klein.

Abschätzung: $P_{FeN} = 0,2 \cdot P_{CuN} \approx 0,4 P_{Cu1N}$ ($R_1 \approx R'_2$)

$$I_0 \approx 0,025 \cdot I_N \text{ bei } S_N = 100 \text{ kVA}$$

$$\Rightarrow P_{Cu10} \approx 0,0016 \cdot P_{FeN}$$

Trägt man die bei verschiedenen Spannungen gemessenen Leerlaufverluste, gegebenenfalls vermindert um die Leerlaufkupferverluste, über dem Quadrat der Spannung auf, so ergibt sich wegen der quadratischen Abhängigkeit der Eisenverluste von der Spannung eine Gerade.

Mit dem Widerstand R_{Fe} zur Berücksichtigung der Eisenverluste lautet die Impedanz des Transformators im Leerlauf bei Speisung von der Oberspannungsseite

$$\underline{Z}_0 = R_1 + jX_{1\sigma} + R_{Fe} \cdot jX_{1h} / (R_{Fe} + jX_{1h}).$$

Bei technischen Transformatoren (auch bei Kleintransformatoren mit Bemessungsscheinleistungen von nur wenigen hundert VA) sind der ohmsche Wicklungswiderstand und die Streureaktanz gegenüber Eisenwiderstand und Hauptreaktanz vernachlässigbar klein (siehe auch Abschätzung in diesem Abschnitt). Unter dieser Voraussetzung gilt in guter Näherung

$$\underline{I}_{10} = \underline{I}_{Fe} + \underline{I}_{\mu} \approx \frac{\underline{U}_1}{R_{Fe}} + \frac{\underline{U}_1}{jX_{1h}} = \underline{U}_1 \cdot \left(\frac{1}{R_{Fe}} - j \frac{1}{X_{1h}} \right).$$

Bild 3.4 zeigt das vereinfachte Ersatzschaltbild und das Zeigerdiagramm für Leerlauf.

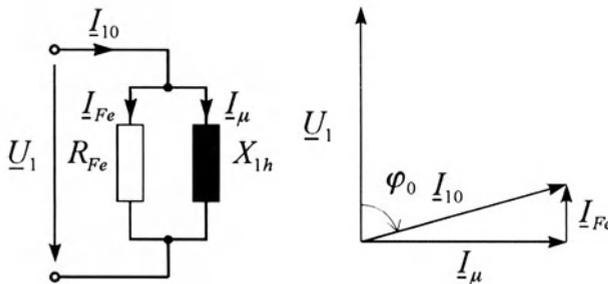


Bild 3.4

leertlaufender Transformator

links: vereinfachtes Ersatzschaltbild

rechts: Zeigerdiagramm

Eisenwiderstand R_{Fe} und Hauptreaktanz X_{1h} werden aus den Meßergebnissen des Leerlaufversuchs (Ober- oder Unterspannungsseite gespeist) berechnet. Bei Speisung der Oberspannungsseite (Beispiel) werden bei Bemessungsspannung $U_1 = U_{1N}$ die Leerlaufverluste P_0 und der Leerlaufstrom I_{10} gemessen. Aus diesen Meßgrößen können der Eisenwiderstand

$$R_{Fe} = U_1^2 / P_{Fe} \quad (3.10)$$

die Leerlaufimpedanz

$$Z_0 = U_1 / I_{10} \quad (3.11)$$

und die Hauptreaktanz

$$(1/X_{1h})^2 = (1/Z_0)^2 - (1/R_{Fe})^2 = (I_{10}/U_{1N})^2 - (1/R_{Fe})^2 \quad (3.12)$$

berechnet werden. Der Eisenwiderstand ist bei technischen Transformatoren im allgemeinen deutlich größer als die Hauptreaktanz, wie folgende Abschätzung zeigt. Da die Eisenverluste auch beim leertlaufenden Transformator auftreten, ist ihr Anteil an den Gesamtverlusten relativ gering. Das Verhältnis zwischen den Eisenverlusten bei Nennspannung und den Stromwärmeverlusten bei Nennstrom wird zur Abkürzung mit α bezeichnet und liegt in der Größenordnung von etwa 15%...18%...25%.

$$a = P_{FeN} / P_{CuN}$$

Mit dem auf den Nennstrom bezogenen Magnetisierungsstrom

$$i_0 = I_{10} / I_{1N} \quad (3.13)$$

und der Nennimpedanz

$$Z_N = U_{1N} / I_{1N} \quad (3.14)$$

gilt

$$Z_0 = Z_N / i_0. \quad (3.15)$$

Aus $P_{FeN} = a \cdot P_{CuN}$ ergibt sich das Verhältnis zwischen den Eisenverlusten und den Gesamtverlusten zu

$$\begin{aligned} P_{FeN} / P_{VN} &= P_{FeN} / (P_{FeN} + P_{CuN}) = P_{FeN} / [P_{FeN} (1 + 1/a)] \\ &= 1 / (1 + 1/a) = a / (1 + a). \end{aligned}$$

Daher folgt aus

$$U_{1N}^2 / R_{Fe} = P_{FeN} = a / (1 + a) \cdot (1 - \eta_N) \cdot S_N$$

durch Division durch U_{1N} und mit der Nennimpedanz nach Gl. (3.14)

$$U_{1N} / R_{Fe} = I_{Fe} = a / (1 + a) \cdot (1 - \eta_N) \cdot I_{1N}$$

und damit für den Eisenwiderstand

$$R_{Fe} = \frac{1 + a}{a \cdot (1 - \eta_N)} \cdot Z_N$$

Mit dem bezogenen Magnetisierungsstrom nach Gl. (3.13) ergibt sich für den Leistungsfaktor bei Leerlauf

$$\cos \varphi_0 = I_{Fe} / I_{10} = a / (1 + a) \cdot (1 - \eta_N) / i_0. \quad (3.16)$$

Die Stromwärmeverluste in Ober- und Unterspannungswicklung liegen oft in derselben Größenordnung. Unter dieser Randbedingung ergibt sich der überspannungsseitige Wicklungswiderstand zu

$$\begin{aligned} R_1 &= 0,5 \cdot P_{CuN} / I_{1N}^2 = 0,5 \cdot 1 / (1 + a) \cdot (1 - \eta_N) \cdot S_N / I_{1N}^2 \quad (3.17) \\ &= 0,5 \cdot 1 / (1 + a) \cdot (1 - \eta_N) \cdot Z_N \\ &= 0,5 \cdot 1 / (1 + a) \cdot (1 - \eta_N) \cdot i_0 \cdot Z_0. \end{aligned}$$

Bei einem Transformator mit einer Scheinleistung von $S_N = 100$ kVA beträgt der Wirkungsgrad etwa $\eta_N = 97,7$ %. Bei einem Verhältnis zwischen Eisen- und Stromwärmeverlusten von $a = 0,18$ ergibt sich für den Leistungsfaktor im Leerlauf

$$\cos \varphi_0 = a / (1 + a) \cdot (1 - \eta_N) / i_0 = 0,140.$$

Der überspannungsseitige Wicklungswiderstand, bezogen auf die Leerlaufimpedanz,

$$\begin{aligned} R_1 / Z_0 &= 0,5 \cdot 1 / (1 + a) \cdot (1 - \eta_N) \cdot i_0 \\ &= 0,5 \cdot 0,847 \cdot 0,023 \cdot 0,025 = 0,00024, \end{aligned}$$

kann tatsächlich vernachlässigt werden. Die Abschätzung der Streureaktanz $X_{1\sigma} = X'_{2\sigma}$ erfolgt anhand der Ergebnisse des Kurzschlußversuchs (s. Abschnitt 3.3).

Die wichtigsten Ergebnisse des Leerlaufversuchs, bei dem am ober- oder unterspannungsseitig mit Bemessungsspannung gespeisten Transformator die aufgenommene Wirkleistung und der Leerlaufstrom sowie die Spannung an den offenen Wicklungsenden der anderen Wicklung gemessen werden, sind also

- Übersetzungsverhältnis $\dot{u} = w_1 / w_2 = U_{1N} / U_{20}$
bzw. $1 / \dot{u} = w_2 / w_1 = U_{2N} / U_{10}$
- Eisenverluste P_{Fe} , daraus zu berechnen: R_{Fe}
- Leerlaufstromverhältnis $i_0 = I_{10} / I_{1N}$ bzw. $i_0 = I_{20} / I_{2N}$, daraus zu berechnen: $Z_0 = Z_N / i_0$ und mit R_{Fe} die Hauptreaktanz X_{1h} .

3.3 Kurzschluß des Einphasentransformators

Als zweiter Versuch zur Überprüfung der Eigenschaften eines Transformators dient der Kurzschlußversuch. Eine Prüfung unter den Bedingungen des Bemessungsbetriebs ist bei größeren Transformatoren weder im Prüffeld noch am Aufstellungsort möglich.

Im Prüffeld können im allgemeinen die erforderlichen großen Leistungen werden eingespeist noch als Belastung realisiert werden; am Aufstellungsort im Einsatz scheidet ein länger andauernder Bemessungsbetrieb an den sich ändernden Netzverhältnissen und Belastungen. Daher wird der Transformator im Prüffeld im Kurzschluß betrieben, wobei die Spannung so eingestellt wird, daß Nennstrom fließt. Da die Stromwärmeverluste in den Wicklungen vom Quadrat des Stroms abhängig sind, treten beim Kurzschlußversuch dieselben Stromwärmeverluste auf, wie im Bemessungsbetrieb. Die hierzu erforderliche Spannung, bezogen auf die Bemessungsspannung, wird als relative Kurzschlußspannung u_k bezeichnet.

$$u_k = U_{1k} / U_{1N} = U_{2k} / U_{2N} \quad (3.18)$$

Die relative Kurzschlußspannung liegt in der Größenordnung von etwa 4% ($S_N = 50...630$ kVA, DIN 42500) bis 14% ($S_N = 80$ MVA, DIN 42508) und steigt mit zunehmender Bemessungsleistung.

Zusätzlich zur relativen Kurzschlußspannung u_k werden Wirkanteil u_R und Blindanteil u_X der relativen Kurzschlußspannung verwendet.

$$u_R = u_k \cdot \cos \varphi_k \quad u_X = u_k \cdot \sin \varphi_k$$

Der Dauerkurzschlußstrom bei Nennspannung beträgt

$$I_k = U_{1N}/U_{1k} = 1/u_k \cdot I_{1N}.$$

Die Kurzschlußimpedanz Z_k ,

$$Z_k = U_{1k}/I_{1N} = u_k \cdot U_{1N}/I_{1N} = u_k \cdot Z_N, \quad (3.19)$$

ist um einige Zehnerpotenzen kleiner als die Leerlaufimpedanz Z_0 .

$$Z_k/Z_0 = u_k \cdot Z_N/(Z_N/i_0) = u_k \cdot i_0$$

Mit der im Kurzschlußversuch gemessenen Leistung P_k ergibt sich der Kurzschlußwiderstand R_k zu

$$R_k = P_k/I_{1N}^2. \quad (3.20)$$

Mit Gl. (3.17) folgt für $R_k = R_1 + R'_2$

$$R_k/Z_0 = 1/(1+a) \cdot (1-\eta_N) \cdot i_0$$

und damit für den Leistungsfaktor beim Kurzschlußversuch

$$\cos \varphi_k = R_k/Z_k = \frac{(1-\eta_N)}{(1+a) \cdot u_k} \quad (3.21)$$

Die Streureaktanz kann entweder aus

$$X_k = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} \quad (3.22a)$$

oder mit dem Phasenwinkel im Kurzschlußversuch berechnet werden.

$$X_k = Z_k \cdot \sin \varphi_k \quad (3.22b)$$

Die Kurzschlußimpedanz und damit auch die relative Kurzschlußspannung wird bei größeren Transformatoren dominant durch die Streureaktanz bestimmt, wie die Berechnung am Beispiel des 100 kVA-Transformators ($u_k = 4\%$, $i_0 = 2,5\%$) zeigt. Das Verhältnis zwischen Kurzschluß- und Leerlaufimpedanz beträgt nur 0,1%.

$$Z_k/Z_0 = u_k \cdot i_0 = 0,04 \cdot 0,025 = 0,001$$

Der Kurzschlußleistungsfaktor beträgt

$$\cos \varphi_k = \frac{1 - \eta_N}{(1 + a) \cdot u_k} = \frac{1 - 0,977}{(1 + 0,18) \cdot 0,04} = 0,487.$$

Hieraus folgt

$$X_k = Z_k \cdot \sin \varphi_k = Z_k \cdot 0,873.$$

Bei wachsender Bemessungsleistung nimmt der Kurzschlußleistungsfaktor ab.

Das vereinfachte Ersatzschaltbild des kurzgeschlossenen Transformators und das Zeigerdiagramm sind in Bild 3.5 dargestellt.

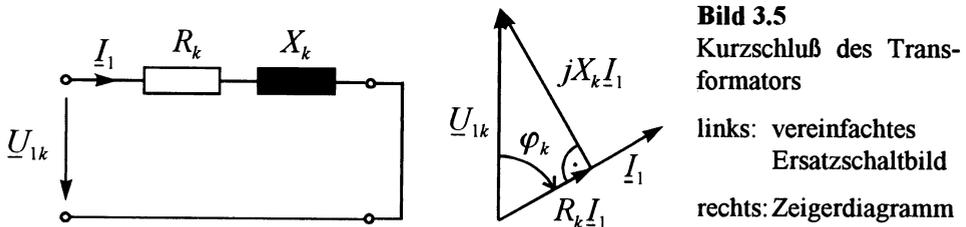


Bild 3.5

Kurzschluß des Transformators

links: vereinfachtes Ersatzschaltbild

rechts: Zeigerdiagramm

Die Zuordnung der Streuung zu Primär- und Sekundärwicklung ist willkürlich, wie bei der Herleitung des galvanischen Ersatzschaltbilds gezeigt wurde. Die Ziffer der Gesamtstreuung hat jedoch physikalischen Charakter.

$$\begin{aligned} \sigma &= 1 - \frac{M^2}{L_1 \cdot L_2} = 1 - \frac{L_{1h}^2 / \dot{u}^2}{(L_{1h} + L_{1\sigma}) \cdot (L'_2 / \dot{u}^2)} & (3.23a) \\ &= 1 - \frac{L_{1h}^2}{(L_{1h} + L_{1\sigma}) \cdot (L_{1h} + L'_{2\sigma})} \\ &= 1 - \frac{1}{(1 + L_{1\sigma} / L_{1h}) \cdot (1 + L'_{2\sigma} / L_{1h})} \\ &= 1 - \frac{1}{(1 + X_{1\sigma} / X_{1h})^2} \end{aligned}$$

Da die Streureaktanz klein ist gegenüber der Hauptreaktanz, ergibt sich

$$\sigma = \frac{(1 + X_{1\sigma} / X_{1h})^2 - 1}{(1 + X_{1\sigma} / X_{1h})^2} \approx \frac{2 \cdot X_{1\sigma}}{X_{1h}} = \frac{X_k}{X_{1h}} = \frac{I_0}{I_k} \quad (3.23b)$$

Die Ziffer der Gesamtstreuung ist gleich dem Leerlauf- Kurzschlußstromverhältnis.

Beispiel 3.1

Von einem Kleintransformator mit $S_N = 320 \text{ VA}$ wurden folgende Daten meßtechnisch ermittelt:

Widerstandsmessung: $R_1 = 4,3 \ \Omega$ $R_2 = 43 \text{ m}\Omega$

Leerlaufversuch: $U_1 = U_{1N} = 230 \text{ V}$ $P_0 = 13 \text{ W}$ $I_0 = 0,17 \text{ A}$

Kurzschlußversuch: $U_1 = U_{1k} = 37,1 \text{ V}$ $P_k = 16 \text{ W}$ $I_{1k} = I_{1N} = 1,39 \text{ A}$

- a) Ermitteln Sie
 - alle Impedanzen des einsträngigen Ersatzschaltbilds,
 - die relativen Kurzschlußspannungen u_k , u_R und u_X ,
 - die Leistungsfaktoren bei Leerlauf und bei Kurzschluß.
- b) Bestimmen Sie das Übersetzungsverhältnis \bar{u} und die Leerlaufspannung U_{20} !
- c) Berechnen Sie die Selbstinduktivitäten L_1 und L_2 sowie die Gegeninduktivität M ! Wie groß ist die Ziffer der Gesamtstreuung?
- d) Zeichnen Sie die Zeigerdiagramme der Spannungen und Ströme für den Leerlaufversuch und für den Kurzschlußversuch!
- e) Berechnen Sie die Kenngrößen $\alpha = P_{FeN}/P_{CuN}$, $i_0 = I_{10}/I_{1N}$!

3.4 Einphasentransformator bei Belastung

Bei Belastung des Transformators mit einer komplexen Last

$$\underline{Z}_L = R_L + jX_L$$

können sämtliche Spannungen und Ströme sowie die daraus abgeleiteten Verluste mit Hilfe der komplexen Wechselstromrechnung ermittelt werden. Einen Überblick gibt hierbei das vollständige Zeigerdiagramm gemäß Bild 3.6, das für $\cos\varphi_1 = 0,8$ induktiv das Zeigerbild für einen Kleintransformator zeigt.

Bei vorgegebener Lastimpedanz \underline{Z}_L und Primärspannung \underline{U}_1 ist die Sekundärspannung zunächst noch unbekannt. Bei der Konstruktion beginnt man zweckmäßigerweise mit dem bezogenen unterspannungsseitigen Laststrom bei einer angenommenen Sekundärspannung \underline{U}'_2 . An den Zeiger \underline{U}'_2 werden die Spannungsabfälle $-R'_2 I'_2$ und $-jX'_{2\sigma} I'_2$ angetragen. Die Summe dieser drei Zeiger ergibt die Spannung \underline{U}_h . Der Primärstrom \underline{I}_1 ergibt sich nach Gl. (3.5),

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{10} - \underline{I}'_2 = \underline{I}_{Fe} + \underline{I}_\mu - \underline{I}'_2$$

indem an den Zeiger $-\underline{I}'_2$ die Komponenten \underline{I}_{Fe} (in Richtung von \underline{U}_h) und \underline{I}_μ (senkrecht zur Richtung von \underline{U}_h) angetragen werden. Durch vektorielle Addition der Spannungsabfälle $R_1 \underline{I}_1$ und $jX_{1\sigma} \underline{I}_1$ zur Spannung \underline{U}_h ergibt sich die Primärspannung \underline{U}_1 . Der Maßstabsfaktor für die Spannungen wird nach vollständiger Konstruktion aus der Oberspannung abgeleitet.

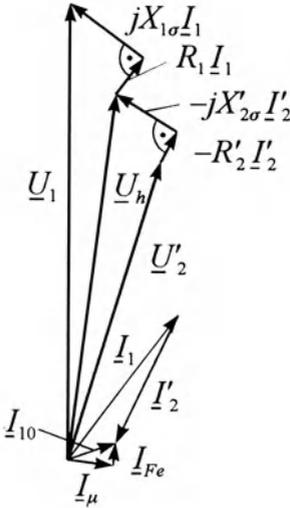


Bild 3.6

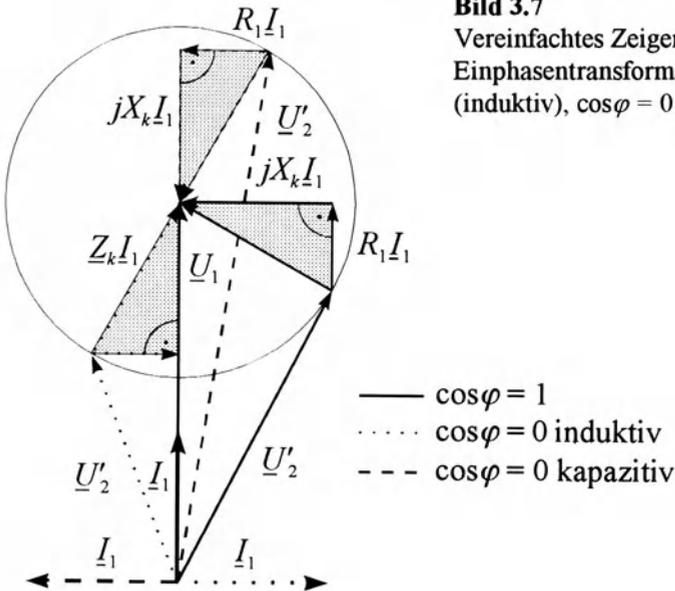
Vollständiges Zeigerdiagramm eines Einphasentransformators bei Belastung

Als Beispiel für das vollständige Zeigerdiagramm muß ein Kleintransformator gewählt werden, damit sich als Folge der Ströme des Querzweigs ein in der grafischen Darstellung sichtbarer Unterschied zwischen Primär- und Sekundärstrom ergibt (vergl. auch Beispiel 3.2).

Bei technischen Transformatoren ist im allgemeinen bei Belastung die Verwendung des vereinfachten Ersatzschaltbilds, bestehend aus Kurzschlußwiderstand R_k und Kurzschlußstreureaktanz X_k , zulässig (vergl. Bild 3.5). Bei Vernachlässigung der Ströme des Querzweigs ($\underline{I}_1 \approx \underline{I}'_2$, $\underline{I}_{Fe} \approx 0$, $\underline{I}_\mu \approx 0$,) unterscheiden sich die beiden Klemmenspannungen bei Last durch ein rechtwinkliges Spannungsdreieck, dessen Katheten durch $R_k I_1$ und $X_k I_1$ gebildet werden. Bild 3.7 zeigt das vereinfachte Zeigerdiagramm für $\cos\varphi = 1$, $\cos\varphi = 0$ (induktiv), $\cos\varphi = 0$ (kapazitiv).

Der zwischen der Hypotenuse $Z_k I_1$ und der Kathete $R_k I_1$ eingeschlossene Winkel ist die Phasenverschiebung des Kurzschlußstroms φ_k . Dieses Spannungsdreieck wird als Kappsches Dreieck bezeichnet. Bei konstantem Primärstrom ist die Größe des Kappschen Dreiecks ebenfalls konstant, lediglich seine Lage ändert sich in Abhängigkeit von der Phasenver-

schiebung des Stroms \underline{I}_1 gegenüber der Spannung \underline{U}_1 , das Dreieck "dreht" sich mit dem Ständerstrom um die Spitze des Zeigers \underline{U}_1 .

**Bild 3.7**

Vereinfachtes Zeigerdiagramm des belasteten Einphasentransformators ($\cos\varphi = 1$, $\cos\varphi = 0$ (induktiv), $\cos\varphi = 0$ (kapazitiv))

Durch Zeichnen des Kappschens Dreiecks für kapazitive Last wird anschaulich klar, daß es bei kapazitiven Lasten zu einer Überhöhung der Sekundärspannung gegenüber der Leerlaufspannung U_{20} kommt ($U'_2 > U_1$).

Die Konstruktion des vereinfachten Zeigerdiagramms zeigt, daß auch bei einem Kleintransformator (vergleiche Beispiel 3.2) das vereinfachte Ersatzschaltbild hinreichend genaue Resultate ergibt. Die Phasenverschiebung zwischen der Primärspannung und der bezogenen Sekundärspannung ist im allgemeinen vernachlässigbar gering.

Beispiel 3.2

Der Transformator nach Beispiel 3.1 wird belastet mit $Z_L = 1,75 \Omega$, $\cos\varphi = 0,8$ induktiv ($U_1 = 230 \text{ V}$).

- Zeichnen Sie das **vollständige** Zeigerdiagramm und ermitteln Sie
 - Primär- und Sekundärstrom
 - Sekundärspannung
 - Leistungsfaktor
- Ermitteln Sie mit Hilfe der Leerlaufspannung aus Beispiel 3.1
 - den Sekundärspannungsabfall bei Belastung, $\Delta U_2 = U_2 - U_{20}$,

- Verluste,
 - Wirkungsgrad!
- c) Zeichnen Sie das vereinfachte Zeigerdiagramm und ermitteln Sie die Größen nach a)!
- d) Zeichnen Sie für eine kapazitive Last $Z_L = 1,75 \Omega$, $\cos\varphi = 0,8$ kapazitiv ($U_1 = 230 \text{ V}$) das vereinfachte Zeigerdiagramm und ermitteln Sie die Größen nach a)!

Bei Kleintransformatoren ist der Magnetisierungsstrom deutlich größer als bei den Verteilungstransformatoren nach DIN 42500. Weiterhin ist die Bedeutung der Leerlaufverluste eingeschränkt. Aus diesem Grund weist der Transformator aus Beispiel 3.1 einen deutlich höheren Eisenverlustanteil auf ($a = 0,8$).

3.5 Eisenkerne von Einphasen- und Drehstromtransformatoren

Einphasentransformatoren können als Kern- (Bild 3.8a) oder Manteltransformatoren (Bild 3.8b) ausgeführt werden.

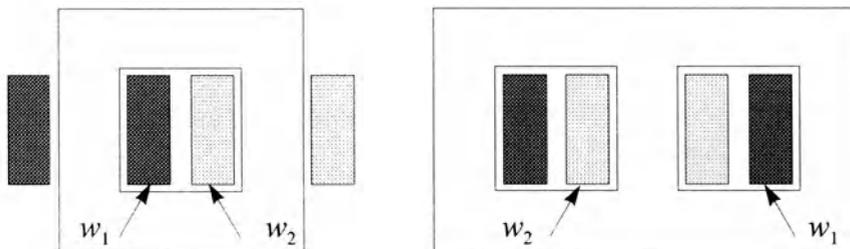


Bild 3.8

a) Einphasenkerntransformator

b) Einphasenmanteltransformator

Bei den Einphasenkerntransformatoren sitzt auf jedem Schenkel eine Wicklung, während bei Einphasenmanteltransformatoren die beiden Wicklungen auf dem mittleren Schenkel angeordnet sind.

Die Bleche des Einphasenkerntransformators mit einer Stärke von ca. 0,23 mm bis 0,35 mm haben U- und I- Form und werden entweder abwechselnd, paketweise oder komplett geschichtet. Die Kerne von kleinen

Manteltransformatoren werden wegen ihrer Form als E- I- Kerne bezeichnet.

Als Elektroblech wird vorzugsweise kaltgewalztes, kornorientiertes Blech mit magnetischer Vorzugsrichtung eingesetzt. Wegen der hohen Bedeutung der Eisenverluste bei Verteilertansformatoren ist das Elektroblech verlustarm (Eisenverluste in der Größenordnung von etwa 0,75...0,95 W/kg bei $B = 1,5$ T und $f = 50$ Hz).

Zur Vermeidung von Wirbelströmen sind die Bleche ein- oder beidseitig mit einer sehr dünnen Lackschicht isoliert (Stärke etwa 1...6 μm , Basis organisch oder anorganisch (Phosphat)).

Ein Drehstrom- Transformator kann aus drei einzelnen Einphasentransformatoren bestehen (sogenannte Drehstrombank). Die Wicklungen der drei Phasen können jedoch auch auf einen gemeinsamen Kern aufgebracht werden. Bild 3.9 zeigt im oberen Teil einen Dreischenkelkerntransformator und im unteren Teil einen Fünfschenkelkerntransformator.

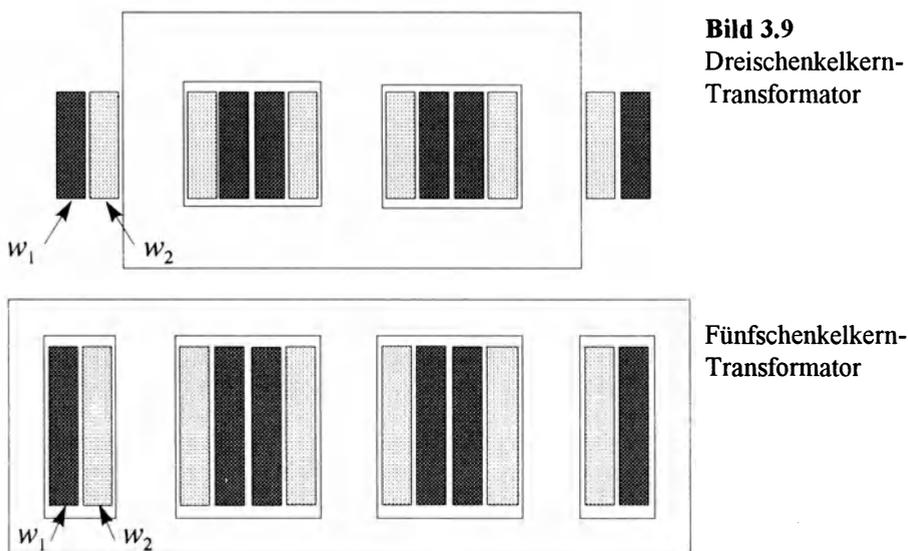


Bild 3.9
Dreischenkelkern-
Transformator

Fünfschenkelkern-
Transformator

Der Dreischenkelkerntransformator ist magnetisch unsymmetrisch, da der Magnetisierungsbedarf für den mittleren Schenkel aufgrund des kleineren Eisenwegs geringer ist, was sich durch einen kleineren Magnetisierungsstrom der auf diesem Schenkel angeordneten Wicklung bemerkbar macht. Joche und Kerne führen denselben Fluß und müssen daher mit denselben Querschnitten ausgeführt werden.

Bei Grenzleistungstransformatoren begrenzt das "Bahnprofil", der Querschnitt der Eisenbahntunnels, die Transportmöglichkeiten per Bahn. Daher werden große Transformatoren mit Fünfschenkelkern (Bild 3.9 unten) ausgeführt, da die Jochhöhen wegen des um den Faktor $1/\sqrt{3}$ kleineren Jochflusses ebenfalls um $1/\sqrt{3}$ reduziert werden können und sich damit bei gleichem Kernquerschnitt eine geringere Gesamthöhe ergibt.

Drehstromtransformatoren werden in Europa nahezu ausschließlich als Kerntransformatoren gefertigt.

3.6 Wicklungsausführungen

Die meisten Transformatoren werden mit sogenannten Zylinderwicklungen ausgeführt, wobei Ober- und Unterspannungswicklung konzentrisch angeordnet werden (Bild 3.10a).

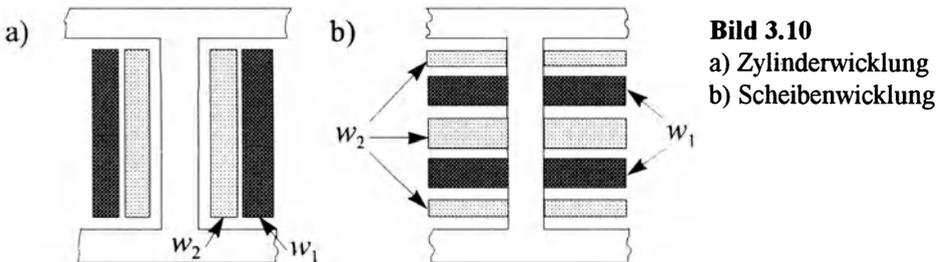


Bild 3.10

a) Zylinderwicklung

b) Scheibenwicklung

Aus isolationstechnischen Gründen wird die Unterspannungswicklung in der Regel innen angeordnet. Bei Kleintransformatoren für Niederspannung werden die Wicklung häufig aus Runddraht in einen Spulenkasten gewickelt; isolierende Zwischenlagen werden oft nur zwischen Oberspannungs- und Unterspannungswicklung eingelegt.

Bei größeren Transformatoren sind wegen der größeren Bemessungsströme größere Leiterquerschnitte erforderlich, so daß vorzugsweise rechteckige Profildrähte eingesetzt werden (ab etwa $A_{Cu} = d_{max}^2 \cdot \pi/4 = (3 \text{ mm})^2 \pi/4 = 7 \text{ mm}^2$, Stromdichte maximal etwa $S_{max} = 3 \dots 4 \text{ A/mm}^2$). Die Zylinderwicklung führt auf relativ hohe Windungsspannungen, da als maximale Spannung zwischen zwei Windungen die Spannung zwischen zwei Lagen auftreten kann; sie wird daher vorzugsweise bei Niederspannungstransformatoren eingesetzt.

Bei der Scheibenwicklung nach Bild 3.10b sind die Wicklungen "scheibenförmig" auf den Kernen angeordnet. Mit Rücksicht auf die Isolationsbeanspruchung Wicklung - Joch liegen am oberen und unteren Ende jeweils Spulen der Unterspannungswicklung.

3.7 Spannungsgleichungen des Drehstromtransformators

Die Berechnung der Selbst- und Gegeninduktivitäten erfolgt zweckmäßig aus der Flußverkeftung. Um das Wesentliche der Flußverkeftung zu erkennen, ist die Betrachtung des leerlaufenden Drehstromtransformators hilfreich (Sekundärwicklungen stromlos).

Gemäß Bild 3.11 teilt sich der von der Wicklung auf dem mittleren Schenkel erregte Fluß Φ_2 hälftig auf die Schenkel 1 und 3 auf.

$$\Phi_1(I_2) = \Phi_2/2$$

$$\Phi_3(I_2) = \Phi_2/2$$

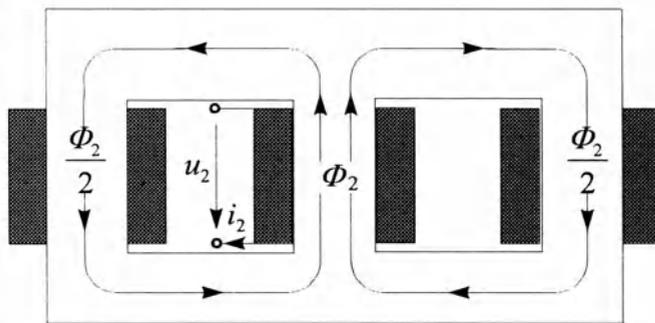


Bild 3.11
Flußaufteilung beim
Dreischenkelkern

Mit der Selbstinduktivität der Wicklung 2

$$L_2 = \Phi_2 / I_2,$$

der Gegeninduktivität zwischen den Wicklungen 1 und 2

$$M_{12} = \Phi_1(I_2) / I_2 = -(\Phi_2 / 2) / I_2 = -L_2 / 2$$

sowie der Gegeninduktivität zwischen den Wicklungen 2 und 3

$$M_{23} = \Phi_3(I_2) / I_2 = -(\Phi_2 / 2) / I_2 = -L_2 / 2$$

folgt, daß die Gegeninduktivität zwischen den Wicklungen halb so groß ist, wie die Selbstinduktivität.

$$M = -\frac{1}{2} \cdot L_{1h}$$

Die Ströme in den 3 Primärwicklungen werden mit i_{11} , i_{12} und i_{13} bezeichnet. Mit der Hauptinduktivität L_{1h} , der Streuinduktivität $L_{1\sigma}$ und den Gegeninduktivitäten $M_{12} = M_{13} = M = -\frac{1}{2} \cdot L_{1h}$ lautet die Spannungsgleichung für die Oberspannungswicklung 1

$$\begin{aligned} u_{11} &= R_1 i_{11} + L_{1\sigma} di_{11}/dt + L_{1h} di_{11}/dt & (3.24) \\ &\quad + M di_{12}/dt + M di_{13}/dt \\ &= R_1 i_{11} + L_{1\sigma} di_{11}/dt + L_{1h}(di_{11}/dt - \frac{1}{2} di_{12}/dt - \frac{1}{2} di_{13}/dt) \end{aligned}$$

Bei symmetrischer Speisung ist stets die Summe der drei Wicklungsströme Null,

$$i_{11} + i_{12} + i_{13} = 0,$$

und daher

$$-\frac{1}{2} i_{12} - \frac{1}{2} i_{13} = \frac{1}{2} i_{11},$$

so daß die Gleichung (3.24) lautet

$$\begin{aligned} u_{11} &= R_1 i_{11} + L_{1\sigma} di_{11}/dt + L_{1h} \cdot (di_{11}/dt + \frac{1}{2} di_{11}/dt) & (3.25) \\ &= R_1 i_{11} + L_{1\sigma} di_{11}/dt + \frac{3}{2} L_{1h} \cdot di_{11}/dt \end{aligned}$$

Die Spannungsgleichungen der OS- Wicklungen 2 und 3 unterscheiden sich von Gl. (3.25) lediglich durch die Indizes; das Gleichungssystem der drei Spannungsgleichungen ist entkoppelt. Der Vergleich mit der Spannungsgleichung (3.1) des Einphasentransformators bei Leerlauf ($I_2 = 0$),

$$\begin{aligned} u_1 &= R_1 i_1 + L_1 di_1/dt + M di_2/dt & (3.1) \\ &= R_1 i_1 + (L_{1\sigma} + L_{1h}) \cdot di_1/dt, \end{aligned}$$

zeigt einen bis auf die unterschiedlichen Induktivitäten gleichartigen Aufbau. Hieraus lassen sich zwei wesentliche Erkenntnisse ableiten:

1. Die Spannungsgleichungen des belasteten Drehstromtransformators können genauso umgeformt werden, wie die des Einphasentransformators.
2. Je eine Spannungsgleichung für OS- und US- Seite ist ausreichend, da die drei Spannungsgleichungen entkoppelt sind.

Daher kann das Ersatzschaltbild des Einphasentransformators auch für Drehstromtransformatoren übernommen werden.

Im Drehstromnetz betragen die Leistungen

$$S = \sqrt{3} UI \quad (\text{Scheinleistung})$$

$$P = \sqrt{3} UI \cos \varphi \quad (\text{Wirkleistung})$$

$$Q = \sqrt{3} UI \sin \varphi \quad (\text{Blindleistung})$$

Zur Berechnung der Daten des einphasigen Ersatzschaltbilds soll dieses unabhängig von der tatsächlichen Wicklungsschaltung auf überspannungsseitige Sternschaltung bezogen werden.

Die Gleichungen zur Auswertung des Leerlaufversuchs entsprechen daher bis auf den Faktor $\sqrt{3}$ denen des Einphasentransformators.

$$P_0 = \sqrt{3} U_{1N} I_{10} \cos \varphi_0 = U_{1N}^2 / R_{Fe}$$

Die Komponenten des Leerlaufstroms betragen

$$I_{Fe} = P_0 / \sqrt{3} U_{1N}$$

$$I_{\mu} = U_{1N} / \sqrt{3} X_{1h}$$

Die Impedanzen des einphasigen Ersatzschaltbildes lauten

$$R_{Fe} = U_{1N} / \sqrt{3} I_{Fe} = U_{1N}^2 / P_0 \quad (3.26)$$

$$Z_0 = U_{1N} / \sqrt{3} I_{10} \quad (3.27)$$

und $(1/X_{1h})^2 = (1/Z_0)^2 - (1/R_{Fe})^2$

Entsprechend folgt für die Auswertung des Kurzschlußversuchs

$$P_k = \sqrt{3} U_{1k} I_{1N} = 3 I_{1N}^2 R_k,$$

woraus sich für die übrigen Daten des einphasigen Ersatzschaltbilds

$$R_k = P_k / (3 \cdot I_{1N}^2) \quad (3.29)$$

$$Z_k = U_{1k} / (\sqrt{3} I_{1N}) \quad (3.30)$$

ergibt. Die Gln. (3.22a, 3.22b) gelten unverändert. Die Ausdrücke für die Kurzschlußspannungen,

$$U_k = \sqrt{3} I_{1N} Z_k$$

$$U_R = \sqrt{3} I_{1N} R_k = U_k \cos \varphi_k$$

$$U_X = \sqrt{3} I_{1N} X_k = U_k \sin \varphi_k$$

enthalten ebenso den Faktor $\sqrt{3}$ wie die Nennimpedanz entsprechend Gl. (3.14).

$$Z_N = U_{1N} / (\sqrt{3} I_{1N}) \quad (3.31)$$

3.8 Parallelbetrieb von Transformatoren

Als Anwendung der im vorigen Abschnitt abgeleiteten Gleichungen zur Beschreibung des Betriebsverhaltens von Drehstromtransformatoren soll der Parallelbetrieb zweier Drehstromtransformatoren untersucht werden. Drehstromtransformatoren werden in vermaschten Netzen häufig ober- und unterspannungsseitig parallel betrieben.

Voraussetzung für den Parallelbetrieb sind gleiche Bemessungsspannungen und identische Schaltgruppen (siehe Abschnitt 3.11). Die Daten der Transformatoren sollen zur Unterscheidung mit den zusätzlichen Indizes a und b versehen werden. Nach Abschnitt 3.4 ist das einphasige Ersatzschaltbild zur Beschreibung des Betriebsverhaltens ausreichend. Bild 3.12 zeigt das einphasige Ersatzschaltbild der Parallelschaltung.

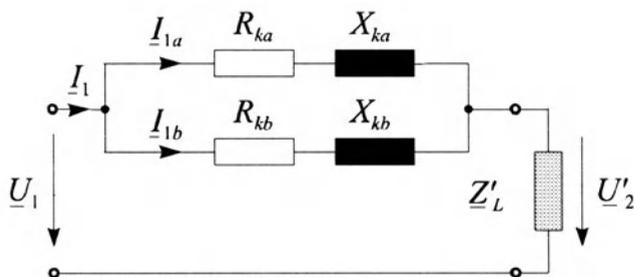


Bild 3.12
Einphasiges Ersatzschalt-
bild zweier parallelge-
schalteter Drehstrom-
transformatoren

Im Parallelbetrieb sind die Spannungsabfälle an den Kurzschlußimpedanzen identisch.

$$\underline{I}_{1a} \cdot \underline{Z}_{ka} = \underline{I}_{1b} \cdot \underline{Z}_{kb}$$

Daraus folgt für das Verhältnis der Beträge der Ströme

$$\begin{aligned} \frac{I_{1a}}{I_{1b}} &= \frac{Z_{kb}}{Z_{ka}} = \frac{u_{kb} \cdot Z_{Nb}}{u_{ka} \cdot Z_{Na}} = \frac{u_{kb} \cdot U_{1N} / (\sqrt{3} \cdot I_{1Nb})}{u_{ka} \cdot U_{1N} / (\sqrt{3} \cdot I_{1Na})} \\ &= \frac{u_{kb} \cdot U_{1N} \cdot I_{1Na}}{u_{ka} \cdot U_{1N} \cdot I_{1Nb}} = \frac{u_{kb} \cdot S_{Na}}{u_{ka} \cdot S_{Nb}} \end{aligned} \quad (3.33)$$

Bei ungleichen relativen Kurzschlußspannungen teilen sich demnach die Ströme nicht im Verhältnis der Bemessungsscheinleistungen auf. Die Summenscheinleistung muß gegenüber der Summe der Scheinleistungen reduziert werden, da sonst der "härtere" Transformator mit der kleineren relativen Kurzschlußspannung überlastet würde.

Bei identischen relativen Kurzschlußspannungen addieren sich die Teilströme nur dann arithmetisch, wenn auch die relative Wirkkurzschlußspannung bzw. die relative Blindkurzschlußspannung identisch sind.

Wenn Transformatoren parallelgeschaltet werden sollen,

- müssen die Übersetzungsverhältnisse und die Schaltgruppen übereinstimmen,
- sollen die relativen Kurzschlußspannungen einen möglichst geringen Unterschied aufweisen und möglichst jeweils gleiche Real- bzw. Imaginärteile besitzen.

Beispiel 3.3

Zwei Drehstromtransformatoren 20 kV/0,4 kV, $f_N = 50$ Hz, Yy0, arbeiten parallel.

Transformatordaten:

Trafo 1: $S_{Na} = 400$ kVA, $P_{0a} = 930$ W, $P_{ka} = 4600$ W, $u_{ka} = 4\%$

Trafo 2: $S_{Nb} = 630$ kVA, $P_{0b} = 1200$ W, $P_{kb} = 6750$ W, $u_{kb} = 6\%$

Bis zu welcher Summenscheinleistung darf die Parallelschaltung belastet werden, ohne daß die Bemessungsströme eines Transformators überschritten werden?

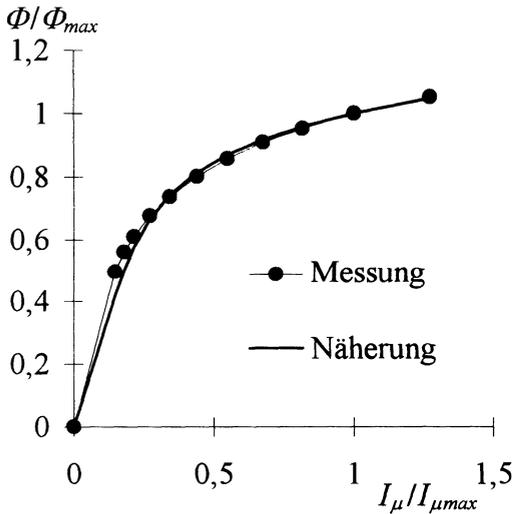
3.9 Magnetisierungsstrom eines Transformators unter Einfluß der Eisensättigung

Als Folge der Sättigung des Eisens ist die Magnetisierungskennlinie $B=f(H)$ ist bei den üblichen Kern- und Jochinduktionen von etwa 1,5...1,7 T bereits merklich gekrümmt.

Die Gleichfeldmagnetisierungskennlinie kann durch einen Polynomansatz nachgebildet werden. Als Bezugswerte dienen die magnetische Induktion B_{max} und die zugehörige magnetische Feldstärke $H_{max} = H(B_{max})$.

$$H/H_{max} = k_1 \cdot (B/B_{max}) + (1 - k_1) \cdot (B/B_{max})^n$$

Für kornorientiertes Blech, Maximalinduktion etwa 1,6 T, ergibt sich mit $k_1 = 0,35$, $n = 7$ eine gute Annäherung an die gemessene Kennlinie, wie Bild 3.13 zeigt.

**Bild 3.13**

Gleichfeldmagnetisierungskennlinie

$$\Phi/\Phi_{max} = f(I_{\mu}/I_{\mu max})$$

Näherung:

$$I_{\mu}/I_{\mu max} = 0,35 \cdot (\Phi/\Phi_{max}) + 0,65 \cdot (\Phi/\Phi_{max})^7$$

mit

$$\begin{aligned} \Phi_{max} &= B_{max} \cdot A_{Fe} \\ &= \sqrt{2} \cdot U_N / (\sqrt{3} \cdot w_1 \cdot 2\pi f_1), \end{aligned}$$

$$B_{max} \approx 1,6 \text{ T}$$

3.9.1 Eingeprägte Spannung

Bei eingepprägter Spannung (bei Einphasentransformatoren und bei Drehstromtransformatoren in Dreieckschaltung) ist der magnetische Fluß zeitlich sinusförmig.

Der Zeitverlauf des Magnetisierungsstroms kann mit Hilfe der Gleichfeldmagnetisierungskennlinie nach Bild 3.13 punktweise ermittelt werden, wie in Bild 3.14 dargestellt ist.

Der Magnetisierungsstrom des gesättigten Transformators mit eingepprägter Spannung ist nicht rein sinusförmig.

Die Fourieranalyse des punktweise ermittelten zeitlichen Verlaufs des Magnetisierungsstroms nach Bild 3.14 ergibt harmonische Anteile der Frequenzen

$$f_v = f_1 \cdot (1 + 2g) \text{ mit } g = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Der Effektivwert des Magnetisierungsstroms $I_{\mu eff}$ kann aus den Harmonischen $I_{\mu v}$ berechnet werden.

$$I_{\mu eff} = \sqrt{\sum_v (I_{\mu v})^2}$$

In Tabelle 3.1 sind die auf den Effektivwert bezogenen Harmonischen aufgeföhrt.

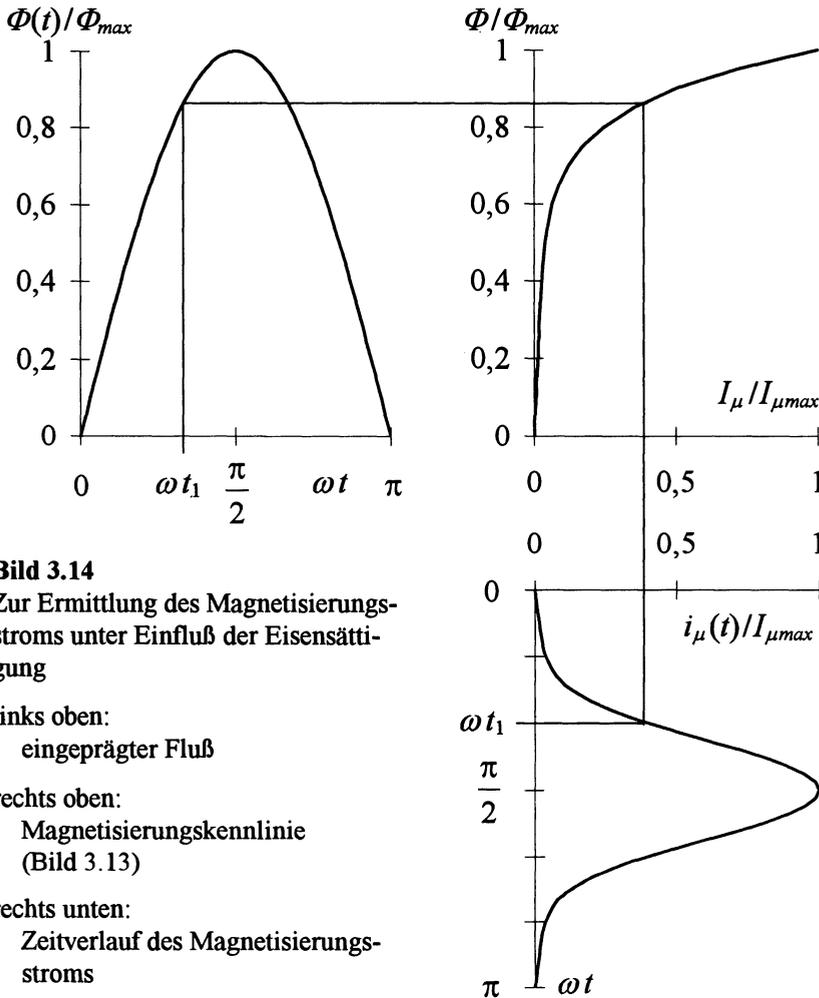


Bild 3.14
Zur Ermittlung des Magnetisierungsstroms unter Einfluß der Eisensättigung

- links oben:
eingepprägter Fluß
- rechts oben:
Magnetisierungskennlinie
(Bild 3.13)
- rechts unten:
Zeitverlauf des Magnetisierungsstroms

Tabelle 3.1 Harmonische im Magnetisierungsstrom eines Transformators mit eingepprägter Spannung (kornorientiertes Blech, $B = 1,6 \text{ T}$, $I_{\mu max} = 2,14 \cdot I_{\mu eff}$)

ν	1	3	5	7
$I_{\mu \nu} / I_{\mu eff}$	0,87	0,47	0,16	0,02

Bei Drehstromtransformatoren sind die Ströme mit durch drei teilbaren Vielfachen der Netzfrequenz gleichphasig, sie fließen demnach als Kreisstrom in der in Dreieck geschalteten Wicklung.

Die Verzerrung des Magnetisierungsstroms ist ohne Bedeutung für die Erwärmung des Transformators, da die hieraus resultierenden Verluste im allgemeinen sehr klein sind.

Wird die punktweise Ermittlung des Zeitverlaufs des Magnetisierungsstroms sowie die Fourieranalyse für verschiedene Amplituden des Flusses durchgeführt, so kann die Wechselfeldmagnetisierungskurve $\Phi = f(I_{\mu\text{eff}})$ ermittelt werden, die bis auf den Strom I_{Fe} ein Abbild der Magnetisierungskurve $U = f(I_0)$ des Transformators ist.

Bei Spannungen deutlich unterhalb der Nennspannung sind die Harmonischen im Magnetisierungsstrom recht klein. Als Folge der Sättigung nimmt die Hauptreaktanz mit zunehmender Spannung ab. Die ungesättigte Hauptreaktanz ist bei normal bemessenen Transformatoren etwa drei- bis viermal so groß, wie die gesättigte Hauptreaktanz bei Nennspannung.

Der Leistungsfaktor bei Leerlauf ändert sich im selben Verhältnis.

3.9.2 Sternschaltung der Wicklungen

Bei Drehstromtransformatoren mit Sternschaltung beider Wicklungen ohne angeschlossenen Neutralleiter können keine gleichphasigen Ströme in den drei Wicklungen fließen, da die Summe aller Ströme zu jedem Zeitpunkt Null sein muß. Daher kann der resultierende Magnetisierungsstrom bei Sternschaltung der Wicklungen näherungsweise durch Subtraktion der Stromharmonischen mit den Frequenzen $f_v = 3 \cdot g \cdot f_1$ vom Stromverlauf nach Bild 3.14 ermittelt werden, wie in Bild 3.15 links oben dargestellt ist. Zu jedem Zeitpunkt kann der zugehörige Fluß mit Hilfe der Gleichfeldmagnetisierungskennlinie nach Bild 3.13 erfolgen (Bild 3.15 rechts oben, Achsen gegenüber Bild 3.13 vertauscht). Die punktweise Bestimmung der Augenblickswerte des Flusses wird in Analogie zu Bild 3.14 durchgeführt.

Als Ergebnis ergibt sich ein verzerrter Flußverlauf, der neben der Grundschwingung mit Netzfrequenz vor allem einen Anteil mit dreifacher Netzfrequenz enthält. In allen drei Phasenspannung von OS- und US-Wicklung treten entsprechende gleichphasigen Spannungsharmonische dreifacher Netzfrequenz auf.

In der verketteten Spannung sind diese Spannungsharmonischen jedoch nicht meßbar, da sie bei der Differenzbildung der verketteten Spannung aus zwei Phasenspannungen herausfallen.

Bei technischen Transformatoren ist die Verzerrung der Phasenspannungen weit weniger ausgeprägt, als in Bild 3.15 dargestellt.

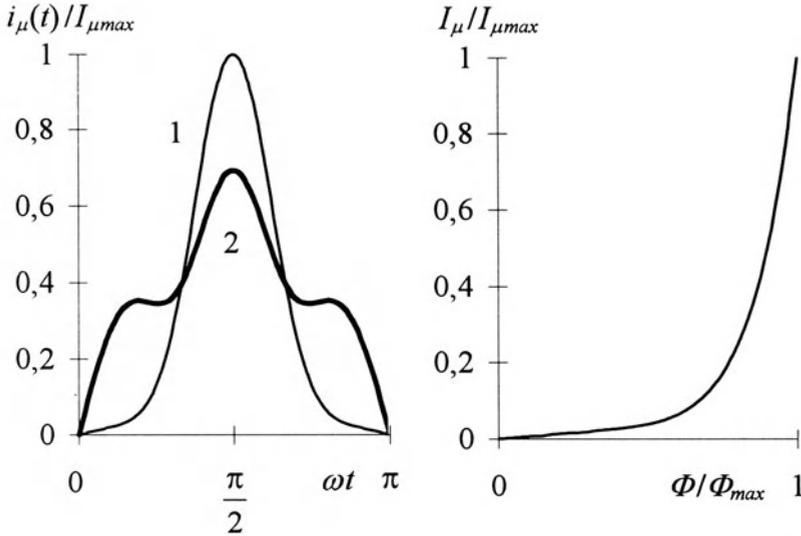


Bild 3.15

Zur Ermittlung der Verzerrung der Strangspannung bei Yy- Transformatoren ohne Neutralleiter

links oben:

Kurve 1:

Magnetisierungsstrom bei eingepreßter Spannung nach Bild 3.14

Kurve 2:

Magnetisierungsstrom ohne Frequenzanteile mit $f_v = 3 g f_1$

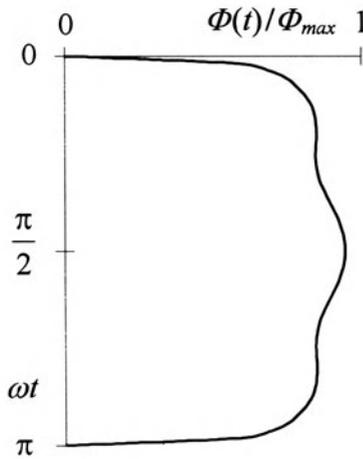
rechts oben:

Magnetisierungskennlinie nach

Bild 3.13 mit vertauschten Achsen

rechts unten:

Zeitfunktion des Flusses



3.10 Schaltvorgänge bei Einphasentransformatoren

Bei Schaltvorgängen mit Drehstromtransformatoren muß das gekoppelte Spannungs- DGl.- System unter Berücksichtigung der Anfangswerte

gelöst werden. Die Ausgleichsvorgänge in den drei Phasen weisen unterschiedliche Zeitverläufe auf.

Mit hinreichender Genauigkeit können die unter ungünstigsten Randbedingungen auftretenden Maximalströme und damit auch die hieraus resultierenden Stromkräfte für den Einphasentransformator berechnet werden.

3.10.1 Zuschalten eines leerlaufenden Transformators an das starre Netz

Die Spannungsgleichung des leerlaufenden Transformators lautet

$$u_1 = R_1 i_1 + L_1 \cdot di_1/dt.$$

Die stationäre Lösung dieser DGl. erster Ordnung mit sinusförmiger Störgröße

$$u_1(t) = \sqrt{2} U_N \cdot \sin(\omega t)$$

lautet

$$\begin{aligned} \Phi_{stat}(t) &= \Phi_N \cdot 1/Z_0 \cdot (R_1 \cdot \sin(\omega t) - X_1 \cdot \cos(\omega t)) \\ &= \Phi_N \cdot \sin(\omega t - \varphi_0) \end{aligned} \quad (3.33)$$

mit $\tan \varphi_0 = (X_1/R_1)$.

Unmittelbar nach dem Schalten muß der Fluß jedoch Null sein, $\Phi(0) = 0$, so daß die Lösung außer dem stationären Term nach Gl. (3.33) einen flüchtigen Anteil enthält.

$$\Phi(t) = \Phi_N \cdot 1/Z_0 \cdot [X_1 \cdot e^{-t/\tau_1} + R_1 \cdot \sin(\omega t) - X_1 \cdot \cos(\omega t)] \quad (3.34)$$

Das Ausgleichsglied klingt mit der Zeitkonstante τ_1 ab.

$$\tau_1 = L_1/R_1$$

Wegen $R_1 \ll X_1$ wird als Maximalwert nach der ersten Halbperiode etwa der doppelte Wert des stationären Flusses erreicht.

$$\Phi_{max} \approx 2 \cdot \Phi_N$$

Da Kerne und Joche von technischen Transformatoren schon bei Bemessungsbetrieb relativ stark gesättigt sind, entspricht dem Maximalwert des Flusses ein wesentlich höherer Stoßstrom, der mit Hilfe der Gleichfeldmagnetisierungskurve (vergl. Abschnitt 3.9) ermittelt werden kann. Um einen qualitativen Eindruck vom Zeitverlauf des Stoßstroms zu erhalten, ist in Bild 3.16 für die schon in Kapitel 2 verwendete grobe Näherung

$$I_{\mu}/I_{\mu N} = (\Phi/\Phi_N)^3$$

der Zeitverlauf des Stoßstromes über die ersten 15 Perioden dargestellt (Kleinsttransformator mit $R_1/X_1 = 0,032$, $\tau_1 = 0,1$ s).

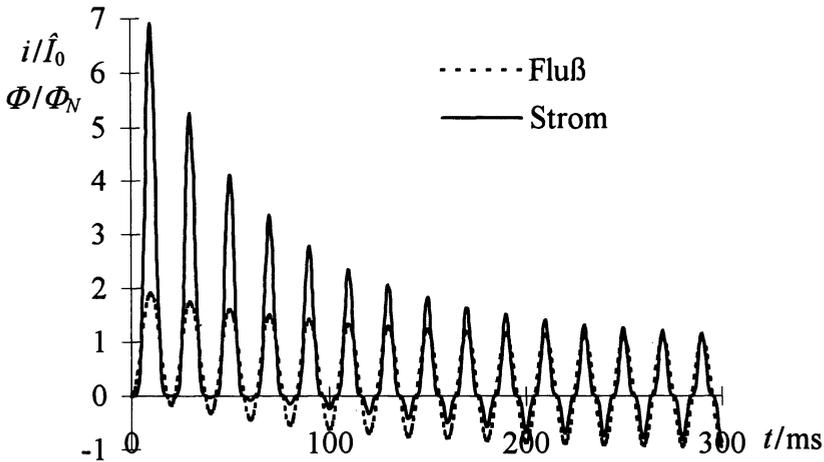


Bild 3.16

Fluß und Strom beim Einschalten eines leerlaufenden Einphasentransformators (qualitativ, $I_{\mu}/I_{\mu N} = (\Phi/\Phi_N)^3$, $R_1/X_1 = 0,032$, $\tau_1 = 0,1$ s)

Je nach Bemessungsleistung und Auslegung kann bei technischen Transformatoren die Einschaltstromspitze bis zum 15fachen des Scheitelwerts des Nennstroms betragen. Der Ausgleichsvorgang klingt bei größeren Transformatoren wegen der großen Zeitkonstanten relativ langsam ab.

3.10.2 Kurzschluß des leerlaufenden Transformators

Der Dauerkurzschlußstrom wurde bereits in Abschnitt 3.4 berechnet. Mit

$$I_k = U_N/Z_k$$

und

$$\cos \varphi_k = R_k/Z_k$$

beträgt der stationäre Kurzschlußstrom

$$i_{kstat}(t) = \sqrt{2} I_k \cdot \sin(\omega t - \varphi_k)$$

Aus der Stetigkeit des Stromes beim Schalten induktiver Stromkreise folgt, daß der Kurzschlußstrom im ersten Moment nach dem Schalten Null sein muß. Dem stationären Term überlagert sich demnach ein flüchtiger Anteil, so daß die Zeitfunktion des Kurzschlußstroms

$$i_k(t) = \sqrt{2} I_k (\sin(\omega t - \varphi_k) + \sin \varphi_k \cdot e^{-t/\tau_k}) \quad (3.35)$$

lautet. Mit τ_k ist die Kurzschlußzeitkonstante bezeichnet.

$$\tau_k = L_k / R_k = \tan \varphi_k / 2\pi f_1$$

Bei größeren Transformatoren wird die Kurzschlußimpedanz überwiegend durch die Streureaktanz bestimmt, so daß der Gleichanteil relativ langsam abklingt.

Abschätzung für einen 10 MVA- Transformator mit

$$\alpha = 0,22, \eta_N = 99,2\%, u_k = 10\%:$$

$$\cos \varphi_k = R_k / Z_k = \frac{(1 - \eta_N)}{(1 + \alpha) \cdot u_k} = \frac{(1 - 0,992)}{(1 + 0,22) \cdot 0,1} = 0,0656$$

$$\tau_k = \tan \varphi_k / 2\pi f_1 = 48 \text{ ms}$$

Daher beträgt der Maximalwert des Kurzschlußstroms, der Stoßkurzschlußstrom, bei großen Transformatoren annähernd das Doppelte des Scheitelwerts des stationären Kurzschlußstroms.

$$I_{\text{Stoß}} \approx 1,9 \cdot \sqrt{2} I_k$$

Hieraus resultieren enorme Stromkräfte, die durch geeignete Wicklungsversteifungen beherrscht werden müssen.

3.11 Schaltgruppen von Drehstromtransformatoren

Drehstromtransformatoren können mit unterschiedlichen Schaltungen von OS- und US- Wicklungen ausgeführt werden (Bild 3.17). Bei den Maschinentransformatoren wählt man üblicherweise für die Unterspannungsseite Dreieckschaltung, für die Oberspannungsseite Sternschaltung mit herausgeführtem Neutralleiter.

Bild 3.17 (Auszug aus VDE 0532 Teil 4) zeigt die wichtigsten Schaltgruppen der Drehstromtransformatoren.

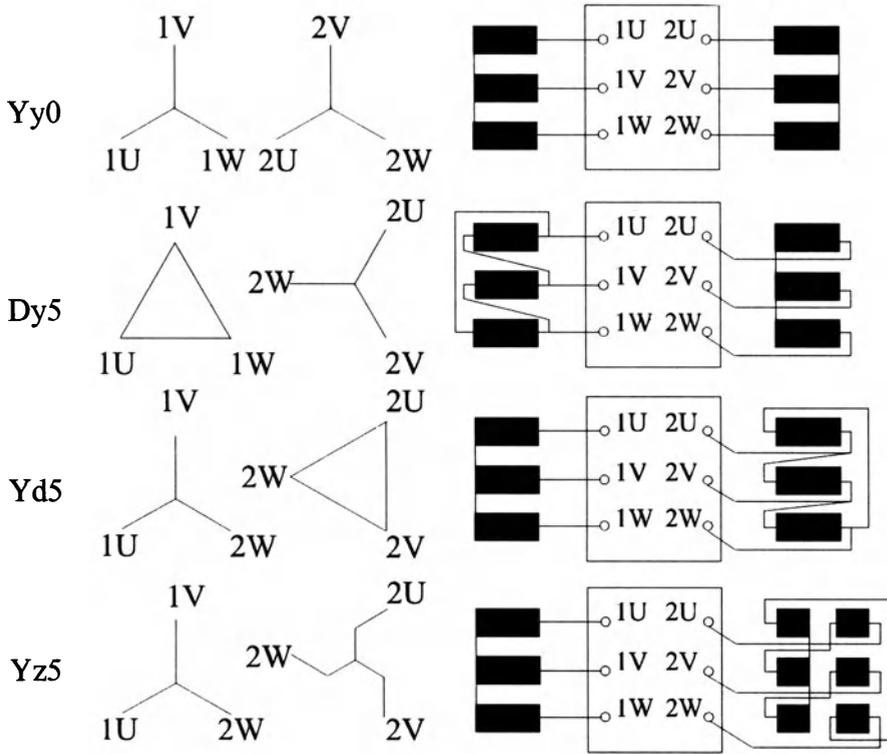


Bild 3.17
Schaltgruppen von Drehstromtransformatoren (Auszug aus VDE 0532 Teil 4)

Die Spannungszeiger \underline{U}_{1u} und \underline{U}_{2u} sind gegeneinander phasenverschoben, wenn die Schaltung von OS- und US- Wicklung nicht identisch sind, wie es in Bild 3.18 am Beispiel eines Transformators mit Δ - Schaltung der US- Wicklung und Sternschaltung der OS- Wicklung gezeigt ist.

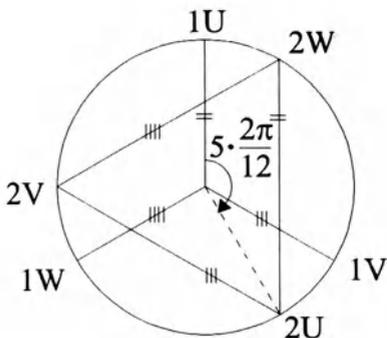


Bild 3.18
Phasenverschiebung zwischen Ober- und Unterspannung
Beispiel: OS- Wicklung: Y
US- Wicklung: Δ
Schaltgruppe Yd5

Der Winkel zwischen den Zeigern \underline{U}_{1u} und \underline{U}_{2u} beträgt 150° . Die Schaltgruppe besteht neben den Abkürzungen für die Schaltungen von US- und OS- Wicklung aus der Kennzahl, die die Phasenverschiebung zwischen \underline{U}_{1u} und \underline{U}_{2u} in Vielfachen von 30° angibt.

3.12 Unsymmetrische und einphasige Belastungen von Drehstromtransformatoren

Bei symmetrischer Belastung des Drehstromtransformators ist der Magnetisierungsbedarf äußerst klein (vergl. Abschnitt 3.2). Primär- und bezogener Sekundärstrom sind nahezu in Gegenphase; ihre geometrische Addition ergibt den sehr kleinen Magnetisierungsstrom. Die Durchflutung je Schenkel beträgt $w_1 \cdot I_\mu \approx 0$.

Das Umlaufintegral der magnetischen Feldstärke für jedes der "Fenster", bestehend aus zwei Kernen und den dazugehörigen Jochabschnitten, ist ebenfalls sehr klein ($\sqrt{3} w_1 \cdot I_\mu$ bei Dreischenkelkerntransformatoren, bei Fünfschenkelkerntransformatoren $w_1 \cdot I_\mu$ für die beiden äußeren Fenster, $\sqrt{3} w_1 \cdot I_\mu$ für die beiden inneren Fenster). Die Durchflutung jedes Schenkels ist ebenfalls sehr klein.

Bei unsymmetrischer oder einphasiger Belastung kann sich dieses Durchflutungsgleichgewicht bei einigen Transformatorschaltungen nicht einstellen. Die Folge ist ein starker Abfall der Sekundärspannung bei unsymmetrischer oder einphasiger Belastung.

Daher werden für Drehstromtransformatoren zwei Bedingungen formuliert:

1. Fensterbedingung

Die Durchflutung Θ der Kernfenster muß Null werden.

2. Schenkelbedingung

Die Summe der Amperewindungen pro Schenkel soll möglichst Null sein.

Am Beispiel der einphasigen Belastung zweier Transformatoren mit den Schaltgruppen Yy0 und Yz5 werden Fenster- und Schenkelbedingung geprüft (Bild 3.19).

Bild 3.20 zeigt die Dreischenkelkerne mit eingetragenen Durchflutungen $\Theta = w \cdot I$ in schematischer Darstellung

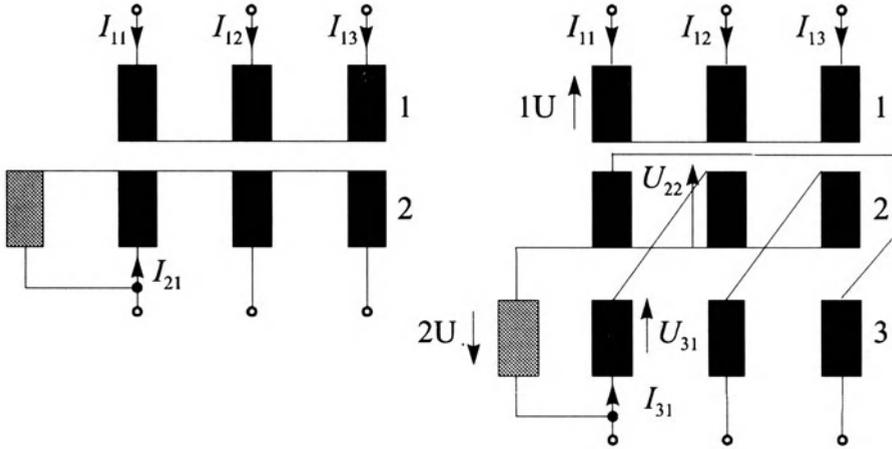


Bild 3.19
 Transformatoren mit einphasiger Belastung: links : Yy0, rechts: Yz5

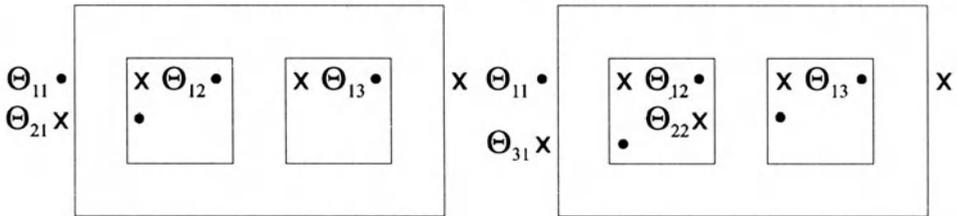


Bild 3.20
 Durchflutungsverteilung von Dreischenkelkerntransformatoren bei einphasiger Belastung (links: Yy0, rechts Yz5)

Knotenp.: $\Theta_{11} + \Theta_{12} + \Theta_{13} = 0$
 Fenster1: $\Theta_{11} - \Theta_{12} - \Theta_{21} = 0$
 Fenster2: $\Theta_{12} - \Theta_{13} = 0$

Lösung: $\Theta_{11} = 2 \cdot \Theta_{21}/3$
 $\Theta_{12} = -\Theta_{21}/3$
 $\Theta_{13} = -\Theta_{21}/3$

Schenkeldurchflutungen:
 1: $\Theta_{11} - \Theta_{21} = -\Theta_{21}/3$
 2: $\Theta_{12} = -\Theta_{21}/3$
 3: $\Theta_{13} = -\Theta_{21}/3$

Knotenp.: $\Theta_{11} + \Theta_{12} + \Theta_{13} = 0$
 Fenster1: $\Theta_{11} - \Theta_{12} + \Theta_{22} - \Theta_{31} = 0$
 Fenster2: $\Theta_{12} - \Theta_{13} - \Theta_{22} = 0$
 $\Theta_{31} = -\Theta_{22}$

Lösung: $\Theta_{11} = -\Theta_{22}$
 $\Theta_{12} = \Theta_{22}$
 $\Theta_{13} = 0$

Schenkeldurchflutungen
 1: $\Theta_{11} - \Theta_{31} = 0$
 2: $\Theta_{12} - \Theta_{22} = 0$
 3: $\Theta_{13} = 0$

Als Resultat der Berechnung ergibt sich, daß bei dem Transformator in Schaltgruppe Yy0 alle Schenkel eine Fehldurchflutung von einem Drittel der Sekundärdurchflutung aufweisen, während bei dem Transformator mit Schaltgruppe Yz5 die Schenkelbedingung für alle Schenkel erfüllt ist.

Das Ergebnis der analogen Berechnungen für die Schaltgruppen nach Bild 3.18 lautet:

Transformatoren in Yy- Schaltung sind nicht einphasig belastbar und daher als Verteilertransformatoren nicht geeignet.

Transformatoren mit einer Wicklung in Dreieck- oder Zickzackschaltung dürfen bis zum Nennstrom einphasig belastet werden. Zickzack- Wicklungen sind wegen des erhöhten Materialaufwands teuer und werden nur bei kleinen Verteilertransformatoren eingesetzt. Bei Maschinentransformatoren und größeren Verteilertransformatoren wird die Unterspannungswicklung in Dreieckschaltung ausgeführt.

Hochspannungstransformatoren werden wegen des hohen Isolationsaufwands nicht mit Dreieckschaltung einer Wicklung ausgeführt, sondern erhalten zusätzlich zu den beiden in Stern geschalteten Wicklungen eine sogenannte Ausgleichswicklung in Dreieckschaltung.

3.13 Spartransformatoren

Bei Spartransformatoren sind Primär- und Sekundärwicklung nicht galvanisch getrennt. Die Primärwicklung ist gemäß Bild 3.21 durch eine Anzapfung im Windungszahlverhältnis w_1/w_2 geteilt.

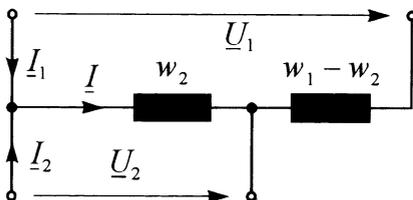


Bild 3.21
Ersatzschaltbild des Spartransformators

Zwischen den Größen von Primär- und Sekundärseite bestehen folgende Zusammenhänge:

$$U_1/U_2 = w_1/w_2 \quad I_1/I_2 = w_2/w_2.$$

Der Strom I im "Querzweig" kann bei Vernachlässigung der Magnetisierungsdurchflutung aus dem Durchflutungsgleichgewicht berechnet werden.

$$I \cdot w_2 + I_1 \cdot (w_1 - w_2) = 0 \Rightarrow I = I_1 \cdot (1 - w_1/w_2)$$

Nur der Teil der Wicklung mit der Windungszahl $w_1 - w_2$ muß für den vollen Primärstrom I_1 ausgelegt werden, der restliche Teil nur für den kleineren Strom I . Insbesondere bei nur wenig von Eins abweichenden Übersetzungsverhältnissen ergibt sich eine deutliche Reduktion des Bauvolumens. Die Typenleistung des Spartransformators ist kleiner als die Durchgangsleistung. Bei einem Einphasenspartransformator beträgt die abgegebene Leistung

$$\begin{aligned} -U_2 \cdot I_2 &= -U_2 \cdot (I - I_1) = U_2 \cdot I_1 - U_2 \cdot I_1 \cdot (1 - w_1/w_2) \\ &= w_2/w_1 \cdot U_1 \cdot I_1 + (1 - w_2/w_1) \cdot U_1 \cdot I_1 \\ &= S_{galv.} \quad + \quad S_{transf.} \end{aligned}$$

Der Teil w_2/w_1 der Ausgangsleistung wird galvanisch übertragen, der Teil $(1 - w_2/w_1)$ transformatorisch.

Die Typenleistung des Spartransformators, die das Bauvolumen bestimmt, beträgt

$$S_{Typ} = (1 - w_2/w_1) \cdot S_N. \quad (3.63)$$

Beispiel: Netzkupplungstransformator mit $U_1/U_2 = 380 \text{ kV}/220 \text{ kV}$:

$$S_{Typ} = (1 - 1/\sqrt{3}) \cdot S_N = 0,42 \cdot S_N$$

Die Einsparung an Bauvolumen ist um so größer, je näher das Übersetzungsverhältnis bei 1 liegt.

Bei Kurzschluß des Spartransformators wird nur der Wicklungsteil mit der Windungszahl $(w_1 - w_2)$ durchflutet. Die relative Kurzschlußspannung ist gegenüber der eines Volltransformators um den Faktor $(1 - w_2/w_1)$ kleiner.

$$u_{kSpartr} = u_k \cdot (1 - w_2/w_1) \quad (3.64)$$

Sie reduziert sich um denselben Faktor wie die Typenleistung. In den im umgekehrten Verhältnis größeren Kurzschlußströmen liegt neben der fehlenden galvanischen Trennung von Primär- und Sekundärseite der entscheidende Nachteil des Spartransformators.

Spartransformatoren werden als Netzkupplungstransformatoren sowie als Stelltransformatoren zum Ausgleich von Spannungsschwankungen eingesetzt.

4 Asynchronmaschinen

Asynchronmaschinen werden überwiegend als Motoren eingesetzt (Leistung bis etwa 10 MW), seltener als Generatoren (Windkraftgeneratoren am Netz, bis etwa 1,6 MW, im Inselbetrieb nur in Sonderfällen). In der Einführung wurde die überragende Bedeutung der Drehstrommaschinen in der industriellen Antriebstechnik herausgestellt (europäisches Produktionsvolumen im Leistungsbereich ab 0,75 kW über 2,2 Mrd. \$ (1994)).

Drehstromasynchronmaschinen, im folgenden kurz als Asynchronmaschinen bezeichnet, werden an einem symmetrischen Drehstromnetz betrieben, das durch drei um jeweils 120° gegeneinander phasenverschobene sinusförmige Spannungen gleicher Amplitude gebildet wird. Es sind zwei grundlegende Ausführungsformen der Asynchronmaschine zu unterscheiden:

- Schleifringläufer

Drehstromwicklung in Ständer und Läufer, Wicklungsenden der Läuferwicklung auf Schleifringe geführt, die über Bürsten von außen beschaltet werden können,

- Kurzschlußläufer

Drehstromwicklung im Ständer, die Läuferwicklung besteht aus mehreren Stäben, die an den Enden durch Kurzschlußringe verbunden sind. Wegen des Aufbaus der Läuferwicklung werden die Motoren als Käfigläufermotoren bezeichnet.

Im Bereich kleinerer Leistungen ist die Zuordnung von Leistungen und den wichtigsten Anbaumaßen, wie zum Beispiel

- Durchmesser des Wellenendes,
- Achshöhe (= Höhe der Wellenmitte über der Fußebene),
- bei Fußbauformen: Fußlochabstände,
- bei Flanschbauformen: Flanschdurchmesser sowie Zahl und Teilkreisdurchmesser der Flanschbohrungen

genormt (DIN 42671 bis 42681).

Die Achshöhe bildet, zum Teil zusammen mit einem Buchstaben zur Kennzeichnung der Länge (S, M, L), die Baugröße (Beispiel: Baugröße 280 M). Die genormten Motoren der Baugrößen 56 bis 315 M werden daher als Normmotoren bezeichnet (Leistungen vierpolig bis 132 kW). Im Bereich größerer Leistungen existiert keine feste Zuordnung zwischen Baugröße (355, 400, 450) und Leistung; die Motoren werden daher als Transnormmotoren bezeichnet. Norm- und Transnormmotoren werden in Europa überwiegend vierpolig ausgeführt, Polzahlen von $2p = 8$ und größer kommen nur selten zum Einsatz.

Voraussetzung für ein zeitlich konstantes Drehmoment ist ein mit konstanter Winkelgeschwindigkeit im Luftspalt umlaufendes, räumlich möglichst sinusförmig verteiltes magnetisches Feld. Alle für das Betriebsverhalten der Asynchronmaschinen wichtigen elektromagnetischen Vorgänge können aus dem Luftspaltfeld abgeleitet werden. Das Luftspaltfeld wird von stromdurchflossenen Spulen, die in gleichmäßig am Umfang verteilte Nuten eingelegt sind, erregt. Wegen der besonderen Bedeutung des Luftspaltfeldes wird zunächst der Wicklungsaufbau erläutert.

4.1 Wicklungen von Asynchronmaschinen

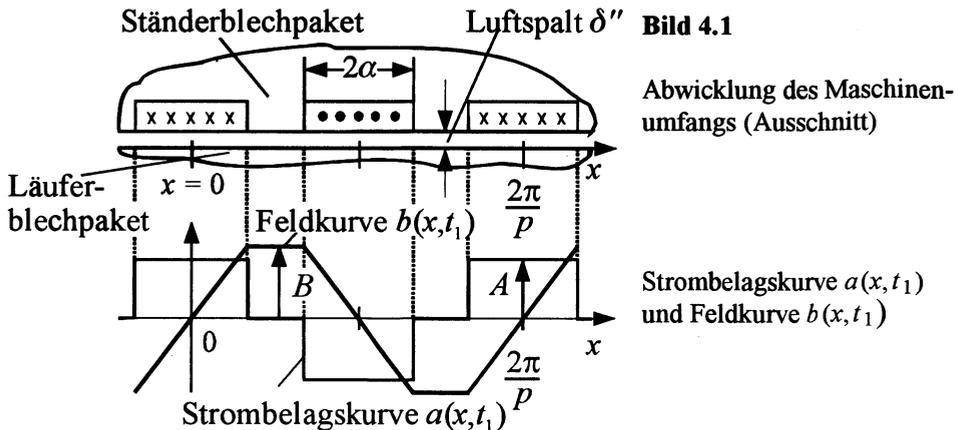
4.1.1 Wechselstromwicklungen

Zunächst sollen grundlegende Betrachtungen zur Ermittlung des Feldes einer wechselstromdurchflossenen Spule angestellt werden. Die Leiter dieser Spule sind, ebenso wie die Rückleiter, über die Zonenbreite 2α am Umfang verteilt. Bei Wechselstromwicklungen beträgt die Zonenbreite üblicherweise $2/3$ einer Polteilung, das heißt, es wird nicht der gesamte zur Verfügung stehende Wickelraum ausgenutzt, sondern nur $2/3$ davon.

$$2\alpha = \frac{2}{3} \cdot \tau = \frac{2}{3} \cdot \frac{2\pi}{2p} \quad (4.1)$$

Wie bei der Gleichstrommaschine soll das Luftspaltfeld mit Hilfe des Durchflutungsgesetzes aus dem Strombelag der Wicklung ermittelt werden. Bild 4.1 zeigt im oberen Teil einen Ausschnitt aus dem in die Ebene abgewickelten Maschinenumfang. Dargestellt sind die Hin- und Rückleiter der Spulengruppe des ersten Polpaares sowie die Hinleiter der Spulengruppe des zweiten Polpaares, jeweils verteilt über die Zonenbreite 2α . Die Richtung der Durchflutung ist durch \times (in die Zeichenebene hinein) und \bullet (aus der Zeichenebene heraus) symbolisiert. Die Darstellung der

Durchflutungsverteilung alleine wird als Zonenplan bezeichnet.



Der Einfluß der Nutung soll zunächst vernachlässigt und der Läufer nur als magnetischer Rückschluß betrachtet werden. Die magnetischen Spannungen im Eisen werden durch eine fiktive Vergrößerung des Luftspalts berücksichtigt.

$$\delta(x, t) = \delta'' = \text{konstant}$$

Die Felderregerkurve ist gleich der Integralkurve des Strombelags (s. Gl. (2.31b) in Abschnitt 2.10). Bei konstantem Luftspalt ist die Feldkurve ein Abbild der Felderregerkurve. Strombelag und Feldkurve sind für den Zeitpunkt, an dem der Spulenstrom sein Maximum hat, im unteren Teil von Bild 4.1 dargestellt.

Nach jeder doppelten Polteilung $2\tau = 2\pi/p$ wiederholt sich der Verlauf von Strombelag und Feld, so daß die Betrachtung einer doppelten Polteilung ausreichend ist. Das von der Spule erregte Feld ist nicht exakt sinusförmig. Um das Luftspaltfeld analytisch beschreiben zu können, wird es als Fourierreihe dargestellt. Eine periodische Funktion

$$f(x) = f(x + T)$$

der Periodendauer T kann als trigonometrische Summe

$$s_n(x) = a_0/2 + a_1 \cos(\omega x) + a_2 \cos(2\omega x) + \dots + a_n \cos(n\omega x) \quad (4.2) \\ + b_1 \sin(\omega x) + b_2 \sin(2\omega x) + \dots + b_n \sin(n\omega x)$$

mit der Kreisfrequenz

$$\omega = 2\pi/T$$

dargestellt werden. Die Umfangskoordinate x wird im Bogenmaß gezählt. Die Koeffizienten $a_0 \dots a_n$ und $b_1 \dots b_n$ sind die Fourierkoeffizienten der gegebenen Funktion.

$$a_n = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(x) \cdot \cos(n\omega x) dx \quad (4.3a)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(x) \cdot \sin(n\omega x) dx \quad (4.3b)$$

Bei konstantem Luftspalt und zeitlich sinusförmigem Strom in der Wicklung,

$$i_1(t) = \sqrt{2} I_1 \cdot \sin(\omega_1 t),$$

lautet die Fourierreihe der Feldkurve mit $T = 2\pi/p$

$$b_w(x, t) = B \cdot \left[\frac{\sin(p\alpha)}{p\alpha} \cdot \sin(px) + \frac{\sin(3p\alpha)}{3 \cdot 3p\alpha} \cdot \sin(3px) + \frac{\sin(5p\alpha)}{5 \cdot 5p\alpha} \cdot \sin(5px) + \dots \right] \cdot \sin(\omega_1 t). \quad (4.4)$$

In Gl. (4.4) wurde zur Abkürzung

$$B = \sqrt{2} I_1 \cdot \frac{\mu_0}{\delta''} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \frac{w_1}{2p}$$

verwendet. Für die auftretenden Vielfachen der Maschinenpolpaarzahl p im Luftspaltfeld eines Wicklungsstranges wird die Bezeichnung ν verwendet.

$$\nu = (1 + 2g) \cdot p \quad \text{mit } g = 0, 1, 2, \dots \quad \nu = p, 3p, 5p, \dots \quad (4.5)$$

Die Ausdrücke der Form

$$\xi_{1\nu} = \frac{\sin(\nu\alpha)}{\nu\alpha} \quad (4.6)$$

in Gl. (4.4) berücksichtigen die endliche Zonenbreite 2α und werden daher als Zonenwicklungsfaktoren bezeichnet.

Die Gl. (4.4) stellt ein Wechselfeld dar, da die räumliche Feldverteilung zeitlich konstant ist und sich lediglich alle Funktionswerte $b(x)$ zeitlich mit der Kreisfrequenz ω_1 ändern (stehende Welle).

Mit der Abkürzung

$$B_{\nu W} = \sqrt{2} I_1 \cdot \frac{\mu_0}{\delta''} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \frac{w_1}{2p} \cdot \frac{\xi_{1\nu}}{\nu/p} \quad (4.7)$$

lautet das Wechselfeld endgültig

$$b_W(x, t) = \sum_{\nu} B_{\nu W} \cdot \sin(\nu x) \cdot \sin(\omega_1 t).$$

Es besteht aus einem Grundfeld der Polpaarzahl p mit der Amplitude

$$B_{pW} = \sqrt{2} I_1 \cdot \frac{\mu_0}{\delta''} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \frac{w_1}{2p} \cdot \frac{\xi_{1p}}{p/p} \quad (4.8)$$

mit der Orts- und Zeitfunktion

$$b_{pW}(x, t) = B_{pW} \cdot \sin(px) \cdot \sin(\omega_1 t) \quad (4.9)$$

sowie aus Oberfeldern mit den Polpaarzahlen

$$\nu = (1 + 2g) \cdot p, \quad g = 1, 2, \dots$$

mit den Amplituden nach Gl. (4.7). Tabelle 4.1 zeigt für die bei Wechselstromwicklungen in der Regel ausgeführte Zonenbreite von $2\alpha = 2\pi/3p$ sowie die bei Drehstromwicklungen übliche Zonenbreite von $2\alpha = \pi/3p$ (siehe Abschnitt 4.1.2) die Zonenwicklungsfaktoren sowie die Feldamplituden für die Polpaarzahlen $\nu = p, 3p, 5p, 7p$, jeweils auf den Zonenwicklungsfaktor des Grundfeldes ξ_{1p} bzw. auf die Grundfeldamplitude B_{pW} bezogen.

Tabelle 4.1 Wicklungsfaktoren und Feldamplituden für $2\alpha = 2\pi/3p$, $2\alpha = \pi/3p$

ν/p	$2\alpha = 2\pi/3p$			$2\alpha = \pi/3p$		
	$\xi_{1\nu}$	$\xi_{1\nu}/\xi_{1p}$	$B_{\nu W}/B_{pW}$	$\xi_{1\nu}$	$\xi_{1\nu}/\xi_{1p}$	$B_{\nu W}/B_{pW}$
1	0,827	1,0	1,0	0,955	1,0	1,0
3	0,0	0,0	0,0	0,637	0,667	0,222
5	-0,165	-0,2	-0,04	0,191	0,2	0,04
7	0,118	0,143	0,02	-0,136	-0,143	-0,02

Die Oberfeldamplituden nehmen mit zunehmender Polpaarzahl ν schnell ab ($B_{\nu W} \sim \xi_{1\nu}/\nu$). Daher ist für die weiteren Betrachtungen die Beschränkung auf das Grundfeld gemäß Gl. (4.9) zulässig.

Der Ausdruck nach Gl. (4.9) wird mit Hilfe eines Additionstheorems zerlegt.

$$\sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) = 0,5 \cdot [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

$$b_{pW}(x, t) = 0,5 \cdot B_{pW} \cdot [\cos(px - 2\pi f_1 t) - \cos(px + 2\pi f_1 t)] \quad (4.10)$$

Was bedeutet diese formale Zerlegung? Zur Klärung soll zunächst nur einer der beiden cos- Terme betrachtet werden: $\cos(px - 2\pi f_1 t)$. Wo ist das Maximum dieses Feldes?

$$\cos(px - 2\pi f_1 t) \stackrel{!}{=} \max.$$

$$\Rightarrow \quad px - 2\pi f_1 t = 0$$

$$x = 2\pi f_1 / p \cdot t$$

Der Ort des Feldmaximums läuft mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $dx/dt = 2\pi f_1 / p$ im Luftspalt um. Analog dazu stellt der zweite Term in Gl. (4.10) ein Feld dar, das ebenfalls mit konstanter Geschwindigkeit, allerdings in entgegengesetzter Richtung, im Luftspalt umläuft. Beide Terme von Gl. (4.10) beschreiben sogenannte Drehfelder, der linke ein mitlaufendes (in Richtung der Umfangskoordinate), der rechte ein gegenlaufendes (entgegen der Richtung der Umfangskoordinate). Ein Wechselfeld kann demnach als Summe zweier gleich großer entgegengesetzt umlaufender Teildrehfelder halber Amplitude dargestellt werden. Für die Entwicklung eines zeitlich mit konstanter Geschwindigkeit im Luftspalt umlaufenden, räumlich möglichst sinusförmig verteilten Feldes muß eines der beiden Teildrehfelder verschwinden.

4.1.2 Drehstromwicklungen

Bei einer Drehstromwicklung mit $m_1 = 3$ Wicklungssträngen werden je Polpaar drei räumlich um den Winkel $2\pi/pm_1$ verschobene Spulen angeordnet, die von zeitlich um den Winkel $2\pi/m_1$ gegeneinander phasenverschobenen Strömen gespeist werden. Da jede Spule aus Hin- und Rückleitern besteht, wird jeder Strang der Drehstromwicklung üblicherweise nur mit der halben Zonenbreite der Wechselstromwicklung ausgeführt.

$$2\alpha = \frac{1}{3} \cdot \tau = \frac{1}{3} \cdot \frac{2\pi}{2p}$$

Ein „mitlaufendes“ Feld

$$b_{vW}(x, t) = 0,5 \cdot B_{vW} \cdot \cos(vx - 2\pi f_1 t) \quad (4.11)$$

kann gedeutet werden als Projektion eines rotierenden Zeigers

$$\underline{B}_{vm} = B_{vW} / 2 \cdot e^{jvx} \cdot e^{-j\omega_1 t}$$

auf die reelle Bezugsachse und analog das „gegenlaufende“ Feld

$$\begin{aligned} b_{vg}(x, t) &= -0,5 \cdot B_{vW} \cdot \cos(vx + 2\pi f_1 t) \\ &= -0,5 \cdot B_{vW} \cdot \cos(-vx - 2\pi f_1 t) \end{aligned}$$

als gegensinnig rotierender Zeiger

$$\underline{B}_{vg} = -B_{vW} / 2 \cdot e^{-jvx} \cdot e^{-j\omega_1 t}$$

Mit- und gegenlaufende Felder werden durch Gl. (4.11) erfaßt, wenn auch negative Polpaarzahlen ν zugelassen werden.

Am Beispiel des Grundfeldes der Wechselstromwicklung wird die Darstellung der Felder als Zeiger erläutert. Zum Zeitpunkt $t = 0$ ist sowohl das Feldmaximum des mitlaufenden Feldes (Polpaarzahl p) als auch das des gegenlaufenden Feldes (Polpaarzahl $-p$) bei $x = 0$. Die geometrische Addition $\underline{B}_{pm} + \underline{B}_{pg}$ ergibt Null (Bild 4.2 links).

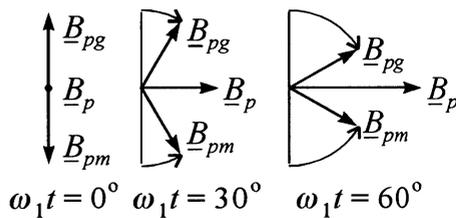


Bild 4.2

Zur Zeigerdarstellung von Luftspaltfeldern

Zum Zeitpunkt $\omega_1 t = 30^\circ$ (Bild 4.2 Mitte) ist das Maximum des mitlaufenden Feldes bei $px = 30^\circ$, das des gegenlaufenden Feldes bei $px = -30^\circ$. Die Zeiger von mit- und gegenlaufendem Feld kennzeichnen demnach die räumliche Lage des Feldmaximums. Die geometrische Addition ergibt das resultierende Feld senkrecht zur Bezugsachse; in Übereinstimmung mit Gl. (4.9) ist für den betrachteten Zeitpunkt der Augenblickswert gleich der Amplitude der Teildrehfelder, die beide die Hälfte der Amplitude des Wechselfeldes aufweisen. Das resultierende Feld liegt unverändert senkrecht zur Bezugsachse (vergl. hierzu auch die Darstellung für $\omega_1 t = 60^\circ$ in Bild 4.2 rechts), da die Wechselstromwicklung ein räumlich stillstehendes Feld erregt.

Zur Berechnung des resultierenden Feldes aller m_1 Wicklungsstränge sind alle mit- und gegenlaufenden Felder der m_1 Wicklungsstränge zu summieren. Der k . Wicklungsstrang ist gegenüber dem ersten um den Winkel

$$2\pi / pm_1 \cdot (k - 1)$$

räumlich verschoben und wird durch einen Strom mit der Phasenverschiebung

$$2\pi/m_1 \cdot (k-1)$$

gespeist. Somit lautet ein beliebiges Oberfeld des k . Stranges in Zeigerdarstellung

$$\underline{b}_{vk}(x, t) = B_{vW}/2 \cdot e^{jv(x - \frac{2\pi}{pm_1}(k-1))} \cdot e^{-j(\omega_1 t - \frac{2\pi}{m_1}(k-1))} \quad (4.12)$$

Das resultierende Feld ergibt sich durch Summation der Felder aller Wicklungsstränge zu

$$\underline{b}(x, t) = \sum_v B_{vW}/2 \cdot e^{jvx} \cdot e^{-j\omega_1 t} \cdot \sum_{k=1}^{m_1} e^{-j\frac{2\pi}{m_1}(\frac{v}{p}-1)(k-1)} \quad (4.13)$$

Die zweite Summe kann unter Verwendung von

$$\sum_{k=0}^{N-1} x^k = \frac{1-x^N}{1-x} \quad \text{für } |x| \neq 1$$

vereinfacht werden.

$$\underline{b}(x, t) = \sum_v B_{vW}/2 \cdot e^{jvx} \cdot e^{-j\omega_1 t} \cdot \frac{1 - e^{-j\frac{2\pi}{m_1}(\frac{v}{p}-1)m_1}}{1 - e^{-j\frac{2\pi}{m_1}(\frac{v}{p}-1)m_1}} \quad (4.14)$$

Der Zähler ist stets Null, der Bruch hat nur einen von Null verschiedenen Wert für

$$v/p = 1 + g m_1 \quad (4.15)$$

und ergibt für diese Polpaarzahlen m_1 . Jeder Wicklungsstrang erregt nach Gl. (4.4) nur Oberfelder der Polpaarzahlen $v = (1 + 2g) \cdot p$. Die Zusammenfassung mit der Polpaarzahlbedingung nach Gl. (4.15) ergibt somit für Wicklungen mit ungeraden Strangzahlen endgültig

$$v/p = 1 + 2 m_1 g. \quad (4.16)$$

Damit lautet das resultierende Feld aller Wicklungsstränge

$$b(x, t) = m_1/2 \cdot \sum_v B_{vW} \cos(vx - \omega_1 t), \quad v = p(1 + 2m_1 g). \quad (4.17)$$

Die mitlaufenden Felder der einzelnen Wicklungsstränge mit den Polpaarzahlen $\nu/p = 1, 7, 13, \dots$ addieren sich ebenso wie die gegenlaufenden Felder der Polpaarzahlen $\nu/p = -5, -11, -17, \dots$ algebraisch. Felder mit Polpaarzahlen, die durch die Strangzahl teilbar sind ($\nu = pm_1g$), kommen im resultierenden Wicklungsfeld nicht vor. Das Wicklungsfeld einer symmetrisch gespeisten mehrsträngigen Wicklung besteht demnach nur aus Drehfeldern.

Die Überlagerung der drei Wechselfelder mit Grundpolpaarzahl p ergibt, daß sich die mitlaufenden Teildrehfelder algebraisch addieren, die gegenlaufenden Teildrehfelder gegenseitig auslöschen. Das resultierende Grundfeld einer Drehstromwicklung kann daher durch

$$b_p(x,t) = m_1/2 \cdot B_{pW} \cdot \cos(px - \omega_1 t) = B_p \cdot \cos(px - \omega_1 t) \quad (4.18)$$

beschrieben werden. Die Drehfeldamplitude B_p ist $m_1/2$ mal so groß wie die Wechselfeldamplitude eines Wicklungsstranges B_{pW} nach Gl. (4.8).

Bild 4.3 zeigt den Zonenplan einer Drehstromwicklung sowie Strombelag und Feldkurve zu dem Zeitpunkt, an dem der Strom im Strang U seinen Maximalwert aufweist.

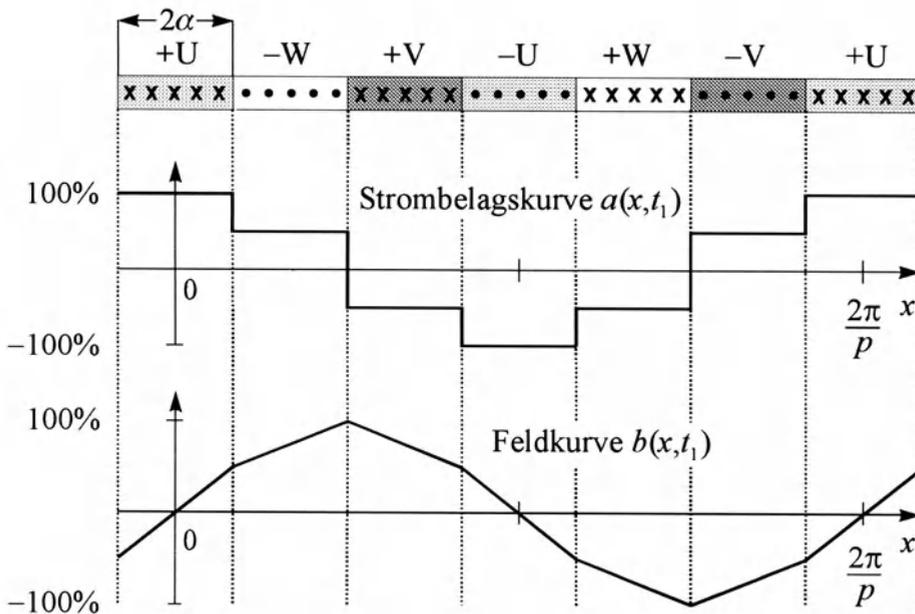


Bild 4.3 Zonenplan, Strombelag und Feld einer Drehstromwicklung

4.2 Ständerfrequenz, Läuferfrequenz, Schlupf

Bisher wurde der Läufer bei der Ermittlung des Feldes außer acht gelassen. Es soll nun unterstellt werden, daß sich der Läufer mit der Drehzahl n dreht.

Zur Unterscheidung zwischen Ständer- und Läufergrößen werden alle Ständergrößen mit dem Index 1, alle Läufergrößen mit dem Index 2 versehen.

Das Ständerdrehfeld läuft im Luftspalt mit der Winkelgeschwindigkeit $2\pi f_1/p$ um. Bild 4.4 verdeutlicht den Zusammenhang zwischen dem ständerfesten Koordinatensystem (x_1) und einem läuferfesten Koordinatensystem (x_2).

$$x_1 = 2\pi n t + x_2 \quad (4.19)$$

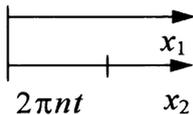


Bild 4.4

Zusammenhang zwischen Ständer- und Läuferkoordinaten

Wird nun das Drehfeld nach Gl. (4.18) in Läuferkoordinaten dargestellt,

$$b_p(x_2, t) = B_p \cdot \cos(px_2 - (2\pi f_1 - 2\pi n p) \cdot t), \quad (4.20)$$

so wird deutlich, daß das Feld im Läufer Spannungen der Frequenz

$$f_2 = f_1 \cdot (1 - n \cdot p/f_1) = f_1 - p \cdot n \quad (4.21)$$

induziert. Bei stillstehendem Läufer ($n = 0$) sind Ständer- und Läuferfrequenz gleich ($f_2 = f_1$); wenn sich der Läufer mit der Drehzahl

$$n = n_1 = f_1/p \quad (4.22)$$

dreht, so ist die Läuferfrequenz Null. Wenn die Umlaufgeschwindigkeiten von Läufer- und Ständerfeld identisch sind (keine Relativgeschwindigkeit), werden in der Läuferwicklung keine Spannungen induziert. Dieser Betriebspunkt wird als (idealer) Leerlauf bezeichnet, die zugehörige Drehzahl n_1 als Leerlauf- oder auch als synchrone Drehzahl. Zur Darstellung der Läuferfrequenz wird der Schlupf s verwendet.

$$f_2 = s \cdot f_1 \quad (4.23)$$

Bei Leerlauf ist $s = 0$, im Stillstand $s = 1$. Mit Hilfe der Gln. (4.21, 4.22) ergibt sich für den Schlupf

$$s = 1 - p \cdot n / f_1 = 1 - n / n_1 = (n_1 - n) / n_1 \quad (4.24)$$

Der Schlupf beschreibt somit die relative Abweichung der Läuferdrehzahl von der synchronen Drehzahl n_1 . Die Darstellung der Drehzahl n durch Schlupf und synchrone Drehzahl ergibt

$$n = n_1 \cdot (1 - s). \quad (4.25)$$

4.3 Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine

Die das Betriebsverhalten beschreibenden Kenngrößen der AsM, wie zum Beispiel Strom, Drehmoment, Verluste, sollen auf möglichst einfache Weise ermittelt werden. Hierbei ist das sogenannte einsträngige Ersatzschaltbild hilfreich, das die Ermittlung der Kenngrößen mit den Regeln der Wechselstromrechnung gestattet. Bei Anschluß einer symmetrischen AsM (alle Wicklungsstränge gleichartig aufgebaut) an ein symmetrisches Drehstromnetz sind die Strangströme in allen Strängen von Ständer und Läuferwicklung (bei Käfigläufern: Stabströme) betragsgleich; sie unterscheiden sich lediglich durch ihre gegenseitige Phasenverschiebung. Aus diesem Grund ist zur Berechnung aller Strangströme ein einziges Ersatzschaltbild ausreichend. Das resultierende Luftspaltfeld wird durch die Summe von Ständer- und Läuferströmen bestimmt.

Aus der Tatsache, daß das mit synchroner Drehzahl im Luftspalt umlaufende Ständerfeld im Läufer schlupffrequente Spannungen induziert, kann umgekehrt geschlossen werden, daß schlupffrequente Läuferströme ein Feld erregen, das vom Ständer aus gesehen ebenfalls mit synchroner Drehzahl umläuft. Die Frequenz der von dem Läuferfeld in der Ständerwicklung induzierten Spannung ist also gleich der Netzfrequenz. Daher werden alle Läufergrößen (Impedanzen, Ströme, Spannungen) auf den Ständer umgerechnet und durch einen hochgestellten Strich gekennzeichnet. Die Umrechnung erfolgt so, daß der bezogene Läuferstrom I'_2 als netzfrequenter Strom in der Ständerwicklung fließend dasselbe Feld erregen würde, wie der tatsächlich in der Läuferwicklung fließende schlupffrequente Strom I_2 . Derwicklungswiderstand eines Ständerwicklungsstranges wird mit R_1 bezeichnet, der auf den Ständer bezogene Wicklungswiderstand des Läufers mit R'_2 . Da die Umrechnung der Läufergrößen auf den Ständer leistungsinvariant sein muß, gilt für die Läuferverluste

$$m_1 R'_2 I_2'^2 = m_2 R_2 I_2^2. \quad (4.26)$$

Die Strangzahl des Läufers beträgt $m_2 = 3$ für Drehstromschleifringläufer und $m_2 = N_2$ bei einem Käfigläufer mit N_2 Läuferstäben.

Die von den stromdurchflossenen Leitern im Inneren der Nuten bzw. durch die Verbindungen an den Stirnseiten der Blechpakete erregte Feldenergie wird durch die Streureaktanzen $X_{1\sigma}$ bzw. $X'_{2\sigma}$ erfaßt. Das resultierende Feld im Luftspalt wird durch Ständer- und Läuferströme gemeinsam erregt,

$$B_{res} \sim |\underline{I}_1 + \underline{I}'_2|,$$

wobei für die Stromsumme zur Abkürzung der Magnetisierungsstrom \underline{I}_μ eingeführt wird.

$$\underline{I}_\mu = \underline{I}_1 + \underline{I}'_2 \quad (4.27)$$

Die vom resultierenden Luftspaltfeld in einem Strang der Ständerwicklung induzierte Spannung kann mit Hilfe des Induktionsgesetzes berechnet werden; sie ist proportional zum Magnetisierungsstrom,

$$\underline{U}_i = jX_h \underline{I}_\mu \quad (4.28)$$

mit der sogenannten Hauptreaktanz X_h .

Die an einem Ständerstrang anliegende Spannung \underline{U}_1 ist die Summe aus der induzierten Spannung \underline{U}_i und den Spannungsabfällen an Ständerwiderstand und -streureaktanz.

$$\underline{U}_1 = (R_1 + jX_{1\sigma}) \underline{I}_1 + jX_h \underline{I}_\mu \quad (4.29)$$

Bei der Ermittlung der Strangspannung aus der im Normalfall angegebenen Netzspannung ist zwischen Stern- (Y) und Dreieckschaltung (Δ) der Wicklungen zu unterscheiden.

$$\text{Sternschaltung:} \quad U_1 = U_N / \sqrt{3}$$

$$\text{Dreieckschaltung:} \quad U_1 = U_N$$

Die Streureaktanz $X_{1\sigma}$ repräsentiert die Feldenergie der magnetischen Felder, die nicht mit dem Läufer verkettet sind (Nutstreu Feld, Stirnkopfstreu Feld, Streuung der Wicklungsoberfelder). Die analoge Spannungsgleichung für den Läufer lautet

$$\underline{U}'_2 = (R'_2 + jsX'_{2\sigma}) \underline{I}'_2 + jsX_h \underline{I}_\mu. \quad (4.30)$$

Die Reaktanzen wurden mit dem Schlupf auf die Läuferfrequenz f_2 umgerechnet.

$$sX'_{2\sigma} = s \cdot 2\pi f_1 L'_{2\sigma} = 2\pi f_2 L'_{2\sigma}$$

$$sX_h = s \cdot 2\pi f_1 L_h = 2\pi f_2 L_h$$

Durch Division der Läuferstromgleichung (4.30) durch den Schlupf s ergibt sich eine Gleichung, in der alle Reaktanzen für die Ständerfrequenz auftreten.

$$\underline{U}_2/s = (R'_2/s + jX'_{2\sigma})\underline{I}'_2 + jX_h\underline{I}_\mu \quad (4.31)$$

Für die Läuferstromspannung gilt dabei:

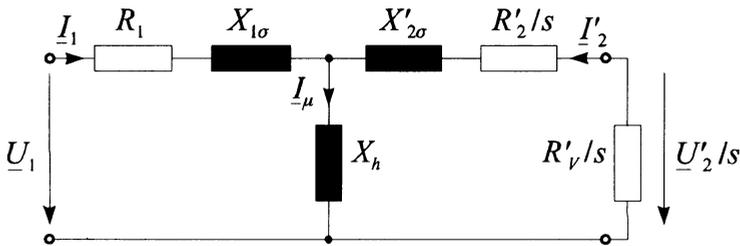
$$\underline{U}_2/s = -R'_v/s \cdot \underline{I}'_2 \quad \text{für Schleifringläufer, an den Schleifringen mit Widerstand } R'_v \text{ beschaltet}$$

$$\underline{U}_2 = 0 \quad \text{für Käfigläufer}$$

Damit lautet sowohl für Schleifringläufer (R'_v beliebig), als auch für Käfigläufer ($R'_v = 0$) die Läuferstromgleichung endgültig

$$0 = [(R'_2 + R'_v)/s + jX'_{2\sigma}] \cdot \underline{I}'_2 + jX_h\underline{I}_\mu. \quad (4.32)$$

Den Spannungsgleichungen (4.29) und (4.32) entspricht das in Bild 4.5 gezeigte einsträngige Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine.



\underline{U}_1	Strangspannung	R_1	Ständerwicklungswiderstand (Strang)
\underline{I}_1	Strangstrom (Ständer)	R'_2	Läuferwicklungswiderstand (bezogen)
\underline{I}'_2	Läuferstrom (bezogen)	$X_{1\sigma}$	Streureaktanz der Ständerwicklung
\underline{I}_μ	Magnetisierungsstrom	$X'_{2\sigma}$	Läuferstreureaktanz (bezogen)
s	Schlupf	R'_v	Vorwiderstand (bezogen, nur bei Schleifringläufern)
		X_h	Hauptreaktanz

Bild 4.5 Einsträngiges Ersatzschaltbild einer Drehstromasynchronmaschine

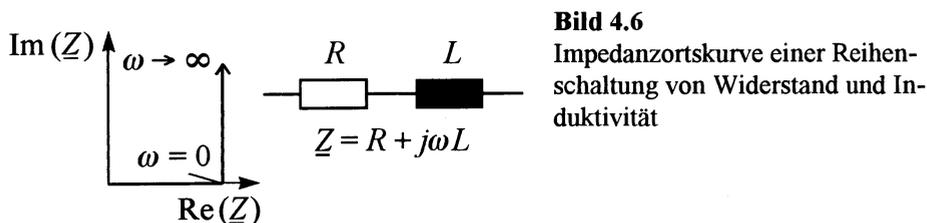
Das einsträngige Ersatzschaltbild (ESB) nach Bild 4.5 kann mit den Regeln der komplexen Wechselstromrechnung behandelt werden. Für beliebige Drehzahlen n ergibt sich der Ständerstrom nach Betrag und Phase aus dem ESB. Einen besseren Überblick über die Abhängigkeit der Impedanz der Maschine von der Drehzahl erhält man jedoch durch das Zeichnen der sogenannten Leitwertortskurve. Bei gegebener Netzspannung ist der Ständerstrom zum Leitwert proportional.

$$\underline{I}_1 = \underline{Y} \cdot \underline{U}_1 \quad (4.33)$$

mit

$$\underline{Y} = \frac{1}{R_1 + jX_{1\sigma} + \frac{jX_h \cdot ((R'_V + R'_2)/s + jX'_{2\sigma})}{jX_h + (R'_V + R'_2)/s + jX'_{2\sigma}}} \quad (4.34)$$

Wie sieht die durch Gl. (4.34) beschriebene Leitwertortskurve aus? Vor Behandlung dieser Frage sollen einige der Grundregeln der komplexen Wechselstromrechnung in Erinnerung gerufen werden. Die Impedanzortskurve einer Reihenschaltung von Widerstand und Induktivität, d. h., die Impedanz als Funktion der Frequenz, kann in der komplexen Ebene (waagrecht: Realteil, senkrecht: Imaginärteil der Impedanz) aufgetragen werden und ergibt eine zur imaginären Achse parallele Gerade (Bild 4.6).

**Bild 4.6**

Impedanzortskurve einer Reihenschaltung von Widerstand und Induktivität

Die Läufer Spannungsgleichung (4.32) enthält eine Impedanz der Form

$$R/s + jX$$

Wie sieht die zugehörige Leitwertortskurve aus? Im Leerlauf ($s = 0$) ist der Leitwert

$$\underline{Y}_0 = 0,$$

für unendlichen Schlupf ergibt sich der theoretische Maximalwert

$$\underline{Y}_\infty = -j/X.$$

In allgemeiner Form lautet der Leitwert

$$\underline{Y} = \frac{R/s}{(R/s)^2 + X^2} - j \cdot \frac{X}{(R/s)^2 + X^2} = \text{Re}(\underline{Y}) + j \cdot \text{Im}(\underline{Y}).$$

Ohne Beweis: Die Leitwertortskurve ist ein Kreis mit dem Radius $1/2X$ um den Mittelpunkt $-j/2X$.

Anmerkung: Zum Beweis ließe sich zeigen, daß

$$\text{Re}(\underline{Y})^2 + (\text{Im}(\underline{Y}) + 1/2X)^2 = (1/2X)^2.$$

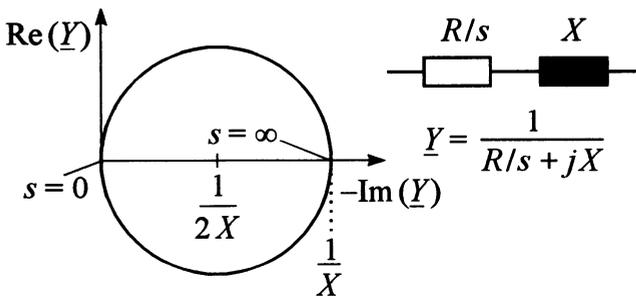


Bild 4.7
Leitwertortskurve
 $\underline{Y} = 1/(R/s + jX)$

In der Literatur wird zur grafischen Darstellung der Leitwertortskurve das Achsenkreuz um $\pi/2$ gedreht, so daß die reelle Achse nach oben und die negative imaginäre Achse nach rechts weist (Bild 4.7). Bei konstanter Spannung beschreibt die Leitwertortskurve die Lage des Stromzeigers als Funktion des Parameters s . Betrag und Phasenlage des Stromzeigers \underline{I}_1 können ohne weitere Rechnung der Leitwertortskurve entnommen werden.

4.4 Vereinfachtes Ersatzschaltbild der AsM, Stromortskurve

In Abschnitt 4.3 wurde gezeigt, wie mit Hilfe der Leitwertortskurve auf einfache Weise der Strom einer R - L -Reihenschaltung bestimmt werden kann, wenn die Parametrierung des Kreises bekannt ist. Mit Hilfe moderner Digitalrechner können die Betriebsgrößen der AsM auch ohne dieses Hilfsmittel bestimmt werden. Die Leitwertortskurve ermöglicht die Ermittlung der Kenngrößen auf besonders einfache und anschauliche Weise. Dieses Verfahren darf jedoch nur angewendet werden, wenn die Impedanzen des Ersatzschaltbildes konstant sind.

Bei Käfigläufern führt jedoch mit zunehmendem Schlupf eine als einseitige Stromverdrängung bezeichnete physikalische Erscheinung zu einer fiktiven Vergrößerung des Läuferwiderstands sowie zu einer Verringerung der wirksamen Läuferstreuinduktivität, so daß die praktische Anwendbarkeit der Leitwertortskurve eingeschränkt ist.

Da dieses Verfahren in nahezu allen Lehrbüchern behandelt wird und den Vorteil besonderer Anschaulichkeit besitzt, soll es an dieser Stelle dennoch behandelt werden.

In den meisten Betriebspunkten unterscheiden sich Ständerstrom und bezogener Läuferstrom nur wenig, so daß das in Bild 4.8 gezeigte vereinfachte Ersatzschaltbild verwendet werden kann.

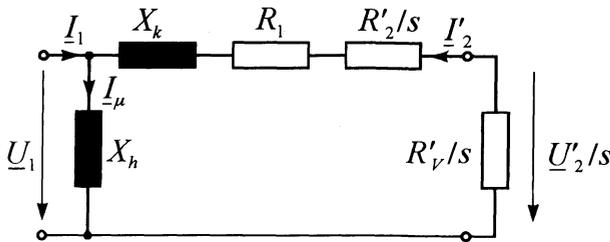


Bild 4.8
Vereinfachtes einsträngiges Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine

Der Ständerwicklungswiderstand ist in den Läuferkreis eingezeichnet; Ständer- und bezogener Läuferstreureaktanz sind zur resultierenden Streureaktanz X_k zusammengefaßt.

$$X_k = X_{1\sigma} + X'_{2\sigma} \quad (4.35)$$

Die Leitwertortskurve ist für dieses vereinfachte Ersatzschaltbild besonders einfach. Die Leitwertortskurve ist ein Kreis, wobei die Punkte $s = 0$,

$$\underline{Y}_0 = -j/X_h,$$

und $s = -(R'_v + R'_2)/R_1$,

$$\underline{Y} = -j/X_h - j/X_k,$$

auf der imaginären Achse liegen. Der Kreismittelpunkt liegt ebenfalls auf der imaginären Achse ($\underline{Y} = -j/X_h - j/(2X_k)$); der Kreisradius beträgt $1/(2X_k)$. Anstatt der Leitwertortskurve wird im allgemeinen die Stromortskurve aufgetragen. Der Kreis wird als Heylandkreis oder Osannakreis bezeichnet.

Bild 4.9 zeigt die Stromortskurve (Strangstrom) eines Drehstrommotors mit einer Bemessungsleistung von 200 kW. Zum Vergleich ist die numerisch berechnete Stromortskurve unter Berücksichtigung der Stromverdrängung eingezeichnet.

Bis weit über den Nennpunkt hinaus sind beide Kurven deckungsgleich. Im Stillstand ($s = 1$) ist der Einfluß der Stromverdrängung dagegen deutlich zu erkennen. Die Stromverdrängung führt wegen der fiktiven Abnahme der Läuferstreureaktanz zu einem deutlich höheren Anlaufstrom. Wegen der fiktiven Zunahme des Läuferwiderstands ist die im Kurzschluß aufgenommene Wirkleistung und damit auch das Anzugsmoment deutlich größer als bei einer stromverdrängungsfreien Maschine.

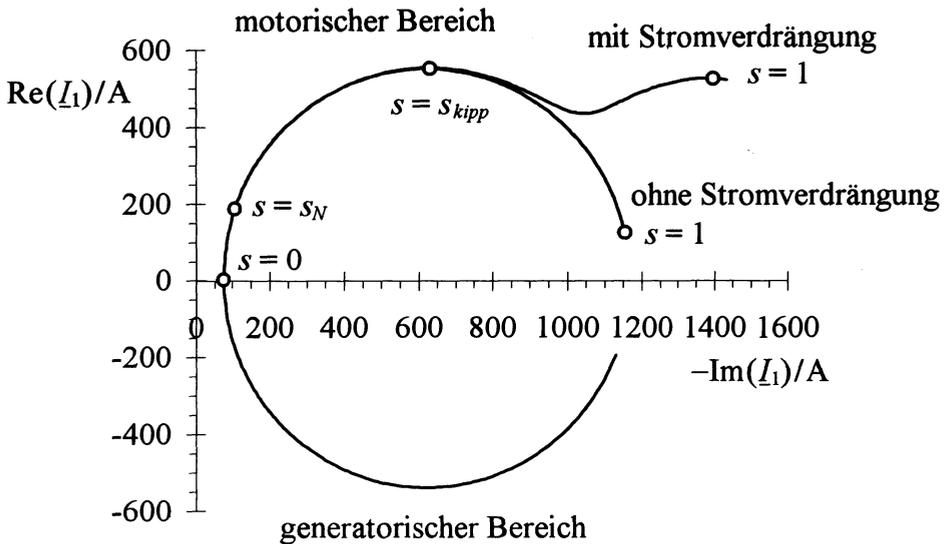


Bild 4.9 Numerisch berechnete Stromortskurve eines 200 kW-Motors (Strangstrom)
 ($U_N = 400 \text{ V } (\Delta)$, $I_N = 343 \text{ A}$, $\cos\varphi_N = 0,86$, $n_N = 1488 \text{ 1/min}$)

4.4.1 Gesetz über die Spaltung der Luftspaltleistung

Dem vereinfachten Ersatzschaltbild entnimmt man für $R_V = 0$, daß die im Läufer umgesetzte Leistung

$$P_\delta = m_1 I_2'^2 \cdot R_2' / s \quad (4.36)$$

beträgt. Diese Leistung muß über den Luftspalt übertragen werden. Aus energetischen Betrachtungen folgt, daß die Luftspaltleistung gleich der Summe der ohmschen Läuferverluste und der mechanischen Leistung sein muß.

$$P_\delta = P_{Cu2} + P_{mech} \quad (4.37)$$

Dieser Zusammenhang wird als Gesetz über die Spaltung der Luftspaltleistung bezeichnet.

Die Stromwärmeverluste in der Läuferwicklung betragen

$$P_{Cu2} = m_1 \cdot R_2' \cdot I_2'^2 = s \cdot P_\delta. \quad (4.38)$$

Somit gilt für die mechanische Leistung

$$P_{mech} = P_\delta - P_{Cu2} = P_\delta \cdot (1 - s) \quad (4.39)$$

und für das Drehmoment

$$M = P_{mech} / 2\pi n = P_\delta \cdot (1 - s) / (2\pi n_1 (1 - s)) = P_\delta / 2\pi n_1. \quad (4.40)$$

Wie bei der Gleichstrommaschine kann das Drehmoment auch aus dem Drehschub berechnet werden. Der Drehschub ist die am Läuferumfang angreifende mittlere Tangentialspannung [15].

$$M = \int_0^{2\pi} (D/2)^2 \cdot l \cdot a(x,t) \cdot b(x,t) dx$$

Mit dem resultierenden Luftspaltgrundfeld nach Gl. (4.18),

$$b_p(x,t) = B_p \cdot \cos(px - \omega_1 t), \quad (4.18)$$

und dem Ständergrundstrombelag (φ_1 : Phasenverschiebungswinkel zwischen Ständerstrom und Strangspannung)

$$a_p(x,t) = A_p \cdot \cos(px - \omega_1 t - \varphi_1)$$

lautet das Drehmoment

$$M = (D/2)^2 \cdot l \cdot A_p \cdot B_p \cdot \int_0^{2\pi} \cos(px - \omega_1 t) \cdot \cos(px - \omega_1 t - \varphi_1) dx$$

Die Ausführung der Integration ergibt

$$M = \pi/4 \cdot D^2 \cdot l \cdot A_p \cdot B_p \cdot \cos \varphi_1.$$

Der Vergleich mit dem entsprechenden Ausdruck der Gleichstrommaschine (s. Anmerkung 2 zu Gl. (2.16)),

$$M = \alpha \cdot \pi/2 \cdot D^2 \cdot l \cdot B \cdot A,$$

zeigt, daß auch bei der Drehstrommaschine das Drehmoment die Baugröße bestimmt. Der Drehschub beträgt

$$\sigma_t = 1/2 \cdot A_p \cdot B_p \cdot \cos \varphi_1 \quad (\text{Asynchronmaschine}),$$

$$\sigma_t = \alpha \cdot B \cdot A \quad (\text{Gleichstrommaschine}).$$

In der Literatur wird häufig die "Esson'sche Ausnutzungsziffer" C verwendet. Zur Berechnung der "Esson'schen Ausnutzungsziffer" wird die Bemessungsleistung der Maschine durch das Bohrungsvolumen und die Drehzahl geteilt.

$$C = \frac{P_N}{D^2 l n_N} = \frac{M_N 2\pi n_N}{D^2 l n_N} = \frac{\pi/2 \cdot D^2 l \sigma_{tN} 2\pi n_N}{D^2 l n_N} = \pi^2 \sigma_{tN}$$

Die Ausnutzungsziffer ist proportional zum Drehschub. Die Größenordnung von Drehschub und "Esson'scher Ausnutzungsziffer" soll am Bei-

spiel einer oberflächengekühlte Asynchronmaschine abgeschätzt werden. Bei oberflächengekühlten Maschinen liegt der Nennstrombelag, begrenzt durch die Maschinenerwärmung, etwa bei $A_{pN} \approx 40 \text{ kA/m}$. Mit Rücksicht auf die Eisenverluste und den Leistungsfaktor darf eine Luftspaltinduktion bei Bemessungsspannung von $B_{pN} \approx 0,9 \text{ T}$ nicht wesentlich überschritten werden. Der Leistungsfaktor wird mit $\cos \varphi_N \approx 0,85$ angenommen (bei größeren Maschinen sowie bei zweipoligen Maschinen eher etwas größer). Damit ergibt sich für den Drehschub

$$\sigma_{iN} \approx 15\,000 \text{ N/mm}^2$$

und für die "Esson'sche Ausnutzungsziffer"

$$C \approx 150 \text{ kW s/m}^3.$$

4.4.2 Maßstäbe, Kenngeraden und Parametrierung der SOK

Aus dem vereinfachten einsträngigen Ersatzschaltbild (Bild 4.8) können die Betriebsdaten einiger ausgezeichnete Betriebspunkte ermittelt werden (siehe auch Tabelle 4.2)

- $s = 0$ Im Synchronismus ($n = n_1$) fließt im Ständer der Magnetisierungsstrom \underline{I}_μ mit einer Phasenverschiebung von $-\pi/2$ gegenüber der Strangspannung \underline{U}_1 .
- $s = 1$ Im Stillstand ($n = 0$) fließen die Kurzschlußströme \underline{I}_{1k} und \underline{I}'_{2k} . Die aufgenommene Wirkleistung wird vollständig in Stromwärme umgesetzt, die mechanische Leistung ist Null. Das Anzugsmoment M_A ist proportional zu den Läuferstromwärmeverlusten im Stillstand.
- $s = \infty$ Dieser Betriebspunkt, der als ideeller Kurzschluß bezeichnet wird, hat wegen $n \approx -\infty$ keine praktische Bedeutung. Der Punkt P_∞ wird jedoch zur Ermittlung des Drehmoments und zur Parametrierung der Stromortskurve benötigt. Im ideellen Kurzschluß dient die aufgenommene elektrische Leistung lediglich zur Deckung der Ständerstromwärmeverluste. Die Leistung zur Deckung der Läuferverluste muß über die Welle mechanisch zugeführt werden.
- $s = -R'_2/R_1$ Die Maschine nimmt die maximale Blindleistung aus dem Netz auf; die aufgenommene Wirkleistung ist Null. Die Stromwärmeverluste in Ständer- und Läuferwicklung werden aus der mechanischen Leistung gedeckt. Der bezogene Läuferstrom in diesem Betriebspunkt entspricht dem Kreisdurchmesser.

Tabelle 4.2 Betriebsdaten einiger ausgezeichnetener Betriebspunkte

s	I_1	P_W	P_{mech}	P_δ	M
0	$\frac{U_1}{jX_h} = I_\mu$	0	0	0	0
1	$\frac{U_1}{jX_h} + \frac{U_1}{R_1 + R'_2 + jX_k}$ $= I_{1k} = I_A / \sqrt{3} = I_\mu - I'_{2k}$	$m_1 R_1 (I'_{2k})^2 + m_1 R'_2 (I'_{2k})^2$	0	$m_1 R'_2 (I'_{2k})^2$	$\frac{m_1 R'_2 (I'_{2k})^2}{2\pi n_1} = M_A$
∞	$\frac{U_1}{jX_h} + \frac{U_1}{R_1 + jX_k}$ $= I_{1\infty} = I_\mu - I'_{2\infty}$	$m_1 R_1 (I'_{2\infty})^2$	$m_1 R_1 (I'_{2\infty})^2$	0	
$-\frac{R'_2}{R_1}$	$\frac{U_1}{jX_h} + \frac{U_1}{jX_k}$ $= I_\mu - I'_{2\emptyset}$	0	$-m_1 (R_1 + R'_2) \cdot \left(\frac{U_1}{X_k}\right)^2$	$-m_1 R_1 \cdot \left(\frac{U_1}{X_k}\right)^2$	$-\frac{m_1 R_1}{2\pi n_1} \cdot \left(\frac{U_1}{X_k}\right)^2$

- $s = 0$: Synchronismus
- $s = 1$: Stillstand, Anlauf
- $s = \infty$: ideeller Kurzschluß
- $s = -R'_2/R_1$: Betriebspunkt mit dem maximalen Blindstrom, $I'_2(s = -R'_2/R_1) = I'_{2\emptyset}$ (Kreisdurchmesser)

Bild 4.10 zeigt die unter Vernachlässigung der Stromverdrängung ermittelte Stromortskurve mit einigen Kenngeraden und den Betriebspunkten nach Tabelle 4.2.

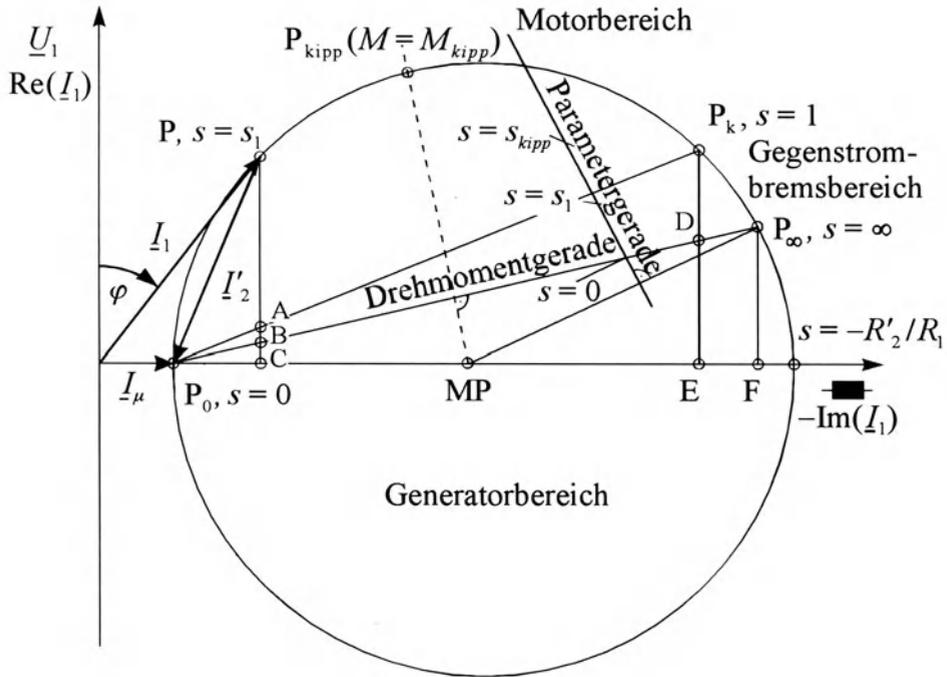


Bild 4.10 Stromortskurve der Asynchronmaschine mit Kenngeraden

a) Kenngeraden

Nach dem Kathetensatz ist die Strecke $\overline{P_0C}$ proportional zum Quadrat des Läuferstroms und damit zu den Stromwärmeverlusten: $I_2'^2 \sim \overline{P_0C}$. Im ideellen Kurzschluß beträgt die aufgenommene Wirkleistung

$$P_{W\infty} = m_1 R_1 (I_2'_{2\infty})^2.$$

Die Strecke $\overline{P_\infty F}$, die proportional zur aufgenommenen Wirkleistung ist, ist daher proportional zum Quadrat des ideellen Läuferkurzschlußstroms.

$$m_1 U_1 \overline{P_\infty F} = m_1 R_1 (I_2'_{2\infty})^2$$

Die Strecke $\overline{P_0F}$ ist ebenfalls proportional zum Quadrat des ideellen Läuferkurzschlußstroms:

$$\overline{P_0F} \sim I_2'^2_{2\infty}.$$

Nach dem Strahlensatz ist

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{P_0C}} = \frac{\overline{P_\infty F}}{\overline{P_0F}} \quad \Rightarrow \quad \overline{BC} = \overline{P_0C} \cdot \frac{\overline{P_\infty F}}{\overline{P_0F}} \sim R_1 I_2'^2$$

Somit ist die Strecke \overline{BC} zu den Stromwärmeverlusten in der Ständerwicklung proportional.

Im Kurzschluß ($s = 1$) beträgt die aufgenommene Wirkleistung

$$P_k = m_1 \cdot (R_1 + R_2') \cdot (I_{2k}')^2.$$

Da die Strecke $\overline{P_k E}$ der aufgenommenen Wirkleistung entspricht, folgt, daß die Strecke $\overline{P_k D}$ den Läuferstromwärmeverlusten im Kurzschluß entspricht. Der Punkt D teilt somit die Strecke $\overline{P_k E}$ im Verhältnis R_1/R_2' .

Wegen $\overline{AB}/\overline{BC} = \overline{P_k D}/\overline{DE}$ (Strahlensatz) ist die Strecke \overline{AB} zu den Läuferstromwärmeverlusten proportional.

Drehmomentgerade

Da die Differenz zwischen der aufgenommenen Wirkleistung und den Ständerstromwärmeverlusten gleich der Luftspaltleistung ist, ist die Strecke \overline{PB} ein Maß für die Luftspaltleistung. Die Gerade $\overline{P_0 P_\infty}$ (Verbindung von Kreispunkt P_0 ($s = 0$, Synchronismus) mit P_∞ ($s = \infty$), "ideeller" Kurzschluß) wird daher als Gerade der Luftspaltleistung oder wegen $M = P_\delta / 2 \pi n_1$ (Gl. 4.40) auch als Drehmomentgerade bezeichnet.

Gerade der mechanischen Leistung

Die Differenz zwischen der aufgenommenen Wirkleistung und den Stromwärmeverlusten ist die mechanische Leistung. Somit ist die Strecke \overline{PA} ein Maß für die mechanische Leistung. Die Gerade $\overline{P_0 P_k}$ wird daher als Gerade der mechanischen Leistung bezeichnet.

b) Maßstäbe

Strom:	m_I gewählt (Leiterstrom)	Einheit: A/cm
Leistung:	$m_P = \sqrt{3} U_N \cdot m_I$	Einheit: W/cm
Drehmoment:	$m_M = m_P / (2\pi n_1)$	Einheit: Nm/cm

c) Parametrierung

Parametergerade: Jede beliebige Senkrechte auf der Verbindungslinie zwischen Kreismittelpunkt MP und dem "ideellen" Kurzschluß P_∞ kann als Parametergerade dienen. Die Parametergerade ist linear geteilt. Der Schnittpunkt der Verbindung zwischen dem zu parametrierenden Kreispunkt und dem Punkt P_∞ und der Parametergerade liefert den Parameter s .

dieses Betriebspunktes auf der Parametergerade. Zur Parametrierung (= Festlegung der Skala der Parametergerade) muß für zwei Kreispunkte der zugehörige Schlupf bekannt sein. Damit liegt die Parametrierung der Stromortskurve fest.

Parameterbereiche:

motorischer Bereich: $0 \leq s \leq 1$

$s = 0$: Synchronismus

$s = 1$: Stillstand, Kurzschluß

generatorischer Bereich: $s < 0$ ($n > n_1$)

Für $s < 0$ wird die Luftspaltleistung nach Gl. (4.38) negativ. Die Energieflußrichtung ist gegenüber dem Motorbetrieb umgekehrt. Über die Welle wird mechanische Leistung zugeführt, in das Netz wird elektrische Leistung abgegeben. Die Asynchronmaschine geht ohne Schaltungsänderung in den Generatorbetrieb über, wenn sie über die synchrone Drehzahl hinaus angetrieben wird.

Gegenstrombremsbereich: $s > 1$

Die Drehzahl n nach Gl. (4.25) ($n = n_1 \cdot (1 - s)$) wird negativ. Dies bedeutet, daß sich der Läufer entgegen der Umlaufrichtung des Luftspaltfeldes dreht. Der Betrieb im Gegenstrombremsbereich kann bei motorischem Betrieb einer AsM erfolgen, indem zwei Ständerleitungsanschlüsse vertauscht werden (Drehrichtungsumkehr des Luftspaltfeldes). Im Gegenstrombremsbereich nimmt die AsM mechanische Leistung über die Welle **und** elektrische Leistung aus dem Netz auf. Die gesamte aufgenommene Leistung wird in Stromwärme umgesetzt.

d) Betriebsgrößen aus der Stromortskurve:

- 1) Leerlaufstrom \underline{I}_0 (= Magnetisierungsstrom I_μ): vom Ursprung des Koordinatensystems zum Punkt P_0
- 2) Ständerstrom \underline{I}_1 : vom Koordinatenursprung zum Kreispunkt P
- 3) bezogener Läuferstrom \underline{I}'_2 : vom Kreispunkt P zum Punkt P_0
- 4) Drehmoment M : Abstand PB vom Kreispunkt P zur Drehmomentgerade, parallel zur reellen Achse gemessen
- 5) mechanische Leistung P_{mech} : Abstand PA vom Kreispunkt P zur Gerade der mechanischen Leistung, parallel zur reellen Achse gemessen
- 6) Läuferverluste P_{Cu2} : Abstand AB, parallel zur reellen Achse gemessen
- 7) Ständerverluste P_{Cu1} : Abstand BC, parallel zur reellen Achse gemessen

Bei der Ermittlung der Stromwärmeverluste in den Wicklungen ist die Schaltung der Maschine zu beachten. Nur bei Sternschaltung ist der Leiterstrom gleich dem Strangstrom.

$$\text{Y-Schaltung: } P_{Cu1} = m_1 R_1 I_2'^2 \quad P_{Cu2} = m_1 R_2' I_2'^2$$

$$\Delta\text{-Schaltung: } P_{Cu1} = R_1 I_{2L}'^2 \quad P_{Cu2} = R_2' I_{2L}'^2$$

Beispiel 4.1

Von einer Drehstromasynchronmaschine mit Käfigläufer sind folgende Daten bekannt:

Nennspannung	$U_N = 400 \text{ V } (\Delta)$	Leerlaufstrom	$I_0 = 27,5 \text{ A}$
Nennstrom	$I_N = 66 \text{ A}$	Leistungsfaktor	$\cos\varphi_N = 0,84$
Nennzahl	$n_N = 1475 \text{ 1/min}$	Nennleistung	$P_N = 37 \text{ kW}$
Netzfrequenz	$f_1 = 50 \text{ Hz}$		
Kurzschluß:	$P_k = 67,7 \text{ kW}$		$I_k = 401 \text{ A}$
Ständerwiderstand	$R_1 = 0,281 \Omega$		

Alle Verluste außer den Stromwärmeverlusten in Ständer- und Läuferwicklung sowie Sättigungs- und Stromverdrängungserscheinungen dürfen vernachlässigt werden.

- Zeichnen Sie die Stromortskurve (Maßstab $m_I = 35 \text{ A/cm}$)!
- Berechnen Sie Hauptreaktanz X_h , Streureaktanz X_k und Läuferwiderstand R_2' !
- Ermitteln Sie im Nennpunkt Ständer- und Läuferverluste!
- Wie groß ist das Anzugsmoment?
- Ermitteln Sie Kippschlupf und Kippmoment!
- Ermitteln Sie bei einer Drehzahl von $n = 1440 \text{ 1/min}$
 - Ständer- und Läuferstrom, Ständer- und Läuferverluste,
 - Luftspaltleistung, Drehmoment und mechanische Leistung.

4.4.3 Kippmoment, Kippschlupf, Kloss'sche Formel

Aus Gl. (4.40) kann mit Hilfe von Gl. (4.38) für das vereinfachte Ersatzschaltbild das Drehmoment als Funktion des Schlupfes abgeleitet werden.

$$M(s) = \frac{P_\delta}{2\pi n_1} = \frac{m_1 R_2' (I_2')^2 / s}{2\pi n_1} = \frac{m_1}{2\pi n_1} \frac{R_2'}{s} \frac{U_1^2}{(R_1 + R_2'/s)^2 + X_k^2} \quad (4.41)$$

Beim maximalen Drehmoment verschwindet die erste Ableitung des Drehmoments nach Gl. (4.41) ($dM(s)/ds = 0$). Diese Bedingung führt für den Schlupf, bei dem das maximale Drehmoment auftritt, auf den Ausdruck

$$s_{kipp} = \pm \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + X_k^2}} \quad (4.42a)$$

Der Schlupf nach Gl. (4.42a) wird als Kippschlupf bezeichnet. Das positive Vorzeichen gilt für den motorischen Kippunkt, bei dem das an der Welle abgegebene Drehmoment maximal wird. Entsprechend ergibt sich für das negative Vorzeichen das maximale generatorische Antriebsmoment. Aus der Darstellung der Stromortskurve nach Bild 4.10 folgt, daß der generatorische Kippunkt dem motorischen diametral gegenüber liegt. Das Kippmoment beträgt

$$M_{kipp} = \pm \frac{m_1}{2\pi n_1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{U_1^2}{\pm R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_k^2}} \quad (4.43a)$$

Auch in Gl. (4.43a) gelten die positiven Vorzeichen für den motorischen Betrieb. Das (motorische) Kippmoment ist ein Maß für die Überlastbarkeit der Maschine. Es beträgt mindestens $1,6 \cdot M_N$ (EN 60034-1), typisch jedoch etwa $2 \dots 2,5 \cdot M_N$.

Bei großen Maschinen (siehe Beispiel 4.2, $P_N = 200$ kW) darf zum Zeichnen der Stromortskurve der Ständerwicklungswiderstand vernachlässigt werden ($R_1 = 0$, nicht zulässig bei der Ermittlung der Verluste). Die Ausdrücke für Kippschlupf und Kippmoment vereinfachen sich unter dieser Voraussetzung zu

$$s_{kipp} = \pm \frac{R'_2}{X_k} \quad (R_1 = 0) \quad (4.42b)$$

$$M_{kipp} = \pm \frac{m_1}{2\pi n_1} \cdot \frac{U_1^2}{2 \cdot X_k} \quad (R_1 = 0). \quad (4.43b)$$

Bei vernachlässigbarem Ständerwicklungswiderstand liegen die Punkte P_0 und P_∞ und somit auch die Drehmomentgerade auf der imaginären Achse. Die Parametergerade steht senkrecht auf der imaginären Achse. In diesem Fall sind motorisches und generatorisches Kippmoment gleich; der Kreisdurchmesser kann direkt aus dem Kippmoment berechnet werden. Wenn der Ständerwiderstand vernachlässigt werden darf, kann für die Abhängigkeit des Motormomentes vom Schlupf (vergl. Gl. (4.41)) ein besonders

einfacher Zusammenhang abgeleitet werden. Die Division von Gl. (4.41) mit $R_1 = 0$ durch Gl. (4.43b) ergibt

$$\frac{M}{M_{kipp}} = \frac{(R'_2/s)/((R'_2/s)^2 + X_k^2)}{1/(2X_k^2)} = \frac{2X_k \cdot (s_{kipp} \cdot X_k/s)}{(s_{kipp} \cdot X_k/s)^2 + X_k^2}$$

$$\frac{M}{M_{kipp}} = \frac{2}{\frac{s}{s_{kipp}} + \frac{s_{kipp}}{s}} \quad (4.44)$$

Dieser Zusammenhang zwischen dem Drehmoment M beim Schlupf s und dem Kippmoment M_{kipp} sowie dem Kippschlupf s_{kipp} wird als Kloss'sche Formel bezeichnet.

Beispiel 4.2

Von einem Drehstromasynchronmotor mit einer Bemessungsleistung von $P_N = 200$ kW sind folgende Daten bekannt:

Netzfrequenz	$f_1 = 50$ Hz	Nennspannung	$U_N = 400$ V (Δ)
Nennpunkt	$I_N = 343$ A	$\cos \varphi_N = 0,86$	$n_N = 1488$ 1/min
Stillstand	$I_A = 5,8 \cdot I_N$	$\cos \varphi_A = 0,099$	$M_A = 402$ Nm

Eisen- und Reibungsverluste sowie der Einfluß der Stromverdrängung sollen vernachlässigt werden.

- Zeichnen Sie die Stromortskurve (Maßstab: $m_I = 173$ A/cm)!
- Berechnen Sie das Nennmoment M_N und den Nennschlupf s_N !
- Ermitteln Sie
 - Kippschlupf und Kippmoment,
 - Ständer- und Läuferwiderstand (bezogen)!
- Kontrollieren Sie Kippschlupf und Kippmoment nach den Beziehungen (4.42a), (4.43a).

Der Ständerwiderstand soll vernachlässigt werden ($R_1 = 0$). Die Änderung der Ströme im Stillstand sowie der Nenndaten darf ebenfalls vernachlässigt werden.

- Wie ändert sich der Leistungsfaktor im Stillstand?
Zeichnen Sie in die Stromortskurve nach a) den "neuen" Kurzschlußpunkt ein.
- Ermitteln Sie Kippschlupf und Kippmoment aus der Stromortskurve und mit Hilfe der Gleichungen nach d).

- g) Kontrollieren Sie Kippschlupf und Kippmoment mit Hilfe der Kloss'schen Formel (M_N und s_N nach b), Gl. (4.44)).

4.5 Drehmoment- Drehzahl- Kennlinie

Mit Hilfe des vereinfachten Ersatzschaltbildes und des Gesetzes über die Spaltung der Luftspaltleistung können Drehmoment und Ständerstrom als Funktion der Drehzahl berechnet werden (Gl. 4.41). Mit Hilfe der Kloss'schen Formel (Gl. (4.44)) lassen sich zwei Kennlinienbereiche unterscheiden:

1. $|s| \ll s_{kipp}$: $M \approx 2 \cdot M_{kipp} \cdot s / s_{kipp}$ (Gerade)
2. $|s| \gg s_{kipp}$: $M \approx 2 \cdot M_{kipp} \cdot s_{kipp} / s$ (Hyperbel)

Bei Drehzahlen in der Nähe der synchronen Drehzahl wird die Drehmoment- Drehzahl- Kennlinie durch eine Gerade beschrieben, bei kleineren Drehzahlen sowie bei Drehzahlen oberhalb des generatorischen Kipppunkts durch eine Hyperbel. In Bild 4.11 ist die nach der Kloss'schen Formel berechnete M - n - Kennlinie zusammen mit den Näherungen für Drehzahlen unterhalb bzw. oberhalb der Kippdrehzahl aufgetragen.

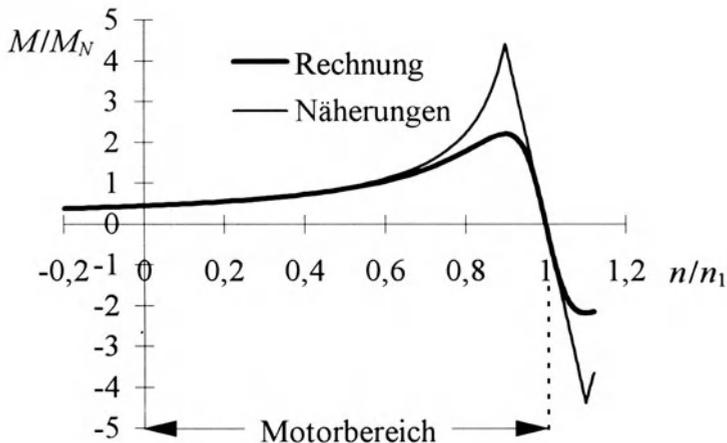


Bild 4.11

Drehmoment- Drehzahl- Kennlinien (Darstellung für $M_{kipp} / M_N = 2,2$, $s_{kipp} = 0,1$):

Rechnung nach Kloss'scher Formel (Gl. 4.44),

Näherungen $M = 2M_{kipp} \cdot s_{kipp} / s$ für $|s| > s_{kipp}$; $M = 2M_{kipp} \cdot s / s_{kipp}$ für $|s| < s_{kipp}$

Sowohl beim motorischen als auch beim generatorischen Kippschlupf ergeben beide Näherungen das zweifache des jeweiligen Kippmoments. Die Abweichung zwischen der angenäherten Kennlinie und der nach der Kloss'schen Formel berechneten ist um so geringer, je weiter der Schlupf von den Kippunkten entfernt ist.

Die prinzipielle Form der Drehmoment- Drehzahl- Kennlinie ändert sich nicht, wenn der Ständerwicklungswiderstand nicht vernachlässigt werden darf.

Bild 4.12 zeigt für den Motor aus Beispiel 4.2 die berechnete Drehmoment- Drehzahl- Kennlinie (Gl. (4.41)) sowie die Strom- Drehzahl- Kennlinie (Gl. (4.33) mit dem Leitwert nach Gl. (4.34)), jeweils in bezogener Darstellung ($M/M_N = f(n/n_1)$, $I/I_N = f(n/n_1)$). Zusätzlich ist eine Gegenmomentkennlinie (Lüfter mit "Losbrechmoment" $0,2 \cdot M_N$),

$$M_g = 0,2 \cdot M_N + 0,7 \cdot M_N \cdot (n/n_N)^2,$$

als Funktion der Drehzahl eingetragen.

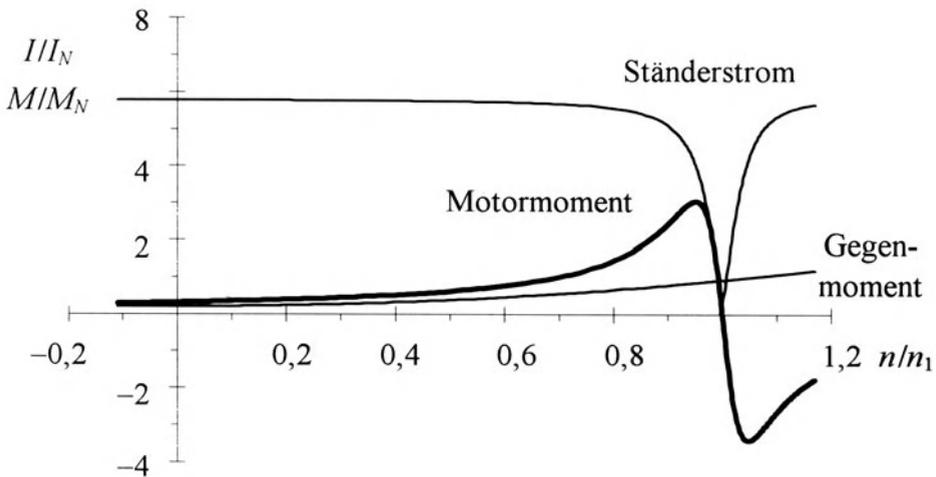


Bild 4.12

Drehzahl- Drehmoment- Kennlinie einer AsM mit Gegenmoment und Ständerstrom als Funktion der Drehzahl (bezogene Darstellung, Stromverdrängung vernachlässigt)

$P_N = 200 \text{ kW}$, $I_N = 343 \text{ A}$, $U_N = 400 \text{ V}$ (Δ), $\cos\varphi_N = 0,86$, $n_N = 1488 \text{ 1/min}$

Beim Einschalten der Maschine entwickelt diese zunächst das Anzugsmoment M_A und nimmt dabei den Einschaltstrom I_A aus dem Netz auf (in Bild 4.12: $M_A/M_N = 0,31$, $I_A/I_N = 5,8$). Bei positiver Differenz $M_M - M_g$ werden die rotierenden Massen (Läufer, Arbeitsmaschine) beschleunigt (Gl.

2.19, siehe auch Abschnitt 4.8). Mit zunehmender Drehzahl steigt das Motordrehmoment an, bis bei der Kippdrehzahl $n_{kipp} = n_1(1 - s_{kipp})$ das Kippmoment erreicht wird. Während dieser Beschleunigungsphase geht der Ständerstrom nur leicht zurück. Der weitere Hochlauf bis zur stationären Drehzahl ($n \approx n_N$) erfolgt mit abnehmendem Drehmoment; der Strom geht etwa bis auf den Nennstrom zurück.

Der Vergleich des Motordrehmoments mit der ebenfalls in Bild 4.12 eingezeichneten Momentenkennlinie der Arbeitsmaschine (Lüfter) zeigt, daß über einen weiten Drehzahlbereich (bis etwa $n = 0,6 \cdot n_1$) das Motordrehmoment für einen sicheren Hochlauf nicht ausreichend ist. Aus der Bewegungsgleichung (2.19),

$$M_M - M_g = J \cdot d\omega / dt,$$

folgt, daß ein sicherer, schneller Hochlauf nur dann erfolgt, wenn das Motordrehmoment über den gesamten Drehzahlbereich deutlich größer ist, als das Gegenmoment (Größenordnung etwa + 30%).

Mit Hilfe von Bild 4.9 wurde bereits der Einfluß der Stromverdrängung erläutert. Die Stromverdrängung führt zu einem Anstieg von Einschaltstrom und Anzugsmoment. Bild 4.13 zeigt die numerisch berechnete Drehmoment- Drehzahlkennlinie unter Einfluß der Stromverdrängung (Stromortskurve in Bild 4.9).

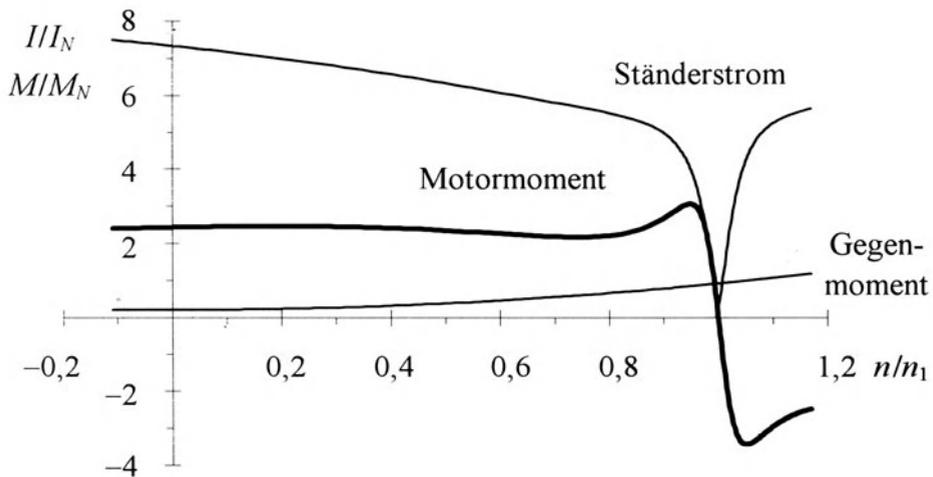


Bild 4.13

Drehzahl- Drehmoment- Kennlinie einer AsM mit Gegenmoment und Ständerstrom als Funktion der Drehzahl (Stromverdrängung berücksichtigt)

$P_N = 200 \text{ kW}$, $I_N = 343 \text{ A}$, $U_N = 400 \text{ V}$ (Δ), $\cos \varphi_N = 0,86$, $n_N = 1488 \text{ 1/min}$

Das Anzugsmoment ist mit $M_A/M_N = 2,4$ etwa 8 mal so groß, wie bei Vernachlässigung der Stromverdrängung (vergl. Bild 4.12, ohne Stromverdrängung $M_A/M_N = 0,31$). Der Einschaltstrom nimmt von $I_A/I_N = 5,8$ auf $I_A/I_N = 7,3$ zu. Über den gesamten Drehzahlbereich ist ein hinreichend großes Beschleunigungsmoment verfügbar. Ein Maß für die Eigenschaften einer Asynchronmaschine beim Einschalten ist die

$$\text{Anlaufgüte: } \frac{\sqrt{M_A/M_N}}{I_A/I_N} \quad (4.45)$$

Die Anlaufgüte nimmt unter dem Einfluß der Stromverdrängung von 0,1 auf 0,21 zu.

Im stationären Betrieb mit Last (nur zulässig für $|s| \leq s_N$) kann die Drehmoment- Drehzahl- Kennlinie näherungsweise durch eine Gerade beschrieben werden.

$$M(s) \approx M_N/s_N \cdot s \quad \text{für } |s| \leq s_N \quad (4.46)$$

Wegen $P_\delta = 2\pi n_1 \cdot M$ ist die Luftspaltleistung ebenfalls linear vom Schlupf abhängig.

$$P_\delta = P_{\delta N} \cdot s/s_N = P_{Cu2N}/s_N \cdot s/s_N = P_{Cu2}/s$$

Mit $P_{Cu2} = m_1 I_2'^2 \cdot R_2'$ folgt, daß sich der Läuferstrom - wie das Drehmoment - proportional mit dem Schlupf ändert.

$$I_2' = I_{2N}' \cdot s/s_N$$

Bei kleinem Schlupf ist der bezogene Läuferstrom nahezu ein reiner Wirkstrom und bildet die Wirkkomponente des Ständerstroms (drehmomentbildende Ständerstromkomponente). Die Blindkomponente des Ständerstroms ist etwa gleich dem Magnetisierungsstrom (feldbildende Ständerstromkomponente). Für den Betrag des Ständerstroms ergibt sich hieraus

$$I_1 \approx \sqrt{I_\mu^2 + (I_{2N}' \cdot s/s_N)^2} \quad \text{für } |s| \leq s_N. \quad (4.47)$$

4.6 Betriebsverhalten von Schleifringläufermotoren

Bei Asynchronmaschinen mit Schleifringläufern kann die Läuferwicklung, die in der Regel in Sternschaltung ausgeführt ist, über die Schleifringe von außen beschaltet werden. Die Läuferspannungsgleichung (4.32) eines Schleifringläufers unterscheidet sich von der eines Käfigläufers lediglich

dadurch, daß anstelle des Läuferwiderstands allein die Summe aus Läuferwiderstand und Vorwiderstand R_V steht. Bei Betrieb eines Schleifringläufers mit Vorwiderstand R_V ergeben sich dieselben Ströme und damit auch identische Momente wie bei Betrieb mit kurzgeschlossenen Schleifringen ($R_V = 0$), wenn die Bedingung

$$\frac{s^*}{s} = \frac{R_2 + R_V}{R_2} \quad (4.48)$$

erfüllt ist. Hatte der Motor beispielsweise im Bemessungspunkt ($I = I_N$, $M = M_N$) den Schlupf s_N , so stellt sich derselbe Betriebspunkt mit einem Vorwiderstand von $R_V = 9 \cdot R_2$ bei einem Schlupf

$$s_N^* = \frac{R_2 + R_V}{R_2} \cdot s_N = \frac{R_2 + 9R_2}{R_2} = 10 s_N$$

ein. Die Stromortskurve des Schleifringläufers ändert sich durch die Beschaltung der Schleifringe mit Vorwiderständen nicht, lediglich die Parametrierung der einzelnen Betriebspunkte der Stromortskurve.

Läuferstillstandsspannung

Wird die Maschine mit offenen Schleifringen ans Netz geschaltet, so ist an den Schleifringen eine netzfrequente Spannung, die sogenannte Läuferstillstandsspannung U_{20} , meßbar. Bei offenen Schleifringen folgt für die bezogene Läuferstillstandsspannung aus Bild 4.8

$$U'_{20} = U_N.$$

Daher kann mit Hilfe der Läuferstillstandsspannung das Übersetzungsverhältnis (= Windungszahlverhältnis) zwischen der tatsächlichen und der bezogenen Läuferspannung ermittelt werden.

$$\frac{U'_2}{U_2} = \frac{U_N}{U_{20}}$$

Für das Übersetzungsverhältnis der Ströme gilt wegen $U'_2 \cdot I'_2 = U_2 \cdot I_2$

$$\frac{I'_2}{I_2} = \frac{U_{20}}{U_N}$$

Hieraus folgt für das Übersetzungsverhältnis der Impedanzen

$$\frac{R'_2}{R_2} = \left[\frac{I_2}{I'_2} \right]^2 = \left[\frac{U_N}{U_{20}} \right]^2 \quad (4.49)$$

Bild 4.14 zeigt die Drehmoment- Drehzahl- Kennlinien und Bild 4.15 die zugehörigen Strom- Drehzahl- Kennlinien einer AsM mit Schleifringläufer für verschiedene Vorwiderstände (vergleiche Beispiel 4.3).

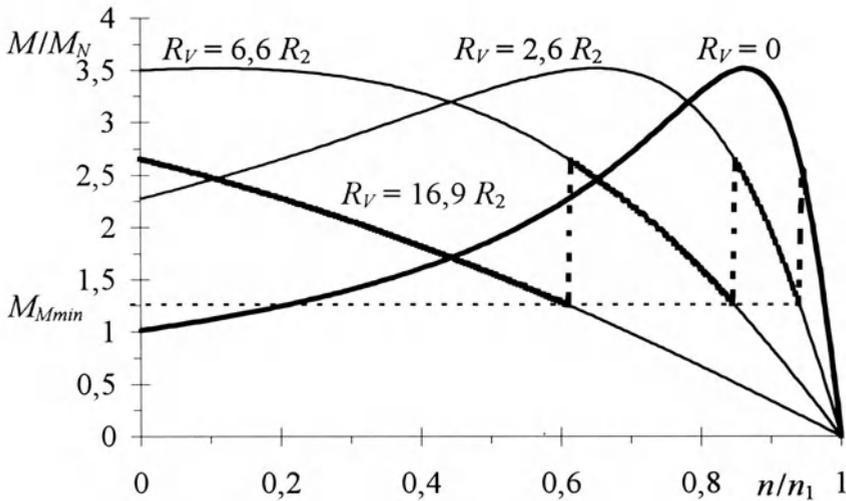


Bild 4.14

Drehmoment- Drehzahl- Kennlinien einer AsM mit Schleifringläufer (Parameter: R_V)
 $P_N = 110 \text{ kW}$, $I_N = 189 \text{ A}$, $U_N = 400 \text{ V (Y)}$, $2p = 6$, $f_1 = 50 \text{ Hz}$

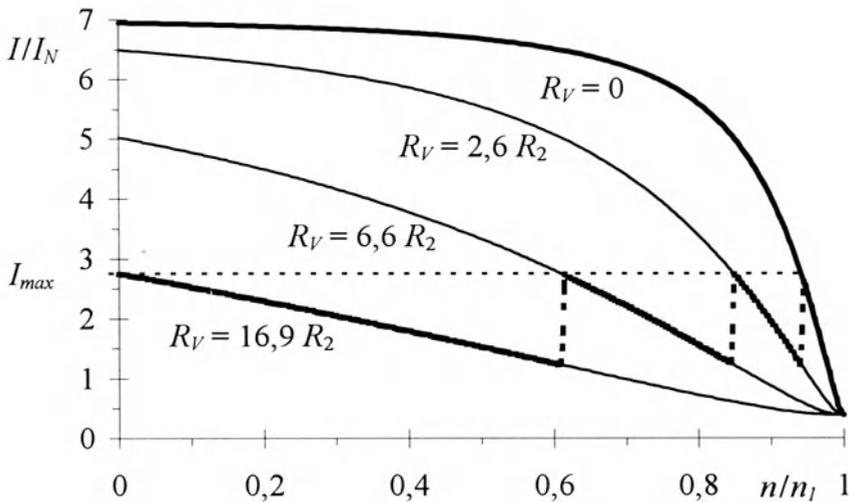


Bild 4.15

Strom- Drehzahl- Kennlinien einer AsM mit Schleifringläufer (Daten siehe Bild 4.14)

Anmerkung: Wegen $s_{kipp} \approx 13,5\%$ wäre für $R_V = (1/s_{kipp} - 1) \cdot R_2 = 6,4 \cdot R_2$ das Anzugsmoment gleich dem Kippmoment.

Der Hochlauf mit Vorwiderständen kann mehrstufig erfolgen, wie nachfolgend für einen Anlauf gegen konstantes Gegenmoment ($M_g = \text{konstant}$) gezeigt wird.

Es soll angenommen werden, daß N Vorwiderstände $R_{V1}, R_{V2}, \dots, R_{VN}$ zur Verfügung stehen. Einerseits soll der Strom während des Hochlaufs auf einen Maximalwert I_{max} (zugehöriger Schlupf s_{max}) begrenzt werden, andererseits soll während des Hochlaufs ein minimales Beschleunigungsmoment $M_{bmin} = M_{Mmin} - M_g$ (zugehöriger Schlupf s_{min}) nicht unterschritten werden. Für die erste Stufe (alle Vorwiderstände eingeschaltet, $s_{a1}^* = 1$) folgt aus Gl. 4.48 mit $s_{a1} = s_{max}$

$$\frac{R_2 + R_{V1}}{R_2} = \frac{s_{a1}^*}{s_{a1}} = \frac{1}{s_{max}}$$

Mit diesem Widerstandsverhältnis kann der Schlupf s_{e1}^* , bei dem in die zweite Stufe umgeschaltet werden muß, berechnet werden ($s_{e1} = s_{min}$).

$$s_{e1}^* = s_{e1} \cdot \frac{R_2 + R_{V1}}{R_2} = \frac{s_{min}}{s_{max}}$$

Mit $s_{a2}^* = s_{e1}^*$, $s_{a2} = s_{max}$ kann die Bedingung für die Bemessung des zweiten Vorwiderstands abgeleitet werden.

$$\frac{R_2 + R_{V2}}{R_2} = \frac{s_{a2}^*}{s_{a2}} = \frac{s_{min}}{s_{max}^2}$$

Mit R_{V2} und $s_{e2} = s_{min}$ kann der Schlupf s_{e2}^* der zweiten Umschaltung bestimmt werden.

$$s_{e2}^* = s_{e2} \cdot \frac{R_2 + R_{V2}}{R_2} = \frac{s_{min}^2}{s_{max}^2}$$

Hieraus wird das Bildungsgesetz für die Schlupfwerte zu Beginn und am Ende der einzelnen Stufen sowie für die zugehörigen Vorwiderstände erkennbar:

In der k . Stufe beträgt der Anfangsschlupf

$$s_{ak}^* = \left[\frac{s_{min}}{s_{max}} \right]^{k-1} \quad k = 1, 2, \dots, N + 1, \quad (4.50)$$

während bei

$$s_{ek}^* = \left[\frac{s_{min}}{s_{max}} \right]^k \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (4.51)$$

umgeschaltet werden muß. Der erforderliche Vorwiderstand beträgt

$$R_{V_k} = \left[\frac{(s_{min})^{k-1}}{(s_{max})^k} - 1 \right], \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (4.52)$$

Für die $N + 1$. Stufe ($R_V = 0$), in der der Hochlauf von $s = s_{a, N+1}^* = s_{max}$ auf $s = s_{e, N+1}^* = s_{Last}$ erfolgt, muß gelten

$$s_{a, N+1}^* = s_{max} \cdot \left[\frac{s_{min}}{s_{max}} \right]^N,$$

woraus eine Bedingung für die erforderliche Zahl der Anlaßstufen abgeleitet werden kann.

$$N = \frac{\ln(s_{min})}{\ln(s_{min}/s_{max})} - 1 \quad (4.53)$$

Da dieser Ausdruck in der Regel einen gebrochenen Wert liefert, wird die Zahl der Anlaßstufen durch Aufrunden auf die nächst größere ganze Zahl ermittelt. Unter Einhaltung des minimalen Beschleunigungsmoments kann der Schlupf s_{max} auf

$$s_{max} = (s_{min})^{N/(N+1)} \quad (4.54)$$

begrenzt werden.

Beispiel 4.3

Von einem Asynchronmotor mit Schleifringläufer sind folgende Daten bekannt:

$$P_N = 110 \text{ kW} \quad I_N = 189 \text{ A} \quad U_N = 400 \text{ V (Y)} \quad 2p = 6 \quad f_1 = 50 \text{ Hz}$$

$$I_0 = 72,2 \text{ A} \quad R_1 = 0,022 \text{ } \Omega \text{ (Strang)}$$

$$\text{zwischen 2 Schleifringen gemessen: } R_{KL} = 0,0404 \text{ } \Omega, \quad U_{20} = 363 \text{ V}$$

$$\text{Kurzschlußversuch: } U_k = 70 \text{ V}, \quad I_k = 230 \text{ A}, \quad P_k = 6590 \text{ W}$$

- Berechnen Sie den bezogenen Läuferwiderstand R'_2 !
- Zeichnen Sie die Stromortskurve (Maßstab $m_I = 60 \text{ A/cm}$).
- Ermitteln Sie
 - Anzugsmoment M_A (theoretischer Wert für $R_V = 0$),
 - Kippmoment M_{kipp} ,

- Streureaktanz X_k und Hauptreaktanz X_h ,
- Kippschlupf s_{kip} , Nennschlupf s_N , Nennmoment M_N , Leistungsfaktor $\cos\varphi_N$.

Legen Sie einen mehrstufigen Widerstandsanlasser zum Hochlauf gegen Nennmoment aus. Das minimale Beschleunigungsmoment soll

$$M_{bmin} = M_{Mmin} - M_g = 1,25 M_N - M_N = 0,25 M_N$$

betragen und ein Strom von $I = 3 I_N$ nicht überschritten werden.

- d) Ermitteln Sie zunächst den Schlupf s_{min} ($M = M_{min}$) sowie den Schlupf $s(I = 3 I_N)$.
- f) Ermitteln Sie die Zahl der erforderlichen Anlaßstufen.
- e) Bestimmen Sie den Schlupf s_{max} nach Gl. (4.54), den zugehörigen Strom sowie für jede Anlaßstufe die Umschaltzahl und den Vorwiderstand R_V (Sternschaltung)!

4.7 Aufbau der Asynchronmaschine

Bild 4.16 zeigt den Aufbau eines oberflächengekühlten Drehstrom- Normmotors (Bauform B3, Schutzart IP55).

In das verrippte Gehäuse (1) aus Grauguß oder Aluminium ist das Ständerblechpaket (6) mit der Ständerwicklung aus Runddraht eingepreßt. Die Bleche für Ständer- und Läuferpaket werden aus einer Ronde gestanzt. Anders als bei Transformatoren ändert sich in den Jochen die Richtung des magnetischen Feldes, so daß die magnetischen Eigenschaften des Elektroleches in und quer zur Walzrichtung möglichst gleich sein sollen (kein kornorientiertes Blech).

Als Elektrolech wird häufig V800-50a, bei größeren Motoren oder Motoren mit besonderen Wirkungsgradforderungen auch V530-50a (0,5 mm dick, Eisenverluste bei 1,5 T, 50 Hz 8,0 bzw. 5,3 W/kg, einseitig lackiert) verwendet.

Die Lagerschilde (3) sind zur Verbesserung der Wärmeabfuhr ebenfalls verrippt. Als Lager (4) werden überwiegend Rillenkugellager eingesetzt, wobei eines als Festlager ausgeführt ist. Kleinere Motoren werden mit Dauerschmierung ausgeführt, bei größeren Motoren ist oft eine Nachschmiereinrichtung vorgesehen.

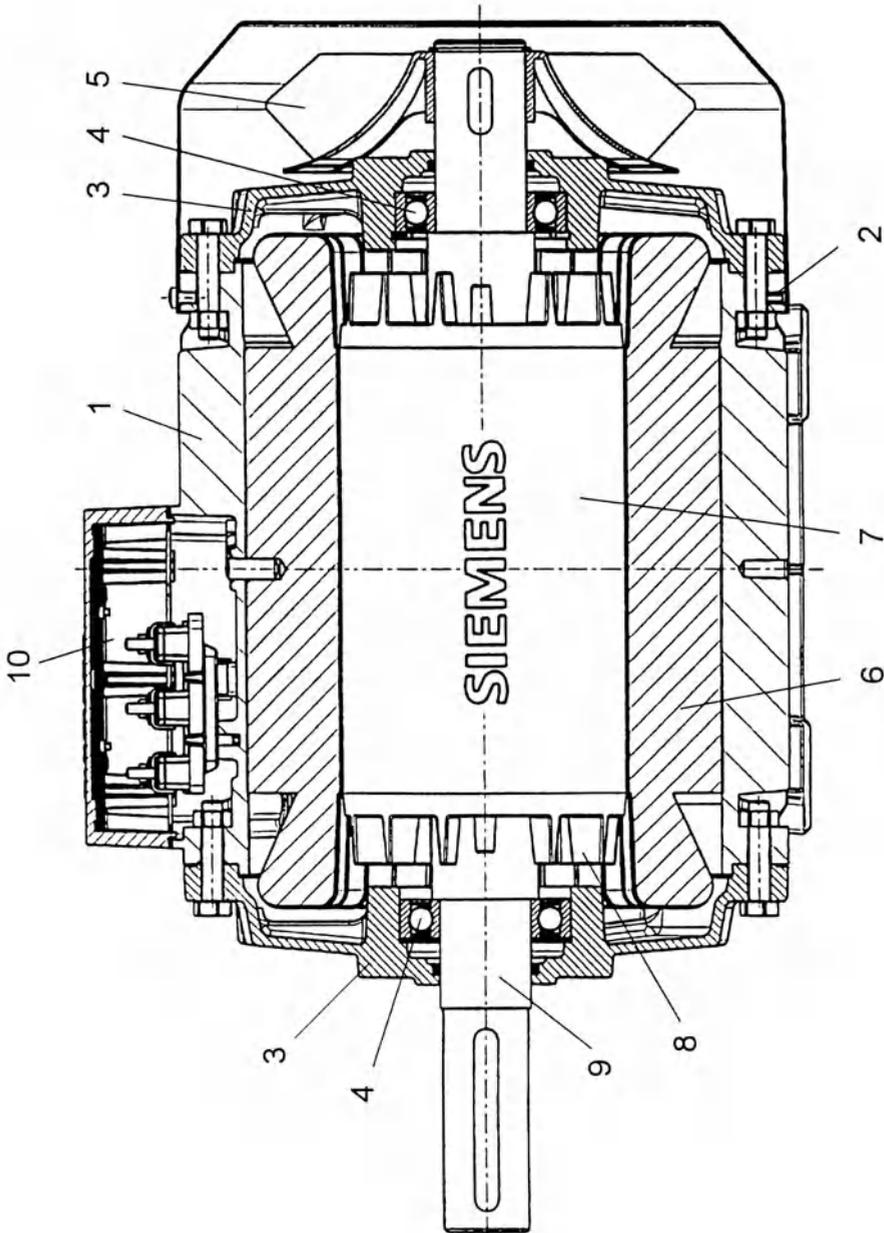


Bild 4.16
Aufbau einer Drehstrom- Asynchronmaschine (Normmotor, mit freundlicher Genehmigung der Siemens AG)

Als Außenlüfter (5) wird in der Regel ein drehrichtungsunabhängiger Radiallüfter verwendet, um Betrieb in beiden Drehrichtungen zu ermöglichen. Bei Motoren für Umrichterbetrieb und hohe Maximaldrehzahlen werden aus Geräuschgründen Fremdlüfter angebaut.

Bei Aluminiumdruckgußläufern wird das Läuferblechpaket (7) nach dem Gießen auf die Welle (9) aufgepreßt. Die Lüfterflügel und Wuchtzapfen (8) werden mit den Kurzschlußringen gegossen. Nach dem Gießen werden Läuferoberfläche und Lagersitze überdreht.

Der Anschluß der Motoren erfolgt im Klemmenkasten (10), wobei meistens alle 6 Wicklungsenden herausgeführt werden (offene Schaltung, z. B. für Y/ Δ -Einschaltung, Klemmenbezeichnungen nach DIN VDE 0530 T8: Ständerwicklung: U1, U2, V1, V2, W1, W2, Läuferwicklung bei Schleifringläufermotoren: K, L, M).

4.8 Anlauf von Antrieben

Das Drehmoment, das zur Beschleunigung der rotierenden Massen zur Verfügung steht, ergibt sich aus der Differenz zwischen Motormoment und Gegenmoment und ist somit während des Hochlaufs nicht konstant. Bei konstantem resultierendem Trägheitsmoment J_{res} (Summe aus den Trägheitsmomenten von Motor und Arbeitsmaschine, $J_{res} = J_M + J_S$) ist die Winkelbeschleunigung ebenfalls drehzahlabhängig. Mit dem Motormoment $M_M(n)$ und dem Gegenmoment $M_g(n)$ lautet die Bewegungsgleichung

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M_M(n) - M_g(n)}{J_{res}} = f(n). \quad (4.55)$$

Durch Umstellung und Integration ergibt sich

$$t_A = \int dt = \int_{n_a}^{n_e} \frac{J_{res}}{M_M(n) - M_g(n)} \cdot 2\pi \, dn. \quad (4.56)$$

Die Hochlaufzeit kann nur dann analytisch berechnet werden, wenn

- Motormoment und Gegenmoment als analytische Funktionen gegeben sind,
- der Ausdruck $1/(M_M(n) - M_g(n))$ analytisch integrierbar ist.

Aus diesem Grund kann die Hochlaufzeit nicht auf elementare Weise berechnet werden. Zur Ermittlung der Hochlaufzeit von der Drehzahl n_a auf die Drehzahl n_e muß der Drehzahlbereich $(n_e - n_a)$ in so kleine Intervalle unterteilt werden, daß in jedem Intervall sowohl das Motormoment als auch das Gegenmoment als konstant betrachtet werden darf (Bild 4.17).

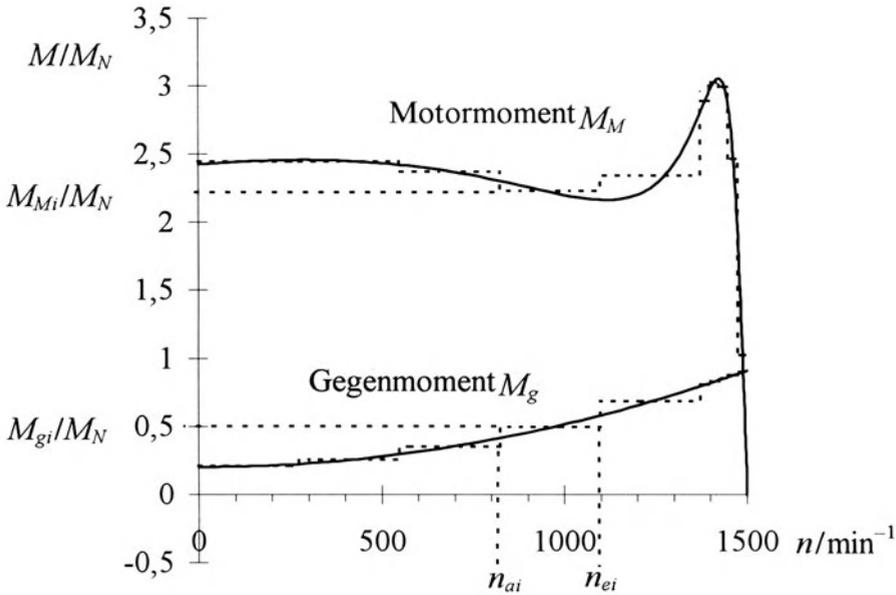


Bild 4.17

Motormoment und Gegenmoment mit bereichsweise konstanten Näherungen zur Berechnung der Hochlaufzeit

In jedem Intervall ist das Beschleunigungsmoment

$$M_{bi} = M_{Mi} - M_{gi}$$

konstant, so daß die Teilhochlaufzeit von n_{ai} auf n_{ei} berechnet werden kann (i . Intervall):

$$t_{Ai} = \int_{n_{ai}}^{n_{ei}} \frac{J_{res}}{M_{bi}} \cdot 2\pi \, dn = \frac{J_{res}}{M_{bi}} \cdot 2\pi \cdot (n_{ei} - n_{ai}) \quad (4.57)$$

Die gesamte Hochlaufzeit ergibt sich aus der Summe aller Teilhochlaufzeiten.

$$t_A = \sum t_{Ai}$$

Für die in Bild 4.17 dargestellten Kennlinien von Motor und Lüfter ergibt sich für ein resultierendes Trägheitsmoment von $J_{res} = 10 \cdot J_M = 42 \text{ kgm}^2$ für den Hochlauf von $n_{ai} = 820 \text{ 1/min}$ auf $n_{ei} = 1100 \text{ 1/min}$ mit den zugehörigen Drehmomenten

$$M_{Mi} = 2,2 M_N = 2820 \text{ Nm}, M_{gi} = 0,5 M_N = 640 \text{ Nm},$$

eine Teilhochlaufzeit von

$$t_{Ai} = \frac{42 \text{ kgm}^2}{(2820 - 640) \text{ Nm}} \cdot 2\pi \cdot (1100/60 - 820/60) \text{ 1/s} = 0,56 \text{ s}$$

Da das Beschleunigungsmoment bis zum Kippunkt eine relativ geringe Drehzahlabhängigkeit aufweist, ist die Hochlaufkurve $n(t)$ nach Bild 4.18 näherungsweise eine Gerade.

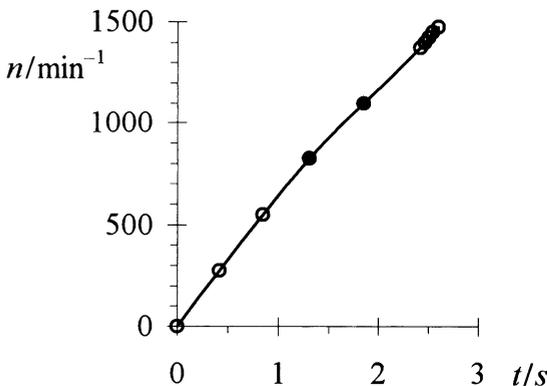


Bild 4.18

Numerisch berechnete Hochlaufkurve $n(t)$, $J_{res} = 42 \text{ kgm}^2$,
Momentenkennlinien: Bild 4.17

Die Gesamthochlaufzeit aus dem Stillstand ($n_a = 0$) auf 99% der stationären Enddrehzahl

$$n_e = 0,99 n_{stat} \approx 0,99 n_1 \cdot (1 - 0,9 s_N)$$

kann mit

$$M_b \approx \text{konstant} = 2,2 M_N - 0,5 M_N = 2180 \text{ Nm}$$

zumindest grob abgeschätzt werden:

$$t_A \approx 3 \text{ s} \quad (\text{Bild 4.18: } t_A = 2,6 \text{ s}).$$

Die während des Hochlaufs in Ständer- und Läuferwicklung entstehenden Verlustwärmern ergeben sich mit den Strömen I_{1i} , I_{2i} des i . Intervalls zu

$$Q_1 = \sum_i m_1 R_1 I_{1i}^2 t_{Ai}$$

$$Q_2 = \sum_i m_1 R'_2(f_{2i}) I'_{2i}{}^2 t_{Ai}.$$

Bei der Berechnung der in der Lauerwicklung entstehenden Wärmemenge wird die Stromverdrangungsabhangigkeit des Lauerwicklungswiderstands berücksichtigt. Die Frequenz f_{2i} ist hierbei die mittlere Laufferfrequenz im Drehzahlintervall.

Sonderfall **Schwungmassenhochlauf** ($M_g = 0$) einer AsM mit vernachlässigbarem Ständerwiderstand ($R_1 = 0$)

Für den Sonderfall eines reinen Schwungmassenhochlaufs ohne Gegenmoment kann die Hochlaufzeit analytisch berechnet werden, wenn das Drehmoment der Maschine durch die Kloss'sche Formel beschrieben werden kann (Ständerwiderstand vernachlässigbar, siehe Abschnitt 4.4.3 sowie Beispiel 4.2). Mit der Kloss'schen Formel

$$\frac{M}{M_{kipp}} = \frac{2}{\frac{s}{s_{kipp}} + \frac{s_{kipp}}{s}} \quad (4.44)$$

und

$$n = n_1 \cdot (1 - s) \Rightarrow dn = -n_1 ds$$

ergibt sich für die Hochlaufzeit

$$\begin{aligned} t_A &= \int_{s_e}^{s_a} \frac{J_{res}}{2M_{kipp}} \left(\frac{s}{s_{kipp}} + \frac{s_{kipp}}{s} \right) \cdot 2\pi n_1 ds \quad (4.58) \\ &= J_{res} \cdot \frac{2\pi n_1}{2M_{kipp}} \cdot \left[s_{kipp} \cdot \ln \left\{ \frac{s_a}{s_e} \right\} + \frac{s_a^2 - s_e^2}{2 \cdot s_{kipp}} \right] \quad (R_1 = 0, M_g = 0) \end{aligned}$$

Zur Ermittlung der während des Hochlaufvorgangs im Laufferkreis entstehenden Wärmemenge ist die Laufferverlustleistung über die Hochlaufzeit zu integrieren.

$$Q_2 = \int_{t_a}^{t_e} P_{Cu2} dt = \int_{t_a}^{t_e} s \cdot P_\delta dt = 2\pi n_1 \int_{t_a}^{t_e} s \cdot M_M(s) dt \quad (4.59)$$

Aus der Bewegungsgleichung (2.19) für $M_g = 0$

$$\begin{aligned} M_M(s) &= J_{res} d\omega/dt = J_{res} 2\pi \cdot dn/dt \\ &= -J_{res} 2\pi n_1 \cdot ds/dt \end{aligned}$$

folgt mit

$$dt = \frac{-J_{res} 2\pi n_1}{M_M(s)} ds$$

durch Einsetzen in Gl. (4.59)

$$Q_2 = J_{res} (2\pi n_1)^2 \int_{s_e}^{s_a} \frac{s \cdot M_M(s)}{M_M(s)} ds = J_{res} (2\pi n_1)^2 \int_{s_e}^{s_a} s ds$$

Der Ausdruck

$$A_k = \frac{1}{2} \cdot (2\pi n_1)^2 \cdot J_{res} \quad (4.60)$$

stellt die kinetische Energie der bewegten Massen im Synchronismus dar. Mit dieser Abkürzung ergibt sich nach Ausführung der Integration

$$Q_2 = 2 \cdot A_k \int_{s_e}^{s_a} s ds = A_k \cdot (s_a^2 + s_e^2). \quad (4.61)$$

Die im Läuferkreis entstehende Wärmemenge ist nur abhängig von der kinetischen Energie der zu beschleunigenden Massen im Synchronismus sowie dem Schlupf zu Anfang bzw. am Ende des Hochlaufs. Bei einem Hochlauf vom Stillstand ($s_a = 1$) auf Synchronismus ($s_e = 0$) entsteht im Läuferkreis die Wärmemenge, die der kinetischen Energie der bewegten Massen entspricht.

$$Q_2 = A_k \quad \text{für } s_a = 1, s_e = 0$$

Die Läuferkreisverlustwärme ist unabhängig von der Dauer des Hochlaufs bzw. ob bei einem Schleifringläufermotor Vorwiderstände in den Läuferkreis eingeschaltet sind oder nicht. Bei Schleifringläufermotoren teilt sich lediglich die gesamte Wärmemenge Q_2 im Verhältnis R_2/R_V auf Läuferwicklung (Q_{2W_i}) und Vorwiderstände (Q_{2R_V}) auf:

$$Q_{2W_i} = Q_2 \cdot R_2 / (R_2 + R_V) \quad \text{Wärmemenge in der Läuferwicklung,}$$

$$Q_{2R_V} = Q_2 \cdot R_V / (R_2 + R_V) \quad \text{Wärmemenge im Vorwiderstand.}$$

Diese Aufteilung macht deutlich, warum Schleifringläufermotoren als Antriebe für große Schwungmassen besonders geeignet sind. Durch die Aufteilung der (unveränderten) Wärmemenge Q_2 verringert sich die Läuferwicklungserwärmung. Die Verlustwärme in den Vorwiderständen kann wesentlich einfacher abgeführt werden, da sie außerhalb der Maschine entsteht.

Da der Ständerwicklungswiderstand bei größeren Maschinen einen sehr geringen Einfluß auf die Drehmoment- Drehzahl- Kennlinie hat, können

die Ständerstromwärmeverluste mit der Näherung $I_1 \approx I'_2$, die insbesondere bei kleinen Drehzahlen gut erfüllt ist, zumindest abgeschätzt werden. Die Verlustwärmern in Ständer- und Läuferkreis verhalten sich näherungsweise wie die Wicklungswiderstände von Ständerwicklung und Läuferkreis.

$$Q_1 / Q_2 \approx R_1 / (R'_2 + R'_V) \quad (I_1 \approx I'_2, Q_2 \text{ nach Gl. (4.61)}) \quad (4.62)$$

Durch Vorwiderstände im Läuferkreis kann die in der Ständerwicklung entstehende Verlustwärme ebenfalls reduziert werden. Bei kurzen Hochlaufzeiten erfolgt die Erwärmung näherungsweise adiabatisch, und die resultierenden Wicklungserwärmungen können mit Hilfe der Wärmekapazitäten der Wicklungen bestimmt werden.

$$\Delta \vartheta_1 = Q_1 / (c_{W1} \cdot G_{W1}) \quad (4.63)$$

$$\Delta \vartheta_2 = Q_{2W1} / (c_{W2} \cdot G_{W2}) = R_2 / (R_2 + R_V) \cdot Q_2 / (c_{W2} \cdot G_{W2}) \quad (4.64)$$

mit den spezifischen Wärmekapazitäten c_{W1} und c_{W2} und Wicklungsgewichten G_{W1} und G_{W2} . Die spezifische Wärmekapazitäten betragen für Kupfer $c_{WCu} = 386 \text{ J/kgK}$; für Aluminium: $c_{WAl} = 910 \text{ J/kgK}$, vergl. auch Abschnitt 4.11.

Als Maß für die zulässige thermische Belastung der Wicklungen beim Hochlauf sind in den Projektierungsunterlagen der Motorenhersteller Angaben, wie zum Beispiel die Leerumschalzhäufigkeit z_0 oder die Anlaufhäufigkeit z_A zu finden. Durch Korrekturfaktoren, die das Trägheitsmoment der Arbeitsmaschine und die Drehzahlabhängigkeit des Gegenmoments berücksichtigen, kann die tatsächliche Zahl der zulässigen Anläufe zumindest abgeschätzt werden.

Leerumschalzhäufigkeit z_0

Zahl der zulässigen Reversierungen des ungekuppelten Motors pro Stunde ($M_g = 0, s_a = 2, s_e = 0, J_{res} = J_M (J_S = 0)$)

Anlaufhäufigkeit z_A

Zahl der Anläufe gegen quadratisch ansteigendes Drehmoment pro Stunde ($M_g = M_N (n/n_N)^2, s_a = 1, s_e = 0, J_{res} = 2 J_M (J_S = J_M)$)

Die Änderung der kinetischen Energie der rotierenden Massen beträgt

$$\begin{aligned} \Delta E_{kin} &= \frac{1}{2} \cdot J_{res} \cdot [(2\pi n_e)^2 - (2\pi n_a)^2] \\ &= \frac{1}{2} \cdot J_{res} \cdot (2\pi n_1)^2 \cdot [(1 - s_e)^2 - (1 - s_a)^2] \\ &= A_k \cdot [s_e^2 - s_a^2 + 2 \cdot (s_a - s_e)]. \end{aligned} \quad (4.65)$$

Mit Q_2 nach Gl. (4.61), Q_1 nach Gl. (4.62) und der Änderung der kinetischen Energie nach Gl. (4.65) ergibt sich für die während des Hochlaufs aus dem Netz aufgenommene elektrische Energie.

$$\begin{aligned} E_{\text{Netz}} &= \Delta E_{\text{kin}} + Q_1 + Q_2 \\ &= 2 \cdot A_k \cdot (s_a - s_e) + A_k \cdot (s_a^2 + s_e^2) \cdot R_1 / (R'_2 + R'_v) \quad (4.66) \end{aligned}$$

Die Widerstände R_1 und R'_2 sind bei Asynchronmaschinen üblicherweise von gleicher Größenordnung, da die im stationären Betrieb aus Ständer und Läufer abführbaren Verlustwärmern ähnlich sind. Für den Hochlauf vom Stillstand auf Synchronismus ist die dem Netz entnommene elektrische Energie etwa dreimal so groß wie die in den rotierenden Massen gespeicherte kinetische Energie.

$$E_{\text{Netz}} \approx 3 \cdot A_k \quad (s_a = 0, s_e = 1, R_1 \approx R'_2, R'_v = 0)$$

Beispiel 4.4

Der Motor aus Beispiel 4.3 soll als Antrieb für eine Schwungmasse mit $J_S = 20 \cdot J_M = 104 \text{ kgm}^2$ ($M_g \approx 0$) dienen.

Berechnen Sie für den dimensionierten Stufenanlasser die Hochlaufzeit sowie die in jeder Stufe entstehenden Wärmemengen

- im Läuferkreis bzw. in der Läuferwicklung,
- im Vorwiderstand,
- in der Ständerwicklung (Abschätzung nach Gl. 4.62).

Verwenden Sie die Stromortskurve aus Beispiel 4.3 ($s_{\text{kippl}}, M_{\text{kippl}}$).

Berechnen Sie zum Vergleich die Hochlaufzeit und die entstehenden Wärmemengen, wenn der Motor direkt eingeschaltet werden würde.

Berechnen Sie die zugehörigen Erwärmungen von Ständer- und Läuferwicklung während eines Anlaufvorganges mit Stufenanlasser sowie zum Vergleich bei direkter Einschaltung (Wicklungsgewichte $G_{W11} = 75 \text{ kg}$, $G_{W12} = 70 \text{ kg}$, Kupfer).

Anlaßverfahren

1. Stern- Dreieck- Anlauf

Niederspannungsmotoren größerer Leistung sind in der Regel für Dreieckschaltung der Ständerwicklung ausgelegt. Beim Einschalten kann zunächst die Wicklung in Sternschaltung ans Netz gelegt werden. Nach erfolgtem Hochlauf wird auf Dreieckschaltung umgeschaltet.

Einschaltstrom und Anzugsmoment werden gegenüber der direkten Einschaltung auf $1/3$ reduziert.

Wegen der um $1/\sqrt{3}$ kleineren Strangspannung sinkt der Strangstrom auf das $1/\sqrt{3}$ -fache. Bei Dreieckschaltung ist der Leiterstrom jedoch $\sqrt{3}$ mal so groß wie der Strangstrom, so daß der Netzstrom auf $1/3$ zurückgeht:

$$I_{AY} = 1/3 \cdot I_{A\Delta}$$

Die Läuferverluste sind im Stillstand proportional zum Anzugsmoment. Wegen des $1/\sqrt{3}$ -fachen Strangstroms geht auch das Anzugsmoment auf

$$M_{AY} = (1/\sqrt{3})^2 \cdot M_{A\Delta} = 1/3 \cdot M_{A\Delta}$$

zurück.

2. Anlauf mit reduzierter Spannung (Sanftanlasser, Anlaßtransformator)

Wird mit Hilfe eines Spannungsstellers, zum Beispiel mit Phasenanschnittsteuerung, oder eines Anlaßtrafos die Spannung beim Einschalten abgesenkt, so kann der Einschaltstrom ebenfalls reduziert werden.

$$M_A(U_{red}) = (U_{red}/U_N)^2 \cdot M_A$$

$$I_A(U_{red}) = U_{red}/U_N \cdot I_A \quad (\text{Spannungssteller})$$

$$I_{ANetz}(U_{red}) = (U_{red}/U_N)^2 \cdot I_A \quad (\text{Anlaßtrafo})$$

Bei Anlauf über Anlaßtransformator geht zwar der Einschaltstrom des Motors nur linear mit der Spannung zurück, der Netzstrom (Strom auf der Primärseite des Transformators) jedoch quadratisch mit der Spannung.

3. Anlassen von AsM mit Schleifringläufer

Bei AsM mit Schleifringläufer kann mit Hilfe von Vorwiderständen der Einschaltstrom reduziert werden, ohne daß sich das Anzugsmoment vermindert (siehe Beispiel 4.3). So ist zum Beispiel auch Anfahren mit Kippmoment und Kippstrom möglich.

4.9 Umrichterspeisung von Asynchronmaschinen

Die Läuferverlustleistung ist das Produkt von Schlupf und Luftspaltleistung.

$$P_{Cu2} = m_1 \cdot R'_2 \cdot (I'_2)^2 = s \cdot P_\delta \quad (4.38)$$

Mit dem Zusammenhang zwischen Speisefrequenz, Polpaarzahl und synchroner Drehzahl,

$$n_1 = f_1 / p, \quad (4.22)$$

folgt daher, daß Drehstromasynchronmaschinen im Dauerbetrieb nur in der Nähe der Synchrondrehzahl wirtschaftlich sinnvoll betrieben werden können (s_N klein).

Das Einschalten von Vorwiderständen in den Läuferkreis bei Schleifringläufern ist zur Drehzahlstellung nur schlecht geeignet (vergl. Bild 4.14).

Daher existieren nur zwei technisch **und** wirtschaftlich sinnvolle Möglichkeiten zur Drehzahlverstellung:

1. Änderung der Polpaarzahl der Maschine - Polumschaltung

Derartige Wicklungen werden als polumschaltbare Wicklungen bezeichnet. Zwei Polpaarzahlen im Verhältnis 1:2 lassen sich mit einer einzigen Wicklung durch Vertauschung der Wicklungsenden einer Hälfte der Spulen realisieren (Dahlanderwicklung). Bei anderen Polpaarzahlverhältnissen werden in der Regel zwei getrennte Wicklungen ausgeführt. Polumschaltbare Motoren sind wegen der kleinen Fertigungstückzahlen, der aufwendigen Ständerwicklung und der schlechten Ausnutzung teuer und gestatten außerdem nur den Betrieb bei zwei, maximal drei diskreten Drehzahlen.

2. Änderung der Speisefrequenz

Dies ist mit sogenannten Umrichtern möglich. Durch Neuentwicklungen auf dem Gebiet der Leistungshalbleiter und Weiterentwicklung der Steuerungstechnik liegt der Umrichterpreis heute in der Größenordnung des Motorpreises. Mit Hilfe von Umrichtern ist die Motordrehzahl frei einstellbar.

Wegen der geringen Bedeutung und der schlechten Betriebsdaten sollen polumschaltbare Motoren nicht weiter behandelt werden.

Etwa 10% der neu installierten Antriebe mit Niederspannungsasynchronmaschinen im Normleistungsbereich werden an Umrichtern betrieben; der Anteil wächst mit zunehmender Antriebsleistung bis auf etwa 50% (Bemessungsleistung 630 kW und mehr).

Als Umrichter kommen im Leistungsbereich bis etwa 1000 kW bei Spannungen bis zu 690 V hauptsächlich sogenannte Spannungszwischenkreisumrichter (U- Umrichter) zum Einsatz. Diese bestehen aus einem 2pulsigen (bei kleinen Leistungen) oder 6pulsigen Brückengleichrichter und einem Wechselrichter, der die Ausgangsspannung des Gleichrichters

in ein symmetrisches Drehspannungssystem variabler Frequenz und Amplitude umformt. Neben den Spannungszwischenkreisumrichtern gibt es für größere Einzelantriebe Umrichter mit Stromzwischenkreis. Bei langsamlaufenden Antrieben großer Leistung werden zum Teil Direktumrichter eingesetzt.

Bild 4.19 zeigt das Prinzipschaltbild eines Spannungszwischenkreisumrichters mit ungesteuertem Drehstrombrückengleichrichter (B6).

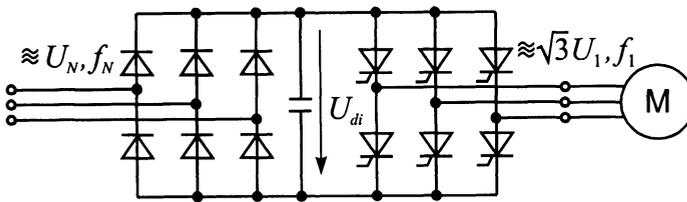


Bild 4.19
Prinzipschaltbild
eines Spannungszwischenkreisumrichters

Der Gleichrichtwert U_{di} der Ausgangsspannung eines ungesteuerten B6-Brückengleichrichters mit der Netzanschlußspannung U_N beträgt

$$U_{di} = 3/\pi \cdot \sqrt{2} \cdot U_N = 1,35 \cdot U_N$$

Bei maximaler Aussteuerung des Wechselrichters (Spannungsblöcke mit einer Breite von 120°) ergibt sich für die Grundswingungsamplitude der Ausgangsspannung

$$\begin{aligned} U_{1max} &= 1/\sqrt{2} \cdot 1/\sqrt{3} \cdot 4/\pi \cdot \cos(\pi/6) \cdot U_{di} = \sqrt{2}/\pi \cdot U_{di} \quad (4.67) \\ &= \sqrt{2}/\pi \cdot (3/\pi \cdot \sqrt{2} \cdot U_N) = 6\sqrt{3}/\pi^2 \cdot U_N / \sqrt{3} \\ &= 1,05 \cdot U_{1N} \end{aligned}$$

Nach dem Induktionsgesetz

$$U_i = N \cdot d\Phi/dt = N \cdot j2\pi f \cdot \Phi$$

folgt, daß bei konstantem Fluß Spannung und Frequenz proportional zueinander verstellt werden müssen. Etwas oberhalb der Nennfrequenz (=Netzfrequenz, in Europa: 50 Hz) kann die Spannung nach Gl. (4.67) nicht weiter gesteigert werden. Der Fluß nimmt mit $1/f$ ab. Der Betrieb bei Speisefrequenzen oberhalb der Netzfrequenz wird daher als Feldschwächbetrieb bezeichnet.

Bild 4.20 zeigt, wie sich durch Variation der Pulsbreiten die Amplitude der Grundswingung und die Frequenz der Ausgangsspannung des Umrichters verändern, wobei die Zeitverläufe deutliche Abweichungen von der Sinusform zeigen. Aus den Spannungsüberschwingungen resultieren

parasitäre Effekte, wie zum Beispiel Verluste, Geräusche und Pendelmomente, die an dieser Stelle nicht näher behandelt werden sollen.

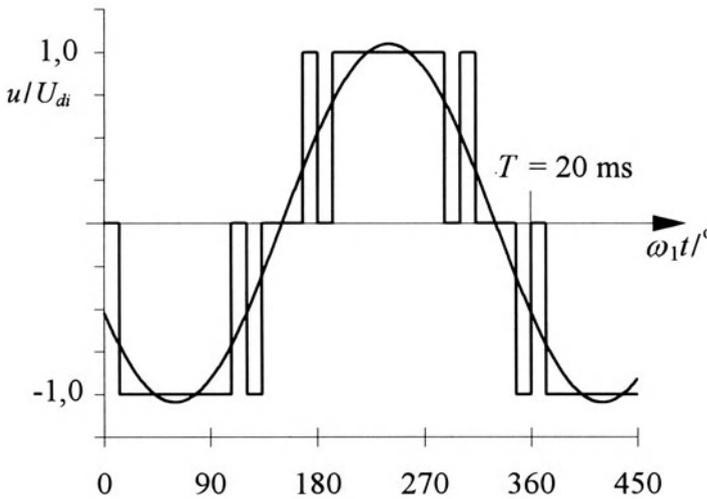
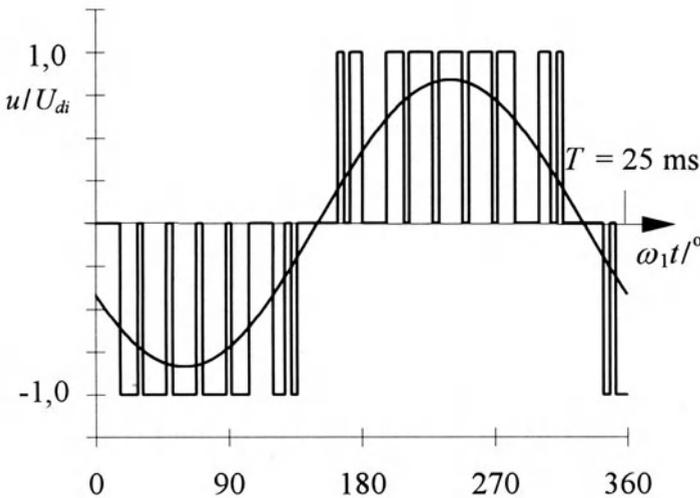


Bild 4.20
Pulsbreitenmodulierte Ausgangsspannung eines Pulsumrichters (verketteter)

a) $U_1 = 400 \text{ V}/\sqrt{3}$,
 $f_1 = 50 \text{ Hz}$
(3pulsig)



b) $U_1 = 320 \text{ V}/\sqrt{3}$,
 $f_1 = 40 \text{ Hz}$,
(9pulsig)

Weiterhin wird deutlich, daß die Messung der Umrichterausgangsspannung durch direktanzeigende konventionelle Meßgeräte (Drehspul-, Dreheisenmeßwerk) wegen des von der Aussteuerung abhängigen Oberschwingungsgehalts problematisch ist. Aus den Ausschlägen von Drehspul- oder Dreheisenmeßwerk kann wegen des eingeschränkten Frequenzbereichs der Meßgeräte weder auf die Grundschwingung noch auf

den Effektivwert geschlossen werden. Zur Messung von Strömen, Spannungen und Leistungen umrichter gespeister Motoren müssen daher Spektrumanalysatoren eingesetzt werden.

Nachfolgend wird das Betriebsverhalten der umrichter gespeisten Asynchronmaschine abgeleitet. Dabei soll das vereinfachte Ersatzschaltbild zugrundegelegt und der Ständerwicklungswiderstand vernachlässigt werden. Zur Abkürzung sollen mit X_h und X_k die Reaktanzen bei Netzfrequenz f_N bezeichnet werden. Eine ausführliche Darstellung des Betriebsverhaltens von Asynchronmaschinen am Umrichter ist in [10] zu finden.

1. Betrieb mit konstantem Fluß

Im Frequenzbereich bis $f_N = 50$ Hz wird die Ausgangsspannung proportional zur Frequenz verstellt: $U_1 = U_N \cdot f_1 / f_N$

Damit beträgt der bezogene Läuferstrom beim Schlupf s

$$\begin{aligned} \underline{I}'_2 &= - \frac{U_{1N} \cdot f_1 / f_N}{R'_2 / s + jX_k \cdot f_1 / f_N} = - \frac{U_{1N}}{R'_2 / (s \cdot f_1 / f_N) + jX_k} \\ &= - \frac{U_{1N}}{R'_2 / (f_2 / f_N) + jX_k} \end{aligned}$$

Bei Speisung mit der Frequenz f_1 bzw. f_N stellt sich derselbe Läuferstrom ein, wenn die Läuferfrequenzen identisch sind. Das Kippmoment

$$\begin{aligned} M_{kipp} &= \pm \frac{m_1}{2\pi n_1} \cdot \frac{U_1^2}{2X_k} \quad (R_1 = 0) \quad (4.43b) \\ &= \pm \frac{m_1}{2\pi f_1 / p} \cdot \frac{U_{1N}^2 (f_1 / f_N)^2}{2X_k \cdot f_1 / f_N} \\ &= \pm \frac{m_1}{2\pi f_N / p} \cdot \frac{U_{1N}^2}{2X_k} \end{aligned}$$

ist gegenüber dem Betrieb am Netz unverändert. Ebenso unverändert sind die Punkte P_0 und P_∞ der Stromortskurve:

$$\underline{I}_0 = \frac{U_{1N} \cdot f_1 / f_N}{jX_h \cdot f_1 / f_N} = \frac{U_{1N}}{jX_h} \quad (4.68)$$

$$\underline{I}_{1\infty} = \frac{U_{1N} \cdot f_1 / f_N}{jX_h \cdot f_1 / f_N} + \frac{U_{1N} \cdot f_1 / f_N}{jX_k \cdot f_1 / f_N} = U_{1N} \left(\frac{1}{jX_h} + \frac{1}{jX_k} \right) \quad (4.69)$$

Die Stromortskurve der mit konstantem Fluß betriebenen Asynchronmaschine ist also frequenzunabhängig. Wird die Stromortskurve für Netzbetrieb mit der Läuferfrequenz parametrisiert, so kann diese Parametrierung auch für Betrieb bei variabler Frequenz übernommen werden. Die Drehmoment- Drehzahl- Kennlinien sind um die Differenz $f_N/p - f_1/p$ parallel gegenüber der M - n - Kennlinie bei Netzbetrieb verschoben.

2. Betrieb im Feldschwäcbereich ($f_1 > f_N$)

Im Feldschwäcbereich mit $U_1 = \text{konst.} = U_N$ "schrumpft" die Stromortskurve um den Faktor f_N/f_1 .

$$\underline{I}_0 = \frac{U_{1N}}{jX_h \cdot f_1/f_N} = \frac{U_{1N}}{jX_h} \cdot \frac{f_N}{f_1} \quad (4.70)$$

$$\underline{I}_{1\infty} = \frac{U_{1N}}{jX_h \cdot f_1/f_N} + \frac{U_{1N}}{jX_k \cdot f_1/f_N} = U_{1N} \left(\frac{1}{jX_h} + \frac{1}{jX_k} \right) \cdot \frac{f_N}{f_1} \quad (4.71)$$

Das Kippmoment geht quadratisch mit der Frequenz zurück.

$$\begin{aligned} M_{kipp} &= \pm \frac{m_1}{2\pi n_1} \cdot \frac{U_1^2}{2 \cdot X_k} & (R_1 = 0) & \quad (4.43b) \\ &= \pm \frac{m_1}{2\pi f_1/p} \cdot \frac{U_{1N}^2}{2 X_k \cdot f_1/f_N} \\ &= \pm \frac{m_1}{2\pi f_N/p} \cdot \frac{U_{1N}^2}{2 X_k} \cdot \left(\frac{f_N}{f_1} \right)^2 \end{aligned}$$

Im Feldschwäcbereich geht demnach die Überlastbarkeit des Motors zurück. Dies ist vor allem bei Antrieben mit sehr weitem Feldschwäcbereich, wie zum Beispiel Hauptspindelantrieben für Werkzeugmaschinen, von Bedeutung.

Aus der Kloss'schen Formel kann die Steigung des geraden Teils der M - n - Kennlinie berechnet werden:

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dn} &= - \frac{2 M_{kipp}}{n_1 \cdot s_{kipp}} = - \frac{2 M_{kipp}(f_N) \cdot (f_N/f_1)^2}{f_1/p \cdot R'_2/(X_k \cdot f_1/f_N)} & (4.72) \\ &= - \frac{2 M_{kipp}(f_N)}{f_N/p \cdot s_{kipp}(f_N)} \cdot \left(\frac{f_N}{f_1} \right)^2 \end{aligned}$$

Die Steigung des geraden Teils der M - n - Kennlinie nimmt ebenfalls quadratisch mit der Frequenz ab; die Maschine wird "weicher".

Bild 4.21 zeigt die Drehmoment- Drehzahl- Kennlinien des Motors nach Beispiel 4.1 für $f_1 = 30, 40, 50, 60, 70$ Hz.

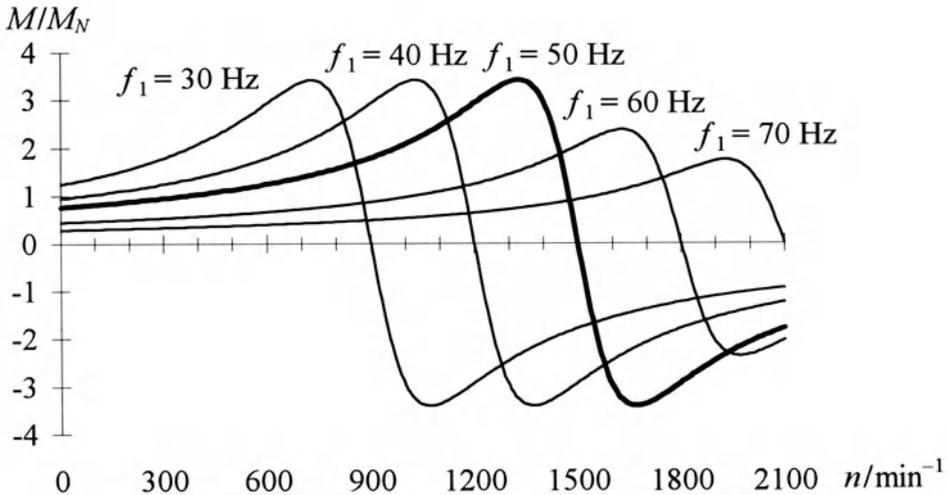


Bild 4.21

Drehmoment- Drehzahlkennlinien einer AsM bei variabler Speisefrequenz

$f_1 \leq 50$ Hz: $U_1 \sim f_1$ (konstanter Fluß), $f_1 > 50$ Hz: $U_1 = \text{konst.}$ (Feldschwächbereich)

Aus wirtschaftlichen Gründen werden die Umrichter in der Regel nur für S1- Betrieb mit Motornennstrom bemessen. Aus diesem Grund sind auch im Überlastbetrieb nur die Kennlinienäste bis etwa zum 1,6fachen Nennmoment von Bedeutung.

Beispiel 4.5

Ein umrichtergespeister Drehstromasynchronmotor dient als Antrieb eines Bandwicklers (siehe Bild 6.1, Ausführung ohne Getriebe).

Motordaten: $P_N = 22 \text{ kW}$ $U_N = 400 \text{ V } (\Delta)$ $I_N = 39 \text{ A}$
 $\cos \varphi_N = 0,83$ $n_N = 976 \text{ min}^{-1}$ $f_N = 50 \text{ Hz}$
 $M_{kipp} = 3,4 M_N$

Wicklerdaten: $F_{Zug} = 340 \text{ N}$ $v = 15 \text{ m/s}$
 $d_{min} = 0,25 \text{ m}$ $d_{max} = 1,25 \text{ m}$
 Papierbreite $B = 2,5 \text{ m}$
 Papierdicke $d_p = 110 \cdot 10^{-6} \text{ m}$
 Dichte $\rho = 0,93 \text{ kg/dm}^3$

Das Trägheitsmoment des Motors und der leeren Trommel darf vernachlässigt werden. Alle Verluste außer den Stromwärmeverlusten im Läuferkreis dürfen vernachlässigt werden. Die Ausgangsspannung des Umrichters ist im Bereich $0 \leq U \leq U_N$ stufenlos einstellbar.

$$0 \leq f_1 \leq f_N = 50 \text{ Hz: } U(f_1) = U_N / f_N \cdot f_1,$$

$$f_N \leq f_1 \leq f_{1max} = 100 \text{ Hz: } U(f_1) = \text{konst.} = U_N.$$

Die Änderung des Trägheitsmomentes während des Aufwickelns darf vernachlässigt werden.

- Berechnen Sie die Drehzahl n_{max} und das Drehmoment M_{min} am Anfang des Wickelvorgangs (Trommel leer).
- Berechnen Sie die Drehzahl n_{min} und das Drehmoment M_{max} am Ende des Wickelvorgangs (Trommel voll).
- Berechnen Sie die Zeitfunktion des Trommeldurchmessers $d_{Tr}(t)$ und der Drehzahl $n(t)$ während des Aufwickelvorgangs!

Anleitung: Berechnen Sie zunächst das aufgewickelte Papiervolumen als Funktion des Durchmessers $d_{Tr}(t)$. Ermitteln Sie mit Hilfe der Papierlänge $l(t) = v \cdot t$ die Zeitfunktion des Durchmessers aus dem Volumen.

Wie lange dauert der Aufwickelvorgang?

- Zeichnen Sie die Stromortskurve des Leiterstroms ($m_l = 20 \text{ A/cm}$). Bestimmen Sie

- Streureaktanz X_k ,
- Läuferwiderstand R'_2 ,
- Kippschlupf s_{kip} .

Wie müssen die Maßstäbe der Stromortskurve verändert werden, damit die Stromortskurve auch für den Feldschwächbereich verwendet werden kann? Wie ändert sich die Parametrierung der Ortskurve?

- Berechnen Sie näherungsweise die zu Beginn des Aufwickelvorgangs einzustellende Frequenz f_{1a} .

Anleitung: Verwenden Sie die lineare Näherung

$$M(s) = M_{min} = M_{kip}(f_{1a}) / s_{kip}(f_{1a}) \cdot s.$$

Setzen Sie den Schlupf in die Frequenzgleichung

$$f_{1a} = p \cdot n_{max} + s \cdot f_{1a}$$

ein und bestimmen Sie hieraus die Ständerfrequenz f_{1a} .

- Wie groß ist der Motorstrom zu Beginn des Aufwickelvorgangs? Zeichnen Sie hierzu die Gerade $P = \text{konst.} = F_{Zug} \cdot v$ in die Stromortskurve ein.

- g) Bis zu welcher Drehzahl wird der Motor im Feldschwächbereich betrieben?
- h) Berechnen Sie die Spannung U und den Strom I_1 am Ende des Aufwickelvorgangs.

Die volle Trommel soll in $t_{Br} = 30$ s durch generatorische Bremsung stillgesetzt werden. Die Zugkraft F_{Zug} ist dabei Null.

- i) Berechnen Sie das Trägheitsmoment der Trommel und das erforderliche Bremsmoment! Wie groß ist der Motorstrom während des Bremsvorganges?
- j) Nach welcher Zeitfunktion muß die Klemmenspannung verstellt werden, damit der Bremsvorgang mit konstantem Bremsmoment nach i) erfolgt?

4.10 Verluste, Wirkungsgrad

Infolge der stetig steigenden Energiekosten kommt den Verlusten und damit auch deren meßtechnischer Bestimmung wachsende Bedeutung zu. Im Leistungsbereich oberhalb 1 MW sind Verlustbewertungen von bis zu DM 3000...5000,- pro kW Verlustleistung üblich.

Bei kleineren elektrischen Maschinen ist die meßtechnische Bestimmung von Verlusten und Wirkungsgrad durch direkte Leistungsmessung möglich. Im Motorbetrieb ergeben sich die Motorverluste aus der Differenz zwischen der aufgenommenen elektrischen Leistung und der mechanisch an der Welle abgegebenen Leistung.

$$P_V = P_{auf} - P_{ab} = P_{el} - P_{mech} \Rightarrow \eta = P_{mech} / P_{el}$$

Bei den hohen Wirkungsgraden größerer elektrischer Maschinen ist die Ermittlung der Verluste durch direkte Leistungsmessung problematisch, da sich elektrisch aufgenommene und mechanisch abgegebene Leistung nur wenig unterscheiden und der Fehler der Differenz selbst bei kleinen Meßfehlern der Einzelleistungen unzulässig groß wird. Aus diesem Grund wird der Wirkungsgrad indirekt bestimmt. Hierzu werden die einzelnen Verlustanteile getrennt erfaßt. Es sind

- lastabhängige Verluste, wie zum Beispiel
- Stromwärmeverluste in den Wicklungen,
- Übergangsverluste an den Bürsten der Gleichstrommaschinen sowie bei Asynchronmaschinen mit Schleifringläufer,

- lastunabhängige Verluste, wie zum Beispiel
 - Eisenverluste,
 - Reibungsverluste (bei rotierenden elektrischen Maschinen: Lager-, Bürsten- und Luftreibungsverluste),
- lastabhängige Zusatzverluste
 - pauschale Zusammenfassung von verschiedenen Verlustanteilen durch Wirbelströme, Oberfelder, Kommutierung usw.
- Erregerverluste (bei Gleichstrom- und Synchronmaschinen)

zu unterscheiden. Der Wirkungsgrad bei Bemessungsbetrieb ist im allgemeinen in den Katalogen der Hersteller angegeben. Um Verluste und Wirkungsgrad auch bei Teillastbetrieb oder bei Betrieb an variabler Spannung oder bei veränderlicher Frequenz bestimmen zu können, werden die Einzelverluste nach Art ihrer Abhängigkeit von den elektrischen Betriebsgrößen aufgeteilt.

Die Eisenverluste sind abhängig von der Induktion und der Frequenz. Handelsübliche Elektroblechsorten werden durch die Verluste bei $B = 1,5 \text{ T}$ und $f_N = 50 \text{ Hz}$ bezeichnet.

Beispiel: V800-50a: 8 W Eisenverluste pro kg, Blechdicke 0,5 mm.

Die Eisenverluste setzen sich zusammen aus den Ummagnetisierungsverlusten (Hystereseverluste) und den Verlusten durch Wirbelströme im Eisen (Wirbelstromverluste); sie nehmen durch die Verarbeitung (stanzen, paketieren) deutlich zu. Bei Induktionen im Bereich von 1...1,5T können die Hystereseverluste mit hinreichender Genauigkeit durch

$$\frac{V_H(f, B)}{V_H(f_N, B_N)} = \frac{f}{f_N} \cdot \left(\frac{B}{B_N}\right)^2 \quad (4.73)$$

beschrieben werden, während die Wirbelstromverluste quadratisch von Spannung und Frequenz abhängig sind:

$$\frac{V_W(f, B)}{V_W(f_N, B_N)} = \left(\frac{f}{f_N}\right)^2 \cdot \left(\frac{B}{B_N}\right)^2 \quad (4.74)$$

Bei **konstantem Fluß** ($B = \text{konst.}$, d.h. $U/f = \text{konst.}$) setzen sich die Eisenverluste aus zwei Komponenten mit linearer bzw. quadratischer Frequenzabhängigkeit zusammen.

$$v_{Fe}(f, \Phi = \Phi_N) = v_H(f_N, \Phi_N) \cdot f/f_N + v_W(f_N, \Phi_N) \cdot (f/f_N)^2$$

Für Elektroblech V800-50a verhalten sich bei $f_N = 50 \text{ Hz}$ Hystereseverluste und Wirbelstromverluste etwa wie 3:1.

Bei **konstanter Spannung** (Feldschwächbereich) vermindert sich der Hystereseeanteil mit steigender Frequenz, während der Wirbelstromanteil konstant bleibt.

$$v_{Fe}(f, \Phi \sim 1/f) = v_H(f_N, \Phi_N) \cdot f_N / f + v_W(f_N, \Phi_N)$$

Bei **konstanter Frequenz** sind die Eisenverluste quadratisch von der Spannung abhängig.

$$\begin{aligned} v_{Fe}(f_N, U) &= v_H(f_N, \Phi_N) \cdot (UIU_N)^2 + v_W(f_N, \Phi_N) \cdot (UIU_N)^2 \\ &= v_{Fe}(f_N, U_N) \cdot (UIU_N)^2 \end{aligned}$$

Diese Spannungsabhängigkeit wird zur Trennung der Eisen- und Reibungsverluste benutzt. Im Leerlauf bei konstanter Frequenz ($f = f_N, s \approx 0$) beträgt die aufgenommene Wirkleistung

$$P_0 = P_{Cu10} + P_{Fe} + P_{Reib} = m_1 R_1 I_{10}^2 + P_{FeN} \cdot (UIU_N)^2 + P_{Reib}$$

Somit setzt sich die Differenz zwischen der aufgenommenen Wirkleistung P_0 und den Stromwärmeverlusten im Leerlauf P_{Cu10} ,

$$P_0 - P_{Cu10} = P_{FeN} \cdot (UIU_N)^2 + P_{Reib},$$

aus einem konstanten (P_{Reib}) und einem quadratisch von der Spannung abhängigen Anteil (P_{Fe}) zusammen. Daher wird die im Leerlauf aufgenommene Wirkleistung P_0 im Spannungsbereich zwischen etwa $0,3 \cdot U_N$ und $1,2 \cdot U_N$ gemessen und die Differenz $P_0 - P_{Cu10}$ über dem Quadrat der Spannung aufgetragen (Bild 4.22).

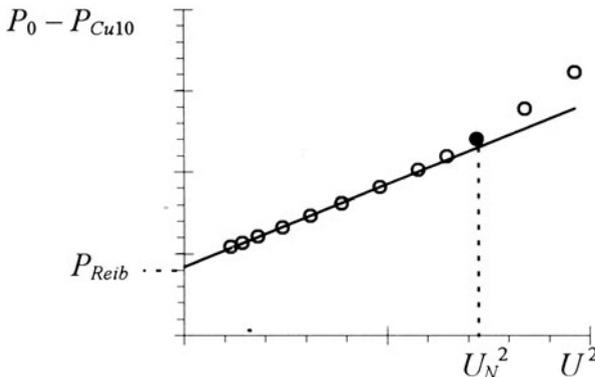


Bild 4.22
Zur Trennung der Eisen- und Reibungsverluste

Die Extrapolation für $U = 0$ ergibt die Reibungsverluste. Bei der Linearisierung wurden die Meßwerte für $U > U_N$ nicht berücksichtigt, da bei stärkerer Sättigung ein überquadratischer Anstieg der Verluste zu sehen ist (Verluste im massiven Gehäuse).

Zur Berechnung der Stromwärmeverluste in der Ständerwicklung wird der gemessene Kaltwiderstand auf eine von der Wärmeklasse abhängige Bezugstemperatur umgerechnet.

$$P_{Cu1} = m_1 \cdot R_{1W} \cdot I_1^2 = P_{Cu1N} \cdot (I/I_N)^2 \quad (4.75)$$

$$R_{1W} = R_{1k} \cdot (1 + \alpha \Delta \vartheta) \quad (4.76)$$

mit α : Temperaturkoeffizient des elektrischen Widerstands,

$$\alpha = 0,004 \text{ 1/K}$$

$\Delta \vartheta = 55 \text{ K}$ für Wärmeklasse B,

$\Delta \vartheta = 75 \text{ K}$ für Wärmeklasse F,

R_{1k} : Kaltwiderstand bei 20°C

Die Stromwärmeverluste in der Läuferwicklung werden mit Hilfe des Gesetzes über die Spaltung der Luftspaltleistung aus der mechanischen Leistung berechnet.

$$P_{Cu2} = s \cdot P_\delta = s / (1 - s) \cdot P_{mech} \quad (4.77)$$

Die lastabhängige Umrechnung der Läuferstromwärmeverluste kann mit der Näherung $I_1 \approx I'_2$ ebenfalls quadratisch mit dem Strom vorgenommen werden.

$$P_{Cu2} \approx P_{Cu2N} \cdot (I/I_N)^2 \quad (4.78)$$

Die lastabhängigen Zusatzverluste für Drehstromasynchronmaschinen werden nach DIN 57530 Teil 2 (VDE 0530 Teil 2) pauschal mit 0,5% der aufgenommenen Wirkleistung berücksichtigt und quadratisch mit dem Strom umgerechnet.

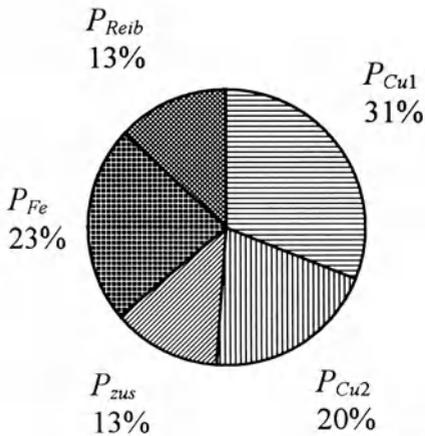
$$P_{zus} = P_{zusN} \cdot (I/I_N)^2 \text{ mit } P_{zusN} = 0,005 \cdot \sqrt{3} \cdot U_N \cdot I_N \cdot \cos \varphi_N \quad (4.79)$$

Die tatsächlich auftretenden Zusatzverluste sind insbesondere bei Maschinen kleiner Leistung deutlich größer und betragen etwa 1,5...2,5% der aufgenommenen Wirkleistung.

Mit der Näherung $M \sim I$, die bei Belastungen zwischen 25% und 125% des Nennmoments recht gut erfüllt ist (Nebenschlußverhalten der AsM, vergl. Bild 4.13), kann die Abhängigkeit der Verluste in guter Näherung durch

$$P_V \approx (P_{Cu1N} + P_{Cu2N} + P_{zusN}) \cdot (P/P_N)^2 + P_{FeN} \cdot (U/U_N)^2 + P_{Reib} \quad (4.80)$$

beschrieben werden. Bild 4.23 zeigt für einen listenmäßigen vierpoligen oberflächengekühlten Transnormmotor mit einer Bemessungsleistung von $P_N = 200 \text{ kW}$, Wirkungsgrad $\eta_N = 96,1\%$ die Aufteilung der Verlustleistung im Nennbetrieb.

**Bild 4.23**

Aufteilung der Verluste für einen Transnormmotor

Die Gesamtverluste betragen $P_{VN} = (1 - \eta_N) / \eta_N \cdot P_N = 8,1 \text{ kW}$, davon lastunabhängig 3 kW (= 36 %), lastabhängig 5,1 kW (= 64%).

Der Anteil der Eisen- und Reibungsverluste ist von der Polpaarzahl abhängig: zweipolige Maschinen haben tendenziell höhere Reibungsverluste und kleinere Eisenverluste, während bei höherpoligen Maschinen die Reibungsverluste geringer und die Eisenverluste größer sind. Die Größenordnung der Aufteilung der Verluste (etwa 1/3 lastunabhängig, 2/3 lastabhängig) kann jedoch durchaus als typisch angesehen werden.

Ähnlich wie beim Transformator ist der Wirkungsgrad lastabhängig. Der maximale Wirkungsgrad tritt wie beim Transformator dann auf, wenn die lastabhängigen Verluste gleich den lastunabhängigen Verlusten sind.

$$\eta_{max} \text{ bei } \left(\frac{P}{P_N}\right)^2 = \frac{P_{FeN} + P_{Reib}}{P_{Cu1N} + P_{Cu2N} + P_{zusN}} \quad (4.81)$$

Für eine Verlustaufteilung von lastunabhängigen zu lastabhängigen Verlusten von 1/3 : 2/3 liegt das Wirkungsgradoptimum nach Gl. (4.81) etwa bei 3/4- Last:

$$\eta_{max} \text{ bei } P/P_N = (1/3 : 2/3)^{1/2} = \sqrt{1/2} = 0,71.$$

In Bild 4.24 ist der nach dem Einzelverlustverfahren berechnete Wirkungsgrad sowie der durch Verlustumrechnung nach Gl. (4.80) näherungsweise ermittelte Wirkungsgrad als Funktion der Belastung dargestellt. Auch im Teil- und Überlastbereich zeigt sich eine recht gute Übereinstimmung mit der genauen Berechnung. Die dargestellten Kurven ver-

laufen im Bereich des Wirkungsgradmaximums recht flach; erst bei kleiner Last sinkt der Wirkungsgrad deutlich ab.

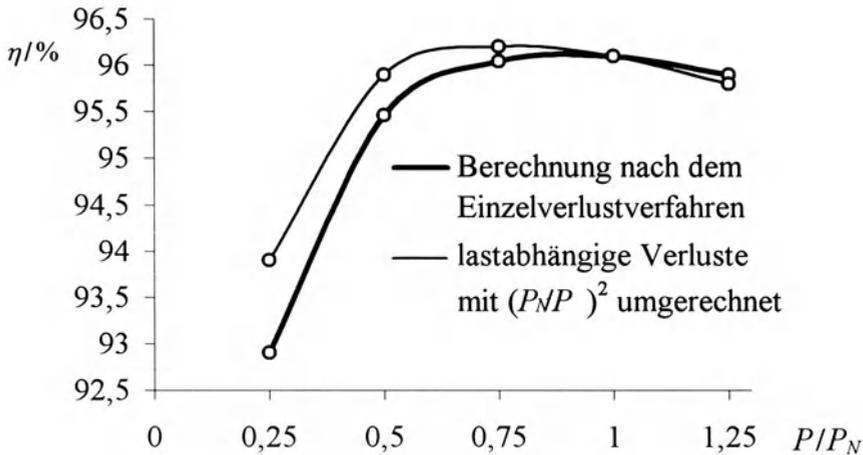


Bild 4.24 Wirkungsgrad als Funktion der Belastung (Motordaten siehe Beispiel 4.2)

4.11 Motorerwärmung, Explosionsschutz

Asynchronmaschinen sind in der Regel so bemessen, daß die bei Belastung mit dem Bemessungsdrehmoment auftretenden Verluste zu der entsprechend der Wärmeklasse des Isoliersystems zulässigen Übertemperatur führen. Zur Ermittlung des Zeitverlaufs der **Motorerwärmung** soll die Maschine als **ein** homogener Körper betrachtet werden, der am Ende des Erwärmungsvorgangs die mittlere stationäre Übertemperatur $\Delta \vartheta_{M\infty N}$ aufweist. Die stationäre Übertemperatur ist proportional zu den auftretenden Verlusten und zum Wärmeübergangswiderstand, der durch die Kühlfläche und die Kühlungsbedingungen (Volumenstrom, Strömungsgeschwindigkeit) bestimmt ist. Die Wicklungsübertemperatur, die bei oberflächengekühlten Motoren stets größer als die mittlere Motorübertemperatur ist, darf den der Wärmeklasse zugeordneten Grenzwert nicht überschreiten (EN 60034-1:1995, siehe auch Abschnitt 2.7). Die zulässige Wicklungserwärmung begrenzt die mechanische Leistung, die bei ungünstigen Kühlungsbedingungen (Umgebungstemperatur über 40°C , Aufstellungshöhe über 1000 m) reduziert werden muß.

Der Dauerbetrieb (Betriebsart S1) der AsM ist daher nur für $|s| \leq s_N$ zulässig; der Betrieb mit größerem Schlupf würde wegen $I > I_N$ zu unzulässig hohen Wicklungserwärmungen führen. Aus diesem Grund darf die AsM bei großem Schlupf ($|s| > s_N$), wie zum Beispiel beim Anlauf oder im Gegenstrombremsbereich, nur kurzzeitig betrieben werden. So muß die AsM gegen ein längeres Blockieren nach dem Einschalten durch Motorschutzschalter oder in die Wicklung eingebaute Temperaturfühler mit angeschlossenem Auslösegerät geschützt werden.

Zunächst wird der Zeitverlauf der mittleren Motorübertemperatur ermittelt.

Der Quotient aus der mittleren stationären Motorerwärmung und den elektrischen Motorverlusten wird als Wärmeübergangswiderstand bezeichnet.

$$R_{th} = \Delta \mathcal{G}_{M\infty N} / P_{VelN} \quad (4.82)$$

Aus der mittleren spezifischen Wärmekapazität und dem Motorgewicht kann die Wärmekapazität berechnet werden.

$$C_{th} = c_W \cdot m \quad (4.83)$$

Zur Berechnung des Zeitverlaufs der mittleren Motorübertemperatur soll unterstellt werden, daß der Motor nach dem Einschalten das Drehmoment $M = M_g$ abgibt. Die zugehörigen elektrischen Verluste können nach Gl. (4.80) bestimmt werden ($P \sim M$, $U = U_N$).

$$P_{Vel} \approx (P_{Cu1N} + P_{Cu2N} + P_{zusN}) \cdot (M_g / M_N)^2 + P_{FeN} \quad (4.84)$$

Die zugehörige stationäre Übertemperatur beträgt

$$\Delta \mathcal{G}_{M\infty B} = (P_{Vel} / P_{VelN}) \cdot \Delta \mathcal{G}_{M\infty N} \quad (4.85)$$

Die Zeitfunktion der Motorübertemperatur wird durch eine Exponentialfunktion beschrieben.

$$\Delta \mathcal{G}_M(t) = \Delta \mathcal{G}_{M0} + (\Delta \mathcal{G}_{M\infty B} - \Delta \mathcal{G}_{M0}) \cdot (1 - e^{-t/\tau_{th}}) \quad (4.86)$$

Die thermische Zeitkonstante ist das Produkt von Wärmeübergangswiderstand R_{th} und Wärmekapazität C_{th} .

$$\tau_{th} = R_{th} \cdot C_{th} \quad (4.87)$$

Bild 4.25 zeigt für $\Delta \mathcal{G}_{M0} = 0$ (Motor vor dem Einschalten kalt) den Zeitverlauf der Motorübertemperatur in bezogener Darstellung. Nach einer Zeitkonstante ($t = \tau_{th}$) sind 63% des Endwertes erreicht; nach drei Zeitkonstanten ist der Ausgleichsvorgang nahezu abgeklungen (Abweichung von Endwert $< 5\%$). Die Ursprungstangente schneidet den Endwert bei

$$t = \tau_{th}.$$

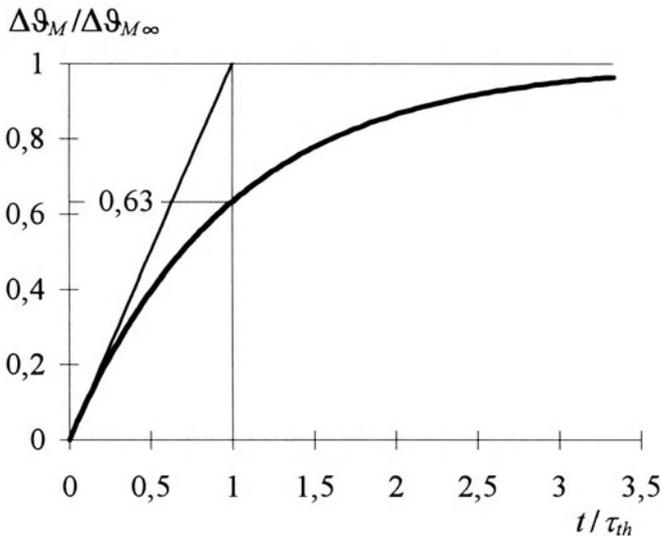


Bild 4.25
Zeitverlauf der Motor-
übertemperatur nach
dem Einschalten

In der Praxis werden viele Motoren nicht mit einem zeitlich konstanten Drehmoment belastet. In EN 60034-1 sind daher außer dem Dauerbetrieb (S1, thermischer Beharrungszustand wird erreicht) weitere Betriebsarten, wie zum Beispiel Kurzzeitbetrieb (S2, nach Belastung Abkühlung auf Umgebungstemperatur) oder ununterbrochener periodischer Betrieb (S6, Folge identischer Lastspiele mit konstanter Belastung und anschließendem Leerlauf) definiert.

Die Motorerwärmung im S6- Betrieb soll quantitativ ermittelt werden. Die während der Belastungszeit t_B (Lastmoment $M = M_g$) entstehenden elektrischen Verluste können nach Gl. (4.84) bestimmt werden. Während der Leerlaufzeit t_L entstehen die Leerlaufverluste P_{0el} . Da im Leerlauf die Proportionalität $M \sim I$ nicht gegeben ist ($M = 0, I = I_0$), sind die Verluste durch Summation der Stromwärmeverluste in der Ständerwicklung und der Eisenverluste zu bestimmen.

$$P_{0el} = P_{Cu1N} \cdot (I_0 / I_N)^2 + P_{FeN}$$

Die Summe aus Belastungszeit und Leerlaufzeit ist die Spieldauer, die nach EN 60034-1 10 min betragen muß. Das Verhältnis zwischen Belastungszeit und Spieldauer wird als relative Einschaltdauer (ED) bezeichnet und kann die Werte 15%, 25%, 40% oder 60% haben.

$$ED = t_B / (t_B + t_L)$$

Bild 4.26 zeigt für S6- Betrieb das Lastmoment und die elektrischen Motorverluste als Funktion der Zeit.

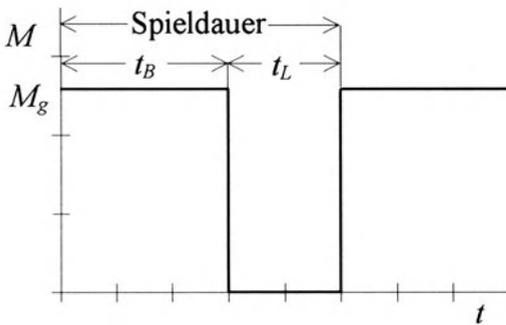
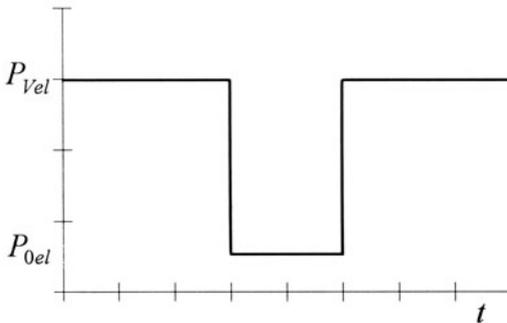


Bild 4.26
Belastung (M) bei S6- Betrieb



elektrische Verluste (P_{Vel}) bei S6- Betrieb

Da die während eines Spiels entstehende mittlere Verlustleistung nicht größer sein darf, als die Verluste bei Bemessungsbetrieb, folgt

$$P_{VelN} \cdot (t_B + t_L) = (P_{VelN} - P_{0el}) \cdot (M_g/M_N)^2 \cdot t_B + P_{0el} \cdot t_L.$$

Bei Vernachlässigung der Stromwärmeverluste während der Leerlaufzeit ($P_{0el} \approx P_{FeN}$) ergibt sich für das im S6- Betrieb thermisch zulässige Drehmoment ein besonders einfacher Ausdruck.

$$M/M_N \approx \sqrt{(t_B + t_L) / t_B} = \sqrt{1/ED}. \quad (4.88)$$

Das Moment ist proportional zur Wurzel aus dem Kehrwert der Einschaltdauer. Während des ersten Lastspiels erwärmt sich der Motor zunächst nach Gl. (4.86) auf die Temperatur

$$\Delta \mathcal{G}_M(t_B) = \Delta \mathcal{G}_{M0} + (\Delta \mathcal{G}_{M\infty B} - \Delta \mathcal{G}_{M0}) \cdot (1 - e^{-t_B/\tau_{th}}).$$

Mit der stationären Erwärmung bei Leerlauf,

$$\Delta \mathcal{G}_{M\infty L} = (P_{0el} / P_{VelN}) \cdot \Delta \mathcal{G}_{M\infty N},$$

die im allgemeinen deutlich kleiner ist als die stationäre Übertemperatur bei Nennbetrieb, und dem Anfangswert $\Delta \vartheta_{M0} = \Delta \vartheta_M(t_B)$ lautet der Temperaturverlauf während der ersten Leerlaufphase

$$\Delta \vartheta_M(t) = \Delta \vartheta_{M\infty L} \cdot (1 - e^{-t/\tau_{th}}) - \Delta \vartheta_M(t_B) \cdot e^{-t/\tau_{th}}. \quad (4.89)$$

Nach der Leerlaufzeit t_L wird der Endwert

$$\Delta \vartheta_M(t_L) = \Delta \vartheta_{M\infty L} \cdot (1 - e^{-t_L/\tau_{th}}) - \Delta \vartheta_M(t_B) \cdot e^{-t_L/\tau_{th}}$$

erreicht. Für das zweite Lastspiel kann diese Temperatur als Anfangswert in Gl. (4.86) eingesetzt und damit die Temperatur am Ende der zweiten Belastungsphase berechnet werden. Diese dient wieder als Anfangswert für die zweite Leerlaufphase, so daß der Temperaturverlauf schrittweise berechnet werden kann.

Bild 4.27 zeigt für S6- Betrieb mit 60% Einschaltdauer den Temperaturanstieg als Funktion der Zeit.

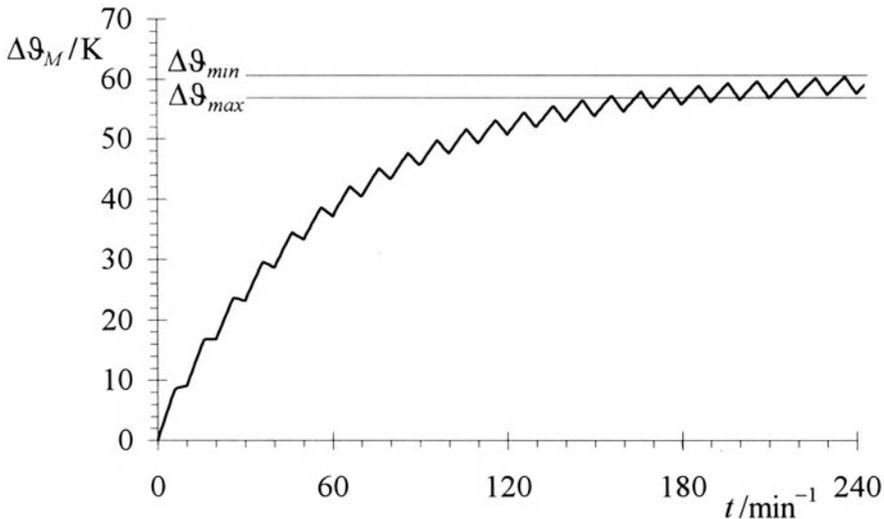


Bild 4.27

Motorübertemperatur nach dem Einschalten (S6- 60%, Daten siehe Beispiel 4.6)

Nach langer Zeit ($t > 3 \cdot \tau_{th}$) werden zum Ende jedes Belastungsintervalls und zum Ende jedes Leerlaufintervalls immer dieselben Temperaturen $\Delta \vartheta_{\max}$, $\Delta \vartheta_{\min}$ erreicht. Aus Gl. (4.86) mit $\Delta \vartheta_{M0} = \Delta \vartheta_{\min}$ und Gl. (4.89) mit $\Delta \vartheta_M(t_B) = \Delta \vartheta_{\max}$ können die Temperaturen $\Delta \vartheta_{\max}$ und $\Delta \vartheta_{\min}$ berechnet werden.

$$\Delta \mathcal{G}_{max} = \frac{\Delta \mathcal{G}_{M\infty B} \cdot (1 - e^{-t_B/\tau_{th}}) + \Delta \mathcal{G}_{M\infty L} \cdot (1 - e^{-t_L/\tau_{th}}) \cdot e^{-t_B/\tau_{th}}}{1 - e^{-t_B/\tau_{th}} \cdot e^{-t_B/\tau_{th}}} \quad (4.90)$$

$$\Delta \mathcal{G}_{min} = \frac{\Delta \mathcal{G}_{M\infty B} \cdot (1 - e^{-t_B/\tau_{th}}) \cdot e^{-t_L/\tau_{th}} + \Delta \mathcal{G}_{M\infty L} \cdot (1 - e^{-t_L/\tau_{th}})}{1 - e^{-t_B/\tau_{th}} \cdot e^{-t_B/\tau_{th}}} \quad (4.91)$$

Beispiel 4.6

Berechnen Sie für einen Motor mit

$$P_N = 200 \text{ kW} \quad \eta_N = 96,1\%$$

$$P_{FeN} = 1867 \text{ W} \quad P_{ReibN} = 1055 \text{ W}$$

$$m = 1200 \text{ kg} \quad \Delta \mathcal{G}_{M\infty N} = 60 \text{ K} \quad c_W = 350 \text{ Ws/kgK}$$

für S6- 40%- Betrieb das zulässige Lastmoment sowie die Temperaturen $\Delta \mathcal{G}_{max}$ und $\Delta \mathcal{G}_{min}$.

Für die quantitative Untersuchung der **Wicklungserwärmung** nach dem Einschalten werden einige Materialeigenschaften der für elektrische Maschinen wichtigsten Leiterwerkstoffe, Kupfer und Aluminium, benötigt, die in Tabelle 4.3 zusammengestellt sind.

Tabelle 4.3 Werkstoffeigenschaften von Kupfer und Aluminium (20°C)

Bezeichnung	Formelzeichen	Einheit	Kupfer	Aluminium
spezifische elektrische Leitfähigkeit	κ	m/(Ω mm ²)	57	36
spezifische Wärmekapazität	c_W	J/kgK	386	910
Dichte	ρ	kg/dm ³	8,96	2,7

Für den Explosionsschutz ist vor allem die Wicklungserwärmung kurz nach dem Einschalten von Bedeutung. Es soll dabei unterstellt werden, daß während kurzer Zeit nach dem Einschalten (bis etwa $t = 30$ s) noch keine Wärmeabgabe an das Blechpaket erfolgt (adiabatische Erwärmung). Die hohen Stromdichten in der Wicklung beim Anlauf führen zu einem steilen Anstieg der Wicklungstemperatur, wie die folgende Abschätzung zeigt. Aus der Stromdichte S in der Wicklung und der spezifischen elektrischen Leitfähigkeit κ kann die Verlustleistungsdichte (Verlustleistung pro Leitervolumen) berechnet werden.

$$P/V = S^2/\kappa$$

Bei adiabatischer Erwärmung beträgt der Temperaturanstieg in der Wicklung

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{P/V}{c_W \cdot \rho} = \frac{S^2}{c_W \cdot \rho \cdot \kappa} \quad (4.92)$$

Die Gleichung (4.92) hat nur etwa für die erste halbe Minute nach dem Einschalten der Maschine Gültigkeit, da für längere Zeiträume die Voraussetzung der adiabatischen Erwärmung nicht mehr erfüllt ist.

Mit der Stromdichte im Stillstand,

$$S = S_A = I_A / I_N \cdot S_N,$$

und den Materialeigenschaften nach Tabelle 4.3 können nach Gleichung (4.92) die Erwärmungsanstiege für den Fall, daß der Läufer beim direkten Einschalten der Maschine an volle Spannung ($U = U_N$) blockiert ist, ermittelt werden (Tabelle 4.4).

Tabelle 4.4 Wicklungstemperaturanstieg bei direktem Einschalten ($U = U_N$, blockierter Läufer, Beispiele)

	Ständerwicklung aus Kupferlackdraht	Aluminiumkäftig	
Bemessungsleistung P_N /kW	37	200	200
Nennstromdichte S_N /(A/mm ²)	5,5	3,7	1,7
Einschaltstrom I_A/I_N	7,4	7,4	8,0
mittlere Wicklungstemperatur ϑ_{W_i}	20°C (kalt)	110°C	150°C
		= 40°C + 70K	= 40°C + 110K
spezifische Leitfähigkeit κ /(1/Ωm)	$57 \cdot 10^6$	$41,9 \cdot 10^6$	$23,7 \cdot 10^6$
Temperaturanstieg $d\vartheta/dt$ /(K/s)	8,4	5,2	3,2

Beim direkten Einschalten des Normmotors nimmt bei blockiertem Läufer die Ständerwicklungstemperatur je Sekunde um 8,4 K zu. Die Größenordnung der zulässigen Festbremszeiten beträgt daher bei normal bemessenen AsM nur etwa 10...20 s.

Im Anhang E zu EN 50019 wird für den Temperaturanstieg in Ständerwicklungen folgender Zusammenhang angegeben:

$$d\vartheta / dt = a \cdot (S_A)^2 \cdot b$$

mit

$$a = 0,0065 \text{ K/s} / (\text{A/mm}^2)^2 \text{ (Kupfer, } a = 1 / (c_W \cdot \rho \cdot \kappa)),$$

$$b = 0,85 \text{ (Reduktionsfaktor zur Berücksichtigung der Wärmeableitung bei getränkten Wicklungen).}$$

Für einen Transnormmotor (Tabelle 4.4, $S_A = 7,4 \cdot 3,7 \text{ A/mm}^2$) ergibt sich ein Temperaturanstieg von

$$d\vartheta / dt = 4,1 \text{ K/s.}$$

Der Vergleich mit dem Temperaturanstieg nach Gl. (4.92) (Tabelle 4.4: 5,2 K/s, ohne Berücksichtigung der Wärmeabgabe der Wicklung) zeigt gute Übereinstimmung.

Wenn elektrische Maschinen in explosionsgefährdeter Umgebung, wie zum Beispiel in der Chemie- oder Erdölindustrie oder in Klärwerken, betrieben werden, dürfen bei Betrieb weder Funken entstehen, noch darf die Zündtemperatur der explosiven Gase oder Dämpfe erreicht werden. Dabei wird unterschieden, ob die explosionsfähige Atmosphäre aus brennbaren Gasen, Dämpfen oder Nebeln ständig oder langfristig (Zone 0), gelegentlich (Zone 1) oder selten und dann auch nur kurzzeitig (Zone 2) auftritt.

Die Betriebsmittel für explosionsgefährdete Bereiche werden in Zündschutzarten eingeteilt.

- erhöhte Sicherheit (EEx e)
- druckfeste Kapselung (EEx d)
- non sparking (nicht funkengebend, EEx n)

Zündschutzart **erhöhte Sicherheit** (EEx e)

Zu keinem Zeitpunkt darf die Temperatur eines beliebigen Maschinenteils die Zündtemperatur nach Tabelle 4.5 erreichen.

Die Zündschutzart EEx e ist bei Käfigläufermotoren im allgemeinen nur durch eine besondere elektrische Bemessung zu erreichen. Schleifringläufermotoren enthalten „betriebsmäßig funkengebende“ Teile und können daher nicht in der Zündschutzart EEx e ausgeführt werden.

Temperaturklasse	Maximale Oberflächen- temperatur
T1	450°C
T2	300°C
T3	200°C
T4	135°C
T5	100°C
T6	85°C

Tabelle 4.5
Temperaturklassen und maxi-
male Oberflächentemperaturen
(Betriebsmittel der Gruppe II,
EN 50 014 [11])

Am Beispiel eines Transnormmotors mit einer Bemessungsleistung von $P_N = 200$ kW soll die zulässige Festbremszeit bei Temperaturklasse T3 (zulässige Maximaltemperatur 200°C, Wärmeklasse B, Grenztemperatur der isolierten Ständerwicklung 110°C [12]) abgeschätzt werden (Übertemperaturen nach Tabelle 4.4, Heißpunkte der Ständerwicklung $\Delta \vartheta_{WiHP} = 10$ K über der mittleren Wicklungsübertemperatur).

$$t_E = (\vartheta_{zul} - (\vartheta_U + \Delta \vartheta_{Wistat} + \Delta \vartheta_{WiHP})) / (d\vartheta/dt) \quad (4.93)$$

$$\begin{aligned} \text{Ständer: } t_E &= (200^\circ\text{C} - (40^\circ\text{C} + 70 \text{ K} + 10 \text{ K})) / (d\vartheta/dt) \\ &= 15,4 \text{ s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Läufer: } t_E &= (200^\circ\text{C} - (40^\circ\text{C} + 110 \text{ K})) / (d\vartheta/dt) \\ &= 15,6 \text{ s} \end{aligned}$$

In [12] sind die Mindestwerte für die Zeit t_E in Abhängigkeit vom Anzugsstromverhältnis genormt (für $I_A / I_N > 7$: $t_E > 5$ s).

Zündschutzart druckfeste Kapselung (EEx d)

Bei einer Explosion im Inneren des Motors darf kein Funke nach außen gelangen. Dies bedingt eine sehr massive Ausbildung von Motorgehäuse und Lagerschilden sowie lange Dichtspalte an der Wellendurchführung sowie zwischen Motorgehäuse und Klemmenkasten.

Zündschutzart non sparking (nicht funkengebend, EEx n)

Betriebsmäßig dürfen weder Funken noch unzulässige Temperaturen (s. Tabelle 4.5) auftreten. Dies ist bei Käfigläufermotoren im Normalfall gewährleistet. Motoren dieser Zündschutzart dürfen nur in Zone 2 eingesetzt werden.

4.12 Asynchrongeneratoren

Aus wirtschaftlichen Gründen (günstige Herstellungskosten, weitgehende Wartungsfreiheit) werden bei kleineren Anlagen anstelle von Synchronmaschinen zum Teil auch Asynchronmaschinen als Generatoren eingesetzt (z. B. Windkraftanlagen). Der generatorische Betrieb von Asynchronmaschinen beim Bremsen (Energierückspeisung ins Netz, zum Beispiel bei Bahnantrieben) ist ohne Schaltungsänderung möglich (Nebenschlußverhalten). Bei Asynchrongeneratoren ist der Betrieb am Netz und der sogenannte Inselbetrieb zu unterscheiden.

Die generatorischen Betriebspunkte ($s < 0$, $n > n_1$) liegen in der unteren Halbebene der komplexen Ebene (unterer Halbkreis der Stromortskurve, Wirkstrom negativ, vergleiche Stromortskurve nach Bild 4.8).

Die Richtung der Blindkomponente des Ständerstroms bleibt dabei jedoch unverändert: AsM benötigen stets induktive Blindleistung zum Aufbau des Luftspaltfeldes. Bei Netzbetrieb wird diese aus dem Netz bezogen, während sie im Inselbetrieb durch Kondensatoren bereitgestellt werden muß, wie in Bild 4.28 dargestellt ist. Selbstverständlich können AsM, Kondensatoren und Last in Y oder in Δ geschaltet sein. Bild 4.29 zeigt die einsträngige Ersatzschaltung.

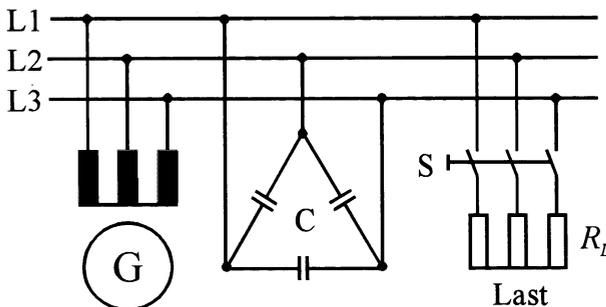


Bild 4.28
Schaltung des Asynchrongenerators mit Kondensatoren und Lastwiderständen

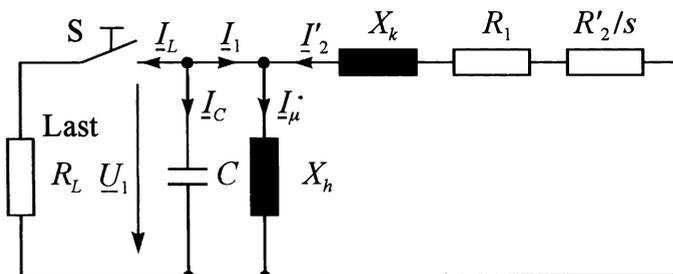


Bild 4.29
Vereinfachtes Ersatzschaltbild der AsM mit Kondensator und Lastwiderstand

Im Leerlauf (Schalter S offen) ist die Wirkkomponente des Ständerstroms Null und $I_C = -I_\mu$. Diese Bedingung führt auf zwei mögliche Betriebspunkte: $s = -R'_2/R_1$, $s = 0$, wobei aus energetischen Überlegungen jedoch nur der Punkt $s = 0$ als Leerlaufpunkt in Frage kommt.

Anmerkung:

Wird nicht das vereinfachte Ersatzschaltbild mit Ständerwiderstand und Ständerstreureaktanz im Läuferkreis verwendet, so muß der Schlupf im Betriebspunkt mit $I_{1W} = 0$ etwas kleiner als Null sein, da die Ständerstromwärmeverluste aus der Luftspaltleistung gedeckt werden müssen ($s \approx -R_1 R'_2 / X_h^2$).

Bild 4.30 zeigt die Leerlaufkennlinie $U = f(I_\mu)$ der AsM mit eingetragener Kondensatorgerade $U = I_C / \omega C$.

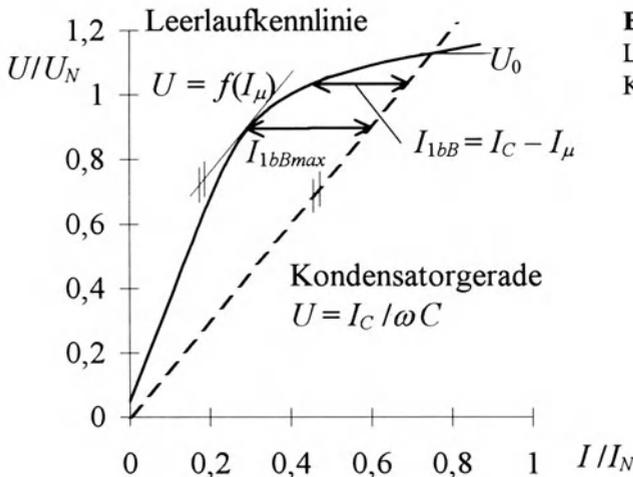


Bild 4.30

Leerlaufkennlinie einer AsM,
Kondensatorgerade

Wird der Läufer angetrieben, so kann der Schwingkreis aus Kondensator und Hauptreaktanz durch Restmagnetismus angeregt werden, bis sich ein stabiler Betriebspunkt einstellt (Schnittpunkt der Leerlaufkennlinie mit der Kondensatorgeraden, $U = U_0$). Der erforderliche Kondensator ergibt sich aus

$$I_C = U_0 \cdot j\omega C = -I_m = -U_0 / jX_h$$

zu

$$C = 1/\omega^2 L_h = 1/(2\pi f)^2 L_h \quad (4.94)$$

mit

$$f \approx p \cdot n.$$

Damit sich ein eindeutiger Schnittpunkt zwischen Leerlaufkennlinie und Kondensatorgerade ergibt, muß die Leerlaufkennlinie relativ stark gekrümmt sein. Problematisch hierbei ist jedoch der starke Anstieg des Magnetisierungsstroms mit der Spannung (Probleme mit der Erwärmung schon bei Leerlauf des Generators). Ist die Steigung der Kondensatorgeraden gleich oder größer als die Anfangssteigung der Leerlaufkennlinie, gibt es keinen stabilen Leerlaufpunkt.

Bei Belastung benötigt die AsM zusätzliche Blindleistung (zunehmende Blindkomponente des Ständerstroms für $|s| > 0$), die ebenfalls aus der Kondensatorblindleistung gedeckt werden muß. Die resultierende Blindkomponente des Ständerstroms setzt sich zusammen aus dem Magnetisierungsstrom I_μ und einem lastabhängigen Anteil I_{1bB} .

$$I_C = I_\mu + I_{1bB}$$

Bei Vernachlässigung des Ständerwicklungswiderstands gilt bei konstanter Frequenz und reiner Wirklast für das Verhältnis zwischen der Wirkkomponente I_{1W} und der lastabhängigen Blindkomponente I_{1bB} des Ständerstroms

$$\frac{I_{1W}}{I_{1bB}} = \frac{R'_2 / s}{X_k} \quad (4.95)$$

Mit

$$I_{1bB} = \frac{U_1 X_k}{(R'_2 / s)^2 + X_k^2}$$

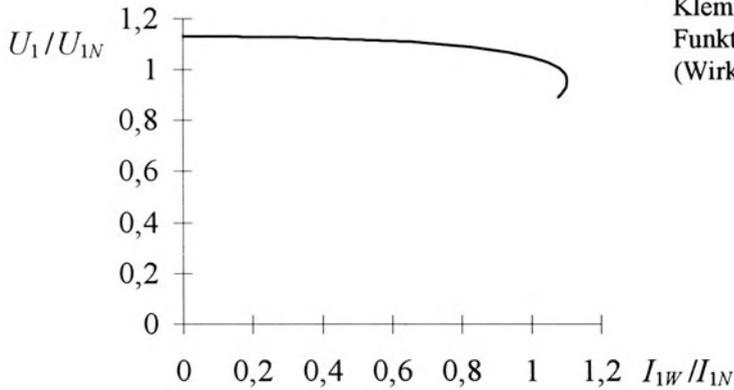
folgt

$$(R'_2 / s)^2 + X_k^2 = U_1 X_k / I_{1bB}$$

$$\frac{I_{1W}}{I_{1bB}} = \sqrt{\frac{U_1}{I_{1bB} \cdot X_k} - 1}. \quad (4.96)$$

Zu jeder beliebigen Klemmenspannung kann aus Bild 4.30 die zugehörige lastabhängige Blindkomponente I_{1bB} des Ständerstroms ermittelt werden. Der entsprechende Wirkstrom kann nach Gl. (4.96) berechnet werden. Mit zunehmender Last nimmt die Klemmenspannung ab, bis der maximale Blindstrom I_{1bBmax} erreicht ist (Bild 4.31).

Bei größeren Belastungen reicht der Blindstrom der Kondensatoren nicht aus, um die Magnetisierungsblindleistung der AsM zu decken; der Generator entregt sich.

**Bild 4.31**

Klemmenspannung als Funktion der Belastung (Wirklast, $f_1 = \text{konstant}$)

Mit den Gln. (4.95), (4.96) kann zu jedem Betriebspunkt der zugehörige Schlupf berechnet werden, wenn die Ersatzschaltbilddaten bekannt sind.

Bei ohmsch- induktiver Last vermindert sich der zur Verfügung stehende Magnetisierungsblindstrom um den induktiven Blindstrom der Last. Die Lastabhängigkeit der Klemmenspannung nimmt gegenüber der bei reiner Wirklast zu.

Der lastabhängige Spannungsabfall kann verringert werden, in dem anstelle fester Kondensatoren stufenweise veränderbare Erregerkapazitäten vorgesehen werden. Nachteilig sind hierbei die höheren Investitionskosten (mehrere Kondensatoren, Schaltvorrichtung, größerer Regelungsaufwand) sowie die Spannungsspitzen beim Schalten der Kondensatoren. Eine weitere Möglichkeit zur Verbesserung der Spannungs Konstanz stellt der Einsatz sogenannter Sättigungsdrosseln dar.

4.13 Wechselstromasynchronmotoren

Im Bereich kleiner Leistungen werden Asynchronmotoren häufig am Wechselstromnetz betrieben. Einsatzbereiche sind beispielsweise Pumpen für Waschmaschinen und Geschirrspüler, Antriebe für Wäschetrockner, Kreissägen, Rasenmäher usw.

Das Wechselfeld eines einzelnen Wicklungsstranges wird durch Gl. (4.10) als Summe zweier entgegengesetzt umlaufender Drehfelder halber Amplitude dargestellt.

Die Abweichungen der Läuferdrehzahl n von den Umlaufgeschwindigkeiten dieser Felder lauten

$$s_m = \frac{n_1 - n}{n_1} \quad s_g = \frac{-n_1 - n}{-n_1} = 2 - s_m \quad (4.97)$$

(s_m : Schlupf gegenüber dem mitlaufenden Feld, s_g : Schlupf gegenüber dem gegenlaufenden Feld).

Das resultierende Drehmoment beim Schlupf $s = s_m$ wird durch zwei Drehmomentanteile bestimmt:

- das Drehmoment des mitlaufenden Feldes $M_m(s)$
- und das Drehmoment des gegenlaufenden Feldes $M_g(s)$.

In Bild 4.32, das die Drehmoment- Drehzahl- Kennlinie des Einphasenmotors zusammen mit den beiden Kennlinien bei symmetrischem Drehstromanschluß zeigt, ist deutlich zu sehen, daß das Kippmoment bei Einphasenbetrieb gegenüber dem bei Drehstromanschluß deutlich reduziert ist.

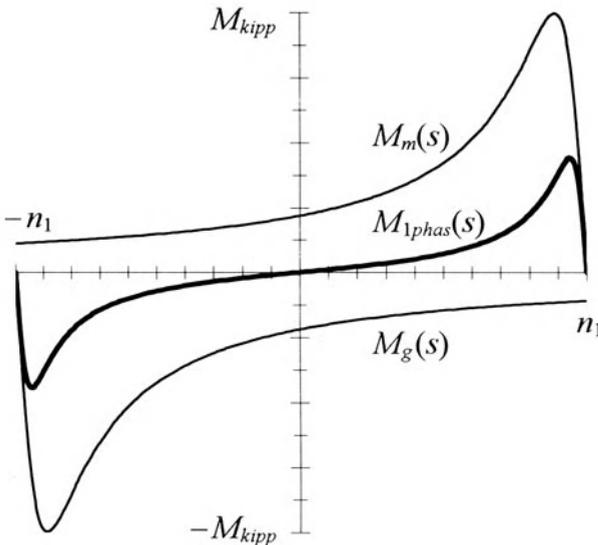


Bild 4.32
Drehmoment- Drehzahl-
Kennlinien bei Einphasenbe-
trieb ($M_{1phas}(s)$) sowie bei
Drehstromanschluß ($M_m(s)$
bzw. $M_g(s)$ (zwei Anschluß-
leitungen vertauscht))

Die Kennlinie $M_g(s)$ kann nach Vertauschen zweier Anschlußleitungen gemessen werden. Der einphasige Betrieb eines Drehstromasynchronmotors (Y- Schaltung, zwei Wicklungsstränge in Reihe geschaltet) kann als Reihenschaltung zweier identischer Drehstrommotoren, einer davon jedoch mit zwei vertauschten Anschlußleitungen, betrachtet werden [20]. In

der Nähe der synchronen Drehzahlen $-n_1$ und n_1 nähert sich die Kennlinie des Einphasenmotors der jeweiligen Kennlinie des am symmetrischen Drehstromnetz betriebenen Motors an.

Die Kennlinie bei Einphasenbetrieb kann nicht auf triviale Weise durch Addition der beiden Kennlinien $M_m(s)$ und $M_g(s)$ ermittelt werden.

Aus der Vorstellung der Reihenschaltung zweier Drehstrommotoren, davon einer mit zwei vertauschten Zuleitungen, folgt, daß die an den beiden Motoren anliegenden Spannungen im allgemeinen nicht identisch sind. Lediglich beim Anlauf sind die beiden Motorimpedanzen gleich; die beiden Drehmomentanteile addieren sich daher zu Null.

$$\begin{aligned} M_A(s=1) &= M_m(s) - M_g(s) = M_m(s) - M_m(2-s) \\ &= M_m(1) - M_m(1) = 0 \end{aligned}$$

4.13.1 Zweisträngige Motoren

Wechselstromasynchronmotoren werden häufig mit zwei elektromagnetisch wirksamen Wicklungssträngen ausgeführt (Hauptstrang, Hilfsstrang, räumliche Verschiebung $2\pi/4p$). Damit die Motoren ein von Null verschiedenes Anlaufmoment entwickeln, müssen die Ströme und Spannungen von Haupt- und Hilfsstrang gegeneinander phasenverschoben sein (Idealfall: $\angle(I_{Ha}, I_{Hi}) = \pi/2$).

Die Phasenverschiebung soll durch eine Zusatzimpedanz \underline{Z}_Z in Reihe zum Hilfsstrang erreicht werden (Bild 4.33).

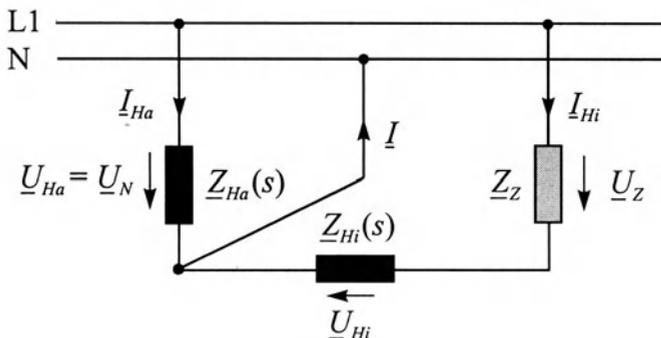


Bild 4.33
Ersatzschaltbild des zweisträngigen Motors mit Zusatzimpedanz

Bei symmetrischen Wicklungen sind Haupt- und Hilfsstrang gleich aufgebaut (effektive Windungszahlen $w_{Ha} = w_{Hi}$), bei quasisymmetrischen Wicklungen unterscheiden sich die Windungszahlen bei identischem

Kupfergewicht ($w_{Ha} \neq w_{Hi}$, $G_{CuHa} = G_{CuHi}$). Der Quotient der Windungszahlen wird als Übersetzungsverhältnis bezeichnet.

$$\ddot{u} = w_{Ha} / w_{Hi}$$

Für den symmetrischen Betrieb des zweisträngigen Motors müssen die Strangdurchflutungen betragsgleich und um $\pi/2$ gegeneinander phasenverschoben sein:

$$w_{Hi} \cdot \underline{I}_{Hi} = w_{Ha} \cdot \underline{I}_{Ha} \cdot e^{j\pi/2} = j \cdot w_{Ha} \cdot \underline{I}_{Ha} . \quad (4.98)$$

Nach dem Induktionsgesetz verhalten sich die induzierten Strangspannungen wie die Windungszahlen,

$$\frac{U_{Ha}}{U_{Hi}} = \frac{w_{Ha}}{w_{Hi}} = \ddot{u},$$

woraus für die Zeiger der Strangspannungen der Zusammenhang

$$\underline{U}_{Hi} = j \cdot 1 / \ddot{u} \cdot \underline{U}_{Ha}$$

folgt. Die Spannung über der Zusatzimpedanz beträgt

$$\underline{U}_Z = \underline{U}_{Ha} - \underline{U}_{Hi} = \underline{U}_{Ha} \cdot (1 - j / \ddot{u}),$$

woraus eine Bedingung für die Zusatzimpedanz abgeleitet werden kann:

$$\underline{Z}_Z = \frac{\underline{U}_Z}{\underline{I}_{Hi}} = \frac{\underline{U}_{Ha} \cdot (1 - j / \ddot{u})}{\underline{I}_{Ha} \cdot j \cdot \ddot{u}} = \frac{\underline{U}_{Ha}}{\underline{I}_{Ha}} \cdot \frac{-1 - j \cdot \ddot{u}}{\ddot{u}^2}$$

Die Impedanz des Hauptstranges ist wegen der Schlupfabhängigkeit des Widerstands im Läuferkreis ebenfalls schlupfabhängig.

$$\underline{Z}_{Ha} = \underline{U}_{Ha} / \underline{I}_{Ha} = R_{Ha}(s) + j \cdot X_{Ha}(s)$$

$$\underline{Z}_Z = (R_{Ha}(s) + j \cdot X_{Ha}(s)) \cdot \frac{-1 - j \cdot \ddot{u}}{\ddot{u}^2}$$

$$= [-R_{Ha}(s) + \ddot{u} \cdot X_{Ha}(s) - j \cdot \{ \ddot{u} \cdot R_{Ha}(s) + X_{Ha}(s) \}] / \ddot{u}^2$$

Der Imaginärteil der Zusatzimpedanz ist stets negativ; die Zusatzimpedanz muß demnach kapazitiv sein. Wenn die Symmetrierung mit einem idealen Kondensator (kein ohmscher Anteil, $\underline{Z}_Z = -jX_C$) erfolgen soll, so muß gelten:

$$-R_{Ha}(s^*) + \ddot{u} \cdot X_{Ha}(s^*) = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{Ha}(s^*) = \ddot{u} \cdot X_{Ha}(s^*).$$

Nur für den Schlupf s^* , bei dem der Realteil der Strangimpedanz \ddot{u} mal so groß ist wie der Imaginärteil, ist die Symmetrierung mit einem idealen

Kondensator möglich. Die erforderliche Reaktanz des Kondensators beträgt

$$\begin{aligned} X_{CB} &= 1 / \omega C_B = [\dot{u} \cdot R_{Ha}(s^*) + X_{Ha}(s^*)] / \dot{u}^2 & (4.99) \\ &= [\dot{u}^2 \cdot X_{Ha}(s^*) + X_{Ha}(s^*)] / \dot{u}^2 \\ &= X_{Ha}(s^*) \cdot \frac{1 + \dot{u}^2}{\dot{u}^2} \end{aligned}$$

Mit den Additionstheoremen der trigonometrischen Funktionen und

$$\begin{aligned} |\tan \varphi_{Ha}| &= X_{Ha}(s^*) / R_{Ha}(s^*) = 1 / \dot{u}, \\ Z_{Ha} = U_N / I_{Ha} &= \sqrt{(R_{Ha}(s^*))^2 + (X_{Ha}(s^*))^2} = X_{Ha}(s^*) \cdot \sqrt{1 + \dot{u}^2} \end{aligned}$$

kann Gl. (4.99) nochmals umgeformt werden.

$$C_B = \frac{\dot{u}^2}{\omega Z_{Ha} \sqrt{1 + \dot{u}^2}} = \frac{I_{Ha} \cdot \cos \varphi_{Ha}}{\omega U_N \cdot |\tan \varphi_{Ha}|} \quad (4.100)$$

Mit dem Netzstrom \underline{I} ,

$$\underline{I} = \underline{I}_{Ha} + \underline{I}_{Hi} = \underline{I}_{Ha} \cdot (1 + j\dot{u}),$$

kann die Gesamtimpedanz berechnet werden:

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= \frac{\underline{U}_N}{\underline{I}} = \frac{\underline{U}_N}{\underline{I}_{Ha} \cdot (1 + j\dot{u})} = \frac{\underline{Z}_{Ha}}{1 + j\dot{u}} = \frac{R_{Ha}(s^*) + j X_{Ha}(s^*)}{1 + j\dot{u}} \\ &= \frac{\dot{u} X_{Ha}(s^*) + j X_{Ha}(s^*)}{1 + j\dot{u}} = X_{Ha}(s^*) \cdot \frac{\dot{u} + j}{1 + j\dot{u}} \\ &= X_{Ha}(s^*) \cdot \frac{(\dot{u} + j)(1 - j\dot{u})}{(1 + j\dot{u})(1 - j\dot{u})} = X_{Ha}(s^*) \cdot \frac{2\dot{u} + j(1 - \dot{u}^2)}{1 + \dot{u}^2} \end{aligned}$$

Aus $\cos \varphi = \operatorname{Re}(\underline{Z}) / Z$ folgt der Netzleistungsfaktor

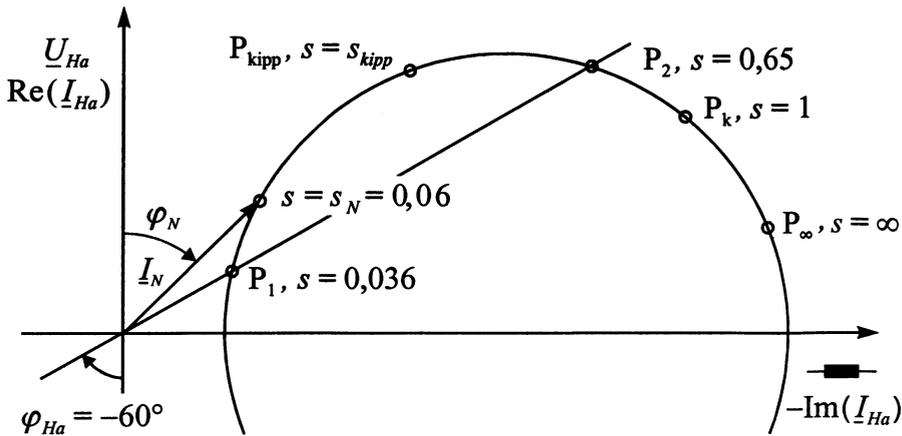
$$\begin{aligned} \cos \varphi &= \frac{2\dot{u}}{\sqrt{(2\dot{u})^2 + (1 - \dot{u}^2)^2}} = \frac{2\dot{u}}{1 + \dot{u}^2} = \frac{2 / |\tan \varphi_{Ha}|}{1 + 1 / \tan^2 \varphi_{Ha}} \\ &= 2 |\sin \varphi_{Ha}| \cos \varphi_{Ha} \end{aligned}$$

Am Beispiel eines Motors mit:

$$U_N = 230 \text{ V}$$

$$I_{Ha} = 7 \text{ A}$$

$$w_{Ha} / w_{Hi} = \dot{u} = 1 / \sqrt{3}$$

**Bild 4.35**

Stromortskurve eines zweisträngigen Motors bei Betrieb an einem symmetrischen zweiphasigen Netz

Der Betriebskondensator wurde mit Rücksicht auf den Dauerbetrieb für den Betriebspunkt P_1 ausgelegt, der üblicherweise zwischen dem Leerlauf und dem (theoretischen) Bemessungspunkt bei symmetrischer Speisung liegt. Der zweite mögliche Symmetrierungspunkt liegt in der Regel zwischen Kippunkt und Anlauf.

Anmerkung: Wegen $I_{Ha}(P_2) = 4,4 \cdot I_{Ha}(P_1)$ müßte der Symmetrierungskondensator für den Betriebspunkt P_2 die 4,4fache Kapazität haben ($C_B^* = 4,4 \cdot C_B$).

Mit dem für den Betriebspunkt P_1 ausgelegten Kondensator bildet sich im Anlauf ein stark unsymmetrisches Stromsystem aus, da die Symmetriebedingung nach Gl. (4.98) im Anlauf nicht erfüllt ist. Das Anlaufmoment wird daher gegenüber der symmetrischen Speisung durch die Wirkung des gegenlaufenden Feldes verringert.

Zur Erzielung eines ausreichenden Anlaufmoments bestehen zwei Möglichkeiten:

1. Zum Kondensator C_B nach Gl. (4.100) wird ein abschaltbarer Kondensator C_A parallelgeschaltet ($C_A \approx C_B^* - C_B$, Abschaltung nach erfolgtem Hochlauf mit Hilfe von Zeitrelais oder Fliehkraftschalter)
2. Der Symmetrierungskondensator wird gegenüber dem idealen Wert nach Gl. (4.100) auf C'_B vergrößert ($C_B < C'_B < C_A + C_B$). Die Vergrößerung bewirkt eine Erhöhung des Anlaufmoments. Im Betriebspunkt

P_1 ist dann jedoch die Symmetriebedingung nicht mehr erfüllt. Infolge der Stromunsymmetrie wird der Motor im Vergleich zum symmetrischen Betrieb bei gleichem Drehmoment wärmer.

4.13.2 Dreisträngige Motoren

Um Drehstrommotoren mit $m_1 = 3$ gleichartigen Wicklungssträngen am Wechselstromnetz betreiben zu können, wird die sogenannte Steinmetzschtaltung nach Bild 4.36 ausgeführt.

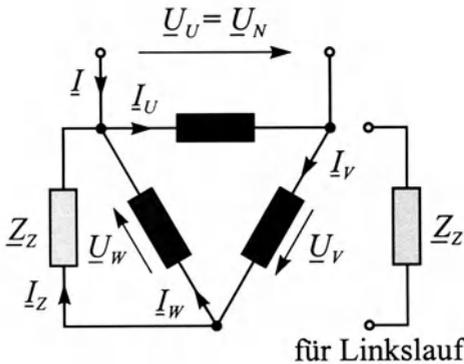


Bild 4.36

Steinmetzschtaltung (Δ) eines Drehstrommotors zum Betrieb am Wechselstromnetz

Die Symmetriebedingung für die Ströme lautet

$$\underline{I}_V = \underline{I}_U \cdot e^{-j2\pi/3}, \quad \underline{I}_W = \underline{I}_U \cdot e^{-j4\pi/3}$$

Für den Strom durch die Zusatzimpedanz ergibt die Knotenpunktregel

$$\underline{I}_Z = \underline{I}_V - \underline{I}_W = -j\sqrt{3} \underline{I}_U,$$

woraus sich für die Zusatzimpedanz die Bedingung

$$\underline{Z}_Z = \frac{\underline{U}_W}{\underline{I}_Z} = \frac{\underline{U}_N \cdot e^{-j4\pi/3}}{-j\sqrt{3} \underline{I}_U} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\underline{U}_N}{\underline{I}_U} \cdot \left[-\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2} \right]$$

ergibt. Wird die Motorimpedanz $\underline{Z} = \underline{U}_N / \underline{I}_U$ durch $\underline{Z} = R(s) + jX(s)$ ersetzt, so kann wie beim zweisträngigen Motor eine Bedingung für die Zusatzimpedanz abgeleitet werden.

$$\underline{Z}_Z = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left[\left[R(s) + jX(s) \right] \cdot \left[-\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2} \right] \right]$$

$$\underline{Z}_Z = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left[\frac{-\sqrt{3}}{2} \cdot R(s) + \frac{1}{2} \cdot X(s) - j \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot R(s) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot X(s) \right] \right]$$

Auch hier kann die Symmetrierung nur dann mit einer idealen Kapazität C_B erfolgen, wenn der Realteil verschwindet.

$$\operatorname{Re}(\underline{Z}_Z) = 0 \Rightarrow R(s^*) = X(s^*) / \sqrt{3}$$

$$|\tan \varphi_{Ha}| = X(s^*) / R(s^*) = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi = -\pi/3$$

$$\operatorname{Im}(\underline{Z}_Z) = -jX_{CB} = \frac{-j}{\sqrt{3}} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot R(s^*) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot X(s^*) \right]$$

$$X_{CB} = \frac{X(s^*)}{\sqrt{3}} \cdot \left[\frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right] = \frac{2}{3} \cdot X(s^*)$$

Der Netzstrom beträgt

$$\begin{aligned} \underline{I} &= \underline{I}_U - \underline{I}_V \\ &= \underline{I}_U \cdot (1 - e^{-j2\pi/3}) \\ &= \sqrt{3} \underline{I}_U \cdot e^{j\pi/6} \\ &= \sqrt{3} U_N / (Z(s^*) \cdot e^{j\pi/3}) \cdot e^{j\pi/6} \\ &= \sqrt{3} U_N / Z(s^*) \cdot e^{-j\pi/6} \end{aligned}$$

Der Netzleistungsfaktor im Symmetriepunkt ist also

$$\cos(-\pi/6) = \sqrt{3} / 2.$$

Für den Kondensatorstrom ergibt die Knotenpunktregel

$$\begin{aligned} \underline{I}_Z &= \underline{I}_V - \underline{I}_W \\ &= \underline{I}_U \cdot (e^{-j2\pi/3} - e^{-j4\pi/3}) \\ &= \sqrt{3} \underline{I}_U \cdot e^{-j\pi/2} \\ &= \sqrt{3} U_N / (Z(s^*) \cdot e^{j\pi/3}) \cdot e^{-j\pi/2} \\ &= \sqrt{3} U_N / Z(s^*) \cdot e^{-j5\pi/6}. \end{aligned}$$

Der Kondensatorstrom ist gleich dem Leiterstrom, d. h. bei symmetrischer Speisung gleich dem $\sqrt{3}$ -fachen Strangstrom.

Das Verhältnis zwischen der Kondensatorblindleistung Q_{CB} und der von der Maschine aufgenommene Wirkleistung P_W beträgt

$$\frac{Q_{CB}}{P_W} = \frac{U_C \cdot I_Z}{3 \cdot U_N \cdot I_U \cdot \cos \varphi_U} = \frac{U_N \cdot \sqrt{3} I_U}{3 \cdot U_N \cdot I_U \cdot 0,5} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

Wegen

$$Q_{CB} = \omega C_B U_N^2$$

folgt die Bestimmungsgleichung für die erforderliche Kapazität

$$C_B = \frac{2 \cdot P_W}{\sqrt{3} \omega U_N^2}$$

Da sich die elektrisch aufgenommene und die mechanisch abgegebene Leistung nur durch den Wirkungsgrad unterscheiden ($P = \eta \cdot P_W$), kann die Kapazität des Symmetrierungskondensators auch mit Hilfe der mechanischen Leistung ausgedrückt werden:

$$C_B = \frac{2 \cdot P}{\eta \sqrt{3} \omega U_N^2} \quad (4.100)$$

Im Leistungsbereich zwischen 0,55 kW und 2,2 kW beträgt der Wirkungsgrad 4poliger Drehstromasynchronmotoren etwa $\eta \approx 75\%$. Für eine Netzspannung von $U_N = 230 \text{ V}$ kann bei der Netzfrequenz von $f_N = 50 \text{ Hz}$ eine "Faustformel" zur Bestimmung der Kapazität angegeben werden:

$$\frac{C_B}{P} \approx \frac{93 \mu\text{F}}{\text{kW}} \quad (U_N = 230 \text{ V } (\Delta), f_N = 50 \text{ Hz})$$

Im Symmetrierungspunkt beträgt die mechanische Leistung etwa 50% der Bemessungsleistung ($I/I_N \approx 0,8$, $\cos \varphi / \cos \varphi_N \approx 0,5/0,8$). Daher kann die Symmetrierungskapazität überschlägig direkt aus der auf dem Leistungsschild angegebenen Bemessungsleistung berechnet werden ($U_N = 230 \text{ V}$, $f_N = 50 \text{ Hz}$).

$$\frac{C_B}{P_N} \approx \frac{93 \mu\text{F} \cdot 0,5}{\text{kW}} = \frac{47 \mu\text{F}}{\text{kW}} \quad (4.101)$$

Die durch die Maschinenerwärmung begrenzte maximale mechanische Leistung des Motors in Steinmetzschtaltung ist etwa 70% der Bemessungsleistung bei Betrieb am Drehstromnetz.

Beispiel: Drehstrommotor mit $U_N = 230 \text{ V}(\Delta)/400 \text{ V}(\text{Y})$, $P_N = 1,5 \text{ kW}$:

$$C_B \approx 1,5 \text{ kW} \cdot 47 \mu\text{F}/\text{kW} = 70 \mu\text{F},$$

$$P_{\max} \approx 0,7 \cdot 1,5 \text{ kW} \approx 1 \text{ kW}$$

5 Synchronmaschinen

Synchronmaschinen werden im Ständer mit einer dreisträngigen Drehstromwicklung ausgeführt. Aus der Frequenzgleichung der Drehfeldmaschinen,

$$f_2 = f_1 \cdot (1 - n \cdot p / f_1) = f_1 - p \cdot n \quad (4.21)$$

folgt, daß für synchronen Lauf der Läufer mit Gleichstrom erregt werden muß ($f_2 = 0$). Die Maschinendrehzahl ist dann - unabhängig vom Betriebszustand - gleich der synchronen Drehzahl.

$$n = n_1 = f_1 / p \text{ für } f_2 = 0 \quad (5.1)$$

Synchronmaschinen großer Leistung dienen vor allem als Generatoren. Je nach Einsatzbereich werden

- schnelllaufende Generatoren (Turbogeneratoren, Polzahlen $2p = 2$ oder 4 , Grenzleistungen bis etwa 1200 MVA (2polig), 1700 MVA (4polig); Einsatz in Wärmekraftwerken)

und

- langsamlaufende Generatoren (hochpolige Wasserkraftgeneratoren, Polzahlen $2p = 40 \dots 100$, Grenzleistungen bis etwa 800 MVA ; Einsatz in Wasserkraftwerken)

unterschieden.

Größere Notstromanlagen, wie zum Beispiel Notstromversorgungen für Krankenhäuser oder Baustellen) werden ebenfalls häufig mit Synchrongeneratoren ausgeführt (Inselbetrieb).

Als motorische Antriebe werden Synchronmaschinen häufig über Umrichter gespeist. Der Leistungsbereich von Synchronmotoren reicht von unter 1 kW (Servoantriebe) bis weit in den Megawatt- Bereich (Antrieb für Zementmühlen, Hochofengebläse).

Je nach Erregung des Läuferfeldes werden mehrere Läuferbauformen unterschieden (siehe Prinzipdarstellung Bild 5.1):

- Vollpolläufer (Bild 5.1 oben links)
Die Erregerwicklung wird in Nuten eingelegt, die in den Läuferballen gestanzt oder gefräst sind (bei größeren Turbogeneratoren in der Regel massiver Läuferballen zur Beherrschung der Fliehkräfte).
- Schenkelpolläufer (Bild 5.1 oben rechts)
Die Erregerwicklung wird als konzentrierte Wicklung auf die Polschuhkerne aufgebracht. Die Einzelpole werden auf den Läuferkörper aufgeschraubt (vor allem bei langsamlaufenden Generatoren).
- permanenterregte Läufer
Die Erregung erfolgt durch auf den Läufer aufgeklebte und bandagierte Dauermagnete (vor allem bei Synchronmaschinen kleiner Leistung, wie zum Beispiel Servoantrieben). Die Amplitude des Läuferfeldes kann im Gegensatz zu Maschinen mit Erregerwicklung nicht verändert werden.

5.1 Luftspaltfeld des Läufers

Bild 5.1 zeigt im oberen Teil in stark vereinfachter Form die Abwicklung des Umfangs von Vollpolläufer (links) und Schenkelpolläufer (rechts).

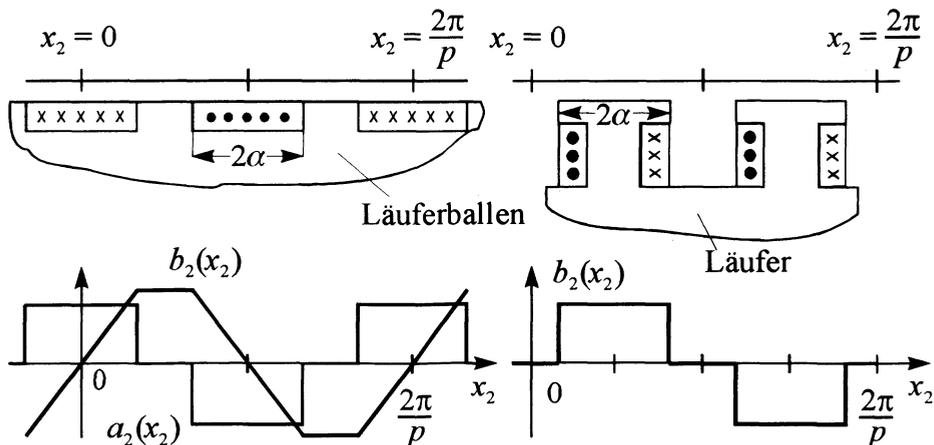


Bild 5.1

a) Abwicklung des Umfangs (oben) und Feldkurve eines Vollpolläufers

b) Abwicklung des Umfangs (oben) und Feldkurve eines Schenkelpolläufers

Bei konstantem Luftspalt kann die Feldkurve des Vollpolläufers aus dem Strombelag ermittelt werden (vergleiche auch Bild 4.1). Im unteren Teil von Bild 5.1 sind die zugehörigen Feldkurven dargestellt.

Beim Vollpolläufer ist die Zonenbreite mit 2α bezeichnet; beim Schenkelpolläufer wurde die Polbreite mit 2α bezeichnet.

Aus dem Durchflutungsgesetz ergeben sich die Maximalwerte der Luftspaltinduktion aus Erregerstrom I_E und Erregerwindungszahl pro Polpaar w_E/p (Vollpolläufer) bzw. pro Pol $w_E/2p$ (Schenkelpolläufer) mit Hilfe des magnetisch wirksamen Luftspalts δ'' für den Vollpolläufer zu

$$2\delta'' \cdot \frac{B}{\mu_0} = \frac{w_E}{p} \cdot I_E \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\mu_0}{\delta''} \cdot \frac{w_E}{2p} \cdot I_E. \quad (5.2a)$$

Auf demselben Weg erhält man für den Schenkelpolläufer dasselbe Ergebnis.

$$2\delta'' \cdot \frac{B}{\mu_0} = 2 \cdot \frac{w_E}{2p} \cdot I_E \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\mu_0}{\delta''} \cdot \frac{w_E}{2p} \cdot I_E \quad (5.2b)$$

Bild 5.1 läßt erkennen, daß die Form des Läuferfeldes in beiden Fällen von der Sinusform abweicht. Die Darstellung als Fourierreihe ermöglicht die weitere analytische Behandlung des Läuferfeldes.

$$b(x_2) = \sum_{v=p(1+2g)} B_v \sin(vx_2) \quad (5.3)$$

mit den Feldamplituden

$$B_v = B \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{v/p} \cdot \frac{\sin(v\alpha)}{v\alpha} \quad (5.4a)$$

für den Vollpolläufer bzw.

$$B_v = B \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{v/p} \cdot \sin(v\alpha) \cdot \sin\left[\frac{v}{p} \cdot \frac{\pi}{2}\right] \quad (5.4b)$$

für den Schenkelpolläufer. Die Ausdrücke

$$\xi_{Ev} = \frac{\sin(v\alpha)}{v\alpha}$$

bzw.

$$\xi_{Ev} = \sin(v\alpha) \cdot \sin\left[\frac{v}{p} \cdot \frac{\pi}{2}\right] \quad (5.5)$$

werden als Wicklungsfaktoren bezeichnet. Neben der Grundwelle ($\nu = p$) enthält die Fourierreihendarstellung des Läuferfeldes Oberfelder mit den Polpaarzahlen $\nu = p \cdot (1 + 2 \cdot g)$, deren Amplituden mit wachsender Ordnungszahl abnehmen. Für die bei Wechselstromwicklungen übliche Zonenbreite von $2\alpha = 2\pi/3p$ (Gl. (4.1)) ergeben sich die Oberfeldamplituden gemäß Tabelle 5.1.

Vollpolläufer		Schenkelpolläufer	Tabelle 5.1 Feldamplituden für $2\alpha = 2\pi/3p$
ν/p	B_ν/B_p	B_ν/B_p	
1	1,0	1,0	
3	0,0	0,0	
5	-0,04	-0,2	
7	0,02	-0,14	
9	0,0	0,0	

Anmerkung:

Für eine Zonenbreite von $2\alpha = 2\pi/3p$ treten wegen

$$\sin(g \cdot 3p \cdot 2\pi/3p) = 0$$

keine Oberfelder mit durch drei teilbaren Ordnungszahlen auf. Die Oberfeldamplituden des Schenkelpolläufers sind als Folge des als konstant unterstellten Luftspalts unter den Polschuhen deutlich größer als die des Vollpolläufers. In der Praxis wird der Luftspalt zu den Polrändern hin aufgeweitet, so daß sich im Bereich der Polschuhe bei Schenkelpolläufern ein näherungsweise sinusförmiges Feld ergibt. Die Allgemeinheit der Betrachtungen wird dadurch jedoch nicht beeinträchtigt, da die tatsächliche Feldform durch entsprechende Wicklungsfaktoren berücksichtigt werden kann.

5.2 Vollpolmaschine

Nachfolgend wird zunächst das stationäre Betriebsverhalten der Vollpolmaschinen behandelt. Die das Betriebsverhalten der Schenkelpolmaschinen beschreibenden Gleichungen werden in Abschnitt 5.3 abgeleitet.

5.2.1 Spannungsgleichung und Ersatzschaltbild

Zur Berechnung der vom Polradfeld in den Strängen der Ständerwicklung induzierten Spannungen wird das Polradfeld in Ständerkoordinaten transformiert.

Mit dem Zusammenhang zwischen Ständer- und Läuferkoordinaten,

$$x_1 = x_2 + 2\pi n_1 t + \gamma/p, \quad (5.6)$$

wobei der Winkel γ/p die Relativposition von Ständer und Läufer zum Zeitpunkt $t = 0$ bezeichnet, lautet das Polradfeld nach Gl. (5.3)

$$\begin{aligned} b(x_1, t) &= \sum_{\nu=p(1+2g)} B_\nu \sin(\nu(x_1 - 2\pi n_1 t - \gamma/p)) \\ &= \sum_{\nu=p(1+2g)} B_\nu \sin\left(\nu x_1 - \frac{\nu}{p} \cdot (\omega_1 t - \gamma)\right) \end{aligned} \quad (5.7)$$

Aus dieser Darstellung wird deutlich, daß

- das Läufergrundfeld im Ständer netzfrequente Spannungen induziert,
- die Läuferoberfelder Spannungen der Frequenzen $f_\nu = \nu f_1$ induzieren.

Die bei erregtem Polrad bei offenen Ständerklemmen meßbare Spannung ist daher nicht rein sinusförmig¹. Die vom Grundfeld induzierte Spannung soll mit \underline{U}_P (Polradspannung) bezeichnet werden. Sie ist proportional zur Grundfeldamplitude, Gl. (5.4a, 5.4b) für $\nu = p$, und damit bei Vernachlässigung der Sättigung auch zum Erregergleichstrom I_E , sowie zum Grundfeldwicklungsfaktor der Ständerwicklung nach Gl. (4.6) für $\nu = p$.

Wie bei der Asynchronmaschine treten verschiedenfrequente Ströme auf: der netzfrequente Ständerstrom \underline{I}_1 sowie der Erregergleichstrom I_E .

Um ein Ersatzschaltbild angeben zu können, wird bei der Synchronmaschine anstelle des tatsächlichen Erregergleichstroms I_E ein fiktiver netzfrequenter Strom \underline{I}'_E verwendet, der, in der Ständerwicklung fließend, dasselbe Feld erregen würde, wie der Erregergleichstrom I_E .

Durch Vergleich der Polradgrundfeldamplitude nach Gl. (5.4a, 5.4b) für $\nu = p$ mit der Grundfeldamplitude des Ständerstroms ($B_p = m_1/2 \cdot B_{pW}$, B_{pW} nach Gl. (4.7) für $\nu = p$) folgt für den Zusammenhang zwischen I_E und \underline{I}'_E

¹ Anforderungen an die Kurvenform der Leiterspannungen von Synchrongeneratoren mit 300kW (oder kVA) und darüber siehe EN 60034-1, 1995.

$$\frac{I'_E}{I_E} = \frac{\sqrt{2} w_E \xi_{Ep}}{m_1 w_1 \xi_{1p}} \quad (5.8)$$

Mit Gl. (5.8) kann die Polradspannung in der Form

$$\underline{U}_P = jX_h \cdot I'_E \quad (5.9)$$

geschrieben werden. Der Proportionalitätsfaktor zwischen dem bezogenen Erregerstrom und der Polradspannung wird wie bei der Asynchronmaschine als Hauptreaktanz bezeichnet. Die resultierende Wirkung von Ständer- und Läuferstrom wird wiederum als Magnetisierungsstrom bezeichnet.

$$\underline{I}_\mu = \underline{I}_1 + \underline{I}'_E \quad (5.10)$$

Mit den Bezeichnungen aus Kapitel 4,

R_1 Widerstand eines Ständerwicklungsstranges

$X_{1\sigma}$ Streureaktanz eines Ständerwicklungsstranges

lautet die Spannungsgleichung für einen Ständerwicklungsstrang in Analogie zu Gl. (4.29)

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= (R_1 + jX_{1\sigma})\underline{I}_1 + jX_h \underline{I}_\mu \\ &= (R_1 + jX_{1\sigma})\underline{I}_1 + jX_h(\underline{I}_1 + \underline{I}'_E) \\ &= (R_1 + jX_{1\sigma} + jX_h)\underline{I}_1 + jX_h \underline{I}'_E \\ &= (R_1 + jX_1)\underline{I}_1 + \underline{U}_P \end{aligned} \quad (5.11)$$

Das Produkt aus Hauptreaktanz X_h und Magnetisierungsstrom \underline{I}_μ wird als Spannung des resultierenden Luftspaltfeldes \underline{U}_r bezeichnet (vergl. Gl. 4.28).

$$\underline{U}_r = jX_h \cdot \underline{I}_\mu$$

Sie unterscheidet sich nach Gl. (5.11) durch die Spannungsabfälle am Wicklungswiderstand und an der Streureaktanz von der Klemmenspannung.

$$\underline{U}_1 = (R_1 + jX_{1\sigma})\underline{I}_1 + \underline{U}_r \quad (5.12)$$

Der Spannungsgleichung (5.11) entspricht das in Bild 5.2a gezeigte Ersatzschaltbild. Das zugehörige Zeigerdiagramm für einen generatorischen Betriebspunkt mit $\cos\varphi = -0,8$ (kapazitiv) ist in Bild 5.2b dargestellt.

Der Winkel zwischen der Polradspannung \underline{U}_P und der Klemmenspannung \underline{U}_1 wird in der Literatur als Polradwinkel \mathcal{G}_L bezeichnet.

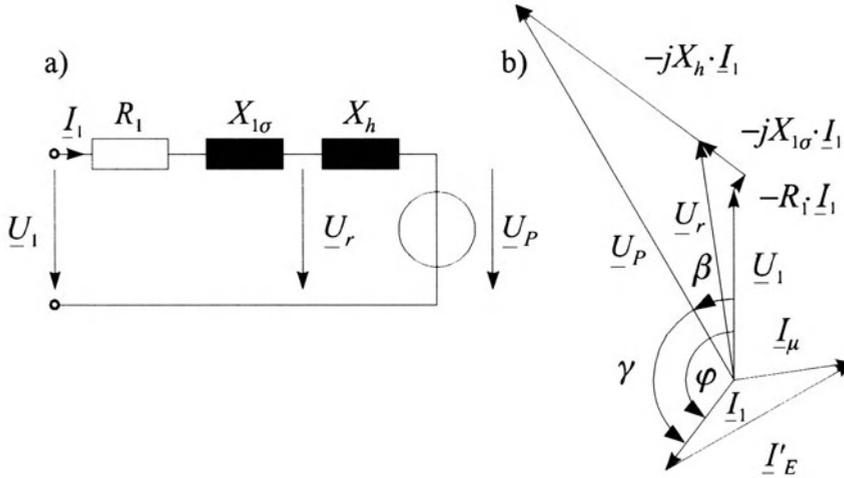


Bild 5.2

a) Ersatzschaltbild der SyM

b) Zeigerdiagramm der SyM

5.2.2 Leerlauf- und Kurzschlußkennlinie

Variiert man bei synchroner Drehzahl den Erregergleichstrom und trägt die an der offenen Ständerwicklung meßbare Spannung über dem Erregergleichstrom auf, so erhält man die Leerlaufkennlinie der Synchronmaschine. Bild 5.3 zeigt die Leerlaufkennlinie in bezogener Darstellung:

$$\sqrt{3} U_i / U_N = f(I_E / I_{E0}).$$

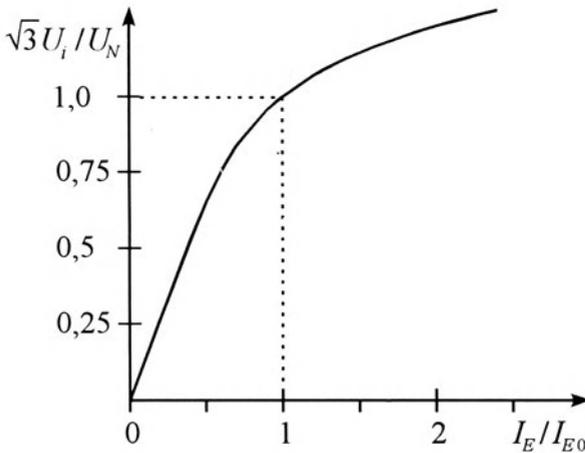


Bild 5.3

Leerlaufkennlinie der Synchronmaschine

Bei kleineren Erregerströmen ist der Magnetisierungsbedarf des Eisens gering. Die Leerlaufkennlinie entspricht im Anfangsbereich der Luftspaltgeraden. Bei größeren Erregerströmen nimmt wegen der Sättigung des magnetischen Kreises der Magnetisierungsbedarf zu, und der Zusammenhang zwischen induzierter Spannung und Erregerstrom ist nichtlinear. Der zur Spannung $\sqrt{3}U_i = U_N$ gehörige Erregerstrom I_{E0} wird als Leerlauferregerstrom bezeichnet. Zur Abkürzung werden alle Erregerströme auf den Leerlauferregerstrom bezogen ($i_E = I_E/I_{E0}$).

Wird die mit synchroner Drehzahl angetriebene Maschine an den Klemmen dreipolig kurzgeschlossen und nach Abklingen der Ausgleichsvorgänge der Dauerkurzschlußstrom in Abhängigkeit vom Erregerstrom gemessen, so ergibt die graphische Darstellung die (Dauer-) Kurzschlußkennlinie $I_k = f(I_E)$. Bild 5.4 zeigt die Kurzschlußkennlinie in bezogener Darstellung:

$$I_k/I_N = f(I_E/I_{E0}).$$

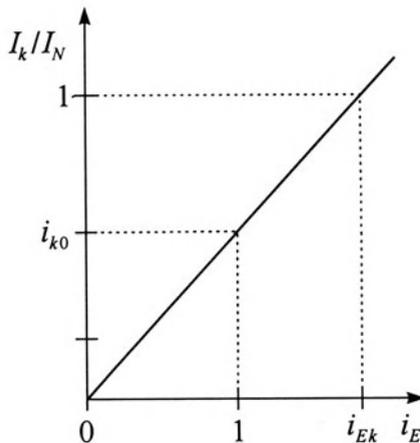


Bild 5.4

Kurzschlußkennlinie der Synchronmaschine

Im Gegensatz zur Leerlaufkennlinie ist die Kurzschlußkennlinie eine Gerade, da die Sättigung des Eisens im Kurzschluß gering ist. Im Kurzschluß ist die vom resultierenden Luftspaltfeld induzierte Spannung nach Gl. (5.12) klein.

$$\underline{U}_r = -(R_1 + jX_{1\sigma})\underline{I}_1$$

Erregerfeld und Ständerfeld löschen sich nahezu gegenseitig aus. Bei Vernachlässigung des Ständerwicklungswiderstands ergibt sich aus dem Ersatzschaltbild für den Kurzschlußstrom

$$I_k = U_P/X_d, \quad (5.13)$$

wobei zur Abkürzung die Synchronreaktanzen

$$X_d = X_{1\sigma} + X_h$$

eingeführt wurde. Der zum Leerläuferergerstrom I_{E0} (siehe Bild 5.4) zugehörige Kurzschlußstrom I_{k0} wird als Kurzschlußstrom bei Leerläufererregung bezeichnet.

$$I_{k0} = U_N / (\sqrt{3} X_d) \quad (5.14)$$

Bezieht man diesen auf den Nennstrom, so erhält man eine wichtige Kenngröße der SyM, das Leerlauf- Kurzschluß- Verhältnis k_C , das ein Maß für die Überlastbarkeit darstellt

$$k_C = I_{k0} / I_N = I_{E0} / I_{Ek} = 1 / i_{E0} \quad (5.15)$$

5.2.3 Potier- Diagramm

Nachfolgend wird das in DIN VDE 0530 Teil 4 [16] dokumentierte Verfahren zur Bestimmung der Potierreaktanzen, die näherungsweise gleich der Streureaktanzen $X_{1\sigma}$ ist, beschrieben.

Zunächst wird der Betriebspunkt $U = U_N$, $I_1 = I_N$, $\cos\varphi = 0$ (kapazitiv, übererregter Phasenschieberbetrieb) eingestellt und der erforderliche Erregerstrom I_{EA} gemessen. Bild 5.5a zeigt das zugehörige Zeigerdiagramm.

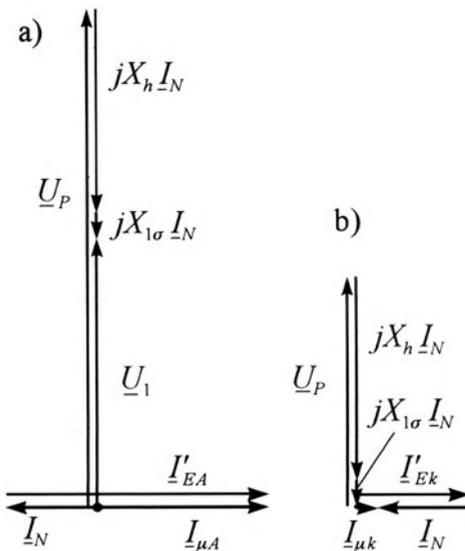


Bild 5.5

a) Zeigerdiagramm für übererregten Phasenschieberbetrieb

b) Zeigerdiagramm für Kurzschluß

Da alle Ströme reine Blindströme sind, gilt der algebraische Zusammenhang

$$I_{\mu A} = I'_{EA} - I_N. \tag{5.16}$$

Der Unterschied zwischen der Klemmenspannung U_{1N} und der Spannung des resultierenden Luftspaltfeldes U_r beträgt

$$U_{rA} - U_{1N} = X_{1\sigma} I_N. \tag{5.17}$$

Bild 5.5b zeigt das Zeigerdiagramm für Kurzschluß mit $I_k = I_N$. Im Kurzschluß mit Nennstrom beträgt die Spannung des resultierenden Luftspaltfeldes

$$U_{rN} = X_{1\sigma} I_N;$$

sie entspricht der Differenz nach Gl. (5.17). Für die Ströme entnimmt man Bild 5.5b den algebraischen Zusammenhang

$$I_{\mu k} = I'_{Ek} - I_N. \tag{5.18}$$

In Bild 5.6, das die Leerlaufkennlinie nach Bild 5.3 und die Kurzschlußkennlinie nach Bild 5.4 in einem Diagramm zeigt, wird der Betriebspunkt $U = U_N, I_1 = I_N, \cos\varphi = 0$ eingetragen ($i_E = i_{EA} = I_{EA}/I_{E0}$; Punkt A).

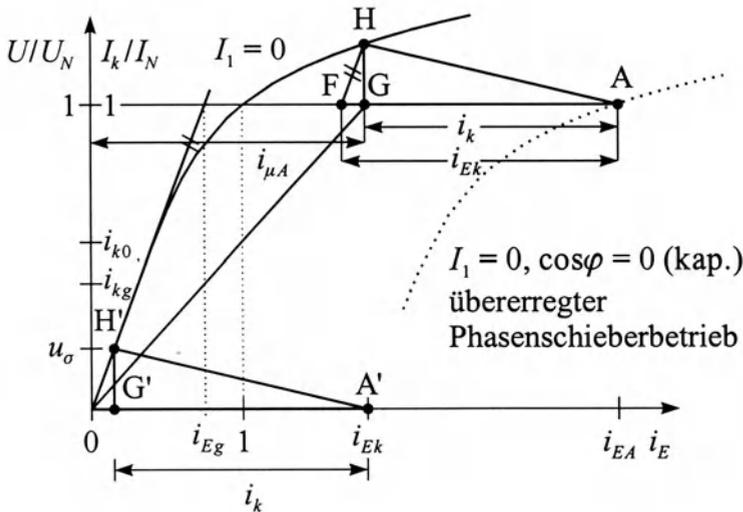


Bild 5.6

Leerlauf- und Kurzschlußkennlinie zur Bestimmung der Potier-Reaktanz

Vom Punkt A aus wird die Strecke $i_{Ek} = I_E (I_k = I_N)/I_{E0}$ nach links angetragen (Punkt F). Im Punkt F wird eine Parallele zur Luftspaltgeraden ge-

zeichnet, die die Leerlaufkennlinie in Punkt H schneidet. Das Lot von H auf die Abszisse ergibt bei $U/U_N = 1$ den Punkt G. Die Strecke HG entspricht, ebenso wie auch H'G', der Spannungsdifferenz nach Gl.(5.17).

$$X_{1\sigma} = HG \cdot Z_N \text{ mit } Z_N = U_N / (\sqrt{3} \cdot I_N) \quad (5.19)$$

Die Synchronreaktanzen kann ebenfalls aus Bild 5.6 bestimmt werden.

$$X_d = Z_N \cdot \frac{i_{Ek}}{i_{Eg}} = Z_N \cdot \frac{1}{i_{kg}} \quad (5.20)$$

Der Strom i_{Eg} ergibt sich, wenn vom Schnittpunkt der Luftspaltgeraden mit der Nennspannung das Lot auf die Abszisse gefällt wird.

5.2.4 Bestimmung des Nennerergerstroms

Der Erregernennstrom I_{EN} ist der Erregerstrom beim Betrieb der SyM mit ihren Nennwerten für Spannung, Strom, Leistungsfaktor und Drehzahl. Er wird vorzugsweise durch direkte Messung unter Nenn- Betriebsbedingungen ermittelt. Nachfolgend wird ein Verfahren beschrieben, das die Bestimmung auf zeichnerischem Wege gestattet. In das Diagramm mit Leerlauf- und Kurzschlußkennlinie wird im Winkel φ_N zur Abszissenachse die Nennspannung eingezeichnet (Bild 5.7).

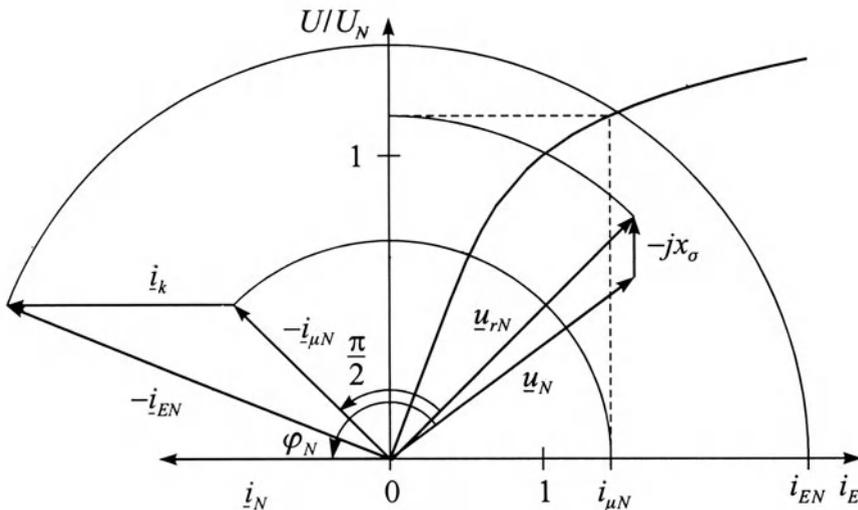


Bild 5.7

Bestimmung des Nennerergerstroms aus dem Potier- Diagramm ([16], Teil 4)

Durch die normierte Darstellung hat der Spannungszeiger \underline{U}_N die Länge 1. Die Spannung des resultierenden Luftspaltfeldes beträgt in bezogener Darstellung

$$\begin{aligned} \underline{u}_{rN} &= \underline{U}_{rN} / \underline{U}_{1N} = (\underline{U}_{1N} - jX_{1\sigma} \underline{I}_N) / \underline{U}_{1N} = 1 - jX_{1\sigma} \underline{I}_N / \underline{U}_{1N} \\ &= 1 - jX_{1\sigma} / Z_N = 1 - jx_{1\sigma}. \end{aligned}$$

Sie ergibt sich durch geometrische Addition des Zeigers $-jx_{1\sigma}$ zum Zeiger der Klemmenspannung. Der zugehörige Magnetisierungsstrom $\underline{i}_{\mu N}$ kann mit Hilfe der Leerlaufkennlinie von der Abszisse abgelesen (Betrag) und im Ursprung senkrecht zu \underline{u}_{rN} angetragen werden. Durch Addition des Stromes \underline{i}_k (Strecke AG in Bild 5.6) in Richtung der negativen Abszissenachse zum Zeiger $-\underline{i}_{\mu N}$ ergibt sich der Erregerstrom $-\underline{i}_{EN}$.

Der Strom \underline{i}_k ist der Anteil des Erregerstroms, der bei Nennstrom Anker rückwirkung kompensiert ($\underline{i}_{EA} - \underline{i}_k = \underline{i}_{\mu A}$).

5.2.5 Stromortskurve bei konstantem Erregerstrom

Bei konstantem Erregerstrom ist nach Gl. (5.9) die Polradspannung ebenfalls konstant. Bei vernachlässigbarem Ständerwiderstand kann mit Gl. (5.11) der Ständerstrom in der Form

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{jX_d} - \frac{\underline{U}_p}{jX_d} \quad (5.21)$$

dargestellt werden. Legt man den Zeiger \underline{U}_1 in die reelle senkrechte Achse, so bedeutet der erste Term in Gl. (5.21) einen reinen induktiven Blindstrom, der bei Nennspannung dem Leerlauf - Kurzschlußstrom I_{k0} nach Gl. (5.14) entspricht.

Der zweite Term stellt wegen $I_E = \text{konstant}$ einen Zeiger mit konstanter Länge dar. Somit ergeben sich bei konstanter Erregung als Stromortskurven Kreise mit dem Radius U_p / X_d um den Mittelpunkt \underline{U}_1 / jX_d (Bild 5.8).

Der Kreis für $I_E = I_{E0}$ geht durch den Koordinatenursprung. In Bild 5.8 lassen sich die unterschiedlichen Betriebszustände der SyM erkennen:

obere Halbebene: motorischer Bereich, elektrische Leistung aufgenommen, mechanische Leistung abgegeben,

untere Halbebene: generatorischer Bereich, elektrische Leistung abgegeben, mechanische Leistung aufgenommen,

linke Halbebene: übererregter Betrieb, induktive Blindleistung abgegeben,

rechte Halbebene: untererregter Betrieb, induktive Blindleistung aufgenommen.

Betriebspunkte mit Polradwinkeln $|\vartheta_L| > 90^\circ$ können nicht eingestellt werden, da sie instabil sind (vergl. Gl. 5.25).

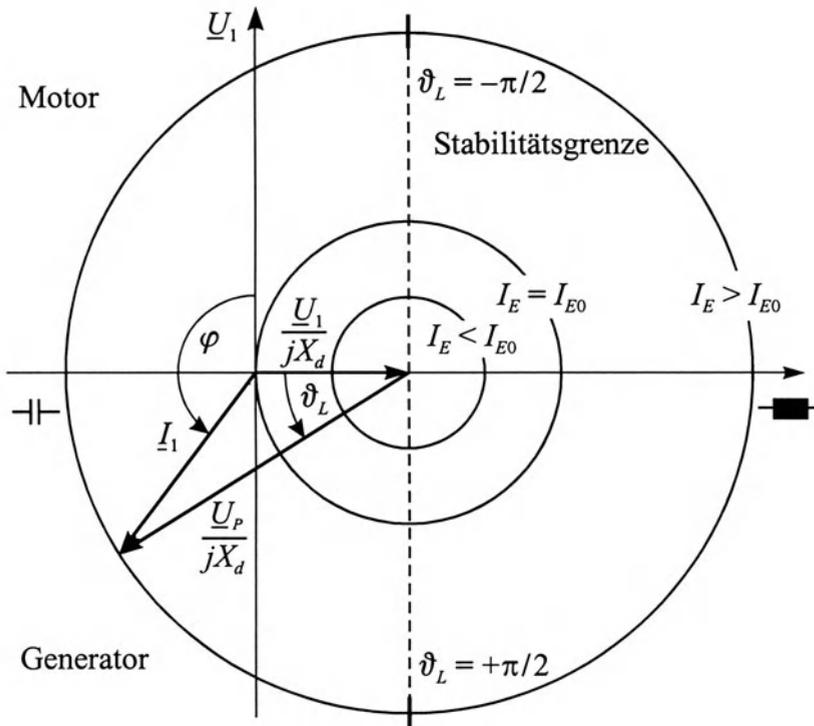


Bild 5.8

Stromortskurven der Vollpolsynchronmaschine

5.2.6 V- Kurven

Wird in die Stromortskurve nach Bild 5.8 eine Gerade parallel zur Imaginärachse eingezeichnet, so stellt diese den geometrischen Ort aller Betriebspunkte mit identischer Wirkleistung dar. Der kleinste Erregerstrom, mit dem die vorgegebene Wirkleistung erreicht werden kann, ist der Erre-

gerstrom I_{Emin} . Dieser Betriebspunkt liegt an der Stabilitätsgrenze. Eine Erhöhung des Erregerstroms führt zu einer Abnahme des Ständerstroms, bis sich der minimale Ständerstrom I_{1min} einstellt. In diesem Betriebspunkt ist die Blindleistung der Maschine Null ($\cos\varphi = 1$).

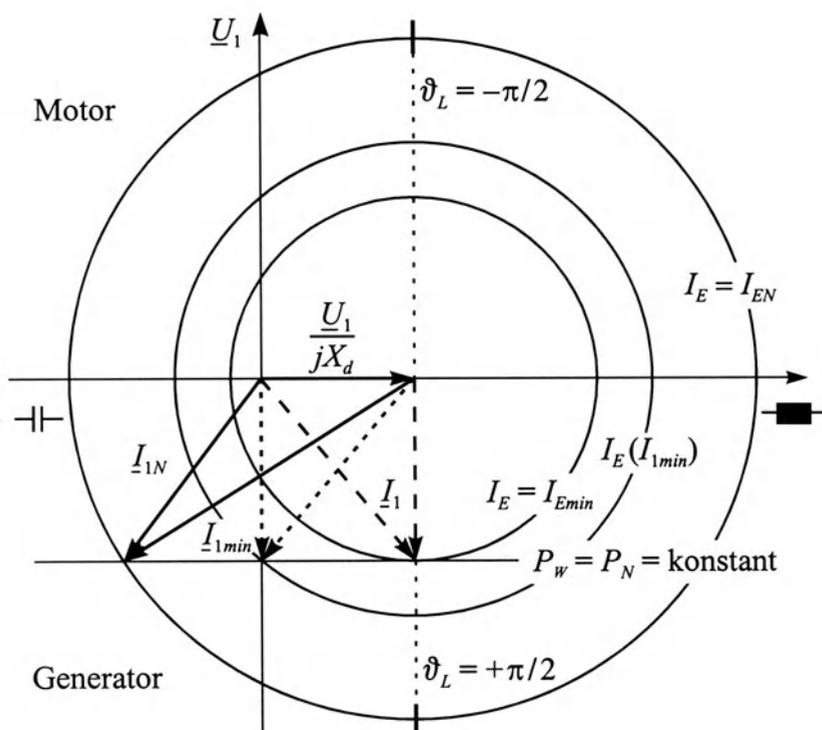


Bild 5.9

Stromortskurven mit eingezeichneter Gerade für $P_w = \text{konstant}$ zur Erläuterung der V-Kurven

Wird der Erregerstrom ausgehend von $I_E(I_{1min})$ vergrößert, so nimmt auch der Ständerstrom wieder zu.

Die grafische Darstellung des Zusammenhangs zwischen dem Ständerstrom und dem erforderlichen Erregerstrom für konstante Wirkleistung ergibt demnach eine V-förmige Kurve.

Die Kurvenschar für mehrere Wirkleistungen (in Bild 5.10: generatorische Wirkleistungen $P_w/P_N = 0; 0,25; 0,5; 0,75; 1,0$) wird in der Literatur abkürzend als "V-Kurven" bezeichnet.

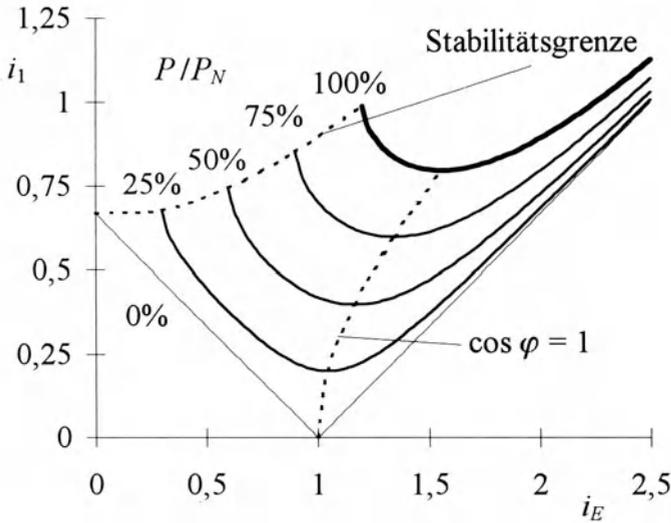


Bild 5.10
V-Kurven für verschiedene Wirkbelastung

Die unterste Kurve besteht wegen des algebraischen Zusammenhangs zwischen den Strömen im Phasenschieberbetrieb aus Geraden (Gl. 5.16). Für Leerlauf ($I_1 = 0$) ist der Leerläufererregstrom I_{E0} einzustellen (Schnittpunkt der Kennlinienäste bei $i_E = i_{E0}$). Links von der eingezeichneten Grenzlinie für $\cos \varphi = 1$ liegen die Betriebspunkte mit induktiver Blindleistungsaufnahme (Untererregung), rechts die Betriebspunkte mit induktiver Blindleistungsabgabe (Übererregung).

5.2.7 Regulierkennlinien

Wenn der Generator im Inselbetrieb arbeitet, ändert sich bei konstantem Erregerstrom die Klemmenspannung belastungsabhängig. Wie beim Transformator kommt es bei kapazitiven Strömen zu einer Spannungsüberhöhung, während die Klemmenspannung bei ohmscher oder induktiver Last absinkt. Um das Netz mit konstanter Spannung zu betreiben, muß der Erregerstrom lastabhängig so nachgestellt werden, daß sich lastunabhängig eine konstante Klemmenspannung einstellt. Aus der Spannungsgleichung folgt mit $U_1 = \text{konstant}$ für die erforderliche Polradspannung

$$\underline{U}_p = \underline{U}_1 - (R_1 + j(X_{1\sigma} + X_h)) \cdot \underline{I}_1 \quad (5.22)$$

In Bild 5.11 ist für $U_1 = U_{1N} = \text{konstant}$ der erforderlicher Erregerstrom, bezogen auf I_{E0} , dargestellt.

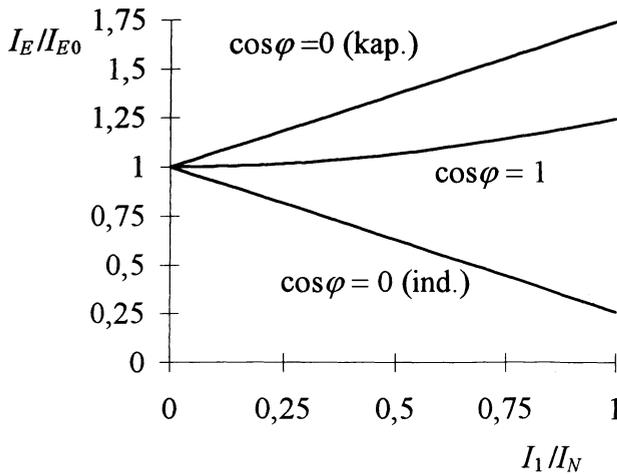


Bild 5.11
Regulierkennlinien

$$I_E/I_{E0} = f(I_1/I_N)$$

für $U_1 = \text{konstant} = U_{1N}$
(Parameter: Leistungsfaktor $\cos \varphi$)

5.2.8 Drehmomentgleichung für den Betrieb am starren Netz

Aus der Stromortskurve kann der Zusammenhang

$$I_1 \cos \varphi = -U_P/X_d \cdot \sin \vartheta_L \quad (5.23)$$

entnommen werden. Die dem Netz entnommene Leistung kann mit Gl. (5.23) in der Form

$$P = 3 U_1 I_1 \cos \varphi = -3 U_1 \cdot U_P/X_d \cdot \sin \vartheta_L \quad (5.24)$$

dargestellt werden. Mit dem Zusammenhang zwischen Luftspaltleistung und Drehmoment,

$$M = \frac{P_\delta}{2\pi n_1} \quad (4.40)$$

der für alle Drehfeldmaschinen gilt, kann wegen $P_\delta = P$ ($R_1 = 0$) aus Gl. (5.24) das Drehmoment berechnet werden.

$$M = -\frac{m_1}{2\pi n_1} \cdot U_1 \cdot \frac{U_P}{X_d} \cdot \sin \vartheta_L \quad (5.25)$$

Das Drehmoment ist eine Funktion des Lastwinkels; nur bei einem Lastwinkel $|\vartheta_L| > 0$ ergibt sich ein von Null verschiedenes Drehmoment. Bei Generatorbetrieb ist $\vartheta_L > 0$ ($M < 0$); bei Motorbetrieb ist $\vartheta_L < 0$ ($M > 0$). Das maximale Drehmoment M_{kip} ergibt sich für $\vartheta_L = \pm 90^\circ$.

5.2.9 Zweipoliger und einpoliger Dauerkurzschluß

Neben dem dreipoligen Kurzschluß können als Fehlerfälle auch der zweipolige Kurzschluß (Leiter- Leiter) oder der einpolige Kurzschluß (Leiter-Erde) auftreten. Bei Durchflutung von einem oder zwei Ständerwicklungssträngen ist das sich ausbildende Ständerfeld ein reines Wechselfeld, das in zwei entgegengesetzt umlaufende Drehfelder halber Amplitude zerlegt werden kann (Gl. (4.10)). Das gegenlaufende Feld induziert in der Erregerwicklung Spannungen mit doppelter Netzfrequenz. In den Masivteilen des Läufers entstehen durch das inverse Feld Wirbelstromverluste. Unter vereinfachenden Annahmen können die Kurzschlußströme abgeschätzt werden.

a) keine Dämpferwicklung vorhanden, Impedanz des Erregerkreises groß

Das Läuferdrehfeld kann ebenfalls in zwei Wechselfelder zerlegt werden, die räumlich **und** zeitlich um $\pi/2$ gegeneinander verschoben sind. Eins dieser beiden Felder schwingt senkrecht zur Achse der Ständerwicklung und induziert daher keine Spannung. Das andere Wechselfeld muß bei Vernachlässigung der Streuung vom Ständerwechselfeld aufgehoben werden. Die Impedanz bei dreisträngigem Kurzschluß X_h ist $3/2$ mal so groß wie die Wechselfeldhauptinduktivität X_{hW} eines Stranges. Mit den effektiven Windungszahlen $\sqrt{3} \cdot w_1$ (zweipoliger Kurzschluß) bzw. w_1 (einpoliger Kurzschluß) können die Hauptreaktanzen berechnet werden.

$$X_{h3pol} = X_h = 3/2 \cdot X_{hW} \quad X_{h2pol} = 3 \cdot X_{hW} \quad X_{h1pol} = X_{hW} \quad (5.26)$$

Mit den induzierten Spannungen (k : Konstante, B_{2p} : Amplitude des Läuferdrehfelds)

$$U_{i3pol} = k \cdot B_{2p} \cdot w_1$$

$$U_{i2pol} = k \cdot B_{2p} \cdot \sqrt{3} w_1$$

$$U_{i1pol} = k \cdot B_{2p} \cdot w_1$$

ergeben sich die Kurzschlußströme zu

$$I_{k3pol} = 2/3 \cdot k \cdot B_{2p} \cdot w_1 / X_{hW}$$

$$I_{k2pol} = \sqrt{3} / 3 \cdot k \cdot B_{2p} \cdot w_1 / X_{hW}$$

$$I_{k1pol} = k \cdot B_{2p} \cdot w_1 / X_{hW}$$

Die Kurzschlußströme verhalten sich im ungedämpften Fall wie

$$I_{k3pol} : I_{k2pol} : I_{k1pol} = 1 : \sqrt{3} / 2 : 3/2. \quad (5.27a)$$

b) ideale Dämpferwicklung

Bei einer idealen Dämpferwicklung wird das gegenlaufende Ständerdrehfeld von der Dämpferwicklung vollständig abgedämpft. Das mitlaufende Ständerdrehfeld muß bei Vernachlässigung der Streuung exakt so groß sein wie das Polradfeld.

$$1/2 \cdot B_W = B_{2p} \Rightarrow B_W = 2 \cdot B_{2p}$$

$$U_{i3pol} = k \cdot B_{2p} \cdot w_1$$

$$U_{i2pol} = k \cdot 2 \cdot B_{2p} \cdot \sqrt{3} w_1$$

$$U_{i1pol} = k \cdot 2 \cdot B_{2p} \cdot w_1$$

Mit den Reaktanzen nach Gl. (5.26) folgt für die Kurzschlußströme

$$I_{k3pol} = 2/3 \cdot k \cdot B_{2p} \cdot w_1 / X_{hW}$$

$$I_{k2pol} = \sqrt{3} \cdot 2/3 \cdot k \cdot B_{2p} \cdot w_1 / X_{hW}$$

$$I_{k1pol} = 2 k \cdot B_{2p} \cdot w_1 / X_{hW}$$

Bei idealer Dämpferwicklung verhalten sich die Kurzschlußströme wie

$$I_{k3pol} : I_{k2pol} : I_{k1pol} = 1 : \sqrt{3} : 3. \quad (5.27b)$$

Der gefährlichste Fehlerfall bei idealer Dämpferwicklung ist der einpolige Kurzschluß, der jedoch in der Praxis kaum auftritt, da die Generatoren in der Regel nicht mit geerdetem Sternpunkt betrieben werden.

Die genaue Berechnung der unsymmetrischen Kurzschlußfälle unter Berücksichtigung der Dämpferwicklung und der Streureaktanzen kann mit Hilfe der Symmetrischen Komponenten erfolgen [18].

In der Literatur wird als Verhältnis der Kurzschlußströme etwa folgende Relation angegeben [17]:

$$I_{k3pol} : I_{k2pol} : I_{k1pol} = 1 : 1,5 : 2,5.$$

5.3 Besonderheiten der Schenkelpolmaschine

Bei Synchronmaschinen mit ausgeprägten Polen (Schenkelpolmaschinen) werden die d- Achse (direct axis; Längsachse, in Richtung des Erregerfeldes) und die q- Achse (Querachse, senkrecht zur Richtung des Erregerfeldes) unterschieden (Bild 5.12).

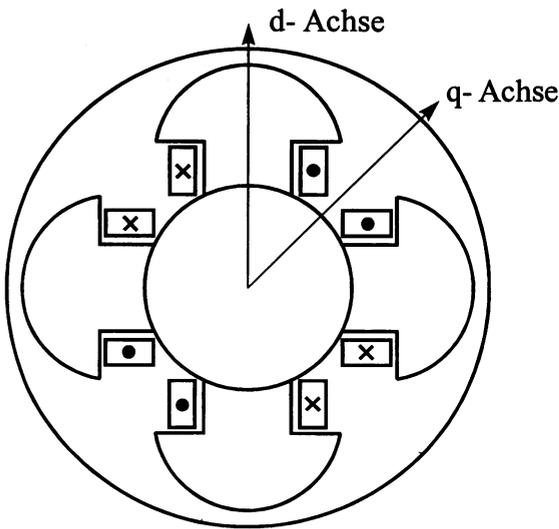


Bild 5.12
Prinzipdarstellung des Querschnitts einer vierpoligen Schenkelpolmaschine

5.3.1 Spannungsgleichung und Ersatzschaltbild

Aus Bild 5.12 wird deutlich, daß bei Schenkelpolmaschinen die magnetischen Leitwerte in Längs- und Querachse unterschiedlich sind. Das Polrad magnetisiert stets in der Längsachse, während die Ständerwicklung je nach Phasenlage des Ständerstroms in Längs- und Querachse magnetisieren kann (Bild 5.13).

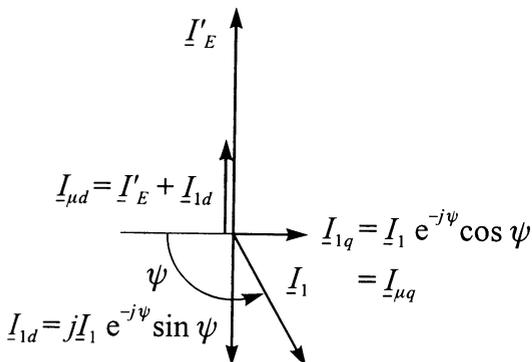


Bild 5.13
Zerlegung des Ständerstromzeigers in zwei orthogonale Komponenten

Die Komponente I_{1d} magnetisiert in der d- Achse und ergibt zusammen mit dem Erregerstrom den Magnetisierungsstrom in der d- Achse.

$$\underline{I}_{\mu d} = \underline{I}'_E + \underline{I}_{1d} \quad (5.28)$$

In der q- Achse magnetisiert ausschließlich die Ständerwicklung, so daß die q- Komponente des Magnetisierungsstroms gleich der q- Komponente des Ständerstroms ist.

$$\underline{I}_{\mu q} = \underline{I}_{1q} \quad (5.29)$$

Wegen der unterschiedlichen magnetischen Leitwerte in d- und q- Achse werden

- die synchrone Längsreaktanz $X_d = X_{1\sigma} + X_{hd}$
- die synchrone Querreaktanz $X_q = X_{1\sigma} + X_{hq}$

unterschieden. Das Verhältnis der Hauptreaktanzen in Längs- und Quer- richtung (X_{hd}/X_{hq}) hängt von der Geometrie der Polschuhe ab (Polschuh- form, Polbedeckungsgrad) und kann rechnerisch [18] oder meßtechnisch bestimmt werden [16, Teil 4]. Als typischer Wert kann $X_{hd}/X_{hq} = 0,5$ an- gesehen werden.

5.3.2 Zeigerdiagramm

Mit den Zusammenhängen aus Bild 5.13 kann die Spannung des resultie- renden Luftspaltfeldes ebenfalls in zwei Komponenten zerlegt werden.

$$\underline{U}_{rq} = -jX_{hq} \underline{I}_1 \cos \psi \quad (5.30)$$

$$\underline{U}_{rd} = \underline{U}_P - X_{hd} \underline{I}_1 \sin \psi \quad (5.31)$$

Bild 5.14 zeigt das Zeigerdiagramm der Schenkelpolmaschine.

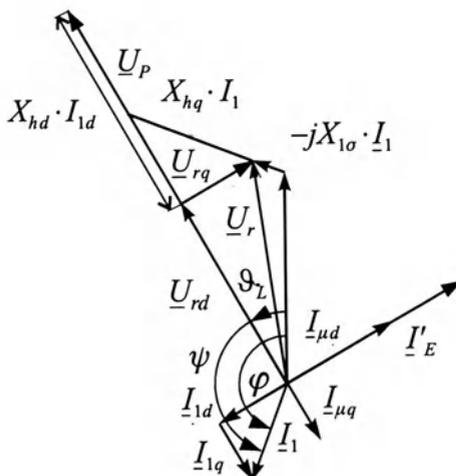


Bild 5.14

Zeigerbild einer Schenkelpolmaschine

Wie bei der Vollpolmaschine ergibt sich die Spannung des resultierenden Luftspaltfeldes (\underline{U}_r) durch Addition des Zeigers $-jX_{1\sigma}I_1$ zum Zeiger der Klemmenspannung. In Richtung von $-jX_{1\sigma}I_1$ wird an die Spitze von \underline{U}_r die Strecke $X_{hq}I_1$ angetragen. Die Verbindung des Endpunkts dieser Strecke mit dem Ursprung ergibt die Richtung von \underline{U}_p . Somit kann die Spannung \underline{U}_r in zwei orthogonale Komponenten \underline{U}_{rd} (in Richtung von \underline{U}_p) und \underline{U}_{rq} (senkrecht zu \underline{U}_p) zerlegt werden. Die Polradspannung \underline{U}_p ergibt sich, in dem an \underline{U}_{rd} in gleicher Richtung die Strecke $X_{hd}I_{1d}$ angetragen wird.

5.3.3 Drehmomentgleichung für den Betrieb am starren Netz

Wie bei der Vollpolmaschine kann das Drehmoment aus einer Leistungsbilanz berechnet werden. Bei Vernachlässigung des Ständerwiderstands kann für das Drehmoment der Ausdruck

$$M = -\frac{m_1}{2\pi n_1} \cdot U_1 \cdot \left[\frac{U_p}{X_d} \cdot \sin \vartheta_L + \frac{U_1}{2} \cdot \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cdot \sin 2\vartheta_L \right] \quad (5.32)$$

abgeleitet werden (z. B. [5]). Zusätzlich zum Drehmoment der Vollpolmaschine (Gl. 5.25) tritt ein zweites Drehmomentanteil auf, der unabhängig von der Erregung ist (2. Summand). Je größer der Unterschied zwischen Längs- und Querreaktanz ist, desto größer ist dieser Drehmomentanteil, der als Reaktionsmoment bezeichnet wird. Maschinen ohne Erregerwicklung, deren Drehmoment ausschließlich durch das Reaktionsmoment gebildet wird, werden als Reluktanzmaschinen bezeichnet. Wegen des wicklungslosen Läufers können Reluktanzmotoren bis zu höchsten Drehzahlen eingesetzt werden.

5.4 Permanenterregte Synchronmaschinen

Permanenterregte Synchronmaschinen werden häufig als motorische Antriebe in Geräten der Datenverarbeitung oder im Industriebereich als Vorschubantriebe für Werkzeugmaschinen sowie als Antriebe mit hohen Anforderungen an die Dynamik, wie zum Beispiel Roboterarme, eingesetzt. Sie werden in der Literatur auch als bürstenlose Gleichstrommotoren

(brushless dc motor), Elektronikmotoren oder AC Servomotoren bezeichnet.

Das Läuferfeld wird nicht durch eine durchflutete Erregerwicklung, sondern durch auf den Läufer aufgeklebte Permanentmagnete (häufig Selten-Erden- Materialien mit hoher Remanenzinduktion) erregt.

Die Ständerwicklung wird ein- bis viersträngig ausgeführt. Da permanent-erregte SyM vor allem als drehzahlgeregelte Antriebe dienen, aber nur bei synchroner Drehzahl ein zeitlich konstantes Drehmoment entwickeln, werden sie in der Regel an einem Frequenzumrichter betrieben. Um ein zeitlich konstantes, bei vorgegebenen Feld- und Strombelagsamplituden größtmögliches Drehmoment zu erhalten, müssen die Richtungen von Läuferfeld und Ständerdurchflutung unabhängig vom Läuferdrehwinkel einen konstanten Winkel von $\pi/2$ einschließen. Um diese Orientierung von Ständerstrombelag und Läuferfeld zu erreichen, werden die Ständerwicklungsstränge in Abhängigkeit von der Läuferstellung umgeschaltet. Hierzu müssen der Läuferdrehwinkel, zum Beispiel mit Resolvemern oder Magnetgabelschranken, erfaßt und entsprechende Steuersignale für die Schalter (Transistoren) der Steuerelektronik gebildet werden. Das Betriebsverhalten der Elektronikmotoren ähnelt dem einer Gleichstrommaschine.

Durch die bürstenlose Ausführung zeichnet sich der Elektronikmotor durch die Vorteile der Asynchronmaschine (Wartungsarmut, Robustheit) aus, ohne deren Nachteile (Läuferverluste, Blindleistungsbedarf) aufzuweisen.

Neben der Ansteuerung durch Pulsumrichter mit blockförmigen Strömen ist die Speisung mit sinusförmigen Strömen üblich. Hierbei ist jedoch der Steuerungsaufwand höher.

Der räumliche Feldverlauf des von den Permanentmagneten erregten Läuferfeldes ist nicht sinusförmig (vergl. Bild 5.1b), kann jedoch durch eine Fourierreihe, bestehend aus Grundwelle und Oberwellen, beschrieben werden. Das Maximum der Grundwelle des Läuferfeldes läuft mit dem Läufer im Luftspalt um. Die Grundwelle induziert in den Ständerwicklungssträngen Spannungen der Frequenz

$$f_1 = p \cdot n. \quad (5.33)$$

Im ständerfesten Koordinatensystem lautet daher die analytische Beschreibung des Läufergrundfeldes, wenn das Maximum des Läuferfeldes zum Zeitpunkt $t = 0$ bei $x_1 = \pi/2p$ angenommen wird,

$$b_{2p}(x_1, t) = B_{2p} \cdot \sin(px_1 - \omega_1 t) \quad \text{mit} \quad \omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi np.$$

Die Grundwelle des Läuferfeldes wird mit B_{2p} bezeichnet. Der Fluß pro Pol ist proportional zur Polfläche (Geometrie) und zur Läufergrundfeldamplitude.

$$\Phi = k_{geo} \cdot B_{2p} \quad (5.34)$$

Der Effektivwert der vom Läufergrundfeld in einem Ständerstrang induzierten Spannung ergibt sich aus dem Induktionsgesetz zu

$$U_P = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f_1 w_1 \xi_{1p} \Phi = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} p n w_1 \xi_{1p} \Phi = K \cdot \Phi \cdot n \quad (5.35)$$

mit der Strangwindungszahl w_1 und dem Grundfeldwicklungsfaktor ξ_{1p} . Die Gleichung (5.35) für die induzierte Spannung entspricht der einer Gleichstrommaschine (vergl. Gl. (2.11)).

Die Konstante K ist nur von der Polpaarzahl und der effektiven Windungszahl $w_1 \xi_{1p}$ der Ständerwicklung abhängig

$$K = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} p w_1 \xi_{1p}.$$

Da der Läuferfluß nach Gl. (5.34) nur von den geometrischen Abmessungen und der Amplitude des Läufergrundfeldes abhängig ist, ist er bei permanenterregten Motoren unabhängig von den Betriebsdaten konstant. Daher folgt aus Gl. (5.35), daß die induzierte Spannung und damit auch die Klemmenspannung proportional zur Drehzahl sein muß. Diese Änderung der Grundschiwingung der Ausgangsspannung des Wechselrichters wird durch Pulsbreitenmodulation erreicht (prinzipielle Darstellung des Ausgangssignals Bild 4.20).

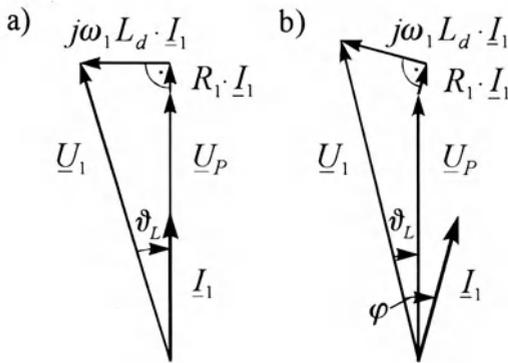
Mit der induzierten Spannung nach Gl. (5.35), dem Ständerwicklungswiderstand R_1 , der Induktivität eines Ständerstranges L_d sowie dem Ständerstrangstrom I_1 lautet die Spannungsgleichung für einen Ständerwicklungsstrang

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_P + R_1 \cdot \underline{I}_1 + j\omega_1 L_d \cdot \underline{I}_1. \quad (5.36)$$

Die Spannungsgleichung (5.36) entspricht der Spannungsgleichung (5.11) der Vollpolmaschine. Bei richtiger Einstellung des Umrichters und des Läuferlagegebers ist der Polradwinkel ϑ_L gleich dem Phasenwinkel φ des Ständerstroms und daher der Ständerstrom in Phase zur Polradspannung (Bild 5.15a).

Ist der Läuferlagegeber verdreht oder die Umrichterausgangsspannung zu groß oder zu klein, wird sich eine kleine Differenz zwischen Polradwinkel ϑ_L und Phasenwinkel φ einstellen. Der Ständerstrangstrom weist eine

kleine Winkelabweichung $\varphi - \vartheta_L$ zur Polradspannung auf, wie in Bild 5.15b gezeigt ist.

**Bild 5.15**

Zeigerdiagramm eines permanenterrregten Synchronmotors

a) Ständerstrom in Phase zur Polradspannung ($\varphi = \vartheta_L$)

b) Ständerstrom mit Phasenverschiebung zur Polradspannung ($\varphi \neq \vartheta_L$)

Aus der Spannungsgleichung (5.36) folgt die Wirkleistungsgleichung

$$m_1 U_1 I_1 \cos \varphi = m_1 I_1^2 R_1 + m_1 U_P I_1 \cos(\varphi - \vartheta_L). \quad (5.37)$$

Die aufgenommene Leistung setzt sich zusammen aus den Stromwärmeverlusten

$$P_{Cu} = m_1 R I_1^2$$

und der mechanischen Leistung

$$P = m_1 U_P I_1 \cos(\varphi - \vartheta_L).$$

Die Eisen- und Reibungsverluste wurden hierbei vernachlässigt. Aus der mechanischen Leistung kann das Drehmoment berechnet werden.

$$M = \frac{P}{2\pi n_1} = \frac{m_1 U_P I_1 \cos(\varphi - \vartheta_L)}{2\pi n_1} \quad (5.38)$$

Bei gegebenem Strom I_1 ist das abgegebene Drehmoment maximal, wenn I_1 in Phase zu U_P ist ($\varphi = \vartheta_L$).

Wie bei der Gleichstrommaschine ist das Drehmoment bei konstantem Winkel zwischen Läuferflußzeiger und Ständerdurchflußzeiger proportional zu den Amplituden von Läuferfeld (B_{2p}) und Ständerstrombelag (A_1), $M \sim B_{2p} \cdot A_1$, und kann daher wegen $B_{2p} \sim \Phi$, $A_1 \sim I_1$ in der Form

$$M = k_2 \cdot \Phi \cdot I_1$$

ausgedrückt werden. Der Proportionalitätsfaktor zwischen Drehmoment und Strom,

$$m_s = M/I_1 = k_2 \cdot \Phi, \quad (5.39)$$

wird als spezifisches Moment bezeichnet.

Beim Betrieb des Servomotors sind zwei Betriebsarten zu unterscheiden:

a) unregelter Betrieb, $U_1 = \text{konst.}$

Bei konstanter Klemmenspannung folgt für $\varphi = \vartheta_L$ aus Gl. (5.36)

$$\begin{aligned} U_p &= \sqrt{U_1^2 - (\omega_1 L_d \cdot I_1)^2} - R_1 \cdot I_1 \\ &= \sqrt{U_1^2 - (\omega_1 L_d \cdot M / m_s)^2} - R_1 \cdot M / m_s = K \cdot \Phi \cdot n \end{aligned}$$

Die Drehzahl nimmt im unregelten Betrieb mit zunehmendem Lastmoment ab.

b) geregelter Betrieb mit konstanter Drehzahl

Bei konstanter Drehzahl ist die induzierte Spannung ebenfalls konstant, so daß die Klemmenspannung lastabhängig angehoben werden muß. Für $\varphi = \vartheta_L$ ergibt sich aus Gl. (5.36)

$$\begin{aligned} U_1 &= \sqrt{(U_p + R_1 \cdot I_1)^2 + (\omega_1 L_d \cdot I_1)^2} \\ &= \sqrt{(U_p + R_1 \cdot M / m_s)^2 + (\omega_1 L_d \cdot M / m_s)^2} \end{aligned}$$

Bild 5.16 zeigt für den unregelten Betrieb die Drehzahl bzw. für den geregelten Betrieb die Klemmenspannung als Funktion des Lastmoments in bezogener Darstellung.

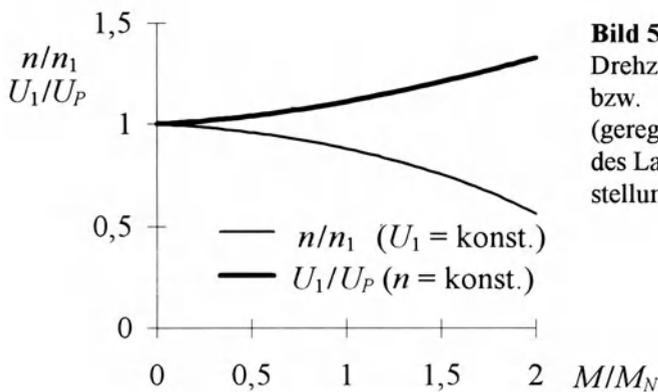


Bild 5.16

Drehzahl (unregelter Betrieb) bzw. Klemmenspannung (geregelter Betrieb) als Funktion des Lastmoments (bezogene Darstellung)

Die Kennlinie für den unregelten Betrieb ähnelt vor allem im Anfangsbereich der einer fremderregten Gleichstrommaschine.

5.5 Anlauf der Synchronmaschine, Synchronisation

Generatoren werden üblicherweise durch die Antriebsmaschine hochgefahren. Wenn die Synchronmaschine ohne Ausgleichsvorgang ans Netz geschaltet werden soll, müssen Netzspannung und Generatorspannung hinsichtlich Frequenz, Amplitude, Phasenlage und Phasenfolge übereinstimmen. Die Einhaltung dieser Synchronisationsbedingungen kann auf einfache Weise zum Beispiel mit der Dunkelschaltung ermittelt werden [18]. Dabei werden zwischen Netz und Generator über die Trennstrecken des Schalters Lampen angeschlossen, die verlöschen, wenn die Synchronisationsbedingungen erfüllt sind.

Zur Synchronisation müssen die Synchronisationsbedingungen nicht exakt eingehalten werden, da die Maschinen in der Regel auch ein asynchrones Moment entwickeln (synchronisierendes Moment).

Synchronmaschinen mit massiven Polschuhen (Schenkelpolläufer), mit massivem Läuferballen (Vollpolläufer) oder mit Dämpferwicklung (Käfigwicklung) entwickeln nach dem Gesetz über die Spaltung der Luftspaltleistung im asynchronen Betrieb ein Drehmoment, das bei Synchronmotoren auch zum **Anlauf** genutzt werden kann. Wenn die SyM **Pendelungen** um die synchrone Drehzahl ausführt, werden diese durch die Dämpferströme abgedämpft. Im Synchronismus werden vom mitlaufenden Ständerfeld keine Spannungen in der Läuferwicklung induziert, so daß in den massiven Eisenteilen oder der Dämpferwicklung keine Verluste entstehen.

Bei **unsymmetrischer Belastung** des Generators, wie zum Beispiel beim zwei- oder einpoligen Kurzschluß oder bei Schiefkast, induziert das gegenlaufende Ständerfeld mit doppelter Drehzahlfrequenz im Polrad, so daß das gegenlaufende Ständerfeld abgedämpft wird.

5.6 Stoßkurzschlußstrom

Der stationäre Kurzschlußstrom der SyM, der sich nach Abklingen der Ausgleichsvorgänge einstellt, ist nach Gl. (5.13) abhängig von der eingestellten Erregung und der Synchronreaktanz X_d . Wie beim Transformator ist zur Berechnung des Zeitverlaufs des Ausgleichsvorgangs nach dem

Kurzschluß das gekoppelte Spannungsdifferentialgleichungssystem unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen zu lösen.

In EN 60034-1 ist festgelegt, daß der Scheitelwert des Stoßkurzschlußstroms der auf Nennspannung erregten und dann dreipolig kurzgeschlossenen Synchronmaschinen nicht mehr als $15 \cdot \sqrt{2} \cdot I_{1N}$ betragen darf (Ausnahme: Turbogeneratoren mit $S_N > 10$ MVA). Die hohen Stromspitzen beim Stoßkurzschluß dürfen nicht zu schädlichen Verformungen der Ständerwicklung führen. Bei der praktischen Berechnung des Stoßkurzschlußstromes werden die Kopplungen zwischen den Wicklungen (Ständer-, Erreger- und Dämpferwicklung) durch sogenannte transiente und subtransiente Reaktanzen erfaßt. Der Stoßkurzschlußstrom hat den prinzipiellen Verlauf nach Bild 5.17.

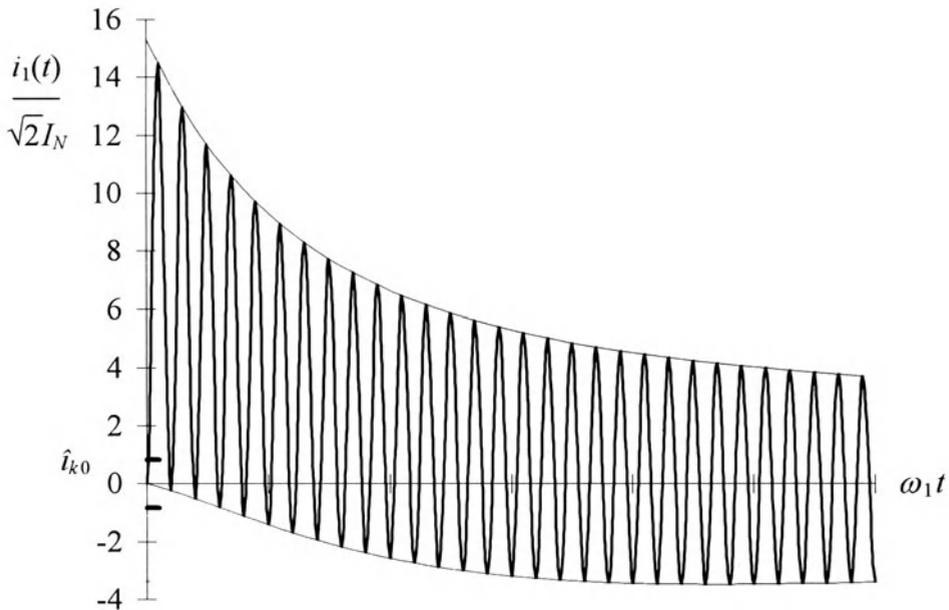


Bild 5.17

Zeitverlauf des Stoßkurzschlußstromes

Der Stoßkurzschlußstrom klingt relativ langsam ab (Zeitkonstanten bis etwa 2 s). In der Darstellung in Bild 5.17 ist der Ausgleichsvorgang noch nicht beendet, denn am Ende des dargestellten Zeitintervalls beträgt der Strom noch etwa $3,5 \cdot \sqrt{2} \cdot I_N$ und ist damit noch deutlich größer als der Dauerkurzschlußstrom (Größenordnung $i_{k0} = 0,5 \dots 0,8$)

6 Arbeitsmaschinen

Nachfolgend werden einige Arbeitsmaschinen mit ihren Drehmoment-Drehzahl- Kennlinien vorgestellt.

Pumpen und Lüfter

Ein großer Teil aller Arbeitsmaschinen sind Pumpen und Lüfter. Bei Lüftern ist die Druckerzeugung Δp näherungsweise proportional zum Quadrat der Drehzahl. Da der Volumenstrom linear von der Drehzahl abhängt, folgt, daß sich die Leistung mit der dritten Potenz der Drehzahl ändert.

$$P_{\text{Lüfter}} \sim n^3$$

Das Antriebsmoment steigt demnach quadratisch mit der Drehzahl.

$$M_{\text{Lüfter}} \sim n^2$$

Zur Überwindung von Reibung und Druckabfall in Krümmern kann noch ein konstanter Drehmomentanteil hinzukommen. Bei Pumpen muß zusätzlich zur Druckerzeugung zur Überwindung der Strömungswiderstände der Druck des zu fördernden Mediums aufgebracht werden, so daß die gesamte Druckdifferenz mit der Förderhöhe ΔH , der Dichte ρ des zu fördernden Mediums, der Erdbeschleunigung g und einer Konstanten K in der Form $\Delta p = \Delta H \rho g + K n^2$ beschrieben werden kann. Das Antriebsmoment enthält also neben dem quadratisch ansteigenden auch einen konstanten Anteil

$$M_{\text{Pumpe}} = M_0 + M_2 \cdot (n/n_N)^2$$

Die Antriebsleistung beträgt

$$P_{\text{Pumpe}} = 2\pi n \cdot (M_0 + M_2 \cdot (n/n_N)^2) = 2\pi M_0 n + 2\pi n_N M_2 \cdot (n/n_N)^3$$

Hebezeuge (vergl. Beisp. 2.1), Aufzüge

Bei Hebezeugen hängt das erforderliche Antriebsmoment nur von der Hublast ab.

$$M_{\text{Kran}} = m g D/2 = \text{konstant}$$

Die erforderliche Antriebsleistung steigt linear mit der gewünschten Hubgeschwindigkeit.

Wicklerantriebe, Werkzeugmaschinen

Bei Wickler- oder Haspelantrieben ist bei konstanter Aufwickelgeschwindigkeit eine konstante Zugkraft erforderlich (Bild 6.1).

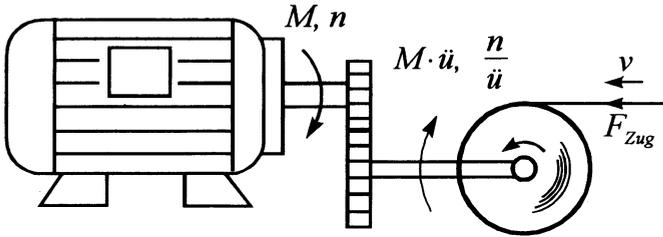


Bild 6.1
Wicklerantrieb

Die Antriebsleistung beträgt

$$P_{\text{Wickler}} = F_{\text{Zug}} \cdot v = \text{konstant},$$

so daß sich für das Drehmoment

$$M_{\text{Wickler}} = F_{\text{Zug}} \cdot v / (2\pi n)$$

ergibt. Das Antriebsmoment nimmt umgekehrt proportional zur Drehzahl ab. Ähnliche Verhältnisse gelten auch für Hauptspindelantriebe von Werkzeugmaschinen.

Bild 6.2 zeigt für die verschiedenen Arbeitsmaschinen das Drehmoment (links) sowie die Antriebsleistung als Funktion der Drehzahl in prinzipieller Darstellung.

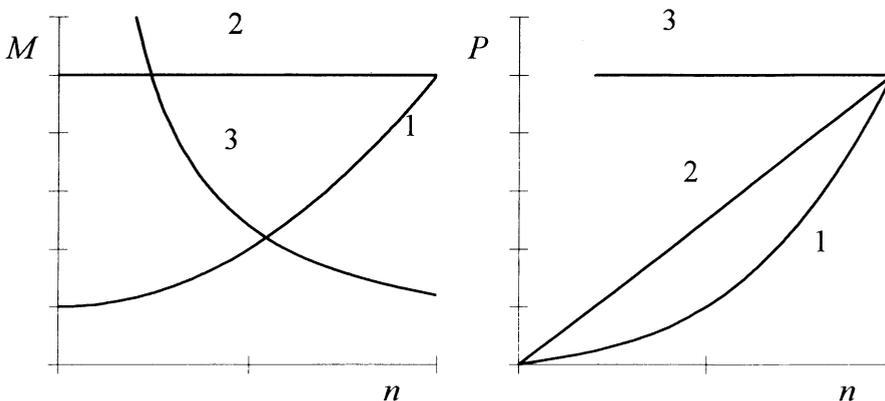


Bild 6.2

a) Antriebsmoment $M = f(n)$

b) Antriebsleistung $P = f(n)$

1: Lüfter, Pumpen, 2: Hebezeuge, Aufzüge 3: Wickler, Werkzeugmaschinen

7 Lösungen der Beispiele

7.1 Lösung zu Beispiel 2.1

a) $R_A = (U_N - U_{iN}) / I_N = 0,4 \Omega$ mit $U_{iN} = P_N / I_N = 200 \text{ V}$

$$M_N = P_N / (2\pi n_N) = 53,05 \text{ Nm}$$

$$n_0 = \frac{U_N}{k_1 \Phi} \cdot n_N = \frac{U_{iN}}{k_1 \Phi} \Rightarrow \frac{n_0}{n_N} = \frac{U_N}{U_{iN}} \Rightarrow n_0 = 1980 \text{ 1/min}$$

$$v = \pi D \cdot n_{Tro} = \pi D \cdot n_{Mot} / \ddot{u}, v(n_N) = 0,94 \text{ m/s}$$

b) $M = m \cdot g \cdot \frac{D}{2} \cdot \frac{1}{\ddot{u}} = 39,2 \text{ Nm}$

c) $M_N = k_2 \Phi I_N \quad \frac{I}{I_N} = \frac{M}{M_N} \Rightarrow I = 36,9 \text{ A}$

$$M = k_2 \Phi I \quad \frac{I}{I_N} = \frac{M}{M_N} \Rightarrow I = 36,9 \text{ A}$$

$$U_i = U_N - I \cdot R_A = 205,2 \text{ V}; n = n_0 \cdot U_i / U_N = 1847 \text{ 1/min}$$

$$v = 0,965 \text{ m/s}$$

$$\text{Kontrolle: } U_i \cdot I = P_{mech} = 7572 \text{ W},$$

$$P_{mech} = F \cdot v = 7848 \text{ N} \cdot 0,965 \text{ m/s} = 7573 \text{ W}$$

d) $v = 0,5 \text{ m/s}$
$$n = \frac{0,5 \text{ m/s}}{0,94 \text{ m/s}} \cdot 1800 \text{ 1/min} = 957 \text{ 1/min}$$

$$U_i = n/n_0 \cdot U_N = 106,3 \text{ V}; U = U_i + I \cdot R_A = 121 \text{ V}$$

e) senken:

$$M = -39,2 \text{ Nm} \Rightarrow I = -36,9 \text{ A}$$

$$U_i = U - I \cdot R_A = 220 \text{ V} - (-36,9 \text{ A}) \cdot 0,4 \Omega = 234,8 \text{ V}$$

$$n = n_0 / U_N \cdot U_i = 2113 \text{ 1/min} \quad v = 1,1 \text{ m/s}$$

$$P_{VR_A} = I^2 \cdot R_A = 545 \text{ W}$$

$$P_{el} = U \cdot I = 220 \text{ V} \cdot (-36,9 \text{ A}) = -8118 \text{ W (d.h., abgegeben)}$$

$$P_{mech} = U_i \cdot I = 234,8 \text{ V} \cdot (-36,9 \text{ A}) = -8664 \text{ W}$$

(mechanisch zugeführt)

$$= P_{el} - P_{VR_A} = -8118 \text{ W} - 545 \text{ W} = -8663 \text{ W}$$

$$\text{f) } U, I \text{ aus e) } \Rightarrow R_V = -U/I = -220 \text{ V}/(-36,9 \text{ A}) = 5,96 \Omega,$$

$$P_{VR_V} = I^2 \cdot R_V = 8118 \text{ W}$$

$$\text{g) } J_{res} = J_{Mot} + J_{äqu} \quad J_{äqu} = m \cdot (D/2)^2 \cdot (1/\ddot{u})^2 = 0,02 \text{ kgm}^2$$

$$J_{res} = 0,12 \text{ kgm}^2 + 0,02 \text{ kgm}^2 = 0,14 \text{ kgm}^2$$

$$M_{Last} = 39,2 \text{ Nm} \quad M_{Mot} = 1,6 \cdot 53,05 \text{ Nm} = 84,9 \text{ Nm}$$

$$\Sigma M = M_{Mot} - M_{Last} = 84,9 \text{ Nm} - 39,2 \text{ Nm} = 45,7 \text{ Nm} = J_{res} \cdot d\omega/dt$$

$$d\omega/dt = 326 \text{ 1/s}^2$$

$$dn/dt = 1/2\pi \cdot d\omega/dt = 52 \text{ 1/s}^2; n(t) = 52 \text{ 1/s}^2 \cdot t$$

$$\text{aus } v = \pi D n/\ddot{u} \text{ folgt } a = dv/dt = \pi D/\ddot{u} \cdot dn/dt = 1,63 \text{ m/s}^2$$

$$U(t) = U_i(t) + I \cdot R_A = k_1 \Phi n(t) + 1,6 \cdot I_N \cdot R_A$$

$$= U_N/n_0 \cdot 52 \text{ 1/s}^2 \cdot t + 1,6 \cdot I_N \cdot R_A = 346 \text{ V/s} \cdot t + 32,0 \text{ V}$$

$$U(t=0) = 32 \text{ V}, \quad n(t=0) = 0,$$

$$U(t=0,5 \text{ s}) = 205 \text{ V}, \quad n(t=0,5 \text{ s}) = 52 \text{ 1/s}^2 \cdot 0,5 \text{ s} = 1560 \text{ min}^{-1}$$

7.2 Lösung zu Beispiel 2.2

$$\text{a) } U_{iN} = P_N/I_N = 71,4 \text{ V}$$

$$M_N = P_N/2\pi n_N = 23,9 \text{ Nm}$$

$$R_A = (U_N - U_{iN})/I_N = 0,0408 \Omega$$

$$\text{b) } U_{iN} = k_1 \Phi_N n_N \Rightarrow \Phi(I)/\Phi_N = I/I_N$$

$$k_1 \Phi(I) = U_{iN} / n_N \cdot I/I_N = 0,714 \text{ Vs} \cdot I/I_N = 0,0034 \text{ Vs} \cdot I/A$$

$$\text{c) Mit } n = \ddot{u} \cdot v / \pi D \text{ folgt}$$

$$I(v) = \frac{U_N}{U_{iN} / (n_N \cdot I_N) \cdot \ddot{u} \cdot v / (\pi D) + R_A}$$

Das zugehörige Drehmoment ist

$$M(v) = k_2 \Phi(I) \cdot I(v) = k_1 / 2\pi \cdot \Phi(I) \cdot I(v) = U_{iN} / (2\pi n_N I_N) \cdot I(v)^2$$

$$= \frac{U_{iN}}{2\pi n_N I_N} \cdot \frac{U_N^2}{(U_{iN} / (n_N \cdot I_N) \cdot \ddot{u} \cdot v / (\pi D) + R_A)^2}$$

Die Traktionskraft F_M beträgt

$$F_M(v) = M(v) \cdot 2 \cdot \ddot{u} / D$$

$$= \frac{U_{iN} \cdot 2 \cdot \ddot{u}}{2\pi n_N I_N \cdot D} \cdot \frac{U_N^2}{(U_{iN} / (n_N \cdot I_N) \cdot \ddot{u} \cdot v / (\pi D) + R_A)^2}$$

Die Endgeschwindigkeit ist dann erreicht, wenn die Traktionskraft gleich dem Fahrtwiderstand ist. Dieser Schnittpunkt kann aus der grafischen Darstellung $F_{Mot}(v)$, $F_W(v)$ ermittelt werden. Aus Bild 7.1 ergibt sich die Endgeschwindigkeit bei voller Klemmenspannung zu $v_{End} = 90$ km/h.

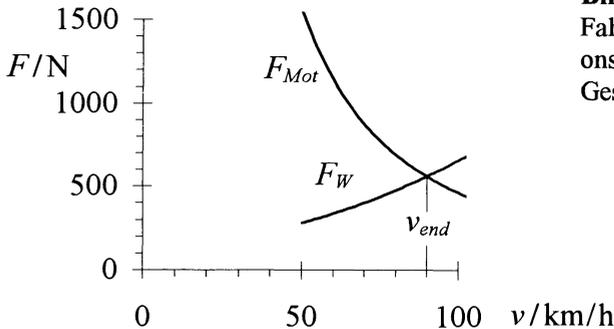


Bild 7.1

Fahrtwiderstand F_W und Traktionskraft F_{Mot} als Funktion der Geschwindigkeit

Betriebsdaten: $F_W = 560 \text{ N} = F_{Mot}$ $P = F_W \cdot v = 14 \text{ kW}$
 $M = F_W \cdot D / 2\ddot{u} = 20,4 \text{ Nm}$ $I = \sqrt{M / M_N \cdot I_N} = 194 \text{ A}$
 $n = \ddot{u} \cdot v / \pi D = 6565 \text{ 1/min}$

Auch wenn die Endgeschwindigkeit für ein Elektroauto ganz beachtlich erscheint, ist das Fahrzeug in Anbetracht seines hohen Gewichts (Batterien) deutlich untermotorisiert. Bei einer Steigung von 5% beträgt die Hangabtriebskraft

$$F_{Hang} = m \cdot g \cdot \sin(\text{atan}(0,05)) = 588 \text{ N.}$$

Bei unverändertem Fahrtwiderstand ergibt sich eine stationäre Endgeschwindigkeit von 66 km/h.

Betriebsdaten:

$$F_{Mot} = F_W + F_{Hang} = 961 \text{ N}$$

$$P = F_{mot} \cdot v = 17,6 \text{ kW} = 1,17 \cdot P_N \quad (\text{Überlast!})$$

$$M = F_{mot} \cdot D/2\ddot{u} = 35 \text{ Nm}, \quad n = \ddot{u} \cdot v/\pi D = 4814 \text{ 1/min},$$

$$I = \sqrt{M/M_N} \cdot I_N = 254 \text{ A} = 1,21 \cdot I_N$$

Selbst bei der deutlich geringeren Geschwindigkeit ist der Motor überlastet.

$$d) F_W \stackrel{!}{=} \max \text{ bei } v = 50 \text{ km/h}$$

$$n = \ddot{u} \cdot v / (\pi \cdot D) = 60,79 \text{ 1/s}$$

$$I = \frac{U_N}{U_{iN} / (n_N I_N) \cdot n + R_A} = 323 \text{ A} = 1,54 \cdot I_N$$

$$M = M_N \cdot (I/I_N)^2 = 56,5 \text{ Nm}$$

$$F_{Mot} = M \cdot 2 \cdot \ddot{u} / D = 1554 \text{ Nm} \quad F_W = 155 \text{ N} + 0,05 \cdot 50^2 \text{ N} = 280 \text{ N}$$

$$a = \frac{F_{Mot} - F_{W0} - F_{W2} \cdot v^2}{m} = 1,06 \text{ m/s}^2$$

$$t = v/a = 13,1 \text{ s}$$

Der größte Teil des Motordrehmoments (82%) wird für die Beschleunigung des Fahrzeugs benötigt, während zur Überwindung des Fahrtwiderstands lediglich 18% erforderlich sind. Hieraus folgt, daß während des Beschleunigungsvorganges Motordrehmoment und Strom nahezu konstant sind. Die erforderliche Klemmenspannung nimmt wegen der linear mit der Zeit ansteigenden Geschwindigkeit ebenfalls näherungsweise linear mit der Zeit zu.

Die genaue Berechnung ergibt für die Zeitfunktion des Motormomentes während des Beschleunigungsvorgangs

$$M(t) = D/(2 \cdot \ddot{u}) \cdot (F_{W0} + F_{W2} \cdot a^2 \cdot t^2 + m \cdot a)$$

Aus $M/M_N = (I/I_N)^2$ ergibt sich für die Zeitfunktion des Stroms

$$I(t) = \sqrt{D/(2 \cdot \ddot{u}) \cdot 2\pi n_N \cdot I_N / U_{iN} \cdot (F_{W0} + F_{W2} \cdot a^2 \cdot t^2 + m \cdot a)}$$

Aus der Spannungsgleichung kann die Zeitfunktion der Klemmenspannung berechnet werden.

$$U(t) = U_i(t) + I(t) \cdot R_A \quad \text{mit} \quad U_i(t) = U_{iN} \cdot (n(t)/n_N) \cdot (I(t)/I_N)$$

Bild 7.2 zeigt Motorstrom, Klemmenspannung und Motormoment als Funktion der Zeit während des Beschleunigungsvorganges.

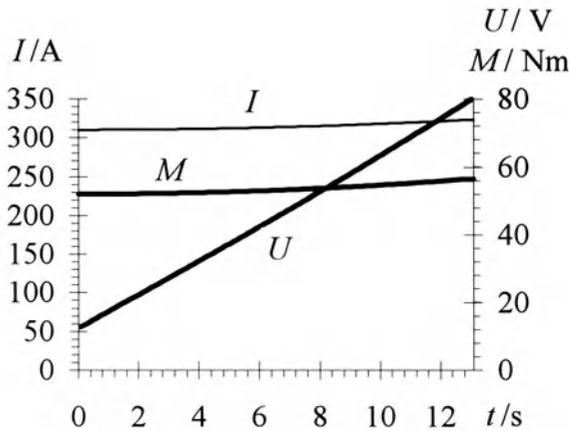


Bild 7.2
Spannung, Strom und Drehmoment während des Beschleunigungsvorganges

Beim Anfahren: $I(0) = 310 \text{ A}$, $U(0) = 12,6 \text{ V}$

7.3 Lösung zu Beispiel 2.3

a) $R_A = (U_N - U_{iN}) \cdot I_N = 0,2 \Omega$ mit $U_{iN} = P_N / I_N = 210 \text{ V}$

b) $B = \frac{\mu_0}{\delta''} \frac{w_E}{2p} \cdot I_{EN} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ m}} \cdot 1200 \cdot 1 \text{ A} = 0,754 \text{ Vs/m}^2$

$$\Phi = \alpha \cdot \tau \cdot l \cdot B = 0,68 \cdot 0,12 \text{ m} \cdot 0,15 \text{ m} \cdot 0,754 \text{ V s/m}^2 = 9,23 \text{ mVs}$$

$$n_N = U_{iN} / k_1 \Phi = 210 \text{ V} / 432 \cdot 9,23 \text{ mVs} = 3160 \text{ 1/min}$$

$$A_N = \frac{z \cdot I_N / 2a}{2p \cdot \tau} = \frac{2 \cdot w_S \cdot k \cdot I_N / 2a}{2p \cdot \tau} = \frac{432 \cdot 50 \text{ A} / 4}{4 \cdot 0,12 \text{ m}} = 11250 \text{ A/m}$$

$$B_{max} = B \cdot \left(1 + \frac{\alpha \cdot \tau \cdot A_N}{2w_E / 2p \cdot I_{EN}} \right)$$

$$= 0,754 \text{ T} \cdot \left(1 + \frac{0,68 \cdot 0,12 \text{ m} \cdot 11250 \text{ A/m}}{2 \cdot 1200 \cdot 1 \text{ A}} \right) = 1,042 \text{ T}$$

$$U_{s0} = \frac{U_N}{\alpha k / 2p} = \frac{220 \text{ V}}{0,68 \cdot 72 / 4} = 18 \text{ V}$$

$$U_{sm} = \frac{U_{iN}}{\alpha k/2p} + \frac{I \cdot R_A}{k/2p} = \frac{210 \text{ V}}{0,68 \cdot 72/4} + \frac{50 \text{ A} \cdot 0,2 \Omega}{72/4} = 17,7 \text{ V}$$

$$U_{smax} = B_{max} / B \cdot U_{sm} = 24,5 \text{ V}$$

- c) Im Feldschwächbetrieb mit $I = I_N$ ist wegen $U_i = U - I_N R_A = U_{iN}$ die induzierte Spannung gleich der bei Bemessungsbetrieb und daher

$$\Phi = \Phi_N \cdot n_N / n.$$

Bei Vernachlässigung der Sättigung gilt daher für die Drehzahlabhängigkeit des Erregerstroms

$$I_E(n) = I_{EN} \cdot n_N / n$$

$$U_{smax} = U_{sm} \left(1 + \frac{\alpha \cdot \tau \cdot A_N}{2w_E / 2p \cdot I_{EN} \cdot n_N} \cdot n_{gr} \right) = U_{szul}$$

$$\frac{n_{gr}}{n_N} = \left(\frac{U_{szul}}{U_{sm}} - 1 \right) \cdot \frac{2w_E / 2p \cdot I_{EN}}{\alpha \cdot \tau \cdot A_N}$$

$$\frac{n_{gr}}{n_N} = \left(\frac{30 \text{ V}}{17,7 \text{ V}} - 1 \right) \cdot \frac{2 \cdot 1200 \cdot 1 \text{ A}}{0,68 \cdot 0,12 \text{ m} \cdot 11250 \text{ A/m}} = 1,82$$

$$n_{gr} = 5750 \text{ min}^{-1}$$

- d) $U_{szul} = U_{sm} \left(1 + \frac{\alpha \cdot \tau \cdot A_N}{2w_E / 2p \cdot I_{EN} \cdot n_N} \cdot n \right) \Rightarrow I \cdot n = \text{konst} \Rightarrow I = I_N \cdot n_{gr} / n$

- e) Für die einzelnen Drehzahlbereiche ergeben sich die stationär zulässigen Betriebsdaten nach Tabelle 7.1.

Tabelle 7.1

Stationäre Betriebsgrenzen der Gleichstrommaschine

n	Φ	I	M	P	U
$0 < n < n_N$	Φ_N	I_N	M_N	$P_N \cdot n/n_N$	$U_{iN} \cdot n/n_N + I_N \cdot R_A$
$n_N < n < n_{gr}$	$\Phi_N \cdot n_N/n$	I_N	$M_N \cdot n_N/n$	P_N	U_N
$n_{gr} < n < n_{max}$	$\Phi_N \cdot n_N/n$	$I_N \cdot n_{gr}/n$	$M_N \cdot n_N \cdot n_{gr}/n^2$	$P_N \cdot n_{gr}/n$	U_N

$$P(n_{max}) = 10 \text{ kW}$$

Darstellung der Grenzkennlinien nach Tabelle 7.1: siehe Bild 2.16.

7.4 Lösung zu Beispiel 3.1

$$\begin{aligned}
 \text{a) } R_{Fe} &= U_{1N}^2 / P_0 = 4,07 \text{ k}\Omega & I_{Fe} &= U_{1N} / R_{Fe} = 0,056 \text{ A} \\
 I_{\mu} &= \sqrt{I_{10}^2 - I_{Fe}^2} = 0,16 \text{ A} \\
 \cos\varphi_0 &= I_{Fe} / I_{10} = 0,332 & Z_N &= U_{1N} / I_{1N} = 165 \Omega \\
 X_{1h} &= U_{1N} / I_{\mu} = 1,44 \text{ k}\Omega \\
 R_k &= P_k / U_{1N}^2 = 8,54 \Omega & R'_2 &= R_k - R_1 = 4,24 \Omega \\
 Z_k &= U_{1k} / I_{1N} = 27,2 \Omega & X_k &= \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = 25,8 \Omega \\
 \cos\varphi_k &= R_k / Z_k = 0,314 & u_k &= U_{1k} / U_{1N} = 16\% \\
 u_R &= u_k \cos\varphi_k = 5,2\% & u_X &= u_k \sin\varphi_k = 15,6\% \\
 X_{1\sigma} &= X_{2\sigma} = X_k / 2 = 12,9 \Omega
 \end{aligned}$$

$$\text{b) } \ddot{u} = \sqrt{R'_2 / R_2} = 9,6 \quad U_{20} = U_{1N} / \ddot{u} = 24 \text{ V}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } L_1 &= L_{1h} + L_{1\sigma} = (X_{1h} + X_{1\sigma}) / 2\pi f_1 = 4,62 \text{ H} \\
 L'_2 &= L_1 = L_2 / \ddot{u}^2 \quad L_2 = 0,05 \text{ H} \quad M = \ddot{u} L_{1h} = 0,477 \text{ H}
 \end{aligned}$$

$$\text{c) } \sigma = 1 - M / (L_1 L_2) = 0,018$$

$$\begin{aligned}
 \text{e) } \alpha &= P_{Fe} / P_k = 0,8 & i_0 &= I_{10} / I_{1N} = 12,2\% \\
 \underline{U}_1 &= 230 \text{ V} \cdot e^{j0} & \underline{I}_{\mu} &= 0,16 \text{ A} \cdot e^{j\pi/2} & \underline{I}_{Fe} &= 0,0565 \text{ A} \cdot e^{j0} \\
 \underline{I}_{10} &= 0,17 \text{ A} \cdot e^{j70,6^\circ} & \underline{U}_{1k} &= 37,8 \text{ V} \cdot e^{j0} & \underline{I}_k &= 1,39 \text{ A} \cdot e^{-j71,7^\circ} \\
 R_k I_k &= 11,9 \text{ V} \cdot e^{-j71,7^\circ} & jX_k I_{1k} &= 35,9 \text{ V} \cdot e^{j18,3^\circ}
 \end{aligned}$$

7.5 Lösung zu Beispiel 3.2

$$\text{a) } \underline{Z}_L = 1,4 \Omega + j1,05 \Omega \quad \underline{Z}'_L = \ddot{u}^2 Z_L = 129 \Omega + j96,8 \Omega$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) Annahme: } \underline{U}'_2 &= 200 \text{ V} \cdot e^{j0} \\
 \underline{I}'_2 &= -\underline{U}'_2 / \underline{Z}'_L = 1,24 \text{ A} \cdot e^{j143,1^\circ} & -R'_2 \underline{I}'_2 &= 5,3 \text{ V} \cdot e^{-j36,9^\circ} \\
 -jX'_{2\sigma} \underline{I}'_2 &= 16 \text{ V} \cdot e^{j53,1^\circ} \\
 \underline{U}_{1h} &= \underline{U}'_2 - R'_2 \underline{I}'_2 - jX'_{2\sigma} \underline{I}'_2 = 213,8 \text{ V} + j9,62 \text{ V} = 214 \text{ V} \cdot e^{j2,6^\circ} \\
 \underline{I}_{Fe} &= \underline{U}_{1h} / R_{Fe} = 0,0526 \text{ A} \cdot e^{j2,6^\circ} & \underline{I}_{\mu} &= \underline{U}_{1h} / jX_{1h} = 0,1297 \text{ A} \cdot e^{-j87,7^\circ} \\
 \underline{I}_1 &= -\underline{I}'_2 + \underline{I}_{Fe} + \underline{I}_{\mu} = 1,050 \text{ A} - j0,871 \text{ A} = 1,36 \text{ A} \cdot e^{-j39,7^\circ}
 \end{aligned}$$

7.6 Lösung zu Beispiel 3.3

$$I_{1Na} = S_{Na} / \sqrt{3} U_{1N} = 11,5 \text{ A} \quad I_{1Nb} = S_{Nb} / \sqrt{3} U_{1N} = 18,2 \text{ A}$$

$$R_{ka} = P_{ka} / (3 \cdot I_{1Na}^2) = 11,6 \text{ } \Omega \quad R_{kb} = P_{kb} / (3 \cdot I_{1Nb}^2) = 6,8 \text{ } \Omega$$

$$Z_{ka} = u_{ka} \cdot U_{1N} / (\sqrt{3} I_{1Na}) = 40,0 \text{ } \Omega \quad X_{ka} = \sqrt{Z_{ka}^2 - R_{ka}^2} = 38,3 \text{ } \Omega$$

$$Z_{kb} = u_{kb} \cdot U_{1N} / (\sqrt{3} I_{1Nb}) = 38,1 \text{ } \Omega \quad X_{kb} = \sqrt{Z_{kb}^2 - R_{kb}^2} = 37,5 \text{ } \Omega$$

$$\frac{\underline{I}_{1a}}{\underline{I}_{1b}} = \frac{\underline{Z}_{kb}}{\underline{Z}_{ka}} = \frac{R_{kb} + jX_{kb}}{R_{ka} + jX_{ka}} = 0,952 \cdot e^{j6,5^\circ}$$

$$\frac{\underline{I}_{1b} + \underline{I}_{1a}}{\underline{I}_{1a}} = \left(1 + \frac{\underline{I}_{1a}}{\underline{I}_{1b}} \right) = \frac{\underline{Z}_{ka} + \underline{Z}_{kb}}{\underline{Z}_{kb}} = \frac{R_{ka} + R_{kb} + j(X_{ka} + X_{kb})}{R_{kb} + jX_{kb}}$$

$$= 2,04 \cdot e^{-j3,4^\circ}$$

$$|\underline{I}_{1b} + \underline{I}_{1a}| = 2,04 \cdot I_{1Na} = 23,5 \text{ A}$$

$$S_{zul} = 2,04 \cdot S_{Na} = 816 \text{ kVA} = 0,79 \cdot (S_{Na} + S_{Nb})$$

Die zulässige Summenscheinleistung beträgt lediglich 79% der Summe der Bemessungsscheinleistungen.

Überschlägige Berechnung:

$$I_{1a} = I_{1Na}, \quad U_{1ka} = u_{ka} \cdot U_{1N} = u_{kb} \cdot U_{1N} \cdot I_{1b} / I_{1Nb} \Rightarrow I_{1b} = u_{ka} / u_{kb} \cdot I_{1Nb}$$

$$S_b = S_{Nb} \cdot I_{1b} / I_{1Nb} = S_{Nb} \cdot u_{ka} / u_{kb}$$

$$S_{zul} = S_{Na} + S_{Nb} \cdot u_{ka} / u_{kb} = 814 \text{ kVA}$$

7.7 Lösung zu Beispiel 4.1

Maßstäbe: $m_I = 35 \text{ A/cm}$

$$m_P = \sqrt{3} U_N m_I = 24,2 \text{ kW/cm}$$

$$m_M = m_P / 2\pi n_1 = 154,4 \text{ Nm/cm}$$

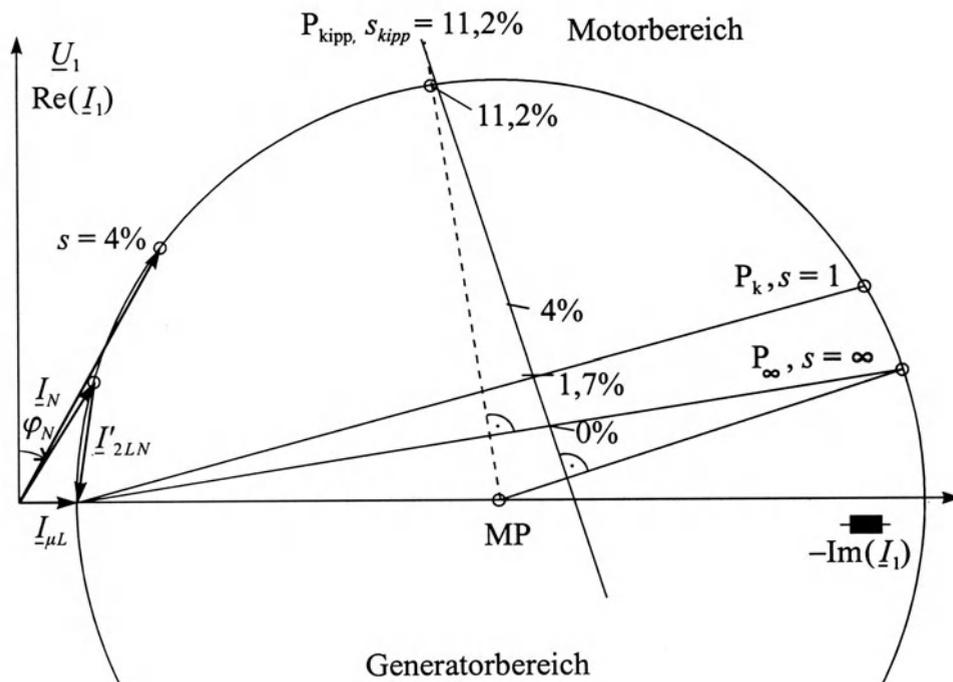
a) SOK zeichnen aus Bemessungspunkt und Kurzschlußpunkt:

Bemessungspunkt: $I_N = 66 \text{ A} \equiv 1,9 \text{ cm}, \quad \varphi_N = \arccos(0,84) = 32,9^\circ$

Kurzschlußpunkt: $P_k = 67,7 \text{ kW} \equiv 2,8 \text{ cm},$

$$I_k = I_A = 401 \text{ A} \equiv 11,5 \text{ cm}, \quad I_A / I_N = 6,1$$

$$\cos \varphi_k = P_k / (\sqrt{3} U_N I_k) = 0,244, \quad \varphi_k = 75,9^\circ$$

**Bild 7.3**

Stromortskurve zu Beispiel 4.1

$$b) X_h = U_N / (I_0 / \sqrt{3}) = 25,2 \, \Omega$$

$$\text{Kreisdurchmesser } I_\emptyset = 11,15 \, \text{cm} \cdot 35 \, \text{A/cm} = 390 \, \text{A}$$

$$X_k = U_N / (I_\emptyset / \sqrt{3}) = 1,78 \, \Omega$$

$$I'_{2Lk} = 10,7 \, \text{cm} \cdot 35 \, \text{A/cm} = 374,5 \, \text{A}$$

$$P_{Cu1k} = 3 \cdot R_1 \cdot (I'_{2Lk} / \sqrt{3})^2 = 39,4 \, \text{kW}$$

$$P_{Cu2k} = P_k - P_{Cu1k} = 28,3 \, \text{kW} = 3 \cdot R'_2 \cdot (I'_{2Lk} / \sqrt{3})^2 \Rightarrow R'_2 = 0,202 \, \Omega$$

$$c) \text{ aus SOK: } I'_{2N} = 1,6 \, \text{cm} \cdot 35 \, \text{A/cm} = 56 \, \text{A}$$

$$P_{Cu1N} = 3 \cdot R_1 \cdot (I'_{2LN} / \sqrt{3})^2 = 1,22 \, \text{kW}$$

$$P_{Cu2N} = 3 \cdot R'_2 \cdot (I'_{2LN} / \sqrt{3})^2 = 0,63 \, \text{kW}$$

$$M_N = P_N / (2\pi n_N) = 240 \, \text{Nm}$$

$$d) P_{Cu2k} / (2\pi n_1) = 180 \, \text{Nm}, M_A / M_N = 0,75$$

$$e) \text{ mit Parametergerade: } s_N \equiv 0,7 \, \text{cm}, s_{kipp} = 4,7 \, \text{cm} / 0,7 \, \text{cm} \cdot s_N = 11,2\%$$

$$M_{kipp} = 4,7 \, \text{cm} \cdot 154,4 \, \text{Nm/cm} = 726 \, \text{Nm}, M_{kipp} / M_N = 3,03$$

f) Punkt einzeichnen mit Hilfe der Parametergerade:

$$s = 4\% / s_N \cdot 0,7 \text{ cm} \equiv 1,7 \text{ cm}$$

$$I_{1L} = 3,8 \text{ cm} \cdot 35 \text{ A/cm} = 133 \text{ A}, I'_{2L} = 3,5 \text{ cm} \cdot 35 \text{ A/cm} = 122,5 \text{ A}$$

$$P_{Cu1} = 3 \cdot R_1 \cdot (I'_{2L} / \sqrt{3})^2 = 4,2 \text{ kW}, P_{Cu2} = 3 \cdot R'_2 \cdot (I'_{2L} / \sqrt{3})^2 = 3,0 \text{ kW}$$

$$P_\delta = P_{Cu2} / s = 75,8 \text{ kW}, M = P_\delta / (2\pi n_1) = 482 \text{ Nm}$$

$$P = (1-s) \cdot P_\delta = 72,8 \text{ kW}$$

7.8 Lösung zu Beispiel 4.2

a) Maßstäbe: $m_I = 173,2 \text{ A/cm}$

$$m_P = \sqrt{3} U_N m_I = 120 \text{ kW/cm}$$

$$m_M = m_P / 2\pi n_1 = 764 \text{ Nm/cm}$$

SOK zeichnen aus Nennpunkt, Anlaufpunkt

b) $s_N = (n_1 - n_N) / n_N = 0,8\%$, $M_N = P_N / (2\pi n_1 (1 - s_N)) = 1284 \text{ Nm}$

c) Konstruktion P_{∞} : $M_A \equiv 402 \text{ Nm} / 764 \text{ Nm/cm} = 0,53 \text{ cm}$; antragen an P_k
Parametergerade einzeichnen und parametrieren:

$$s_N \equiv 0,7 \text{ cm}, s_{kipp} = 4,3 \text{ cm} / 0,7 \text{ cm} \cdot s_N = 4,9\%$$

$$M_{kipp} = 5,1 \text{ cm} \cdot 764 \text{ Nm/cm} = 3900 \text{ Nm} = 3,04 M_N$$

$$I'_{2k} = 10,8 / \sqrt{3} \text{ cm} \cdot 173,2 \text{ A/cm} = 1080 \text{ A}$$

$$P_k = \sqrt{3} U_N I_k \cos \varphi_k = 136,5 \text{ kW}, P_{Cu2k} = 2\pi n_1 M_A = 63,1 \text{ kW}$$

$$P_{Cu1k} = P_k - P_{Cu2k} = 73,4 \text{ kW}, R_1 = P_{Cu1k} / (m_1 \cdot (I'_{2k})^2) = 21 \text{ m}\Omega$$

$$R'_2 = P_{Cu2k} / (m_1 \cdot (I'_{2k})^2) = 18,1 \text{ m}\Omega$$

d) Kreisdurchmesser $I_\emptyset = 10,8 \text{ cm} \cdot 173,2 \text{ A/cm} = 1870 \text{ A}$

$$X_k = U_N / (I_\emptyset / \sqrt{3}) = 0,37 \Omega$$

$$s_{kipp} = 4,9\% \text{ (wie in b)}, M_{kipp} = 3912 \text{ Nm (aus b): } M_{kipp} = 3900 \text{ Nm}$$

e) $P_k^* \approx P_{Cu2k} = 63,1 \text{ kW} \equiv 0,5 \text{ cm} (P_{Cu1k} = 0)$, $I_k^* \approx I_k$

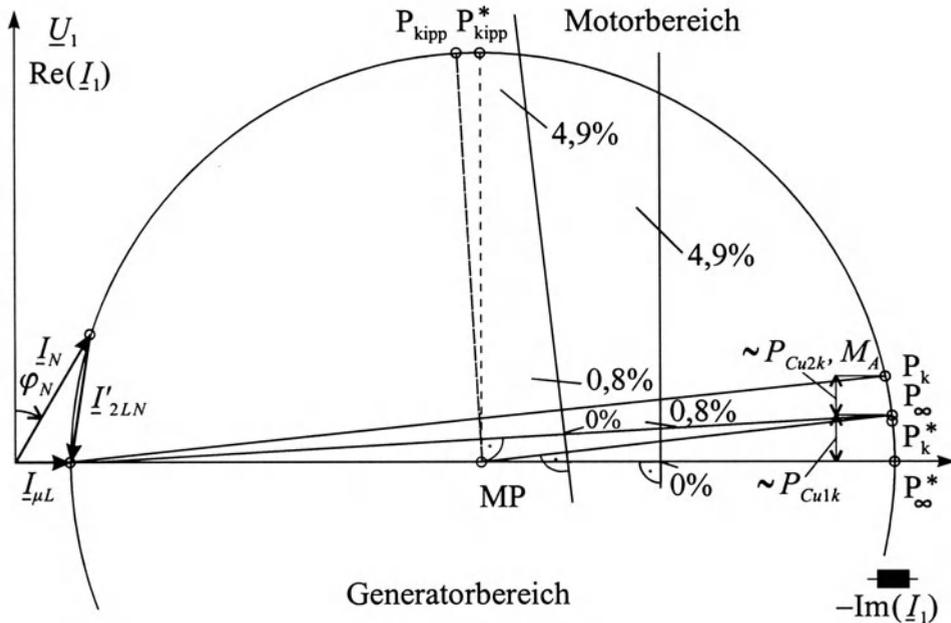
$$\cos \varphi_k^* = P_k^* / (\sqrt{3} U_N I_k) = 0,054$$

f) neue Parametergerade (\perp zur Imaginärachse):

$$s_N \equiv 0,5 \text{ cm}, s_{kipp} = 3,0 \text{ cm} / 0,5 \text{ cm} \cdot s_N = 4,8\%$$

$$M_{kipp} = 5,4 \text{ cm} \cdot 764 \text{ Nm/cm} = 4126 \text{ Nm} = 3,21 M_N,$$

$$\text{rechnerisch (Gl. 4.42b), (4.43b)): } s_{kipp} = 4,9\%, M_{kipp} = 4141 \text{ Nm}$$

**Bild 7.4**

Stromortskurve zu Beispiel 4.2

$$g) \frac{2}{\frac{s_N}{s_{kipp}} + \frac{s_{kipp}}{s_N}} = 0,32 \quad \frac{M}{M_{kipp}} = 0,31 \text{ (gute Übereinstimmung)}$$

7.9 Lösung zu Beispiel 4.3

$$a) R'_2 = 0,5 R_{KL} \cdot \left[\frac{U_N}{U_{20}} \right]^2 = 24,5 \text{ m}\Omega$$

$$b) \text{Maßstäbe: } m_I = 125 \text{ A/cm}$$

$$m_P = \sqrt{3} U_N m_I = 86,6 \text{ kW/cm}$$

$$m_M = m_P / 2\pi n_1 = 827 \text{ Nm/cm}$$

Kurzschlußpunkt auf Nennspannung umrechnen:

$$I_{1k} = (U_N / U_k) \cdot 232 \text{ A} = 1314 \text{ A}, P_k = (U_N / U_k)^2 \cdot 6590 \text{ W} = 215,2 \text{ kW}$$

Stromortskurve zeichnen aus Leerlaufpunkt und Kurzschlußpunkt (siehe Bild 7.5).

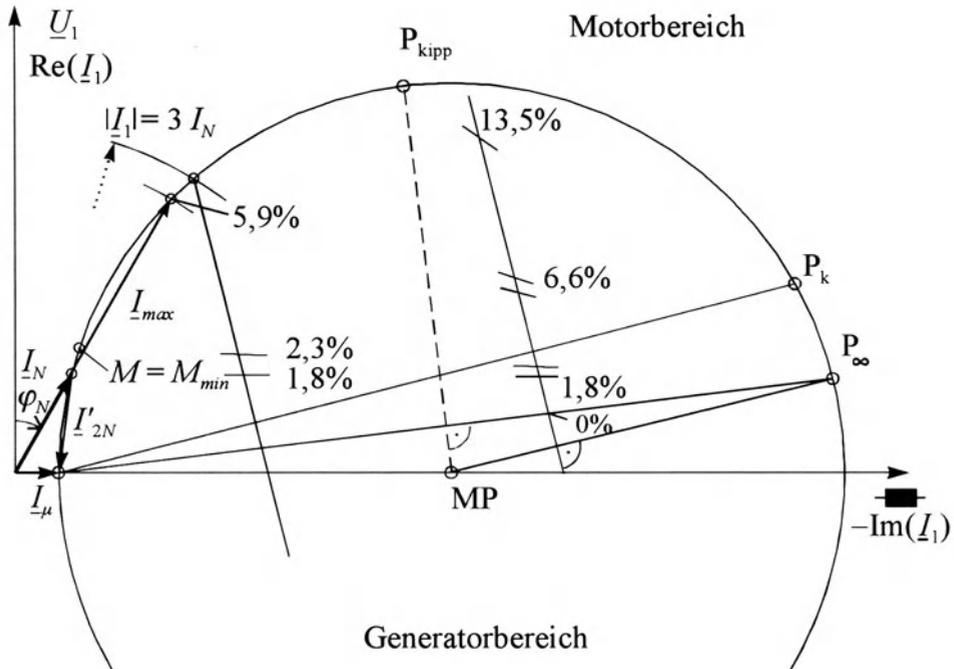


Bild 7.5

Stromortskurve zu Beispiel 4.3

- c) Ablesen aus SOK: $M_A \cong 1,3 \text{ cm} = 1075 \text{ Nm}$
 $M_{kipp} \cong 4,55 \text{ cm} = 3763 \text{ Nm}$

Kreisdurchmesser: $I_o \cong 10,3 \text{ cm} = 1288 \text{ A}$, $X_k = (U_N / \sqrt{3}) / I_o = 0,18 \Omega$
 $X_h = (U_N / \sqrt{3}) / I_o = 3,2 \Omega$

$$s_{kipp} = \pm \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + X_k^2}} = 13,5\%$$

Parametergerade einzeichnen:

$$s_{kipp} \cong 3,75 \text{ cm}, s_N \cong 0,5 \text{ cm}; s_N = 0,5 \text{ cm} / 3,75 \text{ cm} \cdot 13,5\% = 1,8\%$$

$$M_N = P_N / 2\pi n_1 (1 - s_N) = 1070 \text{ Nm, ablesen: } \varphi_N = 29^\circ \Rightarrow \cos \varphi_N = 0,87$$

$$\text{d) } M_{Mmin} = 1,25 M_N = 1340 \text{ Nm} \equiv 1,6 \text{ cm, ablesen } s_{min} = 2,3 \%$$

$$\text{oder } s_{min} \approx M_{Mmin} / M_N \cdot s_N = 2,25\%, \text{ weitere Rechnung mit } s_{min} = 2,3 \%$$

$$I = 3 I_N = 567 \text{ A} \equiv 4,5 \text{ cm, ablesen } s(I = 3 I_N) = 6,6 \%$$

$$N = \frac{\ln(s_{min})}{\ln(s_{min} / s(I = 3 I_N))} - 1 = 3 \quad s_{max} = (s_{min})^{N / (N + 1)} = 5,9\%$$

$$\text{ablesen } I_{max} = 520 \text{ A} = 2,75 I_N$$

Tabelle 7.2 zeigt für die einzelnen Stufen die jeweils erforderlichen Vorwiderstände sowie die Umschalt Drehzahlen.

Tabelle 7.2

Vorwiderstände und Umschalt Drehzahlen für den Anlauf des Schleifringläufermotors aus Beispiel 4.3 ($M_{Mmin} = 1,25 M_N$, $I_{max} = 520 \text{ A}$)

Stufe	R_V / R_2	s_a^*	n_a / min^{-1}	s_e^*	n_e / min^{-1}
1	15,9	1	0	0,39	610
2	5,6	0,39	610	0,152	848
3	1,6	0,152	848	0,059	941
4	0	0,059	941	0,018	982

7.10 Lösung zu Beispiel 4.4

$$M_{kipf} = 3763 \text{ Nm (aus Beispiel 4.3)}, J_{res} = J_M + J_S = 109,2 \text{ kgm}^2$$

$$A_k = \frac{1}{2} J_{res} (2\pi n_1)^2 = 0,6 \cdot 10^6 \text{ Ws}, s_{kipf} = 13,5\%$$

$$Q_2 \text{ nach Gl. (4.61); } Q_1 \text{ nach Gl. (4.62)}$$

$$\text{Wärmemenge in der Läuferwicklung: } Q_{2Wl} = Q_2 \cdot R_2 / (R_2 + R_V)$$

$$\text{Wärmemenge im Vorwiderstand: } Q_{2R_V} = Q_2 \cdot R_V / (R_2 + R_V)$$

$$t_A = J_{res} \cdot \frac{2\pi n_1}{2M_{kipf}} \cdot [s_{kipf} \cdot \ln\left\{ \frac{s_a}{s_e} \right\} + \frac{s_a^2 - s_e^2}{2 \cdot s_{kipf}}] \quad (4.57)$$

s_{kip} für die einzelnen Stufen nach Gl. (4.48) berechnen mit R_V nach Tabelle 7.2, $s_{kip}(R_V = 0) = 13,5\%$

Tabelle 7.3

Hochlaufzeiten und Wärmemengen (Schleifringläufermotor aus Beispiel 4.3 mit Schwungmasse $J_S = 20 J_M, M_g = 0$)

Stufe	s_{kip}	Δt_A	Q_2/kWs	Q_{2W_i}/kWs	Q_{2R_V}/kWs	Q_1/kWs
1	2,28	3,54	507,7	30,0	477,6	33,4
2	0,89	1,38	77,2	11,7	65,5	13,0
3	0,35	0,55	11,7	4,5	7,2	5,0
4	0,135	0,38	2,0	2,0	0	2,2
Σ		5,85	598,6	48,2	550,3	53,6
ohne R_V		6,57	598,6	598,6	0	666,8

Stufenanlauf

$$\Delta \mathcal{G}_1 = Q_1 / c_{W1} \cdot G_{W1} = 1,9 \text{ K}, \quad \Delta \mathcal{G}_2 = Q_{2W_i} / c_{W2} \cdot G_{W2} = 1,8 \text{ K}$$

theoretische Erwärmungen für $R_V = 0$:

$$\Delta \mathcal{G}_1 = Q_1 / c_{W1} \cdot G_{W1} = 23 \text{ K}, \quad \Delta \mathcal{G}_2 = Q_2 / c_{W2} \cdot G_{W2} = 22 \text{ K}$$

Bei geringfügig verkürzter Hochlaufzeit nehmen die Wicklungserwärmungen um etwa 92% ab.

7.11 Lösung zu Beispiel 4.5

a) $n_{max} = v / (\pi d_{min}) = 1146 \text{ min}^{-1}$, $M_{min} = F_{Zug} \cdot d_{min} / 2 = 42,5 \text{ N}$

b) $n_{min} = v / (\pi d_{max}) = 229 \text{ min}^{-1}$, $M_{max} = F_{Zug} \cdot d_{max} / 2 = 212,5 \text{ N}$

c) $v(t) = B d_p l(t)$ $v(t) = \pi/4 B \cdot ((d_{Tr}(t))^2 - (d_{min})^2)$

$$d_{Tr}(t) = \sqrt{(4 d_p v / \pi) t - (d_{min})^2} \quad d_{Tr}(t) = d_{max} \Rightarrow t_{ges} = 714 \text{ s}$$

d) Maßstäbe: $m_l = 20 \text{ A/cm}$

$$m_p = \sqrt{3} U_N m_l = 13,9 \text{ kW/cm}$$

$$m_M = m_p / 2\pi n_1 = 132,3 \text{ Nm/cm}$$

SOK zeichnen aus Bemessungspunkt und Kippunkt:

Bemessungspunkt: $I_N = 39 \text{ A} \equiv 1,95 \text{ cm}$, $\varphi_N = \arccos(0,83) = 33,9^\circ$

$$M_N = P_N / 2\pi n_N = 215,3 \text{ Nm}$$

Kippunkt: $M_{kipp} = 3,4 M_N = 732 \text{ Nm} \equiv 5,5 \text{ cm}$ (Kreisradius)

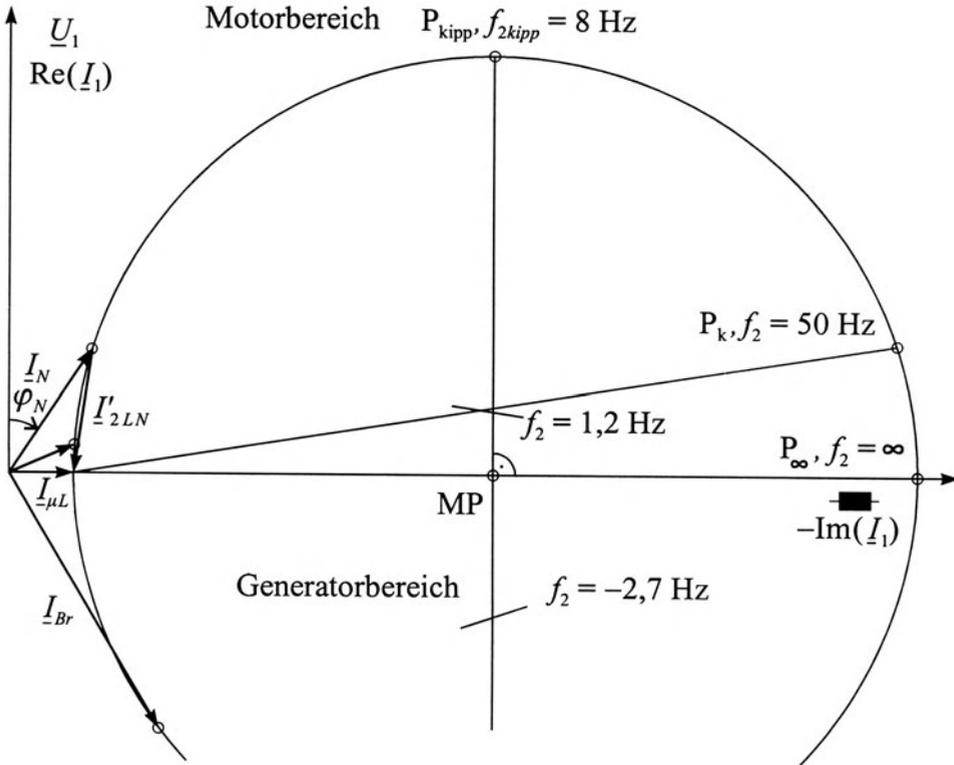


Bild 7.6

Stromortskurve zu Beispiel 4.5

$$X_k = \frac{m_1}{2\pi n_1} \cdot \frac{U_N^2}{2 \cdot M_{kipp}} = 3,13 \Omega \quad s_{kipp} = s_N (m_{kipp} + \sqrt{m_{kipp}^2 - 1}) = 0,16$$

$$R'_2 = s_{kipp} \cdot X_k = 0,5 \Omega$$

Im Feldschwächbereich würde die SOK um den Faktor f_N/f_1 "schrumpfen". Soll die gezeichnete SOK verwendet werden:

$$\text{neue Maßstäbe: } m_I^* = m_I \cdot f_N / f_1$$

$$m_P^* = \sqrt{3} U_N m_I^* = m_P \cdot f_N / f_1$$

$$m_M^* = m_P^* / 2\pi n_1^* = m_M \cdot (f_N / f_1)^2$$

Parametrierung: Kreispunkt mit Schlupf s bei Speisefrequenz f_N hat bei f_1 den Schlupf $s^* = s \cdot f_N / f_1$.

$$e) M_{kipp}(f_1) = M_{kipp}(f_N) \cdot (f_N / f_1)^2, s_{kipp}(f_1) = s_{kipp}(f_N) \cdot f_N / f_1$$

Zu Beginn ist $M = M_{min}$, $f_1 = f_{1a}$ und damit

$$s_a = \frac{M_{min}}{M_{kipp}(f_N) \cdot (f_N / f_{1a})^2} \cdot s_{kipp}(f_N) \cdot \frac{f_N}{f_{1a}}$$

Einsetzen in $f_{1a} = p n_{max} + s_a f_{1a}$, auflösen nach f_{1a} .

$$f_{1a} = \frac{M_{kipp}(f_N) \cdot f_N}{2 M_{min} \cdot s_{kipp}(f_N)} + \sqrt{\left[\frac{M_{kipp}(f_N) \cdot f_N}{2 M_{min} \cdot s_{kipp}(f_N)} \right]^2 - \frac{p n_{max} M_{kipp}(f_N) \cdot f_N}{M_{min} \cdot s_{kipp}(f_N)}}$$

$$= 57,9 \text{ Hz}$$

$$f) m_j^* = 17,3 \text{ A/cm}, m_p^* = 12 \text{ kW/cm}, m_M^* = 114,2 \text{ Nm},$$

$$P = F_{Zug} \cdot v = 5,1 \text{ kW}$$

Wegen $P/P_N = 0,23$ Ausschnitt aus SOK zeichnen mit vierfachem Maßstab (Bild 7.7)

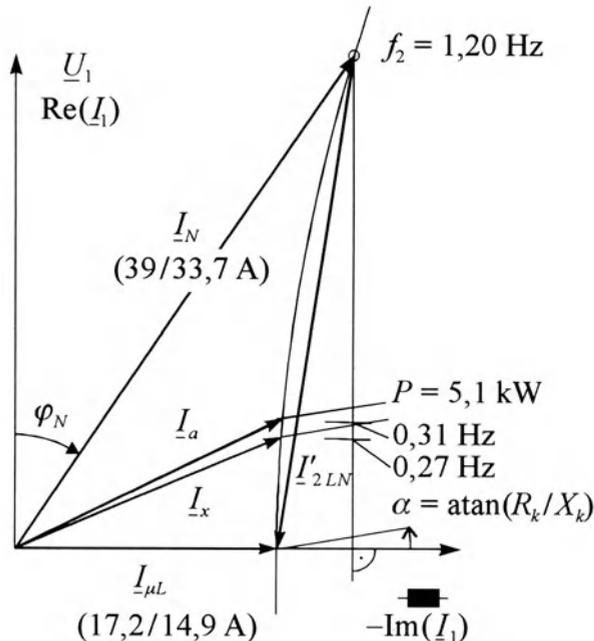


Bild 7.7

Ausschnitt aus der Stromortskurve zu Beispiel 4.5

Parallele zur Geraden der mechanischen Leistung einzeichnen im Abstand $P \equiv 4 \cdot 5,1 \text{ kW} / 12 \text{ kW/cm} = 1,7 \text{ cm}$.

$$\text{Ablesen: } I_a = 3,9 \text{ cm} \cdot 5 \text{ A/cm} \cdot (50 \text{ Hz}/57,9 \text{ Hz}) = 16,8 \text{ A}$$

$$f_2 = 1,7 \text{ cm} / 6,5 \text{ cm} \cdot 1,2 \text{ Hz} = 0,31 \text{ Hz}$$

$$s = f_2 / f_1 = 0,54 \%, n = f_{1a} / p \cdot (1 - s) = 1152 \text{ 1/min} \approx n_{max}$$

g) Konstantflußbereich ab $f_1 = 50 \text{ Hz}$, Parallele zur Geraden der mechanischen Leistung einzeichnen im Abstand

$$P \equiv 4 \cdot 5,1 \text{ kW} / 13,9 \text{ kW/cm} = 1,5 \text{ cm}$$

$$\text{Ablesen: } I_x = 3,8 \text{ cm} \cdot 5 \text{ A/cm} = 19 \text{ A,}$$

$$f_{2x} = 1,45 \text{ cm} / 6,5 \text{ cm} \cdot 1,2 \text{ Hz} = 0,27 \text{ Hz}$$

$$s_x = f_2 / f_1 = 0,54 \%, n_x = f_N / p \cdot (1 - s_x) = 995 \text{ 1/min}$$

$$d_{Tr}(t_x) = v / (\pi n_x) = 0,288 \text{ m, } t_x = ((d_{Tr}(t_x))^2 - d_{min}^2) \cdot \pi / (4 d_P v) = 9,7 \text{ s}$$

h) $n = n_{min} = 229 \text{ 1/min}$, $M = M_{max} = 212,5 \text{ Nm} \approx M_N$

$$\Rightarrow f_2 = f_{2N} = f_N \cdot s_N = 1,2 \text{ Hz, } f_1 = p \cdot n_{min} + f_2 = 12,65 \text{ Hz,}$$

$$U = 12,65 \text{ Hz} / 50 \text{ Hz} \cdot 400 \text{ V} = 101 \text{ V}$$

i) $J_{max} = 1/32 \cdot \pi \rho B d_{max}^4 = 566 \text{ kgm}^2$

$$M_{Br} = -J_{max} \cdot 2\pi \cdot n_{min} / t_{Br} = -445 \text{ Nm}$$

$$f_{2Br} = f_{2kipp} \cdot (M_{kipp} / M_{Br} + \sqrt{(M_{kipp} / M_{Br})^2 - 1}) = -2,7 \text{ Hz}$$

$$\text{ablesen: } I_{Br} = 4 \text{ cm} \cdot 20 \text{ A/cm} = 80 \text{ A} = 2,05 \cdot I_N$$

$$n(t) = n_{min} - n_{min} \cdot t / t_{Br}, f_1(t) = p \cdot n(t) + f_{2Br}$$

$$U(t) = U_N / f_N \cdot f_1(t) = U_N / f_N \cdot (p \cdot (n_{min} - n_{min} \cdot t / t_{Br}) + f_{2Br})$$

Spannung und Wickeldurchmesser sind in Bild 7.8 als Funktion der Zeit dargestellt.

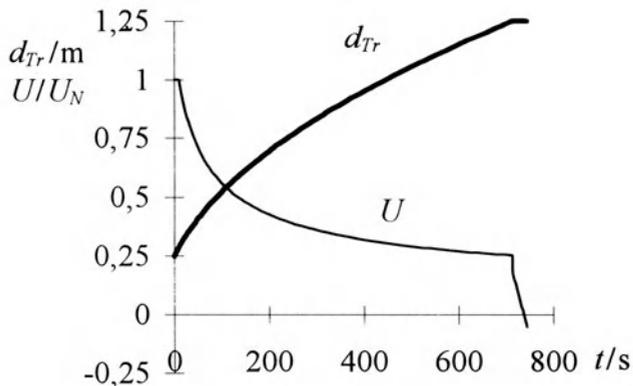


Bild 7.8

Spannung und Wickeldurchmesser als Funktion der Zeit

Bild 7.9 zeigt das Drehmoment und den Ständerstrom während des Aufwickelvorgangs.

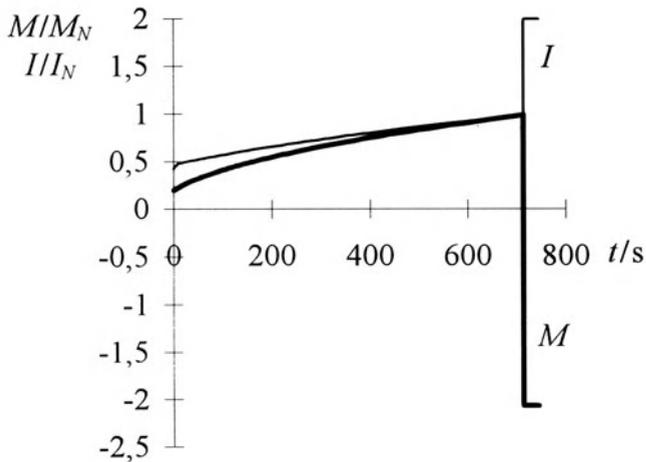


Bild 7.9
Ständerstrom und
Drehmoment als Funktion
der Zeit

7.12 Lösung zu Beispiel 4.6

$$P_{VN} = (1 - \eta_N) / \eta_N \cdot P_N = 8117 \text{ W}$$

$$P_{VelN} = P_{VN} - P_{ReibN} = 7062 \text{ W}$$

$$M/M_N \approx \sqrt{1/ED} = 1,58 \cdot M_N$$

$$P_{Vel} \approx (P_{VelN} - P_{FeN}) \cdot 1/ED + P_{FeN} = 14,9 \text{ kW}$$

$$P_{0el} \approx P_{FeN} = 1,9 \text{ kW}$$

$$R_{th} = \Delta \mathcal{G}_{M\infty N} / P_{VelN} = 60 \text{ K} / 7062 \text{ W} = 8,5 \text{ K/kW}$$

$$C_{th} = c_W \cdot m = 350 \text{ Ws/kgK} \cdot 1200 \text{ kg} = 420 \text{ kW s/K}$$

$$\tau_{th} = R_{th} \cdot C_{th} = 3570 \text{ s}$$

Kleinere Maschinen haben wegen des günstigeren Oberflächen- Volumen-Verhältnisses kleinere Zeitkonstanten.

$$\Delta \mathcal{G}_{M\infty B} = (P_{Vel} / P_{VelN}) \cdot \Delta \mathcal{G}_{M\infty N} = 126 \text{ K}$$

$$\Delta \mathcal{G}_{M\infty L} = (P_{0el} / P_{VelN}) \cdot \Delta \mathcal{G}_{M\infty N} = 16 \text{ K}$$

$$\Delta \mathcal{G}_{max} = 62,2 \text{ K} \quad \Delta \mathcal{G}_{min} = 57,8 \text{ K}$$

Die Abweichung von der mittleren Motorübertemperatur sind mit $\pm 2,2 \text{ K}$ gering. Die Abweichungen der Wicklungsübertemperatur von ihrem Mittelwert sind jedoch wesentlich größer, da die Zeitkonstante für die Wicklungserwärmung wesentlich kleiner ist.

Formelzeichen

$2a$	Zahl der parallelen Ankerzweige (GM) $2a = 2p$ bei Schleifenwicklungen (eingängig) $2a = 2$ bei Wellenwicklungen (eingängig)	I'_2	Sekundärstrom (Tr), Läuferstrom (AsM); bezogen
a	Beschleunigung	I_μ	Magnetisierungsstrom (Tr, AsM, SyM)
a	Verhältnis zwischen lastunabhängigen und lastabhängigen Verlusten (Tr, AsM)	J	Trägheitsmoment
A	Fläche, Strombelag (GM: Ankerstrombelag), Polfläche	k	Zahl der Kommutatorstege (GM)
A_k	kinetische Energie der bewegten Massen bei synchroner Drehzahl, $A_k = \frac{1}{2} \cdot J \cdot (2\pi n_1)^2$	k_1	$= z/a \cdot p$, Maschinenkonstante (GM)
B	magnetische Induktion	k_2	$k_1/2\pi$, Maschinenkonstante (GM)
B_p	Grundfeldamplitude	l	Blechpaketlänge
C	Kapazität	L_A	Ankerkreisinduktivität (GM)
D	Bohrungsdurchmesser	L_h	Hauptinduktivität (AsM)
f_N	Netzfrequenz, Bemessungsfrequenz	L_{1h}	Hauptinduktivität (Tr)
f_1	Ständerfrequenz	L_1	Induktivität der Primärwicklung (Tr), $L_1 = L_{1h} + L_{1\sigma}$
f_2	Läuferfrequenz	$L_{1\sigma}$	Streuinduktivität der Primärwicklung (Tr), der Ständerwicklung (AsM, SyM)
I	Strom, Ankerstrom (GM)	$L_{2\sigma}$	Streuinduktivität der Sekundärwicklung (Tr), der Läuferwicklung (AsM)
I_A	Anlaufstrom (AsM)	$L'_{2\sigma}$	Streuinduktivität der Sekundärwicklung (Tr), der Läuferwicklung (AsM); bezogen
I_E	Erregerstrom (GM, SyM)	M	Drehmoment, Gegeninduktivität (Tr)
I_{Fe}	Wirkanteil des Leerlaufstroms (Tr)	M_{kip}	Kippmoment (AsM, SyM)
I_k	Kurzschlußstrom, $I_k = I_A$ (AsM, SyM)	M_A	Anlaufmoment (AsM)
I_{E0}	Leerläufererregungsstrom	M_N	Bemessungsdrehmoment (GM, AsM)
I_{K0}	Leerlaufkurzschlußstrom	m_1	Strangzahl, Drehstrom: $m_1 = 3$ (AsM, SyM)
I_1	Primärstrom (Tr), Ständerstrom (AsM)	n	Drehzahl
I_{10}	Leerlaufstrom (Tr)	n_0	Leerlaufdrehzahl, $n_0 = U/k_1 \Phi$ (GM)
I_2	Sekundärstrom (Tr), Läuferstrom (AsM)		

n_1	synchrone Drehzahl, $n_1 = f_1 / p$ (AsM, SyM)	t_A	Anlaufzeit
p	Polpaarzahl	U	Klemmenspannung (GM)
P	Leistung (mechanisch)	U_d	Gleichrichterausgangsspannung, Zwischenkreisspannung
P_{Cu}	Kupferverluste	U_E	Erregerspannung (GM)
P_{Fe}	Eisenverluste	U_i	induzierte Spannung
P_k	Stromwärmeverluste im Kurzschluß (Tr, AsM)	U_P	Polradspannung
P_k	Kurzschlußpunkt (AsM)	U_r	Spannung des res. Luftspaltfeldes
P_{kippp}	Kippunkt (AsM)	U_s	Stegspannung (GM): U_{s0} : Leerlauf U_{smax} : Maximalwert U_{sm} : Mittelwert:
P_N	Bemessungsleistung (mechanisch)	U_1	Spannung der Primärwicklung (Tr), der Ständerwicklung (AsM, SyM)
P_0	Leerlaufverluste (Tr, AsM)	U_2	Spannung der Sekundärwicklung (Tr)
P_0	Leerlaufpunkt (AsM)	U_{20}	sekundärseitige Leerlaufspannung (Tr), Läuferstillstandsspannung (AsM)
P_∞	ideeller Kurzschlußpunkt, $s = \infty$ (AsM)	U'_2	Spannung der Sekundärwicklung (Tr), bezogen relative Kurzschlußspannung (Tr)
P_δ	Luftspaltleistung	u_k	Übersetzungsverhältnis (Tr, AsM, SyM)
Q_1	Wärmemenge in der Ständerwicklung (AsM)	\ddot{u}	magnetische Spannung
Q_2	Wärmemenge im Läuferkreis (AsM)	V	Erregerwindungszahl (GM, SyM)
R	Bohrungsradius	w_E	Ständerstrangwindungszahl (AsM), Windungszahl der Primärwicklung (Tr)
R_a	Ankerwicklungswiderstand (GM)	w_1	Synchrone Längsreaktanz
R_A	Ankerkreiswiderstand (GM)	X_d	Synchrone Querreaktanz
R_E	Erregerwicklungswiderstand (GM)	X_g	Hauptreaktanz (AsM, SyM)
R_{Fe}	"Eisenwiderstand" (Tr)	X_h	resultierende Streureaktanz (Tr, AsM)
R_V	Vorwiderstand	X_k	Ständerkoordinate
R_1	Widerstand der Primärwicklung (Tr), der Ständerwicklung (AsM, SyM)	x_1	Läuferkoordinate
R_2	Widerstand der Sekundärwicklung (Tr), der Läuferwicklung (AsM)	X_{1h}	Hauptreaktanz (Tr)
R'_2	Widerstand der Sekundärwicklung (Tr), der Läuferwicklung (AsM), bezogen		
S	Scheinleistung, Stromdichte		
s	Schlupf (AsM), $s = (n_1 - n) / n_1$, $s = f_2 / f_1$		
s_{kippp}	Kippschlupf (AsM)		

Y	resultierender Wicklungsschritt (GM)
Y_1	erster Wicklungsschritt (GM)
Y_2	zweiter Wicklungsschritt (GM)
z	Gesamtzahl der Ankerleiter am Umfang (GM)
Z	Impedanz
Z_N	Nennimpedanz (Tr, SyM)
α	Polbedeckungsgrad (GM)
2α	Zonenbreite (AsM, SyM)
δ	Luftspalt
δ''	magnetisch wirksamer Luftspalt
μ_0	Permeabilität des Vakuums, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$
μ_r	relative Permeabilität
η	Wirkungsgrad
τ	Polteilung, im Bogenmaß: $\tau = 2\pi/2p$, als Länge: $\tau = \pi \cdot D/2p$
τ_1	Leerlaufzeitkonstante (Tr), $\tau_1 = L_1/R_1$
τ_k	Kurzschlußzeitkonstante (Tr), $\tau_k = L_k/R_k$
τ_{th}	thermische Zeitkonstante
Φ	Fluß pro Pol (GM), magn. Fluß
Θ	Durchflutung
ϑ_L	Polradwinkel
ϑ	Temperatur

$\Delta\vartheta$	Übertemperatur
ξ	Wicklungsfaktor (AsM, SyM)
ω	Kreisfrequenz ($2\pi f$, AsM), Winkelgeschwindigkeit ($2\pi n$, GM, AsM)

Indizes

a	Anfang
av	Mittelwerte
A	Anker, Anlauf
b	Blind
Δ	Dreieck
e	Ende
E	Erreger
el	elektrisch
g	gegen
k	Kurzschluß
m	mit
M	Motor
res	resultierend
S	Schwungmasse
th	thermisch
V	Verluste
W	Wirk
Y	Stern
0	Leerlauf
1	primär (Tr), Ständer (AsM)
2	sekundär (Tr), Läufer (AsM, SyM)

Literaturverzeichnis

- 1 Frost & Sullivan: European Integral Horsepower Motor Markets. 1994
- 2 Auinger, H.: Elektrische Maschinen. Elektrotechnik in Nordbayern, VDE- Bezirksverein Nordbayern e. V., (1986) S.64-49
- 3 Stölting, H.- D., Beisse, A.: Elektrische Kleinmaschinen. B. G. Teubner, Stuttgart, 1987
- 4 Moczala, H. u.a.: Elektrische Kleinstmotoren und ihr Einsatz. Expert Verlag, Grafenau, 1979
- 5 Seinsch, H.- O.: Grundlagen elektrischer Maschinen und Antriebe. B. G. Teubner, Stuttgart, Leipzig, 3. Auflage, 1993
- 6 Janus, R.: Transformatoren. vde- Verlag Frankfurt, Verlags- und Wirtschaftsgesellschaft der Elektrizitätswerke m. b. H., 1993
- 7 Komitee 311: Drehende elektrische Maschinen. vde- Verlag Berlin, Offenbach, 5. Auflage 1993
- 8 Giersch, H.- U., Harthus, H., Vogelsang, N.: Elektrische Maschinen mit Einführung in die Leistungselektronik, B. G. Teubner, Stuttgart, 3. Auflage, 1993
- 9 Lehmann, R.: AC- Servo- Antriebstechnik. Franzis- Verlag, München, 1990
- 10 Kleinrath, H.: Stromrichtergespeiste Drehfeldmaschinen. Springer-Verlag, Wien, New York, 1980
- 11 EN 50014:1992 (VDE 0170/0171 Teil 1: 1992): Elektrische Betriebsmittel für explosionsgefährdete Bereiche, Allgemeine Bestimmungen
- 12 EN 50019:1994 (VDE 0170/0171 Teil 6: 1994): Elektrische Betriebsmittel für explosionsgefährdete Bereiche, Erhöhte Sicherheit „e“
- 13 EN 50018:1995 (VDE 0170/0171 Teil 5: 1995): Elektrische Betriebsmittel für explosionsgefährdete Bereiche, Druckfeste Kapselung „d“
- 14 Fischer, R.: Elektrische Maschinen. Carl Hanser Verlag, München, Wien, 8. Auflage, 1992
- 15 Bödefeld, T., Sequenz, H.: Elektrische Maschinen. Springer Verlag Wien, New York, 1971

- 16 EN 60034-1:1995 (VDE 0530): Drehende Elektrische Maschinen
Teil 1: (1995): Bemessung und Betriebsverhalten (IEC 34-1:1994)
Teil 2: (1982): Ermittlung der Verluste und des Wirkungsgrades
Teil 4: (1989): Verfahren zur Ermittlung der Kenngrößen von Synchronmaschinen durch Messungen
Teil 5: (1988): Einteilung der Schutzarten durch Gehäuse für umlaufende Maschinen
Teil 7: (1996): Bezeichnungen für Bauformen und Aufstellung (IM-Code) (IEC 34-7:1992)
Teil 8: (1987): Anschlußbezeichnungen und Drehsinn
- 17 Müller, G.: Elektrische Maschinen. VEB Verlag Technik, Berlin, 1985
- 18 Jordan, H., Weis, M.: Synchronmaschinen II. Friedr. Vieweg + Sohn, Braunschweig, 1971
- 19 DIN 57532/ VDE 0532: Transformatoren und Drosselspulen
Teil 1: Allgemeines
Teil 4: Anzapfungen und Schaltungen
- 20 Jordan, H., Weis, M.: Asynchronmaschinen. Friedr. Vieweg + Sohn, Braunschweig, 1969

Sachwortverzeichnis

A

Achshöhe	81
Aluminium	
Materialeigenschaften	141
Wärmekapazität	121
Anker (GM)	10
Ankerkreiswiderstand	15
Ankerrückwirkung	
GM	27
SyM	169
Ankerstrombelag	33; 35; 36
Anlassen von AsM mit Schleifringläufer	123
Anlauf	
AsM, mit reduzierter Spannung	123
AsM, Stern- Dreieck	122
SyM	183
Anlaufgüte	109
Anlaufkondensator	154
Anschlußbezeichnungen	
AsM	116
GM	32
Anzugsmoment (AsM)	96; 98; 123
Asynchrongenerator	145

B

Bauformen	29
Baugröße	81
Betriebsarten	138
Betriebskondensator	
Steinmetzschtung	156
Steinmetzschtung, Faustformel	157
zweisträngiger Motor	154
brushless dc motor	179

D

Dahlanderwicklung	124
Dämpferwicklung	183
Dauerkurzschlußstrom	

SyM	165
Tr	55
Drehmoment	
AsM	104
GM	16
Schenkelpolmaschine	178
Servomotor	181
Vollpolmaschine	173
Drehmoment- Drehzahl- Kennlinie	
Arbeitsmaschinen	185
AsM	106; 107
AsM bei Umrichterspeisung	128
AsM mit Schleifringläufer	111
AsM, Linearisierung	109
Einphasenmotor	149
Nebenschlußmotor	18
Reihenschlußmotor	24
Drehmomentgerade	101
Dreh Schub	97
Drehstrombank	61
Drehstromwicklung	85
Drehzahl, synchrone	89
Dreischenkelkern	61
Durchflutungsgesetz	5; 34; 36

E

Einphasenmotor, M- n- Kennlinie	149
Einschalten	
AsM	107
GM	45
Tr	72
Einschaltstromstoß (Tr)	73
Einzelverlustverfahren	131
Eisenverluste	
AsM	114; 132
Frequenzabhängigkeit	132
Tr	50; 61
Tr, Bewertung	51
Eisenverlustwiderstand	51
Elektronikmotor	179

Sachwortverzeichnis

211

Energiewandlung	1	Gerade der mechanischen Leistung	101
Erregerstrom		Grundfeld	84; 88
bezogen (SyM)	162	H	
GM	24	Hebezeuge	185
Erregerwicklung		Heylandkreis	95
GM	18	Hilfsreihenschlußwicklung	37
Schenkelpolmaschine	159	Hochlaufzeit	
Vollpolmaschine	159	analytisch	116
Erregerwindungszahl	36	numerisch	117
Ersatzschaltbild		I	
AsM	90	Induktionsgesetz	5; 8
Asynchrongenerator	145	Inselbetrieb	
GM	15	Asynchrongenerator	145
Spartransformator	79	SyM	172
SyM	163	K	
Tr, einphasig	49	Kappsches Dreieck	58
Tr, Impedanzen	65	Kippmoment	
Tr, Kurzschluß	56	AsM	104
Tr, Leerlauf	52	AsM im Feldschwächbereich	128
Tr, Parallelschaltung	66	Einphasenmotor	149
Tr, vollständig	51	SyM	173
zweisträngiger Motor	150	Kippschlupf	104
Erwärmung		Kloss' sche Formel	105
Hochlauf	121	Kompensationswicklung	27
stationär	30	Kranantrieb	20
Esson'sche Ausnutzungsziffer	97	Kupfer	
F		Materialeigenschaften	141
Feldamplituden		Wärmekapazität	121
Drehstromwicklung	84	Kurzschluß	
Polradfeld	160	AsM	98
Felderregerkurve		AsM, ideeller	98
AsM	82	ein-, zweipolig (SyM)	174
GM	34	Gleichstromgenerator	23
Feldkurve		Kurzschlußimpedanz (Tr)	55
AsM	82; 88	Kurzschlußspannung, relative (Tr)	54
GM	34	Kurzschlußstrom	
SyM	160	AsM	98
Fensterbedingung	76	bei Leerlauferregung (SyM)	166
Fünfschenkelkern	61	Gleichstromgenerator	23
G		Kurzschlußversuch	
Gegenstrombremsbereich	102		

AsM	113	Drehstrom- Tr	65
Tr	54	Einphasen- Tr	53
Kurzschlußwiderstand (Tr)	55	Normmotor	81
Kurzschlußzeitkonstante (Tr)	74		
L		P	
Längsreaktanz	177	Parallelbetrieb (Tr)	66
Läuferfrequenz	89	Parametergerade	102
Läuferspannungsgleichung	92	Phasenschieberbetrieb	166
Läuferstillstandsspannung	110	Polradspannung	162
Leerlauf - Kurzschluß- Verhältnis	166	Polradwinkel	163
Leerlaufdrehzahl (GM)	17	Polteilung	81
Leerläuferergerstrom	165	Polumschaltung	124
Leerlaufkennlinie		Potierreaktanz	166
AsM	146	Produktionsvolumen	
GM	21	Antriebe, Deutschland	2
SyM	164	Transformatoren	4
Leerlaufstrom (Tr)	50	Pumpen	185
Leerlaufverluste	133		
Leerlaufversuch (Tr)	52	Q	
Leistungsgleichung		Querreaktanz	177
GM	15		
Servomotor	181	R	
Lüfter	185	Reaktionsmoment	178
Luftspalt, magnetisch wirksamer ³⁴	82	Regulierkennlinien	173
Luftspaltfeld		Reluktanzmotoren	178
GM	33		
SyM	159	S	
Luftspaltleistung	96	Schaltgruppen	74
Gesetz über die Spaltung	96	Schenkelbedingung	76
		Schenkelpolläufer	159
M		Schleifenwicklungen	11
Magnetisierungskennlinie	67	Schlupf	89
Magnetisierungsstrom		Schutzarten	29
AsM	91; 98; 109	Schwungmassenhochlauf	119
Asynchrongenerator	147	Spannungsgleichung	
SyM	163	AsM	91
SyM, d- Achse	176	GM	15
SyM, q- Achse	177	GM, dynamische Vorgänge	43
Tr	49	Schenkelpolmaschine	177
		Servomotor	180
N		Tr	48
Nennimpedanz		Vollpolmaschine	163
		Stabilitätsgrenze	171

Steinmetzschtaltung	155	<i>W</i>	
Stern- Dreieck- Anlauf	122	Wärmekapazität	137
Stoßkurzschluß (SyM)	184	Wärmeklassen	30; 134; 136
Stoßkurzschlußstrom		Wärmeübergangswiderstand	137
SyM	184	Wechselfeld	84
Tr	74	Wechselstromwicklung	81
Stromortskurve		Wellenwicklung	12
AsM	100	Wendepolwicklung	31
AsM, Kenngeraden	100	Wicklerantriebe	186
AsM, Maßstäbe	101	Wicklungsschritt	11
Vollpolmaschine	169	Wirkungsgrad	131
Stromverdrängung (Wirkung)	95	Lastabhängigkeit	135
Stromwendung	31	Optimum	135
Symmetrierung	151	<i>Z</i>	
Synchronisation	183	Zeigerdiagramm	
Synchronreaktanzen	168	Schenkelpolmaschine	177
<i>T</i>		SyM, Kurzschluß	167
Transnormmotor	81	SyM, Phasenschieberbetrieb	166
<i>U</i>		Tr, Kurzschluß	56
Übersetzungsverhältnis		Tr, Leerlauf	52
AsM, Schleifringläufermotor	110	vereinfacht (Tr)	58
AsM, zweisträngiger Motor	151	Vollpolmaschine	163
Tr	49	vollständig (Tr)	58
Umrichter	124; 158	zweisträngiger Motor	153
Universalmotoren	46	Zeitkonstante	
<i>V</i>		GM, elektrische	44
V- Kurven	171	GM, mechanische	44
Verlustaufteilung (AsM)	134	thermische	137
Verluste	30; 131	Tr	72
lastabhängige	131	Tr, Kurzschluß	74
lastunabhängige	132	Ziffer der Gesamtstreuung (Tr)	56
Zusatz-	132	Zonenbreite	81
Verlusttrennung	133	Zonenplan	88
Vollpolläufer	158	Zonenwicklungsfaktor	83
		Zündschutzarten	143
		Zusatzverluste	132