

MrKonkori

۱) در نامعادله $\sqrt[3]{x} \leq 5$ به جای x چند مقدار صحیح متمایز می توان قرار داد؟

۱۵۳ (۴)

۱۵۲ (۳)

۱۵۴ (۲)

۱۵۱ (۱)

۲) ریشه ی سوم 64 چند برابر ریشه ی دوم 32 است؟

$\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴)

$\pm \sqrt{2}$ (۳)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ فقط (۲)

$\sqrt{2}$ فقط (۱)

۳) اگر $-1 < a < 0$ ، کدام عدد زیر از بقیه بزرگ تر است؟

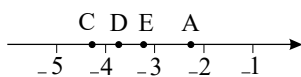
$-a^4$ (۴)

a^3 (۳)

a (۲)

$\sqrt[3]{a}$ (۱)

۴) با توجه به محور زیر، کدام گزینه نمی تواند صحیح باشد؟



$D = -\sqrt{15}$ (۴)

$E = -\sqrt[3]{17}$ (۳)

$C = -3\sqrt{2}$ (۲)

$A = -\sqrt[3]{9}$ (۱)

۵) چه تعداد از تساوی های زیر صحیح است؟

$\sqrt[5]{\frac{7}{16a^5}} \times \sqrt[5]{\frac{243}{14}} = \frac{7}{2a}$ (پ) (۴) صفر

$\sqrt[5]{72} \times \sqrt[5]{108} = 6$ (ب) (۳) ۳

$\sqrt[6]{4} \times \sqrt[6]{80} = 2\sqrt[6]{5}$ (الف) (۲) ۲

(۱) ۱

۶) اگر تساوی $\frac{1}{x^3+1} = \frac{ax+b}{x^2-x+1} + \frac{c}{x+1}$ با شرط $x \neq -1$ یک اتحاد باشد، $a-b+2c$ کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

$-\frac{2}{3}$ (۳)

$-\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

۷) حاصل عبارت $(2\sqrt{2})^3 + (3-\sqrt{2})^3 + (-3-\sqrt{2})^3$ کدام است؟

$-42\sqrt{2}$ (۴)

$36\sqrt{2}$ (۳)

$-36\sqrt{2}$ (۲)

$-6\sqrt{2}$ (۱)

۸) چه تعداد اعداد صحیح در هر دو نامساوی زیر صدق می کنند؟

I) $2 < \sqrt{x} < 3$ II) $3 \leq \sqrt{x} \leq 5$

۱۹ (۴)

۱۸ (۳)

۱۷ (۲)

۱۶ (۱)



۹ کسر $\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1}$ با کدام گزینه ی زیر برابر است؟

- ۱ $\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1$ ۲ $\sqrt[3]{2} + 1$ ۳ $\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1$ ۴ $\sqrt[3]{2} - 1$

۱۰ حاصل عبارت زیر به ازای $n = 4$ کدام است؟

$$4 \times \underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2^n}}}}}_{n \text{ تا}}$$

- ۱ $\sqrt[4]{8}$ ۲ ۲ ۳ $\sqrt[4]{2}$ ۴ $4\sqrt[4]{2}$

۱۱ با فرض $x \geq 0$ ، عبارت $-\sqrt{x^9}$ با کدام عبارت برابر است؟

- ۱ $-x\sqrt[3]{x}$ ۲ $x^4\sqrt{x}$ ۳ $-x^2\sqrt{x}$ ۴ هیچکدام

۱۲ اگر $|x-1| = 1-x$ باشد، آنگاه $\sqrt[3]{(x-1)^5}$ برابر با کدام است؟

- ۱ $(x-1)\sqrt[3]{(x-1)^2}$ ۲ $(1-x)\sqrt[3]{(x+1)^2}$ ۳ $(x-1)\sqrt[3]{(1+x)^2}$ ۴ $(1-x)\sqrt[3]{(1-x)^2}$

۱۳ حاصل عبارت $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} + \sqrt{3}$ کدام است؟

- ۱ $2\sqrt{3}$ ۲ $\sqrt{3}$ ۳ ۲ ۴ $\sqrt{2}$

۱۴ حاصل عبارت $\sqrt{27} + \sqrt[4]{9}$ کدام است؟

- ۱ $4\sqrt{3}$ ۲ $3\sqrt{3}$ ۳ $2\sqrt{3}$ ۴ $\sqrt{3}$

۱۵ اگر a عددی منفی باشد، حاصل عبارت $\sqrt{a^2} + \sqrt[3]{a^3} + \sqrt[4]{a^4} + \sqrt[5]{a^5}$ کدام است؟

- ۱ $-a + a\sqrt{a}$ ۲ $-a + a\sqrt[3]{a}$ ۳ $-a + a\sqrt[5]{a^2}$ ۴ $-a + a^2$

۱۶ اگر $x < 0 < y$ باشد حاصل عبارت $\sqrt[4]{x^4y^4} + \sqrt[3]{x^3y^3} + \frac{\sqrt{xy^2}}{y}$ کدام است؟

- ۱ \sqrt{x} ۲ \sqrt{y} ۳ $-\sqrt{x}$ ۴ $-\sqrt{y}$

۱۷ اگر داشته باشیم $\frac{a}{b} = -1$ و $bc < 0$ آنگاه حاصل عبارت $\frac{\sqrt{a^2}}{a} + \frac{\sqrt{b^2}}{b} + \frac{\sqrt{c^2}}{c}$ کدام است؟

- ۱ ۱ ۲ -۱ ۳ صفر ۴ ۲



۱۸) حاصل عبارت $\sqrt[n+1]{\frac{3^{n+2}}{\sqrt[n]{9^n} \sqrt[n+1]{3^{n+1}}}}$ کدام است؟ $n \geq 2$
 $n \in \mathbb{N}$

- ۱) ۳ (۱) ۲) $\sqrt[n]{3}$ (۲) ۳) $\sqrt[n+1]{3}$ (۳) ۴) $\sqrt[n+1]{3}$ (۴)

۱۹) اگر $\left(\frac{1}{x}\right)^4 = 0,0016$ باشد، آنگاه حاصل $\sqrt{5x}$ کدام است؟

- ۱) $\sqrt{5}$ (۱) ۲) ۱۰ (۲) ۳) $2\sqrt{5}$ (۳) ۴) ۵ (۴)

۲۰) اگر $\sqrt[n]{2} \times \sqrt[n]{2^2} = \sqrt{2}$ باشد، آنگاه n کدام است؟

- ۱) ۶ (۱) ۲) ۵ (۲) ۳) ۴ (۳) ۴) ۳ (۴)

۲۱) حاصل عبارت $\frac{\sqrt{x^2} + (\sqrt{-x})^2}{-2x}$ کدام است؟

- ۱) ۱ (۱) ۲) x (۲) ۳) x^2 (۳) ۴) x^2 (۴)

۲۲) اگر داشته باشیم $\sqrt{a+2/5} \sqrt{2a+5} = \sqrt{8}$ ، آنگاه a کدام است؟

- ۱) $-\frac{4}{5}$ (۱) ۲) $-\frac{3}{4}$ (۲) ۳) $-\frac{2}{3}$ (۳) ۴) $-\frac{1}{2}$ (۴)

۲۳) اگر $\sqrt{a-3} + |2-a| = a$ باشد، آنگاه a کدام است؟

- ۱) ۱۰ (۱) ۲) ۷ (۲) ۳) ۴ (۳) ۴) ۲ (۴)

۲۴) اگر $a = \sqrt{3} + \sqrt{15}$ و $b = 3\sqrt{2}$ و $c = \sqrt{3}(\sqrt{(-2)^2})$ باشد، آنگاه کدام نامساوی برقرار است؟

- ۱) $a > b > c$ (۱) ۲) $b > a > c$ (۲) ۳) $c > a > b$ (۳) ۴) $c > b > a$ (۴)

۲۵) اگر $A = \left(\frac{\sqrt[3]{32}}{\sqrt[5]{256}} + \frac{\sqrt[5]{128}}{\sqrt[3]{16}} \right)$ باشد، حاصل A^{60} کدام است؟

- ۱) 2^{128} (۱) ۲) 2^{64} (۲) ۳) 2^{32} (۳) ۴) 2^{16} (۴)

۲۶) مقایسه‌ی انجام شده در کدام یک از گزینه‌ها درست است؟

- ۱) $2\sqrt[3]{7} < \sqrt{7} < 3\sqrt[6]{3}$ (۱) ۲) $\sqrt{7} < 3\sqrt[6]{3} < 2\sqrt[3]{7}$ (۲) ۳) $3\sqrt[6]{3} < 2\sqrt[3]{7} < \sqrt{7}$ (۳) ۴) $\sqrt{7} < 2\sqrt[3]{7} < 3\sqrt[6]{3}$ (۴)

۲۷) حاصل عبارت $\frac{(0,0016)^{0,25}}{(0,04)^{0,5}}$ کدام است؟

- ۱) ۴ (۱) ۲) ۳ (۲) ۳) ۲ (۳) ۴) ۱ (۴)



۲۸ حاصل عبارت $\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3} \times \sqrt{3}}$ کدام است؟

۲ (۴)

 $\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۲)

۱ (۱)

۲۹ اگر $|a| = a$ و $a \neq 0$ ، حاصل $\left(\frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[2]{a^3}}\right)^{-\frac{6}{5}}$ کدام است؟

 a^2 (۴) a (۳) \sqrt{a} (۲)

۱ (۱)

۳۰ حاصل عبارت $\frac{1}{4} \left(-\frac{1}{8}\right)^{-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}}$ کدام است؟

۱۶ (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۳۱ اگر $3 = x^{0.246}$ باشد، حاصل $x^{0.738}$ کدام است؟

۸۱ (۴)

۲۷ (۳)

۹ (۲)

۳ (۱)

۳۲ عبارت $\frac{1}{3^{\frac{n}{25}}}$ با کدام عبارت زیر مساوی است؟

 $3^{-0.04n}$ (۴) $3^{0.4n}$ (۳) 3^{-4n} (۲) 3^{4n} (۱)

۳۳ اگر $a + b > 0$ و $(a + b)^{-n} = \frac{\sqrt[5]{(a + b)^3} \sqrt[3]{(a + b)^2}}{\sqrt[21]{a^2 + b^2 + 2ab}}$ باشد و n و m نسبت به هم اول باشند آنگاه

حاصل $\frac{1}{m}$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۳۴ اگر $A = \sqrt[4]{a^3} \sqrt[2]{a}$ و $B = a^{\frac{-1}{6}}$ باشد، آنگاه حاصل $\frac{1}{B}$ کدام است؟

 $\sqrt{a^3}$ (۴) a^2 (۳) a (۲)

۱ (۱)

۳۵ حاصل $\frac{1}{b} \sqrt{a\sqrt{b}} \times \sqrt{a\sqrt{b\sqrt{a}}}$ کدام است؟

 $\sqrt[4]{(ab)^{18}}$ (۴) $\sqrt[4]{(ab)^7}$ (۳) \sqrt{ab} (۲) $\sqrt[4]{(ab)^7}$ (۱)

۳۶ اگر $x = y^2$ و $y^A = \frac{1}{y}$ باشد، آنگاه y کدام است؟

-۲ (۴)

-۱ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



۳۷ حاصل عبارت $\frac{\sqrt{a^{50}} \sqrt[3]{a^{50}} \sqrt[4]{a^{50}}}{\sqrt[4]{\sqrt[3]{a^5}} \times \sqrt[6]{\sqrt{a^{85}}}}$ کدام است؟

- ۱ $\sqrt[4]{a}$ ۲ $\sqrt[12]{a}$ ۳ $\sqrt[12]{a^{335}}$ ۴ ۲

۳۸ اگر $\sqrt{\frac{\sqrt[3]{2^{4n}}}{\sqrt[5]{4}}} = 2$ باشد، آنگاه n کدام است؟

- ۱ $1/2$ ۲ $1/4$ ۳ $1/6$ ۴ $1/8$

۳۹ اگر $\sqrt[3]{a^2} = \sqrt[3]{c\sqrt{c}}$ و $\sqrt{a} = b$ باشد، آنگاه کدام گزینه زیر صحیح است؟

- ۱ $b^8 = c^3$ ۲ $b^9 = c^2$ ۳ $b^6 = c$ ۴ $b^5 = \sqrt{c}$

۴۰ اگر $a = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ و $b = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}}$ و $c = \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{3}{4}}$ باشد، کدام نامساوی صحیح است؟

(استفاده از ماشین حساب برای محاسبات ساده (مانند $3^8 = 6561$ یا $0.1 \simeq \frac{1}{10}$) بلامانع است)

- ۱ $a > b > c$ ۲ $a > c > b$ ۳ $b > c > a$ ۴ $c > b > a$

۴۱ اگر $a = \left(\frac{1}{0.7}\right)^{\frac{2}{3}}$ و $b = \left(\frac{1}{0.7}\right)^{\frac{2}{4}}$ و $c = \left(\frac{1}{0.7}\right)^{\frac{4}{5}}$ باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

- ۱ $a > b > c$ ۲ $c > b > a$ ۳ $b > c > a$ ۴ $c > a > b$

۴۲ حاصل عبارت $\frac{+2ab +}{a+b}$ کدام است؟

- ۱ $a+b$ ۲ $a-b$ ۳ $a^2 - b^2$ ۴ ۱

۴۳ اگر $x^2 - y^2 + 4y - 4 = 0$ ، آنگاه ساده شده عبارت جبری $\frac{(x+1)(y^2 + 2y + 1)}{(x^2 - 2x + 1)(y-1)}$ کدام است؟

($x, y > 0$)

- ۱ $\frac{(y+1)^2}{(y-3)^2}$ ۲ $\frac{(x+1)^2}{(x-3)^2}$ ۳ $\frac{(y+3)^2}{(y-1)^2}$ ۴ $\frac{(x-3)^2}{(x-1)^2}$

۴۴ اگر $x+y=5$ و $xy=6$ باشد، آنگاه حاصل $x^4 + y^4$ کدام است؟

- ۱ ۹۹ ۲ ۹۸ ۳ ۹۷ ۴ ۹۶

۴۵ اگر $\sqrt{3x-2} + \sqrt{3x+3} = 3$ باشد، حاصل $\sqrt{3x-2} - \sqrt{3x+3}$ کدام است؟

- ۱ $\frac{3}{5}$ ۲ $\frac{5}{3}$ ۳ $\frac{-5}{3}$ ۴ $\frac{-3}{5}$



۴۶ اگر $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} = 4$ باشد، آنگاه x کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) -۲ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $-\frac{1}{2}$

۴۷ اگر $3A = \frac{-x^2 + 2x + 99}{x-9} + \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}$ و $x = 3\sqrt{3}$ باشد، آنگاه A کدام است؟

- ۱) $3 + \sqrt{3}$ ۲) $3 - \sqrt{3}$ ۳) $2\sqrt{3}$ ۴) ۶

۴۸ حاصل $(\sqrt{16} + \sqrt{10} - \sqrt{6})(\sqrt{8} - \sqrt{5} + \sqrt{3})$ کدام است؟

- ۱) $2\sqrt{30}$ ۲) $2\sqrt{15}$ ۳) $2\sqrt{10}$ ۴) $2\sqrt{5}$

۴۹ تعداد مقادیر حقیقی x که در معادله $8^{x+5} = (2^{6x+3})(4^{3x+6})$ صدق می‌کند برابر با کدام است؟

- ۱) صفر ۲) یک ۳) سه ۴) بیش از سه

۵۰ تنها عدد طبیعی n که در معادله $256 = \left((2^{2n} + 1)(2^{2n} - 1) + 1 \right)^{\frac{1}{4}}$ صدق می‌کند در کدام مجموعه

است؟

- ۱) $\{1, 2, 3\}$ ۲) $\{4, 5, 6\}$ ۳) $\{7, 8, 9\}$ ۴) $\{10, 11, 12\}$

۵۱ اگر $x + y = 7$ و $xy = 5$ باشد، $x^3 + y^3$ کدام است؟

- ۱) ۲۱۶ ۲) ۲۳۸ ۳) ۲۴۴ ۴) ۲۶۴

۵۲ حاصل ضرب دو عدد حقیقی ۱ و مجموع آنها ۳ است. مجموع توان‌های سوم آنها کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۱۸ ۳) ۲۴ ۴) ۲۷

۵۳ در تجزیه‌ی عبارت $1 - \frac{\sqrt{2}x}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$ به صورت $(x+a)(x-\frac{\sqrt{2}}{2})$ مقدار a کدام است؟

- ۱) $\sqrt{2}$ ۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۳) $-\sqrt{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۵۴ حاصل عبارت $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{7} + \sqrt{5 - \sqrt{7}}}{\sqrt{5} + \sqrt{7} - \sqrt{5 - \sqrt{7}}}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{5 + 3\sqrt{2}}{7}$ ۲) $\frac{5\sqrt{7} + 3\sqrt{14}}{7}$ ۳) $\frac{5 - 3\sqrt{2}}{7}$ ۴) $\frac{5\sqrt{7} - 3\sqrt{14}}{7}$

۵۵ اگر $x = \sqrt[3]{2}\sqrt{2}$ باشد، x^2 برابر با کدام است؟

- ۱) $\sqrt{2}$ ۲) $\sqrt[3]{2}$ ۳) $\sqrt[3]{4}$ ۴) ۲



۵۶ ریشه نهم عدد $(9^9)^{(9^9)}$ کدام است؟

- ۱ 9^9 ۲ $9^{(9^8)}$ ۳ 9^{80} ۴ $9^{(9^9-1)}$

۵۷ حاصل $\sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$ کدام است؟

- ۱ ۲ ۲ $\sqrt{3}$ ۳ $4\sqrt{2}$ ۴ $2\sqrt{2}$

۵۸ کدام عدد زیر گنگ است؟

- ۱ $1024^{0.1}$ ۲ $27^{\frac{1}{3}}$ ۳ $100^{0.5}$ ۴ $100^{0.1}$

۵۹ اگر $x = \sqrt[13]{2^{15}}$ باشد، حاصل $\sqrt[5]{x^2} \times \sqrt[3]{x}$ برابر است با:

- ۱ ۱۶ ۲ ۸ ۳ ۴ ۴ ۲

۶۰ ساده ترین عبارت جبری که در $\sqrt[3]{4a^2}$ ضرب شود تا حاصل مربع کامل گردد، کدام است؟ ($a > 0$)

- ۱ $(2a)^{\frac{2}{3}}$ ۲ $(2a)^{\frac{4}{3}}$ ۳ $a(2a)^{\frac{1}{3}}$ ۴ $2(2a)^{\frac{1}{3}}$

۶۱ حاصل $(\sqrt[3]{27} - \sqrt{6 + \frac{3}{4}})^2$ کدام است؟

- ۱ $\frac{3}{4}$ ۲ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۳ $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ۴ $\frac{3}{2}$

۶۲ در تجزیه ی عبارت $a^2m - b^2m + b^2n - a^2n$ کدام عامل وجود ندارد؟

- ۱ $a - b$ ۲ $a + b$ ۳ $m + n$ ۴ $m - n$

۶۳ ساده شده ی عبارت $\left(\sqrt[3]{5 + \left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)^4 + (-\sqrt{2})^2}\right)^{-\frac{3}{2}} + \left(\sqrt{\frac{9}{4}}\right)^3$ کدام است؟

- ۱ $3,25$ ۲ $3,5$ ۳ $3,75$ ۴ $4,5$

۶۴ ساده شده ی عبارت $\sqrt[3]{-3-\frac{1}{8}} + \sqrt{(1+\sqrt{2})^2 - 4\sqrt{2}} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-0,25}$ کدام است؟

- ۱ $-2,5$ ۲ $-2,25$ ۳ $-1,75$ ۴ $-1,5$

۶۵ اگر $x = 5 + \sqrt{17}$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{\frac{x-1}{16}} + \frac{1}{2x}$ کدام است؟

- ۱ $0,5$ ۲ $0,75$ ۳ $1,25$ ۴ $1,5$

۶۶ ساده شده ی عبارت $2b^3 + ab(b-a) - ab(a+b)$ کدام است؟

- ۱ $2b(b-a)(b+a)$ ۲ $2b(b-a)(a-b)$ ۳ $4b(b-a)b$ ۴ $9b(b-a)(b+a)$



۶۷) صورت دیگر عبارت $(ax + by)^2 - (ay + bx)^2$ کدام است؟

- ۱) $(a^2 - b^2)(x^2 - y^2)$ ۲) $(a^2 - x^2)(b^2 - y^2)$ ۳) $(a^2 + b^2)(x^2 - y^2)$ ۴) $(a^2 + x^2)(b^2 - y^2)$

۶۸) اگر $x = 7 - 2\sqrt{6}$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{\frac{x+2}{25}} + \frac{1}{x}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{5}{6}$ ۲) $\frac{8}{5}$ ۳) $\frac{2}{1}$ ۴) $\frac{4}{1}$

۶۹) اگر $x > 0$ و $xy < 0$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $\frac{-2}{|y - x - 2\sqrt{3}| - |x - y + 3\sqrt{2}|}$ کدام است؟

- ۱) $2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$ ۲) $3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$ ۳) $\frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{3}$ ۴) $\frac{3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{2}$

۷۰) در تساوی $x^2 + 6xy + 9y^2 - 2x - 6y - 3 = (x + A - 3)(x + B + 1)$ حاصل $A + B$ کدام است؟

- ۱) $6y$ ۲) 3 ۳) $3y$ ۴) صفر

۷۱) اگر حاصل عبارت $(2 - \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} (2 + \sqrt{3})^{\frac{4}{3}} \times \sqrt[3]{\sqrt{2}}$ به صورت $\sqrt[3]{A}$ باشد، A کدام است؟

- ۱) $\sqrt{3} - 1$ ۲) $\sqrt{3}$ ۳) 2 ۴) $\sqrt{3} + 1$

۷۲) حاصل عبارت $(\sqrt{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}) \times \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ کدام است؟

- ۱) $\sqrt{3}$ ۲) 2 ۳) $1 + \sqrt{3}$ ۴) $2\sqrt{3}$

۷۳) معادله $3^{2x+2} - 3^{x+3} - 3^x + 3 = 0$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- ۱) هیچ ۲) ۱ ریشه ۳) ۲ ریشه ۴) ۳ ریشه

۷۴) از چهار عدد $2^{\frac{1}{2}}, 3^{\frac{1}{3}}, 8^{\frac{1}{8}}, 9^{\frac{1}{9}}$ دو عددی که به ترتیب از چپ به راست بیشترین مقدار را دارند کدامند؟

- ۱) $2^{\frac{1}{2}}$ و $3^{\frac{1}{3}}$ ۲) $8^{\frac{1}{8}}$ و $9^{\frac{1}{9}}$ ۳) $9^{\frac{1}{9}}$ و $3^{\frac{1}{3}}$ ۴) $9^{\frac{1}{9}}$ و $8^{\frac{1}{8}}$

۷۵) بزرگترین مقسوم علیه مشترک سه جمله‌ای‌های $12x^2 - 12x - 9$ و $16x^2 + 16x + 4$ کدام است؟

- ۱) $2x + 1$ ۲) $2x + 2$ ۳) $4x + 1$ ۴) $4x + 2$

۷۶) بزرگترین عدد طبیعی n که در نامساوی $n^{200} < 5^{300}$ صادق است کدام است؟

- ۱) 8 ۲) 9 ۳) 10 ۴) 11

۷۷) اگر a عدد طبیعی و بزرگ‌تر از ۱ باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر، عبارتی همواره درست است؟

- ۱) $\sqrt[n]{a^n} = a$ ۲) $\sqrt[n]{a^n} = |a|$ ۳) $\sqrt[n]{a+b} = \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$ ۴) $(\sqrt[n]{a})^n = a$



۷۸) حاصل تقسیم کوچکترین مضرب مشترک عبارات $x^3 - 1$ و $(x - 1)^3$ بر بزرگترین مقسوم علیه مشترک آنها کدام است؟

- ۱) $x^3 - 1$ ۲) $(x - 1)(x^3 - 1)$ ۳) $x^2 + x + 1$ ۴) $(x - 1)^2(x^3 - 1)$

۷۹) اگر $\sqrt{x} = \left(\left(\left((16)^{\frac{1}{3}} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}}$ مقدار x کدام است؟

- ۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۲

۸۰) اگر n عددی صحیح باشد و $n < \sqrt[4]{475} < n + 1$ ، در این صورت n کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۸۱) حاصل $\frac{x^2 - 3x}{x - 4} + \frac{4 - x}{x - 4}$ برابر کدام است؟

- ۱) $2 - x$ ۲) $4 - x$ ۳) $x - 4$ ۴) $x - 2$

۸۲) مقدار عددی x از معادله $\frac{25^{3x}}{5^{2x+2}} = 5$ کدام است؟

- ۱) $\frac{-1}{2}$ ۲) $\frac{-1}{4}$ ۳) $\frac{-1}{6}$ ۴) $\frac{-1}{8}$

۸۳) اگر $\frac{ax^2 - ax}{4x} \times \frac{1}{x^2 + x - 2} = 6$ باشد، عدد a کدام است؟

- ۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۳

۸۴) حاصل عبارت $\left(\frac{x^2 + 1}{x + 2} - 2 \right) \div \left(\frac{1}{x^2 + 2x} \right)$ کدام است؟

- ۱) $x^2 - 3x$ ۲) $x^2 - x$ ۳) $x^2 + x$ ۴) $x^2 + 3x$

۸۵) حاصل $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 5x + 6} \div \frac{1}{x^2 - 3x}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{2}x$ ۲) $2x - 1$ ۳) $\frac{x + 2}{2}$ ۴) $x + 1$

۸۶) اگر $x^2 - 2x = 3$ باشد، حاصل $\frac{x^2 - 1}{x^3}$ کدام می‌تواند باشد؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۷) اگر $0 < a < 1$ ، حاصل عبارت $A = |\sqrt[3]{a} - a| - |a - \sqrt{a}| - |\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}|$ کدام است؟

- ۱) $2\sqrt{a}$ ۲) صفر ۳) $-2\sqrt[3]{a}$ ۴) $-2(\sqrt{a} - a)$



۸۸ اگر $\frac{\quad}{x^2 - 3x + 2} = \frac{\quad}{x - 1} + \frac{\quad}{x - 2}$ باشد، مقادیر a و b به ترتیب از راست به چپ برابر با کدام است؟

۴ و -۱ (۴)

۴ و ۱ (۳)

-۱ و ۴ (۲)

۱ و ۴ (۱)

۸۹ حاصل $(\sqrt[3]{2}^{\sqrt{7}-\sqrt{5}})^{\sqrt{7}} \times (\sqrt[3]{2}^{\sqrt{7}+\sqrt{5}})^{\sqrt{5}}$ کدام است؟

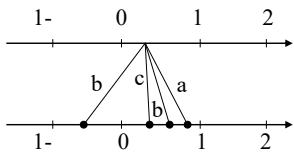
۴ (۴)

۸ (۳)

۱۶ (۲)

$8\sqrt[3]{2}$ (۱)

۹۰ در شکل زیر، نقطه‌ای از محور بالا توسط خط a و c و خط شکسته‌ی b به ریشه‌های سوم، چهارم و پنجم خود در محور پایین وصل شده است. از راست به چپ به ترتیب کدام خط مربوط به ریشه‌ی سوم، ریشه‌ی چهارم و ریشه‌ی پنجم است؟



b, c, a (۲)

c, b, a (۱)

b, a, c (۴)

a, b, c (۳)

۹۱ اگر $m = 3 \cot \theta$ و θ زاویه‌ای در ناحیه‌ی سوم مثلثاتی باشد، حاصل عبارت $A = \sqrt{m^2 + 9}$ کدام است؟

$\frac{1}{\sin \theta}$ (۴)

$3 \cos \theta$ (۳)

$-(3 \cot \theta + 3)$ (۲)

$\frac{3}{\cos \theta}$ (۱)

۹۲ حاصل عبارت $\frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} - \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{12}}$ کدام است؟

صفر (۴)

-۱ (۳)

-۲ (۲)

-۳ (۱)

۹۳ ساده شده‌ی عبارت $\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{75} - \frac{1}{2} \sqrt{196}$ کدام است؟

$5\sqrt{3}$ (۴)

$3\sqrt{3}$ (۳)

$2\sqrt{3}$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۱)

۹۴ اگر عبارت‌های $A = \sqrt[4]{-x} \times y^{\frac{1}{3}}$ و $B = \frac{z^{-\frac{1}{4}}}{\sqrt[5]{xy}}$ تعریف شده باشند، علامت A و B چگونه است؟

$A > 0, B < 0$ (۲)

$A > 0, B > 0$ (۱)

A و B می‌توانند مثبت یا منفی باشند. (۴)

$A < 0, B < 0$ (۳)

۹۵ اگر m و n دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک باشند، حاصل عبارت $\frac{\sqrt[m]{n} \times \sqrt[n]{n}}{\sqrt[n]{m} \times \sqrt[m]{m}}$ کدام است؟

۱ (۴)

$m+n \sqrt{\left(\frac{m}{n}\right)^{mn}}$ (۳)

$mn \sqrt{\left(\frac{m}{n}\right)^{m+n}}$ (۲)

$mn \sqrt{\left(\frac{m}{n}\right)^{m+n}}$ (۱)

۹۶ ساده شده‌ی عبارت $\left| \frac{\sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}} \right| - \left| \frac{4}{3 - \sqrt{5}} \right|$ کدام است؟

$1 + 2\sqrt{5}$ (۴)

$2 + \sqrt{5}$ (۳)

۲ (۲)

-۱ (۱)



۹۷) اگر $e^a = \frac{(\sqrt{\sqrt{3}+1})^{\frac{2}{3}} \times 27^{\frac{1}{9}} \times (\sqrt{3}-1)^{\frac{1}{3}}}{(2 \times 324^{\frac{1}{2}})^{-\frac{1}{2}}}$ ، مقدار a کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{12}$ ۲) $\frac{1}{6}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) ۱

۹۸) حاصل $\frac{1}{\sqrt[4]{5}}$ با کدام گزینه برابر است؟

- ۱) $\sqrt[4]{625}$ ۲) $\sqrt[4]{125}$ ۳) $5\sqrt[4]{125}$ ۴) $\frac{\sqrt[4]{125}}{5}$

۹۹) حاصل $\frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}$ برابر با کدام است؟

- ۱) $\sqrt[3]{2} - 1$ ۲) $\sqrt[3]{2} + 1$ ۳) $\frac{1}{\sqrt[3]{2} - 1}$ ۴) $\frac{1}{\sqrt[3]{2} + 1}$

۱۰۰) حاصل عبارت $\frac{2}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$ بعد از گویا کردن کدام است؟

- ۱) $-2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$ ۲) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ ۳) $2 - \sqrt{3}$ ۴) $\sqrt{2} - 3$

۱۰۱) اگر محیط دایره‌ای $\frac{6}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ باشد، مساحت آن کدام است؟ ($\pi \simeq 3$)

- ۱) $3(5 - 2\sqrt{6})$ ۲) $5(3 - 2\sqrt{6})$ ۳) $3(2 - 3\sqrt{5})$ ۴) $2(3 - 5\sqrt{6})$

۱۰۲) حاصل عبارت $\frac{\sqrt[3]{\sqrt{6}+2} \times \sqrt[6]{10-4\sqrt{6}}}{\sqrt[5]{2}\sqrt[3]{4}}$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) $\sqrt[3]{2}$ ۳) $\sqrt[6]{2}$ ۴) $\sqrt[15]{2}$

۱۰۳) اگر $0 < a < 1$ باشد، ریشه‌ی پنجم a از ریشه‌ی ششم a است و اگر $a > 1$ باشد، ریشه‌ی

چهارم a از ریشه‌ی پنجم a است.

- ۱) بزرگ‌تر - بزرگ‌تر ۲) بزرگ‌تر - کوچک‌تر ۳) کوچک‌تر - بزرگ‌تر ۴) کوچک‌تر - کوچک‌تر

۱۰۴) حاصل عبارت $\sqrt[3]{x^n} \sqrt{x^n}$ همواره کدام است؟ (عبارت تعریف شده است.)

- ۱) \sqrt{x} ۲) $\sqrt[3]{x^n}$ ۳) $\sqrt{x^n}$ ۴) $\sqrt[3]{x^{2n}}$



۱۰۵ حاصل عبارت $A = \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 - 1} \times \frac{x^3 - 1}{4x^2 + 4x + 1}$ کدام است؟ (عبارت تعریف شده است).

۴ $\frac{x+1}{2}$

۳ $\frac{x^2 - x + 1}{2x - 1}$

۲ $\frac{1}{x+1}$

۱ $\frac{x^2 + x + 1}{2x + 1}$

۱۰۶ حاصل $\sqrt[5]{(\sqrt{2} + 1)^4} \times \sqrt[5]{(3 - 2\sqrt{2})^2}$ کدام است؟

۴ $\sqrt[5]{2}$

۳ $\sqrt{2}$

۲ ۱

۱ ۲

۱۰۷ گویا شده‌ی کسر $A = \frac{6}{\sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{27}}$ کدام است؟

۴ $-\frac{\sqrt[3]{4} + 2\sqrt[3]{2} + 4}{3}$

۳ $\frac{\sqrt[3]{4} + 2\sqrt[3]{2} + 2}{6}$

۲ $\frac{\sqrt[3]{4} + 4}{3}$

۱ $\frac{\sqrt[3]{2} + 2}{6}$

۱۰۸ اگر 125^{y-x} ، 125^{y-x} و 5^{3x+y} سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، آنگاه کدام رابطه بین x و y برقرار است؟ ($x, y \neq 0$)

۴ $x = 8$

۳ $y = x$

۲ $y = 3$

۱ $y = 4$

۱۰۹ اگر $\alpha = \sqrt[4]{7\sqrt{3} + 12}$ و $\beta = \sqrt[4]{7\sqrt{3} - 12}$ ، حاصل $(\alpha^2 + \beta^2 + 4\alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha\beta)$ کدام است؟

۴ صفر

۳ $7\sqrt[4]{3}$

۲ $7\sqrt{3}$

۱ ۷

۱۱۰ حاصل عبارت $A = \sqrt[5]{8} \times (\sqrt[4]{4} \times \sqrt[5]{8})^{\frac{2}{3}}$ به صورت توان گویا کدام است؟

۴ $\frac{67}{2^{21}}$

۳ 2^{-7}

۲ $\frac{128}{2^{105}}$

۱ $\frac{13}{2^{25}}$

۱۱۱ اگر $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+1} = 27$ ، مقدار $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2}$ کدام است؟

۴ $\frac{1}{9}$

۳ $\frac{1}{3}$

۲ ۹

۱ ۳

۱۱۲ اگر $x^2 + 3x + 1 = 0$ حاصل عبارت $x^3 + \frac{1}{x^3}$ کدام است؟ ($x \neq 0$)

۴ -۱۸

۳ ۱۸

۲ ۲۷

۱ -۲۷

۱۱۳ حاصل عبارت $A = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt[6]{4}}{\sqrt[5]{-2}}} \times (0.5)^{-3}$ کدام است؟

۴ $-\frac{133}{2^{15}}$

۳ $\frac{133}{2^{15}}$

۲ $-\frac{137}{2^{45}}$

۱ $\frac{137}{2^{45}}$



۱۱۴ اگر $x + \frac{1}{x} = 3$ باشد، حاصل $x^3 + \frac{1}{x^3}$ کدام است؟

۵۴ (۴)

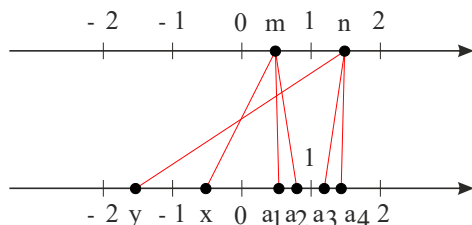
۹ (۳)

۲۷ (۲)

۱۸ (۱)

۱۱۵ در شکل زیر دو نقطه از محور بالا را به ریشه‌های دوم و سوم هر کدام از نقاط وصل می‌کنیم. مقادیر x و y

به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



$-a_4, -a_3$ (۲)

$-a_3, -a_2$ (۱)

$-a_4, -a_1$ (۴)

$-a_3, -a_1$ (۳)

۱۱۶ اگر x برابر ریشه سوم ۶۴، برابر با ریشه دوم ۸۱ باشد، ریشه دوم x کدام می‌تواند باشد؟

۲٫۲۵ (۴)

۲ (۳)

۱٫۵ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۱)

۱۱۷ می‌خواهیم حجم مکعب مقابل بیشتر از ۱۲۵ و کمتر از ۷۲۹ باشد، بیشترین مقدار صحیح ضلع مکعب کدام

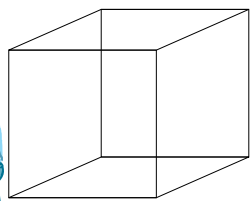
است؟

۵ (۲)

۹ (۱)

۷ (۴)

۸ (۳)



۱۱۸ اگر n عددی طبیعی باشد، به طوری که $n < \sqrt[4]{357} < n+1$ ، آنگاه n کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۱۱۹ اگر x عددی منفی باشد، ساده‌شده کسر $\frac{\sqrt[5]{x^5} \times \sqrt[4]{x^8}}{\sqrt[3]{x^3}}$ کدام است؟

-۱ (۴)

x (۳)

$-x$ (۲)

۱ (۱)

۱۲۰ مطابق شکل، سه مکعب تودرتو داریم. اگر حجم بزرگ‌ترین مکعب ۱۲۵ و حجم کوچک‌ترین مکعب ۶۴

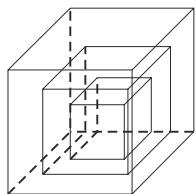
باشد، طول ضلع مکعب متوسط در کدام بازه قرار دارد؟

(۳، ۴) (۲)

(۲٫۵، ۳٫۵) (۱)

(۳٫۵، ۴٫۵) (۴)

(۴، ۵) (۳)



۱۲۱ تساوی $\sqrt[n]{a^n} = (\sqrt[n]{a})^n$ به ازای چه مقادیری از a و n برقرار نیست؟

$a < 0, n$ فرد (۴)

$a > 0, n$ فرد (۳)

$a < 0, n$ زوج (۲)

$a > 0, n$ زوج (۱)

۱۲۲ حاصل $(\frac{1}{4})^{-\frac{1}{4}}$ کدام است؟

$\sqrt{2}$ (۴)

$\frac{1}{16}$ (۳)

-۱۶ (۲)

$-\sqrt{2}$ (۱)



۱۲۳ ساده شده کسر $A = \frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt[4]{2}}$ کدام است؟

- ۱ $1 + \sqrt{2}$ ۲ $\sqrt[4]{2} - 1$ ۳ $1 + \sqrt[4]{2}$ ۴ $1 - \sqrt[4]{2}$

۱۲۴ عبارت $x\sqrt{-x}$ با کدام عبارت زیر برابر است؟

- ۱ $-\sqrt{-x^3}$ ۲ $\sqrt{-x^3}$ ۳ $-\sqrt{x^3}$ ۴ $|x|\sqrt{-x}$

۱۲۵ اگر $0 < b < 1$ باشد، بین ریشه های سوم، چهارم و پنجم b کدام رابطه می تواند برقرار باشد؟

- ۱ ریشه پنجم b > ریشه چهارم b > ریشه سوم b ۲ ریشه سوم b > ریشه پنجم b > ریشه چهارم b
۳ ریشه چهارم b > ریشه سوم b > ریشه پنجم b ۴ ریشه پنجم b > ریشه سوم b > ریشه چهارم b

۱۲۶ در تجزیه عبارت $x^3 - 2xy + x^2y - 2y^2$ کدام عامل وجود دارد؟

- ۱ $x^2 + 2y$ ۲ $x - y$ ۳ $x^2 - 2y$ ۴ $2x + y^2$

۱۲۷ حاصل عبارت $A = x\sqrt[3]{x}\sqrt[5]{x^2}$ به ازای $x = \sqrt[15]{2^{15}}$ کدام است؟

- ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۸ ۴ ۴

۱۲۸ مقدار $A = \frac{99^3 - 1}{99^2 + 100} \times \frac{99^3 + 1}{99^2 - 98}$ کدام است؟

- ۱ ۹۹۰۰ ۲ ۹۸۰۰ ۳ ۹۹۲ ۴ ۹۸۲

۱۲۹ اگر $0 < x < y < 1$ ، کدام رابطه الزاماً برقرار نیست؟

- ۱ $\sqrt{x} < y^2$ ۲ $x^2 < \sqrt[3]{y}$ ۳ $\sqrt{x} < \sqrt[3]{y}$ ۴ $x^3 < \sqrt[5]{y}$

۱۳۰ چه تعداد از عبارت های زیر نادرست هستند؟

الف) $\sqrt[3]{0,027} = \sqrt[4]{0,0081}$

ب) $(\sqrt[4]{-2})^4 = \sqrt[4]{(-2)^4}$

پ) $\sqrt[4]{(-5)^4} = -5$

ت) $\sqrt[3]{-3} \times \sqrt[3]{-9} \times \sqrt[4]{(-3)^4} = 9$

- ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴

۱۳۱ اگر $0 < a < 1$ باشد، آنگاه حاصل عبارت زیر کدام است؟

$A = |a - \sqrt{a}| - |a - \sqrt[3]{a}| + |\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}|$

- ۱ $2\sqrt[3]{a}$ ۲ $\sqrt[3]{a} - \sqrt{a}$ ۳ $2a$ ۴ صفر

۱۳۲ در تجزیه عبارت $y^5 + 2y^3 - 24y$ کدام عامل وجود ندارد؟

- ۱ $y^2 + 6$ ۲ $y - 2$ ۳ $y + 2$ ۴ $y - 4$



۱۳۳ با فرض $x = 2 + \sqrt{3}$ حاصل $x + \frac{1}{x}$ کدام است؟

- ۱ $2 - \sqrt{3}$ ۲ ۳ ۴ ۴ $\sqrt{3}$ ۴

۱۳۴ ساده شده عبارت زیر در کدام گزینه آمده است؟

$$X = (2a - 3)(2a + 3)(16a^4 + 36a^2 + 81)$$

- ۱ $64a^6 - 729$ ۲ $8a^6 - 729$ ۳ $64a^6 - 243$ ۴ $8a^6 - 243$

۱۳۵ ساده شده عبارت مقابل کدام است؟

$$A = \frac{xy^3 + y^2 + y + 1 - x}{y^2 + y + 1}$$

- ۱ $xy^2 - 1$ ۲ $y^2 - x$ ۳ $xy - x + 1$ ۴ $y - x$

۱۳۶ اگر $x < 1$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt[5]{(1-x)^5} + \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(-3)^2}$ کدام است؟

- ۱ -3 ۲ $-2x + 5$ ۳ $2x - 5$ ۴ 3

۱۳۷ به ازای کدام مقدار k عبارت $\sqrt[3]{a\sqrt[k]{a^4}}$ برابر a خواهد شد؟

- ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

۱۳۸ اگر $x^{\frac{5}{a}} = 2$ باشد، ریشه دهم x کدام است؟ ($x > 0$ و a عددی گویا و مثبت است).

- ۱ فقط $\frac{a}{250}$ ۲ فقط $\frac{a}{25}$ ۳ $\pm \frac{a}{25}$ ۴ $\pm \frac{a}{250}$

۱۳۹ اگر $\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = 2$ باشد، حاصل عبارت $\frac{x^2 - 1}{x}$ کدام است؟

- ۱ ۶ ۲ ۱۴ ۳ ۱۲ ۴

۱۴۰ حاصل عبارت $A = 5\sqrt[3]{-0,027} + 2\sqrt[4]{\frac{1}{16}} + \sqrt[5]{\frac{-243}{32}}$ کدام است؟

- ۱ $1,5$ ۲ ۱ ۳ $-1,3$ ۴ -2

۱۴۱ حاصل عبارت $(3\sqrt{2} - \sqrt{1})(3\sqrt{2} - \sqrt{2})(3\sqrt{2} - \sqrt{3}) \dots (3\sqrt{2} - \sqrt{20})$ کدام است؟

- ۱ $(3\sqrt{2})^{20} - 20$ ۲ $(3\sqrt{2})^{20} + 20$ ۳ $(3\sqrt{2})^{20} - 20\sqrt{20}$ ۴ صفر

۱۴۲ حاصل $\sqrt{14 - \sqrt{52}} - \sqrt{14 + \sqrt{52}}$ کدام است؟

- ۱ ۲ ۲ -2 ۳ ۳ -3 ۴

۱۴۳ به ازای چه مقدار a رابطه $\left(\frac{4^a}{2\sqrt{8}}\right)^2 = 2^{\sqrt{288}}$ برقرار است؟

- ۱ $2\sqrt{2}$ ۲ $3\sqrt{2}$ ۳ $4\sqrt{2}$ ۴ $8\sqrt{2}$



۱۴۴ در تساوی $\frac{6+3}{x-1} = \frac{3}{x-1} + \frac{2}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}-1}$ عبارت A کدام است؟

- ① $\sqrt[4]{x^3} + \sqrt[4]{x}$ ② $\sqrt[4]{x^3 + x}$ ③ $\sqrt[4]{x^3} + \sqrt{x}$ ④ $\sqrt[4]{x^3} + 2\sqrt[4]{x}$

۱۴۵ مقدار $\sqrt{7-4\sqrt{3}} - 2\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{27}$ کدام است؟

- ① ۲ ② $-2\sqrt{3}(2+\sqrt{3})$ ③ $4\sqrt{3}+6$ ④ -۲

۱۴۶ نردبانی به طول ۱۳ متر را طوری به دیوار یک ساختمان تکیه داده‌ایم که فاصله پای نردبان تا دیوار ۷ متر کمتر از سر نردبان تا زمین است. فاصله سر نردبان تا زمین چقدر است؟

- ① ۵ ② ۱۲ ③ ۸ ④ ۱۵

۱۴۷ اگر $\sqrt[3]{a} > a$ باشد، آنگاه کدام گزینه همواره درست است؟

- ① $-1 < a < 0$ ② $\sqrt[3]{a} > \sqrt[5]{a}$ ③ $a^4 < a$ ④ $a^5 < a$

۱۴۸ اگر $-1 \leq x < 0$ باشد، حاصل $\sqrt{x^2} + \sqrt[3]{x^3} + \sqrt[6]{x^6} + \sqrt[7]{x^7}$ کدام است؟

- ① $4x$ ② $-4x$ ③ $2x$ ④ صفر

۱۴۹ حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\frac{\sqrt[4]{\sqrt[6]{\sqrt[5]{4^3}}} \times \sqrt[4]{\sqrt[6]{\sqrt[5]{9^6}}}}{\sqrt[4]{\sqrt[6]{\sqrt[5]{3^2 \cdot 3^3}}}}$$

- ① $\sqrt[20]{\frac{81}{16}}$ ② $\sqrt[20]{\frac{9}{4}}$ ③ $\sqrt[10]{\frac{3}{4}}$ ④ $\sqrt[10]{\frac{9}{2}}$

۱۵۰ اگر $0 < a < 1$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $A = |a - \sqrt[3]{a}| + |-\sqrt{a} + \sqrt[3]{a}|$ کدام است؟

- ① $2\sqrt[3]{a}$ ② $\sqrt{a} - a$ ③ $a - \sqrt{a}$ ④ $2\sqrt[3]{a} - \sqrt{a} - a$

۱۵۱ حاصل عبارت $x = \sqrt{3} + 1$ به ازای $x^3 - 3x^2 + 3x - 3\sqrt{3}$ کدام است؟

- ① $1 + 3\sqrt{3}$ ② $1 + \sqrt{3}$ ③ ۱ ④ $3\sqrt{2} - 1$

۱۵۲ حاصل عبارت $(2\sqrt{2} + \sqrt{6} + \frac{5\sqrt{6} + 3}{\sqrt{3} + 1})^{-1}$ کدام است؟

- ① $\frac{\sqrt{2}}{16}$ ② $\frac{2}{8}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{16}$ ④ $\frac{3}{8}$



۱۵۳) اگر $x \geq 0$ ، آنگاه حاصل $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$ کدام است؟

- ۱) $x\sqrt{x}$ ۲) \sqrt{x} ۳) $\sqrt[3]{x^3}$ ۴) $\sqrt[4]{x^4}$

۱۵۴) اگر $\alpha > 0$ و $\sqrt[n]{8} \times \sqrt[n]{4} = \sqrt[n]{\alpha}$ ، مقدار $\sqrt{\sqrt{\alpha} \times \sqrt[5]{2\alpha+1}}$ کدام است؟

- ۱) ۹ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۵۵) اگر $-1 < a < 0$ و مقادیر $\sqrt[3]{a^2}$ ، $-\sqrt[3]{a^2}$ ، $\frac{1}{a^3}$ ، a^2 و $\sqrt{-a}$ را روی محور اعداد نشان دهیم سومین عدد

از سمت چپ کدام است؟

- ۱) $\sqrt{-a}$ ۲) $-\sqrt[3]{a^2}$ ۳) a^2 ۴) $\sqrt[3]{a}$

۱۵۶) اگر $x = \sqrt[3]{5+2\sqrt{6}} + \sqrt[3]{5-2\sqrt{6}}$ ، حاصل $x^3 - 3x$ کدام است؟

- ۱) -۱۰ ۲) -۸ ۳) ۱۰ ۴) ۸

۱۵۷) اگر ریشه دوم x را به توان ۳ برسانیم، عدد حاصل ۸ برابر ریشه چهارم x^2 می‌شود. ریشه سوم x کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) $3\sqrt{4}$ ۴) ۴

۱۵۸) اگر $\frac{288a\sqrt[2]{b^4}}{a\sqrt[2]{b}} = \sqrt{72}$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای b کدام است؟

- ۱) $-\sqrt{2}$ ۲) صفر ۳) $\sqrt{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۵۹) حاصل ساده شده ی عبارت $(\sqrt{3} + 1)^{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{2(2 - \sqrt{3})}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{2^3}$ ۲) $\frac{2}{2^3}$ ۳) $\frac{1}{2^6}$ ۴) $\frac{3}{2^2}$

۱۶۰) اگر جمله عمومی دنباله a_n به صورت $a_n = 3^{-n}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{(a_{2n+5})^{\frac{2n+5}{2}} - (a_n)^n}{(a_{n+2})^{n+2} - (a_{3n-5})^{\frac{3n-5}{3}}}$

کدام است؟ ($n \geq 2$)

- ۱) a_{n+1} ۲) a_{n-1} ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) ۳



۱۶۱) برای اعداد حقیقی a و b ، اگر تساوی $13 - 2a + 4b - 2ab + b^2 + 2a^2 = 0$ برقرار باشد، حاصل $3a + 2b$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۱۹ ۳) -۱ ۴) -۱۹

۱۶۲) در تجزیه عبارت $3a^3b - 12ab^3 + a^3 - 8b^3$ کدام عامل ضرب وجود دارد؟

- ۱) $a - 2b$ ۲) $a + 2b$ ۳) $3a + 2b$ ۴) $3a - b$

۱۶۳) ساده شده عبارت $\left| \frac{\sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}} \right| - \left| \frac{4\sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} \right|$ کدام است؟

- ۱) $-\sqrt{5}$ ۲) $\sqrt{5}$ ۳) $2\sqrt{5}$ ۴) $-2\sqrt{5}$

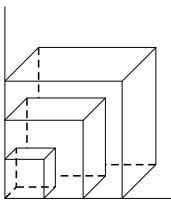
۱۶۴) خلاصه شده عبارت $(\frac{1}{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}} - \sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6})^{1/5}$ کدام است؟

- ۱) $\sqrt[3]{2}$ ۲) ۲ ۳) $\sqrt[3]{3^2}$ ۴) $\sqrt[3]{2}$

۱۶۵) حاصل $\sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}} + \sqrt{3} + 1$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) $2\sqrt{3} - 1$ ۳) ۳ ۴) $\sqrt{3} - 1$

۱۶۶) در شکل زیر سه مکعب تودرتو واقع شده‌اند. اگر حجم بزرگ‌ترین مکعب برابر ۶۵ و حجم کوچک‌ترین مکعب برابر ۸ باشد، طول ضلع مکعب میانی کدام یک از اعداد زیر نمی‌تواند باشد؟



- ۱) ۱٫۹ ۲) ۲٫۷ ۳) ۳٫۶ ۴) ۴

۱۶۷) در نامعادله $-2 \leq \sqrt[4]{x} \leq 3$ ، چه مقدار صحیح برای x می‌توان یافت؟

- ۱) ۸۰ ۲) ۸۲ ۳) ۶۵ ۴) ۶۶

۱۶۸) در دنباله با جمله عمومی $a_n = 2^{an+b}$ ، اگر جمله سوم ۱۰۲۴ و قدر نسبت ۸ باشد، جمله بیستم دنباله $b_n = bn + a$ کدام است؟

- ۱) ۱۳ ۲) ۲۳ ۳) ۶۳ ۴) ۳۶

۱۶۹) حاصل عبارت $A = \sqrt[3]{-0,008} + 3 \times \sqrt[4]{\frac{1}{625}} - \sqrt[5]{\frac{-1}{32}}$ کدام است؟

- ۱) ۰٫۹ ۲) -۰٫۱ ۳) ۰٫۵ ۴) -۰٫۵



۱۷۰ کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) $(-0.1)^5 > (-0.1)^9$ ۲) $(-2)^6 > (\frac{1}{2})^3$
 ۳) $(-0.1)^3 > -\sqrt[5]{0.00001}$ ۴) $(0.4)^7 > (\frac{3}{5})^7$

۱۷۱ کدام گزینه درست نیست؟

- ۱) هر عدد حقیقی دارای دو ریشه چهارم است که قرینه یکدیگرند. ۲) هر عدد حقیقی دارای یک ریشه پنجم است.
 ۳) هر عدد حقیقی دارای یک ریشه سوم است. ۴) اعداد ۳ و -۳ ریشه های چهارم ۸۱ هستند.

۱۷۲ عبارت $2x^2 + 3x - 2$ مضرب کدام یک از عبارت های زیر است؟

- الف) $2x + 1$ ب) $x - 1$ پ) $2x - 1$ ت) $x + 2$
 ۱) پ و ت ۲) پ و ب ۳) الف و ت ۴) الف و پ

۱۷۳ اگر $0 < a < 1 < b$ باشد، آن گاه کدام گزینه درست نیست؟

- ۱) $\sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$ ۲) $\sqrt[3]{b} < \sqrt{b}$ ۳) $\sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{b}$ ۴) $b^2 < a^4$

۱۷۴ حاصل عبارت روبه رو کدام است؟

$$\frac{\left(16^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{3}{4}} \times 5^{\frac{3}{4}} \times 10^{-\frac{4}{3}}}{(\sqrt{20})^{\frac{2}{3}} \times (25)^{-\frac{2}{3}}}$$

۱) $\frac{5^{\frac{7}{12}}}{2}$ ۲) $\frac{2^{\frac{7}{12}}}{5}$ ۳) $\frac{5^{\frac{5}{12}}}{2}$ ۴) $\frac{2^{\frac{5}{12}}}{5}$

۱۷۵ اگر a و b منفی و n زوج باشد، حاصل عبارت $\sqrt[n]{a^n} \times \sqrt[n]{(\frac{1}{a})^{2n}} \times \sqrt[n]{(ab)^{2n}}$ کدام است؟ ($a, b \in \mathbb{R}$)

- ۱) b^3 ۲) $-ab^3$ ۳) a ۴) $-b^3$

۱۷۶ اگر $a = 32$ ، $r = \frac{1}{2}$ و $s = \frac{1}{3}$ باشد، مقدار عددی کدام یک از گزینه های زیر از سایر گزینه ها بزرگ تر است؟

- ۱) $\frac{1}{a^{s-r}}$ ۲) a^{r-s} ۳) $\frac{(\frac{1}{a})^{\frac{1}{r}}}{(\frac{1}{a})^{\frac{1}{s}}}$ ۴) $((\sqrt{a})^r)^s$



۱۷۷) چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره درست است؟ $(a, b \geq 0, a, b \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N})$

$$\sqrt[n]{a+b} = \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b} \quad \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab} \quad (\text{ج}) \quad a > b \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b} \quad (\text{د}) \quad (\sqrt[n]{a})^n = a$$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۷۸) کدام یک از عبارات‌های زیر همواره درست است؟ $(a, b \in \mathbb{R})$

۱) برای هر دو عدد a و b رابطه $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ برقرار است.

۲) \sqrt{m} برای نمایش ریشه‌های دوم عدد m به کار می‌رود. $(m > 0)$

۳) b ریشه n ام عدد a است اگر $b^n = a$ $(n \in \mathbb{N}, n \geq 2)$

۴) برای هر a داریم: $\sqrt[k]{a^m} = (\sqrt[k]{a})^m$ $(m$ عدد صحیح و k عدد طبیعی است.)

۱۷۹) اگر $a - b = 3$ ، $ab = \frac{3}{4}$ و a و b هر دو مثبت باشند، آنگاه مقدار $(a+b)^{-3}$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt[3]{3}}{72} \quad (۴)$$

$$72 \quad (۳)$$

$$24\sqrt[3]{3} \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

۱۸۰) اگر $x = 1 + \sqrt{3}$ و $y = 2 - \sqrt{3}$ باشد، حاصل $x^{-2} + \frac{y^{-1}}{2}$ کدام است؟

$$4 \quad (۴)$$

$$2 \quad (۳)$$

$$0 \quad (۲)$$

$$-2 \quad (۱)$$

۱۸۱) چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

الف) اگر $-1 < a < 0$ باشد، آنگاه $a^{21} > a^{17}$

ب) ریشه چهارم مثبت اعداد مثبت از ریشه دوم مثبت شان کوچک تر است.

$$\sqrt[3]{-0.1} < -\sqrt[4]{0.1} \quad (\text{ج})$$

د) اگر $a^{10} > a^6$ باشد، آنگاه $a^{11} > a^5$ است.

$$3 \quad (۴)$$

$$2 \quad (۳)$$

$$1 \quad (۲)$$

$$0 \quad (۱)$$

۱۸۲) حاصل عبارت $(1 + \sqrt{2})(\sqrt{3} - 2\sqrt{2})(\sqrt[3]{2} \times \sqrt{\sqrt{2}})$ کدام است؟

$$\sqrt[12]{2^7} \quad (۴)$$

$$\sqrt[24]{2^7} \quad (۳)$$

$$1 \quad (۲)$$

$$\sqrt[2]{2} \quad (۱)$$

۱۸۳) در تجزیه $27a^5 + 27a^3b^2 + b^3a^2 + b^5$ کدام عامل وجود دارد؟

$$a^2 + b \quad (۴)$$

$$3a + b \quad (۳)$$

$$3a - b \quad (۲)$$

$$a^2 - b^2 \quad (۱)$$

۱۸۴) حاصل $(4^{-0.25} - (2\sqrt{2})^{-\frac{4}{3}})(4^{-\frac{1}{4}} + (2\sqrt{2})^{-\frac{4}{3}})$ کدام است؟

$$\frac{9}{16} \quad (۴)$$

$$-\frac{1}{8} \quad (۳)$$

$$\frac{31}{16} \quad (۲)$$

$$\frac{7}{16} \quad (۱)$$



۱۸۵ حاصل عبارت $A = \frac{\sqrt[4]{625}}{\sqrt[5]{-128}} + \frac{3\sqrt[3]{-27}}{4\sqrt[5]{-\frac{1}{32}}} + \sqrt[3]{64}$ کدام است؟

- ۱) -۲ ۲) ۲ ۳) -۳ ۴) ۶

۱۸۶ اگر ریشه دوم عددی $2\sqrt{10}$ باشد، ریشه سوم آن بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

- ۱) ۲۰۱ ۲) ۳۰۲ ۳) ۴۰۳ ۴) ۶۰۵

۱۸۷ اگر $0 < a < b < 1$ باشد، کدام گزینه همواره صحیح است؟

- ۱) $\sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$ ۲) $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$ ۳) $\sqrt[n]{b} < \sqrt[n]{a}$ ۴) $\sqrt[n]{b} > \sqrt[n]{a}$

۱۸۸ شرط برقراری تساوی $\sqrt[k]{a^m} = (\sqrt[k]{a})^m$ کدام است؟

- ۱) این تساوی همواره برقرار است.
۲) تنها به ازای مقادیر مثبت a ، m و k برقرار است.
۳) اگر a نامنفی باشد، باید k زوج باشد. برای بقیه حالت‌ها برقرار است.
۴) اگر k زوج باشد باید a نامنفی باشد. برای بقیه حالت‌ها برقرار است.

۱۸۹ کدام گزینه صحیح است؟

- ۱) $\sqrt[3]{11} < \sqrt{5} < 2\sqrt[6]{2}$ ۲) $\sqrt[3]{11} < 2\sqrt[6]{2} < \sqrt{5}$ ۳) $\sqrt{5} < \sqrt[3]{11} < 2\sqrt[6]{2}$ ۴) $\sqrt{5} < 2\sqrt[6]{2} < \sqrt[3]{11}$

۱۹۰ اگر $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{a^{k-2}}$ باشد، حاصل $\sqrt{(k-2)(8k+1)}$ کدام است؟ (عبارت‌ها تعریف شده هستند).

- ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۱۹۱ چه تعداد از تساوی‌های زیر همواره برقرار است؟

- الف) $\sqrt[4]{a^{12}} = a^3$ ب) $\sqrt[32]{a^{16}} = \sqrt{a}$ ج) $\sqrt[15]{a^3} = \sqrt[5]{a}$ د) $\sqrt[9]{-x^3} = -\sqrt[3]{x}$
- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۹۲ حاصل عبارت $\frac{\overline{x} \sqrt[5]{x}}{\sqrt[5]{x} \sqrt{x}}$ همواره کدام است؟ (عبارت‌ها تعریف شده هستند).

- ۱) $\sqrt[10]{x^3}$ ۲) $\frac{1}{\sqrt[10]{x^3}}$ ۳) $\sqrt[5]{x^3}$ ۴) $\frac{1}{\sqrt[5]{x^3}}$

۱۹۳ حاصل عبارت $(\frac{\sqrt[3]{4}}{2\sqrt[5]{8}} + \frac{\sqrt[5]{4}}{2\sqrt[3]{2}})^{60}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{4}$ ۲) 2^{-16} ۳) 2^{-32} ۴) 2^4



۱۹۴ کدام یک از جملات زیر نادرست است؟

- ۱ ریشه‌های چهارم هر عدد مثبت، قرینه یکدیگرند. ۲ ریشه پنجم هر عدد منفی، عددی منفی است.
۳ جذر هر عدد بزرگ‌تر از ۱ از سایر ریشه‌هایش بزرگ‌تر است. ۴ جذر هر عدد بین صفر و یک از سایر ریشه‌هایش بزرگ‌تر است.

۱۹۵ چه تعداد از جملات زیر نادرست است؟

- الف - هر عدد مثبت، دارای ۲ ریشه چهارم است که باهم قرینه‌اند.
ب - ریشه سوم هر عدد از خود عدد کم‌تر است.
ج - ریشه چهارم اعداد مثبت از ریشه سوم‌شان کم‌تر است.

- ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴

۱۹۶ حاصل عبارت $(\sqrt{7} + \sqrt{6})^{\sqrt{5}+2} (\sqrt{7} - \sqrt{6})^{\frac{1}{\sqrt{5}-2}}$ کدام است؟

- ۱ ۱ ۲ -۱ ۳ $\sqrt{5}+2$ ۴ $\sqrt{5}-2$

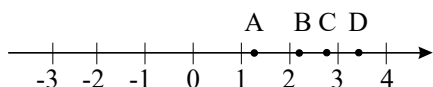
۱۹۷ در کدام گزینه، اعداد به درستی مرتب شده‌اند؟

- ۱ $\sqrt[3]{31} < \sqrt[4]{80} < \sqrt[6]{972} < \sqrt{10}$ ۲ $\sqrt[3]{31} < \sqrt[4]{80} < \sqrt{10} < \sqrt[6]{972}$
۳ $\sqrt[4]{80} < \sqrt[3]{31} < \sqrt[6]{972} < \sqrt{10}$ ۴ $\sqrt[4]{80} < \sqrt[3]{31} < \sqrt{10} < \sqrt[6]{972}$

۱۹۸ با فرض $x > \sqrt{a}$ ، ساده‌شده عبارت $\sqrt{\frac{x^2+a}{x}} - 2\sqrt{a} + \sqrt{\frac{x^2+a}{x}} + 2\sqrt{a}$ کدام است؟

- ۱ $2a$ ۲ $2\sqrt{a}$ ۳ $2\sqrt{x}$ ۴ $2x$

۱۹۹ مطابق شکل زیر، کدام یک از نقاط A, B, C یا D نمایانگر عدد $\sqrt[3]{25}$ است؟



- ۱ A ۲ B ۳ C ۴ D

۲۰۰ اگر $a = \sqrt{6 + \sqrt{20}}$ و $b = \sqrt{6 - \sqrt{20}}$ باشند، حاصل $a + b$ کدام است؟

- ۱ ۲ ۲ $\sqrt{5}$ ۳ ۴ ۴ $\sqrt{5}$

۲۰۱ کدام گزینه درست است؟

- ۱ $\sqrt[4]{625}$ دارای دو مقدار است که قرینه یکدیگرند. ۲ معادله $\sqrt[5]{a} = a$ تنها دارای دو جواب $a = 1$ و $a = -1$ است.
۳ بین اعداد صحیح ۳ و ۴ قرار دارد. ۴ هر عدد مثبت، دو ریشه چهارم دارد.

۲۰۲ اگر $0 < a < 1$ باشد، کدام گزینه درست است؟

- ۱ $a^3 < a$ ۲ $\sqrt[3]{a} < \sqrt[5]{a}$ ۳ $\frac{1}{a} < a$ ۴ $a^3 > a^5$

۲۰۳ در صورتی که $0 < a < 1$ باشد، کدام یک از نامساوی‌های زیر همواره نادرست است؟

- ۱ $\sqrt[5]{a} > a$ ۲ $\sqrt[3]{a} > \sqrt{a}$ ۳ $\sqrt[5]{-a} < \sqrt{a}$ ۴ $-a < \sqrt[3]{-a}$



۲۰۴ حاصل عبارت $A = \sqrt[3]{1 - \sqrt{2}} \times \sqrt[6]{3 + 2\sqrt{2}}$ کدام است؟

- ۱) -۴ ۲) -۲ ۳) -۱ ۴) ۲

۲۰۵ اگر $a(a^2 + 3ab) = ۷$ و $b(b^2 + 3ab) = ۲۰$ باشد، $a + b$ کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۰۶ حاصل عبارت تعریف شده زیر کدام است؟

$$A = \frac{2}{\sqrt{x} - 2} + \frac{2}{\sqrt{x} + 2} + \frac{4}{x - 4}$$

۱) $\frac{4(\bar{x} - 1)}{x - 4}$ ۲) $\frac{4(\bar{x} + 1)}{x - 4}$ ۳) $\frac{2(\bar{x} - 1)}{x - 4}$ ۴) $\frac{2(\bar{x} + 1)}{x - 4}$

۲۰۷ اگر $\sqrt[4]{a^3} < \sqrt[3]{a} < ۰$ باشد، آنگاه کدام گزینه درست نیست؟

- ۱) $\sqrt[4]{a} < \sqrt[5]{a}$ ۲) $a^3 < a^4$ ۳) $\sqrt[3]{a} < \sqrt{a}$ ۴) $\sqrt[6]{a^5} < \sqrt[4]{a}$

۲۰۸ حاصل عبارت $(\sqrt[3]{5} - ۲)^{\frac{1}{3}} (9 + 4\sqrt[3]{5})^{\frac{1}{6}}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{\sqrt[3]{2}}{۲}$ ۲) $۲\sqrt[3]{2}$ ۳) $\sqrt[3]{2}$ ۴) $\sqrt[3]{2}$

۲۰۹ حاصل عبارت $A = (1 + \sqrt[3]{3})^3 + (1 - \sqrt[3]{3})^3$ در کدام گزینه آمده است؟

- ۱) ۲۰ ۲) $۴\sqrt[3]{3}$ ۳) ۲۴ ۴) $۸\sqrt[3]{3}$

۲۱۰ کدام گزینه درست است؟

- ۱) $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$ را همواره می توان به صورت $\sqrt[n]{ab}$ نوشت.
 ۲) $\sqrt[n]{a^m}$ را همواره می توان به صورت $(\sqrt[n]{a})^m$ نوشت.
 ۳) $\sqrt[n]{ab}$ را همواره می توان به صورت $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$ نوشت.
 ۴) $\sqrt[n]{x^4}$ برابر است با $\pm x$.



پاسخ نامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

$$-3 \leq \sqrt[3]{x} \leq 5 \xrightarrow{(\quad)^3} -27 \leq x \leq 125$$

تعداد اعداد صحیح این بازه عبارتست از:

$$125 - (-27) + 1 = 153$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲

هر عدد مثبت، دو ریشه ی دوم قرینه هم دارد.

$$\frac{\sqrt[3]{64}}{\pm \sqrt{32}} = \frac{\sqrt[3]{4^3}}{\pm \sqrt{16 \times 2}} = \frac{4}{\pm 4\sqrt{2}} = \frac{1}{\pm \sqrt{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳

اعداد بازه ی $0 < a < 1$ هر چه به توان بزرگتر برسند، به صفر نزدیکتر می شوند؛ توان های زوج آنها نیز مثبت می شود.

داریم:

$$\sqrt[5]{a} < \sqrt[3]{a} < a < -a^2 < a^3 < -a^4$$

محدوده هر گزینه را مشخص می کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴

$$1) \underset{\downarrow}{2^3} < 9 < \underset{\downarrow}{3^3} \xrightarrow{\sqrt[3]{\quad}} 2 < \sqrt[3]{9} < 3$$

$$\xrightarrow{x(-1)} -3 < -\sqrt[3]{9} < -2 \Rightarrow A = -\sqrt[3]{9} \text{ درست}$$

$$2) \frac{1}{2} \simeq \frac{1}{4} \xrightarrow{\times(-3)} -\frac{3}{2} \simeq -\frac{3}{4} \Rightarrow C \simeq -\frac{4}{2} \Rightarrow -5 < C < -4 \text{ درست}$$

$$3) 8 < 17 < 27 \xrightarrow{\sqrt[3]{\quad}} 2 < \sqrt[3]{17} < 3 \xrightarrow{\times(-1)} -3 < \underbrace{-\sqrt[3]{17}}_E < -2 \Rightarrow -3 < E < -2 \text{ نادرست}$$

$$4) 9 < 15 < 16 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} 3 < \sqrt{15} < 4 \xrightarrow{\times(-1)} -4 < -\sqrt{15} < -3 \Rightarrow 3 < D < -4 \text{ درست}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$\text{الف) } \sqrt[6]{4} \times \sqrt[6]{80} = \sqrt[6]{4 \times 80} = \sqrt[6]{320} = \sqrt[6]{2^6 \times 5} = \sqrt[6]{2^6} \times \sqrt[6]{5} = 2 \times \sqrt[6]{5} \text{ درست}$$



$$\begin{aligned} \text{ب) } \sqrt[5]{72} \times \sqrt[5]{108} &= \sqrt[5]{72 \times 108} = \sqrt[5]{(3^2 \times 2^3) \times (3^3 \times 2^2)} = \sqrt[5]{3^5 \times 2^5} \\ &= \sqrt[5]{3^5} \times \sqrt[5]{2^5} = 3 \times 2 = 6 \text{ درست} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{پ) } \sqrt[5]{\frac{7}{16a^5}} \times \sqrt[5]{\frac{243}{14}} &= \sqrt[5]{\frac{7}{16a^5 \times 14}} = \sqrt[5]{\frac{3^5}{2^4 \times a^5 \times 2 \times 7}} = \sqrt[5]{\frac{3^5}{2^5 \times a^5}} \\ &= \frac{\sqrt[5]{3^5}}{\sqrt[5]{2^5 \times a^5}} = \frac{3}{\sqrt[5]{2^5} \times \sqrt[5]{a^5}} = \frac{3}{2 \times a} = \frac{3}{2a} \neq \frac{3}{2a} \text{ نادرست} \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶

$$\frac{1}{x^3 + 1} = \frac{ax^2 + ax + bx + b + cx^2 - cx + c}{(x+1)(x^2 - x + 1)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^3 + 1} = \frac{(a+c)x^2 + (a+b-c)x + (b+c)}{x^3 + 1}$$

$$\Rightarrow 1 = (a+c)x^2 + (a+b-c)x + (b+c)$$

برای آنکه دو طرف تساوی با یکدیگر متحد باشند، باید:

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} a+b-c &= 0 \\ b+c &= 1 \end{aligned} \right\} &\Rightarrow \begin{aligned} 2a+b &= 0 \\ a+2b &= 1 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} - \\ - \end{cases} \\ &-3b = -2 \Rightarrow b = \frac{2}{3} \\ &\Rightarrow a = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$b+c=1 \xrightarrow{b=\frac{2}{3}} \frac{2}{3} + c = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{3}$$

$$\text{حکم: } a-b+2c = -\frac{1}{3} - \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷

از آنجا که $0 = (-3 - \sqrt{2}) + (3 - \sqrt{2}) + 2\sqrt{2}$ است، مجموع مکعبات آنها برابر است با سه برابر حاصلضرب آنها.

$$(2\sqrt{2})^3 + (3 - \sqrt{2})^3 + (-3 - \sqrt{2})^3 = 3(2\sqrt{2})(3 - \sqrt{2})(-3 - \sqrt{2})$$



$$= -3(2\sqrt{2})(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2}) = -3(2\sqrt{2})(3^2 - 2)$$

$$= -3(2\sqrt{2})(9 - 2) = -21 \times 2\sqrt{2} = -42\sqrt{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$\left. \begin{array}{l} I) 2 < \sqrt[3]{x} < 3 \xrightarrow{(\cdot)^3} 8 < x < 27 \\ II) 3 \leq \sqrt{x} \leq 5 \xrightarrow{(\cdot)^2} 9 \leq x \leq 25 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} 9 \leq x \leq 25$$

تعداد اعداد صحیح در این بازه عبارتست از: $25 - 9 + 1 = 17$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2} - 1} \times \frac{\sqrt[3]{2^2} + \sqrt[3]{2} + 1}{\sqrt[3]{2^2} + \sqrt[3]{2} + 1}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}{(\sqrt[3]{2})^3 - 1^3} = \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}{2 - 1} = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}} \quad \text{می دانیم:}$$

$$4 \times \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2^4}}}}} = 4 \times \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2^{\frac{4}{2}}}}} = 4 \times \sqrt{\sqrt{\sqrt{2^2}}} = 4 \sqrt{\sqrt{2^{\frac{2}{2}}}} = 4 \sqrt{\sqrt{2}} = 4 \sqrt{2^{\frac{1}{2}}}$$

$$= 4 \times 2^{\frac{1}{4}} = 4 \times \sqrt[4]{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

$$-\sqrt{x^9} = -\sqrt{x^8 \times x} = -\sqrt{x^8} \sqrt{x} = -x^4 \sqrt{x}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

اگر n فرد باشد، آن گاه $a = \sqrt[n]{a^n}$

$$\sqrt[3]{(x-1)^5} = \sqrt[3]{(x-1)^3(x-1)^2} = \sqrt[3]{(x-1)^3} \sqrt[3]{(x-1)^2} = (x-1) \sqrt[3]{(x-1)^2}$$



هر چند $x - 1$ عبارتی منفی است اما چون زیر رادیکال به فرجه فرد قرار دارد مشکلی ندارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

$$\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} = |\sqrt{3} - 2| \stackrel{\sqrt{3}-2 \leq 0}{=} 2 - \sqrt{3}$$

$$\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} + \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} = 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$a, b \geq 0$, n زوج

$$I) \sqrt{27} = \sqrt{3 \times 3^2} = \sqrt{3} \times \sqrt{3^2} = 3\sqrt{3}$$

$$II) \sqrt[4]{9} = \sqrt[4]{3^2} = \sqrt{3}$$

$$\xrightarrow{I, II} \sqrt{27} + \sqrt[4]{9} = 3\sqrt{3} + \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵ توجه کنید $|a| \sqrt[n]{a^n} \stackrel{n \text{ زوج}}{=} a$ و $\sqrt[n]{a^n} \stackrel{n \text{ فرد}}{=} -a$ است.

$$\sqrt{a^2} = |a| = -a$$

$$\sqrt[3]{a^3} = a$$

$$\sqrt[4]{a^4} = |a| = -a$$

$$\sqrt[3]{a^5} = \sqrt[3]{a^3 \times a^2} = \sqrt[3]{a^3} \times \sqrt[3]{a^2} = a\sqrt[3]{a^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{a^2} + \sqrt[3]{a^3} + \sqrt[4]{a^4} + \sqrt[3]{a^5} = -a + a - a + a\sqrt[3]{a^2} = -a + a\sqrt[3]{a^2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

$$\sqrt[n]{a^n} \stackrel{n \text{ فرد}}{=} |a|, \quad \sqrt[n]{a^n} \stackrel{n \text{ زوج}}{=} a$$

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

اگر n زوج $\leftarrow a, b \geq 0$

$$\sqrt[4]{x^4 y^4} = \sqrt[4]{x^4} \sqrt[4]{y^4} = |x| |y| = -xy$$

$$\sqrt[3]{x^3 y^3} = \sqrt[3]{(xy)^3} = xy$$

$$\frac{\sqrt[4]{x^4 y^4}}{y} = \frac{\sqrt{x} \cdot y}{y} = \frac{x |y|}{y} = \frac{-y}{y} x = -\sqrt{x}$$



$$\Rightarrow -xy + xy - \sqrt{x} = -\sqrt{x}$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

$$\frac{\bar{b}}{c} = -1 \Rightarrow \frac{b}{c} = -1 \Rightarrow a = -bc \xrightarrow{bc < 0} a > 0$$

$$bc < 0 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} b < 0, c > 0 \text{ (۲)} \end{array} \right\}$$

$$\frac{a^2}{a} + \frac{b^2}{b} + \frac{c^2}{c} = \frac{a^2}{a} + \frac{b^2}{b} + \frac{c^2}{c}$$

$$\xrightarrow{a > 0} \frac{1}{a} + \frac{1}{bc} = 1 + \frac{1}{bc} = 1 + 0 = 1$$

با فرض ۱

$$\xrightarrow{a > 0} \frac{1}{a} + \frac{1}{bc} = 1 + \frac{1}{bc} = 1 + 0 = 1$$

با فرض ۲

$$\sqrt[n]{a^n} = |a| \text{ زوج } n$$

$$\sqrt[n]{a^n} = a \text{ فرد } n$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

از داخلی ترین عبارت شروع می کنیم:

$$\sqrt{9^n} = \sqrt{(3^2)^n} = (3^n)^2 =$$

$$3^{n+1} \sqrt{3^{n+1} \times 3^n} = 3^{n+1} \sqrt{3^{n+1+n}} = 3^{n+1} \sqrt{3^{2n+1}} = 3$$

$$n+1 \sqrt{\frac{3^{n+2}}{3^{n+1} \sqrt{3^{n+1}} \sqrt{9^n}}} = n+1 \sqrt{\frac{3^{n+2}}{3}} = n+1 \sqrt{3^{n+2-1}} = n+1 \sqrt{3^{n+1}} = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹

$$\left(\frac{1}{x}\right)^4 = 0,0016 = (0,2)^4 = \left(\frac{2}{10}\right)^4$$

$$\frac{1}{x} = \frac{2}{10} \Rightarrow x = \frac{10}{2} = 5 \Rightarrow \sqrt{5x} = \sqrt{5 \times 5} = \sqrt{25} = 5$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

اگر n زوج $\leftarrow a, b \geq 0$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\sqrt[n]{2} \times \sqrt[n]{2^2} = \sqrt[n]{2^2} \times 2 = \sqrt[n]{2^3} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt[n]{2^3} = \sqrt{2} \Rightarrow 2^{\frac{3}{n}} = 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{3}{n} = \frac{1}{2} \Rightarrow n = 6$$

$$\sqrt[n]{a^n} = |a| \quad n$$

$$\sqrt[n]{a^n} = a \quad n \text{ فرد}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱

از آنجایی که $\sqrt{-x}$ تعریف شده است نتیجه می گیریم: $-x > 0 \rightarrow x < 0$

$$\left. \begin{aligned} (\sqrt{-x})^2 &= -x \\ \sqrt{x^2} &= |x| \stackrel{x \leq 0}{=} -x \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{(\sqrt{-x})^2 + \sqrt{x^2}}{-2x} = \frac{-x - x}{-2x} = \frac{-2x}{-2x} = 1$$

$$a, b \geq 0 \leftarrow \text{اگر } n \text{ زوج}$$

$$\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲

$$\sqrt{a+2.5} \sqrt{2a+5} = \sqrt{(a+2.5)(2a+5)} = \sqrt{2(a+2.5)(a+2.5)} = \sqrt{2(a+2.5)^2}$$

$$\stackrel{a+2.5=x}{=} \sqrt{2x^2} = \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{2x^2} = \sqrt{2 \times 2^2} \Rightarrow x = 2$$

$$a + 2.5 = 2 \rightarrow a = -0.5 = \frac{-1}{2}$$

در رادیکال با فرجه ی زوج، عبارت زیر رادیکال حتماً باید مثبت باشد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳

$$\sqrt{a-3} + |2-a| = \sqrt{a-3} + a-2 = a \Rightarrow \sqrt{a-3} = 2 \Rightarrow a-3 = 4 \Rightarrow a = 7$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴

$$a = \sqrt{3} + \sqrt{15} = \sqrt{3} + \sqrt{3 \times 5} = \sqrt{3} + \sqrt{3} \sqrt{5} = \sqrt{3}(1 + \sqrt{5})$$

$$b = 3\sqrt{2} = \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{3} \times \sqrt{3 \times 2} = \sqrt{3}(\sqrt{6})$$

$$c = \sqrt{3}(\sqrt{(-2)^2}) = \sqrt{3}(\sqrt{4}) = 2\sqrt{3}$$

از آنجایی که در هر سه عدد a و b و c ، $\sqrt{3}$ مشترک است، پس برای مقایسه ی آنها کافیست تا مضرب های $\sqrt{3}$ را با هم مقایسه کنیم:

$$2, \sqrt{5} + 1, \sqrt{6}$$



$$\left. \begin{aligned} \sqrt{5} + 1 &= 2, \dots + 1 = 3, \dots \\ 6 &= 2, \dots \\ 2 &= 2 \end{aligned} \right\} \rightarrow 2 < \sqrt{6} < \sqrt{5} + 1 \xrightarrow{\times \sqrt{3}} 2\sqrt{3} < \sqrt{3}\sqrt{6} < (\sqrt{5} + 1)(\sqrt{3}) \rightarrow c < b < a$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad a, b \geq 0$$

$$\sqrt[n]{a^n} = |a| \quad \text{اگر } n \text{ زوج}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵

ابتدا صورت و مخرج هر کسر را ساده می کنیم و پس از مخرج مشترک گیری، جمع می کنیم:

$$\sqrt[3]{32} = \sqrt[3]{2^5} = \sqrt[3]{2^3 \times 2^2} = \sqrt[3]{2^3} \sqrt[3]{2^2} = 2\sqrt[3]{4}$$

$$\sqrt[5]{256} = \sqrt[5]{2^8} = \sqrt[5]{2^5 \times 2^3} = \sqrt[5]{2^5} \sqrt[5]{2^3} = 2\sqrt[5]{8}$$

$$\sqrt[5]{128} = \sqrt[5]{2^7} = \sqrt[5]{2^5 \times 2^2} = \sqrt[5]{2^5} \sqrt[5]{2^2} = 2\sqrt[5]{4}$$

$$\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2^4} = \sqrt[3]{2^3 \times 2} = \sqrt[3]{2^3} \sqrt[3]{2} = 2\sqrt[3]{2}$$

$$\Rightarrow A = \left(\frac{2\sqrt[3]{4}}{2\sqrt[5]{8}} + \frac{2\sqrt[5]{4}}{2\sqrt[3]{2}} \right) = \left(\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[5]{8}} + \frac{\sqrt[5]{4}}{\sqrt[3]{2}} \right) = \left(\frac{\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{2} + \sqrt[5]{4} \times \sqrt[5]{8}}{\sqrt[5]{8} \times \sqrt[3]{2}} \right)$$

$$= \left(\frac{\sqrt[3]{8} + \sqrt[5]{32}}{\sqrt[5]{8} \times \sqrt[3]{2}} \right) = \left(\frac{2 + 2\sqrt[5]{2}}{\sqrt[5]{8} \times \sqrt[3]{2}} \right) = \left(\frac{2(1 + \sqrt[5]{2})}{\sqrt[5]{8} \times \sqrt[3]{2}} \right) = \frac{2}{\sqrt[5]{8} \times \sqrt[3]{2}}$$

$$A^{60} = \left(\frac{2}{\sqrt[5]{8} \times \sqrt[3]{2}} \right)^{60} = \frac{(2^2)^{60}}{(\sqrt[5]{2^3})^{60} (\sqrt[3]{2})^{60}} = \frac{2^{120}}{((\sqrt[5]{2^3})^5)^{12} ((\sqrt[3]{2})^3)^{20}} = \frac{2^{120}}{(2^3)^{12} \times (2)^{20}} = \frac{2^{120}}{2^{36} \times 2^{20}}$$

$$= \frac{2^{120}}{2^{56}} = 2^{120-56} = 2^{64}$$

$$(\sqrt[n]{a})^n = a$$

$$a < b \rightarrow a^x < b^x$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

تمام اعداد را به توان ۶ می رسانیم:

$$(\sqrt{7})^6 = \left((\sqrt{7})^2 \right)^3 = 7^3 = 343$$

$$(2\sqrt[3]{7})^6 = 2^6 (\sqrt[3]{7})^6 = 2^6 \times \left((\sqrt[3]{7})^3 \right)^2 = 2^6 \times 7^2 = 64 \times 49 = 3136$$

$$(3\sqrt[6]{3})^6 = 3^6 (\sqrt[6]{3})^6 = 3^6 \times 3 = 3^7 = 2187$$

$$\sqrt{7} < 3\sqrt[6]{3} < 2\sqrt[3]{7}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad a \geq 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷



$$\frac{(0,0016)^{\frac{25}{100}}}{(0,04)^{\frac{5}{10}}} = \frac{(0,0016)^{\frac{1}{4}}}{(0,04)^{\frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt[4]{0,0016}}{\sqrt{0,04}} = \frac{0,2}{0,2} = 1$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad a \geq 0$$

$$\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

اگر n زوج $\leftarrow a, b \geq 0$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

$$\sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{(9^2)} = 9^{\frac{2}{3}} = (3^2)^{\frac{2}{3}} = 3^{\frac{4}{3}}$$

$$\left. \begin{aligned} \sqrt[3]{3} &= 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{2}{6}} \\ \sqrt{3} &= 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{3}{6}} \end{aligned} \right\} \rightarrow \sqrt{3} \times \sqrt[3]{3} = 3^{\frac{3}{6}} \times 3^{\frac{2}{6}} = 3^{\frac{5}{6}}$$

$$\frac{3^{\frac{4}{3}}}{3^{\frac{5}{6}}} = 3^{\frac{4}{3} - \frac{5}{6}} = 3^{\frac{8-5}{6}} = 3^{\frac{3}{6}} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$a \geq 0, \quad n \notin \mathbb{Z}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹

$$\sqrt[2]{4^4} = 4^{\frac{4}{2}} = 4^2$$

$$|a| = a \rightarrow a > 0$$

$$\frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a^3}} = \frac{a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{3}{2}}} = a^{\frac{2}{3} - \frac{3}{2}} = a^{\frac{4-9}{6}} = a^{-\frac{5}{6}}$$

$$\left(a^{-\frac{5}{6}}\right)^{-\frac{6}{5}} = a^{-\frac{5}{6} \times -\frac{6}{5}} = a^1 = a$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰

$$a^{-b} = \frac{1}{a^b}$$

ترتیب اعمال در ریاضیات به شکل زیر است:

(۱) پرانتز

(۲) توان و رادیکال



۳ ضرب و تقسیم

۴ جمع و تفریق

پس با توجه به عبارت بالا خواهیم داشت:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

$$-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = -2$$

(دقت کنید که داخل پرانتزها، چیزی برای محاسبه وجود ندارد)

$$\left(-\frac{1}{8}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{2^3}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{\frac{1}{2^6}}\right)^2 = (2^6)^2 = 2^6$$

$$\frac{1}{4} \left(-\frac{1}{8}\right)^{-2} = \frac{1}{4} \times 2^6 = \frac{2^6}{2^2} = 2^4 = 16$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۱

$$x^{0.738} = (x^{0.246})^3 = (3)^3 = 27$$

$$a^{-b} = \frac{1}{a^b}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۲

$$\frac{1}{\frac{n}{325}} = 3^{\frac{-n}{25}} = 3^{\frac{-4n}{100}} = 3^{-0.04n}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad a \geq 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۳

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[3]{(a+b)^2} \sqrt[3]{(a+b)^2}}{\sqrt[3]{(a+b)^2}} &= \frac{(a+b)^2 \times (a+b)^{\frac{2}{3}}}{(a+b)^{\frac{2}{3}}} \\ &= \frac{(a+b)^{\frac{9+1}{3}}}{(a+b)^{\frac{2}{3}}} = \frac{(a+b)^{\frac{10}{3}}}{(a+b)^{\frac{2}{3}}} = (a+b)^{\frac{10-2}{3}} = (a+b)^{\frac{8}{3}} = (a+b)^1 = (a+b)^{\frac{m}{n}} \Rightarrow \frac{m}{n} = 1 \rightarrow \frac{m}{8} = 1 \end{aligned}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad a \geq 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۴

$$A = \sqrt[4]{a^{12}} \sqrt[2]{a} = a^3 \times a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{6+1}{2}} = a^{\frac{7}{2}} = a^{\frac{5}{2}} = A$$

$$B = a^{\frac{-1}{6}}$$



$$\overline{B} = \frac{a^{\frac{5}{6}}}{a^{-\frac{1}{6}}} = a^{\frac{5-(-1)}{6}} = a^{\frac{6}{6}} = a$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad a \geq 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۵

$$\begin{aligned} \sqrt[4]{a} \sqrt{b} \sqrt[3]{a} &= \sqrt[4]{a} \sqrt{b \times a^{\frac{1}{3}}} = \sqrt[4]{a \times (b \times a^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}}} \\ &= \sqrt[4]{a \times b^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{6}}} = \sqrt[4]{a^{\frac{5}{6}} \times b^{\frac{1}{2}}} = (a^{\frac{5}{6}} \times b^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{5}{24}} \times b^{\frac{1}{8}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt[4]{b} \sqrt{a} \sqrt[3]{b} &= \sqrt[4]{b} \sqrt{b \times a \times b^{\frac{1}{3}}} = \sqrt[4]{b \times (a \times b^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[4]{b \times a^{\frac{1}{2}} \times b^{\frac{1}{6}}} = \sqrt[4]{b^{\frac{5}{6}} \times a^{\frac{1}{2}}} \\ &= (b^{\frac{5}{6}} \times a^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{4}} = b^{\frac{5}{24}} \times a^{\frac{1}{8}} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sqrt[4]{b} \sqrt{a} \sqrt[3]{b} \times \sqrt[4]{a} \sqrt{b} \sqrt[3]{a} = b^{\frac{5}{24}} \times a^{\frac{1}{8}} \times a^{\frac{5}{24}} \times b^{\frac{1}{8}} = a^{\frac{1}{2}} \times b^{\frac{1}{2}}$$

$$= a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} = (ab)^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{(ab)^1}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad a \geq 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۶

$$\sqrt[y]{x} \times \sqrt[x]{y} \stackrel{x=y^r}{=} \sqrt[y]{y^r} \times \sqrt[r]{y} = y^{\frac{r}{y}} \times y^{\frac{1}{r}} = y^{\frac{ry+1}{ry}} = y^A$$

$$A = \frac{ry+1}{ry} \quad (1)$$

$$y^A = \frac{1}{y} \Rightarrow A = -1 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{ry+1}{ry} = -1 \Rightarrow ry+1 = -y^r \Rightarrow y^r + ry+1 = 0 \Rightarrow (y+1)^r = 0 \rightarrow y = -1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۷

$$\begin{aligned} \text{صورت} &= \sqrt{a^{50}} \times \sqrt[3]{a^{50}} \times a^{\frac{50}{4}} = \sqrt{a^{50}} \sqrt[3]{a^{\frac{250}{4}}} = \sqrt{a^{50}} \times a^{\frac{250}{12}} \\ &= \sqrt{a^{50}} \times a^{\frac{250}{12}} = \sqrt{a^{\frac{600+250}{12}}} = \sqrt{a^{\frac{850}{12}}} = a^{\frac{850}{24}} = a^{\frac{425}{12}} \end{aligned}$$



$$\text{مخرج} = \sqrt[4]{\sqrt[3]{a^5}} \times \sqrt[6]{\sqrt{a^{85}}} = \sqrt[4]{a^{\frac{5}{3}}} \times \sqrt[6]{a^{\frac{85}{2}}}$$

$$= a^{\frac{5}{12}} \times a^{\frac{85}{12}} = a^{\frac{5}{12} + \frac{85}{12}} = a^{\frac{90}{12}} = a^{\frac{15}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{صورت}}{\text{مخرج}} = \frac{a^{\frac{425}{12}}}{a^{\frac{90}{12}}} = a^{\frac{425}{12} - \frac{90}{12}} = a^{\frac{335}{12}} = \sqrt[12]{a^{335}}$$

$$(\sqrt[n]{a})^n = a, \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad a \geq 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۸

$$\sqrt{\frac{\sqrt[3]{2^{4n}}}{\sqrt[5]{4}}} = 2 \xrightarrow{\text{توان دو}} \frac{\sqrt[3]{2^{4n}}}{\sqrt[5]{4}} = 4$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۱۵}} \left(\frac{\sqrt[3]{2^{4n}}}{\sqrt[5]{4}} \right)^{15} = \frac{\left(2^{\frac{4n}{3}} \right)^{15}}{\left(4^{\frac{1}{5}} \right)^{15}} = \frac{2^{20n}}{4^3} = 4^{15}$$

$$\frac{2^{20n}}{(2^2)^3} = \frac{2^{20n}}{2^6} = 2^{20n-6} = 4^{15} = (2^2)^{15} = 2^{30}$$

$$\Rightarrow 20n - 6 = 30 \Rightarrow 20n = 36 \Rightarrow n = 1,8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۹

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad a \geq 0$$

$$\sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}$$

$$\sqrt[3]{c\sqrt{c}} = \sqrt[3]{c \times c^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[3]{c^{\frac{3}{2}}} = (c^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{3}} = c^{\frac{1}{2}}$$

$$a^{\frac{2}{3}} = c^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

$$\sqrt{a} = b \xrightarrow{\text{توان دو}} a = b^2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{1,2} a^{\frac{2}{3}} = c^{\frac{1}{2}} \xrightarrow{a=b^2} (b^2)^{\frac{2}{3}} = c^{\frac{1}{2}} \Rightarrow b^{\frac{4}{3}} = c^{\frac{1}{2}} \xrightarrow{\text{توان سه}} b^{\frac{4}{3} \times 3} = c^{\frac{1}{2} \times 3} \xrightarrow{\text{توان سه}} b^4 = c^{\frac{3}{2}}$$

$$\begin{cases} a > b \rightarrow a^{1/2} > b^{1/2} \\ a, b \geq 0 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۰



همه را به توان ۱۲ می‌رسانیم:

$$\left. \begin{aligned} a^{12} &= \left(\left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{12} = \left(\frac{1}{2} \right)^6 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64} \approx 0.01 \\ b^{12} &= \left(\left(\frac{2}{3} \right)^{\frac{2}{3}} \right)^{12} = \left(\frac{2}{3} \right)^8 = \frac{2^8}{3^8} = \frac{256}{6561} \approx 0.04 \\ c^{12} &= \left(\left(\frac{3}{4} \right)^{\frac{3}{4}} \right)^{12} = \left(\frac{3}{4} \right)^9 = \frac{3^9}{4^9} = \frac{19683}{262144} \approx 0.07 \end{aligned} \right\} \Rightarrow c > b > a$$

می‌دانیم اعداد بزرگتر از یک، هر چه به توان بزرگتری برسند، بزرگتر می‌شوند. (۱) (۲) (۳) (۴) (۴۱)

$$\frac{1}{0.7} = \frac{10}{7} > 1, \quad \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5} : \frac{40}{60}, \frac{45}{60}, \frac{48}{60} \Rightarrow \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{0.7} \right)^{\frac{4}{5}} > \left(\frac{2}{3} \right)^{\frac{3}{4}} > \left(\frac{1}{0.7} \right)^{\frac{2}{3}}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۴۲)

$$\frac{+2ab +}{a+b} = \frac{+2ab +}{a+b} = a + b$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۴۳)

$$x^2 = y^2 - 4y + 4$$

$$\begin{aligned} x^2 &= \dots \\ x > 0 \\ - &\rightarrow x = y - 2 \\ y &> 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{(x+1)(y^2+2y+1)}{(x^2-2x+1)(y-1)} &= \frac{(x+1)^2(y-1)}{(x-1)^2(y-1)} = \frac{(y-2-1)^2(y-1)}{(y-3)^2(y-1)} \\ &= \frac{(y+1)^2}{(y-3)^2} \end{aligned}$$

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$$

$$= \quad + \quad + 2(6)$$

$$25 = x^2 + y^2 + 12$$

$$x^2 + y^2 = 13 \quad (I) \text{ رابطه}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۴۴)

$$\begin{aligned} (I) \rightarrow (x^2 + y^2)^2 &= x^4 + y^4 + 2x^2y^2 \\ (13)^2 &= x^4 + y^4 + 2(xy)^2 \\ 169 &= x^4 + y^4 + 2(6)^2 \\ 169 &= x^4 + y^4 + 2 \times 36 \\ 169 &= x^4 + y^4 + 72 \rightarrow x^4 + y^4 = 97 \end{aligned}$$

توان های گویا و عبارت های جذری



۱ ۲ ۳ ۴ ۴۵

$$\begin{aligned}
 & (\sqrt{3x-2} + \sqrt{3x+3})(\sqrt{3x-2} - \sqrt{3x+3}) = (\sqrt{3x-2})^2 - (\sqrt{3x+3})^2 \\
 & = (\sqrt{3x-2} + \sqrt{3x+3})(\sqrt{3x-2} - \sqrt{3x+3}) \\
 & = 3(\sqrt{3x-2} - \sqrt{3x+3}) = -5 \Rightarrow \sqrt{3x-2} - \sqrt{3x+3} = \frac{-5}{3}
 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۶

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x(x+1)} = 4 \\
 & 4x(x+1) = -1 \Rightarrow x(x+1) = \frac{-1}{4} \Rightarrow x^2 + x = -\frac{1}{4} \Rightarrow x^2 + x + \frac{1}{4} = 0 \\
 & (x + \frac{1}{2})^2 = 0 \Rightarrow x + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۷

$$\begin{aligned}
 & \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3} = \frac{(\sqrt{x}-3)^2 + (\sqrt{x}+3)^2}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{x-6\sqrt{x}+9+x+6\sqrt{x}+9}{(\sqrt{x})^2 - (3)^2} = \frac{x-9}{x-9} \\
 & \rightarrow \frac{x-9}{x-9} - \frac{-x^2+2x+99}{x-9} = \frac{2x+18+x^2-2x-99}{x-9} = \frac{x^2-81}{x-9} \\
 & \frac{x^2-81}{(x-9)} = x+9 \stackrel{x=3\sqrt{x}}{=} 3\sqrt{3}+9 = 3(3+\sqrt{3}) = 3A \Rightarrow A = 3+\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab} \\
 & a, b \geq 0 \leftarrow \text{اگر } n \text{ زوج}
 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۸

$$\begin{aligned}
 & \sqrt{16} + \sqrt{10} - \sqrt{6} = \sqrt{2}(\sqrt{8} + \sqrt{5} - \sqrt{3}) \\
 & \sqrt{2}(\sqrt{8} + \sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{8} - \sqrt{5} + \sqrt{3}) = \sqrt{2}(\sqrt{8} + (\sqrt{5} - \sqrt{3}))(\sqrt{8} - (\sqrt{5} - \sqrt{3})) \\
 & = \sqrt{2}((\sqrt{8})^2 - (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2) = \sqrt{2}(8 - (5 + 3 - 2\sqrt{15})) \\
 & \sqrt{2}(8 - (8 - 2\sqrt{15})) = \sqrt{2}(8 - 8 + 2\sqrt{15}) = \sqrt{2} \times 2\sqrt{15} = 2\sqrt{30}
 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۹

$$\begin{aligned}
 & (2^{6x+3}) \left((2^2)^{3x+6} \right) = (2^3)^{4x+5} \Rightarrow (2^{6x+3})(2^{6x+12}) = 2^{12x+15} \\
 & \Rightarrow 2^{12x+15} = 2^{12x+15} \Rightarrow \text{تساوی به ازای تمام مقادیر } x \text{ برقرار است}
 \end{aligned}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۵۰

$$\left((2^{2n} + 1)(2^{2n} - 1) + 1\right)^{\frac{1}{4}} = 256 \rightarrow (2^{2n} - 1 + 1)^{\frac{1}{4}} = 2^n = 256 \rightarrow n = 8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۱

$$(x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2$$

$$= \quad + \quad + 3xy(x + y)$$

$$7^3 = x^3 + y^3 + 3 \times 5(7)$$

$$7^3 = x^3 + y^3 + 105 \Rightarrow x^3 + y^3 = 238$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۲

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$x^3 + y^3 = ? \quad xy = 1 \quad x + y = 3$$

$$= \quad + \quad + 3xy(x + y)$$

$$(3)^3 = x^3 + y^3 + 3(1)(3) \Rightarrow 27 = x^3 + y^3 + 9 \Rightarrow x^3 + y^3 = 18$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۳

$$(x + a)\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = x^2 + \frac{\sqrt{2}x}{2} - 1 \Rightarrow x^2 + \left(a - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)x - \frac{a\sqrt{2}}{2} = x^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}x - 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a = \sqrt{2} \\ \frac{a\sqrt{2}}{2} = 1 \Rightarrow a = \sqrt{2} \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۴

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{5} + \sqrt{7} + \sqrt{5 - \sqrt{7}}}{\sqrt{5} + \sqrt{7} - \sqrt{5 - \sqrt{7}}} \times \frac{\sqrt{5} + \sqrt{7} + \sqrt{5 - \sqrt{7}}}{\sqrt{5} + \sqrt{7} + \sqrt{5 - \sqrt{7}}} = \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{7} + \sqrt{5 - \sqrt{7}})^2}{(\sqrt{5} + \sqrt{7})^2 - (\sqrt{5 - \sqrt{7}})^2} \\ & = \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{7})^2 + (\sqrt{5 - \sqrt{7}})^2 + 2\sqrt{5} + \sqrt{7}\sqrt{5 - \sqrt{7}}}{5 + \sqrt{7} - (5 - \sqrt{7})} = \frac{5 + \sqrt{7} + 5 - \sqrt{7} + 2\sqrt{5^2 - (\sqrt{7})^2}}{5 + \sqrt{7} - 5 + \sqrt{7}} \\ & = \frac{10 + 2\sqrt{25 - 7}}{2\sqrt{7}} = \frac{10 + 2\sqrt{18}}{2\sqrt{7}} = \frac{2(5 + \sqrt{18})}{2\sqrt{7}} = \frac{5 + \sqrt{18}}{\sqrt{7}} = \frac{5 + 3}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7} + 3\sqrt{14}}{\sqrt{7}} \end{aligned}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad a \geq 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۵



$$x^2 = \left(\sqrt[2]{2\sqrt{2}} \right)^2 = \left(\sqrt[2]{2 \times 2^{\frac{1}{2}}} \right)^2 = \left(\sqrt[2]{2^{\frac{3}{2}}} \right)^2 = \left(\left(2^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^2 = 2$$

ریشه نهم a, b است اگر $a^9 = b$ باشد

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۶

$$a = \left(9^{(9^8)} \right), \quad b = 9^{(9^9)}$$

$$\left(9^{(9^8)} \right)^9 = 9^{(9^8) \times 9} = 9^{(9^9)}$$

$$\sqrt[9]{9^{(9^9)}} = 9^{(9^8)}$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۷

$$\sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + 1 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} = |\sqrt{2}+1| = \sqrt{2}+1$$

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + 1 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = |\sqrt{2}-1| = \sqrt{2}-1$$

$$\rightarrow \sqrt{2}+1 - (\sqrt{2}-1) = \sqrt{2}+1 - \sqrt{2}+1 = 2$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad a \geq 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۸

$$1024^{\circ 1} = (2^{10})^{\frac{1}{10}} = 2 \quad \text{گویا}$$

$$27^{\frac{1}{3}} = (3^3)^{\frac{1}{3}} = 3 \quad \text{گویا}$$

$$100^{\circ 5} = (10^2)^{\frac{5}{10}} = 10 \quad \text{گویا}$$

$$100^{\circ 1} = (10^2)^{\frac{1}{10}} = 10^{\frac{2}{10}} = \sqrt[5]{10} \quad \text{کنگ}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad a \geq 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۹

$$x = \sqrt[13]{2^{15}} \Rightarrow x = 2^{\frac{15}{13}}$$

$$x^3 \sqrt{x} \times \sqrt[5]{x^2} = x \times x^{\frac{3}{3}} \times x^{\frac{2}{5}} = x^{1+\frac{1}{3}+\frac{2}{5}} = x^{\frac{15}{15}+\frac{5}{15}+\frac{8}{15}} = x^{\frac{28}{15}} \xrightarrow{x=2^{\frac{15}{13}}} 2^{\frac{28}{13}} = (2^{\frac{15}{13}})^{\frac{28}{15}} = 2^2 = 4$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad a \geq 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۰

$$\sqrt[3]{4a^2} = \sqrt[3]{(2a)^2} = (2a)^{\frac{2}{3}}$$



$$(2a)^{\frac{2}{3}} \times (2a)^{\frac{4}{3}} = (2a)^{\frac{6}{3}} = (2a)^2 = \text{مربع کامل}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad a \geq 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۱

$$(\sqrt[3]{27} - \sqrt{6 + \frac{3}{4}})^2 = (\sqrt[3]{3^3} - \sqrt{\frac{27}{4}})^2 = (\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{3}}{2})^2 = (\sqrt{3})^2 (1 - \frac{3}{2})^2 = 3(\frac{-1}{2})^2 = 3 \times (\frac{1}{4}) = \frac{3}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۲

$$a^r m - b^r m + b^r n - a^r n = a^r m - a^r n - b^r m + b^r n$$

$$= a^r(m - n) - b^r(m - n) = (m - n)(a^r - b^r) = (m - n)(a - b)(a + b)$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad a \geq 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۳

$$a^{-b} = \frac{1}{a^b}$$

$$\left(\sqrt[3]{5 + \left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)^2 + (-\sqrt{2})^2} \right)^{-\frac{3}{2}} + \left(\sqrt{\frac{9}{4}} \right)^3 = \left(\sqrt[3]{5 + \frac{1}{9} + 2} \right)^{-\frac{3}{2}} + \left(\sqrt{\frac{9}{4}} \right)^3$$

$$= \left(\sqrt[3]{\frac{64}{9}} \right)^{-\frac{3}{2}} + \left(\frac{3}{2} \right)^3 = \left(\left(\frac{64}{9} \right)^{\frac{1}{3}} \right)^{-\frac{3}{2}} + \frac{27}{8} = \left(\frac{64}{9} \right)^{-\frac{1}{2}} + \frac{27}{8}$$

$$= \left(\frac{9}{64} \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{27}{8} = \frac{3}{8} + \frac{27}{8} = \frac{30}{8} = 3.75$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۴

$$\sqrt[3]{-\frac{3}{8}} + \sqrt{(1 + \sqrt{2})^2 - 4\sqrt{2}} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-0.25}$$

$$= \sqrt[3]{-\frac{3}{8}} + \sqrt{1 + (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2}} - (4)^{-0.25} = \frac{-3}{2} + \sqrt{1 + 2 - 2\sqrt{2}} - (2^2)^{\frac{1}{4}}$$

$$= \frac{-3}{2} + \sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} - (2^2)^{\frac{1}{4}} = \frac{-3}{2} + |1 - \sqrt{2}| - 2^{\frac{1}{2}} = \frac{-3}{2} - 1 + \sqrt{2} - \sqrt{2}$$

$$= \frac{-3}{2} - \frac{2}{2} = \frac{-5}{2} = -2.5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۵

$$x = 5 + \sqrt{17} \Rightarrow x - 5 = \sqrt{17} \Rightarrow x^2 - 10x + 25 = 17$$



$$x^r - 1 \circ x + \lambda = 0 \Rightarrow x^r + \lambda = 1 \circ x \quad (*)$$

$$\sqrt{\frac{x-1}{16}} + \frac{1}{2x} = \sqrt{\frac{x^r - x + \lambda}{16x}} \xrightarrow{*} \sqrt{\frac{1 \circ x - x}{16x}} = \sqrt{\frac{1}{16x}} = \frac{1}{4} = 0,25$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۶

$$\begin{aligned} 2b^r + ab(b-a) - ab(a+b) &= 2b^r + ab^r - a^r b - a^r b - ab^r \\ &= 2b^r - 2a^r b = 2b(b^r - a^r) = 2b(b-a)(b+a) \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۷

$$(ax+by)^r - (ay+bx)^r \xrightarrow{\text{مزدوج}} (ax+by-ay-bx)(ax+by+ay+bx)$$

$$= (x-y)(x+y)(a-b)(a+b) = (x^r - y^r)(a^r - b^r)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۸

$$x = 7 - 2\sqrt{6} \Rightarrow 7 - x = 2\sqrt{6} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^r + 49 - 14x = 24 \Rightarrow x^r + 25 = 14x \quad (*)$$

$$\sqrt{\frac{x+2}{25}} + \frac{1}{x} = \sqrt{\frac{x^r + 2x + 25}{25x}} \xrightarrow{(*)} \sqrt{\frac{14x + 2x}{25x}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5} = 0,8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۹

$$x > 0, xy < 0 \Rightarrow x > 0, y < 0$$

$$|y - x - 2\sqrt{3}| = -y + x + 2\sqrt{3} \quad (y \text{ منفی و } -x \text{ منفی و } -2\sqrt{3} \text{ منفی است})$$

$$|x - y + 3\sqrt{2}| = x - y + 3\sqrt{2} \quad (x \text{ مثبت و } -y \text{ مثبت و } 3\sqrt{2} \text{ مثبت است})$$

$$-y + x + 2\sqrt{3} - (x - y + 3\sqrt{2}) = -y + x + 2\sqrt{3} - x + y - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$$

$$\frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}} \times \frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}} = \frac{-2(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})}{(2\sqrt{3})^2 - (3\sqrt{2})^2} = \frac{-2(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})}{12 - 18} = \frac{-2(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})}{-6} = \frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۰

$$x^r + 6xy + 9y^r - 2x - 6y - 3 = (x^r + 6xy + 9y^r - 1) + (-2x - 6y - 2)$$

$$= (-1) + (-2(x + 3y + 1)) = (x + 3y - 1)(x + 3y + 1) - 2(x + 3y + 1)$$

$$= (x + 3y + 1)(x + 3y - 1 - 2) = (x + 3y + 1)(x + 3y - 3)$$



$$A = B = \sqrt[3]{y} \Rightarrow A + B = \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{y} = \sqrt[3]{y}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۱

$$\sqrt[3]{A} = (\sqrt[3]{2 - \sqrt{3}})^{\frac{2}{3}} (\sqrt[3]{2 + \sqrt{3}})^{\frac{2}{3}} \times \sqrt[3]{\sqrt{2}}$$

$$A = \left((\sqrt[3]{2 - \sqrt{3}})^{\frac{2}{3}} (\sqrt[3]{2 + \sqrt{3}})^{\frac{2}{3}} \times \sqrt[3]{\sqrt{2}} \right)^3$$

$$A = (\sqrt[3]{2 - \sqrt{3}})^{\frac{2}{3}} (\sqrt[3]{2 + \sqrt{3}})^{\frac{2}{3}} \sqrt[3]{2} = (\sqrt[3]{2 - \sqrt{3}})^{\frac{2}{3}} (\sqrt[3]{2 - \sqrt{3}})^{\frac{2}{3}} (\sqrt[3]{2 + \sqrt{3}})^{\frac{2}{3}} \times \sqrt[3]{2}$$

$$= (\sqrt[3]{2 - \sqrt{3}})^{\frac{1}{3}} ((\sqrt[3]{2 - \sqrt{3}})(\sqrt[3]{2 + \sqrt{3}}))^{\frac{2}{3}} \times \sqrt[3]{2} = (\sqrt[3]{2 - \sqrt{3}})^{\frac{1}{3}} (\sqrt[3]{4 - 3})^{\frac{2}{3}} \times \sqrt[3]{2}$$

$$= (\sqrt[3]{2 - \sqrt{3}})^{\frac{1}{3}} \times \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2 - \sqrt{3}} \times \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt[3]{3 + 1 - 2\sqrt{3}}$$

$$\sqrt[3]{(\sqrt[3]{3})^3 + 1^3 - 2\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{(\sqrt[3]{3} - 1)^3} = \sqrt[3]{3} - 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۲

$$A = (\sqrt[3]{2 - \sqrt{3}} + \sqrt[3]{2 + \sqrt{3}}) \Rightarrow A^3 = (\sqrt[3]{2 - \sqrt{3}})^3 + (\sqrt[3]{2 + \sqrt{3}})^3 + 3\sqrt[3]{2 - \sqrt{3}} \times \sqrt[3]{2 + \sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow A^3 = 2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} + 3\sqrt[3]{4 - 3} \Rightarrow A^3 = 4 + 3 \Rightarrow A^3 = 7 \Rightarrow A = \sqrt[3]{7}$$

$$\sqrt[3]{6} \times \sqrt[3]{2\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{6} \times \sqrt[3]{2 \times 2^{\frac{1}{3}}} = \sqrt[3]{6} \times \sqrt[3]{2^{\frac{4}{3}}} = \sqrt[3]{6} \times (2^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{6} \times \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{12} = \sqrt[3]{4 \times 3} = 2\sqrt[3]{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۳

$$a^0 = 1, a \in \mathbb{R} - \{0\}$$

$$3^{2x+2} - 3^{x+3} - 3^x + 3 = 0$$

$$3^{x+3}(3^{x-1} - 1) - 3(3^{x-1} - 1) = 0$$

$$(3^{x-1} - 1)(3^{x+3} - 3) = 0$$

$$3^{x-1} - 1 = 0 \Rightarrow 3^{x-1} = 1 \Rightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 1}$$

\Rightarrow

$$3^{x+3} - 3 = 0 \Rightarrow x + 3 = 1 \Rightarrow \boxed{x = -2}$$

$$a > b \rightarrow \begin{matrix} > \\ \text{زوج } a, b \end{matrix}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۴

دو به دو با هم مقایسه می کنیم:



$$\xrightarrow{\frac{1}{9^9}, \frac{1}{3^3}} 9^{\frac{1}{9}} = (3^2)^{\frac{1}{9}} = 3^{\frac{2}{9}} \xrightarrow{\frac{2}{3^9}, \frac{1}{3^3}} 3^{\frac{2}{9}} < 3^{\frac{3}{9}} \Rightarrow \boxed{\frac{3}{9}}$$

$$\xrightarrow{\frac{1}{8^8}, \frac{1}{2^2}} 8^{\frac{1}{8}} = (2^3)^{\frac{1}{8}} = 2^{\frac{3}{8}} \xrightarrow{\frac{3}{2^8}, \frac{1}{2^2}} 2^{\frac{3}{8}} < 2^{\frac{4}{8}} \Rightarrow \boxed{\frac{2}{8}} \text{ رابطه } *$$

$$\xrightarrow{\frac{1}{2^2}, \frac{3}{3^9}} \begin{cases} (2^{\frac{1}{2}})^6 = 2^3 = 8 \\ (3^{\frac{1}{3}})^6 = 3^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow 3^{\frac{1}{3}} > 2^{\frac{1}{2}} \xrightarrow{\text{طبق } *} 3^{\frac{1}{3}} > 2^{\frac{1}{2}} > 2^{\frac{1}{8}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۵

$$A = 12x^2 - 12x - 9 = 3(4x^2 - 4x - 3) = 3(4x^2 + 2x - 6x - 3) =$$

$$B = 16x^2 + 16x + 4 = \quad = 4$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{بزرگترین مقسوم علیه مشترک } A, B \\ \text{بزرگترین مقسوم علیه مشترک } A, B \end{array} \right\} \rightarrow B, A \text{ مشترک } = (2x + 1)$$

$$\boxed{>}$$

a, b مثبت

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۶

$$(n^{200})^{\frac{1}{100}} = n^2 \text{ ریشه صدم مثبت:}$$

$$(5^{300})^{\frac{1}{100}} = 5^3$$

$$n^2 < 125 \Rightarrow n < \sqrt{125} \Rightarrow n < 11,1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۷

$$\begin{aligned} \sqrt[n]{a^n} &= |a| & \text{برای هر } n \text{ زوج} \\ \sqrt[n]{a^n} &= a & \text{برای هر } n \text{ فرد} \\ (\sqrt[n]{a})^n &= a & \text{برای هر } n \text{ طبیعی} \end{aligned}$$

باتوجه به نکات فوق، گزینه ی ۴ همواره صحیح است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۸

$$\left. \begin{array}{l} A = x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1) \\ B = (x - 1)^3 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} &= (x - 1)^3(x^2 + x + 1) \\ &= (x - 1) \end{aligned} \text{ بزرگترین مقسوم علیه مشترک } A, B$$



$$\Rightarrow \frac{A, B}{A, B \text{ م.م.ب}} = \frac{(x-1)^2(x^2+x+1)}{(x-1)} = (x-1)^2(x^2+x+1) = (x^3-1)(x-1)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۹

$$(a^b)^c = a^{bc}$$

$$\sqrt{x^2} = \left(\left(\left((2^4)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow 2^{\frac{1}{x}} = 2^{4 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} \Rightarrow 2^{\frac{1}{x}} = 2^{\frac{1}{6}} \rightarrow x = 6$$

عدد ۴۷۵ بین دو عدد توان دار کامل از نوع توان ۴ قرار دارد که عبارتند از: ۱ ۲ ۳ ۴ ۸۰

$$4^n < 475 < 5^n \xrightarrow{\sqrt[n]{}} 4 < \sqrt[n]{475} < 5$$

$$\Rightarrow n = 4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۱

$$\frac{x^2-3x}{x-4} + \frac{x^2-3x-5x+16}{4-x} = \frac{x^2-3x-5x+16}{x-4} = \frac{x^2-8x+16}{x-4} = \frac{(x-4)^2}{x-4} = x-4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۲

$$\frac{}{\delta^{2x+2}} = 2\delta^{3x} \Rightarrow \delta^{-2x-2} = (\delta^2)^{3x} \Rightarrow \delta^{-2x-2} = \delta^{6x}$$

$$-2x-2=6x \Rightarrow -2=8x \Rightarrow x=-\frac{1}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۳

$$\frac{ax^2-ax}{4x} \times \frac{}{x^2+x-2} = 6 \Rightarrow \frac{}{} = 6$$

$$\rightarrow \frac{3a}{4} = 6 \rightarrow 3a = 24 \rightarrow a = 8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۴

$$\left(\frac{x+1}{x+2} - 2 \right) \div \frac{x^2+1-2x-4}{x^2+2x} = \frac{x^2+1-2x-4}{x+2} \div \frac{x^2-2x-3}{x^2+2x}$$

$$= \frac{x^2-2x-3}{x(x+2)} = \frac{x(x^2-2x-3)}{x(x+2)} = \frac{x(x-3)(x+1)}{x(x+2)} = \frac{x(x-3)}{x+2} = x^2-3x$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۸۵

$$\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 5x + 6} \div \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 3x} = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 5x + 6} \cdot \frac{x^2 - 3x}{x^2 - x - 2} = \frac{x}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۶

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \xrightarrow{\text{طرفین} + 4} x^2 - 2x - 3 + 4 = 4$$

$$x^2 - 2x + 1 = 4 \rightarrow (x - 1)^2 = 4 \rightarrow x - 1 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 2 \Rightarrow x = 3 \\ x - 1 = -2 \Rightarrow x = -1 \end{cases} \quad (II)$$

$$(I) \quad \frac{x^2 - 1}{2^3} = \frac{1}{8} = \frac{1}{8} = 1$$

$$(II) \quad \frac{x^2 - 1}{2^3} = \frac{1}{8} = \frac{1}{8} = 0$$

اعداد بازه‌ی (۰, ۱) هرچه به توان برسند کوچک‌تر می‌شوند و هرچه ریشه‌ی بیش‌تری از آن‌ها گرفته شود بزرگ‌تر می‌شوند، یعنی:

$$0 < a < 1 \Rightarrow a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$$

$$A = \left| \sqrt[3]{a} - a \right| - \left| a - \sqrt{a} \right| - \left| \sqrt{a} - \sqrt[3]{a} \right|$$

$$= (\sqrt[3]{a} - a) + (a - \sqrt{a}) + (\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}) = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۸

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 3x + 2} = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} + \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$$

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{(x - 1)(x - 2)} = \frac{a}{x - 1} + \frac{b}{x - 2} = \frac{a(x - 2) + b(x - 1)}{(x - 1)(x - 2)}$$

$$\Rightarrow 3x - 2 = ax - 2a + bx - b \Rightarrow (a + b)x + (-2a - b) = 3x - 2$$

$$\begin{cases} a + b = 3 \\ -2a - b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۹

$$\begin{aligned} (x^y)^z &= x^{yz} \quad (1) \\ x^y \times x^z &= x^{y+z} \quad (2) \end{aligned}$$



$$(\sqrt[3]{2}\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{5}})\sqrt{5} \times (\sqrt[3]{2}\sqrt{\sqrt{5}+\sqrt{5}})\sqrt{5} = (\sqrt[3]{2})\sqrt{5}(\sqrt{5}-\sqrt{5}) \times (\sqrt[3]{2})\sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{5})$$

$$= (\sqrt[3]{2})^{5-\sqrt{35}} \times (\sqrt[3]{2})^{\sqrt{35}+5} = (\sqrt[3]{2})^{5-\sqrt{35}+\sqrt{35}+5} = (\sqrt[3]{2})^{10} = ((\sqrt[3]{2})^3)^4 = 2^4 = 16$$

هر عدد مثبت دارای دو ریشه ی زوج قرینه ی هم است. پس b ریشه های چهارم را مشخص می کند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۹۰

از طرفی، عدد مذکور بین ۰ و ۱ است. پس هر چه عدد ریشه بزرگ تر باشد، حاصل ریشه n ام بزرگ تر می شود، پس:

$$0 < \sqrt[3]{x} < \sqrt[5]{x} < 1$$

\downarrow
 c

\downarrow
 c

و b بین a و c است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۱

$$1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

$$A = \sqrt{(3 \cot \theta)^2 + 9} = \sqrt{9 \cot^2 \theta + 9} = \sqrt{9(1 + \cot^2 \theta)}$$

$$= 3 \sqrt{1 + \cot^2 \theta} = 3 \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \theta}} = 3 \times \frac{1}{\sin \theta} \left. \vphantom{\frac{1}{\sin^2 \theta}} \right\} \begin{array}{l} \text{ناحیه ی سوم: } \theta \end{array} \Rightarrow A = 3 \times \frac{1}{-\sin \theta} = \frac{1}{\sin \theta}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۲

$$\begin{aligned} \frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} - \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{12}} &= \frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} \times \frac{1 - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} - \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{12}} \times \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{12}} = \frac{(1 - \sqrt{2})^2}{1 - 2} - \frac{4\sqrt{6} \times \sqrt{12}}{12} \\ &= \frac{1 + 2 - 2\sqrt{2}}{-1} - \frac{24\sqrt{2}}{12} = 2\sqrt{2} - 3 - 2\sqrt{2} = -3 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۳

$$\begin{aligned} \frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{75} - \frac{1}{2}\sqrt{196} &= \frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{75} - \frac{14}{2} \\ &= \frac{(2 - \sqrt{3})^2}{2^2 - (\sqrt{3})^2} + 5\sqrt{3} - 7 = \frac{4 + 3 - 4\sqrt{3}}{1} + 5\sqrt{3} - 7 = 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۴

عدد زیر رادیکال با فرجه زوج، حتماً باید عددی مثبت باشد تا عبارت تعریف شود. برای عدد طبیعی $n \geq 2$ ، عبارت $a^{\frac{1}{n}}$ زمانی تعریف می شود که $a \geq 0$ باشد.



$$\sqrt[3]{-x} : -x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$$

$$\left. \begin{array}{l} y^{\frac{1}{3}} : y \geq 0 \\ z^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{z^{\frac{1}{4}}} : \left\{ z \neq 0 \Rightarrow z > 0 \right. \\ \frac{1}{\sqrt[5]{xy}} : xy \neq 0 \Rightarrow x \neq 0, y \neq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} z > 0 \\ B < 0 \end{array} \right.$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۵

$$\frac{\sqrt[n]{n} \times \sqrt[n]{n}}{\sqrt[n]{m} \times \sqrt[n]{m}} = \frac{n^{\frac{1}{n}} \times n^{\frac{1}{n}}}{m^{\frac{1}{n}} \times m^{\frac{1}{n}}} = \frac{n^{\frac{1}{n} + \frac{1}{n}}}{m^{\frac{1}{n} + \frac{1}{n}}}$$

$$= \left(\frac{n}{m}\right)^{\frac{1}{n} + \frac{1}{n}} = \left(\frac{n}{m}\right)^{\frac{2}{n}} = \sqrt[n]{\left(\frac{n}{m}\right)^2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۶

$$\left| \frac{\sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}} \right| - \left| \frac{4}{3 - \sqrt{5}} \right| = \left| \frac{\sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}} \times \frac{2 + \sqrt{5}}{2 + \sqrt{5}} \right| - \left| \frac{4}{3 - \sqrt{5}} \times \frac{3 + \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}} \right|$$

$$= \left| \frac{\sqrt{5}(2 + \sqrt{5})}{4 - 5} \right| - \left| \frac{4(3 + \sqrt{5})}{9 - 5} \right| = \left| \frac{\sqrt{5}(2 + \sqrt{5})}{-1} \right| - \left| \frac{4(3 + \sqrt{5})}{4} \right|$$

$$= \sqrt{5}(2 + \sqrt{5}) - (3 + \sqrt{5}) = 2\sqrt{5} + 5 - 3 - \sqrt{5} = \sqrt{5} + 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۷

$$\begin{aligned} (x - y)(x + y) &= x^2 - y^2 \\ a^c \times b^c &= (ab)^c \\ (a^b)^c &= a^{bc} \end{aligned}$$

$$\frac{(\sqrt{\sqrt{3} + 1})^{\frac{2}{3}} \times 27^{\frac{1}{9}} \times (\sqrt{3} - 1)^{\frac{1}{3}}}{(2 \times 3^4 2^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{4}}} = \frac{((\sqrt{3} + 1)^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{3}} \times (3^3)^{\frac{1}{9}} \times (\sqrt{3} - 1)^{\frac{1}{3}}}{(2 \times (3^4 \times 2^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{4}}}$$



$$= \frac{(\sqrt{3} + 1)^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}} \times (\sqrt{3} - 1)^{\frac{1}{3}}}{(2 \times 3^2 \times 2)^{\frac{1}{3}}} = \frac{((\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1))^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}}}{(2^2 \times 3^2)^{\frac{1}{3}}}$$

$$= \frac{(3 - 1)^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}}}{(2 \times 3)^{\frac{1}{3}}} = \frac{2^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}}}{6^{\frac{1}{3}}} = \frac{6^{\frac{1}{3}}}{6^{\frac{1}{3}}} = 6^{\frac{1}{3} - \frac{1}{3}}$$

$$= 6^{\frac{3-3}{12}} = 6^{\frac{1}{12}} \Rightarrow a = \frac{1}{12}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۸

$$\frac{1}{\sqrt[4]{5}} \times \frac{\sqrt[4]{5^3}}{\sqrt[4]{5^3}} = \frac{\sqrt[4]{5^3}}{\sqrt[4]{5^4}} = \frac{\sqrt[4]{125}}{5}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۹

$$(a - b)(a^r + ab + b^r) = a^r - b^r$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1} = \frac{1}{(\sqrt[3]{2})^2 + \sqrt[3]{2} + 1^2} \times \frac{\sqrt[3]{2} - 1}{\sqrt[3]{2} - 1} = \frac{\sqrt[3]{2} - 1}{2 - 1} = \sqrt[3]{2} - 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۰

$$\frac{2}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{2} + \sqrt{3})}{2 - 3} = -2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۱

$$\text{محیط دایره } 2\pi r = 2 \times 3 \times r = 6r = \frac{6}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \Rightarrow r = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow r = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\text{مساحت} = \pi r^2 = 3(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 3(3 + 2 - 2\sqrt{3}\sqrt{2}) = 3(5 - 2\sqrt{6})$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۲

$$\sqrt[n]{x^m} = \sqrt[np]{x^{mp}}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\sqrt[3]{\sqrt{6}+2} \times \sqrt[6]{10-4\sqrt{6}}}{\sqrt[5]{2^3\sqrt{4}}} = \frac{\sqrt[6]{(\sqrt{6}+2)^2} \times \sqrt[6]{10-4\sqrt{6}}}{\sqrt[5]{\sqrt[3]{2^3} \times 4}} \\
 &= \frac{\sqrt[6]{6+4+4\sqrt{6}} \times \sqrt[6]{10-4\sqrt{6}}}{\sqrt[5]{\sqrt[3]{2^3} \times 2^2}} = \frac{\sqrt[6]{10+4\sqrt{6}} \times \sqrt[6]{10-4\sqrt{6}}}{\sqrt[5]{\sqrt[3]{2^5}}} \\
 &= \frac{\sqrt[6]{10^2 - (4\sqrt{6})^2}}{\sqrt[5]{2^{\frac{5}{3}}}} = \frac{\sqrt[6]{100-96}}{2^{\frac{5}{3}}} = \frac{\sqrt[6]{4}}{2^{\frac{5}{3}}} = \frac{\sqrt[6]{2^2}}{2^{\frac{5}{3}}} = \frac{2^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{5}{3}}} = 1
 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۳

اعداد بازه‌ی (۰, ۱)، هر چه به توان بزرگتری برسند کوچکتر می‌شوند و هر چه از آنها ریشه‌ی بیشتری بگیریم، بزرگتر می‌شوند، این امر برای اعداد بزرگتر از ۱ برعکس است.

$$0 < a < 1 \rightarrow \sqrt[n]{a} < \sqrt[m]{a}$$

$$1 < a \rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[m]{a}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۴

$$\begin{aligned}
 \sqrt[n]{x^n \sqrt{x^n}} &= \sqrt[n]{\sqrt{(x^n)^2} \times x^n} = \sqrt[n]{\sqrt{x^{2n}} \times x^n} = \sqrt[n]{\sqrt{x^{3n}}} = \sqrt[n]{x^{3n}} = \sqrt[n \times 3]{x^{3n}} \\
 &= x^{\frac{3n}{n \times 3}} = x^1 = (x^n)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x^n}
 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۵

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\overbrace{2x^2 + 2x + x + 1}}{(x-1)(x+1)} \times \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(2x+1)^2} \\
 &= \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} \times \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(2x+1)^2} \\
 &= \frac{\cancel{(x-1)} \cancel{(x+1)}}{\cancel{(x-1)} \cancel{(x+1)}} \times \frac{\cancel{(x-1)} (x^2+x+1)}{(2x+1)^2} \\
 &= \frac{x^2+x+1}{2x+1}
 \end{aligned}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۶

$$\begin{aligned}
 & \sqrt[5]{(\sqrt{2}+1)^2} \times \sqrt[5]{(3-2\sqrt{2})^2} = \sqrt[5]{\left((\sqrt{2}+1)^2\right)^2} \times \sqrt[5]{(3-2\sqrt{2})^2} \\
 & = \sqrt[5]{(2+1+2\sqrt{2})^2} \times \sqrt[5]{(3-2\sqrt{2})^2} = \sqrt[5]{(3+2\sqrt{2})^2} \times \sqrt[5]{(3-2\sqrt{2})^2} \\
 & = (3+2\sqrt{2})^{\frac{2}{5}} \times (3-2\sqrt{2})^{\frac{2}{5}} = \left((3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})\right)^{\frac{2}{5}} \\
 & = \left(3^2 - (2\sqrt{2})^2\right)^{\frac{2}{5}} = (9-8)^{\frac{2}{5}} = 1^{\frac{2}{5}} = 1
 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۷

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$$

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{6}{\sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{27}} = \frac{6}{\sqrt[3]{27 \times 2} - 2 \times 3} = \frac{6}{3\sqrt[3]{2} - 2 \times 3} = \frac{6}{3(\sqrt[3]{2} - 2)} \\
 &= \frac{2}{\sqrt[3]{2} - 2} \times \frac{\sqrt[3]{4} + 2\sqrt[3]{2} + 4}{\sqrt[3]{4} + 2\sqrt[3]{2} + 4} = \frac{2(\sqrt[3]{4} + 2\sqrt[3]{2} + 4)}{\underbrace{\sqrt[3]{2} - 2}_{-6}} \\
 &= -\frac{\sqrt[3]{4} + 2\sqrt[3]{2} + 4}{3}
 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۸

$$= ac \quad : \quad a, b, c$$

$$\begin{aligned}
 5^{3x+y} \times 125^{y-x} &= (25^{2x-y})^2 \Rightarrow 5^{3x+y} \times (5^2)^{y-x} = (5^2)^{4x-2y} \\
 \Rightarrow 5^{3x+y} \times 5^{2y-2x} &= 5^{4x-4y} \Rightarrow 5^{3x+y+2y-2x} = 5^{4x-4y} \\
 \Rightarrow 5^{x+3y} &= 5^{4x-4y} \Rightarrow x+3y = 4x-4y \Rightarrow 7y = 3x \Rightarrow x = y
 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۹

$$\begin{aligned}
 A &= (\alpha^2 + \beta^2 + 4\alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha\beta) = ((\alpha^2 + \beta^2) + 4\alpha\beta)((\alpha^2 + \beta^2) - 4\alpha\beta) \\
 &= (\alpha^2 + \beta^2)^2 - (4\alpha\beta)^2 = \alpha^4 + \beta^4 + 2\alpha^2\beta^2 - 16\alpha^2\beta^2 \\
 &= \alpha^4 + \beta^4 - 14\alpha^2\beta^2
 \end{aligned}$$

حال مقادیر α و β را در عبارت فوق جای می دهیم:



$$\begin{aligned}
 A &= (\sqrt[4]{\sqrt{3} + 12})^4 + (\sqrt[4]{\sqrt{3} - 12})^4 - 14\sqrt{\sqrt{3} + 12} \times \sqrt{\sqrt{3} - 12} \\
 &= \sqrt{3} + 12 + \sqrt{3} - 12 - 14\sqrt{(\sqrt{3})^2 - 12^2} \\
 &= 14\sqrt{3} - 14\sqrt{49 \times 3 - 12^2} = 14\sqrt{3} - 14\sqrt{3} = 0.
 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۰

$$\left(\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}} \right)$$

$$\begin{aligned}
 A &= \sqrt[5]{2^3} \times \left(\sqrt[4]{2^2} \times \sqrt[3]{2^3} \right)^{\frac{2}{5}} \\
 &= 2^{\frac{3}{5}} \times \left(2^{\frac{2}{4}} \times 2^{\frac{3}{3}} \right)^{\frac{2}{5}} = 2^{\frac{3}{5}} \times \left(2^{\frac{1}{2} + \frac{1}{1}} \right)^{\frac{2}{5}} \\
 &= 2^{\frac{3}{5}} \times \left(2^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{2}{5}} = 2^{\frac{3}{5}} \times 2^{\frac{13}{5} \times \frac{2}{5}} = 2^{\frac{3}{5}} \times 2^{\frac{13}{25}} = 2^{\frac{3}{5} + \frac{13}{25}} \\
 &= 2^{\frac{63+65}{105}} = 2^{\frac{128}{105}}
 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۱

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

برای آنکه عبارت $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+1}$ تعریف شده باشد، باید داشته باشیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} (*) \end{array} \right.$$

حال اتحاد مزدوج را تشکیل می دهیم:

$$(\sqrt{x-2} + \sqrt{x+1})(\sqrt{x-2} - \sqrt{x+1}) = (\sqrt{x-2})^2 - (\sqrt{x+1})^2 = |x-2| - |x+1|$$

$$\stackrel{*}{=} (x-2) - (x+1) = x-2-x-1 = -3$$

$$27 \times (\sqrt{x-2} - \sqrt{x+1}) = -3 \Rightarrow \sqrt{x-2} - \sqrt{x+1} = -\frac{3}{27} = -\frac{1}{9}$$

$$\xrightarrow{\times(-1)} \sqrt{x+1} - \sqrt{x-2} = \frac{1}{9}$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۲

$$A = x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - \underbrace{3 \times x \times \frac{1}{x}}_1 \left(x + \frac{1}{x}\right) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

طرفین معادله ی داده شده را بر x تقسیم می کنیم:

$$x^3 + 3x + 1 = 0 \xrightarrow{\div x} \frac{x^3}{x} + \frac{3x}{x} + \frac{1}{x} = 0$$



$$\Rightarrow x + 3 + \frac{1}{x} = 0 \rightarrow x + \frac{1}{x} = -3$$

این مقدار را در A جایگزین می‌کنیم:

$$A = (-3)^3 - 3 \times (-3) = -27 + 9 = -18$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۳

$$\sqrt[3]{\frac{-\sqrt[6]{4}}{\sqrt[5]{-2}}} = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt[6]{2^2}}{-\sqrt[5]{2}}} = \sqrt[3]{\frac{2^{\frac{2}{6}}}{2^{\frac{1}{5}}}} = \sqrt[3]{\frac{1}{2^{\frac{1}{3}-\frac{1}{5}}}} = \sqrt[3]{\frac{2}{2^{\frac{2}{15}}}} = 2^{\frac{2}{3}-\frac{2}{15}} = 2^{\frac{2}{5}}$$

$$(0.5)^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3$$

$$\Rightarrow A = 2^{\frac{2}{5}} \times 2^3 = 2^{\frac{2}{5}+3} = 2^{\frac{2+15}{5}} = 2^{\frac{17}{5}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۴

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = x^3 + 3 \times x^2 \times \frac{1}{x} + 3 \times x \times \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$$

$$= x^3 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\left(x + \frac{1}{x}\right)^3}_3 = x^3 + \frac{1}{x^3} + \underbrace{3\left(x + \frac{1}{x}\right)}_3$$

$$\Rightarrow 27 = x^3 + \frac{1}{x^3} + 9 \Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۵

می‌دانیم: هر عدد مثبت دارای دو ریشهٔ دوم برابر و مختلف‌العلامه است

ریشهٔ سوم هر عدد از ریشهٔ دوم آن در اعداد $\left\{ \begin{array}{l} \text{بزرگتر از یک، کوچکتر است} \\ \text{مابین صفر و یک، بزرگتر است} \end{array} \right.$

$$n > 1 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sqrt[n]{n} < \sqrt[n]{n} \\ a_p < a_f \end{array} \right. \Rightarrow \sqrt[n]{n} = a_f \rightarrow -\sqrt[n]{n} = -a_f = y$$

$$0 < m < 1 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sqrt[n]{n} < \sqrt[n]{n} \\ a_1 < a_p \end{array} \right. \Rightarrow \sqrt[n]{n} = a_1 \Rightarrow -\sqrt[n]{n} = -a_1 = x$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۶

می دانیم:

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a| & n \text{ زوج} \\ a & n \text{ فرد} \end{cases}$$

ریشه $\begin{cases} n \text{ زوج} \sqrt[n]{a} \\ n \text{ فرد} \pm \sqrt[n]{a} \end{cases}$

$$\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4 \quad \text{ریشه سوم ۶۴}$$

$$\pm \sqrt{81} = \pm \sqrt{9^2} = \pm 9 \quad \text{ریشه دوم ۸۱}$$

$$x = \frac{\text{ریشه دوم ۸۱}}{\text{ریشه سوم ۶۴}} = \frac{\pm 9}{4} = \pm \frac{9}{4} \quad \text{اعداد منفی ریشه دوم ندارند} \rightarrow x = \frac{9}{4}$$

$$\pm \sqrt{\frac{9}{4}} = \pm \frac{3}{2} = \pm 1,5 \quad \text{ریشه دوم } \frac{9}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۷

می دانیم: حجم مکعبی به ضلع x برابر است با x^3

$$125 < x^3 < 729 \Rightarrow 5^3 < x^3 < 9^3 \xrightarrow{\sqrt[3]{}} 5 < x < 9 \Rightarrow x \text{ حداکثر} = 8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۸

$$256 < 357 < 625 \Rightarrow 4^4 < 357 < 5^4 \xrightarrow{\sqrt[4]{}} 4 < \sqrt[4]{357} < 5 \Rightarrow 4 < \sqrt[4]{357} < 4 + 1 \Rightarrow n = 4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۹

می دانیم:

$$\sqrt[n]{a^n} = |x| \quad (n \text{ زوج})$$

$$\sqrt[n]{a^n} = n \quad (n \text{ فرد})$$

داریم:

$$\frac{\sqrt[5]{x^5} \times \sqrt[4]{x^4}}{\sqrt[3]{x^3}} = \frac{x}{x} = |x| \xrightarrow{x < 0} -x$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۰

می دانیم: $a^3 = a$ حجم مکعبی به ضلع a

اگر طول ضلع مکعب متوسط را برابر با a در نظر بگیریم، از آنجایی که حجم مکعب a بین ۶۴ و ۱۲۵ است داریم:

$$64 < a^3 < 125 \Rightarrow 4^3 < a^3 < 5^3 \Rightarrow 4 < a < 5 \Rightarrow a \in (4, 5)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۱

می دانیم:

(که در صورت زوج بودن n ، $a > 0$) $(\sqrt[n]{a})^n = a$ و

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a & n \text{ فرد} \end{cases}$$

راه اول: با توجه به کادر، گزینه ۲ صحیح است.



راه دوم: مثال نقض:

$$a = -4, n = 2 : \begin{cases} \sqrt[2]{(-4)^2} = |-4| = 4 \\ (\sqrt[2]{-4})^2 : \text{تعریف نشده} \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۲

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \text{ و } a^{-b} = \frac{1}{a^b} \text{ و } \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad (a \geq 0)$$

می
دانیم:

داریم:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{-1}{4}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\frac{\sqrt[4]{1}}{\sqrt[4]{4}}} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt[4]{4}}} = \sqrt[4]{4} = \sqrt{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۳

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

می
دانیم:

برای ساده سازی کسر، صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می کنیم:

$$A = \frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt[4]{2}} \times \frac{1 - \sqrt[4]{2}}{1 - \sqrt[4]{2}} = \frac{(1 - \sqrt{2})(1 - \sqrt[4]{2})}{(1)^2 - (\sqrt[4]{2})^2} = \frac{(1 - \sqrt{2})(1 - \sqrt[4]{2})}{(1 - \sqrt{2})} = 1 - \sqrt[4]{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۴

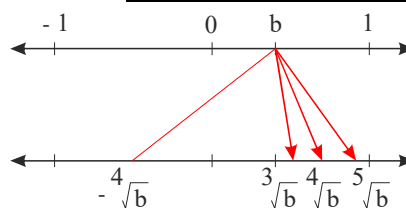
$$\sqrt{x^2} = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases} \text{ می دانیم: } \sqrt{x} \text{ برای } x \text{ های منفی تعریف نمی شود و } x < 0$$

با توجه به صورت سؤال، $\sqrt{-x}$ تعریف شده است بنابراین $x < 0$:

$$x\sqrt{-x} \stackrel{x < 0}{=} -|x|\sqrt{-x} = -\sqrt{x^2} \times \sqrt{-x} = -\sqrt{-x^3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۵

می دانیم: اعداد بین صفر و یک، هرچه ریشه بزرگتری از آنها بگیریم، بزرگتر می شوند. همچنین اعداد مثبت، دو ریشه مختلف علامه و مساوی دارند.



$$-\sqrt[4]{b} < \sqrt[3]{b} < \sqrt[4]{b} < \sqrt[5]{b}$$

با توجه به شکل و کادر داریم:

یعنی:



ریشه پنجم b < ریشه چهارم b < ریشه سوم b < ریشه چهارم b

با توجه به گزینه‌ها، فقط گزینه ۳ صحیح است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۶

$$x^3 - 2xy + x^2y - 2y^2 = x^3 + x^2y - 2xy - 2y^2 = x^2(x + y) - 2y(x + y) = (x + y)(x^2 - 2y)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۷

می دانیم:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}, a^m \times a^n = a^{m+n}$$

داریم:

$$A = x^3 \sqrt{x} \sqrt[5]{x^2} = x^{\frac{5}{5}} \times x^{\frac{1}{5}} \times x^{\frac{2}{5}} = x^{\frac{15+5+6}{15}} = x^{\frac{26}{15}} \stackrel{x=2}{=} (2^{\frac{26}{15}})^{\frac{15}{15}} = 2^{\frac{26}{15}} = 2^{\frac{26}{15}} = 2^2 = 4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۸

می دانیم:

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

داریم:

$$\begin{cases} \frac{99^3 - 1}{99^2 + 100} = \frac{(99 - 1)(99^2 + 99 + 1)}{99^2 + 100} = 99 - 1 = 98 \\ \frac{99^3 + 1}{99^2 - 98} = \frac{(99 + 1)(99^2 - 99 + 1)}{99^2 - 98} = 100 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = \frac{99^3 - 1}{99^2 + 100} \times \frac{99^3 + 1}{99^2 - 98} = 98 \times 100 = 9800$$

هر یک از گزینه‌ها را به تنهایی بررسی می‌کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۹

گزینه ۱: مثال نقض: $x = \frac{1}{9}, y = \frac{1}{2} \Rightarrow 0 < x < y < 1, - < - \Rightarrow \sqrt{x} < y^2$

گزینه ۲: $0 < x < y < 1 \Rightarrow \begin{cases} 0 < x < y \Rightarrow x^r < y < \sqrt[3]{y} \Rightarrow x^r < \sqrt[3]{y} \\ 0 < y < \sqrt[3]{y} \end{cases}$

گزینه ۳: $0 < x < y \xrightarrow{\sqrt{}} \sqrt{x} < \sqrt{y}$

گزینه ۴: $0 < x < y < 1 \Rightarrow \begin{cases} 0 < x < y \Rightarrow x^r < y < \sqrt[5]{y} \Rightarrow x^r < \sqrt[5]{y} \\ 0 < y < \sqrt[5]{y} \end{cases}$

$$\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}, \sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a| & \text{زوج } n \\ a & \text{فرد } n \end{cases}$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۰



الف) درست: $\begin{cases} \sqrt[3]{0,027} = \sqrt[3]{(0,3)^3} = 0,3 \\ \sqrt[4]{0,0081} = \sqrt[4]{(0,3)^4} = 0,3 \end{cases}$

ب) نادرست: $\begin{cases} (\sqrt[4]{-2})^4 : \text{تعریف نشده} \\ \sqrt[4]{(-2)^4} = |-2| = 2 \end{cases}$

پ) نادرست: $\sqrt[4]{(-5)^4} = |-5| = 5$

ت) درست: $\sqrt[3]{-3} \times \sqrt[3]{-9} \times \sqrt[4]{(-3)^4} = \sqrt[3]{(-3)(-9)} \times |-3| = \sqrt[3]{27} \times 3 = \sqrt[3]{3^3} \times 3 = 3 \times 3 = 9$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۱

داریم:

$$0 < a < 1 \Rightarrow a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$$

بنابراین:

$$|a - \sqrt{a}| \stackrel{a < \sqrt{a}}{=} \sqrt{a} - a$$

$$|a - \sqrt[3]{a}| \stackrel{a < \sqrt[3]{a}}{=} \sqrt[3]{a} - a$$

$$|\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}| \stackrel{\sqrt{a} < \sqrt[3]{a}}{=} \sqrt[3]{a} - \sqrt{a}$$

$$\Rightarrow A = (\sqrt{a} - a) - (\sqrt[3]{a} - a) + (\sqrt[3]{a} - \sqrt{a}) = \sqrt{a} - a - \sqrt[3]{a} + a + \sqrt[3]{a} - \sqrt{a} = 0$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۲

داریم:

$$y^5 + 2y^3 - 24y = y(y^4 + 2y^2 - 24)$$

$$= y((y^2)^2 + 2y^2 - 24) = y(y^2 + 6)(y^2 - 4) = y(y^2 + 6)(y - 2)(y + 2)$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۳

$$x = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2^2 - \sqrt{3}^2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 - \sqrt{3}$$

$$x + \frac{1}{x} = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۴

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= (a - b)(a + b) \\ a^3 - b^3 &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) \end{aligned}$$

$$X = (2a - 3)(2a + 3)(16a^2 + 36a^2 + 81) = ((2a)^2 - (3)^2)((4a^2)^2 + (4a^2)(9) + 9^2)$$

$$\stackrel{(2a)^2 = 4a^2 = A, 3^2 = B}{=} (A - B)(A^2 + AB + B^2) = A^3 - B^3$$

$$= ((2a)^2)^3 - (3^2)^3 = (2a)^6 - 9^3 = 64a^6 - 729$$



$$a^r - b^r = (a - b)(a^r + ab + b^r) \quad \text{می دانیم: } \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{4} \quad \text{۱۳۵}$$

داریم:

$$\begin{aligned} \frac{xy^r + y^r + y + 1 - x}{y^r + y + 1} &= \frac{(xy^r - x) + (y^r + y + 1)}{y^r + y + 1} = \frac{x(y^r - 1) + (y^r + y + 1)}{y^r + y + 1} \\ &= \frac{x(y - 1)(y^r + y + 1) + (y^r + y + 1)}{y^r + y + 1} \\ &= \frac{(y^r + y + 1)(x(y - 1) + 1)}{y^r + y + 1} = x(y - 1) + 1 = xy - x + 1 \end{aligned}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = \begin{cases} |a| & \text{زوج} \\ a & \text{فرد } n \end{cases} \quad \text{می دانیم: } \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{4} \quad \text{۱۳۶}$$

داریم:

$$\begin{aligned} \sqrt[5]{(1-x)^5} + \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(-3)^2} &= 1 - x + |x - 1| + |-3| \\ \stackrel{x < 1}{=} 1 - x + (-x + 1) + 3 &= -2x + 2 + 3 = -2x + 5 \end{aligned}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \text{می دانیم: } \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{4} \quad \text{۱۳۷}$$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{a^k \sqrt[4]{a^6}} &= \sqrt[3]{a(a^{\frac{6}{4}})} = \sqrt[3]{a^{1+\frac{3}{2}}} = \sqrt[3]{a^{\frac{5}{2}}} = a^{\frac{5}{6}} \\ a^{\frac{5}{6}} &= a^1 \Rightarrow \frac{k+6}{3k} = 1 \Rightarrow k+6 = 3k \Rightarrow 2k = 6 \Rightarrow k = 3 \end{aligned}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \text{می دانیم: } \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{4} \quad \text{۱۳۸}$$

ریشه های دهم x برابر است با $\pm \sqrt[10]{x}$. بنابراین:

$$\pm \sqrt[10]{x} = \pm \sqrt[10]{x^{\frac{5}{5} \times \frac{a}{5}}} = \pm \sqrt[10]{(x^{\frac{5}{5}})^{\frac{a}{5}}} = \pm \sqrt[10]{\frac{a}{5}} = \pm \sqrt[10]{\frac{a}{5 \times 10}} = \pm \sqrt[10]{\frac{a}{50}}$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \quad \text{می دانیم: } \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{4} \quad \text{۱۳۹}$$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} &= 2 \xrightarrow{\text{توان ۳}} (\sqrt[3]{x})^3 - 3(\sqrt[3]{x})^2 \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right) + 3(\sqrt[3]{x}) \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^3 = 8 \\ \Rightarrow x - 3\sqrt[3]{x} + \frac{3}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{x} &= 8 \Rightarrow x - \frac{1}{x} - 3\left(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right) = 8 \\ \Rightarrow x - \frac{1}{x} &= 8 + 6 = 14 \Rightarrow \frac{x^2 - 1}{x} = 14 \end{aligned}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۰

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a| & n \text{ زوج} \\ a & n \text{ فرد} \end{cases}$$

می دانیم:

$$\begin{aligned} A &= 5\sqrt[3]{-0,3} + 2\sqrt[4]{\frac{1}{16}} + \sqrt[5]{\frac{-243}{32}} \\ \Rightarrow A &= 5\sqrt[3]{(-0,3)^3} + 2\sqrt[4]{\frac{1}{2^4}} + \sqrt[5]{\frac{-3^5}{2^5}} \Rightarrow A = 5(-0,3) + 2\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{-3}{2}\right) \\ \Rightarrow A &= -1,5 + 1 - 1,5 = -2 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۱

$$\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}, \quad \sqrt[n]{x^n} = \begin{cases} |a| & n \text{ زوج} \\ a & n \text{ فرد} \end{cases}$$

می دانیم:

n زوج $\leftarrow a = b$ مثبت

داریم:

$$3\sqrt{2} = \sqrt{3^2}\sqrt{2} = \sqrt{9}\sqrt{2} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{18}$$

بنابراین:

$$(3\sqrt{2} - \sqrt{1})(3\sqrt{2} - \sqrt{2}) \cdots \underbrace{(3\sqrt{2} - \sqrt{18})}_{\text{صفر}} (3\sqrt{2} - \sqrt{19})(3\sqrt{2} - \sqrt{20}) = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۲

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a| & n \text{ زوج} \\ a & n \text{ فرد} \end{cases}, \quad (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

می دانیم:

$$\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

کل عبارت مورد نظر را A می نامیم و با به توان رساندن A داریم:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{14 - \sqrt{52}} - \sqrt{14 + \sqrt{52}} \\ \Rightarrow A^2 &= (\sqrt{14 - \sqrt{52}} - \sqrt{14 + \sqrt{52}})^2 = (\sqrt{14 - \sqrt{52}})^2 + (\sqrt{14 + \sqrt{52}})^2 \\ &\quad - 2(\sqrt{14 - \sqrt{52}})(\sqrt{14 + \sqrt{52}}) \Rightarrow A^2 = |14 - \sqrt{52}| + |14 + \sqrt{52}| \\ &\quad - 2(\sqrt{(14 - \sqrt{52})(14 + \sqrt{52})}) \Rightarrow A^2 = 14 - \sqrt{52} + 14 + \sqrt{52} - 2\sqrt{14^2 - \sqrt{52}^2} \\ \Rightarrow A^2 &= 28 - 2\sqrt{196 - 52} = 28 - 2\sqrt{144} = 28 - 2(12) = 28 - 24 = 4 \\ A^2 &= 4 \Rightarrow A = \pm 2 \xrightarrow{A < 0} A = -2 \end{aligned}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۳

می دانیم: $\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$, $\sqrt[n]{a^n} = |a|$, $\frac{a^m}{a^n} = a^m - a^n$, $a^m \times a^n = a^{m+n}$

با ساده سازی طرفین تساوی داریم:

$$\left(\frac{4^a}{2\sqrt{2}}\right)^2 = \left(\frac{(2^2)^a}{2^2\sqrt{2}}\right)^2 = \left(\frac{2^{2a}}{2^2\sqrt{2}}\right)^2 = (2^{2a-2}\sqrt{2})^2 = 2^{4a-4}\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{2^{22}} = 2\sqrt{144 \times 2} = 2^{12}\sqrt{2}$$

$$\left(\frac{4^a}{2\sqrt{2}}\right)^2 = 2\sqrt{2^{22}} \Rightarrow 2^{4a-4}\sqrt{2} = 2^{12}\sqrt{2} \Rightarrow 4a - 4\sqrt{2} = 12\sqrt{2} \Rightarrow 4a = 16\sqrt{2} \Rightarrow a = 4\sqrt{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۴

می دانیم: $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$, $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt[4]{x}-1} \times \frac{\sqrt[4]{x}+1}{\sqrt[4]{x}+1} &= \frac{\sqrt[4]{x}+1}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \frac{(\sqrt[4]{x}+1)(\sqrt{x}+1)}{x-1} = \frac{1 + (\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}) + \sqrt{x} \times \sqrt[4]{x}}{x-1} \\ &= \frac{1 + \sqrt{x} + \sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{x^3}}{x-1} = \frac{2}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \frac{2}{x-1} \end{aligned}$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} \frac{3}{x-1} + \frac{2}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}-1} &= \frac{3 + 2\sqrt{x} + 2 + 1 + \sqrt{x} + \sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{x^3}}{x-1} \\ &= \frac{6 + 3\sqrt{x} + \sqrt[4]{x^3} + \sqrt[4]{x}}{x-1} = \frac{6 + 3}{x-1} \Rightarrow A = \sqrt[4]{x^3} + \sqrt[4]{x} \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۵

می دانیم: $\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$, $\sqrt[n]{a^n} = |a|$

$$\begin{aligned} \sqrt{7-4\sqrt{3}} &= \sqrt{4+3-4\sqrt{3}} = \sqrt{2^2 + \sqrt{3}^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{3}} = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = |2-\sqrt{3}| \\ &= 2-\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{7+4\sqrt{3}} &= \sqrt{4+3+4\sqrt{3}} = \sqrt{2^2 + \sqrt{3}^2 + 2 \times 2 \times \sqrt{3}} = \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} = |2+\sqrt{3}| \\ &= 2+\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{9}\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$\sqrt{7-4\sqrt{3}} - 2\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{27} = 2-\sqrt{3} - 4 - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = -2$$

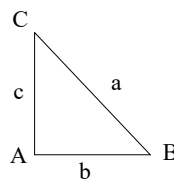
بنابراین:

توان های گویا و عبارت های جذری



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۶

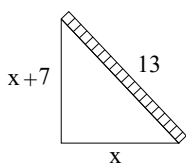
می دانیم $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$



در مثلث قائم الزاویه

$$a^2 = b^2 + c^2 : \triangle ABC$$

با نوشتن رابطه فیثاغورس در مثلث روبرو داریم:



= +

$$169 = x^2 + 49 + x^2 + 14x \Rightarrow 2x^2 + 14x - 120 \Rightarrow x^2 + 7x - 60 = 0$$

$$\Rightarrow (x+12)(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = - \\ x = 5 \Rightarrow x+7 = 5+7 = 12 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۷

اعداد بین صفر و یک همچنین اعداد کوچکتر از منفی یک، هرچه به توان بزرگتری برسند، کوچکتر

می شوند. می دانیم:

$$\sqrt[3]{a} > a \xrightarrow{\text{توان ۳}} a > a^3 \Rightarrow \begin{cases} 0 < a < 1 \xrightarrow{\text{توان ۴}} a^4 < 1 \xrightarrow{\times a} a^5 < a \\ \text{یا} \\ a < -1 \xrightarrow{\text{توان ۴}} a^4 > 1 \xrightarrow{\times a} a^5 < a \end{cases}$$

بررسی سایر گزینه ها:

$$۱) \sqrt[3]{a} > a : a = \frac{1}{5} \Rightarrow -1 < a < 0 \text{ نادرست}$$

$$۲) \sqrt[3]{a} > a : a = \left(\frac{1}{5}\right)^{15} \Rightarrow \sqrt[3]{\left(\frac{1}{5}\right)^{15}} > \sqrt[5]{\left(\frac{1}{5}\right)^{15}} \Rightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^5 > \left(\frac{1}{5}\right)^3 \text{ نادرست}$$

$$۳) \sqrt[3]{a} > a : a = -2 \Rightarrow (-2)^4 < -2 \Rightarrow 16 < -2 \text{ نادرست}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۸

می دانیم: $\sqrt[n]{x^n} = x$ فرد n , $\sqrt[n]{x^n} = |x|$ زوج n

داریم:

$$\sqrt{x^2} + \sqrt[3]{x^3} + \sqrt[6]{x^6} + \sqrt[5]{x^5} = |x| + x + |x| + x = 2x + 2|x| \xrightarrow{|x|=-x} 2x - 2x = 0$$

$$-1 < x < 0$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۹

می دانیم: $\sqrt[m]{\sqrt[n]{\sqrt[z]{a}}} = mnz\sqrt{a}$, $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

$$\frac{\sqrt[4]{\sqrt[6]{\sqrt[5]{4^3}}} \times \sqrt[6]{\sqrt[5]{\sqrt[4]{9^6}}}}{\sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt[5]{3^2^3}}}} = \frac{12^{\circ}\sqrt{(2^2)^3} \times 12^{\circ}\sqrt{(3^2)^6}}{6^{\circ}\sqrt{(2^5)^3}} = \frac{2^{\frac{1}{2^{\circ}}} \times 3^{\frac{1}{1^{\circ}}}}{2^{\frac{1}{4^{\circ}}}}$$

$$= 2^{\frac{1}{2^{\circ}} - \frac{1}{4^{\circ}}} \times 3^{\frac{1}{1^{\circ}}} = 2^{\frac{1-5}{2^{\circ}}} \times 3^{\frac{1}{1^{\circ}}} = 2^{\frac{-4}{2^{\circ}}} \times 3^{\frac{1}{1^{\circ}}} = 2^{\frac{-2}{1^{\circ}}} \times 3^{\frac{1}{1^{\circ}}} = \frac{1^{\circ}\sqrt[3]{3}}{1^{\circ}\sqrt[2]{2^2}} = 1^{\circ}\sqrt{\frac{3}{4}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۰

می دانیم: اعداد بین صفر و یک هرچه رادیکال به فرجه بزرگ تری از آن ها بگیریم، بزرگ تر می شوند.

$$a < \sqrt[3]{a} \Rightarrow a - \sqrt[3]{a} < 0 \Rightarrow |a - \sqrt[3]{a}| = -a + \sqrt[3]{a}$$

$$\sqrt{a} < \sqrt[3]{a} \Rightarrow \sqrt[3]{a} - \sqrt{a} > 0 \Rightarrow |-\sqrt{a} + \sqrt[3]{a}| = -\sqrt{a} + \sqrt[3]{a}$$

$$|a - \sqrt[3]{a}| + |-\sqrt{a} + \sqrt[3]{a}| = -a + \sqrt[3]{a} - \sqrt{a} + \sqrt[3]{a} = 2\sqrt[3]{a} - \sqrt{a} - a$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۱

می دانیم: $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$$x^3 - 3x^2 + 3x - 3\sqrt{3} = \underbrace{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}_{(x-1)^3} + 1 - 3\sqrt{3} = (x-1)^3 + 1 - 3\sqrt{3}$$

با جایگذاری $x = \sqrt{3} + 1$ داریم:

$$(\sqrt{3} + 1 - 1)^3 + 1 - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} + 1 - 3\sqrt{3} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۲

$$(2\sqrt{2} + \sqrt{6} + \frac{5\sqrt{6} + 3}{\sqrt{3} + 1})^{-1} = (\frac{2\sqrt{6} + 2\sqrt{2} + \sqrt{3} \times \sqrt{6} + \sqrt{6} + 5\sqrt{6} + 3\sqrt{2}}{\sqrt{3} + 1})^{-1}$$

$$+ \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{18}}{\sqrt{3} + 1})^{-1} = (\frac{8\sqrt{6} + 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2}}{\sqrt{3} + 1})^{-1} = (\frac{8\sqrt{6} + 8}{\sqrt{3} + 1})^{-1} = (\frac{8\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)}{\sqrt{3} + 1})^{-1} = (8\sqrt{2})^{-1} = \frac{1}{8\sqrt{2}}$$

کسر فوق را گویا می کنیم:

$$\frac{1}{8\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2}{8 \times 2} = \frac{\sqrt{2}}{16}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۳

می دانیم: $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}, \sqrt[m]{a^n} = \sqrt[n]{a^m} \quad (a > 0)$

$$\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} = \sqrt{x\sqrt{x \times x^{\frac{1}{2}}}} = \sqrt{x\sqrt{x^{\frac{3}{2}}}} = \sqrt{x \times x^{\frac{3}{4}}} = \sqrt{x^{\frac{7}{4}}} = x^{\frac{7}{8}} = \sqrt[8]{x^7}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۴

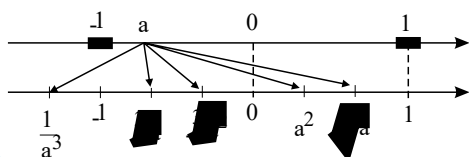
می دانیم: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad (a > 0), x^a \times x^b = x^{a+b}, ((x^a)^b = x^{ab})$

$$\sqrt[n]{8} \times \sqrt[n]{4} = \sqrt[n]{\alpha} \Rightarrow \sqrt[n]{2^3} \times \sqrt[n]{2^2} = 2^{\frac{3}{n}} \times 2^{\frac{2}{n}} = 2^{\frac{3+2}{n}} = 2^{\frac{5}{n}} = (2^5)^{\frac{1}{n}} = \alpha^{\frac{1}{n}} \Rightarrow \alpha = 2^5 = 32$$

$$\sqrt{\sqrt{\alpha} \times \sqrt[5]{2\alpha + 1}} \stackrel{\alpha=32}{=} \sqrt{\sqrt{32} \times \sqrt[5]{64 + 1}} = \sqrt{\sqrt{32} \times \sqrt[5]{65}} = \sqrt{4 \times 2 + 1} = \sqrt{9} = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۵

می دانیم: اعداد بین صفر و منفی یک هر چه به توان بزرگتری برسند، بزرگتر می شوند.



با توجه به محور اعداد، سومین عدد از سمت چپ $\sqrt[3]{a^2}$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۶

می دانیم: $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$

ابتدا مقدار x^3 را به دست می آوریم:

$$x^3 = (\sqrt[3]{5+2\sqrt{6}} + \sqrt[3]{5-2\sqrt{6}})^3$$

$$= 5 + 2\sqrt{6} + 5 - 2\sqrt{6} + 3\sqrt[3]{5+2\sqrt{6}} \times \sqrt[3]{5-2\sqrt{6}} (\sqrt[3]{5+2\sqrt{6}} + \sqrt[3]{5-2\sqrt{6}})$$

$$= 10 + 3\sqrt[3]{25 - 4 \times 6 \times x} = 10 + 3 \times 1 \times x = 10 + 3x \Rightarrow x^3 = 10 + 3x \Rightarrow x^3 - 3x = 10$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۷

می دانیم: ریشه n ام عدد x برابر است با $\sqrt[n]{x}$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}, \quad (a^b)^c = a^{bc}$$

$$(\sqrt{x})^3 = 8\sqrt[4]{x^2} \Rightarrow (x^{\frac{1}{2}})^3 = 8 \times x^{\frac{1}{2}} \Rightarrow x^{\frac{3}{2}} = 8x^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{x^{\frac{3}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}} = 8 \Rightarrow x^{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}} = 8 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow \sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{8} = 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۸

می دانیم: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}, \quad \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$



$$\frac{\sqrt[3]{288a\sqrt[3]{b^2}}}{a^{\frac{\sqrt{2}}{2}}} = \frac{\sqrt[3]{288}\sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b^2}}{a^{\frac{\sqrt{2}}{2}}} = \frac{\sqrt[3]{144} \times \sqrt[3]{2} \times a^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \times b^{\frac{\sqrt{2}}{2}}}{a^{\frac{\sqrt{2}}{2}}}$$

$$= \sqrt[3]{144} \times \sqrt[3]{2} \times b^{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 12\sqrt[3]{2}b^{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt[3]{72} = \sqrt[3]{36 \times 2} = 6\sqrt[3]{2}$$

$$\Rightarrow 12\sqrt[3]{2}b^{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 6\sqrt[3]{2} \Rightarrow 12b^{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 6 \Rightarrow b^{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

بنابراین، مجموع مقادیر ممکن برای b برابر است با ۰

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2}} - \frac{1}{\sqrt[3]{2}} = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۹

می دانیم:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad (a > 0), \quad a^b \times c^b = (ac)^b$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, \quad (a^b)^c = a^{bc}$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(\sqrt[3]{3} + 1)^{\frac{1}{3}} (\sqrt[3]{2(2 - \sqrt[3]{3})})^{\frac{1}{3}} = ((\sqrt[3]{3} + 1)^2)^{\frac{1}{3}} (\sqrt[3]{4 - 2\sqrt[3]{3}})^{\frac{1}{3}}$$

$$= (3 + 1 + 2\sqrt[3]{3})^{\frac{1}{3}} (4 - 2\sqrt[3]{3})^{\frac{1}{3}} = (4 + 2\sqrt[3]{3})^{\frac{1}{3}} (4 - 2\sqrt[3]{3})^{\frac{1}{3}}$$

$$= (16 - 4 \times 3)^{\frac{1}{3}} = (16 - 12)^{\frac{1}{3}} = 4^{\frac{1}{3}} = (2^2)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{2}{3}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۰

می دانیم:

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

عبارت مورد نظر را A می نامیم و داریم:

$$a_n = 3^{\frac{n}{2}} \Rightarrow \begin{cases} a_{2n+5} = 3^{\frac{2n+5}{2}} = 3^{\frac{2n+5}{2}} \\ a_{n+2} = 3^{\frac{n+2}{2}} = 3^{\frac{n+2}{2}} \\ a_{3n-5} = 3^{\frac{3n-5}{2}} = 3^{\frac{3n-5}{2}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (a_{2n+5})^{\frac{2}{2}} = (3^{\frac{2n+5}{2}})^{\frac{2}{2}} = 3^{n+2} \\ (a_n)^n = (3^{\frac{n}{2}})^n = 3^{n-1} \\ (a_{n+2})^{n+2} = (3^{\frac{n+2}{2}})^{n+2} = 3^{n+1} \\ (a_{3n-5})^{\frac{3n-5}{2}} = (3^{\frac{3n-5}{2}})^{\frac{3n-5}{2}} = 3^{n-2} \end{cases}$$



$$A = \frac{3^{n+2} - 3^{n-1}}{3^{n+1} - 3^{n-2}} = \frac{3^{n-1} \times 3^3 - 3^{n-1}}{3^{n-2} \times 3^3 - 3^{n-2}} = \frac{3^{n-1}(3^3 - 1)}{3^{n-2}(3^3 - 1)} = \frac{3^{n-1}}{3^{n-2}} = 3^{n-1-n+2} = 3^1 = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۱

می دانیم:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

هرگاه مجموع دو عبارت نامنفی صفر شود، هر دو عبارت صفر هستند.

$$2a^2 + b^2 + 2ab + 4b - 2a + 13 = 0$$

$$\begin{aligned} 2a^2 &= a^2 + a^2, 13 = 9 + 4 \\ -2a &= 4a - 6a \end{aligned} \rightarrow \underbrace{a^2 + b^2 + 4 + 2ab + 4b + 4a}_{(a+b+2)^2} + \underbrace{-6a + 9}_{(a-3)^2} = 0$$

$$(a+b+2)^2 + (a-3)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a+b+2=0 \\ a-3=0 \end{cases} \xrightarrow{a=3} b+5=0 \Rightarrow b=-5$$

$$3a + 2b = 9 - 10 = -1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۲

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

می دانیم:

$$3a^2b - 12ab^2 + a^3 - 8b^3 = 3ab(a^2 - 4b^2) + (a - 2b)(a^2 + 2ab + 4b^2)$$

$$= 3ab(a - 2b)(a + 2b) + (a - 2b)(a^2 + 2ab + 4b^2) = (a - 2b)(3a^2b + 6ab^2 + a^2 + 2ab + 4b^2)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۳

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

می دانیم:

$$2 < \sqrt{5} \Rightarrow 2 - \sqrt{5} < 0 \Rightarrow \left| \frac{\sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}} \right| = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} - 2} \times \frac{\sqrt{5} + 2}{\sqrt{5} + 2} = \frac{5 + 2\sqrt{5}}{5 - 4} = 5 + 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{5} < 3 \Rightarrow 3 - \sqrt{5} > 0 \Rightarrow \left| \frac{4\sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} \right| = \frac{4\sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} \times \frac{3 + \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}} = \frac{12 + 20}{9 - 5} = 3\sqrt{5} + 5$$

$$\left| \frac{\sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}} \right| - \left| \frac{4\sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} \right| = 5 + 2\sqrt{5} - 5 - 3\sqrt{5} = -\sqrt{5}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۴

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} (a > 0), \quad a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

می دانیم:



$$\frac{1}{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{3^2} + \sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2^2}} = \frac{\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}}{3 - 2} = \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}} - \sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$= \left(\sqrt[3]{4} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(4^{\frac{1}{3}} \right)^{\frac{1}{3}} = 4^{\frac{1}{9}} = \sqrt[9]{4} = 2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

$$\sqrt{x^2} = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۵

$$\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \frac{(2 - \sqrt{3})^2}{4 - 3} = (2 - \sqrt{3})^2$$

$$\sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}} + \sqrt{3} + 1 = \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{3} + 1 = |2 - \sqrt{3}| + \sqrt{3} + 1$$

$$\xrightarrow{2 - \sqrt{3} > 0} 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} + 1 = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۶

می‌دانیم: حجم مکعبی به طول ضلع a برابر است با: $V = a^3$

اگر طول ضلع مکعب میانی را a بنامیم، داریم:

$$(\sqrt[3]{65} \simeq 4,02)$$

$$8 < a^3 < 65 \Rightarrow 2^3 < a^3 < 4^3 + 1 \Rightarrow 2 < a < 4,02$$

گزینه ۱ در بازه بدست آمده نیست.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۷

$$-2 \leq \sqrt[4]{x} \leq 3 \Rightarrow 0 \leq \sqrt[4]{x} \leq 3 \xrightarrow{\text{به توان ۴}} 0 \leq x \leq 3^4 \Rightarrow 0 \leq x \leq 81$$

تعداد اعداد صحیح در این بازه: $81 - 0 + 1 = 82$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۸

می‌دانیم: در دنباله هندسی با جمله اول a_1 و قدر نسبت q ؛ جمله عمومی دنباله برابر است با: $a_n = a_1 q^{n-1}$

$$a_n = 2^{an+b} = 2^{an} \times 2^b = 2^b \times (2^a)^n = 2^b \times (2^a)^{n-1} \times 2^a = 2^{a+b} \times (2^a)^{n-1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} = \\ q = 2^a = 8 \Rightarrow a = 3 \end{cases}$$



$$a_p = 1024 \Rightarrow 2^{3+b} \times (2^3)^2 = 2^{10} \Rightarrow 2^{3+b} \times 2^6 = 2^{10} \Rightarrow 2^{3+6+b} = 2^{10} \Rightarrow b = 1$$

$$b_n = bn + a \xrightarrow{a=3, b=1} b_n = n + 3 \rightarrow b_{10} = 10 + 3 = 13$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۹

$$A = \sqrt[3]{-0.008} + 3 \times \sqrt[4]{\frac{1}{625}} - \sqrt[5]{\frac{-1}{32}}$$

$$= \sqrt[3]{-(0.2)^3} + 3\sqrt[4]{\left(\frac{1}{5}\right)^4} - \sqrt[5]{\left(\frac{-1}{2}\right)^5} = -0.2 + \frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \frac{-2+6+5}{10} = \frac{9}{10}$$

بررسی گزینه‌ها: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۰

۱) درست: $(-0.1)^5 > (-0.1)^9 \Rightarrow \left(-\left(\frac{1}{10}\right)^2\right)^5 > (-0.1)^9 \Rightarrow -(0.1)^{10} > (-0.1)^9$

۲) درست: $(-2)^6 > \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Rightarrow 2^6 > \left(\frac{1}{2}\right)^3$

۳) درست: $(-0.1)^3 > -\sqrt[5]{0.00001} \Rightarrow (-0.1)^3 > (-0.1)$

۴) نادرست: $(0.4)^7 > \left(\frac{3}{5}\right)^7 \Rightarrow (0.4)^7 > (0.6)^7 \Rightarrow 0.4 > 0.6$ (نادرست)

هر عدد مثبت، دارای دو ریشه چهارم است که قرینه یکدیگرند. می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۱

سایر گزینه‌ها درست هستند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۲

$$2x^2 + 3x - 2 = (x^2 + 2x) + (x^2 + x - 2) = x(x+2) + (x+2)(x-1) = (x+2)(x+x-1)$$

$$= (x+2)(2x-1)$$

بررسی گزینه‌ها: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۳

۱) درست: $0 < a < 1 \Rightarrow \sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$

۲) درست: $b > 1 \Rightarrow \sqrt[3]{b} < \sqrt{b}$

۳) درست: $\begin{cases} 0 < a < 1 \rightarrow \sqrt[3]{a} < 1 \Rightarrow \sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{b} \\ b > 1 \rightarrow \sqrt[4]{b} > 1 \end{cases}$

۴) نادرست: $\begin{cases} 0 < a < 1 \Rightarrow a^4 < 1 \Rightarrow a^4 < b^2 \\ b > 1 \Rightarrow b^2 > 1 \end{cases}$

$$\left(\begin{array}{l} = \\ a^{-b} = \frac{1}{a^b} \end{array} \right)$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۴



$$\frac{\left(16^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{2}{4}} \times 5^{\frac{2}{4}} \times 10^{-\frac{4}{3}}}{\left(\sqrt[3]{20}\right)^2 \times (25)^{-\frac{2}{3}}} = \frac{\left(\left(2^4\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{2}{4}} \times 5^{\frac{2}{4}} \times (2 \times 5)^{-\frac{4}{3}}}{\left(\left(2^2 \times 5\right)^{\frac{1}{3}}\right)^2 \times (5^2)^{-\frac{2}{3}}}$$

$$= \frac{2^{\frac{2}{3}} \times 5^{\frac{2}{4}} \times 2^{\frac{-4}{3}} \times 5^{\frac{-4}{3}}}{2^{\frac{2}{3}} \times 5^{\frac{1}{3}} \times 5^{\frac{-4}{3}}} = \frac{2^{-\frac{2}{3}} \times 5^{\frac{2}{4}}}{2^{\frac{2}{3}} \times 5^{\frac{1}{3}}} = \frac{2^{-\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{-2}{3}}}{2^{\frac{1}{3}} \times 5^{\frac{-3}{4}}} = \frac{2^{-1}}{5^{\frac{12}{4}}} = \frac{5}{2}$$

$$\sqrt[n]{a^n} = |a| \quad a > 0, \quad n \text{ زوج} \quad \text{می دانیم: } \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{4} \quad 175$$

$$\sqrt[n]{a^n} \times \sqrt[n]{\left(\frac{1}{a}\right)^{2n}} \times \sqrt[n]{(ab)^{2n}} = |a| \times \left(\frac{1}{a}\right)^2 \times |ab| \stackrel{a < 0}{=} -a \times \frac{b^2}{a^2} \times ab = -b^3$$

$$\text{بررسی گزینه ها: } \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{4} \quad 176$$

$$1) \frac{1}{a^{s-r}} = a^{r-(s-r)} = a^{r-s+r} = a^{2r-s} = 32^{2 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = 32^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{10}{3}}$$

$$2) a^{r-s} = 32^{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = 32^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{5}{6}}$$

$$3) \frac{\left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{r}}}{\left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{s}}} = \left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{r} - \frac{1}{s}} = (a^{-1})^{\frac{1}{r} - \frac{1}{s}} = (32^{-1})^{\frac{2}{3} - \frac{1}{3}} = (32^{-1})^{-1} = 32 = 2^5$$

$$4) ((\sqrt{a})^r)^s = (\sqrt{a})^{rs} = a^{\frac{rs}{2}} = 32^{\frac{1}{6}} = 32^{\frac{1}{12}} = 2^{\frac{5}{12}}$$

$$\text{بررسی گزاره ها: } \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{4} \quad 177$$

$$\text{الف) درست } \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$$\text{ب) نادرست } \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b} \neq \sqrt[n]{a+b} \quad (\text{مثال: } \sqrt{9} + \sqrt{4} = 3 + 2 = 5 \neq \sqrt{13})$$

$$\text{ج) درست } a > b \Rightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$$

$$\text{د) درست } (\sqrt[n]{a})^n = a$$

$$\text{بررسی عبارت ها: } \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{4} \quad 178$$

$$\text{الف) نادرست: برای } a, b > 0 \text{ رابطه } \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab} \text{ برقرار است.}$$

$$\text{ب) نادرست: } \sqrt{m} \text{ برای نمایش ریشه دوم مثبت } m \text{ به کار می رود.}$$

$$\text{ج) درست}$$

$$\text{د) نادرست: برای هر عدد } a \text{ داریم: } \sqrt[k]{a^m} = (\sqrt[k]{a})^m \quad (m \text{ عدد صحیح, } k \text{ عدد طبیعی و اگر } k \text{ زوج باشد, } a \text{ باید مثبت باشد.})$$

$$\boxed{(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab} \quad \text{می دانیم: } \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{4} \quad 179$$

$$(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab \Rightarrow (a+b)^2 = 9 + 4 \times \frac{a+b}{2} = 12 \xrightarrow{a, b > 0} a+b = \sqrt{12}$$



$$(a+b)^{-3} = (\sqrt{12})^{-3} = \left(\frac{1}{\sqrt{12}}\right)^3 = \frac{1}{12 \times \sqrt{12}} \times \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{12}}$$

$$= \frac{12}{12 \times 12} = \frac{2 \times 3}{12 \times 12} = \frac{3}{6 \times 12} = \frac{\sqrt{3}}{72}$$

$$a^{-b} = \frac{1}{a^b} \quad \text{می دانیم: } \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{4} \quad 180$$

$$x^{-2} + \frac{y^{-1}}{2} = \frac{1}{(1+\sqrt{3})^2} + \frac{1}{2(2-\sqrt{3})} = \frac{1}{1+2\sqrt{3}+3} + \frac{1}{4-2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{4+2\sqrt{3}} + \frac{1}{4-2\sqrt{3}} \stackrel{(I)}{=} \frac{2-\sqrt{3}}{2} + \frac{2+\sqrt{3}}{2} = \frac{2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3}}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$(I) \begin{cases} \frac{1}{4+2\sqrt{3}} \times \frac{4-2\sqrt{3}}{4-2\sqrt{3}} = \frac{4-2\sqrt{3}}{16-12} = \frac{4-2\sqrt{3}}{4} = \frac{2-\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{4-2\sqrt{3}} \times \frac{4+2\sqrt{3}}{4+2\sqrt{3}} = \frac{4+2\sqrt{3}}{16-12} = \frac{4+2\sqrt{3}}{4} = \frac{2+\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$\text{بررسی گزینه ها: } \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{4} \quad 181$$

الف) درست

ب) نادرست: مثال نقض: $\sqrt[4]{a} > \sqrt[2]{a} \Rightarrow 0 < a < 1$ ج) نادرست: $\sqrt[3]{-0.1} > -\sqrt[4]{0.1}$ د) نادرست: مثال نقض: $a^6 > a^{10} \Rightarrow a^5 < a^{11} \Rightarrow -1 < a < 0$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \sqrt{a^2} = |a| \quad \text{می دانیم: } \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{4} \quad 182$$

$$(1+\sqrt{2})(\sqrt{3-2\sqrt{2}})\left(\sqrt{\sqrt[3]{2} \times \sqrt{\sqrt{2}}}\right) = (1+\sqrt{2})(\sqrt{2-2\sqrt{2}+1})\left(\sqrt{\sqrt[3]{2} \times \sqrt[4]{2}}\right)$$

$$= (1+\sqrt{2})(\sqrt{(1-\sqrt{2})^2})\left(\sqrt{\sqrt[3]{2} \times \sqrt[4]{2}}\right) = (1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})\left(\sqrt{\sqrt[12]{2^7}}\right)$$

$$(1+\sqrt{2})(\sqrt{2}-1)(\sqrt[12]{2^7}) = (2-1)(\sqrt[12]{2^7}) = \sqrt[12]{2^7}$$

$$\boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{4} \quad 183$$

$$27a^5 + 27a^3b^2 + b^3a^2 + b^5 = (3a)^3(a^2 + b^2) + b^3(a^2 + b^2)$$



$$= (a^2 + b^2)((3a)^3 + b^3) = (a^2 + b^2)(3a + b)(9a^2 - 3ab + b^2)$$

$$a^{-b} = \frac{1}{a^b}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۴

$$\begin{aligned} & \left(4^{-0.25} - (2\sqrt{2})^{-\frac{4}{3}} \right) \left(4^{-\frac{1}{4}} + (2\sqrt{2})^{-\frac{4}{3}} \right) \\ &= \left(4^{-0.25} \right)^2 - \left((2\sqrt{2})^{-\frac{4}{3}} \right)^2 = \left(4^{-\frac{1}{4}} \right)^2 - (2\sqrt{2})^{-\frac{8}{3}} = (2^2)^{-\frac{1}{2}} - \left(2^{\frac{3}{2}} \right)^{-\frac{8}{3}} \\ &= 2^{-1} - 2^{-4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{16} = \frac{1}{2} - \frac{1}{16} = \frac{8-1}{16} = \frac{7}{16} \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۵

$$\begin{cases} \sqrt[4]{625} = \sqrt[4]{5^4} = 5 \\ \sqrt[5]{-128} = \sqrt[5]{(-2)^5} = -2 \\ \sqrt[3]{-27} = \sqrt[3]{(-3)^3} = -3 \\ \sqrt[5]{-\frac{1}{32}} = \sqrt[5]{\left(-\frac{1}{2}\right)^5} = -\frac{1}{2} \\ \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4 \end{cases} \Rightarrow A = \frac{5}{-2} + \frac{1}{4 \times \frac{-1}{2}} + 4 = \frac{-5}{2} + \frac{9}{2} + 4 = 6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۶

$$(2, 10) = 40$$

$$27 < 40 < 64 \Rightarrow 3 < \sqrt[3]{40} < 4$$

برای این که مسئله قابل فهم تر باشد، طرفین نامساوی ها را به توان مضرب مشترک ۵ و ۶ (یعنی ۳۰) می رسانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۷

به توان ۳۰
ممکن است برقرار نباشد. $a^5 > b^6 \xrightarrow{\text{به توان ۳۰}} \sqrt[6]{a} > \sqrt[5]{b}$ (گزینه ۱)

به توان ۳۰
ممکن است برقرار نباشد. $a^5 < b^6 \xrightarrow{\text{به توان ۳۰}} \sqrt[6]{a} < \sqrt[5]{b}$ (گزینه ۲)

به توان ۳۰
همواره غلط است. $b^5 < a^6 \xrightarrow{\text{به توان ۳۰}} \sqrt[6]{b} < \sqrt[5]{a}$ (گزینه ۳)

به توان ۳۰
همواره صحیح است. $b^5 > a^6 \xrightarrow{\text{به توان ۳۰}} \sqrt[6]{b} > \sqrt[5]{a}$ (گزینه ۴)

توجه کنید که $0 < a < b < 1$ است پس نامساوی های زیر برقرار است:

$$a^6 < b^6, a^5 < b^5, a^6 < a^5, b^6 < b^5$$

در تساوی $(\sqrt[k]{a})^m = \sqrt[k]{a^m}$ ؛ اگر k زوج بود؛ باید a نامنفی باشد و در سایر حالات همواره برقرار است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۸



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۹

$$\begin{cases} 2\sqrt[6]{2} = \sqrt[6]{2^7} = \sqrt[6]{128} \\ \sqrt[3]{11} = \sqrt[6]{121} \\ \sqrt{5} = \sqrt[6]{125} \end{cases} \Rightarrow \sqrt[6]{121} < \sqrt[6]{125} < \sqrt[6]{128} \Rightarrow \sqrt[3]{11} < \sqrt{5} < 2\sqrt[6]{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۰

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt{a}} = \sqrt[n]{a^{k-2}} \Rightarrow \frac{\sqrt[n]{a^2}}{\sqrt{a}} = \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a^{k-2}} \Rightarrow k-2=1 \Rightarrow k=3$$

حاصل عبارت برابر است با:

$$\sqrt{(k-2)(8k+1)} \stackrel{k=3}{=} \sqrt{1 \times 25} = \sqrt{25} = 5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۱ بررسی گزینه ها:

الف) نادرست: $\sqrt[4]{a^{12}} = |a^3|$

ب) نادرست: $\sqrt[32]{a^{16}} = \sqrt{|a|}$

ج) درست

د) درست

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۲

$$\frac{x^{\frac{5}{2}} \sqrt{x}}{\sqrt[5]{x \sqrt{x}}} = \frac{x^{\frac{5}{2}} \times x^{\frac{1}{2}}}{\sqrt[5]{x \times x^{\frac{1}{2}}}} = \frac{x^{\frac{6}{2}}}{\sqrt[5]{x^{\frac{3}{2}}}} = \frac{x^3}{x^{\frac{3}{10}}} = x^{\frac{3}{10}} = \sqrt[10]{x^3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۳

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sqrt[3]{4}}{2\sqrt[5]{8}} + \frac{\sqrt[5]{4}}{2\sqrt[3]{2}} \right)^{60} &= \left(\frac{4^{\frac{1}{3}}}{2 \times (2^3)^{\frac{1}{5}}} + \frac{4^{\frac{1}{5}}}{2 \times 2^{\frac{1}{3}}} \right)^{60} = \left(\frac{(2^2)^{\frac{1}{3}}}{2 \times 2^{\frac{3}{5}}} + \frac{(2^2)^{\frac{1}{5}}}{2^{\frac{4}{3}}} \right)^{60} \\ &= \left(\frac{2^{\frac{2}{3}}}{2^{\frac{8}{5}}} + \frac{2^{\frac{2}{5}}}{2^{\frac{4}{3}}} \right)^{60} = \left(2^{\frac{2}{3}-\frac{8}{5}} + 2^{\frac{2}{5}-\frac{4}{3}} \right)^{60} = \left(2^{\frac{10-24}{15}} + 2^{\frac{6-20}{15}} \right)^{60} \\ &= \left(2^{\frac{-14}{15}} + 2^{\frac{-14}{15}} \right)^{60} = \left(2 \times 2^{\frac{-14}{15}} \right)^{60} = \left(2^{\frac{1}{15}} \right)^{60} = 2^4 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۴ می دانیم: هرچه از اعداد بین صفر و یک، ریشه بزرگتری بگیریم، بزرگتر می شوند.

جذر یعنی ریشه دوم که برای اعداد بین صفر و یک؛ ریشه های بزرگتر؛ بزرگ تر هستند.



۱۹۵ ۱ ۲ ۳ ۴ الف درست

ب) نادرست: ریشه سوم اعداد بین صفر و یک از خودشان بزرگ تر است.
ج) نادرست: ریشه چهارم اعداد بین صفر و یک از ریشه سوم شان بزرگ تر است.

۱۹۶ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{1}{\sqrt{5-2}} \times \frac{\sqrt{5+2}}{\sqrt{5+2}} = \frac{5+2}{5-4} = \sqrt{5+2}$$

$$(\sqrt{7} + \sqrt{6})^{\sqrt{5+2}} (\sqrt{7} - \sqrt{6})^{\sqrt{5+2}} = ((\sqrt{7} + \sqrt{6})(\sqrt{7} - \sqrt{6}))^{\sqrt{5+2}}$$

$$= (7 - 6)^{\sqrt{5+2}} = 1^{\sqrt{5+2}} = 1$$

۱۹۷ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\left. \begin{array}{l} 2 < \sqrt[4]{80} < 3 \\ 3 < \sqrt[3]{31} < 4 \\ 3 < \sqrt[6]{972} < 4 \\ 3 < \sqrt[6]{10} < 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} (\sqrt[3]{31})^6 = 961 \\ (\sqrt[6]{10})^6 = 1000 \Rightarrow \sqrt{10} > \sqrt[6]{972} > \sqrt[3]{31} > \sqrt[4]{80} \\ (\sqrt[6]{972})^6 = 972 \end{array}$$

۱۹۸ ۱ ۲ ۳ ۴ روش اول:

عبارت مورد نظر را A می نامیم و داریم:

$$A = \sqrt{\frac{1}{x} - 2\sqrt{a}} + \sqrt{\frac{x^2+a}{x} + 2\sqrt{a}}$$

$$= \frac{1}{x} - 2\sqrt{a} + \frac{x^2+a}{x} + 2\sqrt{a} + 2\sqrt{\left(\frac{1}{x} - 2\sqrt{a}\right)\left(\frac{x^2+a}{x} + 2\sqrt{a}\right)}$$

$$= 2\left(\frac{x^2+a}{x}\right) + 2\sqrt{\frac{(a+x^2)^2}{x^2} - 4a} = \frac{2x^2+2a}{x} + 2\sqrt{\frac{x^4+a^2+2ax^2-4ax^2}{x^2}}$$

$$= \frac{2x^2+2a}{x} + 2\sqrt{\frac{(x^2-a)^2}{x^2}} = \frac{2x^2+2a}{x} + 2\sqrt{\left(\frac{x^2-a}{x}\right)^2}$$

$$= \frac{2x^2+2a}{x} + 2\left|\frac{x^2-a}{x}\right| \stackrel{x>\sqrt{a}}{=} \frac{2x^2+2a}{x} + \frac{2x^2-2a}{x} = \frac{4x^2}{x} = 4x$$

$$A^2 = 4x \Rightarrow A = \pm 2\sqrt{x} \xrightarrow{A>0} A = 2\sqrt{x}$$



روش دوم:

ابتدا عبارت های زیر هر رادیکال را ساده می کنیم:

$$\frac{1}{x} - 2\sqrt{a} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} - 2\sqrt{a} = \frac{1}{x} + x - 2\sqrt{a} = \left(\sqrt{x} - \frac{a}{\sqrt{x}}\right)^2$$

$$\frac{1}{x} + 2\sqrt{a} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} + 2\sqrt{a} = \frac{1}{x} + x + 2\sqrt{a} = \left(\sqrt{x} + \frac{a}{\sqrt{x}}\right)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{1}{x} - 2\sqrt{a}} + \sqrt{\frac{1}{x} + 2\sqrt{a}} = \sqrt{\left(\sqrt{x} - \frac{a}{\sqrt{x}}\right)^2} + \sqrt{\left(\sqrt{x} + \frac{a}{\sqrt{x}}\right)^2}$$

$$= \left|\sqrt{x} - \frac{a}{\sqrt{x}}\right| + \left|\sqrt{x} + \frac{a}{\sqrt{x}}\right| \stackrel{x > \sqrt{a}}{=} \sqrt{x} - \frac{a}{\sqrt{x}} + \sqrt{x} + \frac{a}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۹

$$\sqrt[3]{8} < \sqrt[3]{25} < \sqrt[3]{27} \Rightarrow 2 < \sqrt[3]{25} < 3$$

باتوجه به نزدیک تر بودن $\sqrt[3]{25}$ به ۳، C درست است و B درست نیست.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۰

می دانیم: $\sqrt[n]{a^n} = |a|$

$$a = \sqrt{6 + \sqrt{20}} = \sqrt{5 + 1 + 2\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5} + 1)^2} = |\sqrt{5} + 1| = \sqrt{5} + 1$$

$$b = \sqrt{6 - \sqrt{20}} = \sqrt{5 + 1 - 2\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} = |\sqrt{5} - 1| = \sqrt{5} - 1$$

$$a + b = \sqrt{5} + 1 + \sqrt{5} - 1 = 2\sqrt{5}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۱ بررسی گزینه ها:

$$\sqrt[4]{625} = 5 \quad (1)$$

$$\sqrt[5]{a} = a \Rightarrow a = -1, 0, 1 \quad (2)$$

$$\sqrt[3]{8} < \sqrt[3]{10} < \sqrt[3]{27} \Rightarrow 2 < \sqrt[3]{10} < 3 \quad (3)$$

(۴) درست

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۲ بررسی گزینه ها:

برای مثال فرض کنید $a = -\frac{1}{2}$ باشد و گزینه ها را بررسی می کنیم؛ داریم:

$$\text{مثال} \quad -1 < a < 0 \rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

(۱) نادرست: $-\frac{1}{2} < \left(-\frac{1}{2}\right)^3$



$$\sqrt[3]{-\frac{1}{2}} > \sqrt[5]{-\frac{1}{2}}: \text{نادرست: (۲)}$$

$$-2 < -\frac{1}{2}: \text{درست: (۳)}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^3 < \left(-\frac{1}{2}\right)^5: \text{نادرست: (۴)}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۳

می‌دانیم: در صورتی که داریم:

$$a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{a} < \sqrt[5]{a} < \dots$$

بررسی گزینه‌ها:

$$\sqrt[5]{a} > a: \text{درست: (۱)}$$

$$\sqrt[3]{-a} > \sqrt{a}: \text{درست: (۲)}$$

$$\sqrt[5]{-a} < \sqrt{a}: \text{درست: (۳) (زیرا: } \sqrt[5]{-a} < 0 < \sqrt{a} \text{)}$$

$$-a > \sqrt[3]{-a}: \text{نادرست: (۴) (زیرا: } \sqrt[3]{-a} < -a \rightarrow \sqrt[3]{a} > a \text{)}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۴

$$\begin{aligned} A &= \sqrt[3]{1-\sqrt{2}} \times \sqrt[6]{3+2\sqrt{2}} = \sqrt[3]{1-\sqrt{2}} \times \sqrt[6]{(1+\sqrt{2})^2} = \sqrt[3]{1-\sqrt{2}} \times \sqrt[3]{1+\sqrt{2}} \\ &= \sqrt[3]{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} = \sqrt[3]{1-2} = \sqrt[3]{-1} = -1 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۵

$$\begin{cases} a(a^2 + 3ab) = a^3 + 3a^2b = 7 \\ b(b^2 + 3ab) = b^3 + 3ab^2 = 20 \end{cases}$$

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = 27 \rightarrow (a+b)^3 = 27 \rightarrow a+b=3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۶

$$\frac{2}{\sqrt{x}-2} \times \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+2} = \frac{2}{x-4} (x+4)$$

$$\frac{2}{\sqrt{x}+2} \times \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-2} = \frac{2}{x-4} (x-4)$$

$$A = \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{2}{\sqrt{x}+2} + \frac{4}{x-4} = \frac{2}{x-4} (x+4) + \frac{2}{x-4} (x-4) + \frac{4}{x-4}$$

$$= \frac{2\sqrt{x}+4+2\sqrt{x}-4+4}{x-4} = \frac{4}{x-4} (x+1)$$



اعداد بزرگتر از ۱ هرچه به توان بزرگتری می‌رسند، بزرگتر می‌شوند.

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۷

$$0 < \sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{a^3} \Rightarrow 0 < a^{\frac{1}{3}} < a^{\frac{3}{4}} \Rightarrow a \text{ عددی بزرگتر از یک است.}$$

گزینه ۴ نادرست است. $a \Rightarrow$ با توان بزرگتر باید بزرگتر شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۸

$$1) 4^{0.75} = 4^{\frac{75}{100}} = 4^{\frac{3}{4}} = (2^2)^{\frac{3}{4}} = 2^{\frac{3}{2}} = \sqrt{2^3} = 2\sqrt{2}$$

$$2) (\sqrt{5} - 2)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\sqrt{5} - 2} = \sqrt[6]{(\sqrt{5} - 2)^2} = \sqrt[6]{5 - 4\sqrt{5} + 4} = \sqrt[6]{9 - 4\sqrt{5}}$$

$$3) (9 + 4\sqrt{5})^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{9 + 4\sqrt{5}}$$

$$(1) \times (2) \times (3) = 2\sqrt{2} \times \sqrt[6]{9 - 4\sqrt{5}} \times \sqrt[6]{9 + 4\sqrt{5}} = 2\sqrt{2} \times \sqrt[6]{(9 - 4\sqrt{5})(9 + 4\sqrt{5})}$$

$$= 2\sqrt{2} \times \sqrt[6]{81 - 80} = 2\sqrt{2}$$

می‌دانیم: $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$ ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۹

$$A = \underbrace{(1 + \sqrt{3})^3}_a + \underbrace{(1 - \sqrt{3})^3}_b = \underbrace{(1 + \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3})^3}_2 - \underbrace{3(1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3})}_{1-3} \underbrace{(1 + \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3})}_2$$

$$= 2^3 - 3 \times (-2) \times 2 = 8 + 12 = 20$$

گزینه «۱» از خواص رادیکال‌ها است. دقت کنید که گزینه «۳» (برعکس گزینه «۱») صحیح نیست؛ مانند: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۰

$$\sqrt[4]{(-3) \times (-4)} \neq \sqrt[4]{-3} \times \sqrt[4]{-4}$$



پاسخنامه کلیدی

| | | | | |
|----|---|---|---|---|
| ۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |

| | | | | |
|----|---|---|---|---|
| ۳۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۶۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۶۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۶۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۶۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۶۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۶۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۶۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۶۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۶۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۶۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۷۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |

| | | | | |
|-----|---|---|---|---|
| ۷۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۷۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۷۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۷۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۷۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۷۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۷۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۷۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۷۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۸۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۸۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۸۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۸۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۸۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۸۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۸۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۸۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۸۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۸۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۹۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۹۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۹۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۹۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۹۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۹۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۹۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۹۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۹۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۹۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۰۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۰۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۰۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۰۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۰۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۰۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |

| | | | | |
|-----|---|---|---|---|
| ۱۰۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۰۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۰۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۰۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۱۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۱۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۱۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۱۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۱۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۱۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۱۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۱۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۱۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۱۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۲۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۲۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۲۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۲۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۲۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۲۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۲۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۲۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۲۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۲۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۳۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۳۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۳۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۳۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۳۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۳۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۳۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۳۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۳۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۳۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۴۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |



| | | | | |
|-----|---|---|---|---|
| ۱۴۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۴۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۴۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۴۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۴۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۴۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۴۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۴۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۴۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۵۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۵۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۵۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۵۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۵۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۵۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۵۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۵۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۵۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |

| | | | | |
|-----|---|---|---|---|
| ۱۵۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۶۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۶۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۶۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۶۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۶۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۶۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۶۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۶۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۶۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۶۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۷۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۷۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۷۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۷۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۷۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۷۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۷۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |

| | | | | |
|-----|---|---|---|---|
| ۱۷۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۷۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۷۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۸۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۸۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۸۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۸۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۸۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۸۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۸۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۸۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۸۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۸۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۹۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۹۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۹۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۹۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۹۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |

| | | | | |
|-----|---|---|---|---|
| ۱۹۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۹۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۹۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۹۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۹۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۰۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۰۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۰۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۰۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۰۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۰۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۰۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۰۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۰۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۰۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۱۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |