فیزیک

۱ گزینه ۱

$$\vec{v}_{av} = \frac{(x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j}}{\Delta t} = \frac{(۰ - ۱۸)\vec{i} + (-۲۰ - ۴)\vec{j}}{۴} = -۴/۵\vec{i} - ۶\vec{j}$$

$$|\vec{v}_{av}| = \sqrt{۴/۵^۲ + ۶^۲} = ۷/۵\ m/s$$

(توجه کنید که اعداد ۴/۵ و ۶ و ۷/۵ اعداد فیثاغورثی هستند)

۲ گزینه ۳

تبدیل واحدها را انجام نمی‌دهیم چون نهایتاً ساده می‌شوند.

$$\Delta x = v_x \times t = ۱۰ m/s \times ۳\,\text{min} = ۳۰ m/s \times \text{min}$$
$$\Delta y = v_y \times t = ۸ m/s \times ۵\,\text{min} = ۴۰ m/s \times \text{min}$$
$$|\Delta \vec{r}| = \sqrt{۳۰^۲ + ۴۰^۲} = ۵۰ m/s \times \text{min}$$
$$|\vec{v}_{av}| = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \frac{۵۰ m/s \times \cancel{\text{min}}}{(۳ + ۵)\cancel{\text{min}}} = ۶/۲۵\ m/s$$

۳ گزینه ۲

باتوجه‌به شیب نمودار مکان- زمان، می‌توان متوجه شد که در لحظهٔ $t_۱$ سرعت متحرک $(v_۱)$ مثبت است و در لحظهٔ $t_۲$، این سرعت منفی است.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} \Rightarrow a_{av} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱}$$

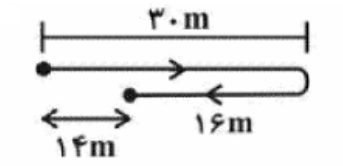
باتوجه‌به این که $v_۱ > ۰$ و $v_۲ < ۰$ است می‌توان نتیجه گرفت که $a_{av} < ۰$ است.

۴ گزینه ۲

در حرکت کُندشونده، بردار شتاب متوسط و بردار جابه‌جایی در خلاف جهت هم هستند؛ بنابراین گزینهٔ "۲" نادرست است. بقیهٔ گزینه‌ها، عبارت‌های درستی را بیان می‌کنند.

۵ گزینه ۱

شناگر در مسیر رفت به مدت $t_۱ = \frac{\Delta x}{v_۱} = \frac{۳۰}{۵} = ۶s$ طول استخر را می‌پیماید. بنابراین از کل زمان ۱۰ ثانیه فقط به‌اندازهٔ $۱۰ - ۶ = ۴s$ باقی می‌ماند. این شناگر در مدت ۴ ثانیه به‌اندازهٔ $x_۲ = v_۲t_۲ = ۴(۴)$ یعنی $۱۶m$ را برمی‌گردد. بنابراین اندازهٔ کل جابه‌جایی او در مدت ۱۰ ثانیه برابر با $۳۰ - ۱۶ = ۱۴m$ است. با استفاده از تعریف سرعت متوسط، داریم:



$$v_{av} = \frac{\text{اندازه جابه‌جایی}}{\text{زمان}} = \frac{۱۴}{۱۰} = ۱/۴ m/s$$

@Moshaver_FREE

۶ گزینه ۳

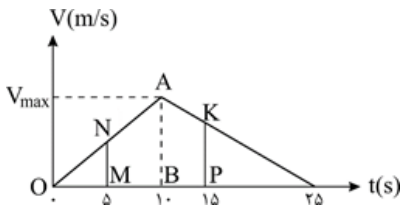
با استفاده از تعریف سرعت متوسط، ابتدا لحظهٔ $t_۳$ و سپس سرعت متوسط بین دو لحظهٔ $t_۱$ و $t_۳$ را تعیین می کنیم. داریم:

$$v_{av_{(t_۳-t_۲)}} = \frac{x_۳ - x_۲}{t_۳ - t_۲} \Rightarrow ۴ = \frac{۵-(-۵)}{t_۳ - ۵} \Rightarrow t_۳ = ۷/۵s$$
$$v_{av_{(t_۳-t_۱)}} = \frac{x_۳ - x_۱}{t_۳ - t_۱} = \frac{۵-۱۰}{۷/۵ - ۲/۵} \Rightarrow v_{av_{(t_۳-t_۱)}} = -۱m/s$$

۷ گزینه ۳

$$t_{\text{رفت}} = \frac{\Delta x}{v} = \frac{AB}{۱۲۰}$$
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{AB - \frac{۱}{۴}AB}{\frac{AB}{۱۲۰} - \frac{\frac{۱}{۴}AB}{۹۰}} = \frac{\frac{۳}{۴}AB}{\frac{۴AB}{۳۶۰}} = \frac{۳۶۰ \times ۳}{۱۶} = \frac{۴۵ \times ۳}{۲} = ۶۷/۵\ km/h$$

۸ گزینه ۳



۹ گزینه ۱

$$v_{av} = \frac{\Delta x_۱ + \Delta x_۲ + \Delta x_۳}{\Delta t_۱ + \Delta t_۲ + \Delta t_۳} \Rightarrow ۱۰ = \frac{۲۰۰ + ۱۰ \times ۵ + \Delta x_۳}{\frac{۲۰۰}{۱۰} + ۱۰ + \frac{\Delta x_۳}{۲۰}} \Rightarrow ۳۰۰ + \frac{۱}{۲}\Delta x_۳ = ۲۵۰ + \Delta x_۳ \Rightarrow ۰/۵\Delta x_۳ = ۵۰$$
$$\Rightarrow \Delta x_۳ = ۱۰۰m$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_۱ + \Delta x_۲ + \Delta x_۳ = ۲۰۰ + ۵۰ + ۱۰۰ = ۳۵۰m$$

۱۰ گزینه ۲

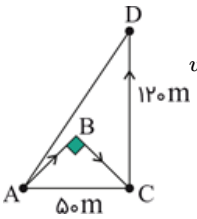
در هر حالت جابه‌جایی کل متحرک باهم برابر است، پس طبق رابطهٔ $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$، سرعت متوسط با مدت‌زمان نسبت عکس دارد.

$$\frac{v_{av_۲}}{v_{av_۱}} = \frac{\Delta t_۱}{\Delta t_۲} = \frac{۱ + \frac{۳۰}{۶۰}}{۱ + \frac{۱۰}{۶۰} + \frac{۳۰}{۶۰}}$$
$$\Rightarrow \frac{v_{av_۲}}{v_{av_۱}} = \frac{۱ + \frac{۱}{۲}}{۱ + \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۲}} = \frac{\frac{۲+۱}{۲}}{\frac{۶+۱+۳}{۶}} = \frac{\frac{۳}{۲}}{\frac{۱۰}{۶}} = \frac{۱۸}{۲۰} = \frac{۹}{۱۰}$$

@Moshaver_FREE

۱۱ گزینه ۲

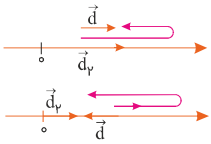
$$\xrightarrow{\overline{AC}=\sqrt{(\overline{AB})^{۲}+(\overline{BC})^{۲}}=۵۰\,m} d_{AD}=\sqrt{۵۰^{۲}+۱۲۰^{۲}}=۱۳۰\,m$$



$$v_{av}=\frac{\text{جابه‌جایی کل}}{\text{زمان کل}}=\frac{۱۳۰}{۵}=۲۶\,m/s$$

۱۲ گزینه ۱

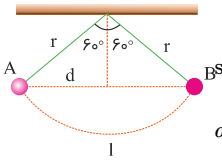
گزینهٔ "۱" درست، چون اندازهٔ بردار جابه‌جایی کمتر از مسافت طی‌شده توسط متحرک است، پس جهت حرکت متحرک حداقل یک‌بار تغییر کرده است.
گزینهٔ "۲" نادرست، دو حالت زیر را در نظر بگیرید.



گزینهٔ "۳" نادرست، طبق تعریف تندی متوسط و سرعت متوسط، تندی متوسط طی این بازه زمانی بیشتر از اندازهٔ سرعت متوسط است.
گزینهٔ "۴": الزامی به منفی بودن جهت بردار جابه‌جایی طی این حرکت نیست.

۱۳ گزینه ۲

بر اساس تعریف سرعت متوسط داریم:



$$\sin\alpha=\frac{\frac{d}{۲}}{r}\Rightarrow d=۲r\sin\alpha$$

$$d=v_{av}t\Rightarrow ۲r\sin\alpha=۱/۵\times ۲\Rightarrow r\sin ۶۰^{\circ}=۱/۵\Rightarrow r=\frac{۳}{\sqrt{۳}}=\sqrt{۳}m$$

حال بر اساس تعریف تندی متوسط، چون گلولهٔ آونگ $\frac{۱}{۳}$ محیط دایره را طی می‌کند، می‌توان نوشت:

$$\ell=\frac{۲\pi r}{۳}$$

$$s_{av}=\frac{\ell}{t}=\frac{\frac{۲\pi r}{۳}}{۲}=\frac{\pi\sqrt{۳}}{۳}\Rightarrow s_{av}=(\frac{\sqrt{۳}}{۳}\pi)\,m/s$$

۱۴ گزینه ۳

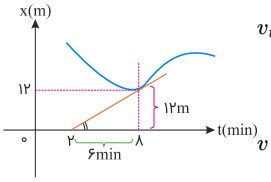
برای تعیین تندی متوسط در این مدت، باید مسافت پیموده شده را بیابیم؛ بنابراین داریم (در این مدت متحرک ابتدا $۶۰\,m$ را درجهت محور x و سپس $۶۰\,m$ را در خلاف جهت محور x حرکت کرده است):

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=۲۰\,s]{\ell=۶۰+|-۶۰|=۱۲۰\,m} s_{av}=\frac{۱۲۰}{۲۰}\Rightarrow s_{av}=۶\,m/s$$

@Moshaver_FREE

۱۵ گزینه ۱

قبل از هر چیز می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ در هر لحظه برابر با سرعت متحرک در آن لحظه است؛ بنابراین شیب خط مماس بر منحنی را می‌یابیم. برای پیدا کردن شیب خط با تشکیل یک مثلث قائم‌الزاویه توسط خط مماس بر منحنی داریم:



$$v_{t=۸\ \min} = \text{شیب خط} = \frac{۱۲}{۶} \Rightarrow v_{t=۸\ \min} = ۲\,m/\min$$

ولی سؤال یکای v را برحسب m/s می‌خواهد، پس داریم:

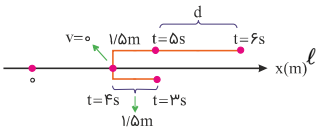
$$v = ۲\,(m/\min) = \frac{۲\,m}{۱\ \min} \times \frac{۱\ \min}{۶۰\,s} \Rightarrow v = \frac{۲}{۶۰}\,m/s \Rightarrow v = \frac{۱}{۳۰}\,m/s$$

۱۶ گزینه ۲

در ابتدا مسافت طی‌شده توسط متحرک در ۳ ثانیهٔ دوم را می‌یابیم (بین دو لحظهٔ $t = ۳\,s$ و $t = ۶\,s$). با معلوم بودن s_{av} داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = ۳\,s]{s_{av} = ۲/۵\,m/s} ۲/۵ = \frac{\ell}{۳} \Rightarrow \ell = ۷/۵\,m$$

از طرفی باتوجه‌به مسیر حرکت و نیز نمودار $x-t$ که یک سهی است، مسیر حرکت متحرک به‌صورت زیر است:



$$\ell = ۱/۵ + ۱/۵ + d \xrightarrow{\ell = ۷/۵\,m} d = ۴/۵\,m$$

و برای تعیین سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{۴/۵}{۳} \Rightarrow v_{av} = ۱/۵\,m/s$$

۱۷ گزینه ۳

* هرگاه یک کمیت ثابت باشد، مقادیر متوسط و لحظه‌ای آن برابر هستند (گزینهٔ ۳ درست است).
* در حرکت شتاب‌دار، سرعت ثابت نیست، پس سرعت متوسط و لحظه‌ای برابر نیستند (گزینهٔ ۲ نادرست است).
* در پرتاب مایل، بردار شتاب ثابت است و مسیر حرکت مستقیم نیست (گزینهٔ ۱ نادرست است).
* وقتی شتاب ثابت است، تغییر سرعت فقط در بازه‌های زمانی هم‌اندازه برابر است (گزینهٔ ۴ نادرست است).

۱۸ گزینه ۱

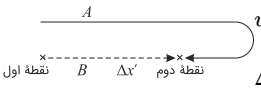
گزینهٔ ۱: $\vec{a}_{av} = \frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t}$، چون Δt یک عدد همیشه مثبت است، دو بردار $\vec{a}_{av}$ و $\overrightarrow{\Delta v}$ در یک جهت هستند.
گزینهٔ ۲: جسم در جهت شتاب راه می‌افتد، ولی همواره در جهت بردار سرعت حرکت می‌کند که ممکن است با بردار شتاب، هر زاویه‌ای داشته باشد.
گزینهٔ ۳: فقط در توابع چندجمله‌ای درست است، ولی در توابعی مانند $x = cost + ۱$ عدد ثابت یک است، ولی مکان اولیه ۲ است! بنابراین همواره درست نیست.
گزینهٔ ۴: در صورتی درست است که جسم در ضمن تغییر جهت ندهد.

۱۹ گزینه ۳

ابتدا تعیین کنیم که اولین نقطهٔ برخورد کجا است.

$$\Delta t_A = \Delta t_B \Rightarrow \frac{۲ + \Delta x}{v_A} = \frac{\Delta x}{v_B} \Rightarrow \frac{۲ + \Delta x}{۱/۵} = \frac{\Delta x}{۱} \Rightarrow ۰/۵\Delta x = ۲ \Rightarrow \Delta x = ۴m$$

پس تا انتهای مسیر $۱۰m$ باقی می‌ماند.
در زمانی که دوندهٔ B از اولین برخورد تا دومین نقطهٔ برخورد را طی می‌کند، دوندهٔ A تا انتهای مسیر رفته و برمی‌گردد.



$$v_A = ۱/۵m/s \quad , \quad v_B = ۱m/s$$

$$\Delta t'_A = \Delta t'_B \Rightarrow \frac{۱۰ + (۱۰ - \Delta x')}{v_A} = \frac{\Delta x'}{v_B} \Rightarrow \frac{۲۰ - \Delta x'}{۱/۵} = \frac{\Delta x'}{۱} \Rightarrow ۲/۵\Delta x' = ۲۰ \Rightarrow \Delta x' = ۸m$$

@Moshaver_FREE

۲۰ گزینه ۳

باتوجه‌به اینکه دو متحرک دارای حرکت با سرعت ثابت در مسیری مستقیم هستند، برای به دست آوردن مجموع جابه‌جایی آن‌ها داریم:

$$\begin{cases} |\Delta x_۱| = v_۱ t \\ |\Delta x_۲| = v_۲ t \end{cases} \xrightarrow{\Delta x = |\Delta x_۱| + |\Delta x_۲|} \Delta x = (v_۱ + v_۲)t$$

برای آنکه فاصلهٔ آن‌ها از ۵۰ متری برای بار اول به ۱۰ متر برسد باید مجموع اندازهٔ جابه‌جایی آن‌ها ۴۰ متر باشد پس داریم:

$$\Delta x = (v_۱ + v_۲)t \xrightarrow[v_۱ = v\,,\, v_۲ = ۳v\,,\, t = ۵\,s]{\Delta x = ۴۰\,m} ۴۰ = (v + ۳v) \times ۵ \Rightarrow v = ۲\,m/s$$

اگر قرار باشد مجدداً فاصلهٔ آن‌ها از یکدیگر ۱۰ متر باشد ابتدا باید دو متحرک به هم برسند و از هم عبور کرده و سپس ۱۰ متر دور شوند بنابراین مجموع فاصلهٔ طی‌شده توسط آن‌ها از ابتدای حرکت برابر با ۶۰ متر است.

$$\Delta x' = (v + ۳v)\,t' \Rightarrow ۶۰ = (۲ + ۶)\,t' \Rightarrow t' = ۷/۵\,s$$

۲۱ گزینه ۱

اگر زمان شروع حرکت تا لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند را t بنامیم، داریم:

$$\begin{cases} \overline{AM} = v_۱ t \\ \overline{BM} = v_۲ t \end{cases}$$

متحرک اول در مدت $۶\,s$ از نقطهٔ M به نقطهٔ B می‌رود، یعنی:

$$\overline{MB} = v_۱ t' = ۸ \times ۶ = ۴۸\,m$$

و طبق داده‌های سؤال $\overline{AM} + \overline{MB} = ۱۴۴\,m$ است، پس:

$$\overline{AM} + ۴۸ = ۱۴۴ \Rightarrow \overline{AM} = ۹۶\,m$$

$$\overline{AM} = v_۱ t \Rightarrow ۹۶ = ۸t \Rightarrow t = ۱۲\,s$$

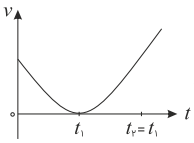
$$\overline{BM} = v_۲ t \Rightarrow ۴۸ = v_۲ \times ۱۲ \Rightarrow v_۲ = ۴\,m/s$$

معادلهٔ حرکت یکنواخت در مسیری مستقیم را برای متحرک دوم در قسمت دوم می‌نویسیم:

$$\overline{MA} = v_۲ t'' \Rightarrow ۹۶ = ۴t'' \Rightarrow t'' = ۲۴\,s$$

۲۲ گزینه ۱

نمودار سهمی است، پس تقارن دارد و به همین دلیل، سرعت در لحظهٔ صفر برابر با سرعت در لحظهٔ $t_۲$ است؛
بنابراین اگر این دو سرعت را به ترتیب $v_۲$ و $v_۰$ بنامیم:



$$\begin{cases} v_۲ = v_۰ \\ a_{av} = \dfrac{v_۲ - v_۰}{t_۲ - ۰} \end{cases} \Rightarrow a_{av} = \frac{۰}{t_۲} = ۰$$

پس شتاب متوسط در این فاصلهٔ زمانی برابر صفر است.

۲۳ گزینه ۲

$$x_A = x_B$$
$$\Rightarrow -۲۰t + ۶۰۰ = +۱۰t$$
$$\Rightarrow ۳۰t = ۶۰۰ \Rightarrow t = ۲۰s$$

@Moshaver_FREE

۲۴ گزینه ۴

می‌توانیم معادلهٔ حرکت هر یک را بنویسیم:

$$\begin{cases} x_۱ = ۱۰t \\ x_۲ = ۳۰t + ۵۰ \end{cases} \Rightarrow x_۲ - x_۱ = ۲۵۰ \Rightarrow ۳۰t + ۵۰ - ۱۰t = ۲۵۰ \Rightarrow ۲۰t = ۲۰۰ \Rightarrow t = ۱۰s$$

حالت دیگر این است که جسم با سرعت $۱۰m/s$ جلوتر قرار داشته باشد. در این صورت، ابتدا فاصلهٔ دو جسم کم شده تا جسم با سرعت $۳۰m/s$ به جسم دیگر برسد و سپس از آن دور شود:

$$\begin{cases} x_۱ = ۱۰t + ۵۰ \\ x_۲ = ۳۰t \end{cases} \Rightarrow x_۲ - x_۱ = ۲۵۰ \Rightarrow ۳۰t - (۱۰t + ۵۰) = ۲۵۰ \Rightarrow ۲۰t = ۳۰۰ \Rightarrow t = ۱۵s$$

۲۵ گزینه ۱

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{x_۱ - ۱۵}{۶ - ۲} = \frac{۳۱ - ۱۵}{۱۰ - ۲} = \frac{۵۵ - ۱۵}{t_۲ - ۲} \Rightarrow \frac{x_۱ - ۱۵}{۴} = \frac{۱۶}{۸} = \frac{۴۰}{t_۲ - ۲} \Rightarrow \begin{cases} x_۱ - ۱۵ = ۸ \Rightarrow x_۱ = ۲۳\,m \\ t_۲ - ۲ = ۲۰ \Rightarrow t_۲ = ۲۲\,s \end{cases}$$

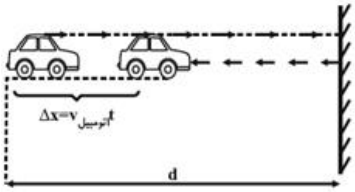
۲۶ گزینه ۴

چون فاصلهٔ دو شهر ۱ کیلومتر و نقطهٔ شروع حرکت متحرک B برابر با $(x_۰)_B = ۶۰۰m$ است، بنابراین نقطهٔ شروع حرکت متحرک A برابر با $(x_۰)_A = -۴۰۰m$ است.
در لحظهٔ t هر دو متحرک در مبدأ محور x به‌هم می‌رسند، بنابراین:

$$\Delta x_A = v_A t \Rightarrow ۴۰۰ = ۲۰t \Rightarrow t = ۲۰s$$

۲۷ گزینه ۲

دقت کنید که از لحظهٔ شلیک تیر تا لحظهٔ رسیدن برگشت صدای شلیک به اتومبیل، متحرک به‌اندازهٔ $\Delta x = v_{\text{اتومبیل}} t$ حرکت کرده است.



$$۲d - v_{\text{اتومبیل}}\, t = v_{\text{صوت}}\, t \Rightarrow ۲d - ۳۰t = ۳۴۰t \xrightarrow{t=۴s} ۲d = ۳۷۰ \times ۴ \Rightarrow d = ۷۴۰\,m$$

۲۸ گزینه ۱

در ابتدا مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا مسافر به ابتدای قطار برسد را محاسبه می‌کنیم:

$$x_{\text{طول قطار}} = v_{\text{مسافر}} t \Rightarrow t = \frac{۲۰۰}{۴} = ۵۰\,s$$

در این $۵۰\,s$ قطار نیز نسبت به ناظر ساکن جابه‌جا شده است. درنتیجه:

$$x_{\text{قطار}} = v_{\text{قطار}} \times t = ۱۰ \times ۵۰ = ۵۰۰m$$

پس مقدار جابه‌جایی مسافر نسبت به ناظر ساکن برابر است با:

$$x_{\text{کل}} = x_{\text{مسافر}} + x_{\text{قطار}} = ۲۰۰ + ۵۰۰ = ۷۰۰\,m$$

@Moshaver_FREE

۲۹ گزینه ۳

باتوجه‌به اینکه شیب نمودار مکان- زمان برابر با سرعت است، معادلهٔ حرکت دو متحرک را به دست می‌آوریم:

$$v_A = \frac{۵-۳}{۲-۰} = ۱m/s \xrightarrow[x_{\circ A}=۳m]{x_A=v_At+x_{\circ A}} x_A = t+۳$$

$$v_B = \frac{۳-۰}{۲-۰} = \frac{۳}{۲}m/s \xrightarrow[x_{\circ B}=۰]{x_B=v_Bt+x_{\circ B}} x_B = \frac{۳}{۲}t$$

بردار مکان دو متحرک به‌صورت $\vec{d}_A = x_A\vec{i}$ و $\vec{d}_B = x_B\vec{i}$ است؛ بنابراین داریم:

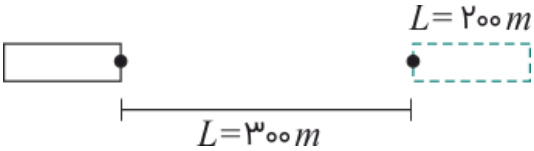
$$\vec{d}_B - \vec{d}_A = x_B\vec{i} - x_A\vec{i} = (x_B - x_A)\vec{i}$$

$$\xrightarrow{x_A=t+۳,\, x_B=\frac{۳}{۲}t} \vec{d}_B - \vec{d}_A = (\frac{t}{۲} - ۳)\vec{i}$$

$$\xrightarrow{t=۵\,s} \vec{d}_B - \vec{d}_A = -\frac{\vec{i}}{۲}$$

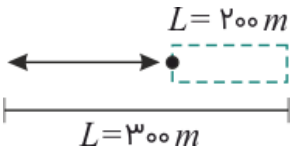
۳۰ گزینه ۱

با توجه به شکل زیر، زمان $t_۱$ را که در آن قطار به‌طور کامل از روی پل می‌گذرد، به دست می‌آوریم.



$$v = v_{av} = ۷۲km/h = ۲۰m/s$$
$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v}$$
$$t_۱ = \frac{L+l}{v} = \frac{۳۰۰+۲۰۰}{۲۰} = \frac{۵۰۰}{۲۰} = ۲۵s$$

مدت‌زمانی که قطار به‌طور کامل روی پل بوده است، با توجه به شکل زیر تعیین می‌شود.



$$t_۲ = \frac{L-l}{v} = \frac{۳۰۰-۲۰۰}{۲۰} = \frac{۱۰۰}{۲۰} = ۵s$$

بنابراین نسبت زمان‌ها به‌صورت زیر است:

$$\frac{t_۱}{t_۲} = \frac{۲۵}{۵} = ۵$$

@Moshaver_FREE

۳۱ گزینه ۱

حرکت کندشونده است

نمودار مکان - زمان سهمی است، پس شتاب حرکت ثابت است و معادلهٔ مکان - زمان $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$ و معادلهٔ سرعت - زمان $v = at + v_0$ است.

$$(t = 0 : x = 250m) \Rightarrow x_0 = 250m$$

$$(t = 25s : x = 0) \Rightarrow \frac{1}{2}a \times 25^2 + 25v_0 + 250 = 0 \Rightarrow \frac{25}{2}a + v_0 = -10$$

$$(t = 20s : x = 250m) \xrightarrow[\text{از رأس آن می گذرد}]{\text{محور تقارن سهمی}} \text{رأس سهمی است } t = 10s \text{ نقطه مربوط به } \Rightarrow v(10) = 0 \Rightarrow 10a + v_0 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2}a = -10 \Rightarrow a = -4\ m/s^2 \Rightarrow v_0 = +40\ m/s$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 40^2 = 2 \times (-4) \times (x - 250) \Rightarrow x - 250 = \frac{40 \times 40}{2 \times 4} = 200 \Rightarrow x = 450m$$

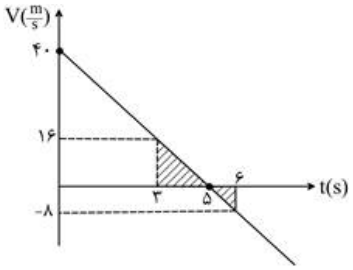
۳۲ گزینه ۲

$$\begin{cases} x = -4t^2 + 40t + 30 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -8\ m/s^2 & (1) \\ v_0 = +40\ m/s^2 & (2) \end{cases}$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow{(1),(2)} v = -8t + 40$$

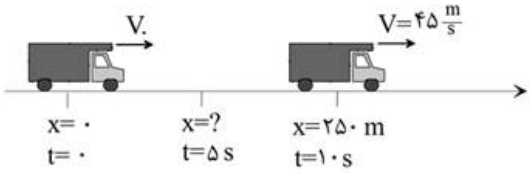
$$\xrightarrow{v=0} -8t + 40 = 0 \Rightarrow t = 5\ s$$

در $t = 5\ s$ جهت حرکت عوض می‌شود، پس مسافت طی‌شده با اندازهٔ جابه‌جایی مساوی نیست.



$$d = \frac{16 + 0}{2} \times 2 + \frac{8 + 0}{2} \times 1 = 20m$$

۳۳ گزینه ۳



@Moshaver_FREE

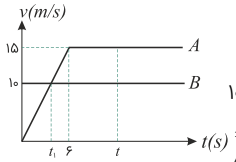
۳۴ گزینه ۳

$$\Delta x = \Delta x_۱ + \Delta x_۲$$
$$\Delta x_۱ = v_۱ \Delta t_۱ = ۴۵ \times ۰/۵ = ۲۲/۵m$$
$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a\Delta x_۲ \Rightarrow ۰ - ۴۵^۲ = ۲ \times (-۱۵) \times \Delta x_۲ \Rightarrow \Delta x_۲ = \frac{۴۵ \times ۴۵}{۲ \times ۱۵} = ۶۷/۵m$$
$$\Delta x = ۶۷/۵ + ۲۲/۵ = ۹۰m$$

۳۵ گزینه ۱

$t_۱$ زمانی است که سرعت‌های آن‌ها برابر می‌شود که باتوجه‌به تشابه مثلث‌ها می‌توان گفت: $\frac{t_۱}{۶} = \frac{۱۰}{۱۵} \Rightarrow t_۱ = ۴s$

زمان به هم رسیدن دو متحرک زمانی است که $x_A = x_B$ و چون از یک محل، شروع به حرکت کرده‌اند می‌توان گفت $\Delta x_A = \Delta x_B$ یعنی زمانی که مساحت زیر نمودار $v - t$ آن‌ها برابر شود.



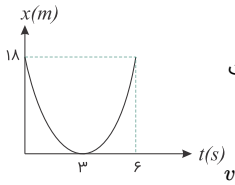
$$۱۰t = \frac{۶ \times ۱۵}{۲} + ۱۵(t - ۶) \Rightarrow ۱۰t = ۴۵ + ۱۵t - ۹۰$$
$$\Rightarrow ۱۰t = ۱۵t - ۴۵ \Rightarrow t = ۹s$$ زمان به هم رسیدن دو متحرک
$$\Delta t = ۹ - ۴ = ۵s$$

۳۶ گزینه ۲

$$\Delta x = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}.\Delta t \ , \ v = at + v_۰$$
$$\frac{v(۱) + v(۳)}{۲} \times ۲ = ۴۲ - ۱۴ \Rightarrow (a + v_۰) + (۳a + v_۰) = ۲۸ \Rightarrow ۴a + ۲v_۰ = ۲۸$$
$$\frac{v(۱) + v(۶)}{۲} \times ۵ = ۹۹ - ۱۴ \Rightarrow (a + v_۰) + (۶a + v_۰) = ۳۴ \Rightarrow ۷a + ۲v_۰ = ۳۴$$
$$\begin{cases} ۴a + ۲v_۰ = ۲۸ \\ ۷a + ۲v_۰ = ۳۴ \end{cases} \Rightarrow ۳a = ۶ \Rightarrow a = ۲m/s^۲$$

۳۷ گزینه ۲

با توجه به تقارن نمودار، متحرک در لحظهٔ $۶s$ دوباره به مکان $۱۸m$ می‌رسد. می‌توان بین لحظهٔ ۳ و ۶ معادلهٔ جابه‌جایی نوشت:



$$\left.\begin{array}{r} \Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \\ \text{سرعت صفر است } t = ۳ \text{ در لحظهٔ } v_۳ = ۰ \end{array}\right\} \Rightarrow ۱۸ = \frac{۱}{۲}a \times ۳^۲ \Rightarrow a = ۴m/s^۲$$

در لحظهٔ $t = ۳s$ سرعت متحرک صفر است.

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = a \times ۳ + v_۰ \Rightarrow v_۰ = -۳a = -۱۲m/s$$

مکان اولیه هم $x_۰ = ۱۸m$ است:

$$x = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times t^۲ - ۱۲ \times t + ۱۸ = ۲t^۲ - ۱۲t + ۱۸$$

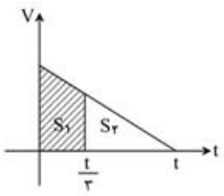
۳۸ گزینه ۴

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \Rightarrow ۵۰۰ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۲۰^۲ + ۲۰v_A \Rightarrow ۵۰۰ = ۴۰۰ + ۲۰v_A \Rightarrow v_A = ۵m/s$$
$$v = at + v_۰ \Rightarrow v_B = ۲۰ \times ۲ + ۵ = ۴۵m/s$$

@Moshaver_FREE

۳۹ گزینه ۲

مساحت محصور به نمودار سرعت- زمان برابر جابه‌جایی متحرک است، پس مساحت کل مثلث d است و $S_۱$ مسافت طی شده در $\frac{t}{۳}$ اول است.



با توجه به تشابه مثلث‌ها:

$$\frac{S_۲}{S} = (\frac{۲}{۳})^۲ = \frac{۴}{۹}$$

یعنی $\frac{S_۱}{S} = \frac{۵}{۹}$ است، پس: $d_۱ = \frac{۵}{۹}d$

راه حل دیگر:

$$v = at + v_\circ \Rightarrow at + v_\circ = \circ \Rightarrow at = -v_\circ$$

$$\begin{cases} t: d = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t = \frac{۱}{۲}at.t = -\frac{۱}{۲}at^۲ \\ \frac{t}{۳}: d_۱ = \frac{۱}{۲}\frac{at^۲}{۹} + \frac{v_\circ t}{۳} = \frac{۱}{۲}\frac{at^۲}{۹} - at.\frac{t}{۳} = -\frac{۵}{۱۸}at^۲ \end{cases} \Rightarrow \frac{d_۱}{d} = \frac{\frac{۵}{۱۸}}{\frac{۱}{۲}} = \frac{۵}{۹}$$

۴۰ گزینه ۴

چون نمودار مکان- زمان سهمی‌شکل است، شتاب حرکت ثابت است (چرا؟). سهمی یعنی مکان تابعی از توان دوم زمان است و در این صورت شتاب نسبت به زمان ثابت خواهد بود:

$a =$ ثابت

باتوجه‌به شکل متقارن سهمی، رأس سهمی در $t = ۵s$ و $x = ۷۵m$ است. یعنی در $t = ۵s$ سرعت صفر می‌شود و جهت حرکت تغییر می‌کند.

$$v = at + v_\circ \Rightarrow \circ = ۵a + v_\circ \Rightarrow v_\circ = -۵a$$
$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t + x_\circ \xrightarrow{x_\circ = \circ} ۷۵ = \frac{۱}{۲} \times a \times ۲۵ + ۵v_\circ \Rightarrow ۱۵ = \frac{۵a}{۲} + v_\circ$$
$$\Rightarrow ۱۵ = \frac{۵a}{۲} - ۵a = -\frac{۵}{۲}a \Rightarrow a = -۶m/s^۲ \Rightarrow v_\circ = +۳\circ m/s$$
$$v_{av} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲} = \frac{v(\circ) + v(۱۵)}{۲} = \frac{۳\circ + (۳\circ - ۱۵ \times ۶)}{۲} = -۱۵m/s \Rightarrow |v_{av}| = ۱۵m/s$$

۴۱ گزینه ۲

(بازنویسی توسط دپارتمان فیزیک لرنیتو)

شیب خط مماس بر هر نقطه از نمودار سرعت- زمان می‌شود شتاب متحرک در آن نقطه؛ با توجه به اینکه نمودار خطی است لذا شیب آن ثابت و در نتیجه این حرکت دارای شتاب ثابت است.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\circ - (-۲\circ)}{۵ - \circ} = ۴m/s^۲$$

اکنون با توجه به نمودار و نیز داشتن شتاب، معادلهٔ مکان را برای متحرک می‌نویسیم و در $x = -۲۸$ مقادیر t را پیدا می‌کنیم.

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t + x_\circ \xrightarrow[x=۲m]{t=۱s} ۲ = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۱ + (-۲\circ) \times ۱ + x_\circ \Rightarrow x_\circ = ۲\circ m$$
$$\Rightarrow x = ۲t^۲ - ۲\circ t + ۲\circ \Rightarrow -۲۸ = ۲t^۲ - ۲\circ t + ۲\circ \Rightarrow ۲t^۲ - ۲\circ t + ۴۸ = \circ$$
$$\Rightarrow t^۲ - ۱\circ t + ۲۴ = \circ \Rightarrow (t - ۶)(t - ۴) = \circ \Rightarrow t = ۶s, ۴s$$

@Moshaver_FREE

۴۲ گزینه ۲

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۴۵ - ۵}{۱۰} = ۴\, m/s^۲$$

چهار ثانیهٔ دوم یعنی $t = ۴\, s$ تا $t = ۸\, s$.

$$v = at + v_۰ \Rightarrow \begin{cases} v(۴) = ۴ \times ۴ + ۵ = ۲۱ m/s \\ v(۸) = ۴ \times ۸ + ۵ = ۳۷ m/s \end{cases}$$

$$\Delta x = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}.\Delta t = \frac{۲۱ + ۳۷}{۲} \times ۴ = \frac{۵۸}{۲} \times ۴ = ۱۱۶\, m$$

۴۳ گزینه ۱

$$\left.\begin{array}{l} x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t + x_۰ \\ x_۰ = ۱۰ m \ , \ x(۸) = ۲۹۰ m \ , \ x(۱۴) = ۷۱۰ m \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \frac{۱}{۲}a \times ۸ \times ۸ + ۸v_۰ = ۲۸۰ \Rightarrow ۴a + v_۰ = ۳۵ \\ \frac{۱}{۲}a \times ۱۴ \times ۱۴ + ۱۴v_۰ = ۷۰۰ \Rightarrow ۷a + v_۰ = ۵۰ \end{array}\right\} \Rightarrow ۳a = ۵۰ - ۳۵ \Rightarrow a = ۵\, m/s^۲$$

۴۴ گزینه ۱

$$A: \text{حرکت با شتاب ثابت} \Rightarrow a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۱۲}{۳} = ۴\, m/s^۲ \ ; \ v_{۰A} = -۸\, m/s$$

$$x_A = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t + x_۰ = ۲t^۲ - ۸t + x_۰ = ۲t^۲ - ۸t - ۵$$

$$B: \text{حرکت یکنواخت} \Rightarrow v = ۴\, m/s$$

$$x_B = vt + x_۰ = ۴t - ۵$$

$$\text{فاصلهٔ دو متحرک}: |x_A - x_B| = ۳۲ \Rightarrow |۲t^۲ - ۸t - ۴t| = ۳۲ \Rightarrow |۲t^۲ - ۱۲t| = ۳۲$$

$$\Rightarrow ۲t^۲ - ۱۲t = \pm ۳۲ \Rightarrow t^۲ - ۶t \pm ۱۶ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} (t-۳)^۲ = ۲۵ \Rightarrow t - ۳ = \pm ۵ \Rightarrow t = ۸\, s \\ (t-۳)^۲ = -۷ \quad \text{غ‌ق‌ق} \end{cases}$$

۴۵ گزینه ۲

این یک حرکت با شتاب ثابت است.

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t + x_۰ \ , \ v = at + v_۰ \ , \ \Delta x = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}.\Delta t$$

$$v(۴) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} ۵۰ - ۱۸ = \frac{۰ + v_۰}{۲} \times ۴ \Rightarrow v_۰ = ۱۶\, m/s \\ ۰ = a \times ۴ + ۱۶ \Rightarrow a = -۴\, m/s^۲ \end{cases}$$

$$x = ۰ \Rightarrow -۲t^۲ + ۱۶t + ۱۸ = ۰ \Rightarrow (t+۱)(t-۹) = ۰ \Rightarrow t = -۱, ۹ \Rightarrow t = ۹\, s$$

جهت حرکت در $t = ۴\, s$ عوض می‌شود، پس عبور از مبدأ، ۵ ثانیه بعد از تغییر جهت حرکت است.

۴۶ گزینه ۱

حرکت در ۱۰ ثانیهٔ نخست دارای شتاب ثابت است و از $t = ۱۰\, s$ به بعد سرعت متحرک ثابت است.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۱۵ - (-۱۰)}{۱۰} = \frac{۵}{۲}\, m/s^۲$$

$$v_۰ = -۱۰\, m/s \ , \ x_۰ = +۱۵\, m$$

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t + x_۰ \Rightarrow ۰ = \frac{۵}{۴}t^۲ - ۱۰t + ۱۵ \Rightarrow t = \frac{۵ \pm \sqrt{۵^۲ - ۱۵ \times \frac{۵}{۴}}}{\frac{۵}{۴}}$$

$$t = \frac{۵ \pm \sqrt{\frac{۲۵}{۴}}}{\frac{۵}{۴}} = \frac{۵ \pm \frac{۵}{۲}}{\frac{۵}{۴}} = ۴ \pm ۲ = \begin{cases} ۲\, s \\ ۶\, s \end{cases}$$

از $t = ۶\, s$ به بعد همواره علامت سرعت (v) مثبت است؛ یعنی جهت حرکت دیگر تغییر نمی‌کند و متحرک به $x = ۰$ بازنخواهد گشت.

@Moshaver_FREE

۴۷ گزینه ۳

جابه‌جایی و سرعت را پس از ۲۰ ثانیه حساب می‌کنیم.

$$\Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}a_۱t_۱^۲ = (\frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۲۰^۲)m = ۴۰۰m$$

$$t = ۲۰s \text{ سرعت در لحظهٔ } = v_۱ = a_۱t_۱ = (۲ \times ۲۰)m/s = ۴۰m/s$$

شتاب کاهش سرعت در مرحلهٔ دوم $-۴m/s^۲$ است پس:

$$a_{av۲} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -۴ = \frac{v_۲ - v_۱}{\Delta t_۲} \Rightarrow -۴ = \frac{۰ - ۴۰}{\Delta t_۲} \Rightarrow \Delta t_۲ = ۱۰s$$

$$\Delta x_۲ = v_{av۲}.\Delta t_۲ = \frac{۰ + ۴۰}{۲} \times ۱۰ = ۲۰۰ \Rightarrow \Delta x_۲ = ۲۰۰m$$

$$\Delta x = \Delta x_۱ + \Delta x_۲ = ۴۰۰ + ۲۰۰ = ۶۰۰ \Rightarrow \Delta x = ۶۰۰m$$

۴۸ گزینه ۱

اگر معادلهٔ مکان را به‌صورت $x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$ فرض کنیم، ملاحظه می‌شود که به ازای $t = ۰$، x برابر $۵۴\,m$ خواهد شد، پس $x_۰ = ۵۴\,m$ می‌باشد و معادله به‌صورت $x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + ۵۴$ می‌شود. اگر این معادله را به ازای $t = ۶\,s$ و $t = ۹\,s$ برابر با صفر قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$t = ۶s \Rightarrow \frac{۱}{۲}a(۳۶) + v_۰(۶) + ۵۴ = ۰ \Rightarrow ۱۸a + ۶v_۰ + ۵۴ = ۰$$

طرفین را تقسیم بر۶ می‌کنیم.

$$۳a + v_۰ + ۹ = ۰ \qquad (I)$$

$$t = ۹\,s \Rightarrow \frac{۱}{۲}a(۸۱) + v_۰(۹) + ۵۴ = ۰ \xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر ۹}}$$

$$\frac{۹}{۲}a + v_۰ + ۶ = ۰ \qquad (II)$$

$$(I)\,,\,(II) \Rightarrow \begin{cases} a = ۲\,m/s^۲ \\ v_۰ = -۱۵\,m/s \end{cases}$$

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v = ۲t - ۱۵$$

۴۹ گزینه ۳

با توجه به رابطهٔ مستقل از زمان می‌توان نوشت:

$$|v_x| = \sqrt{۴\Delta x + ۳۶} \Rightarrow v_x^۲ = ۴\Delta x + ۳۶ \Rightarrow v_x^۲ - ۳۶ = ۴\Delta x$$

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow \begin{cases} v_۰^۲ = ۳۶ \Rightarrow v_۰ = \pm ۶m/s \\ ۴\Delta x = ۲a\Delta x \Rightarrow a = ۲m/s^۲ \end{cases}$$

دو ثانیهٔ اول حرکت، بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰$ و $t_۲ = ۲s$ است، حال بنا به رابطهٔ $\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t$ داریم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \xrightarrow[v_۰=۶m/s]{t=۲s} \Delta x_۲ = (\frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۲^۲) + (۶ \times ۲) = ۱۶m$$

۵۰ گزینه ۴

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \Rightarrow ۲۰ = \frac{۱}{۲}a \times ۱^۲ + v_۰ \times ۱ + ۱۵$$
$$\Rightarrow a + ۲v_۰ = ۱۰(۲)$$

از حل هم‌زمان معادله‌های (۱) و (۲) داریم: $v_۰ = ۱۰m/s\,,\,a = -۱۰m/s^۲$

با استفاده از معادلهٔ مستقل از زمان درحرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، داریم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow v^۲ - ۱۰۰ = ۲(-۱۰)(-۱۵)$$
$$\Rightarrow v^۲ = ۴۰۰ \Rightarrow v = \pm ۲۰m/s \Rightarrow v = -۲۰m/s$$

چون شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان در لحظهٔ عبور متحرک از مبدأ مکان منفی است، پس در این لحظه سرعت منفی است.

@Moshaver_FREE

۵۱ گزینه ۱

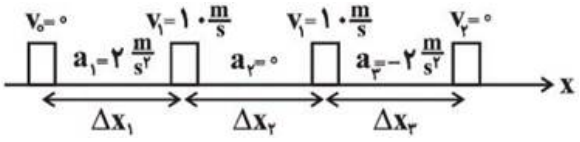
با استفاده از معادلهٔ مستقل از زمان، جابه‌جایی در قسمت اول و سوم حرکت و با استفاده از معادلهٔ حرکت یکنواخت، جابه‌جایی در قسمت دوم حرکت را به‌دست می‌آوریم و سپس جابه‌جایی کل را حساب می‌کنیم.

$$v_۱^۲ - v_۰^۲ = ۲a_۱\Delta x_۱ \Rightarrow ۱۰۰ - ۰ = ۲(۲)\Delta x_۱ \Rightarrow \Delta x_۱ = ۲۵m$$

$$\Delta x_۲ = v_۱ t = ۱۰ \times ۳ = ۳۰m$$

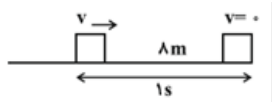
$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a_۳\Delta x_۳ \Rightarrow ۰ - ۱۰۰ = ۲ \times (-۲) \times \Delta x_۳ \Rightarrow \Delta x_۳ = ۲۵m$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = ۲۵ + ۳۰ + ۲۵ = ۸۰m$$



۵۲ گزینه ۳

روش اوّل: سرعت متحرک در ابتدای ثانیهٔ آخر حرکت آن، برابر است با:



$$\Delta x = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}\Delta t \Rightarrow ۸ = \frac{v + ۰}{۲}(۱) \Rightarrow v = ۱۶m/s$$

با استفاده از تعریف شتاب در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، داریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۰ - ۱۶}{۱} = -۱۶m/s^۲ \Rightarrow |a| = ۱۶m/s^۲$$

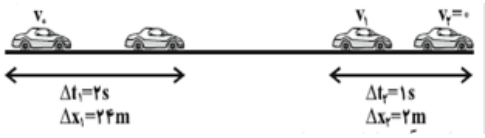
روش دوم:

می‌توان حرکت را برعکس یعنی از حال سکون بررسی کرد و فرض کرد که این متحرک در اولین ثانیهٔ حرکت خود مسافت $۸m$ را طی کرده است.

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t \Rightarrow ۸ = \frac{۱}{۲}a(۱)^۲ + ۰ \Rightarrow |a| = ۱۶m/s^۲$$

@Moshaver_FREE

۵۳ گزینه ۴



۵۴ گزینه ۲

اگر در ابتدای $10\,s$ سرعت متحرک را $v_1 = v$ در نظر بگیریم، در پایان $10\,s$ سرعت آن $v_2 = \frac{v}{2}$ می‌شود؛ بنابراین، ابتدا با استفاده از رابطهٔ شتاب، v را حساب می‌کنیم و سپس با استفاده از رابطهٔ مستقل از شتاب، جابه‌جایی متحرک را به دست می‌آوریم. اگر فرض کنیم متحرک درجهت مثبت محور x حرکت می‌کند، باتوجه‌به اینکه سرعت آن کاهش یافته است، شتاب منفی است و بنابراین داریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=10\,s]{a=-0/6\,m/s^2} -0/6 = \frac{\frac{v}{2} - v}{10} \Rightarrow -6 = -\frac{v}{2} \Rightarrow v = 12\,m/s$$

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2}\Delta t \xrightarrow[\Delta t=10\,s]{v_1=v=12\,m/s,\, v_2=\frac{v}{2}=6\,m/s}$$

$$\Delta x = \frac{12+6}{2} \times 10 \Rightarrow \Delta x = 90\,m$$

۵۵ گزینه ۲

درحرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های زمانی متوالی و یکسان T، تشکیل یک دنبالهٔ حسابی با قدر نسبت aT^2 می‌دهند، بنابراین داریم:

$$d = aT^2 \xrightarrow[d=-1m]{T=2s} -1 = a \times 2^2 \Rightarrow a = \frac{-1}{4} m/s^2$$

از طرف دیگر، با استفاده از معادلهٔ مستقل از زمان درحرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، می‌توان نوشت:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v=0} v_0^2 = -2a\Delta x$$

$$\xrightarrow[\Delta x=450m]{a=-\frac{1}{4}m/s^2} v_0^2 = -2 \times (-\frac{1}{4}) \times 450 = 225 \Rightarrow |v_0| = 15m/s$$

@Moshaver_FREE

۵۶ گزینه ۴

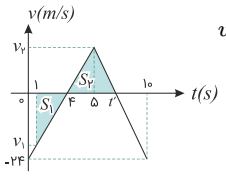
نمودار نسبت به خط $t = ۵s$ تقارن دارد پس در نمودار صفحهٔ بعد لحظهٔ t' برابر با $۶s$ است. یعنی $v_۶ = ۰$. برای محاسبهٔ $v_۱$ (سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۱s$)، با توجه به اینکه شتاب، ثابت است، شیب نمودار را در فاصلهٔ زمانی $t = ۰$ تا $t = ۴s$ به دست می‌آوریم.

$$a_{av} = \frac{۰ - (-۲۴)}{۴ - ۰} = ۶m/s^۲$$
$$a_{av} = \frac{۰ - v_۱}{۴ - ۱} = ۶m/s^۲ \Rightarrow v_۱ = -۱۸m/s$$
$$a_{av} = \frac{v_۲ - ۰}{۵ - ۴} \xrightarrow{a=۶m/s^۲} v_۲ = ۶m/s$$

جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $t = ۱s$ تا $t' = ۶s$ برابر مساحت محصور نمودار سرعت - زمان بین این دو لحظه است.

$$\Delta x = S_۲ - S_۱ = \frac{۶ \times (۶ - ۴)}{۲} - \frac{(۰ - (-۱۸)) \times (۴ - ۱)}{۲}$$
$$\Rightarrow \Delta x = ۶ - ۲۷ = -۲۱m$$

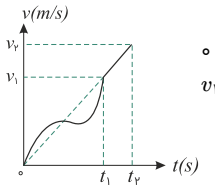
سرعت متوسط، برابر با جابه‌جایی متحرک در واحد زمان است.



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{-۲۱}{۶ - ۱} = -۴/۲\ m/s$$

۵۷ گزینه ۲

سرعت متوسط در یک بازهٔ زمانی که سرعت متحرک ثابت نیست همواره بین کمترین مقدار سرعت v_{min} و بیشترین مقدار سرعت v_{max} در آن بازه است. $v_{min} < v_{av} < v_{max}$ بنابراین:



$$\left.\begin{array}{l} ۰ < v_{av\,(۰-t_۱)} < v_۱ \\ v_۱ < v_{av\,(t_۱-t_۲)} < v_۲ \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{v_{av\,(۰-t_۱)}}{v_{av\,(t_۱-t_۲)}} < ۱$$

۵۸ گزینه ۱

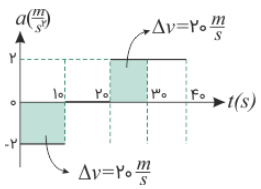
با استخراج معلومات از روی نمودار سرعت- زمان داده‌شده، مسیر حرکت آن‌ها را مشخص کرده و با نوشتن معادلهٔ حرکت هر یک نسبت به یک مبدأ مکان اختیاری (عموماً نقطهٔ شروع حرکت یکی از آن‌ها) مسئله را حل می‌کنیم (مثلاً در لحظهٔ رسیدن دو متحرک به هم، مکان آن‌ها را مساوی قرار می‌دهیم و ...). دقت کنید که در این حالت علامت بردارهای همسو با محور را مثبت و غیرهمسو با آن را منفی در نظر می‌گیریم. در اینجا باتوجه‌به نمودار سرعت- زمان داده‌شده به‌راحتی می‌توان دریافت که، متحرک B با سرعت ثابت $v = ۵\,m/s$ در جهت محور حرکت کرده و متحرک A از حال سکون با شتاب ثابت $a = \text{شیب خط} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{۵}{۱۰} = \frac{۱}{۲}m/s^۲$، در همان جهت محور شروع به حرکت کرده است، یعنی (در اینجا فرض می‌کنیم که $(x_۰)_A = (x_۰)_B = ۰$ است).

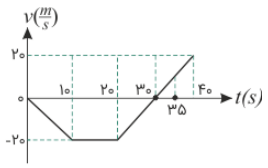
$$A:\ x_A = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + (x_۰)_A \xrightarrow[(x_۰)_A=۰]{a=\frac{۱}{۲}m/s^۲, v_{۰A}=۰} x_A = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} \times t^۲ + ۰ + ۰ \Rightarrow x_A = \frac{۱}{۴}t^۲$$
$$B:\ x_B = v_Bt + (x_۰)_B \xrightarrow[(x_۰)_B=۰]{v_B=۵m/s} x_B = ۵t + ۰ \Rightarrow x_B = ۵t$$

در لحظهٔ به هم رسیدن دو متحرک، $x_A = x_B$ است:

$$x_A = x_B \xrightarrow[x_B=۵t]{x_A=\frac{۱}{۴}t^۲} \frac{۱}{۴}t^۲ = ۵t \Rightarrow t = ۲۰s$$

۵۹ گزینه ۳





@Moshaver_FREE

۶۰ گزینه ۳

ابتدا معادله‌های سرعت دو متحرک را می‌نویسیم و سپس باهم مساوی قرار می‌دهیم تا زمانی را که سرعت آن‌ها یکی می‌شود، به دست آوریم. داریم:

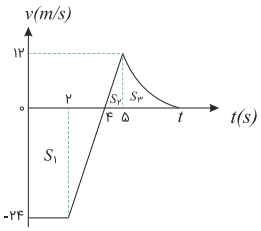
$$a_A = \frac{v_A - (v_\circ)_A}{t_A} = \frac{\circ - (-۳)}{۱} = ۳ \Rightarrow v_A = ۳t - ۳$$
$$a_B = \frac{v_B - (v_\circ)_B}{t_B} = \frac{\circ - ۳}{۱/۵} = -۲ \Rightarrow v_B = -۲t + ۳$$
$$v_A = v_B \Rightarrow ۳t - ۳ = -۲t + ۳ \Rightarrow ۵t = ۶ \Rightarrow t = \frac{۶}{۵}s \qquad (۱)$$

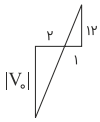
حال معادله‌های مکان دو متحرک را می‌نویسیم و باهم مساوی قرار می‌دهیم تا زمانی را که مکان‌هایشان یکسان می‌شود به دست آوریم. داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}a_A t^۲ + (v_\circ)_A t + (x_\circ)_A = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ + (v_\circ)_B t + (x_\circ)_B$$
$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}(۳)t^۲ - ۳t + \circ = \frac{۱}{۲}(-۲)t^۲ + ۳t + \circ \Rightarrow ۵t^۲ - ۱۲t = \circ$$
$$\Rightarrow t(۵t - ۱۲) = \circ \Rightarrow t = \circ\ ,\ t = \frac{۱۲}{۵}s \qquad (۲)$$
$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \frac{\frac{۶}{۵}}{\frac{۱۲}{۵}} = \circ/۵$$

۶۱ گزینه ۳

مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان با محور زمان در هر بازهٔ زمانی مشخص، اندازهٔ تغییر مکان متحرک (جابه‌جایی) در آن بازهٔ زمانی را نشان می‌دهد. ابتدا به کمک تشابه مثلث‌ها، سرعت اولیهٔ متحرک را به دست می‌آوریم:



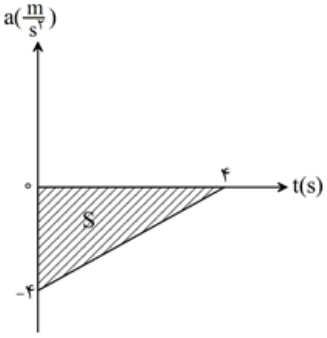


$$\frac{|v_\circ|}{۱۲} = \frac{۲}{۱} \Rightarrow |v_\circ| = ۲۴m/s$$
$$\Rightarrow v_\circ = -۲۴m/s$$

حال برای محاسبهٔ مکان متحرک در لحظهٔ t داریم:

$$-S_۱ + S_۲ + S_۳ = x_t - x_\circ$$
$$\Rightarrow -۷۲ + ۶ + ۱۵ = x_t - (-۵)$$
$$\Rightarrow x_t = -۵۶m$$

۶۲ گزینه ۴



@Moshaver_FREE

۶۳ گزینه ۴

روش اول: می‌توان فرض کرد متحرک از حال سکون با شتاب مثبت $۳m/s^۲$ شروع به حرکت می‌کند. در این حالت جابه‌جایی در ۲ ثانیهٔ اول حرکت را به دست می‌آوریم که با مسافت طی‌شده برابر است.

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \xrightarrow[t=۲s]{v_۰=۰, a=۳m/s^۲} \Delta x = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۴ + ۰$$
$$\Rightarrow \Delta x = ۶m$$

روش دوم: روش معمولی حل این سؤال به‌صورت زیر است:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = -۳t + ۳۰ \Rightarrow t = ۱۰s$$

۲ ثانیهٔ آخر حرکت، بازهٔ زمانی $t_۱ = ۸s$ تا $t_۲ = ۱۰s$ است. داریم:

$$\Delta x = -\frac{۳}{۲}t^۲ + ۳۰t$$

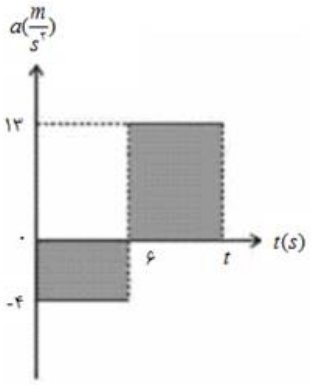
$$\Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{t_۱=۸s} \Delta x_۱ = -\frac{۳}{۲} \times ۶۴ + ۳۰ \times ۸ = ۱۴۴m \\ \xrightarrow{t_۲=۱۰s} \Delta x_۲ = -\frac{۳}{۲} \times ۱۰۰ + ۳۰ \times ۱۰ = ۱۵۰m \end{cases}$$

$$d = \Delta x_۲ - \Delta x_۱ \Rightarrow d = ۱۵۰ - ۱۴۴ \Rightarrow d = ۶m$$

۶۴ گزینه ۴

همان‌طور که می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان درحرکت یک‌بعدی، سرعت لحظه‌ای جسم را به ما می‌دهد. در قسمت اول نمودار $x - t$، شیب منحنی رو به افزایش است، لذا سرعت مثبت و در حال افزایش است. در قسمت دوم شیب نمودار ثابت است، پس سرعت هم، مثبت و ثابت است. در قسمت سوم، شیب نمودار $x - t$ مثبت ولی در حال کاهش است، لذا سرعت مثبت و در حال کاهش است. با این توضیحات گزینهٔ "۴" پاسخ صحیح است.

۶۵ گزینه ۲



۶۶ گزینه ۱

نمودار مکان- زمان متحرک A به‌صورت خط راست با شیب غیر صفر است. بنابراین سرعت آن ثابت است و می‌توان نوشت:

$$v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} = \frac{۸۰ - ۴۰}{۴\sqrt{۲} - ۰} \Rightarrow v_A = ۵\sqrt{۲}m/s$$

نمودار مکان- زمان متحرک B به‌صورت یک سهمی است. با توجه به اینکه متحرک B از مبدأ مکان شروع به حرکت کرده است $(x_{۰B} = ۰)$ و در مبدأ زمان نمودار مکان- زمان بر محور زمان مماس است $(v_{۰B} = ۰)$، می‌توان نوشت:

$$x_B = \frac{۱}{۲}a_Bt^۲ + v_{۰B}t + x_{۰B} \xrightarrow[v_{۰B}=۰]{x_{۰B}=۰} x_B = \frac{۱}{۲}a_Bt^۲$$
$$\xrightarrow[x_B=۸۰m]{t=۴\sqrt{۲}s} ۸۰ = \frac{۱}{۲}a_B \times ۳۲ \Rightarrow a_B = ۵\ m/s^۲$$

بنابراین معادلهٔ سرعت- زمان متحرک B برابر است با:

$$v_B = a_Bt + v_{۰B} \xrightarrow[a_B=۵m/s^۲]{v_B=v_A=۵\sqrt{۲}m/s} ۵\sqrt{۲} = ۵t + ۰ \Rightarrow t = \sqrt{۲}s$$

@Moshaver_FREE

۶۷ گزینه ۱

چون متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده است، در دو ثانیهٔ اول حرکت، اندازهٔ سرعتش به‌اندازهٔ سطح زیر نمودار در این مدت ($|\Delta v|$) افزایش یافته است. برای تغییر جهت باید مجدداً سرعتش صفر شود، یعنی دو ثانیهٔ بعد، به عبارتی در لحظهٔ $t = ۴\,s$ متوقف شده و تغییر جهت می‌دهد. لذا در ۳ ثانیهٔ اول تغییر جهت نمی‌دهد.

۶۸ گزینه ۴

سرعت متوسط هیچ اطلاعاتی راجع به مکان متحرک در هرلحظه نمی دهد و فقط به جابه جایی بین مکان اولیه و مکان نهایی و زمان طی این فاصله بستگی دارد.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow ۵ = \frac{۲۰۰}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = ۴۰s$$

تنها چیزی که راجع به این حرکت با قاطعیت می توان بیان کرد این است که متحرک فاصلهٔ بین این دو نقطه را در مدت$۴۰s$ پیموده است و این را که در لحظهٔ $t = ۲۵s$ در کدام نقطه قرار دارد با قاطعیت نمی‌توان گفت و بنابراین گزینهٔ "۴" پاسخ صحیح است.

۶۹ گزینه ۱

با توجه به نمودار داده‌شده، دو متحرک در لحظهٔ $t = ۶s$ به هم رسیده اند، پس دارای مکان یکسان هستند. از طرفی متحرکA دارای حرکت شتاب دار با شتاب ثابت در مسیری مستقیم و متحرکB دارای حرکت با سرعت ثابت است. بنابراین می توان نوشت:

$$\xrightarrow{t=۶s} x_A = x_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}a_A t^۲ + v_{\circ A}t + x_{\circ A} = v_B t + x_{\circ B}$$

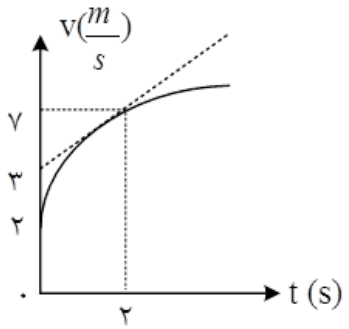
$$\Rightarrow \frac{۱}{۲} \times a_A \times (۶)^۲ + \circ + (-۳۴) = -۱\circ \times (۶) + ۸\circ \Rightarrow ۱۸a_A = ۵۴ \Rightarrow a_A = ۳m/s^۲$$

نکته: به علامت سرعت متحرک B دقت کنید.

۷۰ گزینه ۱

در مدت‌زمانی که نمودار سرعت- زمان از محور زمان دور می شود حرکت متحرک تندشونده و در تمام مدتی که $v < \circ$ است، متحرک در خلاف جهت محور x حرکت کرده است، بنابراین متحرک در بازه های زمانی $۱s$ تا $۳s$ و $۵s$ تا $۷s$ دارای حرکت تندشونده و در بازه ی زمانی $۳s$ تا $۷s$ در خلاف جهت محور xها حرکت می‌کند.

۷۱ گزینه ۱



۷۲ گزینه ۲

$$v_{av_A} = v_{av_B} \Rightarrow \frac{v_A + v_{\circ A}}{۲} = \frac{v_B + v_{\circ B}}{۲} \Rightarrow ۱\circ + \circ = v_B + (-۵) \Rightarrow v_B = ۱۵\,m/s$$

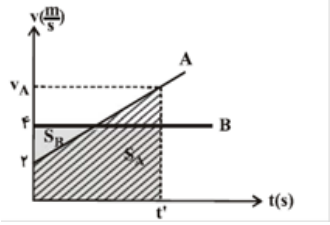
۷۳ گزینه ۳

چون دو متحرک هم‌زمان و از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند، در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، جابه‌جایی آن‌ها برابر می‌شود. از طرفی می‌دانیم سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان با محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. بنابراین اگر فرض کنیم دو متحرک در لحظهٔ t' به هم می‌رسند، می‌توان نوشت:

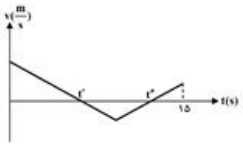
$$S_B = S_A \Rightarrow ۴ \times t' = t' \times (\frac{۲ + v_A}{۲})$$

$$\Rightarrow v_A + ۲ = ۸ \Rightarrow v_A = ۶m/s$$

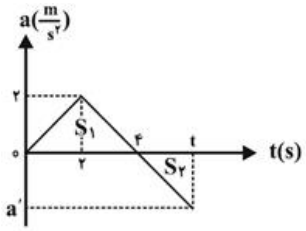
@Moshaver_FREE



۷۴ گزینه ۳



۷۵ گزینه ۳



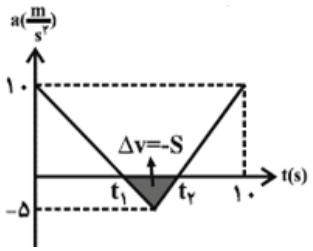
$$\longrightarrow \Delta v = \frac{۱}{۳} \times ۶ \Rightarrow \Delta v = ۲m/s$$

$$\Rightarrow v - v_۰ = ۲ \xrightarrow{v_۰ = ۲/۵\ m/s} v = ۲ + ۲/۵ \Rightarrow v = ۴/۵\, m/s$$

۷۶ گزینه ۳

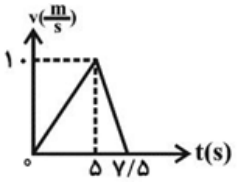
همان‌طور که می‌دانیم، شتاب، شیب خط مماس بر نمودار سرعت- زمان است و بیشترین اندازهٔ شیب خط مماس بر این نمودار در لحظهٔ $t = ۵ms$ است.

۷۷ گزینه ۱

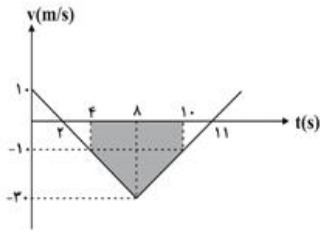


@Moshaver_FREE

۷۸ گزینه ۴



۷۹ گزینه ۴

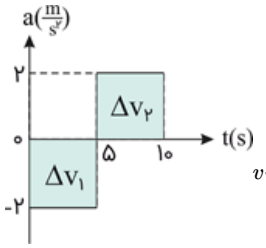


۸۰ گزینه ۱

می‌دانیم سطح زیر نمودار $a-t$ با محور زمان، برابر تغییرات سرعت متحرک است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta v = S \Rightarrow v_{۶} - v_{۰} = S \Rightarrow -۸ - v_{۰} = (\frac{۴+۶}{۲}) \times ۲ = ۱۰ \Rightarrow v_{۰} = -۱۸\, m/s$$

۸۱ گزینه ۳



$\longrightarrow$ ۵

$$v_{۱۰} = v_{۵} + \Delta v_{۲} \Rightarrow v_{۱۰} = -۱۰ + ۱۰ = ۰$$

$۱۰\, s \quad ۵\, s \quad ۵\, s$

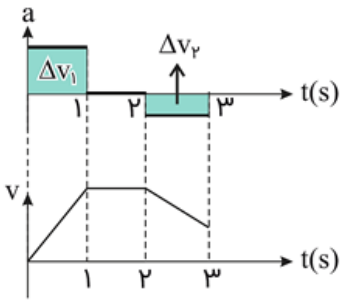
$$\Delta x = \frac{v_{۰} + v_{۵}}{۲} \times \Delta t_{۱} + \frac{v_{۵} + v_{۱۰}}{۲} \times \Delta t_{۲}$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{۰ - ۱۰}{۲} \times (۵ - ۰) + \frac{-۱۰ + ۰}{۲} \times (۱۰ - ۵) \Rightarrow \Delta x = -۵۰\, m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-۵۰}{۱۰ - ۰} \Rightarrow v_{av} = -۵\, m/s$$

@Moshaver_FREE

۸۲ گزینه ۱



۸۳ گزینه ۳

$$\longrightarrow v_{۴} = -۴\,m/s$$

$$v = ۰ \Rightarrow -۲t + ۴ = ۰ \Rightarrow t = ۲\,s$$

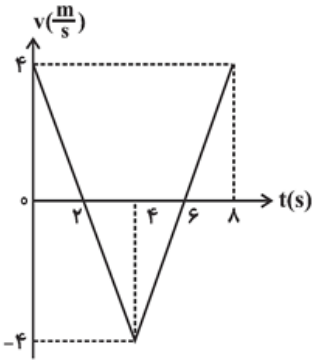
$$۴\,s < t < ۸\,s : v = ۲(t-۴) - ۴ \xrightarrow{t=۸\,s} v_{۸} = ۴\,m/s$$

$$v = ۰ \Rightarrow ۲(t-۴) - ۴ = ۰ \Rightarrow t = ۶\,s$$

$$W = \Delta K \Rightarrow W = \frac{۱}{۲}mv_{۲}^{۲} - \frac{۱}{۲}mv_{۱}^{۲}$$

$$\Delta K$$

$$\begin{cases} ۲\,s < t < ۵\,s \xrightarrow[v_{۲}=۰]{v_{۵}=-۲\,m/s} W = \frac{۱}{۲} \times ۱ \times (-۲)^{۲} - ۰ = +۲\,J \\ ۱\,s < t < ۵\,s \xrightarrow[v_{۱}=۲\,m/s]{v_{۵}=-۲\,m/s} W = \frac{۱}{۲} \times ۱ \times (-۲)^{۲} - \frac{۱}{۲} \times ۱ \times (۲)^{۲} = ۰ \\ ۲\,s < t < ۴\,s \xrightarrow[v_{۲}=۰]{v_{۴}=-۴\,m/s} W = \frac{۱}{۲} \times ۱ \times (-۴)^{۲} - ۰ = ۸\,J \\ ۳\,s < t < ۷\,s \xrightarrow[v_{۳}=-۲\,m/s]{v_{۷}=۲\,m/s} W = \frac{۱}{۲} \times ۱ \times (۲)^{۲} - \frac{۱}{۲} \times ۱ \times (-۲)^{۲} = ۰ \end{cases}$$

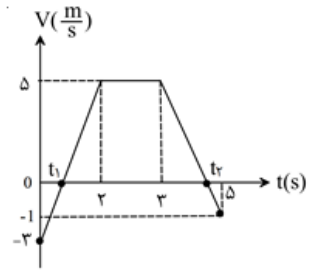


۸۴ گزینه ۳

می‌دانیم که سطح زیر نمودار شتاب- زمان، تغییرات سرعت را نشان می‌دهد. به کمک سرعت اولیه و تغییرات آن، نمودار سرعت- زمان را رسم می‌کنیم.

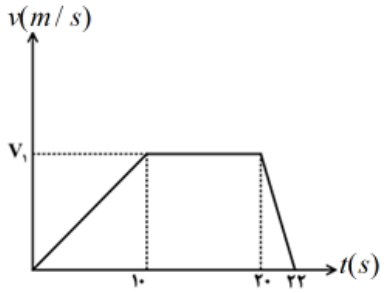
با توجه به نمودار، در دو لحظهٔ $t_{۱}$ و $t_{۲}$ چون اندازهٔ سرعت صفر شده است و علامت آن عوض می‌شود، متحرک تغییر جهت داده است.

@Moshaver_FREE



۸۵ گزینه ۲

محاسبهٔ مدت‌زمان ترمز:

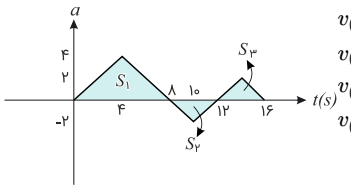


$$\begin{matrix} \text{در قسمت اول } v = a_1 t + v_0 \\ \text{در قسمت دوم } v = a_2 t + v_0 \end{matrix} \Rightarrow \left.\begin{matrix} v_1 = 10a + 0 = 10a \\ 0 = \Delta t \times (-5a) + v_1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta t = \frac{-v_1}{-5a} = \frac{10a}{5a} = 2s$$

$$S = \Delta x \Rightarrow 320 = \frac{22+10}{2} \times v_1 \Rightarrow v_1 = 20m/s \Rightarrow 10a = 20 \Rightarrow a = 2m/s^2$$

۸۶ گزینه ۴

تا وقتی جهت حرکت عوض نشود با گذشت زمان فاصلهٔ متحرک از نقطهٔ شروع زیاد می‌شود.
جهت حرکت متناظر علامت سرعت است. مساحت زیر نمودار شتاب- زمان برابر Δv است.



$$v_{(0)} = 0$$
$$v_{(8)} - v_{(0)} = S_1$$
$$v_{(12)} - v_{(8)} = -S_2$$
$$v_{(16)} - v_{(12)} = S_3$$

از $t = 16s$ به بعد سرعت ثابت است.
با توجه به اینکه $S_1 > S_2$ و $S_2 = S_3$، می‌توان گفت علامت سرعت هیچ‌گاه عوض نمی‌شود، پس با گذشت زمان، فاصلهٔ متحرک از نقطهٔ شروع حرکت پیوسته زیاد می‌شود؛ یعنی در $t = 16s$ فاصلهٔ متحرک از نقطهٔ شروع بیشتر از سایر گزینه‌ها است.

۸۷ گزینه ۴

این حرکت از دو قسمت شتاب‌دار با شتاب ثابت و یک قسمت بدون شتاب (یکنواخت) تشکیل شده است.

$$\Delta v = a\Delta t \Rightarrow \begin{cases} v_{(3)} - v_{(0)} = 2 \times 3 \Rightarrow v_{(3)} = 6m/s \\ v_{(7)} - v_{(3)} = -1 \times 4 \Rightarrow v_{(7)} = 2m/s \end{cases}$$

بین لحظات $t = 7s$ تا $t = 10s$ شتاب صفر است، لذا:

$$v_{(10)} = v_{(7)} = 2m/s$$

درحرکت با شتاب ثابت $\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2}\Delta t$ و درحرکت یکنواخت $\Delta x = v\Delta t$ است.

$$\Delta x = \frac{6+0}{2} \times 3 + \frac{6+2}{2} \times 4 + 2 \times 3 = 9 + 16 + 6 = 31m$$
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{31}{10} \Rightarrow v_{av} = 3/1m/s$$

@Moshaver_FREE

۸۸ گزینه ۴

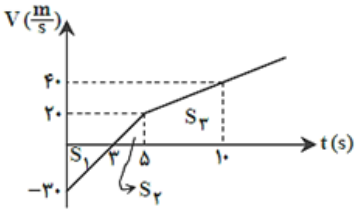
$$v(۰) = v_۰ \ , \ v(۸) = v_۰ + ۲ \times ۸ = v_۰ + ۱۶ \ , \ v_{(۱۰)} = v_{(۸)} - ۴ \times ۲ = v_{(۸)} - ۸ = v_۰ + ۸$$

$$\Delta x = \frac{v_{(۰)} + v_{(۸)}}{۲} \times ۸ + \frac{v_{(۸)} + v_{(۱۰)}}{۲} \times ۲ = (v_۰ + v_۰ + ۱۶) \times ۴ + (v_۰ + ۱۶ + v_۰ + ۸)$$

$$\Delta x = ۱۰v_۰ + ۸۸$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۱۰v_۰ + ۸۸}{۱۰} = v_۰ + ۸/۸ = ۱۴ \Rightarrow v_۰ = ۵/۲\, m/s$$

۸۹ گزینه ۲



۹۰ گزینه ۲

در حرکت بر خط راست، تغییر جهت حرکت یعنی تغییر علامت سرعت.

در تمام مدت ۰ تا $۴\,s$ سرعت، مثبت است.

$$۰ < t < ۴s : \quad a = ۵m/s^۲ \Rightarrow v = at + v_۰ = ۵t + ۴$$

$$v(۴) = ۵ \times ۴ + ۴ = ۲۴m/s$$

$$۴s < t < ۱۰s : a = -۶m/s^۲ \Rightarrow \Delta v = a\Delta t = -۶\Delta t \Rightarrow ۰ - ۲۴ = -۶\Delta t \Rightarrow \Delta t = ۴s$$

یعنی در $t = ۸\,s$ سرعت صفر و سپس منفی می‌شود. از $t = ۸\,s$ تا $t = ۱۰\,s$ سرعت منفی‌تر هم می‌شود و از $t = ۱۰\,s$ به بعد، سرعت در یک مقدار منفی $(v = -۱۲\,m/s)$ ثابت می‌ماند.

۹۱ گزینه ۳

اینکه دو متحرک A و B به هم برسند یعنی $x_A = x_B$؛ ضمناً مساحت ناحیهٔ محصور بین منحنی سرعت- زمان و محور زمان برابر جابه‌جایی است.

$$x_A = S_A + ۱۰۰ \quad , \quad x_B = -S_B + ۶۰۰$$

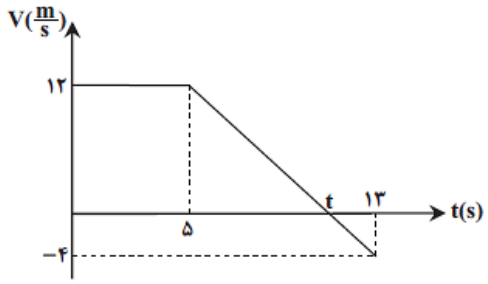
در ۱۰ ثانیهٔ نخست نمی‌توانند به هم برسند (چرا؟) پس زمان به هم رسیدن آن‌ها بعد از $t = ۱۰\,s$ است.

$$S_A = \frac{۱۵ + ۵}{۲} \times ۱۰ + (t - ۱۰) \times ۵ = ۵t + ۵۰$$

$$S_B = ۱۰t$$

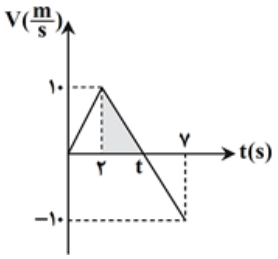
$$x_A = x_B \Rightarrow ۵t + ۵۰ + ۱۰۰ = -۱۰t + ۶۰۰ \Rightarrow ۱۵t = ۴۵۰ \Rightarrow t = ۳۰\,s \Rightarrow x_A = x_B = ۵ \times ۳۰ + ۱۵۰ = ۳۰۰\,m$$

۹۲ گزینه ۳



@Moshaver_FREE

۹۳ گزینه ۲



۹۴ گزینه ۳

حرکت A یکنواخت است.

$$x = v \cdot t + x_\circ \Rightarrow x = ۱۰t + ۱۰۰$$

حرکت B یک حرکت با شتاب ثابت است.

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t + x_\circ$$
$$v = at + v_\circ \Rightarrow ۱۰ = ۵a + \circ \Rightarrow a = ۲\ m/s^۲$$
$$x_B = \frac{۱}{۲} \times ۲t^۲ + ۲۵ = t^۲ + ۲۵$$

وقتی دو متحرک به هم می‌رسند، $x_A = x_B$ می‌شود.

$$x_A = x_B \Rightarrow t^۲ + ۲۵ = ۱۰t + ۱۰۰$$
$$\Rightarrow t^۲ - ۱۰t - ۷۵ = \circ \Rightarrow t = \frac{۵ \pm \sqrt{۲۵ - (-۷۵)}}{۱} = ۵ \pm ۱۰ = ۱۵\,,\ -۵ \Rightarrow t = ۱۵\ s$$

۹۵ گزینه ۳

با فرض مکان اولیهٔ اتومبیل A به‌عنوان مبدأ مکان، معادلهٔ حرکت هر اتومبیل را نوشته و مکان آن‌ها را در لحظهٔ $t = ۲s$ حساب کرده و درنهایت فاصلهٔ آن‌ها را به دست می‌آوریم. دقت کنید حرکت اتومبیل A تندشونده و بنابراین $a_A = ۵m/s^۲$ و حرکت اتومبیل B کُندشونده و بنابراین $a_B = -۵m/s^۲$ است.

$$x_A = \frac{۱}{۲}a_A t^۲ + (v_\circ)_A t + (x_\circ)_A \Rightarrow x_A = \frac{۱}{۲} \times ۵t^۲ + ۶t + \circ$$
$$\Rightarrow x_A = ۲/۵t^۲ + ۶t \xrightarrow{t=۲s} x_A = ۲/۵ \times ۲^۲ + ۶ \times ۲ \Rightarrow x_A = ۲۲m$$
$$x_B = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ + (v_\circ)_B t + (x_\circ)_B \Rightarrow x_B = \frac{۱}{۲} \times (-۵)t^۲ + ۴t + ۱۰۰$$
$$\Rightarrow x_B = -۲/۵t^۲ + ۴t + ۱۰۰ \xrightarrow{t=۲s} x_B = ۹۸m$$
$$|x_B - x_A| = |۹۸ - ۲۲| = ۷۶m$$

۹۶ گزینه ۱

متحرک A ، ۶ ثانیه پس از شروع حرکتش و متحرک B ، دو ثانیه پس از شروع حرکتش به یک مکان رسیده‌اند.

$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}a_A t_A^۲ + v_{\circ A} t_A + x_{\circ A} = v_B t_B + x_{\circ B}$$
$$\xrightarrow[x_{\circ A} = x_{\circ B} = \circ\,,\ t_B = ۲s]{v_{\circ A} = \circ\,,\ t_A = ۶s} \frac{۱}{۲}a_A (۶)^۲ = v_B\,(۲) \Rightarrow a_A = \frac{v_B}{۹}$$

برای محاسبهٔ زمان یکسان شدن سرعت‌ها داریم:

$$v_A = v_B \Rightarrow a_A t_A + v_{\circ A} = v_B$$
$$\Rightarrow \frac{v_B}{۹} \times t_A = v_B \Rightarrow t_A = ۹s$$

سرعت متحرک A، ۹ ثانیه پس از شروع حرکت با سرعت متحرک B برابر می‌شود، ولی متحرک B، ۴ ثانیه دیرتر شروع به حرکت کرده است. بنابراین:

$$t_B = ۹ - ۴ = ۵s$$

@Moshaver_FREE

۹۷ گزینه ۳

چون نمودار سرعت- زمان دو متحرک خط راستی با شیب غیر صفر است، بنابراین دو متحرک با شتاب ثابت بر روی مسیر مستقیم حرکت می‌کنند.
ابتدا لحظه‌ای که سرعت دو متحرک برابر می‌شود ($t_۱$) را به دست می‌آوریم و با استفاده از آن شتاب متحرک B را حساب می‌کنیم:

$$v_A = a_A t_۱ + v_{۰A} \Rightarrow ۳۰ = ۱ \times t_۱ + ۱۵ \Rightarrow t_۱ = ۱۵\,s$$

$$v_B = a_B t_۱ \Rightarrow ۳۰ = a_B \times ۱۵ \Rightarrow a_B = ۲\,m/s^۲$$

اکنون مکان دو متحرک را مساوی هم قرار می‌دهیم و لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}a_A t^۲ + v_{۰A}t = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ + v_{۰B}t$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۱ \times t^۲ + ۱۵t = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times t^۲ + ۰$$

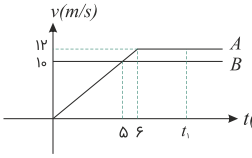
$$\Rightarrow t^۲ - ۳۰t = ۰ \Rightarrow t(t - ۳۰) = ۰ \Rightarrow t = ۳۰\,s$$

در لحظهٔ $t = ۳۰\,s$ دو متحرک به هم می‌رسند، بنابراین مکان آن‌ها برابر است با:

$$x_B = t^۲ \Rightarrow x_B = ۳۰^۲ = ۹۰۰\,m$$

۹۸ گزینه ۳

شیب قسمت اول نمودار A برابر ۲ است ($\frac{۱۰}{۵} = ۲$)، لذا در لحظهٔ $t = ۶s$ سرعت آن $۱۲m/s$ خواهد شد.
به هم رسیدن دو متحرک یعنی $x_A = x_B$ و در اینجا که هر دو از یک مکان شروع کرده‌اند، می‌توان گفت: $\Delta x_A = \Delta x_B$. ضمناً می‌دانیم که Δx برابر مساحت زیر نمودار $v - t$ است.



$$\begin{cases} S_B = ۱۰t_۱ \\ S_A = \dfrac{t_۱ + (t_۱ - ۶)}{۲} \times ۱۲ = ۶(۲t_۱ - ۶) \end{cases}$$

$$S_A = S_B \Rightarrow ۱۰t_۱ = ۶(۲t_۱ - ۶) \Rightarrow ۳۶ = ۲t_۱ \Rightarrow t_۱ = ۱۸s$$

$$(x_۰)_A = (x_۰)_B = ۰ \Rightarrow x_A = x_B = S = ۱۸ \times ۱۰ = ۱۸۰m$$

۹۹ گزینه ۱

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \Rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{۱}{۲} \times ۲t^۲ = t^۲ \\ x_B = \frac{۱}{۲} \times ۲(t - ۳)^۲ + ۱۵(t - ۳) = (t - ۳)^۲ + ۱۵(t - ۳) = t^۲ + ۹t - ۳۶ \end{cases}$$

فاصلهٔ دو متحرک : $|x_A - x_B| = |۹t - ۳۶|$

از $t = ۰$ تا $t = ۴s$ فاصلهٔ دو متحرک کم می‌شود و سپس فاصلهٔ آن‌ها زیاد می‌شود.

۱۰۰ گزینه ۴

اگر زمان رسیدن اتومبیل‌ها به هم را $t_۱$ بنامیم:

$$\left.\begin{array}{l} AM = v \times t_۱ \\ BM = ۲v \times t_۱ \end{array}\right\} \Rightarrow AM = \frac{۱}{۲}BM$$

اگر زمان حرکت اتومبیل (۲) از M تا A را $t_۲$ بنامیم:

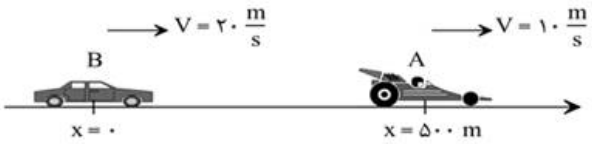
$$MA = ۲v \times t_۲ \Rightarrow t_۲ = \frac{MA}{۲v}$$

اگر زمان حرکت اتومبیل (۱) از M تا B را $t_۳$ بنامیم:

$$MB = v \times t_۳ \Rightarrow t_۳ = \frac{MB}{v} = \frac{۲AM}{v} = ۴t_۲$$

۱۰۱ گزینه ۱

لحظهٔ $t = ۰$ زمانی است که وضعیت زیر برقرار است.



۱۵ ثانیه طول می‌کشد تا سرعت A به $۴۰m/s$ برسد ($v = at + v_۰ \Rightarrow ۴۰ = ۲t + ۱۰ \Rightarrow t = ۱۵s$).

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \Rightarrow x_A = t^۲ + ۱۰t + ۵۰۰$$

تا زمانی که سرعت B بیشتر است فاصلهٔ دو اتومبیل کم می‌شود و از زمانی‌که سرعت A بیشتر شود، فاصلهٔ آن‌ها دوباره زیاد می‌شود؛ پس کمترین فاصلهٔ آن‌ها در زمانی است که سرعت‌ها برابر شود.

$$v_A = ۲۰m/s \Rightarrow ۲t + ۱۰ = ۲۰ \Rightarrow t = ۵s \Rightarrow \begin{cases} x_B = ۲۰ \times ۵ = ۱۰۰m \\ x_A = ۲۵ + ۵۰ + ۵۰۰ = ۵۷۵m \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_A - x_B = ۴۷۵m$$

@Moshaver_FREE