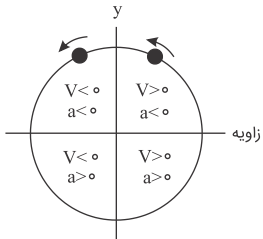


گزینه ۲

۱



باتوجه به اینکه سرعت مثبت بوده و سپس منفی شده، نوسانگر در بُعد مثبت قرار دارد.  
از طرفی علامت شتاب نوسانگر، همواره مخالف علامت بُعد نوسانگر است؛ بنابراین شتاب منفی است.

گزینه ۳

۲

در حرکت نوسانی ساده، زمانی که نوسانگر به مرکز نوسان نزدیک می‌شود، دارای حرکت تندشونده خواهد بود. در این حالت جهت بردارهای مکان و سرعت نوسانگر در خلاف جهت هم هستند. باتوجه به اینکه نوسانگر می‌تواند در دو طرف حالت تعادل دارای حرکت تندشونده باشد، بنابراین علامت سرعت می‌تواند مثبت و یا منفی باشد.

گزینه ۲

۳

الف و ب صحیح هستند.  
دلیل نادرستی مورد پ: در نقطه N علامت شتاب مثبت است.  
دلیل نادرستی مورد ت: در نقطه N نیروی کشسانی فنر بیشینه است.

گزینه ۳

۴

تعداد نوسان‌های کامل برابر است با:  $n = \frac{30}{2} = 15$   
از طرف دیگر تعداد نوسان‌های کامل در مدت زمان t برابر  $n = \frac{t}{T}$  است. بنابراین داریم:

$$15 = \frac{120}{T} \Rightarrow T = \frac{120}{15} = 8s$$

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{8} Hz$$

گزینه ۴

۵

حرکت هماهنگ ساده یک حرکت با شتاب متغیر است.

گزینه ۳

۶

در حرکت نوسانی ساده جهت برآیند نیروهای وارد بر جسم (شتاب) همیشه به طرف مرکز نوسان است. هرگاه متحرک از مرکز دور می‌شود، اندازه شتاب زیاد می‌شود و اندازه سرعت کم می‌شود (حرکت کندشونده است).  
هرگاه متحرک به مرکز نزدیک می‌شود، اندازه شتاب کم می‌شود و اندازه سرعت زیاد می‌شود (حرکت تندشونده است).



اگر زمان رسیدن از A به B و از B به O یکسان باشد، می‌توان نتیجه گرفت که زمان A تا O نصف شده است، زمان A تا O برابر است با  $\frac{T}{4}$ :  $\frac{T}{4} = \frac{T}{4}$   
در نتیجه زمان رسیدن از B به O برابر  $\frac{T}{4} = \frac{T}{8}$  خواهد بود:

$$\frac{T}{8} = 1 \Rightarrow T = 8s$$

برای رسیدن از A' تا B جسم ابتدا از A' تا O ( $\frac{T}{4}$ ) و سپس از O تا B ( $\frac{T}{8}$ ) را طی می‌کند، بنابراین کوتاه‌ترین زمان رسیدن از A' تا B برابر است با:

$$\frac{T}{4} + \frac{T}{8} = \frac{8}{4} + \frac{8}{8} = 3s$$

باتوجه به جهت محور x، چون نوسانگر در حرکت از نقطه C به نقطه O و از نقطه O به نقطه D در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، علامت سرعت نوسانگر برای این جابه‌جایی‌ها، منفی خواهد بود. از طرفی در حرکت هماهنگ ساده همواره علامت شتاب، قرینه علامت مکان نوسانگر است، بنابراین وقتی نوسانگر در xهای مثبت قرار دارد، شتاب نوسانگر منفی و وقتی نوسانگر در xهای منفی قرار دارد شتاب نوسانگر مثبت است پس در حرکت نوسانگر از نقطه C به نقطه O شتاب منفی و در حرکت از نقطه O به نقطه D شتاب مثبت است.

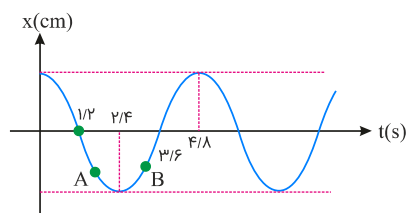
باتوجه به جهت محور x، چون نوسانگر از نقطه C به نقطه O و از نقطه O به نقطه D در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، علامت سرعت نوسانگر برای این جابه‌جایی‌ها، منفی خواهد بود. از طرفی در حرکت هماهنگ ساده همواره علامت شتاب، قرینه علامت مکان نوسانگر است، بنابراین وقتی نوسانگر در xهای مثبت قرار دارد، شتاب نوسانگر منفی و وقتی نوسانگر در xهای منفی قرار دارد شتاب نوسانگر مثبت است، پس در حرکت نوسانگر از نقطه C به نقطه O شتاب منفی و در حرکت از نقطه O به نقطه D شتاب مثبت است.

مسافت طی شده توسط نوسانگر الزاماً d است و جابه‌جایی نوسانگر از -d تا d است، متناسب با اینکه از چه مکانی حرکت نماید.

$$\frac{T}{4} = 0.6 \Rightarrow T = 1/2s$$

$$\left. \begin{aligned} A = 8 \text{ cm} \Rightarrow \frac{d}{A} = \frac{64}{8} = 8 \\ \text{هر ۴ دامنه معادل یک نوسان کامل است} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta t = 2T = 1/4s$$

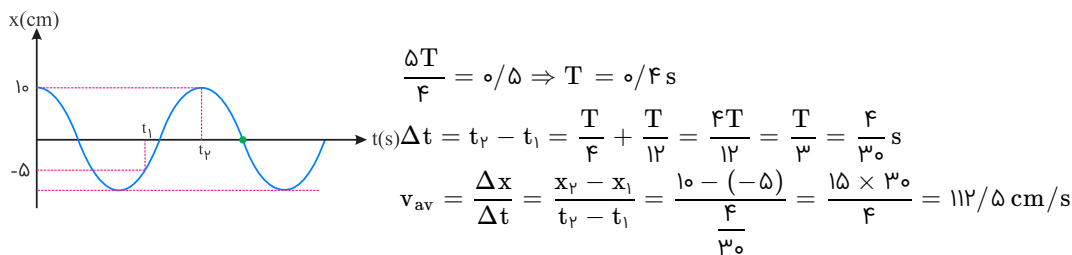
$$\omega = \frac{5\pi}{12} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{24}{5} = 4.8s \Rightarrow \frac{T}{4} = 1.2s$$



ثانیاً سوم بازه زمانی  $2 \leq t \leq 3$  است که طبق شکل نوسانگر در لحظات  $t = 2$  و  $t = 3$  در مکان‌های A و B قرار دارد. در بازه  $2 \leq t \leq 3$  حرکت کندشونده و از  $2/4 \leq t \leq 3$  حرکت تندشونده است؛ یعنی حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

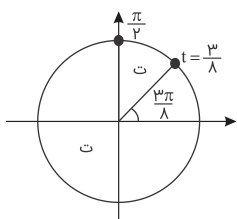


باتوجه به شکل داریم:



$$t = \frac{\omega}{\lambda} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\omega \pi}{\lambda}$$

$$t = 1 \Rightarrow \varphi_2 = \lambda \pi$$



می‌دانیم نوسانگر در ربع ۱ و ۳ حرکت تندشونده داشته و شتاب و سرعت هم‌جهت هستند. ابتدا فاز حرکت تندشونده را در یک دوره محاسبه می‌کنیم.

$$0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

$$\Delta \varphi = \left( \frac{\pi}{\omega} - \frac{\omega \pi}{\lambda} \right) + \frac{\pi}{\omega} = \pi - \frac{\omega \pi}{\lambda} = \frac{\Delta \pi}{\lambda}$$

بین  $2\pi$  تا  $\lambda \pi$ ، فاز  $6\pi$  طی می‌شود که  $3\pi$  از آن تندشونده است، پس:

$$\Delta \varphi = 3\pi + \frac{\Delta \pi}{\lambda} = \frac{29\pi}{\lambda} = \omega \cdot \Delta t \Rightarrow \frac{29\pi}{\lambda} = \lambda \pi t \Rightarrow t = \frac{29}{64} s$$

$$\frac{T}{4} + \frac{T}{8} - \frac{T}{12} = \frac{1}{\omega_0} \Rightarrow \frac{3T}{12} - \frac{T}{12} = \frac{2T}{12} = \frac{T}{6} = \frac{1}{\omega_0} \Rightarrow T = \frac{1}{\omega_0} s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 6\pi \text{ (rad/s)}$$

$$v_{max} = A\omega = \frac{1}{10} \times 6\pi \xrightarrow{\pi=3, v=12 \text{ m/s}} v_{max} = 12 \text{ m/s}$$

طبق معادله حرکت نوسانی زمان‌های  $t_1$  و  $t_2$  را به دست می‌آوریم و دقت می‌کنیم که چون  $t_1$  اولین باری است که  $x = \frac{\sqrt{3}}{2}A$  شده است و  $t_2$  اولین زمانی است که  $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}A$  شده است، جواب‌های  $t_1$  و  $t_2$  کوچک‌ترین مقدار ممکن هستند:

$$x = A \cos(\omega t) \Rightarrow \begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{2}A = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t_1\right) \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\left(\frac{2\pi}{T}t_1\right) \Rightarrow \frac{2\pi}{T}t_1 = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \xrightarrow{k=0} t_1 = \frac{T}{12} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2}A = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t_2\right) \Rightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos\left(\frac{2\pi}{T}t_2\right) \Rightarrow \frac{2\pi}{T}t_2 = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi \xrightarrow{k=0} t_2 = \frac{3}{8}T \end{cases}$$

$$\Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{3T}{8} - \frac{T}{12} \Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{9T - 2T}{24} = \frac{7T}{24}$$



ابتدا دوره تناوب ( $T$ ) را محاسبه می‌کنیم:

$$\omega = f \cdot \pi \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = f \cdot \pi \Rightarrow T = \frac{1}{f} s$$

حال نسبت  $\frac{1}{\lambda_0} s$  را به دوره تناوب محاسبه می‌کنیم و در معادله مکان جایگذاری می‌کنیم:

$$t = \frac{1}{\lambda_0} s \Rightarrow \frac{t}{T} = \frac{\frac{1}{\lambda_0}}{\frac{1}{f}} = \frac{1}{f} \Rightarrow t = \frac{T}{f}$$

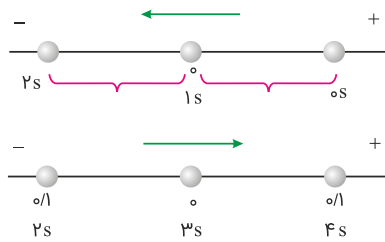
$$x = a \cdot f \cos(\omega t) \Rightarrow x = a \cdot f \cos\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{f}\right) \Rightarrow x = a \cdot f \cos\left(\frac{\pi}{f}\right) = 0$$

چون در لحظه موردنظر نوسانگر از مبدأ می‌گذرد، در نتیجه  $F = 0$  است؛ پس شتاب در آن لحظه صفر است.

برای حل سؤال کل حرکت را از صفر ثانیه تا ۴ ثانیه تحلیل می‌کنیم:

$$\omega = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow T = 4 s$$

ملاحظه می‌شود که از صفر تا ۲ ثانیه جهت حرکت (جهت سرعت) منفی است و از ۲ ثانیه تا ۴ ثانیه جهت حرکت مثبت است، از ثانیه صفر تا ثانیه یک جهت نیرو (جهت شتاب) منفی است، از ۱s تا ۲s جهت شتاب مثبت است، از ۲s تا ۳s جهت شتاب مثبت و از ۳s تا ۴s جهت شتاب منفی است؛ بنابراین جواب موردنظر مسئله گزینه "۴" یعنی بازه ۳s تا ۴s است.



باتوجه به اینکه  $\omega = \frac{\pi}{2}$  است، از رابطه  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  استفاده می‌کنیم و مقدار  $T$  را به دست می‌آوریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow T = 4 s$$

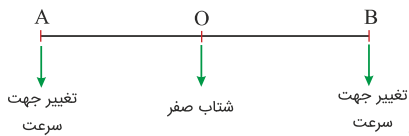
باتوجه به اینکه دوره تناوب ۴s است و حداصل بین ۱s تا ۹s از ما خواسته شده یعنی در این فاصله زمانی جسم دو بار نوسان کامل انجام داده است و ما می‌دانیم که در هر نوسان کامل یک‌بار جهت نوسان عوض می‌شود در نتیجه در این فاصله زمانی دو بار جهت نوسان عوض می‌شود.

$$\left. \begin{aligned} \omega = \frac{2\pi}{T} = 0.1\pi \Rightarrow T = 20 s \\ t = 45 s \end{aligned} \right\} \Rightarrow n = \frac{t}{T} \Rightarrow n = \frac{45}{20} = 2.25$$

یعنی نوسانگر ۲/۲۵ دور نوسان انجام می‌دهد و باتوجه به اینکه در هر نوسان کامل به اندازه ۴ برابر دامنه مسافت طی می‌کند، داریم:

$$\text{مسافت طی شده} = d = 2.25 \times 4A \xrightarrow{A=0.03 \text{ m}=3 \text{ cm}} d = 27 \text{ cm}$$





باتوجه به اطلاعاتی که سؤال گفته، دامنه و دوره تناوب را می‌یابیم:

$$\Rightarrow \begin{cases} AB = 10 \text{ cm} \Rightarrow 2A = 10 \text{ cm} \Rightarrow A = 5 \text{ cm} = 5 \times 10^{-2} \text{ m} \\ t_{OB} + t_{BO} = 5 \text{ s} \Rightarrow \frac{T}{2} = 5 \Rightarrow T = 10 \text{ s} \end{cases}$$

معادله مکان نوسانگر را می‌نویسیم و سپس  $x_2$  را می‌یابیم.

$$x = A \cos(\omega t)$$

$$\Rightarrow x_2 = 5 \times 10^{-2} \cos\left(\frac{2\pi}{10} t_2\right)$$

$$\xrightarrow{t_2 = 1/75 \text{ s}} x_2 = 5 \times 10^{-2} \cos\left(\frac{2\pi}{10} \times 1/75\right) = 5 \times 10^{-2} \cos\left(\frac{2\pi}{75}\right)$$

$$x_2 = 5 \times 10^{-2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ m} = \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$$

گام اول

الف) وزن ۵۰۰ گرمی  $\leftarrow m = 500 \text{ g} = 0.5 \text{ kg}$

ب) ثابت فنر ۲۰ نیوتون بر متر  $\leftarrow k = 20 \text{ N/m}$

ج) وزنه در هر دقیقه چند نوسان کامل انجام می‌دهد؟  $\leftarrow t = 60 \text{ s}, n = ?$

گام دوم

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m}$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{20}{0.5} \Rightarrow \omega^2 = 40 \xrightarrow{\omega = 2\pi f} 4\pi^2 f^2 = 40 \xrightarrow{\pi^2 = 10} f^2 = 1 \Rightarrow f = 1 \text{ Hz}$$

تعداد نوسان‌های انجام‌شده در هر ثانیه بسامد (فرکانس) نامیده می‌شود، پس:

$$\text{نوسان کامل } n = ft \xrightarrow{f=1 \text{ Hz}, t=60 \text{ s}} n = 1 \times 60 = 60$$

گام اول

الف) وزن ۴۰۰ گرمی  $\leftarrow m_1 = 400 \text{ g} = 0.4 \text{ kg}$

ب) وزن چند گرمی به وزن قبل اضافه کنیم؟  $\leftarrow m_2 = ?(g)$

ج) تا دوره نوسانات ۱/۵ برابر شود  $\leftarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{3}{2}$

گام دوم

با استفاده از رابطه  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ ، نسبت  $\frac{T_2}{T_1}$  را نوشته و جرم  $m$  را حساب می‌کنیم:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{m_2}{k}}}{2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}}} \Rightarrow \frac{3}{2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{0.4 + m}{0.4} \Rightarrow m + 0.4 = 0.9 \Rightarrow m = 0.5 \text{ kg} \Rightarrow m = 500 \text{ g}$$



ابتدا دورهٔ نوسان را به دست می‌آوریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{2}{200}} = \frac{\pi}{5} = 0.6s$$

$$T = \frac{t}{N} \xrightarrow{N=\frac{4}{2}=2} \frac{6}{10} = \frac{t}{2} \Rightarrow t = 2/5s$$

وقتی که ۸ بار طول پاره‌خط مسیر طی شود، ۴ بار نوسان انجام شده است.

اگر دامنهٔ نوسان‌های نوسانگر وزنه - فنر برابر با  $A$  باشد، در این صورت بیشینهٔ نیروی وارد بر نوسانگر برابر است با  $F_{\max} = kA$  بنابراین با دو برابر شدن دامنهٔ نوسان داریم:

$$\frac{F'_{\max}}{F_{\max}} = \frac{kA'}{kA} \xrightarrow{A'=2A} \frac{F'_{\max}}{F_{\max}} = 2 \Rightarrow F'_{\max} = 2F_{\max}$$

با توجه به رابطهٔ دورهٔ نوسان با مشخصات وزنه و فنر ( $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ )، دورهٔ نوسان مستقل از دامنه است و با تغییر دامنه تغییری نمی‌کند.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{m_A}{m_B} \times \frac{k_B}{k_A}} = \sqrt{\frac{1}{2} \times \frac{k}{2k}} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

ضمناً دامنهٔ نوسان به دورهٔ آن ربطی ندارد.

با استفاده از قانون دوم نیوتن و باتوجه به نیروی کشسانی فنر داریم:

$$\begin{cases} F = -kx \\ F = ma \end{cases} \Rightarrow -kx = ma \xrightarrow{k=m\omega^2} -m\omega^2 x = ma$$

$$\Rightarrow a = -\omega^2 x$$

بنابراین شتاب نوسانگر در مکان  $x$  از رابطهٔ  $a = -\omega^2 x$  به دست می‌آید، باتوجه به مشخص بودن مکان  $x$  کافی است  $\omega^2$  را بیابیم:

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \xrightarrow{k=200N/m, m=1 \times 10^{-2}kg}$$

$$\omega^2 = \frac{200}{1 \times 10^{-2}} = \frac{20000}{1} = 20000 (\text{rad/s})^2$$

$$a = -\omega^2 x \xrightarrow{\omega^2=20000(\text{rad/s})^2, x=-0.02m} a = 20000 \times \frac{2}{100} = 400 \text{ m/s}^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{40}{0.03}} = 36.18 \text{ rad/s} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \times 3.14}{36.18} = \frac{6.28}{36.18} = \frac{3.14}{18.09} \text{ s} \Rightarrow N = \frac{\Delta t}{T} = \frac{5 \times 60}{\frac{3.14}{18.09}} = 2000 \text{ نوسان}$$



الف) بین دو نقطه  $M$  و  $N$  نوسان می‌کند و در هر  $\frac{1}{4}$  ثانیه  $\frac{1}{2}$  نوسان کامل انجام می‌دهد  $\leftarrow T = \frac{1}{2} s$   
 ب) اگر بیشینه شتاب نوسان  $\frac{1}{2} m/s^2$  باشد  $\leftarrow a_{max} = \frac{1}{2} m/s^2$   
 ج) فاصله  $MN = 2A = ? (cm)$   $\leftarrow$  چند سانتی‌متر است؟

با استفاده از قانون دوم نیوتن و باتوجه به نیروی کشسانی فنر داریم:

$$\begin{cases} F = -kx \\ F = ma \end{cases} \Rightarrow -kx = ma \xrightarrow{k=m\omega^2} -m\omega^2 x = ma$$

$$\Rightarrow a = -\omega^2 x \Rightarrow a_{max} = \omega^2 A$$

با استفاده از رابطه  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  و  $a_{max} = A\omega^2$  دامنه نوسانات را به دست آورده و در نهایت فاصله  $MN$  را محاسبه می‌کنیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1/2} = 4\pi \text{ rad/s}$$

$$a_{max} = A\omega^2 \Rightarrow \frac{1}{2} = A \times 16\pi^2 \xrightarrow{\pi^2=10} A = \frac{1}{16\pi^2} m = \frac{1}{16} cm$$

$$MN = 2A = 2 \times \frac{1}{16} = \frac{1}{8} cm$$

در حرکت هماهنگ ساده یک نوسانگر، رابطه بین شتاب و بُعد نوسانگر به صورت  $a = -\omega^2 x$  می‌باشد که نمودار آن خط راستی با شیب منفی است که از مبدأ مختصات می‌گذرد و اندازه شیب آن برابر با  $\omega^2$  است. باتوجه به شکل سؤال داریم:

$$a = -\omega^2 x \xrightarrow[x=-1/5 (cm)]{a=13/5 \pi^2 (m/s^2)} 13/5 \pi^2 = -\omega^2 (-1/5 \times 10^{-2})$$

$$\Rightarrow \omega^2 = 900\pi^2 \Rightarrow \omega = 30\pi \text{ (rad/s)}$$

باتوجه به رابطه بسامد زاویه‌ای با بسامد نوسان داریم:

$$\omega = 2\pi f \xrightarrow{\omega=30\pi \text{ rad/s}} 30\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 15 \text{ Hz}$$



از مقایسه معادله حرکت نوسانی برای جسم  $m_1$  با رابطه  $x = A \cos(\omega t)$ ، متوجه می‌شویم که  $\omega = \frac{\pi}{T}$  است و از رابطه  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  داریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{T} \Rightarrow T = 2s$$

مسافتی که جسم  $m_1$  در مدت صفر تا  $2s$  که برابر یک دوره است طی می‌کند به اندازه  $2A$  است.

از رابطه  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$  برای مقایسه  $\omega$ های دو جسم استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} \omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m_1}} \Rightarrow \omega_1^2 = \frac{k}{m_1} \\ \omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m_2}} \Rightarrow \omega_2^2 = \frac{k}{m_2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} = \frac{\frac{k}{m_2}}{\frac{k}{m_1}} = \frac{m_1}{m_2} \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$T_1 = 2s \Rightarrow T_2 = \frac{T_1}{2} = \frac{2s}{2} = 1s$$

دوره تناوب جسم  $m_2$  نصف دوره تناوب جسم  $m_1$  است و باتوجه به یکسان بودن دامنه نوسان برای این دو جسم؛ در نتیجه در مدتی که جسم  $m_1$  یک نوسان کامل انجام می‌دهد، جسم  $m_2$  دو نوسان کامل انجام خواهد داد؛ پس مسافت طی شده در ۴ ثانیه برای جسم دوم برابر با  $4A$  است:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{2A}{4A} = \frac{1}{2}$$

باتوجه به شکل، زمان یکبار نوسان کامل برای جسم  $m_2$  نصف زمان یکبار نوسان کامل برای  $m_1$  است. در نتیجه:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{T_1}{T_2} = 2$$

از فرمول  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$  و نسبت جرم‌های دو جسم به راحتی می‌توان نسبت ضرایب سختی را محاسبه کرد:

$$\begin{cases} \frac{\omega_2}{\omega_1} = 2, \quad \frac{m_1}{m_2} = 4 \\ \omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \Rightarrow \omega_1^2 \times m_1 = k_1 \\ \omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} \Rightarrow \omega_2^2 \times m_2 = k_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{\omega_1^2 \times m_1}{\omega_2^2 \times m_2} \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{1 \times 4}{4 \times 1} = 1$$

باتوجه به شکل هر یک چهارم دوره تناوب برابر با  $1s$  است. در نتیجه دوره تناوب برابر با ۴ ثانیه است. طبق رابطه  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  داریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{T=4s} \omega = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

حال از رابطه  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$  بهره می‌جوییم:

$$\frac{\pi}{2} = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \frac{\pi^2}{4} \times m = k \xrightarrow{m=1} \frac{\pi^2}{4} \times 1 = k \Rightarrow k = \frac{\pi^2}{4}$$



برای به دست آوردن جابه‌جایی جسم می‌بایست مکان نهایی جسم را به دست آوریم. برای این کار باید معادلهٔ مکان- زمان نوسانگر را به دست آوریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow[m=7\text{ kg}]{k=100\pi^2\text{ N/m}} \omega = \Delta\pi\text{ rad/s}$$

$$x = A \cos(\omega t) \Rightarrow x = 0.2 \cos(\Delta\pi t)$$

$$\xrightarrow{t=0.5\text{ s}} x = 0.2 \cos(\Delta\pi \times \frac{1}{2}) \Rightarrow x = 0.2 \cos(\frac{\Delta\pi}{2}) = 0$$

$$\cos(\frac{\Delta\pi}{2}) = \cos(2\pi + \frac{\pi}{2}) = \cos(\frac{\pi}{2}) = 0$$

بنابراین مکان نهایی جسم نقطهٔ  $x = 0$  است؛ پس اندازهٔ جابه‌جایی جسم  $20$  سانتی‌متر می‌شود. برای به دست آوردن مسافت طی‌شده ابتدا دورهٔ حرکت جسم را به دست می‌آوریم:

$$\omega = 2\pi f \xrightarrow{\omega=\Delta\pi\text{ rad/s}} f = 2/\Delta\text{ Hz} \Rightarrow T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{2}{\Delta}\text{ s}$$

باتوجه به مفهوم دورهٔ حرکت، می‌فهمیم که نوسانگر در یک دورهٔ حرکت به اندازهٔ  $4A$  یعنی  $80$  سانتی‌متر مسافت را طی می‌کند. باتوجه به اینکه متحرک در لحظهٔ  $t = 0.5\text{ s}$  در مکان  $x = 0$  قرار دارد، بنابراین مسافت طی‌شده توسط نوسانگر برابر است با:

$$\ell = 4A + A = 100\text{ cm}$$

لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسان‌کننده بیشینه است  $\leftarrow U = \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow U_{\max} = \frac{1}{2}kA^2$

لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسان‌کننده بیشینه است، لحظه‌ای است که نوسانگر در انتهای مسیر خودش قرار دارد؛ پس:  $\cos \omega t = 1$  و  $\sin \omega t = 0$ . در این لحظه، اندازهٔ کمیت‌های مکان ( $x$ )، شتاب ( $a$ ) و نیرو ( $F$ ) بیشینه است و مقدار کمیت‌های سرعت و انرژی جنبشی صفر می‌باشد.

$$\begin{cases} x = A \sin \omega t \\ a = -A\omega^2 \sin \omega t \\ F = -mA\omega^2 \sin \omega t \end{cases} \xrightarrow{\sin \omega t=1} \begin{cases} x_{\max} = A \\ a_{\max} = -A\omega^2 \\ F_{\max} = -mA\omega^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v = A \cos \omega t \\ K = \frac{1}{2}mv^2 \end{cases} \xrightarrow{\cos \omega t=0} \begin{cases} v = 0 \\ K = 0 \end{cases}$$

الف) دامنهٔ حرکت وزنه- فنر  $5\text{ cm} \leftarrow A = 5\text{ cm} = 0.05\text{ m}$

ب) جرم وزنه  $200\text{ گرم} \leftarrow m = 200\text{ g} = 0.2\text{ kg}$

ج) ثابت فنر  $200\text{ N/m} \leftarrow k = 200\text{ N/m}$

د) انرژی کل نوسانگر؟  $\leftarrow E = ?$

باتوجه به اینکه در سؤال، داده‌های مربوط به انرژی پتانسیل کشسانی فنر را در اختیار گذاشته، از رابطهٔ  $E = U_{\max} = \frac{1}{2}kA^2$  استفاده می‌کنیم:

$$E = U_{\max} = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} \times 200 \times (0.05)^2 = 0.25\text{ J}$$



الف) فنری با ثابت  $k = 100 \text{ N/m} \leftarrow 100 \text{ N/m}$

ب) با دامنه  $A = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m} \leftarrow 4 \text{ cm}$

ج) انرژی جنبشی آن در لحظه‌ای که از مبدأ نوسان می‌گذرد؟  $x = 0 : K_{\max} = ? \leftarrow$

هنگام عبور از مبدأ انرژی، پتانسیل کشسانی نداریم و انرژی جنبشی‌مان در حالت ماکزیمم قرار دارد. از طرفی انرژی جنبشی بیشینه برابر است با انرژی پتانسیل کشسانی بیشینه، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} E = K_{\max} = U_{\max} \\ U_{\max} = \frac{1}{2} k A^2 \end{cases} \Rightarrow K_{\max} = \frac{1}{2} \times 100 \times \left( \frac{4}{100} \right)^2 = 0.08 \text{ J}$$

الف) انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگر در یک لحظه معین به ترتیب  $0.06 \text{ J}, 0.12 \text{ J} \leftarrow 0.06 \text{ J}, 0.12 \text{ J}$

ب) جرم نوسانگر  $m = 10 \text{ g} = 0.01 \text{ kg} \leftarrow 10 \text{ g}$

ج) دامنه حرکت  $A = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m} \leftarrow 4 \text{ cm}$

ابتدا انرژی کل نوسانگر را محاسبه کرده و سپس با استفاده از رابطه‌های  $E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$  و  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ، دوره حرکت را به دست می‌آوریم:

$$E = K + U = 0.12 + 0.06 \text{ J} = 0.18 \text{ J}$$

$$\begin{cases} E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \\ \omega = \frac{2\pi}{T} \end{cases} \Rightarrow \frac{18}{100} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{100} \times \left( \frac{4}{100} \right)^2 \times \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 \Rightarrow T^2 = \frac{16\pi^2}{90000} \Rightarrow T = \frac{4\pi}{300} = \frac{\pi}{75} \text{ s}$$

با استفاده از تعریف انرژی مکانیکی و اندازه بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر هماهنگ ساده، داریم:

$$\left. \begin{matrix} E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \\ F = m \omega^2 A \end{matrix} \right\} \Rightarrow F_{\max} = \frac{2E}{A} = \frac{2 \times 60}{4 \times 10^{-1}} \Rightarrow F_{\max} = 300 \text{ N}$$

به کمک رابطه  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ ، دوره آونگ را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \\ l = 24/5 \text{ cm} = 0.24 \text{ m} \Rightarrow T = 2 \times \sqrt{10} \times \sqrt{\frac{245}{980}} = 2 \times \sqrt{10 \times \frac{245}{98 \times 100}} = 2 \times \sqrt{\frac{1}{4}} = 1 \text{ s} \\ g = 9.8 \text{ m/s}^2 \\ \pi^2 = 10 \end{cases}$$



الف) دورهٔ آونگ ۳ ثانیه  $\leftarrow T_1 = 3s$

ب) کاهش طول آونگ چه کسری از طول اولیهٔ آونگ باشد تا دورهٔ آن یک ثانیه شود؟  $\leftarrow T_2 = 1s$ ,  $\frac{\Delta l}{l_1} = ?$

به کمک رابطهٔ  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ، نسبت  $\frac{l_2}{l_1}$  را به دست می‌آوریم و درنهایت  $\frac{\Delta l}{l_1}$  را محاسبه کنیم:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}} \Rightarrow \frac{1}{3} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \Rightarrow \frac{l_2}{l_1} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{\Delta l}{l_1} = \frac{l_2 - l_1}{l_1} = \frac{l_2}{l_1} - 1 = \frac{1}{9} - 1 = -\frac{8}{9}$$

توجه: علامت منفی نشان‌دهندهٔ این است که طول آونگ باید کاهش یابد (همان‌طور که در مسئله گفته شده است).

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \Rightarrow \frac{\omega'}{\omega} = \sqrt{\frac{L}{L'}} = \sqrt{\frac{L}{2L}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \Rightarrow \frac{E'}{E} = \frac{m'}{m} \left(\frac{A'}{A}\right)^2 \left(\frac{\omega'}{\omega}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{E'}{E} = \frac{\frac{1}{2}m}{m} \left(\frac{A}{A}\right)^2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$a_{\max} = A\omega^2, \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \Rightarrow a_{\max} = \frac{Ag}{\ell} \Rightarrow \frac{1}{16} = \frac{5 \times 10^{-2} \times 10}{\ell} \Rightarrow \ell = 50 \times 10^{-2} \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

شتاب گرانش در سطح زمین از رابطهٔ  $g = G\frac{M_e}{R_e^2}$  و در سطح سیارهٔ دیگر از رابطهٔ  $g' = G\frac{M'}{R'^2}$  به دست می‌آید.

$$\frac{g}{g'} = \frac{M_e}{M'} \times \left(\frac{R'}{R_e}\right) = \frac{1}{4} \times (4)^2 = 4$$

از طرفی دوره نوسان‌های کم‌دامنهٔ آونگ ساده از رابطهٔ  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$  به دست می‌آید و مستقل از جرم آونگ است.

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{l'}{l} \times \frac{g}{g'}} = \sqrt{4 \times 4} = 4$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{\ell_2}{\ell_1}} \Rightarrow \frac{0.8T_1}{T_1} = \sqrt{\frac{\ell_2 - 18}{\ell_1}} \Rightarrow \frac{64}{100} = \frac{\ell_2 - 18}{\ell_1}$$

$$64\ell_1 = 100\ell_2 - 1800 \Rightarrow 36\ell_1 = 1800 \Rightarrow \ell_1 = 50 \text{ cm}$$



$$n = \frac{t}{T} = \frac{t}{\frac{1}{2}\pi\sqrt{\frac{L}{g}}} = \frac{t}{\frac{1}{2}\sqrt{L}}$$

$$n - n' = \Delta\phi \Rightarrow \frac{t}{\frac{1}{2}\sqrt{L}} - \frac{t}{\frac{1}{2}\sqrt{L'}} = \Delta\phi$$

$$L' = L + \frac{12\Delta}{100}L = \frac{12}{100}\Delta L, t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$\Rightarrow \frac{12}{\sqrt{L}} - \frac{12}{\frac{1}{100}\Delta\sqrt{L}} = 10 \Rightarrow \frac{12}{\sqrt{L}} - \frac{12}{\frac{1}{100}\Delta\sqrt{L}} = 10$$

$$\Rightarrow \sqrt{L} = \frac{1}{10} \Rightarrow L = 0.01 \text{ m} \Rightarrow \frac{12}{\sqrt{L}} - \frac{12}{\sqrt{L}} = 10 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{L}} = 10$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{2}\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = \frac{1}{2}\pi\sqrt{0.01/9.8} = 0.1 \text{ s}$$

تعداد نوسان در یک مدت معین متناسب است با بسامد نوسان  $(\frac{N_2}{N_1} = \frac{f_2}{f_1})$ .  
 بسامد آونگ ساده کم دامنه، با جذر طول آن نسبت عکس دارد  $(\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \text{ و } \frac{f_2}{f_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}})$ .

$$\frac{N}{N+40} = \sqrt{\frac{\ell}{9\ell}} \Rightarrow \frac{N}{N+40} = \frac{1}{3} \Rightarrow N = 20 \Rightarrow N+40 = 60$$

در مدت دو دقیقه آونگ به طول  $\ell$  تعداد ۶۰ نوسان و در نتیجه در مدت ۴ دقیقه، ۱۲۰ نوسان انجام می‌دهد.

$$\left. \begin{aligned} U &= \frac{1}{2}kx^2 \\ E &= \frac{1}{2}kA^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{U}{E} = \frac{12}{100} = \frac{3}{25} = \left(\frac{x}{A}\right)^2 \Rightarrow \frac{x}{A} = \frac{\pm\sqrt{3}}{5} \Rightarrow |x| = \frac{\sqrt{3}}{5}A$$

جرم هیچ تأثیری روی دوره تناوب آونگ ندارد.

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= 2\pi\sqrt{\frac{\ell_1}{g}} \\ T_2 &= 2\pi\sqrt{\frac{\ell_2}{g}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}} = \sqrt{\frac{121}{36}} = \frac{11}{6}$$

$$\left. \begin{aligned} f_{\infty} &= \frac{\Delta t}{T_1} \\ N_2 &= \frac{\Delta t}{T_2} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{+} \frac{T_1}{T_2} = \frac{N_2}{f_{\infty}} = \frac{11}{6} \Rightarrow N_2 = 1100 \text{ نوسان}$$



با گذاشتن آهنربا زیرآونگ آهنی، نیرویی هم‌راستا و هم‌جهت با نیروی وزن آونگ به آن وارد می‌شود؛ بنابراین طبق رابطه  $(T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}})$ ، مخرج کسر افزایش می‌یابد. باتوجه‌به اینکه طول آونگ B از طول آونگ A بیشتر است، بنابراین قرار دادن آهنربا زیرگلوله آونگ B، دوره نوسان آن را به دوره نوسان آونگ A نزدیک می‌کند. همچنین مطابق رابطه دوره نوسان‌های آونگ ساده کم‌دامنه، با کاستن طول آونگ B یا افزایش طول آونگ A نیز می‌توان دوره نوسان دو آونگ را به یکدیگر نزدیک نمود.

آونگ‌هایی با آونگ "۱" تشدید می‌کنند که دوره یا به عبارت دیگر بسامد زاویه‌ای برابر با بسامد زاویه‌ای آونگ "۱" داشته باشند. باتوجه‌به اینکه  $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$  است فقط آونگ‌هایی با "۱" تشدید می‌کنند که طول برابر با طول آونگ "۱" دارند یعنی آونگ‌های ۳ و ۷.

زمانی تشدید رخ می‌دهد که بسامد طبیعی نوسانگر با بسامد طبیعی نوسانگر A برابر شود. طبق رابطه  $T = \frac{1}{f}$  می‌توان گفت دوره حرکت برابر بین دو نوسانگر باعث می‌شود تشدید رخ دهد.

$$T_A = 2\pi\sqrt{\frac{m_A}{k_A}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{400}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{200}} \text{ s}$$

$$T_B = 2\pi\sqrt{\frac{m_B}{k_B}} = 2\pi\sqrt{\frac{3}{300}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{100}} \text{ s}$$

$$T_C = 2\pi\sqrt{\frac{m_C}{k_C}} = 2\pi\sqrt{\frac{5}{500}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{100}} \text{ s}$$

$$T_D = 2\pi\sqrt{\frac{m_D}{k_D}} = 2\pi\sqrt{\frac{3}{100}} \text{ s}$$

بین نوسانگرهای A، B و C به علت دوره حرکت برابر و در نتیجه بسامد یکسان تشدید رخ می‌دهد.

با دیپازون هر دو نوع موج را می‌توان تولید کرد.

موجی که در سیم ایجاد می‌شود، عرضی است و صدایی که ایجاد می‌شود و در هوا منتشر می‌شود، طولی است.

(آ) با انتشار موج، ذره a از نقطه تعادل دور می‌شود و چون تندی آن در حال کاهش است، پس نوع حرکت کندشونده است (درست است).  
(ب) ذره در نقطه c در نقطه تعادل قرار دارد. از این‌رو تندی آن بیشینه و بنابراین انرژی جنبشی آن نیز بیشینه است (درست است).  
(پ) جهت شتاب همواره به سمت نقطه تعادل است. ذره در نقطه b در حال نزدیک شدن به مبدأ است و مکان آن منفی است؛ پس بردار شتاب در جهت مثبت محور y است (نادرست است).  
(ت) در نقطه d، ذره در حال دور شدن از وضع تعادل است، یعنی تندی آن در حال کاهش است، پس انرژی جنبشی آن کاهش می‌یابد (درست است).



ابتدا تندی انتشار موج را حساب می‌کنیم و سپس مدت‌زمان را به دست می‌آوریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{\lambda = 0.5 \text{ m}, f = 100 \text{ Hz}} 0.5 / 100 = \frac{v}{100} \Rightarrow v = 50 \text{ m/s}$$

$$\Delta x = v \Delta t \xrightarrow{\Delta x = 10 \text{ m}} 10 = 50 \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{5} \text{ s}$$

چون  $\lambda$  و  $v$  معلوم‌اند، ابتدا از رابطه  $f = \frac{v}{\lambda}$ ، بسامد ( $f$ ) را حساب می‌کنیم و سپس از رابطه  $\omega = 2\pi f$  بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم:

$$f = \frac{v}{\lambda} \xrightarrow{v = 20 \text{ m/s}, \lambda = 0.4 \text{ m}} f = \frac{20}{0.4} = 50 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2\pi f \xrightarrow{f = 50 \text{ Hz}} \omega = 2\pi \times 50 \Rightarrow \omega = 100\pi \text{ rad/s}$$

چون  $\lambda$  (فاصله بین دو قله متوالی) و  $v$  معلوم‌اند، از رابطه  $\lambda = \frac{v}{f}$  بسامد موج را حساب می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{\lambda = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, v = 5 \text{ m/s}} 0.1 = \frac{5}{f} \Rightarrow f = 50 \text{ Hz}$$

$$\frac{5\lambda}{f} = 100 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$

$$\Rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{5}{0.4} = 12.5 \text{ Hz}$$

با استفاده از اطلاعات روی نمودار نقش موج داریم:

$$\lambda + \frac{3\lambda}{4} = 70 \Rightarrow \frac{7\lambda}{4} = 70 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$

با دانستن حداکثر سرعت نوسان ذرات محیط ( $v_{\max} = A\omega = 2\pi Af$ ) و سرعت انتشار موج ( $v = \lambda f$ ) داریم:

$$\frac{v_{\max}}{v} = \frac{2\pi Af}{\lambda f} = \frac{2\pi A}{\lambda} \xrightarrow{A = 0.05 \text{ m}, \lambda = 0.4 \text{ m}} \frac{v_{\max}}{v} = \frac{2\pi \times 0.05}{0.4} = \frac{\pi}{4}$$

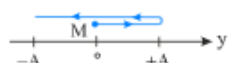
$$\left. \begin{array}{l} \frac{3\lambda}{4} = 3 \Rightarrow \lambda = 4 \text{ m} \text{ : از روی نمودار (الف)} \\ \frac{t}{f} = 0.1 \Rightarrow t = 0.4 \text{ s} \text{ : از روی نمودار (ب)} \\ \lambda = v.T \end{array} \right\} \Rightarrow f = v \times 0.4 \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}$$



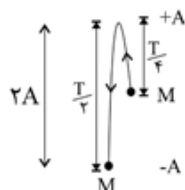
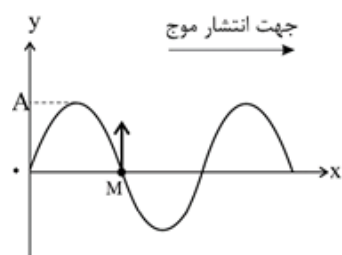
این فاصله از روی شکل معادل  $\frac{\lambda}{4}$  است. داریم:

$$v = \lambda f \Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lambda f$$

$$\Rightarrow \frac{1/2 \Delta \lambda}{\Delta t} = \lambda f \Rightarrow f = \omega / \Delta \text{Hz}$$



$$\longrightarrow L = \frac{3\lambda}{4}$$

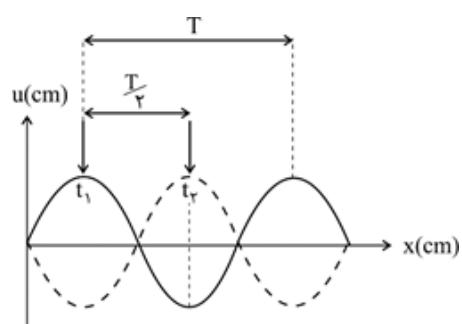


$$\frac{3\pi}{4} \quad t = \frac{3}{4}T$$

$$\frac{3}{4}\lambda$$

$$-A$$

$$t = \frac{3}{4}T$$





## گام اول

- الف) نیروی کشش تار  $F_1 = 128N \leftarrow 128N$
- ب) سرعت انتشار امواج عرضی در آن  $v_1 = 160m/s \leftarrow 160m/s$
- ج) نیروی کشش تار را چند نیوتن افزایش دهیم  $\Delta F = ?$
- د) تا سرعت انتشار موج در آن  $200m/s$  شود  $v_2 = 200m/s \leftarrow$

## گام دوم

با استفاده از رابطه  $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ ، نسبت  $\frac{v_2}{v_1}$  را نوشته، نیروی ثانویه را به دست آورده و در نهایت میزان افزایش نیرو ( $\Delta F$ ) را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{\frac{F_2}{\mu}}}{\sqrt{\frac{F_1}{\mu}}} \Rightarrow \frac{200}{160} = \sqrt{\frac{F_2}{128}} \Rightarrow F_2 = 200N$$

$$\Delta F = F_2 - F_1 = 200 - 128 = 72N$$

باتوجه به شکل، زمان لازم برای اینکه ذره M بعد از لحظه t از مرکز نوسان عبور کند  $\frac{T_A}{4}$  و این مدت زمان برای ذره N برابر  $\frac{T_B}{4}$  است. حال برای مقایسهٔ بیشینهٔ سرعت این ذرات داریم:

$$\begin{cases} \frac{T_A}{4} = \frac{1}{4} s \Rightarrow T_A = T_M = 1s \\ \frac{T_B}{4} = \frac{1}{4} s \Rightarrow T_B = T_N = \frac{1}{2} s \end{cases}$$

$$v_{\max} = A\omega \Rightarrow \frac{(v_{\max})_M}{(v_{\max})_N} = \frac{A_M}{A_N} \times \frac{\omega_M}{\omega_N}$$

$$\xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \frac{(v_{\max})_M}{(v_{\max})_N} = \frac{A_M}{A_N} \times \frac{T_N}{T_M} = \frac{3A}{A} \times \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{(v_{\max})_M}{(v_{\max})_N} = \frac{3}{2}$$

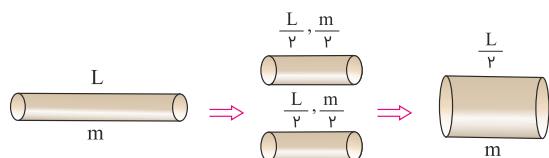
باتوجه به شکل داریم:

$$\lambda_A = \frac{v}{f} \lambda_B \xrightarrow{\lambda = \frac{v}{f}} \frac{v_A}{f_A} = \frac{v}{f} \times \frac{v_B}{f_B} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{v}{f} \times \frac{f_A}{f_B} = \frac{v}{f} \times \frac{f}{3} = v \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = v$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{\text{هر دو موج در یک طناب منتشر شده‌اند، بنابراین } \mu \text{ برای هر دو موج یکسان است}} \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{F_A}{F_B}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F_A}{F_B}} \Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = 4$$



هنگامی که سیم را نصف کرده و دو نیمه را روی هم تا می‌کنیم جرم کل سیم ثابت می‌ماند اما طول سیم نصف می‌شود.



$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{v_2}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{L}{L}} \Rightarrow \frac{v_2}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow v_2 = 1 \text{ m/s}$$

باتوجه به اینکه تندی انتشار موج عرضی در تار از رابطه  $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$  تعیین می‌شود، خواهیم داشت:

$$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{F'}{F}} = \sqrt{\frac{1/4 F}{F}} = 1/2$$

باتوجه به رابطه طول موج  $(\lambda = \frac{v}{f})$  داریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{v'}{v} \times \frac{f}{f'} = 1/2 \times \frac{1}{1/2} = 1$$

یعنی طول موج امواج منتشرشده در تار تغییری نمی‌کند.

تندی انتشار موج عرضی در تار از رابطه  $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$  به دست می‌آید که در آن  $\mu = \frac{m}{l}$  است. ازطرفی چگالی تار از رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$  به دست می‌آید پس می‌توانیم نتیجه بگیریم که:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{lA} \Rightarrow \rho = \frac{\mu}{A} \Rightarrow \mu = \rho(\pi r^2) \Rightarrow \mu = 8000 \times \pi(1 \times 10^{-3})^2 = 25 \times 10^{-3} \text{ kg/m}$$

حالا تندی انتشار موج عرضی را به دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{960}{25 \times 10^{-3}}} = 200 \text{ m/s}$$

باتوجه به اینکه انتشار صوت در محیط‌های مادی همگن با سرعت ثابت صورت می‌گیرد، می‌توان نوشت:

$$L = v_1 t_1 \text{ به ترتیب سرعت و زمان انتشار صوت در میله است:}$$

$$L = v_2 t_2 \text{ به ترتیب سرعت و زمان انتشار صوت در هوا است:}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{L}{v_2} - \frac{L}{v_1} \xrightarrow{v_2=300 \text{ m/s}, v_1=3400 \text{ m/s}} 0.17 = \frac{L}{300} - \frac{L}{3400} \Rightarrow L = 60 \text{ m}$$

سرعت انتشار در خلأ و قانون‌های حاکم بر گستره امواج الکترومغناطیسی از وجوه مشترک به حساب می‌آیند.



پرتو گاما همان ویژگی‌های پرتوی ایکس را دارد ولی از آن پراثرتری است و می‌تواند در ماده بیشتر نفوذ کند.

در رادار، برای ردیابی از پرتوهای واقع در ناحیه امواج رادیویی استفاده می‌کنند.

در موج الکترومغناطیسی منتشرشده در خلأ، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بر هم عمودند و در هر نقطه با یکدیگر هم‌فازند.

گام اول

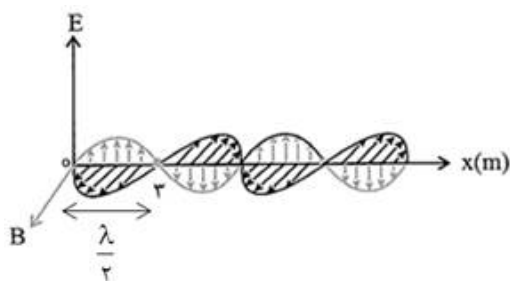
الف) بسامد موج رادیویی ۱۲۰۰ کیلوهرتز  $\leftarrow f = 1200 \text{ kHz} = 12 \times 10^5 \text{ Hz}$

ب) طول موج آن چند متر است؟  $\leftarrow \lambda = ?$

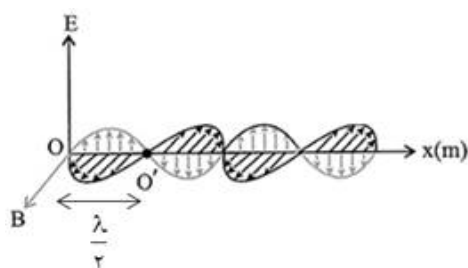
گام دوم

امواج رادیویی از امواج الکترومغناطیسی محسوب می‌شوند، بنابراین طبق رابطه  $\lambda = \frac{c}{f}$  داریم:

$$\begin{cases} \lambda = \frac{c}{f} \\ c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow \lambda = \frac{3 \times 10^8}{12 \times 10^5} = 250 \text{ m}$$







گام اول

الف) طول موج نور نارنجی در هوا  $6 \times 10^{-7} \text{ m} \leftarrow 6 \times 10^{-7} \text{ m}$  هوا  $\lambda_{\text{هوا}} = 6 \times 10^{-7} \text{ m}$

ب) بسامد این نور در آب چند هرتز است؟  $f_{\text{آب}} = ?$

ج) ضریب شکست آب  $\frac{4}{3}$ ،  $v = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$  در هوا  $v = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ ،  $v_{\text{هوا}} = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ ،  $n_{\text{آب}} = \frac{4}{3}$

گام دوم

باتوجه به اینکه بسامد موج از منبع تولید می‌شود، شرایط محیطی تأثیری در آن ندارد؛ پس  $f_{\text{آب}} = f_{\text{هوا}}$ . در نتیجه با استفاده از معادله  $\lambda = \frac{v}{f}$  بسامد نور نارنجی را محاسبه می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow 6 \times 10^{-7} = \frac{3 \times 10^8}{f} \Rightarrow f = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

در موج‌های الکترومغناطیسی، میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی هم‌فازند، بنابراین طول موج، فاصله دو نقطه هم‌فاز متوالی از موج است. پس گزینه "۴" غلط است.

باتوجه به شکل، پیشروی هریک از محورهای الکتریکی و مغناطیسی به ازای تغییر فاز  $\pi$  برابر با  $50 \mu\text{m}$  است، لذا برای محاسبه طول موج الکترومغناطیسی داریم:

$$\frac{\lambda}{2} = 50 \Rightarrow \lambda = 100 \mu\text{m} = 10^{-4} \text{ m}$$

باتوجه به اینکه در طیف امواج الکترومغناطیسی، گستره امواج فروسرخ در محدوده  $10^{-2} \text{ m}$  تا  $10^{-6} \text{ m}$  است، لذا این موج در محدوده فروسرخ قرار دارد. برای محاسبه دوره تناوب این موج الکترومغناطیسی می‌توان نوشت:

$$T = \frac{1}{f} \xrightarrow{f=\frac{c}{\lambda}} T = \frac{\lambda}{c} \xrightarrow{\lambda=10^{-4} \text{ m}, c=3 \times 10^8 \text{ m/s}} T = \frac{10^{-4}}{3 \times 10^8} \Rightarrow T = \frac{1}{3} \times 10^{-12} \text{ s} = \frac{1}{3} \text{ ps}$$

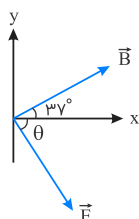
$$\lambda = \frac{c}{f} = c.T \Rightarrow 1200 \times 10^{-9} = 3 \times 10^8 T \Rightarrow T = 4 \times 10^{-15} \text{ s} \Rightarrow \frac{T}{2} = 2 \times 10^{-15} \text{ s}$$



اگر انگشتان دست راست در جهت میدان الکتریکی و انگشتان نیمه‌خمیده دست راست در جهت میدان مغناطیسی قرار گیرند؛ انگشت شست جهت انتشار موج را نمایش می‌دهد.

در اثر تغییر میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  یک میدان الکتریکی القایی  $\vec{E}$  ایجاد می‌شود که بر  $\vec{B}$  عمود است و جهت  $\vec{E}$  القایی همان جهت جریان الکتریکی القایی است که از حلقه فلزی می‌گذرد؛ بنابراین جهت  $\vec{E}$  مماس بر حلقه فلزی است (گزینه‌های ۲ و ۳ نادرست هستند) و برای تعیین جهت  $\vec{E}$  با استفاده از قانون لنز جهت جریان القایی را معین می‌کنیم.

یک سیم‌پیچ حامل جریان متناوب در فضای اطراف خود میدان مغناطیسی متناوب ایجاد می‌کند (مانند آنتن) و میدان مغناطیسی سینوسی، میدان الکتریکی متغیری را القا می‌کند.



$$\tan \theta = \frac{E_y}{E_x} = \frac{4}{3} \Rightarrow \theta = 53^\circ$$

با اعمال قانون دست راست چون بردار  $\vec{E}$  در ربع چهارم قرار داشته و جهت انتشار موج الکترومغناطیس در جهت  $+z$  است، باید بردار  $\vec{B}$  در ربع اول باشد و با محور  $x$  زاویه  $37^\circ$  بسازد؛ یعنی:  $\frac{B_y}{B_x} = \tan 37^\circ = \frac{3}{4}$  بنا بر توضیحات، تنها گزینه "۴" می‌تواند درست باشد.

$$\Delta x_{BC} = v_{BC} t_{BC} \Rightarrow 3000 = 3 \times 10^8 \times t_{BC} \Rightarrow t_{BC} = \frac{10^3}{10^8} = 10^{-5} \text{ s} = 10 \mu\text{s}$$

$$t_{AC} = t_{AB} - t_{BC} \Rightarrow t_{AC} = 15 - 10 = 5 \mu\text{s}$$

اگر طول موج در مایع و هوا به ترتیب  $\lambda_{AC}$  و  $\lambda_{BC}$  باشد:

$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{\text{بسامد خاصیت منبع موج است بنابراین f در هر دو محیط یکسان و ثابت است}} \frac{\lambda_{AC}}{\lambda_{BC}} = \frac{v_{AC}}{v_{BC}} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{v_{AC}}{v_{BC}} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{v_{AC}}{3 \times 10^8} \Rightarrow v_{AC} = \frac{9}{5} \times 10^8$$

$$\Delta x_{AC} = v_{AC} \times t_{AC} = \frac{9}{5} \times 10^8 \times 5 \times 10^{-6} = 900 \text{ m}$$

با رفتن صوت از محیط گاز به محیط مایع، سرعت آن افزایش می‌یابد و از آنجایی که بسامد صوت به ویژگی‌های محیط انتشار بستگی ندارد، ثابت می‌ماند. لذا طول موج آن نیز افزایش می‌یابد.



هنگامی که موج مکانیکی (صوت) از یک ناحیه می‌گذرد، مولکول‌های آن ناحیه به نوسان درمی‌آیند و به‌هیچ‌وجه مولکول‌ها منتقل نمی‌شوند. می‌دانیم صوت یک موج طولی است، بنابراین مولکول‌ها در راستای انتشار موج نوسان می‌کنند.

الف) در مدت  $0/4$  ثانیه به یک دیوار برخورد کرده و به محل چشمه برمی‌گردد  $\leftarrow t = 0/2s$  : زمان رسیدن موج به دیوار  
 ب) اگر بسامد چشمه صوت  $40$  کیلوهرتز و طول موج  $1/75$  میلی‌متر باشد  $\leftarrow \lambda = 1/75mm = 1/75 \times 10^{-3}m, f = 40kHz = 4 \times 10^4Hz$   
 ج) فاصله چشمه صوت تا دیوار چند متر است؟  $\leftarrow \Delta x = ?$

ابتدا به کمک رابطه  $v = \lambda f$ ، سرعت صوت را به دست آورده و سپس در رابطه  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  جایگذاری می‌کنیم تا فاصله موردنظر را بیابیم:

$$v = \lambda f = 1/75 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^4 = 350 m/s$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 350 = \frac{\Delta x}{0/2} \Rightarrow \Delta x = 70m$$

محدوده بسامدهای قابل شنیدن برای گوش انسان از  $20$  هرتز تا  $20000$  هرتز است.

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{340}{20000} \leq \lambda \leq \frac{340}{20} \Rightarrow 17mm \leq \lambda \leq 17m$$

یکی از صوت‌هایی که شخص می‌شنود از طریق هوا به گوش او می‌رسد و صوت دیگر از طریق محیط میله، بنابراین داریم:

$$t_{\text{هوا}} - t_{\text{میله}} = 0/2 \Rightarrow \frac{d}{v_{\text{هوا}}} - \frac{d}{v_{\text{میله}}} = 0/2$$

$$\Rightarrow \frac{d}{v_{\text{هوا}}} - \frac{d}{16 v_{\text{هوا}}} = 0/2 \Rightarrow \frac{d \times 15}{16 \times v_{\text{هوا}}} = 0/2 \Rightarrow \frac{d \times 15}{16 \times 340} = 0/2 \Rightarrow d = 64m$$

الف) صفحه حساسی به مساحت  $3cm^2 \leftarrow 3 \times 10^{-4}m^2$   
 ب) در مدت  $5$  ثانیه،  $1/5 \times 10^{-11}J$  انرژی صوتی به صفحه می‌رسد  $\leftarrow t = 5s, E = 1/5 \times 10^{-11}J$   
 ج) شدت صوت در این صفحه چند میکرووات بر مترمربع است؟  $\leftarrow I = ? (\mu W/m^2)$

با استفاده از رابطه  $I = \frac{E}{A.t}$ ، شدت صوت را در صفحه محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{E}{A.t} = \frac{1/5 \times 10^{-11}}{3 \times 10^{-4} \times 5} = 10^{-8} W/m^2 = 0/1 \mu W/m^2$$



## گام اول

الف) امواج صوتی با تراز شدت صوت  $۸۰$  دسی‌بل  $\beta = ۸۰ \text{ dB} = ۸B \leftarrow$   
 ب) مساحت پرده گوش شخص،  $۶ \times ۱۰^{-۵} \text{ m}^2 \leftarrow A = ۶ \times ۱۰^{-۵} \text{ m}^2$   
 ج) در مدت  $۳ \text{ min} = ۱۸۰ \text{ s} \leftarrow t = ۳ \text{ min} = ۱۸۰ \text{ s}$   
 د) چند ژول انرژی صوتی به گوش شخص می‌رسد؟  $E = ? \leftarrow$

## گام دوم

ابتدا به کمک معادله  $\beta = \log \frac{I}{I_0}$ ، شدت صوت را محاسبه کرده و در رابطه  $I = \frac{P}{A} = \frac{E}{A \cdot t}$  جایگذاری می‌کنیم تا انرژی صوتی به دست آید:

$$\begin{cases} \beta = \log \frac{I}{I_0} \\ I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \end{cases} \Rightarrow ۸ = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 10^8 \Rightarrow I = 10^{-4} \text{ W/m}^2$$

$$I = \frac{E}{A \cdot t} \Rightarrow 10^{-4} = \frac{E}{6 \times 10^{-5} \times ۱۸۰} \Rightarrow E = 1/۰۸ \times 10^{-6} \text{ J}$$

ابتدا شدت صوتی را که به گوش شخص می‌رسد، به دست می‌آوریم:

$$\beta = ۱۰ \log \frac{I}{I_0} = ۱۲۰ \Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = ۱۲ \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^{12} \Rightarrow I = 10^{12} I_0 = ۱ \text{ W/m}^2$$

بنابراین داریم:

$$I = \frac{E}{A \cdot t} \Rightarrow E = IAt = ۱ \times ۴ \times 10^5 \times (۵ \times ۶۰) = ۱/۲ \times 10^{-2} \text{ J}$$

گوش انسان سالم موج‌های صوتی را که بسامد آنها بین  $۲۰ \text{ Hz}$  تا  $۲۰ \text{ kHz}$  باشد، می‌تواند بشنود؛ چون بسامد صوت موردنظر  $۳۰ \text{ kHz}$  است، بنابراین خارج از گستره بسامدهایی است که انسان می‌تواند بشنود و در نتیجه گوش انسان سالم نمی‌تواند آن را بشنود. در ضمن موج‌های صوتی که بسامد آنها بیشتر از  $۲۰ \text{ kHz}$  باشد، فراصوت و موج‌های صوتی که بسامد آنها کمتر از  $۲۰ \text{ Hz}$  باشد، فروصوت نامیده می‌شوند.

گزینه ۱: گزاره درستی است.  
 گزینه ۲: گزاره درستی است.  
 گزینه ۳: گزاره درستی است.  
 گزینه ۴: گزاره نادرستی است. زیرا آستانه شنوایی و دردناکی به بسامد بستگی دارد.



الف) شنونده‌ای که مساحت پرده گوشش  $60 \text{ mm}^2 = 6 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \leftarrow$  میلی‌مترمربع است  
 ب) تراز شدت صوت حاصل از یک منبع را  $50 \text{ dB}$  دسی‌بل احساس می‌کند  $\leftarrow$   
 ج) انرژی که در مدت  $50 \text{ s}$  ثانیه به پرده گوش این شنونده می‌رسد، چند میکروژول است؟  $\leftarrow E = ? \mu\text{J}$

با استفاده از رابطه  $\beta = \log \frac{I}{I_0}$ ، شدت صوت را محاسبه کرده و سپس به کمک رابطه  $E = IAt$ ، انرژی را به دست می‌آوریم:

$$\beta = \log \frac{I}{I_0} \xrightarrow{I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2} 50 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 10^5 = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-7} \text{ W/m}^2$$

$$E = IAt = 10^{-7} \times 6 \times 10^{-5} \times 50 = 3 \times 10^{-10} \text{ J} = 3 \times 10^{-6} \mu\text{J}$$

باتوجه به رابطه محاسبه تغییرات تراز شدت صوت، خواهیم داشت:

$$\Delta\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 19/2 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 1/92 \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 4 \times 0/48 = 4 \log 3 = \log 3^4 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 3^4 = 81$$

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 47 = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 4/7 = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^4 \times 10^{0/7} \simeq 5 \times 10^4 \Rightarrow I = 5 \times 10^4 \times 10^{-12} = 5 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2$$

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 39 \text{ dB} \Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = 3/9 = 3 + 0/9 = 3 + 2 \times 0/45$$

$$\xrightarrow{\substack{3 = \log 10^3, \quad 0/45 = \log 3 \\ I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2}} \log \frac{I}{10^{-12}} = \log 10^3 + 2 \log 3 \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 10^3 \times 3^2 \Rightarrow I = 9 \times 10^{-9} \text{ W/m}^2$$

با استفاده از رابطه تغییر تراز شدت صوت، داریم:

$$\Delta\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \xrightarrow{\Delta\beta = 3 \text{ dB}} 3 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 0/3 = \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log 2 = \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 2$$

$$60 = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = 6 \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^6 \Rightarrow I = 10^6 \times 10^{-12} = 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

$$I = \frac{E}{t.A} \Rightarrow E = I.t.A = 10^{-6} \times 100 \times 40 \times 10^{-6} = 4 \times 10^{-9} \text{ J} = 4 \times 10^{-3} \mu\text{J}$$

$$\left. \begin{array}{l} \beta_2 = 4\beta_1 \\ I_2 = 27I_1 \\ \beta_2 - \beta_1 = \log \frac{I_2}{I_1} \end{array} \right\} \Rightarrow 4\beta_1 - \beta_1 = \log \frac{27I_1}{I_1} \Rightarrow 3\beta_1 = \log 27 \Rightarrow 3 \log \frac{I_1}{I_0} = \log 27 \Rightarrow \left( \frac{I_1}{I_0} \right)^3 = 27 \Rightarrow \frac{I_1}{I_0} = 3 \Rightarrow I_1 = 3 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2$$



$$\begin{aligned}\beta_2 - \beta_1 &= 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 10 \log \frac{\omega \sqrt{r} I}{I} = 10 \log \omega \sqrt{r} = 10 \log \frac{10 \sqrt{r}}{r} = 10 \log \frac{10}{\sqrt{r}} = 10 (\log 10 - \log \sqrt{r}) \\ &= 10 (1 - \frac{1}{r} \log r) = 10 (1 - \frac{1}{r} \times 0.3) = 10 - 1/\omega = +8/\omega \text{ dB}\end{aligned}$$

بنابراین تراز شدت صوت آن ۸/۵ دسی‌بل افزایش می‌یابد.

$$\begin{aligned}\beta &= 10 \log \frac{I}{I_0} + \Rightarrow 94 = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = 9/10 = 1 + (2 \times 0.9) = \log 10^1 + \log \omega^2 \\ \frac{I}{I_0} &= 10^1 \times 2\omega \Rightarrow I = 2\omega \times 10^1 \times 10^{-12} = 2/\omega \times 10^{-11} \text{ W/m}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\beta &= 69 \text{ dB} = 6/10 = 6 + 0.9 = \log 10^6 + 3 \log 2 = \log 10^6 + \log 2^3 = \log 2^3 \times 10^6 = \log \frac{I}{I_0} \\ \frac{I}{I_0} &= 10 \times 10^6 \Rightarrow I = 10 \times 10^6 \times 10^{-12} \Rightarrow I = 10 \times 10^{-6} \text{ W/m}^2\end{aligned}$$

اگر شدت صوت حاصل از یک بلندگو I باشد، شدت صوت حاصل از n بلندگو برابر nI است؛ بنابراین باید ببینیم که اگر تراز شدت صوتی (۱۰ - ۵۰ = ۳۰ dB) افزایش یافته است، شدت صوت چندبرابر شده است.

$$\begin{aligned}\beta_2 - \beta_1 &= 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 30 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^3 \\ I_2 &= 10^3 I_1 \Rightarrow n = 10^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\beta_2 - \beta_1 &= 10 \log \frac{I_2}{I_0} - 10 \log \frac{I_1}{I_0} \\ &= 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 10 \log \frac{10^{-5}}{10^{-7}} \\ 10 \log 10^2 &= 20 \text{ dB}\end{aligned}$$

ابتدا شدت صوت در سطح پنجره را به دست می‌آوریم و سپس توان صوت را حساب می‌کنیم.

$$\begin{aligned}\beta &= 10 \log \frac{I}{I_0} \xrightarrow[\frac{\beta=50 \text{ dB}}{I_0=10^{-12} \text{ W/m}^2}]{} \omega = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \\ \Rightarrow \omega &= \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \log 10^5 = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 10^5 = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-7} \text{ W/m}^2 \\ I &= \frac{P}{A} \xrightarrow[\frac{A=6 \text{ m}^2}{I=10^{-7} \text{ W/m}^2}]{} 10^{-7} = \frac{P}{6} \Rightarrow P = 6 \times 10^{-7} \text{ W} \\ \Rightarrow P &= 0.6 \times 10^{-6} \text{ W} \Rightarrow P = 0.6 \mu \text{ W}\end{aligned}$$



$$\beta_2 - \beta_1 = 19\text{dB} = 1/9B = 1 + 0/9 = \log 10 + 3 \log 2 = \log 10 + \log 2^3 = \log 80$$

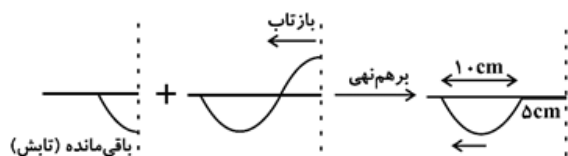
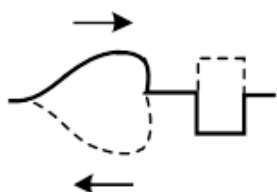
$$\Rightarrow \log 80 = \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 80$$

بیشترین بسامد مربوط به لحظه‌ای است که منبع با بیشترین سرعت به ناظر نزدیک می‌شود؛ یعنی در نقطهٔ O و کمترین بسامد نیز وقتی است که منبع با بیشترین سرعت از ناظر دور می‌شود (نقطهٔ O).

برای محاسبهٔ فاصله همواره از مکان‌یابی پژواکی و برای اندازه‌گیری سرعت حرکت از اثر دوپلر استفاده می‌شود.

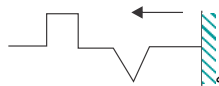
چون چشمهٔ صوت ساکن است، تجمع جبهه‌های موج در دو سوی چشمه یکسان است؛ یعنی  $\lambda_1 = \lambda_2$ . خودروی (۱) چون از چشمه دور می‌شود با جبهه‌های موج کمتری برخورد می‌کند و این منجر به کاهش بسامد صوتی می‌شود که ناظر می‌شنود. خودروی (۲) چون به چشمه نزدیک می‌شود با جبهه‌های موج بیشتری مواجه می‌شود و این منجر به افزایش بسامد صوتی می‌شود که ناظر می‌شنود؛ بنابراین:  $f_2 > f_1$  است.

برای امواج الکترومغناطیسی نیز مانند امواج صوتی اثر دوپلر برقرار است. از آنجایی که ستاره از ما دور می‌شود، بسامد دریافتی ما کاهش می‌یابد؛ بنابراین نور رسیده به ما به سمت بسامدهای پایین‌تر جابه‌جا می‌شود و به سمت ناحیهٔ قرمز نور مرئی متمایل می‌شود. اگر منبع موج ساکن باشد، طول موج دریافتی تغییری نمی‌کند و در نهایت سرعت انتشار نور در خلأ همواره  $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$  است.



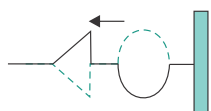


در بازتاب از انتهای سخت، موج بازتاب  $\pi$  رادیان نسبت به موج تابش اختلاف فاز دارد و در خلاف جهت آن است. پس در واقع باید یکبار موج را نسبت به راستای افقی قرینه کنیم (اختلاف فاز) و یکبار نسبت به راستای قائم (خلاف جهت). پس گزینه ۴ صحیح است.



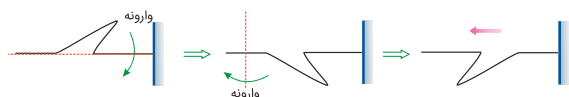
چون انتهای طناب ثابت شده است، موج بازتاب  $\pi$  رادیان با موج فرودی اختلاف فاز دارد؛ به عبارت دیگر، در انتهای ثابت، برآمدگی (قله) به فرورفتگی (دره) و فرورفتگی به برآمدگی تبدیل می‌شود. در ضمن دقت کنید نقطه‌های جلوی موج در بازتاب تقدم دارند، یعنی زودتر برمی‌گردند.

موج بازتاب شده از انتهای بسته طناب با موج تابیده شده اولیه به اندازه  $\pi$  رادیان اختلاف فاز دارد؛ بنابراین پس از بازتاب، تمام نقاطی که در بالای طناب هستند به پایین طناب می‌آیند. همچنین بعد از بازتاب، موج در خلاف جهت اولیه‌اش حرکت خواهد کرد. به عبارت دیگر در بازتاب از انتهای بسته، شکل موج هم نسبت به مانع و هم نسبت به راستای افقی انتهای بسته قرینه می‌شود؛ بنابراین شکل موج بازتابیده به صورت زیر است:

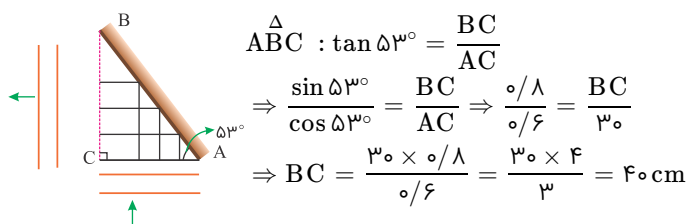


در برخورد با مانع یا انتهای بسته، موج بازتابشی دارای اختلاف فاز  $\pi$  رادیان با موج تابشی است؛ یعنی تپی که جلوتر رسیده، در موج بازتابی نیز جلوتر است؛ اما تپ‌ها نیز وارون می‌گردند.

برای رسم بازتاب تپ هنگام برخورد به مانع، ابتدا تپ را نسبت به راستای انتشار تپ و سپس نسبت به راستای عمود بر تپ وارونه می‌کنیم.

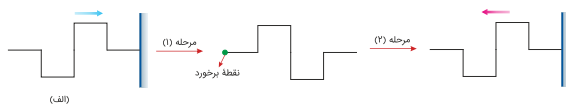


مطابق شکل زیر، امواج تابش با پهنای AC پس از برخورد به مانع تخت AB و بازتاب از آن دارای پهنای BC خواهد شد:

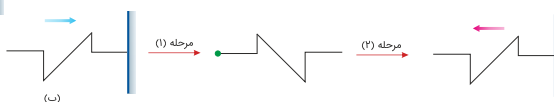




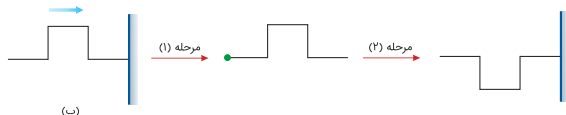
برای رسم بازتاب موج، ابتدا موج را نسبت به نقطه برخورد با مانع به صورت آینه‌ای برعکس می‌کنیم. سپس نسبت به راستای انتشار موج برعکس می‌کنیم. پس بازتاب در شکل (الف) شبیه موج اولیه است.



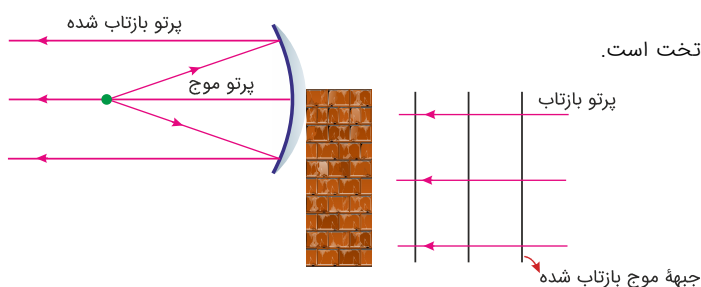
پس بازتاب در شکل (ب) شبیه موج اولیه است.



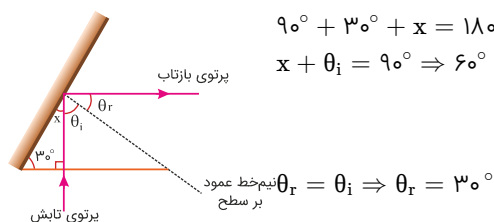
مشاهده می‌شود که بازتاب در شکل (پ) شبیه موج اولیه نیست.



بهتر است سؤال را به کمک پرتو موج حل کنید. پرتوهای موج اگر از کانون سطح کاو بگذرند و به آن بتابند موازی با محور اصلی سطح بازمی‌گردد. پس تمام پرتوها موازی هستند. از آنجایی که سطح جبهه موج بر پرتو عمود است پس جبهه موجی که به دیوار می‌رسد تخت است.



پرتوی تابش عمود بر جبهه‌های موج تابیده شده است.



$$90^\circ + 30^\circ + x = 180^\circ \Rightarrow x = 60^\circ$$

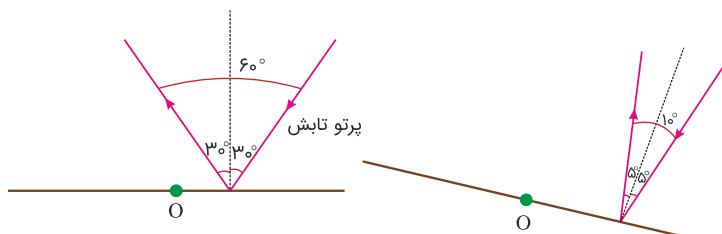
$$x + \theta_i = 90^\circ \Rightarrow 60^\circ + \theta_i = 90^\circ \Rightarrow \theta_i = 30^\circ$$

طبق قانون بازتاب عمومی داریم:

$$\theta_r = \theta_i \Rightarrow \theta_r = 30^\circ$$

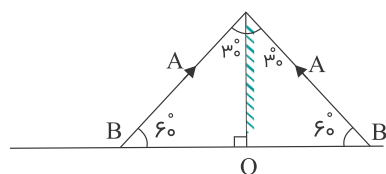
زاویه پرتوی بازتاب با سطح مانع متمم زاویه بازتاب است؛ بنابراین  $\theta = 90^\circ - \theta_r = 60^\circ$  است.

نکته: زاویه بین جبهه موج و مانع برابر زاویه تابش است. با رسم پرتوها می‌بینیم که با چرخش مانع حول نقطه O به صورت ساعتگرد زاویه تابش کوچک می‌شود؛ پس زاویه بین پرتو تابش و پرتو بازتاب جدید  $50^\circ$  کاهش می‌یابد.

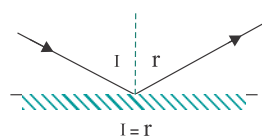
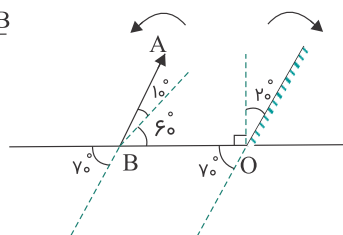




می‌دانیم در آینه تخت، زاویه بین راستای جسم و تصویرش دو برابر زاویه بین راستای جسم و سطح آینه است. بنابراین در حالت اول زاویه بین راستای جسم و تصویرش برابر با  $60^\circ$  درجه است. زیرا زاویه بین راستای جسم و سطح آینه برابر با  $30^\circ$  درجه است.



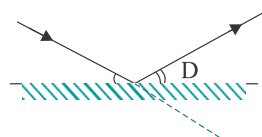
در حالت دوم با توجه به جهت چرخش جسم و آینه و اندازه تغییر زاویه، جسم و آینه باهم موازی می‌شوند، بنابراین زاویه بین راستای جسم و تصویرش صفر می‌شود. لذا تغییر زاویه بین راستای جسم و تصویر برابر با  $60^\circ$  خواهد شد.



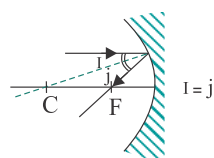
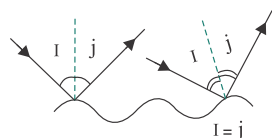
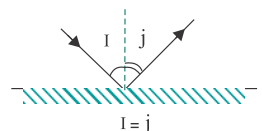
$$(i + r) = 10(90 - i) \Rightarrow 2i = (90 - i) \times 10$$

$$\Rightarrow i = 5(90 - i) \Rightarrow 6i = 5 \times 90 \Rightarrow i = 75^\circ$$

$$D = 2(90 - i) = 30^\circ$$

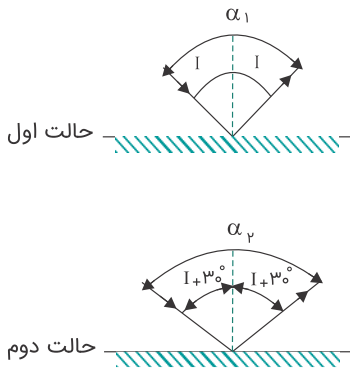


مطابق شکل‌های زیر در تمامی آینه‌ها (چه تخت و چه کروی) و در تمامی سطوح (چه صاف و چه ناصاف) زاویه تابش با زاویه بازتابش برابر است.





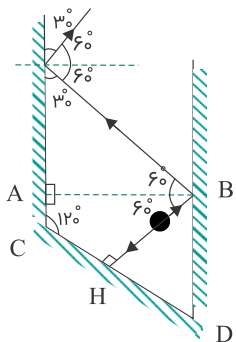
با توجه به قانون بازتاب که زاویه تابش و بازتابش همواره با هم برابر است، شکل زیر را خواهیم داشت:



طبق گفته مسئله داریم  $\hat{\alpha}_2 = 4\hat{\alpha}_1$

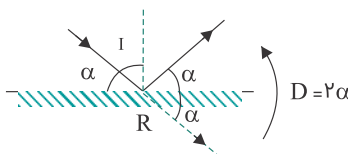
$$2\hat{i} + 60^\circ = 4 \times \hat{i} \Rightarrow 2\hat{i} + 60^\circ = 4\hat{i} \Rightarrow 60^\circ = 2\hat{i} \Rightarrow \hat{i} = 30^\circ$$

با استفاده از قوانین بازتاب، مطابق شکل مقابل داریم:



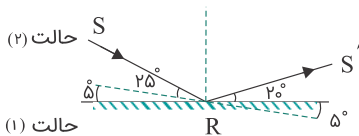
در ۴ ضلعی ABHC، مجموع زوایای داخلی برابر با  $360^\circ$  است، بنابراین زاویه تابش در آینه (۳) برابر با  $60^\circ$  می‌شود.

پرتویی که با زاویه تابش  $\hat{i}$  به سطح یک آینه می‌تابد، به اندازه  $2\hat{\alpha} = 180^\circ - 2\hat{i}$  که  $\hat{\alpha}$  زاویه پرتو تابش با سطح آینه است، منحرف می‌شود:



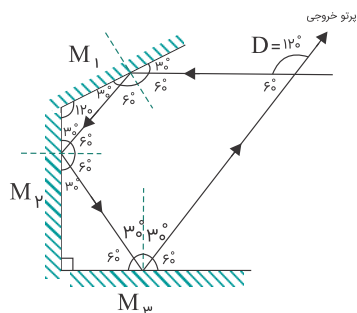
$$2\hat{\alpha} = 60^\circ \Rightarrow \hat{\alpha} = 30^\circ \Rightarrow \hat{i} = 60^\circ$$

برای اینکه پرتو بازتابش از آینه RS' باشد، باید آینه به اندازه ۵ درجه و به طور ساعت‌گرد دوران یابد که در این صورت زاویه تابش به سطح آینه  $90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$  است.

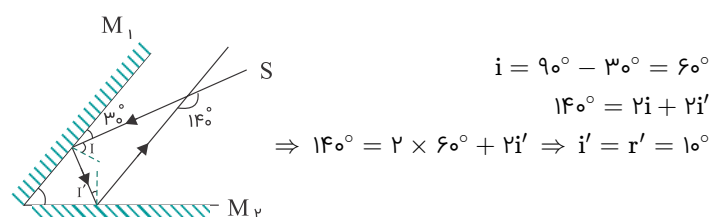




با توجه به اینکه پرتوی SI موازی با سطح آینه تخت  $M_3$  است، زاویه آن با سطح آینه  $M_1$  برابر با  $30^\circ$  است. با توجه به قوانین بازتاب نور و ردیابی پرتو در اثر برخورد به سطح آینه‌ها به صورت زیر، به تعیین زاویه انحراف می‌پردازیم:



با توجه به شکل زیر، زاویه  $140^\circ$ ، زاویه خارجی مثلث تشکیل شده از پرتوها است. بنابراین می‌توان نوشت:



با توجه به قانون شکست برای پرتو نور خواهیم داشت:

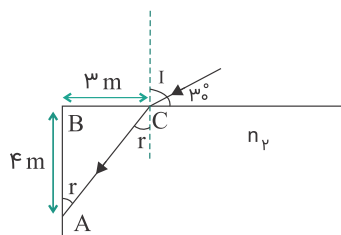
$$n_1 \sin \hat{i} = n_2 \sin \hat{r} \Rightarrow \sin 60^\circ = n_2 \sin \hat{r} \quad (1)$$

از تعریف سینوس در مثلث ABC خواهیم داشت:

$$\sin \hat{r} = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{5} \quad (2)$$

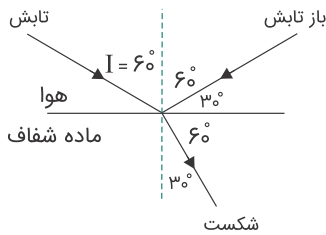
در مثلث ABC با استفاده از قضیه فیثاغورس می‌توان نشان داد که  $\overline{AC} = 5m$  است.) حال از دو رابطه (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = n_2 \times \frac{3}{5} \Rightarrow n_2 = \frac{5\sqrt{3}}{6}$$





پرتو بازتاب و تابش زاویای یکسان دارند و چون پرتوهای شکست و بازتاب برهم عمودند، پس زاویه پرتو شکست با خط قائم فرضی  $۳۰^\circ$  درجه ( $\hat{r} = ۳۰^\circ$ ) می‌شود.



$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{n}{1} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = n \Rightarrow n = \sqrt{3}$$

سرعت نور در محیطی که بیشترین ضریب شکست را داشته باشد، کمترین مقدار خواهد بود. مطابق شکل داده شده، پرتو نور از محیط ۳ وارد محیط ۴ نشده و بازتاب کلی پیدا کرده است؛ پس  $n_3 > n_4$  است. از طرفی پرتو نور از محیط ۳ وارد محیط ۲ شده و به خط عمود نزدیک شده؛ یعنی  $n_3 < n_2$  است و نیز پرتو نور در ادامه از محیط ۲ وارد محیط ۱ نشده و بازتاب کلی پیدا کرده است. یعنی  $n_2 > n_1$  است. پس محیط ۲ بیشترین ضریب شکست را دارد و نور در آن کمترین سرعت را خواهد داشت.

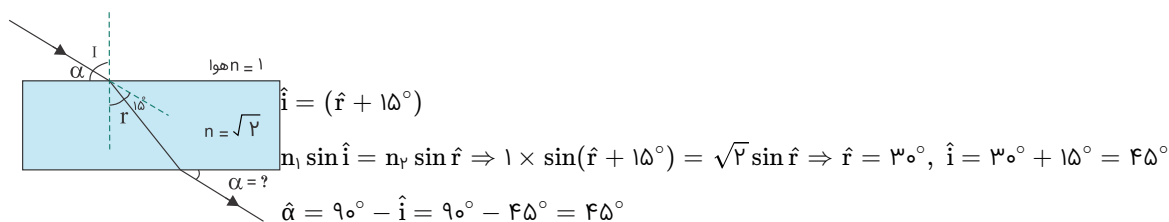
$$v_2 = (1 - 0.2)v_1 = 0.8v_1$$

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{0.8v_1} \Rightarrow n_2 = 1.25n_1$$

$$\Delta n = +0.25n_1 \Rightarrow \frac{\Delta n}{n_1} \times 100 = +25\%$$

ضریب شکست محیط شفاف (۲)، ۲۵ درصد بیشتر از ضریب شکست محیط شفاف (۱) است.

چون در تیغه متوازی السطوح پرتو تابیده با پرتو خروجی از تیغه، موازی هستند، پس زاویه‌های  $\alpha$  نشان داده شده روی شکل باهم برابر هستند.





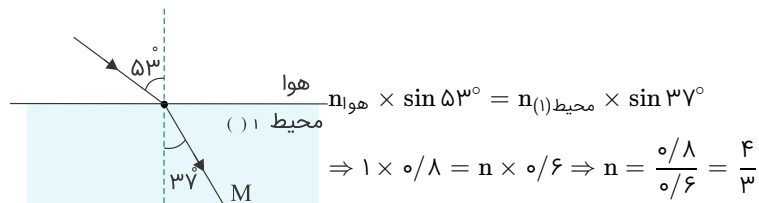
اگر زمان حرکت نور در هوا را  $t_1$  و در آب را  $t_2$  بنامیم، مدت زمانی که طول می کشد تا نور از لامپ به آینه تخت برسد و مجدداً به لامپ برگردد  $2(t_1 + t_2)$  است. از طرفی سرعت نور در آب  $\frac{1}{n}$  برابر سرعت نور در هوا است، بنابراین داریم:

$$\Delta x = v \Delta t \xrightarrow{v = \frac{c}{n} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{1.5}} \Delta x = 9 \text{ m} \Rightarrow 9 = 3 \times 10^8 (t_1) \Rightarrow t_1 = 3 \times 10^{-8} \text{ s}$$

$$\Delta x = v \Delta t \xrightarrow{v = \frac{c}{n} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{1.5}} \Delta x = 9 \text{ m} \Rightarrow 9 = 3 \times 10^8 (t_2) \Rightarrow t_2 = 3 \times 10^{-8} \text{ s}$$

$$\Rightarrow t = 2(t_1 + t_2) = 12 \times 10^{-8} \text{ s} = 1.2 \times 10^{-7} \text{ s}$$

به خاطر داشته باشیم که زاویه تابش و شکست نسبت به خط عمود بر سطح سنجیده می شوند.



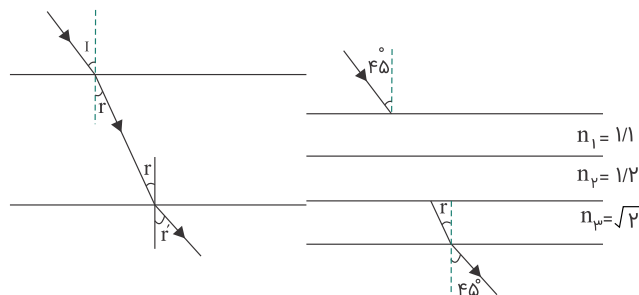
$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_r \Rightarrow 1 \times \sin 37^\circ = n \times \sin 60^\circ \Rightarrow n = \frac{\sin 37^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{0.6}{0.8} = \frac{3}{4}$$

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{3 \times 10^8}{v} \Rightarrow v = \frac{9 \times 10^8}{4} = 2.25 \times 10^8 \text{ m/s}$$

وقتی یک پرتو به چند تیغه متوازی السطوح روی هم می تابد داریم:

$$n_1 \sin \hat{i} = n_2 \sin \hat{r} = n_3 \sin \hat{r}' = \dots$$

بنابراین پرتو با همان زاویه تابش اولیه از تیغه ها خارج می شود. پس زاویه پرتوی خروجی نسبت به خط قائم  $45^\circ$  است.

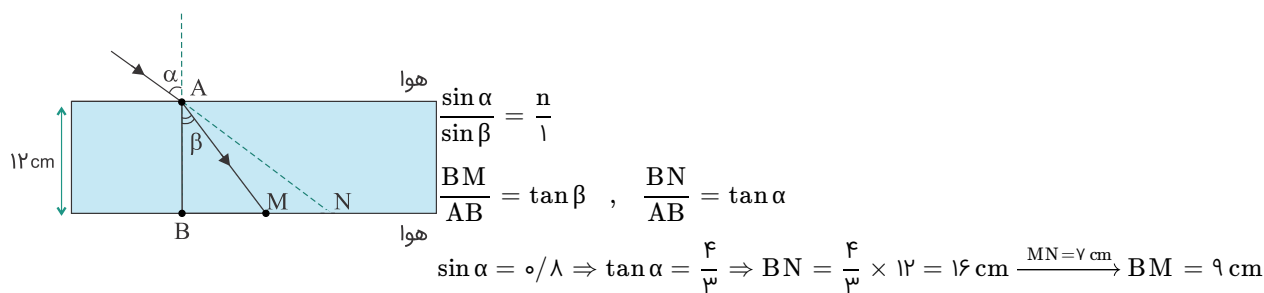


باتوجه به رابطه ضریب شکست داریم:

$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\sin 45^\circ}{\sin \hat{r}} = \frac{1}{1.2} \Rightarrow \sin \hat{r} = 1.2 \sin 45^\circ = 1.2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \sin 45^\circ$$

نور قرمز کمترین انحراف و نور بنفش بیشترین انحراف را دارد. در گزینه "۴" نیز نور سفید در تیغه متوازی السطوح تجزیه می شود.





$$\tan \beta = \frac{BM}{AB} \Rightarrow \tan \beta = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin \beta = 0.6$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n}{1} \Rightarrow \frac{0.8}{0.6} = n \Rightarrow n = \frac{4}{3}$$

ابتدا سرعت نور را در مایع به دست می‌آوریم:

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{1.5} = 2 \times 10^8 \text{ m/s}$$

مسافتی که نور تا بازگشت به منبع می‌پیماید  $2(h_1 + h_2)$  است:

$$\begin{cases} 2h_1 = ct_1 \Rightarrow t_1 = \frac{2h_1}{c} \\ 2h_2 = vt_2 \Rightarrow t_2 = \frac{2h_2}{v} \end{cases} \Rightarrow t_1 + t_2 = 3 \times 10^{-8} \text{ s}$$

$$\Rightarrow \frac{2h_1}{c} + \frac{2h_2}{v} = 3 \times 10^{-8} \Rightarrow \frac{2h_1}{3 \times 10^8} + \frac{3/6}{1.5 \times 10^8} = 3 \times 10^{-8} \Rightarrow h_1 = 1/5 \text{ m}$$