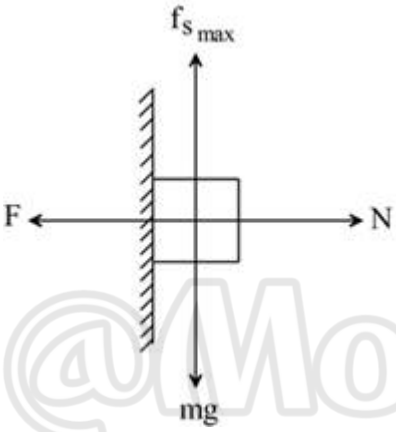
۱ گزینه ۱

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم.

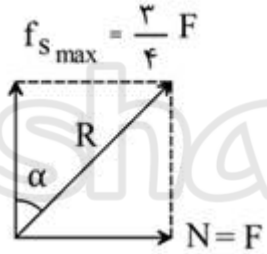
چون در تعادل است:



$$\Sigma F_x = ۰ \Rightarrow F = N$$

$$\Sigma F_y = ۰ \Rightarrow mg = f_{s\,max} = \mu_s . N = \frac{۳}{۴} \times F$$

نیروی سطح، برآیند N و $f_{s\,max}$ است.

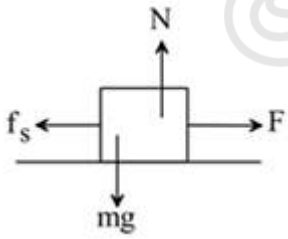


$$\tan\alpha = \frac{N}{f_{s\,max}} = \frac{F}{\frac{۳}{۴}F} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \alpha = ۵۳^\circ$$

@Moshaver_Free

۲ گزینه ۲

کانال مشاوره فیزیک

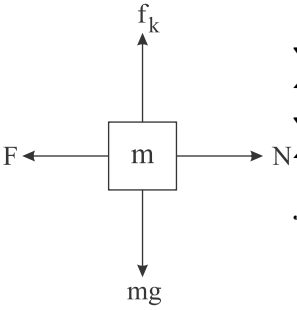


$$f_{s\,max} = N\mu_s = mg\mu_s = ۵۰ \times ۰/۸ = ۴۰N$$

$$F < f_{s\,max} \Rightarrow \text{جسم حرکت نمی‌کند} \Rightarrow F - f_s = ۰ \Rightarrow f_s = ۲۵N$$

$$R = \sqrt{N^۲ + f_s^۲} = \sqrt{۲۵^۲ + ۵۰^۲} = ۲۵\sqrt{۵}N$$

۳ گزینه ۳



$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow f_s = mg = ۵۰N$$

$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow F = N$$

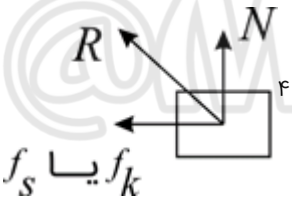
اندازهٔ نیرویی که دیوار بر وزنه وارد می‌کند $R = \sqrt{N^۲ + f_s^۲}$ است. توجه کنید که با دو برابر شدن F مقدار f_s عوض نمی‌شود ولی N و $f_{s\,\max}$ دو برابر می‌شوند.

$$R_۱ = \sqrt{۵۰^۲ + ۵۰^۲} = ۵۰\sqrt{۲}N$$

$$R_۲ = \sqrt{۵۰^۲ + ۱۰۰^۲} = ۵۰\sqrt{۵}N$$

$$\frac{R_۲}{R_۱} = \frac{۵۰\sqrt{۵}}{۵۰\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۱۰}}{۲}$$

۴ گزینه ۴

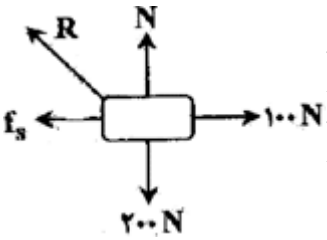


گزینه‌های ۱ و ۲ لزوماً درست نیستند، با توجه به عکس‌العمل سطح حتماً جسم دارای اصطکاک است، پس گزینهٔ ۴ درست است.

@Moshaver_Free
کانال مشاور فری

۵ گزینه ۴

وقتی جسم ساکن است، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. پس داریم:



$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow f_s = ۱۰۰\,N$$

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow N = ۲۰۰\,N$$

بزرگی نیروی عکس‌العمل سطح $(\vec{R})$، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$|\vec{R}| = \sqrt{f_s^۲ + N^۲} = \sqrt{۱۰۰^۲ + ۲۰۰^۲} = ۱۰۰\sqrt{۵}N$$

۶ گزینه ۴

بزرگی نیروی کشش فنر را حساب می کنیم.

شتاب روبه بالا است، پس:

$$T - mg = ma \Rightarrow T = m(g + a) = ۱(۱۰ + ۲)N = ۱۲N$$

$$T = k\Delta\ell \Rightarrow ۱۲ = ۱۰۰\Delta\ell \Rightarrow \Delta\ell = \frac{۱۲}{۱۰۰}m = ۱۲cm$$

$$L_۲ - L_۱ = ۱۲ \Rightarrow L_۲ = L_۱ + ۱۲ = ۲۰ + ۱۲ = ۳۲ \Rightarrow L_۲ = ۳۲cm$$

۷ گزینه ۴

تغییر نیروی کشش فنر متناسب با تغییر طول آن است. نیروی فنر در این حالت هم‌اندازه با وزن جسم است.

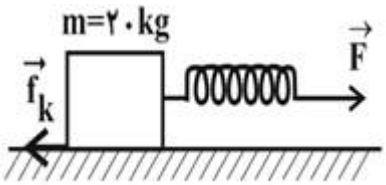
$$F = k(l - l_۰) \Rightarrow \Delta F = k\Delta l \Rightarrow (m_۲ - m_۱)g = k(l_۲ - l_۱)$$

$$\Rightarrow \Delta mg = k\Delta l \xrightarrow[g=۱۰N/kg, \Delta m=۵۰۰-۱۰۰=۴۰۰g=۰/۴kg]{\Delta l=۲۰-۱۵=۵cm=۰/۰۵m}$$

$$۰/۴ \times ۱۰ = k \times ۰/۰۵ \Rightarrow k = ۸۰N/m$$

۸ گزینه ۳

باتوجه‌به شکل زیر، ابتدا اندازهٔ نیروی اصطکاک جنبشی را حساب می‌کنیم و سپس قانون دوم نیوتن را برای جسم می‌نویسیم و شتاب حرکت آن را به دست می‌آوریم. دقت کنید، نیروی محرک جسم، همان نیروی کشسانی فنر ($F = k\Delta L$) است.



$$f_k = \mu_k N \xrightarrow{N=mg} f_k = \mu_k mg$$

$$\xrightarrow[g=۱۰N/kg]{\mu_k=۰/۱, m=۲۰kg} f_k = ۰/۱ \times ۲۰ \times ۱۰ = ۲۰N$$

$$\sum F = ma \Rightarrow k\Delta l - f_k = ma \xrightarrow{k=۱۰۰N/m, \Delta l=۰/۴m}$$

$$۱۰۰ \times ۰/۴ - ۲۰ = ۲۰a \Rightarrow a = ۱m/s^۲$$

@Moshaver_Free

۹ گزینه ۴

با استفاده از قانون دوم نیوتن در هر مرحله داریم:

وقتی آسانسور پایین می‌رود : $mg - T_۱ = ma_۱ \Rightarrow T_۱ = m(g - a_۱) \Rightarrow k(l_۱ - l_۰) = m(g - a_۱)$ (۱)

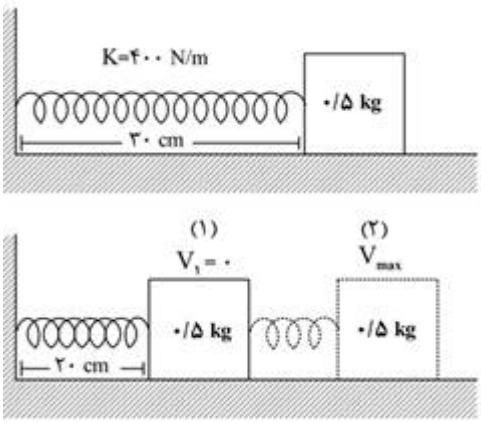
وقتی آسانسور بالا می‌رود : $T_۲ - mg = ma_۲ \Rightarrow T_۲ = m(g + a_۲) \Rightarrow k(l_۲ - l_۰) = m(g + a_۲)$ (۲)

$$\xrightarrow[a_۱=a_۲=a]{(۱)\ ,\ (۲)} k(l_۲ - l_۰) - k(l_۱ - l_۰) = m(g + a) - m(g - a) \Rightarrow k(l_۲ - l_۰) = ۲ma$$

$$\Rightarrow k = \frac{۲ma}{(l_۲ - l_۰)} = \frac{۲ \times ۲ \times ۲}{(۱۶ - ۱۴) \times ۱۰^{-۲}} \Rightarrow k = ۴۰۰\,N/m$$

۱۰ گزینه ۱

لحظهٔ جدا شدن از فنر، سرعت وزنه، بیشینه است؛ بنابراین طبق قانون پایستگی انرژی داریم:



$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow U_۱ = K_۱ \Rightarrow \frac{۱}{۲}k\Delta x^۲ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲$$

$$\Rightarrow ۴۰۰ \times (۰/۳ - ۰/۲)^۲ = ۰/۵ \times v_۲^۲ \Rightarrow ۴ = \frac{۱}{۲}v_۲^۲$$

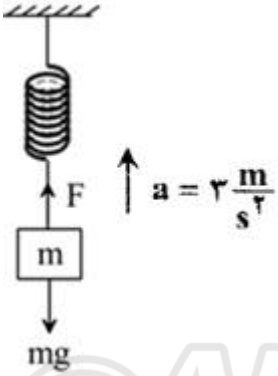
$$\Rightarrow v_۲ = ۲\sqrt{۲}m/s \Rightarrow v_{max} = ۲\sqrt{۲}m/s$$

۱۱ گزینه ۱

$$\Sigma F_y = ۰ \Rightarrow N = mg \Rightarrow N = ۱۰۰N$$
$$\Sigma F_x = ۰ \Rightarrow F - f_k = ۰ \Rightarrow F = \mu_k mg = ۰/۲۵ \times ۱۰۰ = ۲۵N$$
$$F = k\Delta\ell \Rightarrow ۲۵ = k \times ۰/۱ \Rightarrow k = ۲۵۰N/m$$

۱۲ گزینه ۴

چون حرکت کندشونده و رو به پایین است، پس شتاب به سمت بالا است.



$$F - mg = ma \Rightarrow k\Delta x - mg = ma$$
$$\Rightarrow ۱۰۰ \times \frac{۱۳}{۱۰۰} - ۱۰m = ۳m$$
$$\Rightarrow ۱۳ = ۱۳m \Rightarrow m = ۱kg$$

۱۳ گزینه ۱

$$\xrightarrow[k=۹\times۱۰^{۹}N.m^{۲}/C^{۲},r=۳\times۱۰^{-۲}m]{k_{\text{فنر}}=۱۰۰N/m,\ q_۱=۲\times۱۰^{-۷}C,\ q_۲=۵\times۱۰^{-۷}C}$$

$$۱۰۰\Delta l = ۹ \times ۱۰^{۹} \times \frac{۲ \times ۱۰^{-۷} \times ۵ \times ۱۰^{-۷}}{۹ \times ۱۰^{-۴}} \Rightarrow ۱۰۰\Delta l = ۱$$

$$\Rightarrow \Delta l = ۰/۰۱m \Rightarrow \Delta l = ۱cm$$

۱۴ گزینه ۳

نیروهای وارد بر شخص را مشخص می‌کنیم، شخص فنر را به سمت پایین می‌کشد، بنابراین مطابق قانون سوم نیوتن عکس‌العمل این نیرو به شخص و به سمت بالا وارد می‌شود.

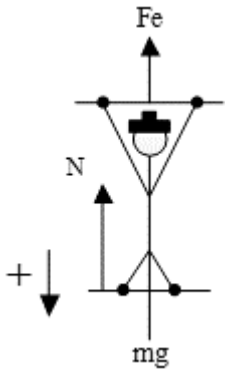
$$F_e = k\Delta x \xrightarrow[k=۵۰۰N/m]{\Delta x=۱۵cm=۰/۱۵m} F_e = ۵۰۰ \times ۰/۱۵ = ۷۵N$$

با در نظر گرفتن جهت مثبت حرکت به سمت پایین، با نوشتن قانون دوم نیوتن خواهیم داشت:

$$\sum F = ma \Rightarrow mg - N - F_e = ma$$

$$\Rightarrow ۶۰۰ - N - ۷۵ = ۶۰ \times ۲ \Rightarrow N = ۴۰۵N$$

@Moshaver_Free
کانال مشاور فری



۱۵ گزینه ۲

اگر کشش نخ‌های بسته‌شده به W را از راست به چپ با $T_۱$ و $T_۲$ و $T_۳$ نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$W = T_۱ + T_۲ + T_۳$$

از اولین قرقره می‌توانیم نتیجه بگیریم که: $T_۱ = F$

از قرقرهٔ دوم می‌توانیم نتیجه بگیریم که: $T_۲ = T_۱ + F \Rightarrow T_۲ = ۲F$

از قرقرهٔ سوم می‌توانیم نتیجه بگیریم که: $T_۳ = ۲T_۲ \Rightarrow T_۳ = ۲(۲F) = ۴F$

حال اگر $T_۱$ و $T_۲$ و $T_۳$ را در رابطهٔ $W = T_۱ + T_۲ + T_۳$ جایگزین کنیم، خواهیم داشت:

$$W = F + ۲F + ۴F = ۷F$$
$$\Rightarrow ۲۸۰ = ۷F \Rightarrow F = \frac{۲۸۰}{۷} = ۴۰N$$

@Moshaver_Free

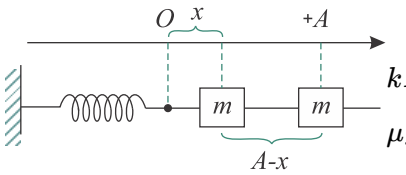
۱۶ گزینه ۳

$$P_۱ = P_۰ \Rightarrow P_۱ = ۱۰^۵\ Pa$$
$$P_۲ = P_۰ + \frac{F}{A} = P_۰ + \frac{k\Delta\ell}{A} = ۱۰^۵ + \frac{۱۰۰۰ \times ۰/۱}{۲ \times ۱۰^{-۳}} = ۱/۵ \times ۱۰^۵\ Pa$$
$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱} = \frac{P_۲V_۲}{T_۲} \Rightarrow \frac{۱۰^۵ \times ۵۰A}{۴۰۰} = \frac{۱/۵ \times ۱۰^۵ \times ۶۰A}{T_۲} \Rightarrow T_۲ = \frac{۱/۵ \times ۴۰۰ \times ۶۰}{۵۰} = ۷۲۰K$$
$$\Delta\theta = \Delta T = ۷۲۰ - ۴۰۰ = ۳۲۰^\circ C$$

کانال مشاوره

۱۷ گزینه ۲

وقتی وزنه را $۲\,cm$ از وضع تعادل آن منحرف می‌کنیم، نیرویی که فنر به وزنه وارد می‌کند از بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی وزنه با سطح بیشتر است $(kA > \mu_s mg)$ بنابراین وزنه شروع به حرکت می‌کند.



$$kA = ۵۰ \times \frac{۲}{۱۰۰} = ۱N$$
$$\mu_s mg = ۰/۲ \times ۰/۲ \times ۱۰ = ۰/۴\,N \Rightarrow kA > \mu_s mg$$

در لحظه‌ای که سرعت وزنه بیشینهٔ مقدار خود را دارد، انرژی جنبشی وزنه بیشینه است.

مطابق اصل پایستگی انرژی داریم:

$$|W_f| = mg\mu_k(A-x)\ ,\ U_{\text{فنر}} = \frac{۱}{۲}kx^۲$$

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}kA^۲ = |W_f| + U_{\text{فنر}} + K_{\text{وزنه}}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}kA^۲ = mg\mu_k(A-x) + \frac{۱}{۲}kx^۲ + K_{\text{وزنه}}$$

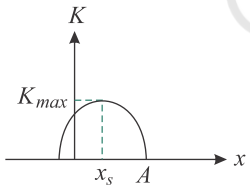
$$\Rightarrow K_{\text{وزنه}} = -\frac{۱}{۲}kx^۲ + mg\mu_k x - mg\mu_k A + \frac{۱}{۲}kA^۲$$

مطابق رابطهٔ بالا انرژی جنبشی وزنه یک تابع سهمی برحسب فاصلهٔ وزنه از لحظهٔ تعادل است که یک سهمی با تقعر رو به پایین است. در سهمی‌ها $(y = ax^۲ + bx + c)$، مؤلفهٔ x رأس سهمی برابر با $x_s = \frac{-b}{۲a}$ است.

$$x_s = \frac{-mg\mu_k}{-k} = \frac{mg\mu_k}{k} \xrightarrow[k=۵۰\,N/m]{m=۲۰۰\,g=۰/۲\,kg} x_s = \frac{۰/۲ \times ۱۰ \times ۰/۱}{۵۰} = \frac{۲}{۵۰۰}m = ۰/۴\,cm$$

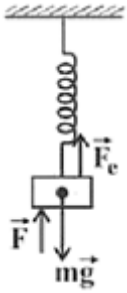
بنابراین جابه‌جایی وزنه از لحظهٔ رها شدن تا رسیدن به بیشینهٔ سرعت برابر است با:

$$\Delta x = A - x_s = ۲ - ۰/۴ = ۱/۶\,cm$$



۱۸ گزینه ۴

ابتدا نیروهای وارد بر وزنه را رسم نموده و بزرگی نیروی کشسانی فنر را حساب می‌کنیم. دقت کنید که چون $mg > F$ است، فنر کشیده می‌شود.



$$F_e + F = mg \xrightarrow[g=۱۰\,N/kg]{F=۱۵\,N\,,\,m=۲\,kg} F_e + ۱۵ = ۲۰\,N \Rightarrow F_e = ۵\,N$$

اکنون تغییر طول فنر را حساب می‌کنیم و سپس طول فنر را در حالت تعادل به دست می‌آوریم:

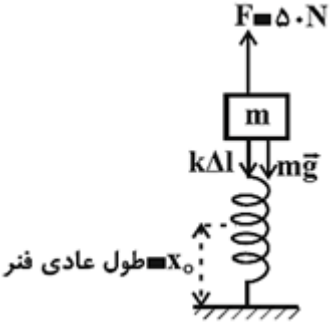
$$F_e = k\Delta x \xrightarrow[F_e=۵\,N]{k=۱۰۰\,N/m} ۵ = ۱۰۰\,\Delta x \Rightarrow \Delta x = ۰/۰۵\,m \Rightarrow \Delta x = ۵\,cm$$

$$\Delta x = x_۲ - x_۱ \Rightarrow ۵ = x_۲ - ۲۰ \Rightarrow x_۲ = ۲۵\,cm$$

@Moshaver_Free
کانال مشاور فری

۱۹ گزینه ۱

باید توجه داشت که قرقرهٔ ثابت نقش تغییر جهت نیرو را اجرا کرده و نیازی به تجزیهٔ نیرو برای حل مسئله نیست. باتوجه‌به اینکه دستگاه در حال تعادل است طبق شکل می‌توان نوشت:

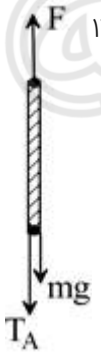


$$F = k\Delta l + mg \Rightarrow ۵۰ = ۱۰۰\Delta l + ۳ \times ۱۰ \Rightarrow ۵۰ = ۱۰۰\Delta l + ۳۰$$
$$\Rightarrow ۲۰ = ۱۰۰\Delta l \Rightarrow \Delta l = \frac{۱}{۵}m \Rightarrow \Delta = ۲۰cm$$

۲۰ گزینه ۴

$$\Sigma F = ma \Rightarrow F - (m + m')g = (m + m')a$$
$$\Rightarrow ۱۲۵ - (۹ + ۱) \times ۱۰ = (۹ + ۱)a \Rightarrow a = ۲/۵m/s^۲$$

حال قانون دوم نیوتن را برای قطعهٔ طناب ۳۰ سانتی‌متری می‌نویسیم. باتوجه‌به یکنواخت بودن طناب، جرم این قطعه $\frac{۳}{۵}$ جرم طناب است.



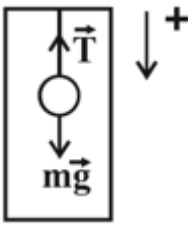
$$۱۲۵ - \frac{۳}{۵} \times ۱۰ - T_A = \frac{۳}{۵} \times ۲/۵ \Rightarrow T_A = ۱۱۷/۵N$$

@Moshaver_Free
کانال مشاور فری

۲۱

گزینه ۲

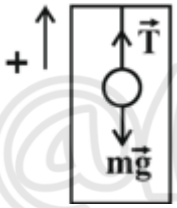
برای هریک از گزینه‌ها نیروی کشش نخ را با استفاده از قانون دوم نیوتن، به دست می‌آوریم و با حداکثر مقدار نیروی کشش قابل تحمل نخ مقایسه می‌کنیم، داریم:



جهت شتاب به سمت پایین است ⇐ حرکت تندشونده به سمت پایین یا کندشونده به سمت بالا

$\Rightarrow mg - T = ma$

$$\Rightarrow T = m(g-a) \Rightarrow \begin{cases} \text{گزینهٔ ۳}: a = ۱m/s^۲ \Rightarrow T = ۰/۲(۱۰-۱) = ۱/۸N \xrightarrow{T_{\max}=۱N} T > T_{\max} \Rightarrow \text{نخ پاره می‌شود} \\ \text{گزینهٔ ۲}: a = ۶m/s^۲ \Rightarrow T = ۰/۲(۱۰-۶) = ۰/۸N \xrightarrow{T_{\max}=۱N} T < T_{\max} \Rightarrow \text{نخ پاره نمی‌شود} \end{cases}$$



@Moshaver_Free

جهت شتاب به سمت بالا است ⇐ حرکت تندشونده به سمت بالا یا کُندشونده به سمت پایین

$\Rightarrow T - mg = ma$

$$\Rightarrow T = m(g+a) \Rightarrow \begin{cases} \text{گزینهٔ ۱}: a = ۱m/s^۲ \Rightarrow T = ۰/۲(۱۰+۱) = ۲/۲N \xrightarrow{T_{\max}=۱N} T > T_{\max} \Rightarrow \text{نخ پاره می‌شود} \\ \text{گزینهٔ ۴}: a = ۲m/s^۲ \Rightarrow T = ۰/۲(۱۰+۲) = ۲/۴N \xrightarrow{T_{\max}=۱N} T > T_{\max} \Rightarrow \text{نخ پاره می‌شود} \end{cases}$$

۲۲

گزینه ۲

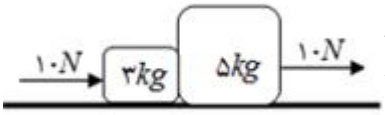
گام اول

الف) سطح افقی بدون اصطکاک است. $\leftarrow f_k = ۰$

ب) نیرویی که از طرف وزنهٔ ۵ کیلوگرمی بر وزنه ۳ کیلوگرمی وارد می‌شود چند نیوتن است؟ $\leftarrow F_{۵,۳} = ?$

گام دوم

ابتدا شتاب سیستم را تعیین می‌کنیم. بر دو جسم ۳ و ۵ کیلوگرمی دونیروی ۱۰ نیوتنی در یک‌سو وارد می‌شود که برآیند آن‌ها ۲۰ نیوتن است. بنابر قانون دوم نیوتن داریم:

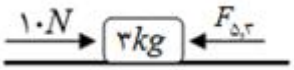


$$\sum F = ma \Rightarrow ۲۰ = (۳+۵)a \Rightarrow a = ۲/۵m/s^۲$$

بنابراین شتاب هرکدام از وزنه‌ها برابر با $۲/۵m/s^۲$ است.

از طرفی بر جسم ۳ کیلوگرمی دونیرو وارد می‌شود، یکی نیرویی که جرم $۵kg$ بر $۳kg$ وارد می‌کند و دیگری نیروی $۱۰N$ که خلاف جهت هم هستند.

با توجه به قانون دوم نیوتن نیروی وارد بر جسم از طرف جسم ۵ کیلوگرمی را به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} \sum F = ma \\ F = ۱۰ - N \end{cases} \Rightarrow ۱۰ - N = ۳ \times ۲/۵ \Rightarrow N = ۲/۵N$$

@Moshaver_Free

۲۳

گزینه ۴

اصطکاک بین دو جسم به ترتیب برابر است با:

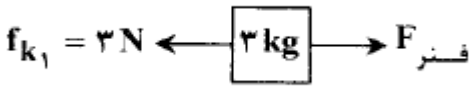
$$۰/۱ \times ۳۰ = ۳N$$
$$۰/۱ \times ۲۰ = ۲N$$

کانال مشاور فری

برای محاسبهٔ شتاب کل دستگاه:

$$F - f_{k_۱} - f_{k_۲} = (m_۱ + m_۲)a \Rightarrow ۱۰ - ۳ - ۲ = (۳+۲)a \Rightarrow ۵ = ۵a \Rightarrow a = ۱m/s^۲$$

حال برای جسم ۳ کیلوگرمی داریم:



$$F_{فنر} - f_{k_۱} = ma \Rightarrow F_{فنر} - ۳ = ۳ \times ۱$$
$$\Rightarrow F_{فنر} = ۶N = k\Delta\ell = ۱۰۰\Delta\ell \Rightarrow \Delta\ell = \frac{۶}{۱۰۰}m = ۶cm$$

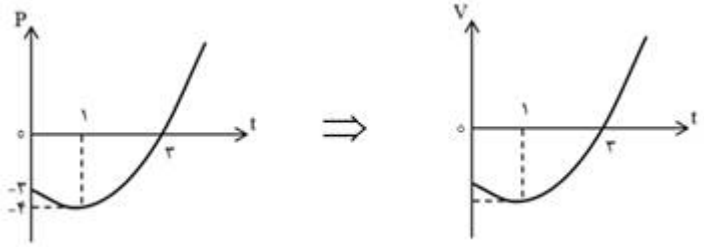
۲۴

گزینه ۴

با توجه به رابطهٔ $\vec{P} = m\vec{v}$ تکانه هم‌جهت و متناسب با سرعت است. بنابراین شکل کلی نمودارشان، همانند یکدیگر است. پس نمودار سرعت زمان آن به‌صورت زیر است:

p	-۴	۰	-۳
t	۱	۳	۰

$P = t^۲ - ۲t - ۳ \Rightarrow P' = ۲t - ۲ \Rightarrow t = ۱s$ راس سهمی



با توجه به نمودار سرعت زمان حرکت از لحظهٔ $t = ۰$ تا $t = ۳s$، ابتدا تند شونده و سپس کند شونده است.

@Moshaver_Free
کانال مشاور فری

۲۵

گزینه ۲

گام اول

الف) یک جسم ۴۰۰ گرمی ← $m = ۴۰۰g = ۰/۴kg$

ب) در لحظهٔ $t = ۲s$ اندازهٔ سرعت جسم چند متر بر ثانیه است؟ ← $v_{(t=۲)}$?

گام دوم

با توجه به رابطهٔ $\vec{P} = m\vec{v}$، ابتدا در لحظهٔ $t = ۲s$ بردار سرعت و سپس اندازهٔ آن را محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{P} = ۶t\vec{i} + ۴t^۲\vec{j} \xrightarrow{t=۲s} \vec{P} = ۱۲\vec{i} + ۱۶\vec{j} \xrightarrow{\vec{p}=m\vec{v}} ۱۲\vec{i} + ۱۶\vec{j} = ۰/۴ \times \vec{v}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = ۳۰\vec{i} + ۴۰\vec{j} \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{(۳۰)^۲ + (۴۰)^۲} = ۵۰m/s$$

۲۶ گزینه ۲

گام اول

الف) جرم جسمی $۲kg$ ← $m = ۲kg$

ب) سرعت آن به‌اندازهٔ $۸m/s$ افزایش یابد. ← $v_۲ = v_۱ + ۸$

ج) انرژی جنبشی آن ۴ برابر می‌شود ← $K_۲ = ۴k_۱$

گام دوم

ابتدا با استفاده از نسبت $\frac{K_۲}{K_۱} = ۴$ سرعت اولیه را حساب کرده و درنهایت طبق رابطهٔ $P = mv$، تکانه جسم را قبل از افزایش سرعت می‌یابیم:

$$\frac{K_۲}{K_۱} = ۴ \Rightarrow \frac{\frac{۱}{۲}mv_۲^۲}{\frac{۱}{۲}mv_۱^۲} = ۴ \Rightarrow \left(\frac{v_۱ + ۸}{v_۱}\right)^۲ = ۴$$

$$\Rightarrow \frac{v_۱ + ۸}{v_۱} = ۲ \Rightarrow v_۱ = ۸m/s$$

$$P_۱ = mv_۱ = ۲ \times ۸ = ۱۶\, kg.m/s$$

۲۷ گزینه ۱

سطح زیر نمودار نیرو- زمان برابر حاصل‌ضرب جرم جسم در تغییرات سرعت آن است.

$$F.\Delta t = m\Delta v \Rightarrow S_۱ + S_۲ = m\Delta v$$

$$۰/۵ \times ۲۰ + ۰/۵ \times ۱۰ = ۲(v - ۰) \Rightarrow v = ۷/۵m/s$$

۲۸ گزینه ۲

ابتدا بردار تکانهٔ جسم را در لحظهٔ $t = ۰/۴s$ تعیین می‌کنیم.

$$t = ۰/۴s \Rightarrow \vec{P} = ۳(۰/۴)\vec{i} + ۱۰(۰/۴)^۲\vec{j} = ۱/۲\vec{i} + ۱/۶\vec{j}(kg.m/s)$$

حال باتوجه‌به تعریف تکانه، مؤلفه‌های سرعت را به دست می‌آوریم.

$$P_x = mv_x \Rightarrow ۱/۲ = ۰/۲v_x \Rightarrow v_x = ۶m/s$$

$$P_y = mv_y \Rightarrow ۱/۶ = ۰/۲v_y \Rightarrow v_y = ۸m/s$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{v_x^۲ + v_y^۲} = \sqrt{۶^۲ + ۸^۲} = ۱۰m/s$$

۲۹ گزینه ۴

با استفاده از روابط انرژی جنبشی و تکانه می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \\ P = mv \end{cases} \Rightarrow K = \frac{P^۲}{۲m} \Rightarrow \frac{K_۱}{K_۲} = \left(\frac{P_۱}{P_۲}\right)^۲ \times \frac{m_۲}{m_۱}$$

$$\xrightarrow[K_۱=K_۲]{m_۱=۴۰kg, m_۲=۱۰۰g=۰/۱kg} ۱ = \left(\frac{P_۱}{P_۲}\right)^۲ \times \frac{۰/۱}{۴۰}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{P_۱}{P_۲}\right)^۲ = ۴۰۰ \Rightarrow P_۱ = ۲۰P_۲$$

@Moshaver_Free
کانال مشاوره فری

۳۰ گزینه ۴

می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار تکانه برحسب زمان در هر لحظه، اندازهٔ برآیند نیروی وارد بر جسم در آن لحظه را نشان می‌دهد $(\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t})$ ؛ بنابراین مطابق نمودار سؤال، از لحظهٔ $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۱۵\,s$، برآیند نیروهای وارد بر جسم ثابت و برابر با $F_۱ = \frac{۳۰ - ۰}{۱۵ - ۰} = ۲N$ و از لحظهٔ $t_۲ = ۱۵\,s$ تا لحظهٔ $t_۲ = ۲۰\,s$ برآیند نیروهای وارد بر جسم ثابت و برابر با $F_۲ = \frac{۰ - ۳۰}{۲۰ - ۱۵} = -۶N$ بوده است. چون از لحظهٔ $t_۲ = ۱۵\,s$ به بعد نیروی $\vec{F}$ قطع شده است، بنابراین در راستای افق فقط نیروی اصطکاک جنبشی بر جسم اثر می‌کند که اندازهٔ آن برابر با $f_k = ۶N$ است؛ بنابراین در بین لحظه‌های $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۱۵\,s$ می‌توان نوشت:

$$F - f_k = ۲N \xrightarrow{f_k = ۶N} F - ۶ = ۲ \Rightarrow F = ۸N$$

۳۱ گزینه ۴

باتوجه‌به اینکه آهنگ تغییر تکانهٔ یک جسم برابر با برآیند نیروهای وارد بر جسم است، می‌توان نوشت:

$$\left|\vec{F}\right| = \left|\frac{\Delta P}{\Delta t}\right| = \left|m(\frac{v - v_۰}{\Delta t})\right| \Rightarrow \left|\vec{F}\right| = \left|۰/۸ \times \frac{(۰ - ۱۵)}{۰/۰۰۳}\right| \Rightarrow \left|\vec{F}\right| = ۴۰۰۰\,N$$

۳۲ گزینه ۱

@Moshaver_Free

راه‌حل اول:

$$P_۱ = mv_۱ \Rightarrow ۳ = ۲v_۱ \Rightarrow v_۱ = \frac{۳}{۲} = ۱/۵\,m/s$$

$$P_۲ = mv_۲ \Rightarrow ۰ = ۲v_۲ \Rightarrow v_۲ = ۰$$

$$\Delta v = v_۲ - v_۱ = ۰ - ۱/۵ = -۱/۵\,m/s$$

کانال مشاورفری

راه‌حل دوم:

$$\Delta P = m\Delta v \Rightarrow ۰ - ۳ = ۲\,(\Delta v)$$

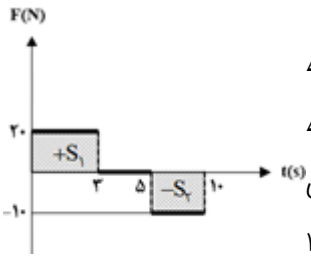
$$\Delta v = -\frac{۳}{۲} = -۱/۵\,m/s$$

۳۳ گزینه ۴

می‌دانیم که سطح محصور بین منحنی

$$F - t$$

و محور زمان معرف تغییرات تکانهٔ جسم است، بنابراین:



$$\Delta P = S_۱ - S_۲$$

$$\Delta P = (۲۰ \times ۳) - (۵ \times ۱۰) = ۱۰kg.m/s$$

از طرفی : $\Delta P = m.\Delta v$

$$۱۰ = ۲(v_۲ - ۱۰)$$

$$۵ = v_۲ - ۱۰ \Rightarrow v_۲ = ۱۵m/s$$

۳۴ گزینه ۴

با استفاده از رابطه بین اندازه تکانه و انرژی جنبشی یک جسم، خواهیم داشت:

$$K=\frac{mv^{۲}}{۲}=\frac{m^{۲}v^{۲}}{۲m}=\frac{P^{۲}}{۲m}\Rightarrow\frac{K_{۲}}{K_{۱}}=\left(\frac{P_{۲}}{P_{۱}}\right)^{۲}$$

$$\Rightarrow\frac{K_{۲}}{K_{۱}}=\left(\frac{P_{۱}+۰/۲P_{۱}}{P_{۱}}\right)^{۲}=\left(\frac{۱/۲P_{۱}}{P_{۱}}\right)^{۲}=۱/۴۴\Rightarrow K_{۲}=۱/۴۴K_{۱}$$

$$\text{درصد تغییر انرژی جنبشی}=\frac{\Delta K}{K_{۱}}\times ۱۰۰=\frac{K_{۲}-K_{۱}}{K_{۱}}\times ۱۰۰=+\%۴۴$$

۳۵ گزینه ۱

ازآنجایی‌که جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده پس $\vec{P}_{۱}=۰$ است.

مطابق رابطهٔ تغییرات تکانه و برآیند نیروهای وارد بر جسم، داریم:

$$\vec{F}=\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}\Rightarrow\vec{F}_{۱}+\vec{F}_{۲}=\frac{\vec{P}_{۲}-\vec{P}_{۱}}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow[\Delta t=۳s\,,\,\vec{F}_{۱}=۷\vec{i}+۱۰\vec{j}\,,\,\vec{F}_{۲}=a\vec{i}+b\vec{j}]{\vec{P}_{۱}=\vec{۰}\,,\,\vec{P}_{۲}=۶\vec{i}-۱۲\vec{j}(kg.m/s)}(۷+a)\vec{i}+(۱۰+b)\vec{j}=\frac{۶\vec{i}-۱۲\vec{j}}{۳}$$

$$\Rightarrow(۷+a)\vec{i}+(۱۰+b)\vec{j}=۲\vec{i}-۴\vec{j}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}۷+a=\frac{۶}{۳}=۲\Rightarrow a=-۵\\ ۱۰+b=-\frac{۱۲}{۳}=-۴\Rightarrow b=-۱۴\end{cases}$$

$$\Rightarrow a+b=-۱۴-۵=-۱۹$$

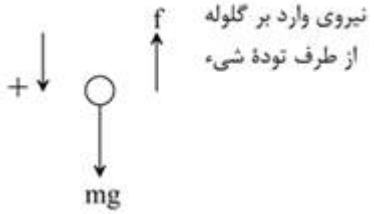
@Moshaver_Free
کانال مشاور فری

۳۶ گزینه ۱

ابتدا سرعت گلوله در لحظهٔ برخورد با تودهٔ شنی را به دست می‌آوریم. مطابق رابطهٔ مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت و با فرض کردن جهت مثبت حرکت به سمت پایین، داریم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲g\Delta y \xrightarrow[g=۱۰m/s^۲]{v_۰=۱۵m/s\,,\,\Delta y=۲۰m}$$
$$v^۲ - ۱۵^۲ = ۲ \times ۱۰ \times ۲۰ \Rightarrow v^۲ = ۶۲۵ \Rightarrow v = ۲۵m/s$$

حین حرکت گلوله در تودهٔ شنی، دو نیروی وزن گلوله به سمت پایین و نیرویی که از طرف تودهٔ شنی به گلوله به سمت بالا وارد می‌شود، بر گلوله اثر می‌کنند.



باتوجه‌به رابطهٔ نیرو و تغییرات تکانه داریم: (جهت مثبت حرکت را به سمت پایین در نظر می‌گیریم)

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \Rightarrow -\bar{f} + mg = \frac{m\,(v_۲ - v_۱)}{\Delta t} \xrightarrow[m=۲۰۰g=۰/۲kg\,,\,\Delta t=۰/۱s]{v_۲=۰\,,\,v_۱=۲۵m/s}$$
$$-\bar{f} + ۰/۲ \times ۱۰ = \frac{۰/۲ \times (۰ - ۲۵)}{۰/۱} \Rightarrow \bar{f} = ۵۲N$$

@Moshaver_Free

۳۷ گزینه ۲

کانال مشاوره‌ی

چون نمودار مکان - زمان متحرک به‌صورت خط راست است، بنابراین سرعت حرکت متحرک در تمامی لحظه‌ها ثابت است. بنابراین داریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲}m/s$$
$$\left|\vec{P}\right| = m\,|\vec{v}| \xrightarrow[v=\frac{۱}{۲}m/s]{m=۲kg} P = ۲ \times \frac{۱}{۲} = ۱kg.m/s$$

۳۸ گزینه ۴

ابتدا سرعت جسم را در لحظه‌های $t_۱ = ۰$ و $t_۲ = ۶s$ حساب می‌کنیم و سپس از قضیهٔ کار و انرژی، کار برآیند نیروها را به دست می‌آوریم.

$$v_۱ = \frac{P_۱}{m} \xrightarrow[m=۲kg]{P_۱=-۲۰\,kg.m/s} v_۱ = \frac{-۲۰}{۲} = -۱۰m/s$$
$$v_۲ = \frac{P_۲}{m} \xrightarrow[m=۲kg]{P_۲=۲۰\,kg.m/s} v_۲ = \frac{۲۰}{۲} = ۱۰m/s$$
$$W_T = K_۲ - K_۱ \Rightarrow W_T = \frac{۱}{۲}m\left(v_۲^۲ - v_۱^۲\right)$$
$$\Rightarrow W_T = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times \left(۱۰^۲ - (-۱۰)^۲\right) = ۰$$

۳۹ گزینه ۲

$$\overrightarrow{\sum F}.\Delta t = \overrightarrow{\Delta P} = m.\overrightarrow{\Delta v}$$

$$(-۳\vec{i} + ۴\vec{j}) \times ۴ = ۲(\vec{v}_۲ - (۱۰\vec{i} - ۶\vec{j})) \Rightarrow -۶\vec{i} + ۸\vec{j} = \vec{v}_۲ - ۱۰\vec{i} + ۶\vec{j}$$

$$\vec{v}_۲ = ۴\vec{i} + ۲\vec{j} \Rightarrow |\vec{v}_۲| = \sqrt{۴^۲ + ۲^۲} = ۲\sqrt{۵}m/s$$

۴۰ گزینه ۲

برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر وزن آن است، پس ثابت است.

$$\sum \vec{F}.\Delta t = \overrightarrow{\Delta P} \Rightarrow \frac{\left|\overrightarrow{\Delta P_۲}\right|}{\left|\overrightarrow{\Delta P_۱}\right|} = \frac{\Delta t_۲}{\Delta t_۱} = \frac{۲}{۳}$$

@Moshaver_Free
کانال مشاور فری

۴۱ گزینه ۳

m یک کمیت اسکالر است؛ بنابراین از رابطهٔ تکانه $(\vec{P} = m\vec{v})$، می‌توان دریافت که تغییرات تکانه، نشان‌دهندهٔ تغییرات سرعت جسم است.

$$\vec{P} = ۵\vec{i} + (-۳t + ۶)\vec{j} \Rightarrow \begin{cases} P_x = mv_x = ۵ \Rightarrow \text{سرعت در راستای محور } x \text{ ثابت است} \\ P_y = mv_y = -۳t + ۶ \Rightarrow \text{حرکت با شتاب ثابت در راستای محور } y \end{cases}$$

با تعیین علامت تکانه، نوع حرکت متحرک را به دست می‌آوریم. ازطرفی چون سرعت در راستای محور x ثابت است، نوع حرکت و تغییرات سرعت را v_y تعیین می‌کند:

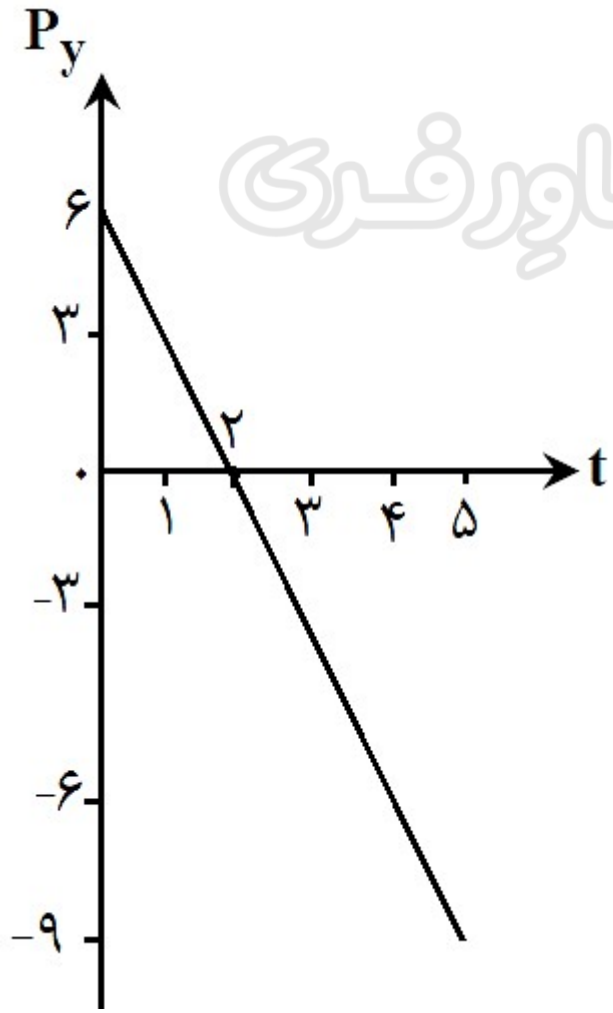
$$P_y = mv_y = -۳t + ۶ = ۰ \Rightarrow t = ۲s$$

t		۲
v	+	−
a	−	−
حاصلضرب علامت‌های a و v	−	+
نوع حرکت	کندشونده	تندشونده

باتوجه‌به جدول تعیین علامت، حرکت متحرک ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

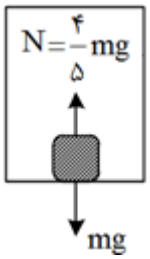
روش دوم: می‌توانیم با رسم نمودار $P_y - t$ (که با توجه به اینکه m مقداری ثابت است، معادل نمودار $v_y - t$ است) در بازه زمانی $۱s$ تا $۵s$ نوع حرکت را بررسی کنیم.

مطابق نمودار زیر مشاهده می‌کنیم در بازه زمانی $۱s$ تا $۲s$، اندازه‌ی سرعت متحرک در حال کاهش است پس در این بازه زمانی حرکت کندشونده می‌باشد. در بازه زمانی $۲s$ تا ۵ اندازه‌ی سرعت متحرک در حال افزایش است و درنتیجه حرکت تندشونده است.



@Moshaver_Free
کانال مشاور فری

۴۲ گزینه ۱



$$F_{\text{برآیند}} = \frac{۶}{۵}mg - mg = \frac{۱}{۵}mg$$

$$\Delta P = F_{\text{برآیند}}\,\Delta t \Rightarrow \Delta P = \frac{۱}{۵}mg \times ۵ = mg$$

۴۳ گزینه ۳

نمودار $P - t$ یک سهمی است و باتوجه‌به تقارن سهمی، در $t = ۲\,s$ اندازهٔ تکانه $P = ۱kg.m/s$ است و چون سهمی است، داریم:

$$P = at^۲ + bt + P_۰ = at^۲ + bt + ۱ \begin{cases} \xrightarrow{t_۱=۱\,s} P_۱ = ۰ \Rightarrow a + b + ۱ = ۰ \\ \xrightarrow{t_۲=۲\,s} P_۲ = ۱kg.m/s \Rightarrow ۴a + ۲b + ۱ = ۱ \end{cases} \Rightarrow P = t^۲ - ۲t + ۱$$

ثانیهٔ سوم حرکت، بازهٔ زمانی بین لحظه‌های $t = ۲\,s$ تا $t' = ۳\,s$ است؛ بنابراین داریم:

$$P = mv \Rightarrow \Delta P = m\Delta v \Rightarrow \Delta v = \frac{۱}{m}\Delta P = ۲\Delta P$$

$$P = t^۲ - ۲t + ۱ \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{t=۲\,s} P = ۱kg.m/s \\ \xrightarrow{t=۳\,s} P = ۴\,kg.m/s \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta v = ۲\Delta P = ۲(۴ - ۱) \Rightarrow \Delta v = ۶\,m/s$$

۴۴ گزینه ۲

اگر حجم سیاره، ۸ برابر حجم زمین باشد، می توان نتیجه گرفت که شعاع آن ۲ برابر شعاع زمین است و با توجه به رابطهٔ $g = \frac{G\,m}{R^۲}$، می توان نتیجه گرفت که با دو برابر شدن شعاع، بزرگی شتاب گرانش $\frac{۱}{۴}$ برابر می شود.

۴۵ گزینه ۱

اگر شتاب گرانش در سطح زمین برابر $g_۰$ و در ارتفاع h از سطح زمین برابر g_h باشد، می‌توان نوشت:

$$\frac{g_h}{g_۰} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^۲ \xrightarrow[h=nR_e]{g_h=\frac{۱}{۴}g_۰} \frac{۱}{۴} = \left(\frac{R_e}{R_e + nR_e}\right)^۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۱+n} \Rightarrow n = ۱$$

@Moshaver_Free
کانال مشاوره

۴۶ گزینه ۲

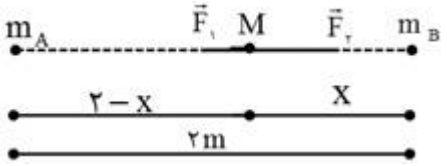
طبق رابطهٔ $g = \frac{GM_e}{r^۲}$، شتاب گرانش با مجذور r (فاصله از مرکز زمین) رابطهٔ عکس دارد و می‌توان نوشت:

$$\frac{g_h}{g} = (\frac{R_e}{R_e + h})^۲ \xrightarrow[h=۲R_e]{g=۱۰m/s^۲} \frac{g_h}{۱۰} = (\frac{۱}{۳})^۲ \Rightarrow g_h = \frac{۱۰}{۹}m/s^۲$$

$$W_h = mg_h \xrightarrow[g_h=\frac{۱۰}{۹}m/s^۲]{m=۷۲kg} W_h = ۷۲ \times \frac{۱۰}{۹} = ۸۰N$$

۴۷ گزینه ۳

مطابق شکل زیر و با استفاده از قانون گرانش نیوتن، داریم:



$$F_۱ = \frac{۱}{۳}F_۲ \Rightarrow G\frac{m_A M}{(۲-x)^۲} = \frac{۱}{۳}G\frac{m_B M}{x^۲} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{۱}{۳}(\frac{۲-x}{x})^۲$$

$$\xrightarrow{\frac{m_A}{m_B}=\frac{۴}{۳}} \frac{۴}{۳} = \frac{۱}{۳}\left(\frac{۲-x}{x}\right)^۲ \Rightarrow ۲ - x = ۲x \Rightarrow x = \frac{۲}{۳}m = \frac{۲۰۰}{۳}cm$$

۴۸ گزینه ۳

با استفاده از قانون گرانش نیوتن داریم:

$$F' = \frac{۷۵}{۱۰۰}F \Rightarrow G\frac{(m-x)(m+x)}{r^۲} = \frac{۷۵}{۱۰۰}G\frac{m \times m}{r^۲}$$

$$\Rightarrow (m^۲ - x^۲) = \frac{۳}{۴}m^۲ \Rightarrow ۴m^۲ - ۴x^۲ = ۳m^۲ \Rightarrow m^۲ = ۴x^۲ \Rightarrow x = \frac{m}{۲}$$

بنابراین باید ۵۰% از جرم یکی کم کرده و به دیگری اضافه کنیم.

@Moshaver_Free
کانال مشاور رفسنجانی

۴۹

گزینه ۴

باتوجه‌به قانون گرانش نیوتن داریم:

$$F = G\frac{m.M}{r^{۲}}$$

چون جسم در حال تعادل است:

$$F_A = F_B \Rightarrow \frac{GmM_A}{r_A^{۲}} = \frac{GmM_B}{r_B^{۲}} \Rightarrow \frac{M_A}{r_A^{۲}} = \frac{M_B}{r_B^{۲}}$$
$$\frac{M_A}{۴^{۲}} = \frac{M_B}{۹^{۲}} \Rightarrow \frac{M_A}{M_B} = (\frac{۴}{۹})^{۲} = \frac{۱۶}{۸۱}$$

(در تناسب هنگامی که واحدها یکسان هستند، نیازی به تبدیل واحدها نیست.)

۵۰

گزینه ۴

باتوجه‌به رابطهٔ نیروی گرانشی داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \text{روی سطح زمین}: W = G\frac{mMe}{R_e^{۲}} \\ \text{در ارتفاع } h: W_h = G\frac{mMe}{(R_e+h)^{۲}} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{W}{W_h} = (\frac{R_e+h}{R_e})^{۲} = (۱+\frac{h}{R_e})^{۲} \Rightarrow \frac{W}{۲۰} = (۱+۲)^{۲} \Rightarrow W = ۲۰ \times ۹ = ۱۸۰N$$

@Moshaver_Free

۵۱

گزینه ۳

$$m_A = m_B = m$$

$$F_A = F_B \Rightarrow \frac{mv_A^{۲}}{R_A} = \frac{mv_B^{۲}}{R_B}$$

کانال مشاور فری

اگر به‌جای v_B، $۲v_A$ قرار دهیم، خواهیم داشت:

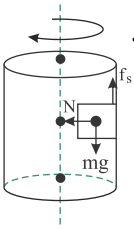
$$\frac{mv_A^{۲}}{R_A} = \frac{mv_B^{۲}}{۲R_A}$$

طرفین را در R_A ضرب می‌کنیم.

$$mv_A^{۲} = \frac{۱}{۲}mv_B^{۲} \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_A^{۲} = \frac{۱}{۲}(\frac{۱}{۲}mv_B^{۲}) \Rightarrow K_A = \frac{۱}{۲}K_B$$

۵۲ گزینه ۴

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و سپس نیروی مرکزگرا را تعیین نموده و در آخر، شرط ساکن ماندن جسم را به کار برده و دورهٔ چرخش را حساب می‌کنیم. مطابق شکل زیر، نیروی عمودی تکیه‌گاه (N)، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند. از طرف دیگر شرط ساکن ماندن جسم نسبت به بدنهٔ استوانه آن است که $f_{s\,\max} \geq mg$ باشد؛ بنابراین می‌توان نوشت:



$$f_{s\,\max} \geq mg \xrightarrow{f_{s\,\max}=\mu_s N} \mu_s N \geq mg$$

$$\xrightarrow{N=F_{net}=m\frac{v^۲}{r}} \mu_s \cancel{m}\frac{v^۲}{r} \geq \cancel{m}g \Rightarrow \mu_s \frac{v^۲}{r} \geq g \quad (۱)$$

باتوجه‌به:

$$T = \frac{۲\pi r}{v} \Rightarrow v = \frac{۲\pi r}{T} \quad (۲)$$

حال با جایگذاری رابطهٔ (۲) در (۱) داریم:

$$\xrightarrow{(۲),(۱)} \mu_s r \times \frac{۴\pi^۲}{T^۲} \geq g \xrightarrow{r=۰/۳\,m \;,\; \mu_s=۰/۳}$$

$$\frac{۰/۳ \times ۰/۳ \times ۴ \times ۱۰}{T^۲} \geq ۱۰ \Rightarrow T^۲ \leq ۰/۳۶ \Rightarrow T \leq ۰/۶$$

بنابراین دوره نمی‌تواند از $۰/۶\,s$ بیشتر شود؛ زیرا اگر $T > ۰/۶\,s$ شود، $f_{s\,\max} < mg$ خواهد شد و جسم سقوط می‌کند.

@Moshaver_Free

۵۳ گزینه ۲

سرعت چرخش ماهواره از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \Rightarrow v \propto \frac{۱}{\sqrt{r}}$$

کانال مشاور فری

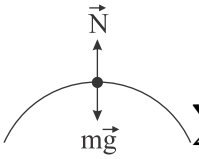
چون شعاع مدار جدید، ۳۶ درصد کاهش‌یافته است؛ بنابراین داریم:

$$r_۲ = r_۱ - ۰/۳۶\,r_۱ = ۰/۶۴\,r_۱$$

$$\frac{v_۲}{v_۱} = \sqrt{\frac{r_۱}{r_۲}} = \sqrt{\frac{r_۱}{۰/۶۴\,r_۱}} \Rightarrow \frac{v_۲}{v_۱} = \sqrt{\frac{۱۰۰}{۶۴}} = \frac{۱۰}{۸} = \frac{۵}{۴} \Rightarrow \frac{v_۲}{v_۱} = ۱/۲۵$$

۵۴ گزینه ۱

برآیند نیروهای وزن و نیروی عمودی سطح نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند.



$$\sum F_T = m\frac{v^۲}{R}$$

$$mg - N = m\frac{v^۲}{R} \xrightarrow[N=۰]{\text{در آستانهٔ جدا شدن از تپه}} mg = m\frac{v_{\max}^۲}{R}$$

$$\Rightarrow v_{\max} = \sqrt{Rg} \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{۲۵۰ \times ۱۰} \Rightarrow v_{\max} = ۵۰\ m/s$$

۵۵ گزینه ۲

پایستگی انرژی : $\frac{۱}{۲}mV_A^۲ + mgh_A = \frac{۱}{۲}mV_B^۲ + mgh_B$

$$\frac{۱}{۲}mV_A^۲ + mgR = \frac{۱}{۲}mV_B^۲ + ۰$$

$$V_A^۲ + ۲Rg = V_B^۲ \Rightarrow ۳۶ + ۲ \times ۲ \times ۱۰ = V_B^۲ \Rightarrow V_B^۲ = ۷۶$$

$$T_B - mg = \frac{mV_B^۲}{R} \Rightarrow T_B - ۵ = \frac{۰/۵ \times ۷۶}{۲} \Rightarrow T_B - ۵ = ۱۹ \Rightarrow T_B = ۲۴\ N$$

@Moshaver_Free
کانال مشاور فری

۵۶ گزینه ۴

گزینهٔ "۱": نادرست، طبق رابطهٔ $F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ اگر برآیند نیروها صفر باشد $\Delta P = ۰$ می‌شود، درنتیجه $P_۱ = P_۲$ است. یعنی تکانه ثابت می‌ماند و ممکن است، صفر نباشد

گزینهٔ "۲": نادرست، چون در حرکت دایره‌ای یکنواخت، بردار سرعت به علت تغییر جهت آن تغییر می‌کند، بنابراین حرکت، شتاب‌دار است، لذا بر جسم نیرو وارد می‌شود.

گزینهٔ "۳": نادرست، اگرچه در حرکت دایره‌ای یکنواخت اندازهٔ سرعت ثابت است، اما چون بردار سرعت تغییر می‌کند، الزاماً بر آن نیرو وارد می‌شود.

گزینهٔ "۴": درست، در حرکت شتاب‌دار تند شونده بر روی خط راست، بردارهای سرعت و شتاب هم‌جهت‌اند، بنابراین چون همواره نیرو و شتاب هم‌جهت‌اند باید سرعت با نیرو نیز هم‌جهت باشند.

۵۷ گزینه ۳

چون تسمه روی چرخ‌های A و B لغزش ندارد، بنابراین اندازهٔ سرعت خطی هر نقطه از محیط دو چرخ الزاماً با هم مساوی است. در حرکت دایره‌ای یکنواخت چون جهت بردار سرعت عوض می‌شود، بنابراین این حرکت از نوع شتاب‌دار است. برای مقایسهٔ اندازهٔ شتاب جانب مرکز دو نقطه از محیط این چرخ‌ها، داریم:

$$a = \frac{v^۲}{R} \xrightarrow{v_A = v_B} \frac{a_A}{a_B} = \frac{R_B}{R_A} \xrightarrow{R_B = ۲R_A} \frac{a_A}{a_B} = ۲$$

۵۸ گزینه ۱

سرعت ماهواره با جذر شعاع دوران (فاصله از مرکز زمین) نسبت عکس دارد، پس:

$$\frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{r_B}{r_A}}=\sqrt{\frac{۱۲۶۵۰+۶۳۷۰}{۶۳۱۰+۶۳۷۰}}=\sqrt{\frac{۳}{۲}}$$

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲\Rightarrow\frac{K_A}{K_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\left(\frac{v_A}{v_B}\right)^۲=\frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۲}=\frac{۳}{۴}$$

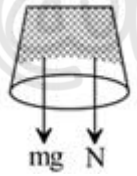
۵۹ گزینه ۴

تنها نیروی مرکزگرا برای شخص، نیروی اصطکاک ایستایی است. اگر سرعت از این مقدار بیشتر شود، اصطکاک نمی‌تواند نیروی مرکزگرای لازم را تأمین کند؛ لذا شخص از مسیر دایره‌ای خارج شده و خواهد لغزید.

$$f_{s_{\max}}=m\frac{v^۲}{r}\Rightarrow\mu_s\cancel{m}g=\cancel{m}\frac{v^۲}{r}\Rightarrow ۰/۵\times ۱۰=\frac{v^۲}{۵}\Rightarrow v^۲=۲۵\Rightarrow v=۵\,m/s$$

۶۰ گزینه ۲

گزینهٔ ۲ پاسخ تست است، زیرا با افزایش سرعت، امکان ریختن آب کمتر می‌شود:



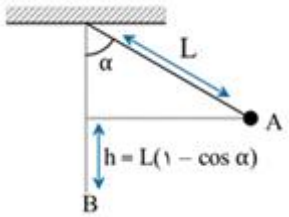
@Moshaver_Free
کانال مشاوره فری

$N+mg=\frac{mv^۲}{R}$ با افزایش سرعت N افزایش می‌یابد،

درصورتی‌که اگر کاهش سرعت داشته باشیم و به کمتر از $\sqrt{Rg}$ برسانیم، شعاع چرخش آب کاهش یافته و آب می‌ریزد.

۶۱ گزینه ۲

بیشترین کشش نخ وقتی‌که گلوله در پایین‌ترین نقطه برسد (چرا؟)، باتوجه‌به اینکه اصطکاک و مقاومت هوا از سرعت می‌کاهد، پس بیشترین کشش نخ در صورتی است که انرژی تلف نشود. قانون بقای انرژی را می‌نویسیم:



$$E_A=E_B\Rightarrow mgh=\frac{۱}{۲}mV^۲$$

$$mgL\,(۱-Cos\ \alpha)=\frac{۱}{۲}mV^۲\Rightarrow V^۲=g$$

در نقطهٔ B : $T-mg=\frac{mV^۲}{R}\Rightarrow T=mg+\frac{m\times g}{۱}=۲mg$

۶۲

گزینه ۴

ابتدا بزرگی شتاب ذره را به دست می‌آوریم، سپس باتوجه‌به رابطهٔ $a = \frac{v^۲}{r}$ در حرکت دایره‌ای یکنواخت داریم:

$$\vec{a} = ۳\vec{i} + ۴\vec{j} \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{(۳)^۲ + (۴)^۲} = ۵\, m/s^۲$$
$$|\vec{a}| = \frac{v^۲}{r} \Rightarrow ۵ = \frac{v^۲}{۲} \Rightarrow v = \sqrt{۱۰}\, m/s$$

۶۳

گزینه ۲

گام اول

الف) حرکت دایره‌ای یکنواخت با شعاع $r = ۲\, mm = ۲ \times ۱۰^{-۳}\, m \leftarrow ۲\, mm$

ب) بزرگی نیروی مغناطیسی وارد بر ذره $F_{\text{مغناطیسی}} = ۳/۲ \times ۱۰^{-۱۶}\, N \leftarrow ۳/۲ \times ۱۰^{-۱۶}\, N$

گام دوم

با استفاده از روابط $F = \frac{mv^۲}{r}$ و $K = \frac{۱}{۲}mv^۲$، انرژی جنبشی ذره را محاسبه می‌کنیم؛ ازطرفی می‌دانیم تنها نیروی وارد بر ذره، نیروی مغناطیسی است؛ پس داریم:

$$F_{\text{مرکزگرا}} = F_{\text{مغناطیسی}} \Rightarrow \frac{mv^۲}{r} = ۳/۲ \times ۱۰^{-۱۶} \Rightarrow \frac{mv^۲}{۲ \times ۱۰^{-۳}} = ۳/۲ \times ۱۰^{-۱۶} \Rightarrow mv^۲ = ۶/۴ \times ۱۰^{-۱۹} \quad (*)$$
$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \overset{(*)}{=} \frac{۱}{۲} \times ۶/۴ \times ۱۰^{-۱۹} = ۳/۲ \times ۱۰^{-۱۹}\, J \xrightarrow[n=۱]{e = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} C} K = \frac{۳/۲ \times ۱۰^{-۱۹}}{۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}} = ۲\, eV$$

۶۴

گزینه ۴

شتاب مرکزگرای ماهواره، همان شتاب گرانش (g) است.

$$g = \frac{GM}{r^۲} = \frac{GM}{(R_e + h)^۲}$$

در سطح زمین $g = ۱۰\, m/s^۲$ و ما می‌خواهیم مقدار g در فاصلهٔ $\frac{۱}{۵}R_e$ از سطح زمین را به دست آوریم.

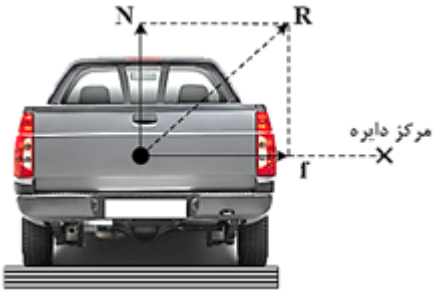
$$\frac{g'}{g} = (\frac{r}{r'})^۲ \Rightarrow \frac{g'}{۱۰} = \left(\frac{R'_e}{R_e + \frac{۱}{۵}R_e}\right)^۲ \Rightarrow g' = \frac{۲۵}{۳۶} \times ۱۰ = \frac{۲۵۰}{۳۶} \simeq ۷\, m/s^۲$$

@Moshaver_Free
کانال مشاور فری

۶۵ گزینه ۲

نیروی مرکزگرا، اصطکاک عرضی است که سطح جاده بر لاستیک‌ها وارد می‌کند.

$$f = \frac{mV^۲}{R} = \frac{۱۵۰۰ \times ۳۰^۲}{۹۰} = ۱۵۰۰۰N$$
$$N - mg = ۰ \Rightarrow N = mg \Rightarrow N = ۱۵۰۰۰N$$
$$R = \sqrt{N^۲ + f^۲} = ۱۵\sqrt{۲} \times ۱۰^۳ N$$



۶۶ گزینه ۱

@Moshaver_Free

در پیچ افقی، نیروی مرکزگرا اصطکاک است.

$$f = \frac{mv^۲}{R} \,,\, f \le \mu N \Rightarrow \frac{mv^۲}{R} \le \mu mg \Rightarrow v^۲ \le \mu Rg \Rightarrow \frac{v^۲}{Rg} \le \mu \Rightarrow v^۲_{\max} = \mu Rg$$

μ عوض نشده اما R عوض شده است.

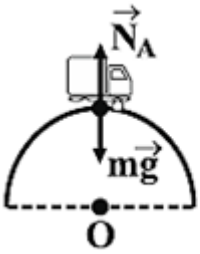
$$\text{حالت اول} \;:\; ۲۰^۲ = ۶۰\mu g \Rightarrow \mu g = \frac{۲۰^۲}{۶۰}$$

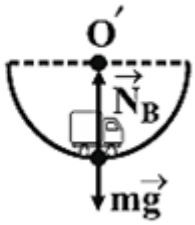
$$\text{حالت دوم} \;:\; \mu g = \frac{v^۲}{۹۰} \Rightarrow v^۲ = \frac{۲۰^۲}{۶۰} \times ۹۰ = \frac{۳}{۲} \times ۲۰^۲ = ۶۰۰ \Rightarrow v = ۱۰\sqrt{۶}\, m/s$$

کانال مشاور فری

۶۷ گزینه ۳

واکنش نیروی وارد از طرف کامیون بر تکیه‌گاه (پل) همان N است. نیروهایی که در هریک از نقطه‌های A و B بر کامیون وارد می‌شود را رسم می‌کنیم و سپس قانون دوم نیوتون را برای هر نقطه نوشته و N_A و N_B را به دست می‌آوریم و نسبت آنها را حساب می‌کنیم.

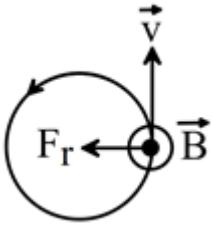




$$mg - N_A = m\frac{v^۲}{R} \Rightarrow N_A = m(g - \frac{v^۲}{R})$$
$$N_B - mg = m\frac{v^۲}{R} \Rightarrow N_B = m(g + \frac{v^۲}{R})$$
$$\frac{N_A}{N_B} = \frac{m(g - \frac{v^۲}{R})}{m(g + \frac{v^۲}{R})} \xrightarrow[R=۱۰۰\,m]{v=۲۰\,m/s} \frac{N_A}{N_B} = \frac{۱۰ - \frac{۴۰۰}{۱۰۰}}{۱۰ + \frac{۴۰۰}{۱۰۰}} \Rightarrow \frac{N_A}{N_B} = \frac{۶}{۱۴} \Rightarrow \frac{N_A}{N_B} = \frac{۳}{۷}$$

۶۸ گزینه ۳

باتوجه‌به جهت نیروی مرکزگرای وارد بر ذره که به سمت مرکز دایره است و با استفاده از قاعدهٔ دست راست جهت سرعت ذرهٔ منفی را تعیین می‌کنیم، باتوجه‌به جهت سرعت، ذره به‌صورت پادساعت‌گرد در مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند. نیروی مرکزگرای وارد بر ذره همان نیروی مغناطیسی وارد بر ذره است.



$$F_B = F_r \xrightarrow[F_B=|q|vB\sin\theta]{F_r=\frac{mv^۲}{R}} |q|vB\sin\theta = \frac{mv^۲}{R}$$

$$v = \frac{|q|BR\sin\theta}{m} \xrightarrow[m=۴mg=۴\times۱۰^{-۶}kg\ ,R=۶\ cm=۶\times۱۰^{-۲}\ m]{\theta=۹۰^\circ\ ,\ |q|=۲mC=۲\times۱۰^{-۳}C,\ B=۱۰^۳G=۰/۱T}$$

$$v = \frac{۲\times۱۰^{-۳}\times۰/۱\times۶\times۱۰^{-۲}\times۱}{۴\times۱۰^{-۶}} = ۳\,m/s \xrightarrow[R=۶\times۱۰^{-۲}m]{a=\frac{v^۲}{R}} a = \frac{۳^۲}{۶\times۱۰^{-۲}} \Rightarrow a = ۱۵۰\,m/s^۲$$

۶۹ گزینه ۴

نیروی مرکزگرای ماهواره همان وزن آن است.

$$m\frac{v^۲}{r} = G\frac{mM_e}{r^۲} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \Rightarrow \frac{v_۲}{v_۱} = \sqrt{\frac{r_۱}{r_۲}}$$

$$\frac{v_۲}{v_۱} = \sqrt{\frac{R_e+h_۱}{R_e+h_۲}} = \sqrt{\frac{R_e+R_e}{R_e+۳R_e}} = \sqrt{\frac{۲}{۴}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۷۰ گزینه ۴

$$\frac{GMm}{r^۲} = m\frac{V^۲}{r} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{GM}{r}} \Rightarrow \frac{V_۲}{V_۱} = \sqrt{\frac{r_۱}{r_۲}} = \sqrt{\frac{R_e+\frac{۱}{۶}R_e}{Re+\frac{۱}{۱۲}Re}} = \sqrt{\frac{\frac{۷}{۶}}{\frac{۱۳}{۱۲}}} = \sqrt{\frac{۱۴}{۱۳}}$$

@Moshaver_Free
کانال مشاور فری