

MrKonkori

۱) اگر $f(x) = \sin x$ و $g(x) = x\sqrt{1-x^2}$ باشد، مقدار $g\left(f\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$ کدام است؟

۴) $\sqrt{2}$

۳) ۱

۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱) $\frac{1}{2}$

۲) هرگاه به ازای $x \in \mathbb{R} - \{-2\}$ داشته باشیم:

$$f(x) = \frac{(2x+3)^6}{(x+2)^5} = \frac{a_0x^6 + a_1x^5 + a_2x^4 + a_3x^3 + a_4x^2 + a_5x + a_6}{b_0x^5 + b_1x^4 + b_2x^3 + b_3x^2 + b_4x + b_5}$$

آنگاه حاصل $\frac{a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_5 + a_6}{-b_0 + b_1 - b_2 + b_3 - b_4 + b_5}$ کدام است؟

۴) ۱

۳) $\frac{3^6}{2^5}$

۲) صفر

۱) $\frac{6}{5}$

۳) اگر $f(x) = f(x-1) - 2f(x-2)$ باشد و $f(0) = 1$ و $f(-1) = -1$ و $f(3)$ کدام است؟

۴) ۲

۳) صفر

۲) ۵

۱) -۵

۴) کدام یک از روابط زیر، معرف یک تابع نیست؟

۲) رابطه‌ی بین افراد و وزن آن‌ها در یک زمان معین

۱) رابطه‌ی بین مساحت دایره و شعاع آن

۴) رابطه‌ی بین اعداد طبیعی و مقسوم‌علیه‌های آن

۳) رابطه‌ی بین افراد و سال تولدشان

۵) به ازای کدام مقدار a سه نقطه‌ی $(1, 2)$ ، $(3, -1)$ و $(5, a)$ از یک تابع خطی حاصل می‌شوند؟

۴) -۴

۳) -۲

۲) صفر

۱) ۴

۶) نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$ در بازه‌ی $[x_0, +\infty)$ بالاتر از خط به معادله‌ی $y = 3(x-1)$ قرار نمی‌گیرد، کمترین مقدار $f(x_0)$ کدام است؟

۴) ۴

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱



۷) دستمزد ساعتی فروشنده و حسابدار یک مؤسسه به ترتیب ۸۰۰۰ و ۱۲۰۰۰ ریال و ساعت کار آنان به ترتیب از ۷ صبح و ۹ صبح شروع می‌شود. چنانچه دستمزد با w و ساعت کار حسابدار با h نشان داده شود «چه تابعی» مجموع دستمزد آن دو را در هر ساعت از روز بر حسب ساعات کار حسابدار مشخص می‌نماید؟

$$w = 20000(2h + 2) \quad (2)$$

$$w = 8000h + 12000(h - 2) \quad (1)$$

$$w = 20000(2h - 2) \quad (4)$$

$$w = 8000(h + 2) + 12000h \quad (3)$$

۸) کار روزانه‌ی یک فروشنده با دستمزد ساعتی ۹۰۰۰ ریال از ساعت ۷ صبح و کار یک حسابدار با دستمزد ساعتی ۱۵۰۰۰ ریال از ساعت ۹ صبح شروع می‌شود. پس از چند ساعت از شروع کار حسابدار، دستمزد آن دو تا آن لحظه با هم برابر می‌شود؟

$$6 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

۹) تعداد نقاط مشترک نمودارهای $(x + y - 2)(2x - 5y + 7) = 0$ و $(x - y + 2)(3x + y - 4) = 0$ کدام است؟

$$16 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

۱۰) اگر $f(x) = x^2 + \sqrt{x^4 + 1} + \frac{1}{x^2 - \sqrt{x^4 + 1}}$ باشد، $f(1999^{2000})$ کدام است؟

$$\frac{1}{1999^{2000}} \quad (4)$$

$$0 \quad (3)$$

$$-\frac{1}{1999^{2000}} \quad (2)$$

$$-1 \quad (1)$$

۱۱) اگر $f(x) = |x| + |x - 1|$ باشد، حاصل $f(\sqrt{3} - 1) + f(\sqrt{2} - 1)$ کدام است؟

$$\sqrt{3} - \sqrt{2} \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$\sqrt{3} + \sqrt{2} \quad (1)$$

۱۲) اگر رابطه‌ی $R = \{(2, b), (a + 3, 3), (4, a^2 + 4), (4, 5)\}$ معرف یک تابع باشد، دوتایی مرتب (a, b) کدام است؟

$$(-1, 2) \quad (4)$$

$$(1, 2) \quad (3)$$

$$(1, 3) \quad (2)$$

$$(-1, 3) \quad (1)$$

۱۳) اگر $f(x) = \frac{-1}{3}x^2 + |2x|$ باشد، $f(2\sqrt{2} - 3)$ کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$\frac{-2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{-1}{3} \quad (1)$$

۱۴) مجموع مقادیر حقیقی x که به ازای آن‌ها مقدار تابع $f(x) = |x + 2| - 2|x - 2|$ برابر با صفر می‌شود کدام است؟

$$\frac{20}{3} \quad (4)$$

$$\frac{26}{3} \quad (3)$$

$$9 \quad (2)$$

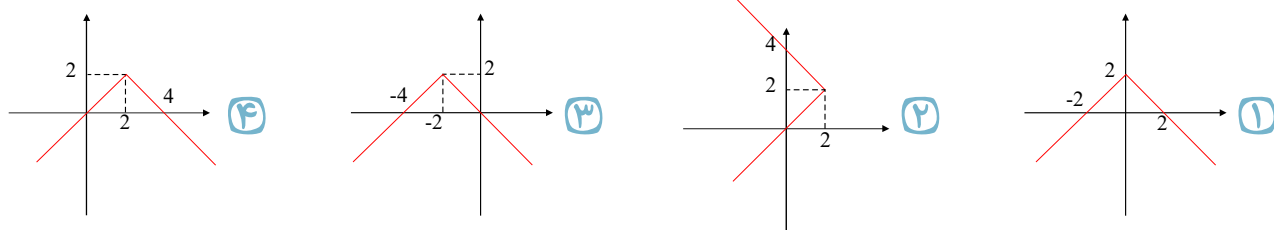
$$\frac{38}{3} \quad (1)$$



۱۵) هرگاه به ازای $2 \leq x \leq 8$ ، $f(x) = |x-2| + |x-4| - |2x-6|$ باشد، مجموع بیشترین و کمترین مقادیر $f(x)$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۶

۱۶) نمودار هندسی تابع $y = -|x-2| + 2$ کدام است؟



۱۷) نمودار تابع با ضابطه $y - |x| = 2$ از کدام نواحی مختصات می‌گذرد؟

- ۱) اول و دوم ۲) دوم و سوم ۳) اول و سوم ۴) سوم و چهارم

۱۸) نمودار تابع $y = |x-4| - 1$ محورهای مختصات را در چند نقطه قطع می‌کند؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) صفر ۴) ۳

۱۹) نمودار تابع $y = |x| - 2$ را، یک واحد به طرف y ‌های مثبت و ۴ واحد به طرف x ‌های منفی انتقال می‌دهیم. نمودار جدید و نمودار اولیه با کدام طول متقاطع‌اند؟

- ۱) ۲٫۵ ۲) ۲٫۵- ۳) ۱٫۵ ۴) ۱٫۵-

۲۰) در بازه $1 < x < 2$ ، نمودار تابع $f(x) = |x-1| + |3-x| - |2x-1|$ بر نمودار کدام تابع خطی زیر منطبق است؟

- ۱) $y = 2x - 3$ ۲) $y = 2x + 3$ ۳) $y = -2x + 3$ ۴) $y = 2x + 2$

۲۱) مساحت ناحیه‌ی محدود به نمودار تابع $f(x) = |x-1|$ و خطوط $x = 1$ و $x = -1$ و $y = 2$ ، کدام است؟

- ۱) $\frac{3}{2}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{5}{2}$ ۴) ۳

۲۲) مساحت محدود بین نمودارهای توابع $y = |x|$ و $3x + 3y = 12$ و محور x ‌ها کدام است؟

- ۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۱۶

۲۳) اگر $f(x) = \frac{-1}{2}x^2 + 2x$ ، آنگاه $f(x+2) - f(x)$ کدام است؟

- ۱) $-2x + 2$ ۲) $2x - 2$ ۳) $2x$ ۴) ۲

۲۴) در تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 2x + 3$ حاصل $f(1 + \sqrt{2}) - f(2)$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴



۲۵) هرگاه در تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ همواره $f(x+1) - f(x) = 8x + 3$ باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

- ۱) $b = -1, a = 4$ ۲) $b = 1, a = 4$ ۳) $b = -1, a = -4$ ۴) $b = -1, a = 2$

۲۶) اگر نقطه‌های $(1, y_1)$ و $(-1, y_2)$ روی نمودار $y = ax^2 + bx + c$ واقع باشند و $y_1 - y_2 = -6$ آنگاه b کدام است؟

- ۱) -3 ۲) 0 ۳) 3 ۴) \sqrt{ac}

۲۷) در دو تابع نابرابر $f(x) = x^2 + ax + b$ و $g(x) = x^2 + cx + d$ داریم:
 $f(1) + f(10) + f(100) = g(1) + g(10) + g(100)$ جواب معادله‌ی $f(x) = g(x)$ کدام است؟

- ۱) 111 ۲) 11 ۳) 22 ۴) 37

۲۸) خط گذرا بر نقطه‌ی $(-2, 4)$ با شیب ۲ و منحنی $y = x^2$ در دو نقطه‌ی A و B مشترک هستند. مختصات وسط، کدام است؟

- ۱) $(1, 8)$ ۲) $(1, 10)$ ۳) $(2, 9)$ ۴) $(2, 10)$

۲۹) نمودارهای دو تابع $f(x) = x^2 - 1$ و $f(x - 2)$ در نقطه‌ای با کدام طول متقاطع‌اند؟

- ۱) 3 ۲) -1 ۳) 2 ۴) 1

۳۰) به ازای کدام مقدار m ، نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = (m - 2)x^2 - 3x + m + 2$ بالای محور x ها و بر آن مماس است؟

- ۱) -3 ۲) $-\frac{5}{2}$ ۳) $\frac{5}{2}$ ۴) 3

۳۱) نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = 2x^2 + (m - 1)x + 1$ به ازای کدامین مقادیر m بالاتر از خط $y = -1$ قرار دارد؟

- ۱) $-3 < m < 5$ ۲) $m > 5$ یا $m < -3$ ۳) $-3 < m < 0$ ۴) $0 < m < 5$

۳۲) به ازای کدامین مقادیر a ، هر نقطه از نمودار تابع $f(x) = (a - 1)x^2 + 2\sqrt{2}x + a$ بالای محور x هاست؟

- ۱) $a < -1$ ۲) $a > 1$ ۳) $a > 2$ ۴) $a < 2$

۳۳) در کدام بازه مقادیر تابع $y = x^2$ کمتر از مقادیر تابع $y = |x - 2|$ است؟

- ۱) $(-2, 1)$ ۲) $(-1, 0)$ ۳) $(-1, 1)$ ۴) $(0, 1)$

۳۴) اگر منحنی به معادله‌ی $y = 2x^2 - 4x + m - 3$ ، محور x ها را در دو نقطه به طول‌های مثبت قطع کند، آنگاه در کدام بازه است؟

- ۱) $m > 3$ ۲) $3 < m < 4$ ۳) $3 < m < 5$ ۴) $4 < m < 5$



۳۵) به ازای چند مقدار m نمودار تابع $y = (3 - \frac{1}{m})(mx - 1)$ مماس بر محور x هاست؟

- ۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) صفر

۳۶) به ازای کدام مقدار a منحنی به معادله $ay = x^2 + 5x + 4$ بر نیمساز ناحیه‌ی اول مماس است؟

- ۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۹

۳۷) به ازای کدام مقادیر m خط به معادله $y = 2x - 4$ بر منحنی به معادله $y = (m + 3)x^2 + mx$ مماس است؟

- ۱) ۱۸ و ۲- ۲) ۲۲ و ۲- ۳) ۲۲ و ۲- ۴) ۱۱ و ۴

۳۸) اگر رابطه‌ی $f = \{(2, 0), (3, 2a - 2), (a, 1), (2, 1 - \frac{b}{2}), (3, a^2 - a)\}$ یک تابع باشد $a + b$ کدام است؟

- ۱) ۵ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳۹) مقادیر تابع $f(x) = \frac{-1}{2}x^2 + 2x + 6$ در بازه‌ی (a, b) بزرگتر از $\frac{7}{2}$ است. بیشترین مقدار $a - b$ کدام است؟

- ۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۵٫۵ ۴) ۶

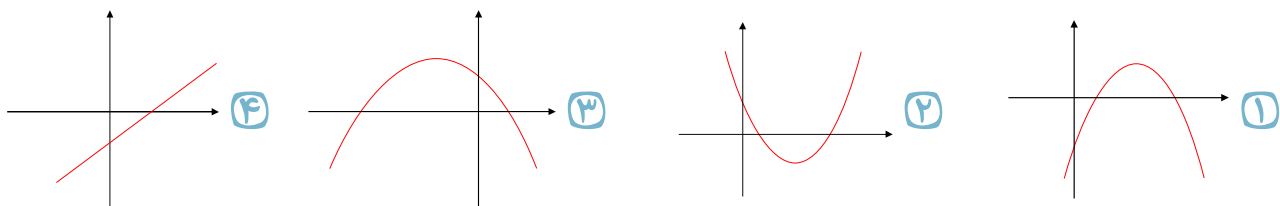
۴۰) منحنی نامعادله‌ی $y = (2x + 1)(x + 8)$ با خطوط $y = mx$ نقطه‌ی مشترک ندارد. مجموعه‌ی مقادیر m کدام است؟

- ۱) $9 < m < 25$ ۲) $15 < m < 23$ ۳) $7 < m < 15$ ۴) $5 < m < 13$

۴۱) نمودار سهمی به معادله $y = -x^2 + 1$ را دو واحد به سمت چپ و یک واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم. معادله‌ی آن پس از انتقال کدام است؟

- ۱) $y = -x^2 - 4x + 2$ ۲) $y = -x^2 - 4x - 2$ ۳) $y = x^2 + 4x + 2$ ۴) $y = x^2 - 4x + 2$

۴۲) نمایش هندسی تابع $f(x) = -x^2 + 3x - 2$ کدام است؟



۴۳) نموداری پس از انتقال رأس آن به اندازه‌ی یک واحد به راست و دو واحد به سمت بالا با ضابطه‌ی

$g(x) = (x - 2)^2$ مشخص شده است. قبل از انتقال معادله‌ی آن کدام بوده است؟

- ۱) $f(x) = x^2 - 5x + 6$ ۲) $f(x) = x^2 - 2x - 1$ ۳) $f(x) = (x - 3)^2 + 2$ ۴) $f(x) = (x - 3)^2$



۴۴) نمودار تابع $f(x) = x^2$ را ۲ واحد به سمت راست و ۳ واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم. معادله‌ی منحنی جدید کدام است؟

۱) $y = x^2 - 4x + 1$ ۲) $y = x^2 + 4x - 1$ ۳) $y = x^2 - 2x + 3$ ۴) $y = x^2 + 2x - 3$

۴۵) نمودار تابع $y = x^2 - 3x - 1$ را حداقل چند واحد به طرف x ‌های مثبت انتقال دهیم تا طول نقاط تلاقی نمودار حاصل با محور x ‌ها غیرمنفی باشد؟

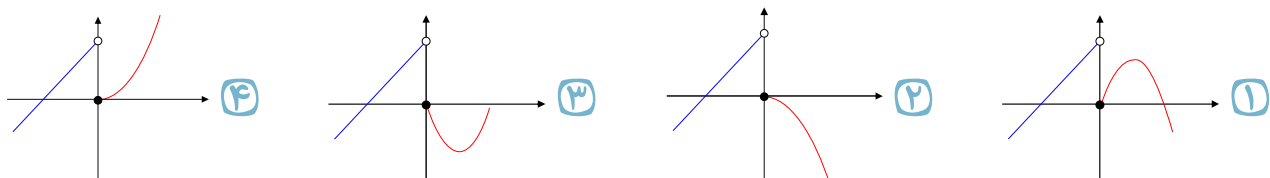
۱) ۱ ۲) ۱٫۵ ۳) ۲ ۴) ۳

۴۶) کدام یک تابع است؟

۱) $f(x)$ ۲) $g(x)$ ۳) هر دو ۴) هیچکدام

$$f(x) = \begin{cases} 2x & x < 3 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 3x & x < 4 \end{cases}$$

۴۷) کدام شکل قسمتی از نمودار تابع قطعه‌ای $f(x) = \begin{cases} 2+x & x < 0 \\ 2x-x^2 & x \geq 0 \end{cases}$ است؟



۴۸) اگر $f(x) = (x-1)^4 + (x-1)^2$ باشد، حاصل $f(\sqrt{3}+1)$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۹ ۳) ۱۵ ۴) ۱۲

۴۹) اگر $f(x) = x^2(2-x)^2$ باشد، حاصل $f(1+x) - f(1-x)$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $4x$ ۳) x^2 ۴) $4x^2$

۵۰) اگر $f(x) = \frac{6x^2 + 16x + 3m}{6}$ مربع یک عبارت خطی از متغیر x باشد، مقدار m بین کدام دو عدد است؟

۱) ۴ و ۳ ۲) ۵ و ۴ ۳) ۶ و ۵ ۴) -۴ و -۳

۵۱) نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^3 - 4x^2 - x + 4$ ، $x > -1$ ، در بازه‌ی (a, b) زیر محور x ‌هاست. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۲

۵۲) نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^3 + ax + b$ و خط به معادله‌ی $y + 2x = b$ در نقطه‌ای به طول ۱ روی محور x ‌ها متقاطع‌اند؛ طول دیگر نقاط تلاقی این منحنی و خط، کدام است؟

۱) ۲ و -۱ ۲) ۳ و -۱ ۳) -۱ و ۰ ۴) ۲ و ۰



۵۳) اگر نمودار تابع $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - x + m$ ، محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع کنند طول دیگر نقاط تلاقی آن با محور x ها کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{2}$ و -1 ۲) 1 و $-\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{3}{2}$ و -1 ۴) $\frac{-1}{2}$ و 3

۵۴) منحنی به معادله $(x-1)(x^2 - ax + a) = 0$ محور x ها را فقط در نقطه‌ی $(1, 0)$ قطع می‌کند، a بین کدام دو عدد صحیح است؟

- ۱) $-4 < a < 0$ ۲) $0 < a < 2$ ۳) $0 < a < 4$ ۴) $a > 4$

۵۵) نمودارهای دو تابع $y = 2x + b$ و $y = x^3 + ax^2 - b$ در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر محور x ها متقاطع‌اند. a کدام است؟

- ۱) 1 ۲) صفر ۳) -2 ۴) -3

۵۶) اگر $f(x+1) = x^2 - 2x + 1$ باشد؛ آنگاه تابع $f(x)$ کدام است؟

- ۱) $(x-2)^2$ ۲) $(x-1)^2$ ۳) $(x^2 - 2x)$ ۴) $(x+2)^2$

۵۷) اگر $f(x-3) = x^2 - 4x + 5$ باشد، آنگاه $f(1-x)$ کدام است؟

- ۱) $x^2 + 1$ ۲) $x^2 + 3$ ۳) $x^2 + 4x + 5$ ۴) $x^2 - 4x + 5$

۵۸) اگر تابع چند جمله‌ای $f(\sqrt{x} + 1) = x + 2\sqrt{x} + 2$ باشد، آنگاه $f(\sqrt{2})$ چقدر است؟

- ۱) 3 ۲) $1 + \sqrt{2}$ ۳) $\sqrt{2} + 2$ ۴) 5

۵۹) اگر $f(x+1) = x^2 + 4x$ باشد؛ $f(x-1)$ کدام است؟

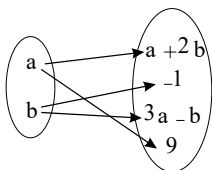
- ۱) $x^2 - 4$ ۲) $x^2 - 4x$ ۳) $4x - x^2$ ۴) $x^2 + x - 3$

۶۰) در کدام رابطه به ازای $m = 1$ ، y تابعی از x است؟

- ۱) $\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 & 2m \\ y & 4 & 3 & m & 2 \end{array}$ ۲) $\begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 & m \\ y & m & 4 & 5 & 1 \end{array}$
- ۳) $\begin{array}{c|ccc} & 0 & -1 & -m+1 \\ y & 1 & 2 & 0 \end{array}$ ۴) $\begin{array}{c|ccc} & 2 & m-1 & \\ y & 1 & 2 & m+2 \end{array}$

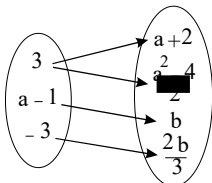
۶۱) اگر نمودار مقابل، یک تابع باشد، حاصل $\frac{2a+b}{3}$ کدام است؟

- ۱) 1 ۲) 2 ۳) 3 ۴) 4



۶۲) اگر رابطه‌ی زیر تابع باشد، آنگاه کدام یک از گزینه‌های زیر، فقط یک جواب خواهد داشت؟

- ۱) $a - b$ ۲) $a + b$ ۳) ab ۴) a





۶۳ اگر دو زوج مرتب $(2a+b, 2)$ و $(7, 2b-4)$ با هم برابر باشند، حاصل $a^2 + b^2$ کدام است؟

- ۴ (۱) ۹ (۲) ۱۳ (۳) ۵ (۴)

۶۴ اگر تابع $f = \{(3, -4), (3, 2a), (a+b, c-b)\}$ فقط یک زوج مرتب داشته باشد؛ آنگاه حاصل $\frac{a}{c}$ کدام است؟

- ۲ (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) -۲ (۴)

۶۵ به ازای کدام مقدار m ، رابطه‌ی $f = \{(1, m), (1, 2), (2, 3), (2, 2m-1), (m, 2)\}$ تابع است؟

- $m = 2$ (۱) $m = 1$ (۲) $m = 0$ (۳) هیچ مقدار m (۴)

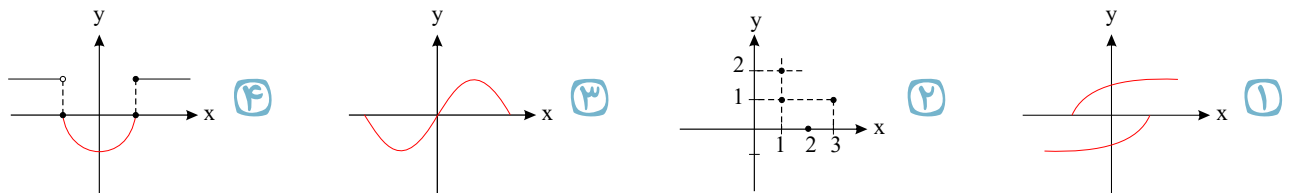
۶۶ رابطه‌ی $f = \{(-20, 3), (4, 9), (4, m^2), (8n, 3m), (7, m-1), (7, 2n+1)\}$ تابع است مقدار n کدام است؟

- ۶ (۱) $-\frac{6}{5}$ (۲) $-\frac{5}{6}$ (۳) $-\frac{1}{6}$ (۴)

۶۷ اگر رابطه‌ی $f = \{(3, m^3 - m), (-3m, m), (1, -2), (3, 0), (2m, 2), (m, 3)\}$ تابع باشد؛ چند مقدار برای m موجود است؟

- ۳ (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) صفر (۴)

۶۸ کدام نمودار، نمایانگر نمودار یک تابع است؟



۶۹ عبارت اول کدام گزینه تابعی از عبارت دوم آن گزینه نیست؟

- ۱ مساحت مربع - اندازه‌ی ضلع مربع
۲ مساحت دایره - شعاع دایره
۳ محیط مثلث متساوی‌الاضلاع - طول ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع
۴ زاویه‌ی \hat{A} در مثلث $\triangle ABC$ - طول ضلع AB

۷۰ دامنه‌ی تابع $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, -1), (-1, 4)\}$ کدام است؟

- $\{1, 2, 3, -1\}$ (۱) $\{2, 3, -1, 4\}$ (۲) $\{1, 2, 3, -1, 4\}$ (۳) $\{2, 3, -1\}$ (۴)

۷۱ دامنه و برد کدام یک از توابع زیر با هم برابر است؟

- $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 1)\}$ (۱) $f = \{(1, 2), (3, 2), (2, 3)\}$ (۲)
 $f = \{(0, 0), (2, 0), (1, 0)\}$ (۳) $f = \{(1, 1), (2, 2), (0, 0), (3, 2)\}$ (۴)



۷۲) اگر دامنه‌ی تابع $f = \{(1, 2a), (a, -1), (2, 3a - 1)\}$ برابر با $\{1, 2, 3\}$ باشد، آنگاه برد تابع کدام خواهد بود؟

- ۱) $\{1, 2, 3, 6, 8, -1\}$ ۲) $\{6, -1, 8\}$ ۳) $\{1, 2, 3\}$ ۴) $\{1, 6, 2, 8\}$

۷۳) اگر دامنه‌ی تابع $f = \{(3, 5), (1, 5a), (a, 5), (2, 3a - 1)\}$ ، $\{1, 2, 3\}$ باشد، آنگاه برد تابع کدام نمی‌تواند باشد؟

- ۱) $\{5, 15, 8\}$ ۲) $\{5, 10\}$ ۳) $\{2, 5\}$ ۴) $\{5, 10, 15\}$

۷۴) تعداد اعضای دامنه‌ی کدام تابع بیشتر از تعداد اعضای برد آن تابع است؟

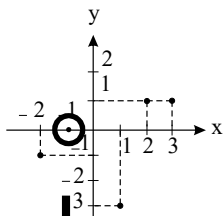
- ۱) $f = \{(1, 2)(3, -1)(4, 5)\}$ ۲) $f = \{(1, 1)(2, 1)(3, 2)(3, 2)\}$
۳) $f = \{(1, 3)(3, 1)(-1, 2)(2, 4)\}$ ۴) $f = \{(1, 1)(2, 2)(3, 3)\}$

۷۵) کدام یک از توابع زیر، وجود ندارند؟

- ۱) تابعی با دامنه‌ی ۳ عضو و برد ۳ عضو ۲) تابعی با دامنه‌ی ۲ عضو و برد ۲ عضو
۳) تابعی با دامنه‌ی ۳ عضو و برد ۲ عضو ۴) تابعی با دامنه‌ی ۲ عضو و برد ۳ عضو

۷۶) اگر دامنه‌ی تابع $f = \{(1, 2), (2m + 1, 2), (3n - 2, m + 2)\}$ تک عضوی باشد، آنگاه حاصل $\frac{+}{2n}$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) صفر



۷۷) دامنه و برد تابع مقابل، در کدام گزینه به درستی آمده است؟

- ۱) دامنه $= \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ برد $= \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$
۲) دامنه $= \{-2, -1, 1, 2, 3\}$ برد $= \{1, 0, -1, -3\}$
۳) دامنه $= \{-2, -1, 2, 3\}$ برد $= \{1, 0, -1\}$
۴) دامنه $= \{-1, 0, 1, -3\}$ برد $= \{-2, -1, 1, 2, 3\}$

۷۸) باتوجه به تابع $f = \{(1, -1)(3, -2)(5, 4)(-1, 3)\}$ ، حاصل $f(f(1)) - f(f(-1))$ کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۲ ۳) -۱ ۴) ۵

۷۹) در تابع $f = \{(4, m + n), (1, 2m - 1), (2, 3m + n), (3, m - 2n)\}$ داریم $f(1) = f(2) = 5$ ، حاصل $f(4) + f(3)$ کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۰

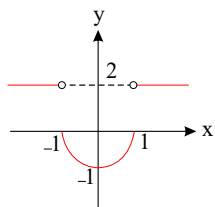
۸۰) اگر در تابع $f = \{(1, 3), (2, a^2), (a, 2), (0, 2)\}$ $f(f(a)) = a$ باشد؛ آنگاه برای a چند مقدار مختلف موجود است؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳



۸۱) باتوجه به دو تابع $f = \{(1, -1), (-1, 2), (0, 3)\}$ و $g = \{(-1, 4), (3, 1), (0, 0)\}$ حاصل $3f(g(0)) - 2g(f(1))$ کدام است؟

- ۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)



۸۲) باتوجه به نمودار مقابل، حاصل $f(f(-1)) - f(f(0))$ کدام است؟

- ۱ (۲) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱ (۲)

۸۳) در تابع $f(x) = 2x - 3$ مقدار $f(-2) + f(0) + f(2)$ کدام است؟

- ۱ (۲) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱ (۲)

۸۴) باتوجه به دو تابع $f(x - 1) = 3x + 2$ و $g(x + 1) = x - 1$ ، حاصل $g(f(2))$ کدام است؟

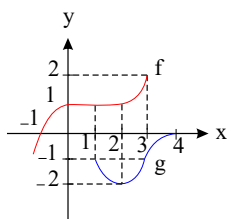
- ۱ (۲) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱ (۲)

۸۵) باتوجه به دو تابع $f(x - 1) = 3x + 2$ و $g(x + 1) = x - 1$ ؛ اگر $f(g(a)) = 5$ باشد آنگاه a کدام است؟

- ۱ (۲) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱ (۲)

۸۶) اگر داشته باشیم $\frac{2}{f(x) + 2} = \frac{f(1) - f(-2)}{f(x) - 2}$ ، حاصل $f(1) - f(-2)$ کدام است؟

- ۱ (۲) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱ (۲)

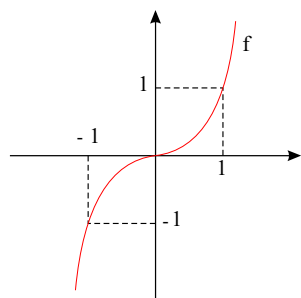


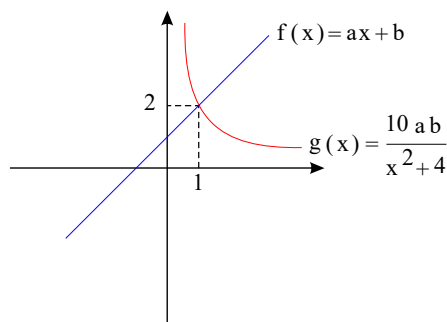
۸۷) نمودار توابع f و g به شکل زیر است، حاصل $f(g(4))$ کدام است؟

- ۱ (۲) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱ (۲)

۸۸) اگر در تابع مقابل، m باشد؛ آنگاه m کدام است؟

- ۱ (۲) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱ (۲)





۸۹) باتوجه به شکل مقابل حاصل $\frac{a^2 +}{2ab}$ کدام است؟

۱ (۲)

۱ (۱) صفر

۳ (۴)

۲ (۳)

۹۰) اگر در تابع خطی $f(x)$ ، $f(3) = 7$ و $f(5) = 12$ باشد، آنگاه $f(7)$ کدام است؟

۱۹ (۴)

۱۷ (۳)

۱۵ (۲)

۱۳ (۱)

۹۱) اگر در تابع خطی $f(x)$ ، $f(3) = 2$ و $f(2) = 3$ باشد، این تابع محور x ها را با کدامین طول قطع می کند؟

صفر (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۵ (۱)

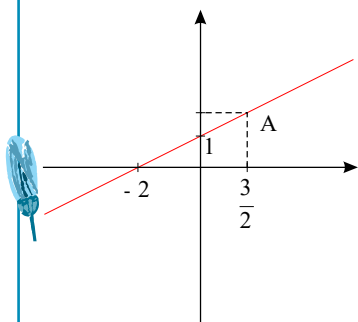
۹۲) باتوجه به نمودار تابع خطی f که در شکل روبرو رسم شده است؛ عرض نقطه A کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

$\frac{7}{4}$ (۴)

$-\frac{7}{4}$ (۳)



۹۳) اگر در تابع خطی $f(x)$ داریم $f(1) + f(2) = -2$ و $f(-1) + f(-2) = -26$ باشد؛ آنگاه حاصل

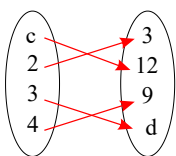
کدام است؟

۱۴ (۴)

۷ (۳)

-۱۴ (۲)

-۷ (۱)



۹۴) اگر شکل روبه رو نمایش پیکانی تابع خطی $f(x)$ باشد؛ آنگاه حاصل $c^2 - d^2$ کدام است؟

-۱۰ (۴)

۱۰ (۳)

-۱۱ (۲)

۹ (۱)

۹۵) اگر تابع $f = \{(1, m), (2, 0), (m, -8)\}$ یک تابع خطی باشد؛ مقادیر m کدام است؟

-۲ و ۴ (۴)

۴ و -۴ (۳)

۲ و -۲ (۲)

-۴ و ۲ (۱)

۹۶) برد تابع $f(x) = 2x + 7$ با دامنه $[-1, 1]$ کدام است؟

$[-1, 9]$ (۴)

$[5, 9]$ (۳)

$[-9, -5]$ (۲)

$[-1, 1]$ (۱)

۹۷) اگر برد تابع $f(x) = 3x - 2$ بازه $[-3, 2]$ باشد، دامنه y این تابع کدام است؟

$(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}]$ (۴)

$[\frac{-1}{3}, \frac{4}{3})$ (۳)

$(-3, 2]$ (۲)

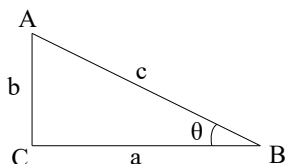
$[-11, 4)$ (۱)



۹۸ اگر $f(x) = x^2 + x - 1$ و $g(x) = 3x + 1$ باشند، آنگاه ساده شده عبارت $f(x+1) - f(x-2)$ کدام است؟

- ۱ $g(x)$ ۲ $g(x) - 2$ ۳ $2g(x)$ ۴ $2(g(x) - 1)$

۹۹ تابع $f = \{(4, a), (b, a-1), (2c, 2a+b-1)\}$ یک تابع همانی است. در مثلث ABC مقدار $\cos \theta$ برابر کدام گزینه است؟



- ۱ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۲ $\frac{1}{2}$ ۳ $\frac{6}{10}$ ۴ $\frac{8}{10}$

۱۰۰ اگر $f = \{(1, 2), (2, 2a-b), (3, 3a+b)\}$ تابع ثابت باشد حاصل $\sqrt{a^2 - 2b}$ کدام است؟

- ۱ $0, 9$ ۲ 1 ۳ $1, 1$ ۴ $1, 2$

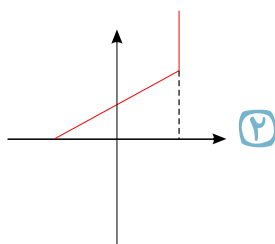
۱۰۱ برد تابع $f(x) = x - \frac{1}{|x-2|}$ کدام است؟

- ۱ $[0, 2]$ ۲ $[0, 2)$ ۳ $(0, 2]$ ۴ $\{0, 2\}$

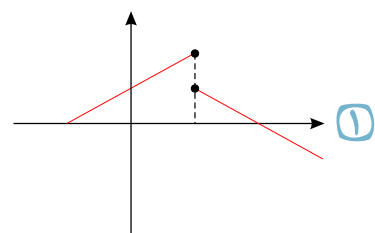
۱۰۲ در تابع $f(x) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 2x+3 & x \geq 0 \end{cases}$ ، $f(f(-1))$ کدام است؟

- ۱ 1 ۲ 5 ۳ -1 ۴ صفر

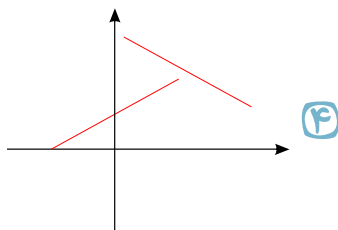
۱۰۳ کدام شکل نمودار یک تابع است؟



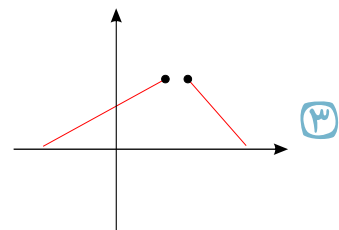
۲



۱



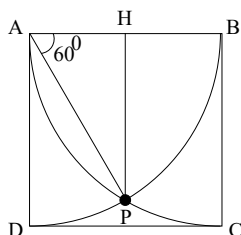
۴



۳



۱۰۴ در داخل مربع $ABCD$ به ضلع t ، ربع دایره‌هایی به مرکزهای A و B و به شعاع t رسم شده‌اند. این ربع دایره‌ها در نقطه‌ی P در داخل مربع یکدیگر را قطع می‌کنند. فاصله P از CD بر حسب t کدام است؟



$$\frac{1}{2}t\sqrt{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}t(\sqrt{3} + 4) \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}t(\sqrt{3} - 1) \quad (4)$$

$$\frac{1}{2}t(2 - \sqrt{3}) \quad (3)$$

۱۰۵ دو تابع $f(x) = x - \sqrt{2x - 1}$ و $g = \{(0, 3), (5, 1), (2, 5)\}$ مفروض‌اند $f(g(2))$ کدام است؟

$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\text{صفر} \quad (1)$$

۱۰۶ اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = \{(1, 2), (5, 4), (6, 5), (2, 3)\}$ و $g(f(a)) = 5$ باشد a کدام است؟

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۱۰۷ رابطه‌ی $R = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{Z}, |x| + |y| = 2\}$ چند عضو زوج مرتب دارد؟

$$8 \quad (4)$$

$$7 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

۱۰۸ رابطه‌ی $R = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}, 2x + y \leq 7\}$ دارای چند زوج مرتب است؟

$$9 \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

۱۰۹ عمل دوتایی $*$ روی زوج‌های مرتب عددهای صحیح، به صورت $(a, b) * (c, d) = (a - c, b + d)$ تعریف می‌شود.

اگر عمل‌های $(3, 2) * (0, 0)$ و $(3, 2) * (x, y)$ جفت‌هایی برابر را بدست بدهند، آنگاه x کدام است؟

$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$-3 \quad (1)$$

۱۱۰ اگر $f(x) = x + \frac{2}{x}$ باشد، مقدار $f(1 + \sqrt{2}) + f(1 - \sqrt{2})$ کدام است؟

$$2 \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$-2 \quad (1)$$

۱۱۱ اگر $f(x) = |x^2 - 5|$ و $g(x) = \frac{x}{1 + x^2}$ باشد، آنگاه مقدار $\frac{f(2)}{g(2)}$ کدام است؟

$$5 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$\frac{5}{2} \quad (1)$$

۱۱۲ رابطه‌ی بین مجموعه‌ی اعداد طبیعی ۲ تا ۵ و مجموعه‌ای که شامل مقسوم‌علیه‌های طبیعی این اعداد است را با

R نشان می‌دهیم. از R حداقل چند زوج مرتب حذف کنیم تا R تابع شود؟

$$5 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$



۱۱۳ اگر مجموعه‌ی $\{(1, 2), (-1, m-1), (-1, 2m)\}$ یک تابع باشد؛ m کدام است؟

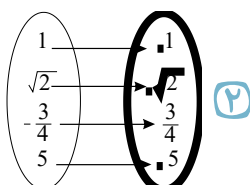
۱ (۱)

۲ (۲)

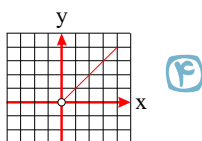
۳ (۳)

۴ (۴)

۱۱۴ کدام رابطه معرف یک تابع همانی است؟



۱ (۱) $f = \{(2, 3), (5, 5), (3, 2)\}$



۳ (۳)

	-1	0	1	2
$f(x)$	1	0	1	2

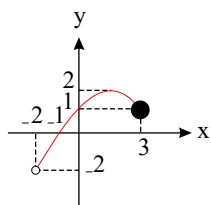
۱۱۵ کدام یک از جملات زیر درست است؟

۱ (۱) اگر دامنه‌ی تابعی نامتناهی باشد، برد آن هم نامتناهی است.

۲ (۲) در یک تابع با دامنه و برد متناهی، ممکن است تعداد اعضای برد بیشتر از تعداد اعضای دامنه باشد.

۳ (۳) در یک تابع با دامنه و برد متناهی، ممکن است تعداد اعضای دامنه بیشتر از تعداد اعضای برد باشد.

۴ (۴) اگر تعداد اعضای دامنه‌ی تابعی متناهی باشد، ممکن است تعداد اعضای بردش نامتناهی باشد.



۱۱۶ اگر دامنه‌ی تابع مقابل را D و برد آن را R بنامیم، $D \cap R$ کدام است؟

۲ (۲) $(-2, 2]$

۱ (۱) $[-2, 3]$

۴ (۴) $(-2, 2)$

۳ (۳) $(-2, 3)$

۱۱۷ در مورد تابع خطی f می‌دانیم $f(2) = 5$ ، $f(-1) = -1$. این تابع محور طول‌ها را در نقطه‌ای با کدام

طول قطع می‌کند؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۱۸ برد تابع $f(x) = x^2$ شامل ۵ عدد حقیقی است. دامنه‌ی این تابع حداکثر چند عضو دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۱۹ اگر f تابع همانی و g تابعی ثابت باشد و داشته باشیم $\frac{g(2) + f(-2)}{\text{آنگاه}}$

$f\left(\frac{3}{2}\right) \times g\left(\frac{2}{3}\right)$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



۱۲۰) برد تابع $y = \begin{cases} x^2 - 4x & x > 1 \\ 2x - 3 \end{cases}$ کدام است؟

- ۱) $(-\infty, -5) \cup (-4, +\infty)$ ۲) $(-5, -4]$
 ۳) $(-\infty, -5) \cup [-3, +\infty)$ ۴) $(-\infty, -5) \cup [-4, +\infty)$

۱۲۱) کدام رابطه الزاما یک تابع نیست؟

- ۱) رابطه‌ای که به ضلع مربع مساحت مربع را نسبت می‌دهد.
 ۲) رابطه‌ای که به هر نوزاد یک طول قد نسبت می‌دهد.
 ۳) رابطه‌ای که به هر دانش آموز در امتحان نمره‌ی آن درس نسبت داده می‌شود.
 ۴) رابطه‌ای که به تعداد گل‌های زده‌ی شخص در یک لیگ فوتبال نام گل زن نسبت داده شود.

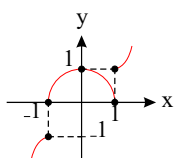
۱۲۲) تابع $f = \{(m^2 - m, m^2 - 3m), (2, n^2 - 2n + 5), (2, P)\}$ شامل یک زوج مرتب است.

کدام است؟

- ۱) -۲ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) -۴

۱۲۳) نمودار زیر با حذف حداقل چند نقطه به یک تابع تبدیل می‌شود؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴



۱۲۴) اگر $xf(3) + 3f(x) = x + 6$ باشد $f(6)$ کدام است؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۲۵) اگر دامنه‌ی تابع $f(x) = 2x - 1$ بازه‌ی $[3, +\infty)$ و دامنه‌ی تابع $g(x) = \frac{1}{3}x + 3$ بازه‌ی

$(-\infty, 3]$ باشد، اجتماع برد توابع f و g کدام است؟

- ۱) Z ۲) R ۳) $R - \{5\}$ ۴) $R - (4, 5)$

۱۲۶) اگر رابطه‌ی $f = \{(1, 3), (m, 2), (1, m^2 - 2m), (-1, \frac{1}{m})\}$ تابع باشد، آنگاه معادله‌ی

$$x^3 - 6x^2 + m^2x = 0$$

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۲۷) نمودار تابع f با ضابطه‌ی $y = f(x)$ را ۳ واحد به سمت راست و ۲ واحد به سمت پایین منتقل می‌کنیم.

ضابطه‌ی مربوط به نمودار جدید کدام است؟

- ۱) $y = f(x + 3) + 2$ ۲) $y = f(x - 3) + 2$ ۳) $y = f(x - 3) - 2$ ۴) $y = f(x + 3) - 2$

۱۲۸) اگر رابطه‌ی $f = \{(\sqrt{3}, 7), (-2, b), (\sqrt{3}, a^2 + 3), (a, 1), (2, 2)\}$ تابع باشد، حاصل $a + b$

کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۲ -۱ ۳) -۱ ۴) ۱



۱۲۹) اگر تابع $f = \{(4, 3m - 2), (n - 1, 3)\}$ ، همانی باشد، حاصل $\frac{m}{n}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) ۳

۱۳۰) برد تابع $f(x) = \begin{cases} -3 & x < 0 \end{cases}$ کدام است؟

- ۱) $[0, +\infty)$ ۲) $[-3, +\infty)$ ۳) $[0, +\infty) \cup \{-3\}$ ۴) R

۱۳۱) اگر جدول زیر مربوط به یک تابع ثابت باشد، مقدار $\frac{a}{d+12}$ کدام است؟

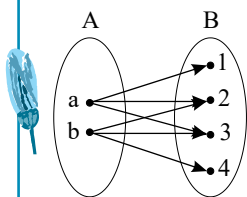
x	۳	$a+1$	۲	۷
$f(x)$	\sqrt{k}	$\sqrt[3]{b}$	۴	d

- ۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۱۶ ۴) ۱۲

۱۳۲) مساحت بین دو نمودار $y_1 = |x+1| + 3$ و $y_2 = -|x+2| + 3$ کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

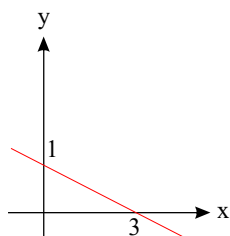
۱۳۳) باتوجه به نمودار پیکانی داده شده، با حذف ، رابطه‌ی حاصل می‌تواند تابع باشد.



۱) ۲ پیکان ۲) یک عضو از مجموعه‌ی B

۳) ۳ پیکان ۴) ۲ عضو از مجموعه‌ی B

۱۳۴) نمودار تابع خطی f به صورت مقابل است. مقدار $f(1)$ کدام است؟



- ۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{3}{4}$

۱۳۵) اگر تابع $f = \{(3, 2a+b), (5a-c, 4), (2b-c, -1)\}$ یک تابع همانی باشد، دامنه‌ی این تابع کدام

است؟

- ۱) $\left\{\frac{11}{9}, \frac{5}{9}, \frac{19}{9}\right\}$ ۲) $\{-1, 3, -4\}$ ۳) $\{3\}$ ۴) $\{3, 4, -1\}$

۱۳۶) اگر دامنه‌ی تابع خطی f برابر $[-1, 2]$ و برد آن نیز برابر $[-2, 4]$ باشد، در این صورت کدام مورد همواره

برقرار است؟

- ۱) $f(-1) = -2$ ۲) $f(0) = 2$ ۳) $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$ ۴) $f(3) = -4$

۱۳۷) اگر $f(x) = (a-b)x + a + b$ یک تابع همانی باشد، $3a + 2b$ کدام است؟

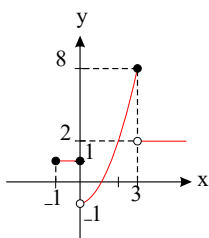
- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) ۱



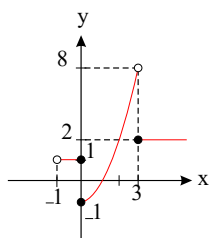
$$f(x) = \begin{cases} 1 & x \leq 3 \\ x^2 - 1 & x > 3 \end{cases}$$

کدام است؟

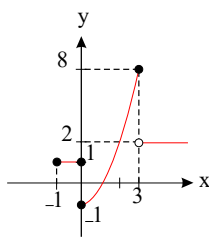
۱۳۸ نمودار تابع با ضابطه‌ی



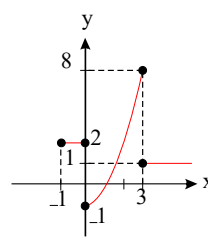
۴



۳



۲



۱

از کدام ناحیه نمی‌گذرد؟

۱۳۹ نمودار تابع

۴ چهارم

۳ سوم

۲ دوم

۱ اول

۱۴۰ برد تابع $f(x) = (a - b - 1)x^2 + (b - 2)x + a + c - 1$ مجموعه تک عضوی $\{2c - a\}$

و دامنه آن مجموعه اعداد حقیقی است. در این صورت $a + b + c$ کدام است؟

۴ ۷

۳ ۸

۲ ۹

۱ ۱۰

۱۴۱ کدام یک از گزینه‌های زیر یک تابع را نمایش می‌دهند؟

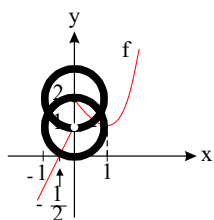
$$g(x) = \begin{cases} 2x - 4 & x < 2 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & x \leq 0 \end{cases}$$

$$h(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq -2 \end{cases}$$

$$k(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ 0 & x = 0 \\ -x^2 & x \leq 0 \end{cases}$$

۱۴۲ مطابق شکل زیر، نمودار تابع f از یک خط و بخشی از یک سهمی تشکیل شده است. حاصل عبارت



کدام است؟ $-f(-1) + f(-3, 5)$

۲ ۲

۱ ۱

۴ -۱

۳ -۲

۱۴۳ اگر $f(x) = |x + 1| - 2$ و دامنه‌ی f بازه $[1, 3]$ باشد، آن گاه برد تابع f کدام است؟

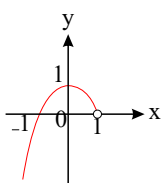
۴ $[1, 3]$

۳ $[1, 2]$

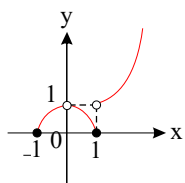
۲ $[0, 1]$

۱ $[0, 2]$

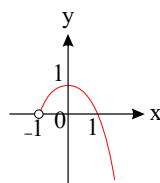
۱۴۴ برد کدام یک از توابع زیر، همه‌ی اعداد طبیعی را شامل می‌شود؟



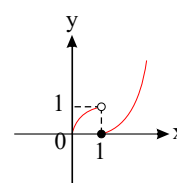
۴



۳



۲



۱

۱۴۵ اگر رابطه‌ی $f = \{(a, 3), (5, a^2 - 1), (2, -1), (5, 3), (2, b)\}$ یک تابع باشد، a و b کدامند؟

۴ $a = -2$ و $b = 1$

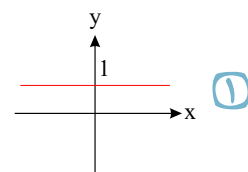
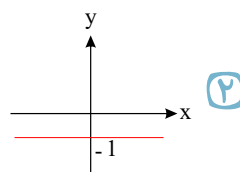
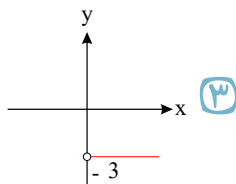
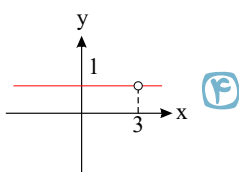
۳ $a = \pm 2$ و $b = -1$

۲ $a = -2$ و $b = -1$

۱ $a = 2$ و $b = -1$



۱۴۶ اگر $f(x) = x - 3a$ یک تابع ثابت باشد، نمودار این تابع کدام گزینه می تواند باشد؟



۱۴۷ کدام یک از روابط زیر، یک تابع را مشخص می کند؟

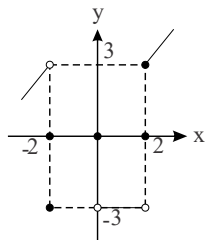
۱ رابطه ای که به هر شرکت، کارمند آن شرکت را نسبت می دهد.

۲ رابطه ای که به هر دانش آموز، معلم او را نسبت می دهد.

۳ رابطه ای که به هر پدر، فرزند او را نسبت می دهد.

۴ رابطه ای که به هر ایرانی، کد ملی او را نسبت می دهد.

۱۴۸ نمودار مقابل با حذف چند نقطه، تبدیل به یک تابع می گردد؟



۲ ۲

۱ ۱

۴ ۴

۳ ۳

۱۴۹ اگر رابطه $f = \{(3, m+2), (1, 2), (3, m^2), (m-1, 1)\}$ یک تابع باشد، برای m چند مقدار وجود دارد؟

۴ صفر

۳ ۳

۲ ۲

۱ ۱

۱۵۰ کدام تابع وجود ندارد؟

۲ تابعی که دامنه آن سه عضوی و برد آن دوعضوی باشد.

۱ تابعی که دامنه و برد آن با هم برابر باشند.

۴ تابعی که دامنه آن نامتناهی و برد آن متناهی باشد.

۳ تابعی که دامنه آن دوعضوی و برد آن سه عضوی باشد.

۱۵۱ جدول تعیین علامت عبارت $A = a - 2x$ به صورت مقابل است. مقدار b کدام است؟

x	1	$\frac{5}{2}$
A	-	+

تعریف نشده

۲ ۲

۵ ۱

۴ ۴

-۲ ۳

۱۵۲ اگر $f = \{(3, 7), (3, a^2 + 3), (a, 5), (2, 4), (6, b), (6, a+1)\}$ یک تابع باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

۵ ۴

۳ ۳

-۱ ۲

-۳ ۱

۱۵۳ با حذف حداقل چند زوج مرتب $R = \{(1, 2), (1, 1), (2, 3), (2, 2), (3, 2), (1, 1), (2, 2)\}$ تبدیل به

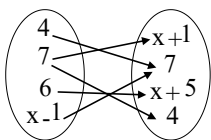
تابع می شود؟

۴ ۴

۳ ۳

۲ ۲

۱ ۱



۱۵۴ اگر نمودار پیکانی زیر نشان دهنده یک تابع باشد، کوچک‌ترین مؤلفه اول چند واحد با بزرگترین مؤلفه دوم اختلاف دارد؟

۹ (۴)

۶ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

۱۵۵ اگر مجموعه $f = \{(-3, a), (3, 2), (1, 9), (1, b^2), (b, 5)\}$ یک تابع باشد، مقدار ab کدام است؟

-۶ (۴)

۶ (۳)

-۱۵ (۲)

۱۵ (۱)

۱۵۶ کدام یک از گزینه‌های زیر مربوط به ضابطه یک تابع است؟ (x مؤلفه اول و y مؤلفه دوم است.)

 $|x| + |y| = 0$ (۴) $|x| = |y|$ (۳) $x = |y|$ (۲) $2|y| - |x| = 0$ (۱)

۱۵۷ اگر رابطه $\{(2, 2a-3), (2, 4a+1), (-\frac{4}{a}, b+1), (-a, c-1)\}$ یک تابع باشد، حاصل

کدام است؟

صفر (۴)

۴- (۳)

-۱۶ (۲)

-۸ (۱)

۱۵۸ اگر رابطه $f = \{(5, -4), (n, 4), (5, n^2 - 5n), (1, n)\}$ تابع باشد، آنگاه معادله

$x^3 + xn^2 = 8x^2$ چند جواب متمایز دارد؟

صفر (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

۱۵۹ علی برای رسم سهمی $f(x)$ ، ابتدا نمودار $y = x^2$ را به اندازه یک واحد روی محور x ها به سمت چپ انتقال

داد. سپس نمودار را نسبت به محور x ها قرینه کرد و روی محور y ها به اندازه ۳ واحد بالا برد. ضابطه $f(x)$ کدام است؟

 $f(x) = (-x-1)^2 - 3$ (۲) $f(x) = (-x-1)^2 + 3$ (۱) $f(x) = -(x+1)^2 - 3$ (۴) $f(x) = -(x+1)^2 + 3$ (۳)

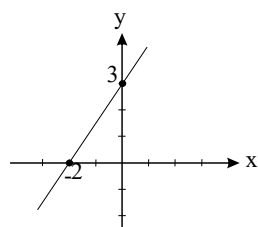
۱۶۰ اگر برد تابع ثابت $f(x)$ به صورت $\{2a-3, 3-a\}$ باشد، حاصل $f(5)$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



۱۶۱ نمودار تابع خطی f به صورت شکل مقابل است. مقدار $f(-4)$ کدام است؟

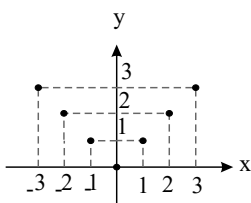
-۴ (۲)

-۳ (۱)

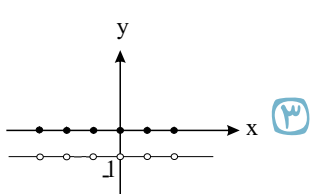
-۶ (۴)

-۵ (۳)

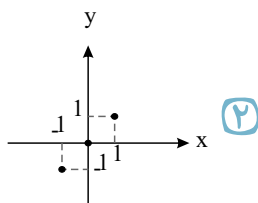
۱۶۲ در کدام گزینه، نمودار تابعی با دامنه نامتناهی و برد متناهی رسم شده است؟



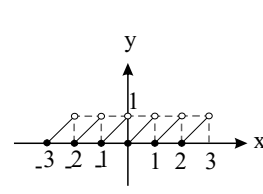
(۴)



(۳)



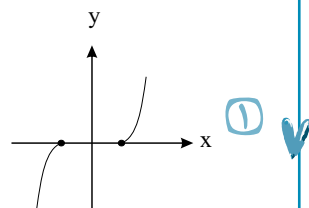
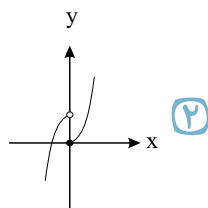
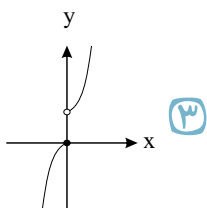
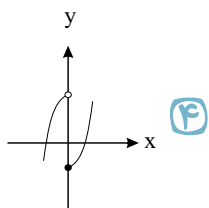
(۲)



(۱)



۱۶۳ نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ 1 - x^2 & x < 0 \end{cases}$ کدام است؟



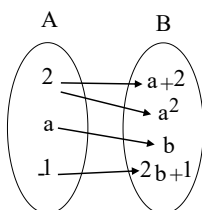
۱۶۴ تابع $f = \{(1, 2), (m, 1), (1, m^2 + m), (m^2 - 2, m + 1)\}$ مفروض است. کدام زوج مرتب عضو تابع f نیست؟

(۲, ۱) ۴

(۲, -۱) ۳

(-۱, ۲) ۲

(۱, ۲) ۱



۱۶۵ اگر نمودار مقابل نمایش یک تابع باشد، مقدار $a + b$ کدام می تواند باشد؟

-۱ ۲

۱ ۱

صفر ۴

-۲ ۳

۱۶۶ قطر مربعی برابر d است. ضابطه محیط این مربع به عنوان تابعی از d کدام است؟

$P(d) = 4\sqrt{2}d$ ۴

$P(d) = 2\sqrt{2}d$ ۳

$P(d) = 4\sqrt{d}$ ۲

$P(d) = \frac{d^2}{2}$ ۱

۱۶۷ اگر تابع $f = \{(1, m+2), (0, m), (2, 2)\}$ یک تابع خطی باشد، مقدار m کدام است؟

-۲ ۴

-۱ ۳

۲ ۲

۱ ۱

۱۶۸ دامنه یک تابع $4n - 55$ و برد آن $2n + 1$ عضو دارد. برای n چند عدد طبیعی وجود دارد؟

۷ ۴

۸ ۳

۹ ۲

۱۰ ۱

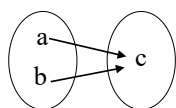
۱۶۹ طول یک مستطیل ۳ برابر عرض آن است. کدام رابطه ریاضی عرض مستطیل را بر حسب مساحت آن (S) نشان می دهد؟

$(3S)^{\frac{1}{2}}$ ۴

$(\frac{S}{3})^{-\frac{1}{2}}$ ۳

$(\frac{S}{3})^{\frac{1}{2}}$ ۲

$(\frac{S}{3})^{\frac{1}{2}}$ ۱



۱۷۰ اگر نمودار پیکانی تابع $\{(x, 2x - 15), (3, x(x - 6))\}$ به صورت زیر باشد، مقدار x

کدام است؟ ($a \neq b$)

۵ ۴

-۵ ۳

۳ ۲

-۳ ۱



۱۷۱) اگر رابطه $f = \{(3, m^2), (2, 1), (-2, m), (3, m+2), (m, 4n)\}$ به ازای دو مقدار مختلف m تابع باشد، کدام است؟

۴) صفر

۳) $n = \frac{1}{4}$

۲) $n = \frac{1}{2}$

۱) $n = 1$

۱۷۲) در یک تابع خطی داریم: $f(x) + f(-x) = -12$ و $f(4) = -2f(1)$ ، در این صورت $f(10)$ کدام است؟

۴) ۲۴

۳) ۱۸

۲) ۲۰

۱) ۱۲

۱۷۳) اگر دامنه هر یک از توابع $f(x) = -2x + 6$ و $g(x) = \frac{2}{3}x - 1$ برابر $[-3, 3]$ باشد، آن گاه اشتراک برد دو تابع شامل چند عدد صحیح است؟

۴) بی شمار

۳) ۲

۲) ۱

۱) صفر

۱۷۴) همه توابع خطی با دامنه $[-3, 2]$ و برد $[2, 6]$ را نوشته و سپس مقدار همه توابع را به ازای $x = 1$ حساب کرده ایم. مجموع مقادیر به دست آمده کدام است؟

۲) ۸

۱) صفر

۴) -۱

۳) هر عدد دلخواه در بازه $[2, 6]$

۱۷۵) با توجه به جدول زیر، کدام گزینه درست است؟

تابع	$f(x) = -3x - 1$	$g(x) = -3x + 1$
دامنه	A	$x \geq -\frac{1}{3}$
برد	$\{0, 1, 2\}$	B

۲) $B = [0, +\infty)$ و $A = \{-1, 0, -\frac{1}{3}\}$

۱) $B = (-\infty, 2]$ و $A = \{-1, 0, -\frac{1}{3}\}$

۴) $B = (-\infty, 2]$ و $A = \{-1, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\}$

۳) $B = [2, +\infty)$ و $A = \{-1, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\}$

۱۷۶) دامنه تابع خطی f بازه $[0, 2]$ و برد آن بازه $[-2, 1]$ است. مقدار $f(\frac{2}{3})$ کدام عدد می تواند باشد؟

۴) ۲

۳) $-\frac{1}{2}$

۲) -۱

۱) -۲

۱۷۷) اگر $f = \{(-1, 2m+1), (2, 3-m), (-6, 2), (-m, m-1)\}$ و

$f(2) - f(-6) + 2f(-1) = 9$ باشد، برد تابع f کدام است؟

۴) $\{5, 1, 2\}$

۳) $\{-5, -2, 1\}$

۲) $\{1, -5, 2\}$

۱) $\{5, -1, 2\}$



۱۷۸ در مورد تابع f با دامنه R ، اگر تساوی $f(2x+1) + f(3) = 5x - 1$ برقرار باشد، آنگاه مقدار $f(5)$ کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۷

۱۷۹ اگر طول یک مستطیل ۵ واحد از عرض آن بیشتر باشد، رابطه ریاضی بین مساحت و محیط مستطیل کدام است؟ (S مساحت و P محیط مستطیل می باشد).

- ۱) $P^2 - 100 = 16S$ ۲) $P^2 - 40P = 16S$ ۳) $S = P^2 - 5$ ۴) $S = 2(P^2 - 5P)$

۱۸۰ در یک تابع خطی داریم: $f(-1) = -5$ و $f(2) = 1$ اگر $f(t) = 47$ باشد، مقدار t کدام است؟

- ۱) ۹۱ ۲) ۲۵ ۳) ۲۲ ۴) ۱۲

۱۸۱ اگر $f(x) = x^2 - 4$ و $f(m) + f(3m) = 2$ باشد، مقدار $f(m+1)$ برابر کدام گزینه می تواند باشد؟

- ۱) ۱ ۲) -۴ ۳) -۱ ۴) ۴

۱۸۲ اگر تابع $f = \{(2, 3), (4, m), (5, n^2 - m^2)\}$ ثابت و تابع و تابع

$g = \{(1, \frac{a^2}{3}), (3, a^2), (7, b^3)\}$ تابع همانی باشد، حاصل $4f(5) - 5g(3)$ کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) -۶ ۳) ۳ ۴) -۳

۱۸۳ اگر دامنه تابع $f(x) = \left| \frac{3}{2}x - 1 \right| + 1$ بازه $[-2, 3]$ باشد، برد این تابع کدام است؟

- ۱) $[1, 5]$ ۲) $(1, 5]$ ۳) $(0, 5]$ ۴) $(0, 5)$

۱۸۴ اگر f تابعی ثابت و g تابع همانی باشد و تساوی $(f(3))^2 + g(3) = 4f(4)$ برقرار باشد، $g(5) + f(5)$ کدام می تواند باشد؟

- ۱) -۵ ۲) -۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۱۸۵ اگر برد تابع $y_1 = f(x)$ به صورت بازه $[1, 5]$ باشد، برد تابع $f(x+1) - \frac{2}{3}$ کدام است؟

- ۱) $[\frac{1}{3}, \frac{17}{3}]$ ۲) $[2, 6]$ ۳) $[\frac{1}{3}, \frac{13}{3}]$ ۴) $[0, 4]$

۱۸۶ اگر دو زوج مرتب از تابع خطی $y = f(x)$ به صورت $(-1, -1)$ و $(2, -3)$ باشد، ضابطه تابع f بر حسب x کدام است؟

- ۱) $y = -\frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$ ۲) $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$ ۳) $y = -\frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$ ۴) $y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$



۱۸۷ اگر نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \geq 1 \\ 3x - 1 & x < 1 \end{cases}$ را ۲ واحد به سمت راست و ۵ واحد به سمت پایین منتقل کنیم، ضابطهٔ تابع حاصل کدام خواهد بود؟

$$g(x) = \begin{cases} -4x - 11 & x < 3 \\ 3x - 12 & x \geq 3 \end{cases} \quad (۲) \quad g(x) = \begin{cases} -4x - 6 & x < 1 \\ 3x - 7 & x \geq 1 \end{cases} \quad (۱)$$

$$g(x) = \begin{cases} +4x - 11 & x < 1 \\ 3x & x \geq 1 \end{cases} \quad (۴) \quad g(x) = \begin{cases} +4x - 11 & x < 3 \\ 3x & x \geq 3 \end{cases} \quad (۳)$$

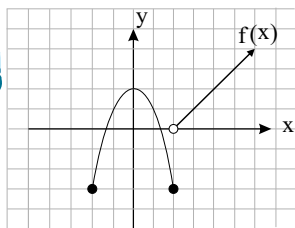
۱۸۸ اگر تابع f یک تابع خطی گذرنده از مبدأ مختصات باشد، آنگاه کدام یک از روابط زیر به طور کلی صحیح نیست؟ (a و b اعدادی حقیقی و ثابت هستند).

$$f(a-b) = f(a) - f(b) \quad (۲) \quad f(a+b) = f(a) + f(b) \quad (۱)$$

$$f(ka) = kf(a) \quad (۴) \quad f(ab) = f(a)f(b) \quad (۳)$$

۱۸۹ اگر f تابعی ثابت و g تابعی همانی باشد؛ به طوری که $g(4) = 3f(2)$ ، مقدار $g(5) + 9f(-1)$ کدام است؟

$$۱۷ \quad (۴) \quad ۱۲ \quad (۳) \quad ۵ \quad (۲) \quad ۳۶ \quad (۱)$$



۱۹۰ شکل مقابل مربوط به کدام تابع قطعه‌ای است؟

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & x \geq 2 \end{cases} \quad (۱)$$

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & x > 2 \end{cases} \quad (۲)$$

$$f(x) = \begin{cases} -x + 2 & x > 2 \end{cases} \quad (۳)$$

$$f(x) = \begin{cases} -x - 2 & x \geq 2 \end{cases} \quad (۴)$$

۱۹۱ اگر دامنهٔ تابع $f(x) = |x - 2|$ برابر با $(-1, 7)$ باشد، برد آن کدام است؟

$$[1, 5] \quad (۴) \quad (0, 5) \quad (۳) \quad [0, 5) \quad (۲) \quad (3, 5) \quad (۱)$$

۱۹۲ در کدام گزینه y تابعی از متغیر x نیست؟

$$y = \begin{cases} x + 2 & x \leq 0 \end{cases} \quad (۴) \quad y = \begin{cases} x + 2 & x \leq 2 \end{cases} \quad (۳) \quad y = \begin{cases} x + 1 & x \geq 1 \end{cases} \quad (۲) \quad y = \begin{cases} x + 1 & x \geq 0 \end{cases} \quad (۱)$$

۱۹۳ اگر نمودار تابع خطی $f(x)$ از نقاط $(2, 5)$ و $(-1, -4)$ عبور کند و $g(x) = |f(x)|$ باشد، نمودار توابع $f(x)$ و در کدام بازه برهم منطبق اند؟

$$[-\frac{1}{3}, +\infty) \quad (۴) \quad (-\infty, -\frac{1}{3}] \quad (۳) \quad [\frac{1}{3}, +\infty) \quad (۲) \quad (-\infty, \frac{1}{3}] \quad (۱)$$

۱۹۴ اگر f تابع همانی و g تابع ثابت برابر با (-3) باشد، حاصل عبارت $|2g(-1)| - f(-4)$ کدام است؟

$$۷ \quad (۴) \quad ۱۰ \quad (۳) \quad ۲ \quad (۲) \quad ۲ \quad (۱)$$



۱۹۵ اگر $f(x) = (2m - 4)x - m^2 + 3$ یک تابع ثابت باشد، $f(m^3 - 1)$ کدام است؟

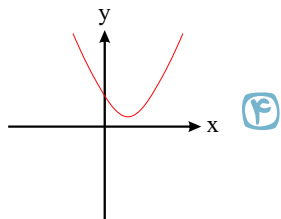
۷ (۴)

۲ (۳)

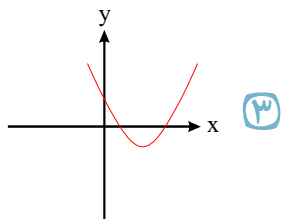
-۱ (۲)

۸ (۱)

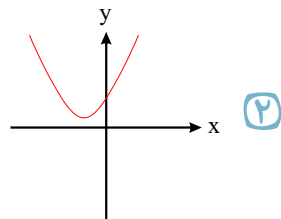
۱۹۶ کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند نمودار تابع $f(x) = (x + 2)^2 - 1$ باشد؟



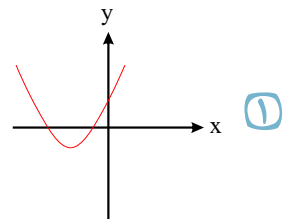
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۱۹۷ اگر $f = \{(11, 0), (5, a + b), (2, 2 - a)\}$ معرف یک تابع ثابت و $g(x) = \frac{mx^3 - nx^2}{3x^2 - 2x}$ یک تابع

همانی باشد، آن گاه حاصل $bm - na$ کدام است؟

-۳۲ (۴)

۳۲ (۳)

-۲ (۲)

۲ (۱)

۱۹۸ مساحت ناحیه محدود به نمودارهای توابع $y = |x + 1|$ و $y = |x - 3|$ و محور x ها کدام است؟

۳ (۴)

۶۶ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

۱۹۹ اگر f تابع همانی، g تابع ثابت و $g(5) = 3$ باشند، مقدار $4f(g(-2)) - 2g(f(7))$ کدام است؟

-۱۲ (۴)

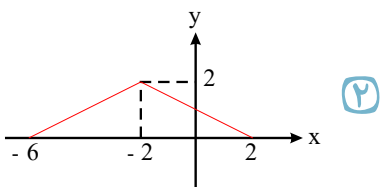
۱۲ (۳)

-۶ (۲)

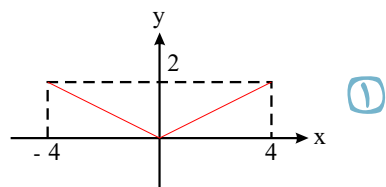
۶ (۱)

۲۰۰ اگر نمودار تابع $f(x)$ به صورت باشد، نمودار تابع $y = f(x - 2) + 2$ کدام

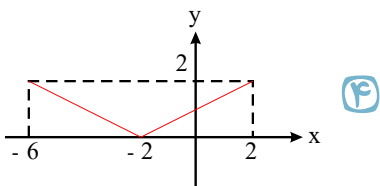
است؟



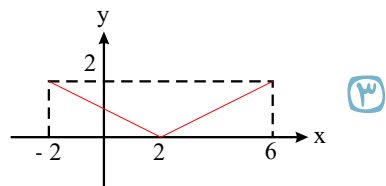
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۲۰۱ اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ و $B = \{1, 2, 3\}$ ، چند تابع ثابت از مجموعه A به مجموعه B می‌توانیم تعریف

کنیم؟

۶ (۴)

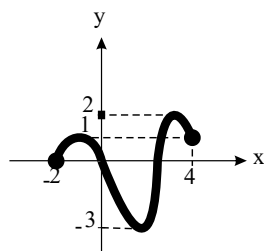
۳ (۳)

۵ (۲)

۱۵ (۱)



۲۰۲ نمودار $f(x)$ به شکل مقابل است. اگر دامنه تعریف تابع، مجموعه A و برد تابع، مجموعه B باشد، $A \cap B$ شامل چند عدد صحیح است؟



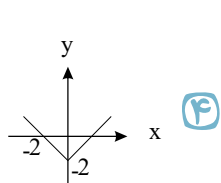
۶ (۲)

۵ (۱)

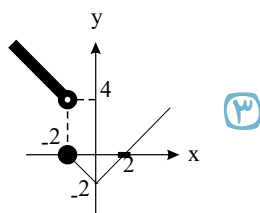
۴ (۴)

۳ (۳)

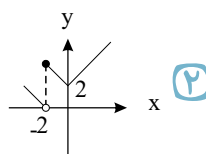
۲۰۳ نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} |x-2| & x < -2 \end{cases}$ کدام است؟



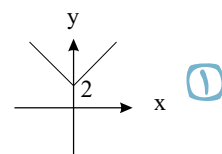
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۲۰۴ اگر بدانیم رابطه $f = \{(a, 3), (5, a^2 - 1), (2, -1), (5, 3), (2, b)\}$ یک تابع است، آنگاه حاصل

کدام است؟ $f(5)$

۴ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۳ (۱)

۲۰۵ تابع خطی $f(x) = ax + b$ مفروض است. اگر دامنه و برد این تابع به ترتیب $[2, 4]$ و $[-5, 3]$ باشد، آنگاه $a + b$ کدام می تواند باشد؟

(۴)

۷ (۳)

۹ (۲)

۱۷ (۱)

۲۰۶ مجموع عضوهای مجموعه برد تابع $f = \{(1, 2), (m^2 - m, 5), (0, -4), (1, m^2 + m)\}$ کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۲۰۷ کدام یک از روابط زیر قطعاً یک تابع را مشخص می کند؟

(۱) رابطه ای که به هر عدد، ریشه های دوم آن را نسبت دهد. (۲) رابطه ای که به هر کلاس، دانش آموزان آن را نسبت دهد.

(۳) رابطه ای که به هر دانش آموز، دوستان او را نسبت دهد. (۴) رابطه ای که به هر عدد، ریشه سوم آن را نسبت می دهد.

۲۰۸ اگر زوج های مرتب $(0, x + \frac{y}{2})$ و $(x^2 + y - 5, 3)$ برابر باشند، $x + y$ کدام است؟

۸ (۴)

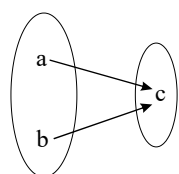
۷ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

۲۰۹ اگر نمودار ون تابع $f = \{(2x^2 - 6, x^2), (4x, x + 6)\}$ مطابق شکل زیر باشد، کدام یک، جزء مؤلفه

های اول این تابع است؟ $(a \neq b)$



۴ (۲)

۱۲ (۱)

۲ (۴)

۸ (۳)



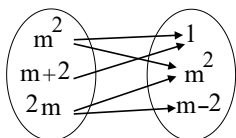
۲۱۰ تابع $\{(5, 2m), (5, 4m-1), (6-2m, n^2 - \frac{3n}{2}), (2n+1, n^2)\}$ شامل چند زوج مرتب متمایز است؟

۱ ۴

۲ ۳

۳ ۲

۴ ۱



۲۱۱ به ازای چه مقدار m نمودار پیکانی زیر نمایش یک تابع است؟

۱ هیچ مقدار برای m وجود ندارد.

۲ ۱

۳ ۲

۴ ۳

۲۱۲ کدام یک از روابط زیر یک تابع را مشخص نمی کند؟

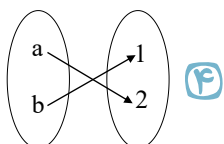
۱ رابطه ای که به هر نفر شماره ملی اش را نسبت دهد.

۲ رابطه ای که به هر درخت برگ هایش را نسبت دهد.

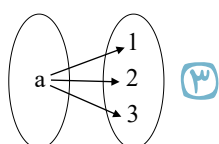
۳ رابطه ای که به هر شهر عدد جمعیتش را نسبت دهد.

۴ رابطه ای که به هر نفر طول قدش را نسبت دهد.

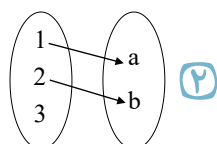
۲۱۳ کدام نمودار پیکانی زیر، بیانگر یک تابع است؟ (a و b اعداد حقیقی و متمایز هستند).



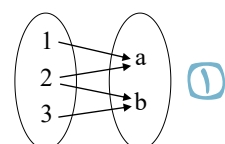
۴



۳



۲



۱

۲۱۴ اگر تابع $f = \{(a^2-1, b), (-2, 3), (8, 2b-4)\}$ فقط شامل دو زوج مرتب متمایز باشد، مقدار

$a^2 + b^2$ کدام است؟ (a و b اعداد حقیقی می باشند).

۱ ۵

۲ ۱۳

۳ ۲۵

۴ ۴۱

۲۱۵ اگر رابطه $f = \{(-1, a-4), (a-3, a-b), (-1, 1), (3, a), (2, 4)\}$ تابع باشد، $a+b$ کدام

است؟

۱ ۳

۲ ۴

۳ ۵

۴ ۶

۲۱۶ کدام یک از روابط زیر یک تابع را معلوم می کند؟

۱ رابطه ای که به هر فرد، وزنش را نسبت می دهد.

۲ رابطه ای که به هر عدد مثبت، ریشه های چهارمش را نسبت می دهد.

۳ رابطه ای که به هر مدرسه، دانش آموزانش را نسبت می دهد.

۴ رابطه ای که به هر دانش آموز دهمی، معلمانش را نسبت می دهد.

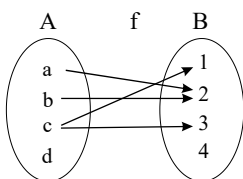
۲۱۷ با کدام تغییر، نمودار پیکانی زیر به یک تابع تبدیل می شود؟

۱ حذف پیکان c به 1 و a به 2

۲ اضافه کردن پیکان d به 4 و حذف پیکان a به 2

۳ حذف پیکان c به 3

۴ اضافه کردن پیکان d به 4 و حذف پیکان c به 1





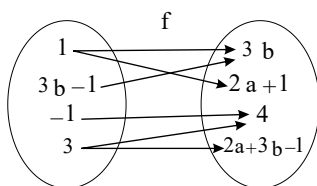
۲۱۸ اگر $f = \{(2, a+b), (-2a, b), (2, c+2), (1, 3+c), (-2, 3), (1, b+2)\}$ یک تابع باشد، آنگاه $a+b+c$ کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)



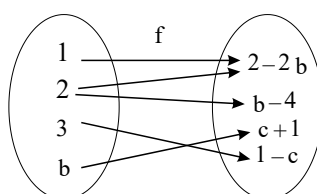
۲۱۹ اگر نمودار پیکانی مقابل یک تابع را مشخص کند، $a+b$ کدام است؟

۵ (۲)

صفر (۱)

۶ (۴)

۲ (۳)



۲۲۰ با توجه به نمودار پیکانی تابع f ، $f(-c)$ کدام است؟

۲ (۲)

-۲ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

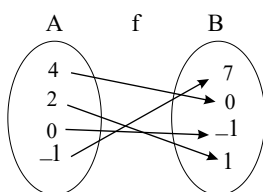
۲۲۱ اگر f تابعی به صورت زیر و $f(0) = a$ ، $f(4) = b$ باشد، $f(b) + f(a)$ کدام است؟

۶ (۲)

-۱ (۱)

۸ (۴)

۷ (۳)



۲۲۲ تابع خطی $f(x) = -3x + 2$ با دامنه $[-2, 5]$ تعریف شده است، برد این تابع کدام است؟

[-۱۳, ۸] (۴)

[-۱۵, ۶] (۳)

[-۶, ۱۵] (۲)

[-۸, ۱۳] (۱)

۲۲۳ چه تعداد از روابط زیر همواره یک تابع را مشخص می کنند؟

(الف) رابطه ای که به هر فرد، گروه خونی او را نسبت می دهد.

(ب) رابطه ای که به هر دانش آموز، دوستان او را نسبت می دهد.

(پ) رابطه ای که به هر عدد، ریشه های دوم آن را نسبت می دهد.

(ت) رابطه ای که به هر عدد، ریشه سوم آن را نسبت می دهد.

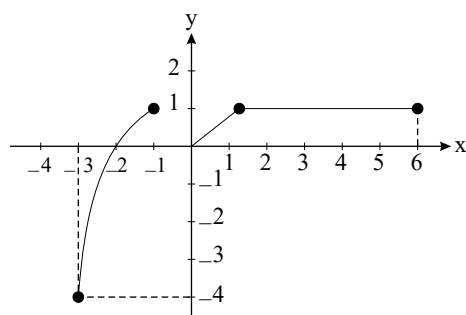
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۲۴ اگر نمودار تابع f به صورت مقابل باشد، اجتماع دامنه و برد دارای چند عدد صحیح نامثبت است؟



۷ (۱)

۵ (۲)

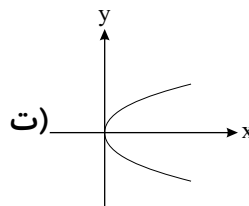
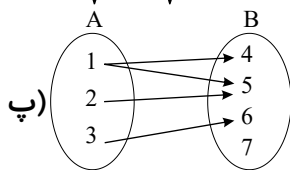
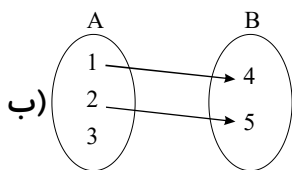
۶ (۳)

۴ (۴)



۲۲۵) چه تعداد از رابطه‌های داده شده یک تابع را مشخص نمی‌کنند؟

الف) $f = \{(1, 3), (2, 3), (-1, 3), (\sqrt[3]{8}, \sqrt[3]{9})\}$



۲ (۴)

۱ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۲۲۶) اگر مجموعه زوج‌های مرتب $A = \{(3, 2), (4, 3), (1, 4), (a, b^2), (3, a^2 + a), (-2, 0)\}$ یک تابع باشد، حاصل $a + b$ کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟

-۱ (۴)

-۲ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

۲۲۷) در کدام گزینه، رابطه y بر حسب x یک تابع را نمایش می‌دهد؟

$|xy| = 4$ (۴) $\frac{(x-1)^2}{4} + y^2 = 4$ (۳) $x = 2(y+1)^3$ (۲) $|x| + |y| = 5$ (۱)

۲۲۸) اگر رابطه R به هر عدد طبیعی از ۳ تا ۶، مقسوم علیه‌های طبیعی آن عدد را نسبت دهد، با حذف حداقل چند زوج مرتب از R ، این رابطه تبدیل به تابع می‌شود؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۷ (۱)

۲۲۹) برد تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} +2 \\ x+1, & x \geq 1 \end{cases}$ کدام است؟

$(-\infty, -1) \cup [2, +\infty)$ (۲) $[0, 1) \cup [2, +\infty)$ (۱)

$(-1, 1) \cup [2, +\infty)$ (۴) $(-\infty, 2]$ (۳)

۲۳۰) اگر $f = \{(2, a), (b-1, 3), (c, a-1)\}$ تابع همانی و a, b و c ضرایب معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، قدرمطلق تفاضل ریشه‌های معادله درجه دوم کدام است؟

$2\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2}$ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

۲۳۱) مساحت محدود به نمودار $f(x) = 2 - |x - 2|$ و محور طول‌ها کدام است؟

۳۲ (۴) ۱۶ (۳) ۸ (۲) ۴ (۱)

۲۳۲) یک سهمی را روی محور x ها ۲ واحد به سمت چپ و روی محور y ها ۳ واحد به سمت بالا منتقل کرده‌ایم که در انتها معادله سهمی به صورت $y = -x^2$ تبدیل شد. معادله سهمی اولیه کدام بوده است؟

$y = -x^2 + 4x - 7$ (۴) $y = -(x+2)^2 + 3$ (۳) $y = -x^2 - 3$ (۲) $y = -(x-1)^2$ (۱)



۲۳۳) برای تابع خطی f می‌دانیم: $f(1) - f(0) = 3$. مقدار $f(1) - f(-1)$ کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) -۳ ۳) ۶ ۴) -۶

۲۳۴) به ازای کدام مقادیر m ، مجموعه $\{(5, 2m+1), (5, m^2), (1, 7), (m - \sqrt{2}, 2), (0, 5m)\}$ نشان دهنده یک تابع است؟

- ۱) $1 + \sqrt{2}$ و $1 - \sqrt{2}$ ۲) هیچ مقدار ۳) $1 + \sqrt{2}$ ۴) $1 - \sqrt{2}$

۲۳۵) اگر a و b دو عدد حقیقی و $ab > 0$ باشد، کدام یک از نمودارهای زیر می‌تواند مربوط به خط $y = ax + b$ باشد؟



۲۳۶) نمودار یک سهمی را دو واحد به سمت راست و سپس یک واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم. در این صورت ضابطه سهمی حاصل به صورت $y = -x^2 + 6x$ خواهد بود. ضابطه سهمی اولیه کدام است؟

- ۱) $y = -(x-5)^2 + 10$ ۲) $y = -x^2 + 2x + 9$ ۳) $y = -x^2 + 6x + 2$ ۴) $y = (x-3)^2$

۲۳۷) اگر دامنه تابع $f(x) = \left| \frac{x-2}{3} + 1 \right| - 1$ بازه $(-2, 2)$ و برد آن $[a, b]$ باشد، بزرگ‌ترین مقدار $b - a$ کدام است؟

- ۱) $\frac{2}{3}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) ۲

۲۳۸) اگر دامنه تابع $f(x) = -2x + 3$ برابر $D_f = (-2, 5]$ و برد تابع $g(x) = -x + 4$ برابر $R_g = (2, 14]$ باشد، آنگاه $R_f \cap D_g$ (اشتراک دامنه تابع $g(x)$ و برد تابع $f(x)$) چند عضو طبیعی دارد؟

- ۱) ۲ ۲) ۹ ۳) ۱ ۴) صفر

۲۳۹) اگر تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \leq 2 \\ 3x - 1 & x > 2 \end{cases}$ و $g(x)$ مفروض باشند، $f(a) + g(k)$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۱۰ ۳) ۸ ۴) ۶

۲۴۰) اگر $f\left(\frac{1}{x}\right) + f(3) = 5x + 4$ باشد، مقدار $f(9)$ کدام است؟

- ۱) $\frac{21}{4}$ ۲) $\frac{13}{8}$ ۳) $\frac{21}{8}$ ۴) $\frac{13}{4}$



۲۴۱) برد تابع $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x - 3 \\ 1 \\ -x^2 + 4x - 4, x > 1 \end{cases}$ کدام است؟

- ۱) $\mathbb{R} - (-2, 0]$ ۲) $(-\infty, 0] \cup \{1\}$ ۳) $(-\infty, 0] \cup \{1\}$ ۴) $(-\infty, 0] \cup \{1\} - [-2, -1]$

۲۴۲) کدام یک از گزینه های زیر نادرست است؟

- ۱) دامنه تابع همه اعداد حقیقی است.
 ۲) دامنه تابع $f(x) = \left| |x| - \frac{1}{3} \right|$ همه اعداد حقیقی و برد آن بازه $(-\frac{1}{3}, +\infty)$ است.
 ۳) برد تابع $f(x) = x^2 - 2$ بازه $[-2, +\infty)$ است.
 ۴) دامنه تابع $f(x)$ با انتقال نمودار آن در راستای محور y ها تغییر نمی کند.

۲۴۳) اگر $f(x) = \begin{cases} x - 3 & ; x < 0 \end{cases}$ باشد، برد تابع $g(x) = f(x) + 4$ کدام است؟

- ۱) $(-\infty, 0]$ ۲) $[0, +\infty)$ ۳) $(-\infty, 4]$ ۴) $[4, +\infty)$

۲۴۴) اگر نمودار تابع $y = (5 - x)^2$ را ۲ واحد به سمت چپ و ۴ واحد به بالا انتقال دهیم، نمودار اولیه و جدید با کدام عرض متقاطع اند؟

- ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۱ ۴) غیر متقاطع اند.

۲۴۵) اگر f یک تابع همانی و g یک تابع خطی باشد، به طوری که: $\begin{cases} g(2) - g(0) = 2f(2) \end{cases}$ ، آنگاه طول نقطه تلاقی نمودارهای توابع f و g کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۴۶) نمودار تابع یک سهمی از $(3, 4)$ و $(4, 3)$ عبور می کند. اگر نمودار این تابع محور y ها را در نقطه ای به عرض قطع کند، برد این تابع برابر کدام است؟

- ۱) $[4, +\infty)$ ۲) $(-\infty, 4]$ ۳) $[-4, +\infty)$ ۴) $(-\infty, -4]$

۲۴۷) با فرض $f(x) + f(1) = \frac{2x^2 + x}{3}$ ، مقدار $f(3)$ کدام است؟

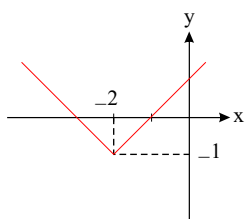
- ۱) ۷ ۲) ۶ ۳) ۶٫۵ ۴) ۷٫۵

۲۴۸) کدام گزینه نادرست است؟

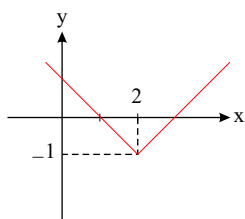
- ۱) دامنه تابع $f(x) = 2x^2 + 1$ برابر و برد آن $[1, +\infty)$ است.
 ۲) دامنه تابع $g(x) = |x| - 1$ برابر و برد آن $[-1, +\infty)$ است.
 ۳) برد تابع ثابت $k(x) = -1$ برابر $\{-1\}$ است.
 ۴) اگر $h(x) = 3x + 2$ ، آنگاه $h(2) = 2h(4)$ است.



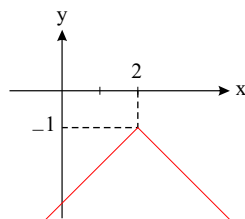
۲۴۹ نمودار تابع $y = -|-x + 2| - 1$ به کدام صورت است؟



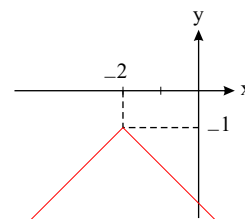
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۲۵۰ نمودار دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ چند نقطه مشترک دارند؟

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 \\ 1 \end{cases}, x = 0$$

(۴) ۳

$$g(x) = \begin{cases} 1 - |x| \\ 2 \end{cases}, |x| \geq 2$$

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر



پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$g\left(f\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) = g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{1 - \frac{2}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\frac{2}{4}} = \sqrt{\frac{2}{4}} \sqrt{\frac{2}{4}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲

$$\frac{a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_5 + a_6}{-b_0 + b_1 - b_2 + b_3 - b_4 + b_5}$$

$$= \frac{a_0(1) + a_1(-1) + a_2(1) + a_3(-1) + a_4(1) + a_5(-1) + a_6}{f(-1)} = f(-1) \Rightarrow x = -1$$

$$f(x) = \frac{(2x+3)^6}{(x+2)^5} \Rightarrow f(-1) = \frac{(3-2)^6}{(2-1)^5} = \frac{1^6}{1^5} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳

$$f(3) = f(2) - 2f(1) = 1 - 2(3) = 1 - 6 = -5$$

رابطه‌ای تابع است که در آن هر عضو مجموعه‌ی A ، دقیقاً به یک عضو از مجموعه‌ی B مربوط شود. از آن جا که اعداد طبیعی (به جز ۱) اقلاً دو مقسوم علیه دارد، رابطه‌ی اعداد طبیعی و مقسوم علیه‌های آن‌ها نمی‌تواند تابع باشد.

فرم تابع خطی: $y = ax + b$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$\begin{cases} (1, 2): & 2 = a + b \\ -3 = 2a \Rightarrow a = & -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$2 = a + b \Rightarrow 2 = \frac{-3}{2} + b \Rightarrow b = \frac{4}{2} + \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$$

$$y = \frac{-3}{2}x + \frac{7}{2} \xrightarrow{x=5} y = \frac{-3 \times 5}{2} + \frac{7}{2} = \frac{-15}{2} + \frac{7}{2} = \frac{-8}{2} = -4 = a$$



$$\frac{1}{2}x + 2 \leq 3(x - 1)$$

$$\frac{1}{2}x + 2 \leq 3x - 3$$

$$3x - 3 - \frac{1}{2}x - 2 \geq 0$$

$$\frac{5}{2}x - 5 \geq 0$$

$$\frac{5}{2}x \geq 5$$

$$\frac{1}{2}x \geq 1$$

$$x \geq 2 \Rightarrow [x_0, +\infty) = [2, +\infty) \Rightarrow x_0 = 2$$

$$f(x_0) = f(2) = \frac{2}{2} + 2 = 1 + 2 = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷ با فرض ساعت ۹ صبح به عنوان مبدأ زمان داریم:

$$w = \frac{\text{دستمزد فروشنده}}{\text{محمه ۶}} + \frac{\text{دستمزد حسابدار}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸ اگر زمان را h فرض کنیم (با فرض ساعت ۹ صبح به عنوان مبدأ زمان)، داریم:

تابع درآمد حسابدار:

تابع درآمد فروشنده:

$$f(h) = g(h) \Rightarrow 15000h = 9000h + 18000 \Rightarrow 6000h = 18000 \Rightarrow h = 3$$

$$(x + y - 2)(2x - 5y + 7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x + y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2 - x \\ 2x - 5y + 7 = 0 \Rightarrow 5y = 2x + 7 \Rightarrow y = \frac{2}{5}x + \frac{7}{5} \end{cases}$$

$$(x - y + 2)(3x + y - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - y + 2 = 0 \Rightarrow y = x + 2 \\ 3x + y - 4 = 0 \Rightarrow y = -3x + 4 \end{cases}$$

نقاط مشترک دو نمودار، نقاطی هستند که دو نمودار با هم برخورد کنند. پس خواهیم داشت:

$$\begin{cases} y = 2 + x \\ y = 2 - x \end{cases} \Rightarrow 2 - x = 2 + x \Rightarrow x = 0, y = 2 \Rightarrow (0, 2)$$

$$\begin{cases} y = -3x + 4 \\ y = \frac{2}{5}x + \frac{7}{5} \end{cases} \Rightarrow 2 - x = -3x + 4 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1, y = 1 \Rightarrow (1, 1)$$



$$\begin{cases} y = \frac{2}{5}x + \frac{7}{5} \\ y = x + 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{5}x + \frac{7}{5} = x + 2 \Rightarrow \frac{3}{5}x = -\frac{3}{5} \Rightarrow x = -1, y = 3 \Rightarrow (-1, 3)$$

$$\begin{cases} y = \frac{2}{5}x + \frac{7}{5} \\ y = -3x + 4 \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{5}x + \frac{7}{5} = -3x + 4 \Rightarrow \frac{17}{5}x = \frac{13}{5} \Rightarrow x = \frac{13}{17}, y = \frac{29}{17} \Rightarrow \left(\frac{13}{17}, \frac{29}{17}\right)$$

۴ نقطه‌ی تلاقی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 + \sqrt{x^2 + 1} + \frac{1}{x^2 - \sqrt{x^2 + 1}} = x^2 + \sqrt{x^2 + 1} + \frac{x^2 + \sqrt{x^2 + 1}}{(x^2 - \sqrt{x^2 + 1})(x^2 + \sqrt{x^2 + 1})} \\ &= x^2 + \sqrt{x^2 + 1} + \frac{x^2 + \sqrt{x^2 + 1}}{x^2 - (x^2 + 1)} = x^2 + \sqrt{x^2 + 1} + \frac{x^2 + \sqrt{x^2 + 1}}{x^2 - x^2 - 1} \\ &= x^2 + \sqrt{x^2 + 1} + \frac{x^2 + \sqrt{x^2 + 1}}{-1} = x^2 + \sqrt{x^2 + 1} - (x^2 + \sqrt{x^2 + 1}) = 0 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

$$\begin{aligned} f(\sqrt{3} - 1) &= |\sqrt{3} - 1| + |\sqrt{3} - 1 - 1| = \sqrt{3} - 1 - (\sqrt{3} - 2) = \sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} + 2 = 1 \\ f(\sqrt{2} - 1) &= |\sqrt{2} - 1| + |\sqrt{2} - 1 - 1| = \sqrt{2} - 1 - (\sqrt{2} - 2) = \sqrt{2} - 1 - \sqrt{2} + 2 = 1 \\ f(\sqrt{3} - 1) + f(\sqrt{2} - 1) &= 1 + 1 = 2 \end{aligned}$$

۱۲ رابطه‌ای تابع است که در آن هیچ یک از دو زوج مرتب متمایز دارای مؤلفه اول مساوی نباشند.

$$\left. \begin{matrix} (4, +4) \\ (4, 5) \end{matrix} \right\} \xrightarrow[\text{بودن}]{\text{شرط تابع}} a^2 + 4 = 5 \Rightarrow \quad = 1$$

$$\Rightarrow \left\{ a = -1 \Rightarrow R = \{(2, b), (2, 3), (4, 5)\} \right.$$

تابع نیست.

برای این که به ازای $a = -1$ ، R تابع باشد باید زوج‌های مرتب $(2, b)$ و $(2, 3)$ با هم برابر باشند؛ یعنی: $b = 3$

پس: $(a, b) = (-1, 3)$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

$$\begin{aligned} f(2\sqrt{2} - 3) &= \frac{-1}{3}(2\sqrt{2} - 3)^2 + |2(2\sqrt{2} - 3)| \\ &= \frac{-1}{3}(8 + 9 - 12\sqrt{2}) + |4\sqrt{2} - 6| = \frac{-8}{3} - 3 + 4\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 6 = 6 - 3 - \frac{8}{3} \\ &= 3 - \frac{8}{3} = \frac{9}{3} - \frac{8}{3} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

$$x \leq -2: f(x) = -(x+2) + 2(x-2) = -x-2+2x-4 = \boxed{x-6}$$

$$-2 \leq x \leq 2: f(x) = x+2+2(x-2) = x+2+2x-4 = \boxed{3x-2}$$

$$x \geq 2: f(x) = x+2-2(x-2) = x+2-2x+4 = \boxed{-x+6}$$

غ.ق.ق ($x \leq -2$)

$$3x-2=0 \Rightarrow 3x=2 \Rightarrow x=\frac{2}{3} \checkmark$$

✓

$$6 + \frac{2}{3} = \frac{18}{3} + \frac{2}{3} = \frac{20}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

$$2 \leq x \leq 3: f(x) = x-2-(x-4) + (2x-6) = x-2-x+4+2x-6 = \boxed{2x-4}$$

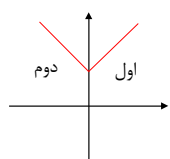
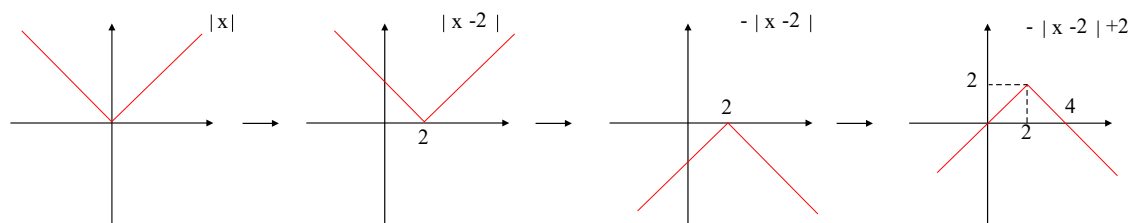
$$3 \leq x \leq 4: f(x) = x-2-(x-4) - (2x-6) = x-2-x+4-2x+6 = \boxed{-2x+8}$$

$$4 \leq x \leq 8: f(x) = x-2+x-4-2x+6 = \boxed{0}$$

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = 2x-4 \xrightarrow{\text{دامنه } [2,3]} R = [0,2] \\ f(x) = -2x+8 \xrightarrow{\text{دامنه } [3,4]} R = [0,2] \\ f(x) = 0 \xrightarrow{\text{دامنه } [4,8]} R = \{0\} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Max} = 2$$

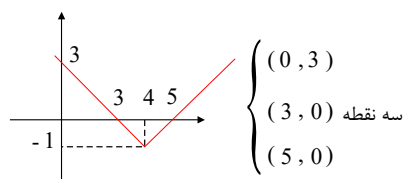
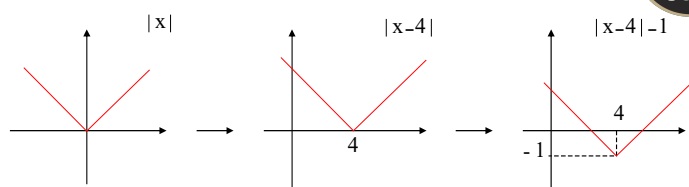
$$\text{Min} + \text{Max} = 0 + 2 = \boxed{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

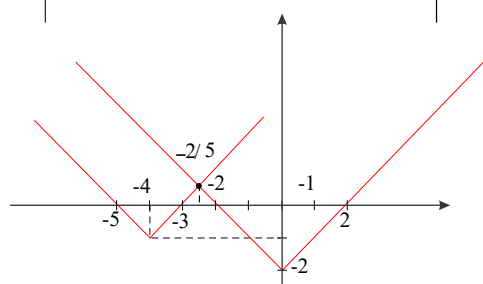
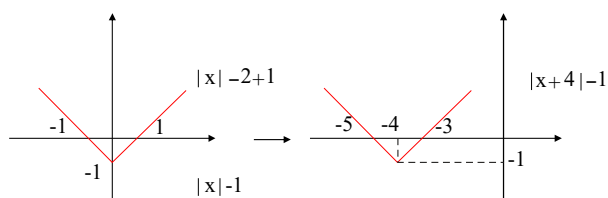
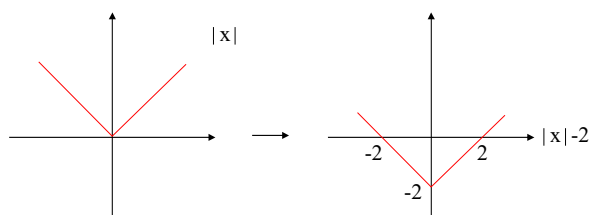


۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷ با رسم نمودار تابع داریم: $y = |x| + 2$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸ با رسم نمودار داریم: سه نقطه



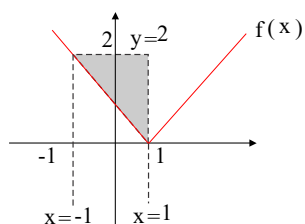
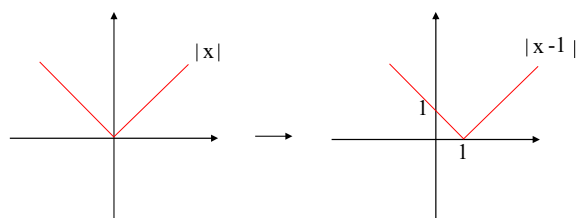
با رسم هر دو تابع داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹



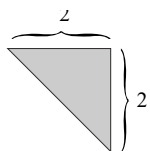
۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

$$= x - 1 + 3 - x - 2x + 1 = -2x + 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱



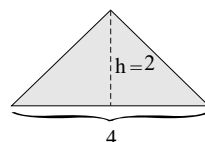
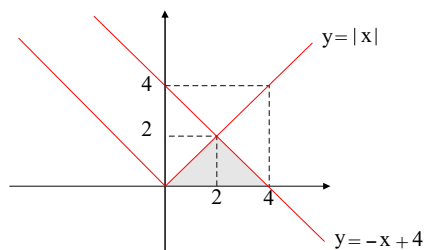
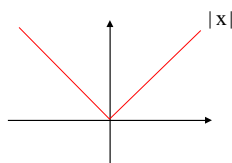
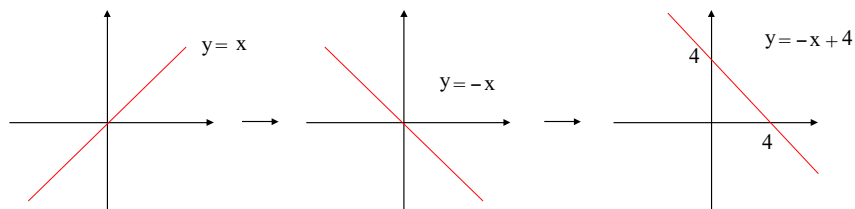
$$f(-1) = |x - 1| = |-1 - 1| = |-2| = 2$$



$$S = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲

$$2x + 3y = 12 \Rightarrow x + y = 4 \Rightarrow y = -x + 4$$



$$S = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳

$$f(x) = \frac{-1}{2}x^2 + 2x$$

$$f(x+2) = \frac{-1}{2}(x+2)^2 + 2(x+2) = \frac{-1}{2}(x^2 + 4x + 4) + 2x + 4$$

$$= \frac{-1}{2}x^2 - 2x - 2 + 2x + 4 = \frac{-1}{2}x^2 + 2$$

$$f(x+2) - f(x) = \frac{-1}{2}x^2 + 2 - \left(\frac{-1}{2}x^2 + 2x\right)$$

$$= \frac{-1}{2}x^2 + 2 + \frac{1}{2}x^2 - 2x = -2x + 2$$

$$f(x) = x^2 - 2x + 3$$

$$f(2) = 2^2 - 2(2) + 3 = 4 - 4 + 3 = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴



$$\begin{aligned} f(1 + \sqrt{2}) &= (1 + \sqrt{2})^2 - 2(1 + \sqrt{2}) + 3 \\ &= 1 + 2 + 2\sqrt{2} - 2 - 2\sqrt{2} + 3 = 4 \end{aligned}$$

$$f(1 + \sqrt{2}) - f(2) = 4 - 3 = 1$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

1 2 3 4 25

$$\begin{aligned} f(x+1) - f(x) &= a(x+1)^2 + b(x+1) + c - (ax^2 + bx + c) = 2x + 3 \\ &= a(x+1)^2 + b(x+1) + c - ax^2 - bx - c = a((x+1)^2 - x^2) + b(x+1-x) + c-c \\ &= a(x^2 + 2x + 1 - x^2) + b(1) = a(2x+1) + b = 2ax + a + b = 2x + 3 \\ &\Rightarrow \left\{ \right. \end{aligned}$$

1 2 3 4 26

$$(1, y_1) : y_1 = a + b + c$$

$$(-1, y_r) : y_r = a - b + c$$

$$y_1 - y_r = a + b + c - (a - b + c) = a + b + c - a + b - c = 2b = -6 \Rightarrow \boxed{b = -3}$$

1 2 3 4 27

$$\left. \begin{aligned} f(1) + f(10) + f(100) &= 1^2 + 10^2 + 100^2 + a(1 + 10 + 100) + 3b = 10101 + 111a + 3b \\ g(1) + g(10) + g(100) &= 1^2 + 10^2 + 100^2 + c(1 + 10 + 100) + 3d = 10101 + 111c + 3d \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow 10101 + 111a + 3b = 10101 + 111c + 3d \Rightarrow 111a + 3b = 111c + 3d \xrightarrow{\div 3} 37a + b = 37c + d$$

$$\Rightarrow 37a - 37c = d - b \Rightarrow 37(a - c) = d - b \Rightarrow \boxed{\frac{d-b}{a-c} = 37} \quad (I)$$

$$f(x) = g(x) \Rightarrow x^2 + ax + b = x^2 + cx + d \Rightarrow ax + b = cx + d$$

$$\Rightarrow ax - cx = d - b \Rightarrow x(a - c) = d - b \Rightarrow \boxed{x = \frac{d-b}{a-c}} \quad (II)$$

$$I, II \Rightarrow \boxed{x = 37}$$

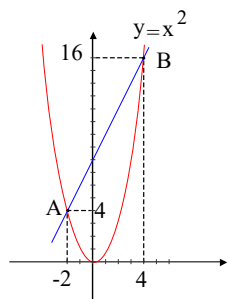


$$y = ax + b - \begin{matrix} a=2 = \text{شیب} \\ (-2, 4) \end{matrix} \rightarrow y = 2x + b \Rightarrow 4 = -4 + b \Rightarrow b = 8$$

$$y = 2x + 8$$

$$x^2 = 2x + 8 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x - 4)(x + 2) = 0$$



$$AB \text{ وسط} = \left(\frac{-2 + 4}{2}, \frac{4 + 16}{2} \right) = (1, 10)$$

$$f(x - 2) = (x - 2)^2 - 1 = x^2 - 4x + 4 - 1 = x^2 - 4x + 3$$

$$f(x) = f(x - 2) \Rightarrow x^2 - 1 = x^2 - 4x + 3 \Rightarrow 4x = 4 \Rightarrow x = 1$$

وقتی نمودار بالای محور x ها و بر آن مماس است یعنی ریشه ی مضاعف دارد، بنابراین: 1 2 3 4 30

$$y = (m - 2)x^2 - 3x + m + 2 \geq 0$$

$$\begin{cases} \Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow 9 - 4(m - 2)(m + 2) = 0 \end{cases}$$

$$9 - 4(m - 2)(m + 2) = 0 \Rightarrow 9 - 4(m^2 - 4) = 0 \Rightarrow 9 - 4m^2 + 16 = 0$$

$$\Rightarrow -4m^2 + 25 = 0 \Rightarrow -4m^2 = -25 \Rightarrow 4m^2 = 25 \Rightarrow m^2 = \frac{25}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = \frac{5}{2} \\ m = -\frac{5}{2} \end{cases} \xrightarrow[(I)]{m \geq 2} m = \frac{5}{2}$$

$$f(x) > -1 \Rightarrow 2 + (m - 1)x + 1 > -1$$

$$\Rightarrow 2x^2 + (m - 1)x + 1 + 1 > 0$$

$$2x^2 + (m - 1)x + 2 > 0$$



$$\left\{ \Delta < 0 \Rightarrow (m-1)^2 - 4(2)(2) < 0 \Rightarrow m^2 - 2m + 1 - 16 < 0 \Rightarrow m^2 - 2m - 15 < 0 \right.$$

$$m^2 - 2m - 15 < 0 \Rightarrow (m-5)(m+3) < 0 \Rightarrow \boxed{-3 < m < 5}$$

m	-3	5
m-5	-	0 +
m+3	- 0 +	+
(m-5)(m+3)	+ 0 - 0 +	

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۲

$$(a-1)x^2 + 2\sqrt{2}x + a > 0$$

$$\left\{ \Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (2\sqrt{2})^2 - 4(a-1)(a) < 0 \right.$$

$$8 - 4a^2 + 4a < 0 \Rightarrow -4a^2 + 4a + 8 < 0 \Rightarrow -a^2 + a + 2 < 0$$

$$\begin{array}{c|cc} a & -1 & 2 \\ \hline -a^2 + a + 2 & - & 0 + 0 - \end{array} \Rightarrow \begin{cases} a < -1 \\ a > 2 \end{cases} \xrightarrow{a > 1} a > 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۳

$$< |x-2|$$

$$x > 2 : x^2 < x-2 \Rightarrow x^2 - x + 2 < 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(2) = 1 - 8 = -7 \\ \Delta < 0 \Rightarrow \text{همواره مثبت} \end{cases}$$

این تابع هرگز منفی نمی شود

$$x < 2 : x^2 < -(x-2) \Rightarrow x^2 < -x+2 \Rightarrow x^2 + x - 2 < 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) < 0$$

$$\begin{array}{c|cc} x & -2 & 1 \\ \hline x^2 + x - 2 & + & 0 - 0 + \end{array} \Rightarrow -2 < x < 1 \Rightarrow x \in (-2, 1)$$

جاهایی که نمودار محور x ها را قطع می کند $y = 0$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۴

$$y = 0 \Rightarrow 2x^2 - 4x + m - 3 = 0$$

ریشه های این معادله برابر است با طول نقاطی که نمودار، محور x ها را قطع می کند و طبق صورت مسأله باید مثبت باشند \Leftrightarrow

$$x_1, x_2 = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(2)(m-3)}}{2 \times 2} > 0$$

$$\frac{4 \pm \sqrt{16 - 8(m-3)}}{4} > 0 \xrightarrow{\times 4} 4 \pm \sqrt{16 - 8(m-3)} > 0 \Rightarrow \begin{cases} 4 + \sqrt{16 - 8(m-3)} > 0 (I) \\ 4 - \sqrt{16 - 8(m-3)} > 0 (II) \end{cases}$$



$$I: 4 + \sqrt{16 - 8(m-3)} > 0 \Rightarrow -\sqrt{16 - 8(m-3)} < 4 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 16 - 8(m-3) < 16$$

$$II: 4 - \sqrt{16 - 8(m-3)} > 0 \Rightarrow -\sqrt{16 - 8(m-3)} > -4 \Rightarrow \sqrt{16 - 8(m-3)} < 4$$

توان ۲

$$\longrightarrow 16 - 8(m-3) < 16$$

تبدیل به ضابطه‌ی I شد پس: $m > 3$ از طرفی دیگر معادله باید دو ریشه داشته باشد یعنی $\Delta > 0$:

$$16 - 4(2)(m-3) > 0$$

توان ۲

$$\longrightarrow 16 - 8(m-3) > 0 \Rightarrow 16 - 8m + 24 > 0 \Rightarrow -8m + 40 > 0$$

$$\Rightarrow -8m + 40 > 0 \Rightarrow -8m > -40 \Rightarrow 8m < 40 \Rightarrow m < \frac{40}{8} \Rightarrow m < 5 \quad (IV)$$

$$(III), (IV): 3 < m < 5$$

زمانی نمودار مماس بر محور x ها می‌شود که ریشه‌ی مضاعف داشته باشد یعنی $\Delta = 0$ به عبارتی هر دو ریشه باید با هم برابر باشند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۵

$$y = \left(3 - \frac{1}{m}\right)(mx - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3 - \frac{1}{m} = 0 \Rightarrow \frac{1}{m} = 3 \Rightarrow x = 3m \\ mx - 1 = 0 \Rightarrow mx = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{m} \end{cases}$$

از آنجایی که هر دو ریشه با هم برابر باشند تا نمودار y مماس و محور x ها باشد:

$$3m = \frac{1}{m} \Rightarrow 3m^2 = 1 \Rightarrow m^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow m = \pm \sqrt{\frac{1}{3}} \quad \text{دو مقدار } m$$

وقتی دو منحنی بر هم مماس‌اند، آن‌ها را مساوی هم قرار می‌دهیم و Δ را مساوی صفر قرار می‌دهیم تا معادله‌ی تلافی، یک جواب داشته باشد و در واقع $x_1 = x_2$ باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۶

$$\begin{cases} ay = x^2 + 5x + 4 \Rightarrow ax = x^2 + 5x + 4 \Rightarrow x^2 + (5-a)x + 4 = 0 \\ \Delta = 0 \end{cases}$$

$$x^2 + (5-a)x + 4 = 0 \xrightarrow{\Delta=0} (5-a)^2 - 4(1)(4) = 0 \Rightarrow (5-a)^2 - 16 = 0$$

$$\Rightarrow (5-a)^2 = 16 \Rightarrow 5-a = \pm 4 \Rightarrow \begin{cases} 5-a = -4 \Rightarrow a = 9 \end{cases}$$

از آنجایی که بر نیمساز ناحیه‌ی اول مماس است پس x باید مثبت باشد:

$$x^2 + (5-a)x + 4 = 0 \quad \begin{cases} a=1 \longrightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x+2)^2 = 0 \Rightarrow x = -2 \\ a=9 \longrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2 \end{cases}$$

پس $a = 9$



Δ را مساوی صفر قرار می‌دهیم

تا معادله‌ی تلاقی، یک جواب داشته باشد و در واقع $x_1 = x_2$ باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۷

$$\begin{cases} y = (m+3)x^2 + mx \\ y = 2x - 4 \end{cases} \Rightarrow (m+3)x^2 + mx = 2x - 4 \Rightarrow (m+3)x^2 + (m-2)x + 4 = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow (m-2)^2 - 4(m+3)(4) = 0 \Rightarrow m^2 - 4m + 4 - 16m - 48 = 0$$

$$m^2 - 20m - 44 = 0 \Rightarrow (m-22)(m+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -2 \end{cases}$$

خروجی (مؤلفه‌ی دوم زوج‌های مرتب) وجود داشته باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۸

$$\left. (2, 1 - \frac{b}{2}) \in f \right\} \Rightarrow 1 - \frac{b}{2} = 0 \Rightarrow \frac{b}{2} = 1 \Rightarrow b = 2$$

$$\left. (3, a^2 - a) \in f \right\} \Rightarrow 2a - 2 = a^2 - a \Rightarrow a^2 - 3a + 2 = 0 \Rightarrow (a-2)(a-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \end{cases}$$

حال با داده‌های فوق تابع را تشکیل می‌دهیم:

مؤلفه‌ی اول مساوی دارند

$$b = 2, a = 2 \Rightarrow f = \{(2, 0), (3, 2), (2, 1), (2, 0), (3, 2)\} \quad \text{تابع نیست}$$

$$b = 2, a = 1 \Rightarrow f = \{(2, 0), (3, 0), (1, 1), (2, 0), (3, 0)\} \quad \text{تابع است}$$

پس مقادیر $a = 1, b = 2$ مورد قبولند، پس: $a + b = 2 + 1 = 3$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۹

$$f(x) > \frac{7}{2} \Rightarrow \frac{-1}{2}x^2 + 2x + 6 > \frac{7}{2} \xrightarrow{\times 2} -x^2 + 4x + 12 > 7$$

$$\Rightarrow -x^2 + 4x + 5 > 0$$

$$\begin{array}{c|cc} x & -1 & 5 \\ \hline x^2 - 4x + 5 & 0 & 0 \end{array} \Rightarrow (-1, 5) = (a, b) \Rightarrow b - a = 5 - (-1) = 6$$

دو معادله را با هم مساوی قرار می‌دهیم و

چون تلاقی ندارند \Leftarrow ریشه ندارد $\Leftarrow \Delta < 0$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۰

$$(2x+1)(x+8) = mx \Rightarrow 2x^2 + 16x + x + 8 = mx$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 17x - mx + 8 = 0 \Rightarrow 2x^2 + (17-m)x + 8 = 0$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow (17-m)^2 - 4(2)(8) < 0 \Rightarrow -64 < 0 \Rightarrow < 64$$

$$\Rightarrow -8 < 17 - m < 8 \Rightarrow -25 < -m < -9 \Rightarrow \boxed{9 < m < 25}$$



۴۱ با انتقال ۱، $y = -x^2 + 1$ واحد به سمت چپ داریم: $y = -(x+2)^2 + 1$

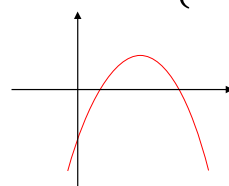
و با انتقال آن، ۱ واحد به سمت بالا داریم: $y = -(x+2)^2 + 1 + 1$

$$y = -(x+2)^2 + 2 = -(x^2 + 4x + 4) + 2 = -x^2 - 4x - 4 + 2$$

$$= -x^2 - 4x - 2$$

۴۲ با محاسبه ریشه‌های معادله (نقاط تلاقی با محور x ها) داریم:

$$f(x) = -x^2 + 3x - 2 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-1) = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \end{array} \right.$$



تقعر رو به پایین $a = -1 < 0 \rightarrow$

۴۳ با انجام عکس عملیات انجام شده به تابع اولیه می‌رسیم:

$$g(x) = (x-2)^2 \xrightarrow{\text{یک واحد به چپ}} y = (x-2+1)^2 \xrightarrow[\text{پایین}]{\text{دو واحد}} f(x) = (x-2+1)^2 - 2$$

$$f(x) = (x-1)^2 - 2 = x^2 - 2x + 1 - 2 = x^2 - 2x - 1$$

۴۴ با انتقال $f(x) = x^2$ واحد به سمت راست داریم: $y = (x-2)^2$ و با انتقال آن ۳ واحد به سمت پایین داریم:

$$y = (x-2)^2 - 3$$

$$y = x^2 - 4x + 4 - 3 = x^2 - 4x + 1$$

۴۵ فرض می‌کنیم تابع را a واحد به سمت راست انتقال دادیم؛ ریشه‌های تابع جدید نباید منفی باشند.

$$a : y = (x-a)^2 - 3(x-a) - 1 = 0$$

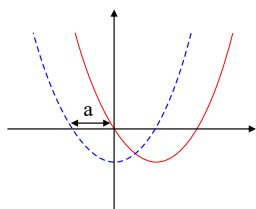
حداقل مقدار انتقال وقتی است که یکی از ریشه‌ها صفر باشد:

$$0 = (0-a)^2 - 3(0-a) - 1 = 0$$

$$\Rightarrow 0 = -3(-a) - 1 = 0$$

$$0 = a^2 + 3a - 1 = 0$$

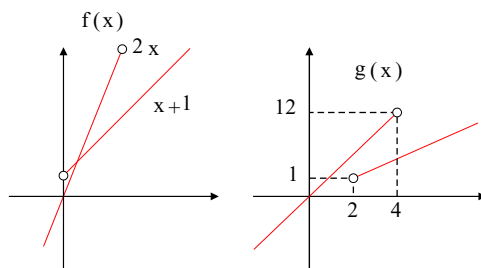
$$0 = (a+5)(a-2) \Rightarrow \begin{cases} a+ \\ a-2=0 \Rightarrow a=2 \end{cases}$$





۱ ۲ ۳ ۴ ۴۶

با رسم دو تابع داریم:

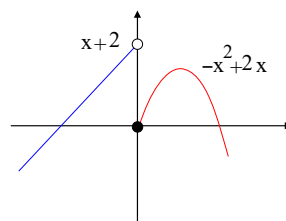


هر دو تابع خطوط موازی محور y ها را در بیش از یک نقطه قطع می کنند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۷

$$x \geq 0 \Rightarrow y = -x^2 + 2x = x(-x + 2)$$

x	0	2
x	- 0 +	+ 0 +
2-x	+ 0 +	- 0 -
x(-x+2)	- 0 +	0 -



۱ ۲ ۳ ۴ ۴۸

$$f(\sqrt{3} + 1) = (\sqrt{3} + 1 - 1)^2 + (\sqrt{3} + 1 - 1)^2 = (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2 = 9 + 3 = 12$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۹

$$f(1+x) = (1+x)^2(2-(1+x))^2 = (1+x)^2(2-1-x)^2 = (1+x)^2(1-x)^2$$

$$f(1-x) = \quad \quad \quad = \quad \quad \quad =$$

$$f(1+x) - f(1-x) = (1+x)^2(1-x)^2 - (1-x)^2(1+x)^2 = 0$$

ابتدا تابع را ساده می کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۰

$$f(x) = x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{m}{2}$$

فرم مربع یک عبارت خطی: $(ax + b)^2$

$$f(x) = x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{m}{2} = (ax + b)^2 = a^2x^2 + 2abx + b^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} = 1 \\ 2ab = -\frac{1}{3} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 4a^2b^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow 4 \times 1 \times b^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow b^2 = \frac{1}{36} \\ \therefore = m \\ \therefore = \frac{m}{2} \end{cases}$$

$$\therefore = \frac{m}{2} = \frac{1}{36} \Rightarrow m = \frac{2}{36} \Rightarrow 3 < m < 4$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۵۱

$$f(x) < 0 \Rightarrow x^3 - 4x^2 - x + 4 < 0 \Rightarrow x^3 - 4x^2 - (x - 4) < 0$$

$$\Rightarrow x^2(x - 4) - (x - 4) < 0 \Rightarrow (x^2 - 1)(x - 4) < 0$$

x	-1	1	4
$x^2 - 1$	+	0	+
$x - 4$	-	-	0
$f(x)$	+	0	+

$$\Rightarrow x \in (1, 4) \rightarrow 4 - 1 = 3$$

می گذرند:

هر دو نمودار از نقطه ای به طول ۱ روی محور x ها می گذرند پس از نقطه ی

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۲

$$y + 2x = b \xrightarrow{(1,0)} 0 + 2 = b \Rightarrow \boxed{b = 2}$$

$$f(x) = x^3 + ax + b \xrightarrow{(1,0)} 1 + a + b = 0 \xrightarrow{b=2} \boxed{a = -3}$$

$$f(x) = x^3 - 3x + 2$$

$$y + 2x = 2$$

نقاط تلاقی:

$$x^3 - 3x + 2 = 2 - 2x \Rightarrow x^3 - x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۳

$$f(x) = 2x^3 - 5x^2 - x + m \xrightarrow{(2,0)} 16 - 20 - 2 + m = 0 \Rightarrow m = 6$$

نقاط تلاقی منحنی با محور x ها را پیدا می کنیم:

$$f(x) = 2x^3 - 5x^2 - x + 6 \Rightarrow 2x^3 - 5x^2 - x + 6 = 0$$

با توجه به اینکه منحنی از نقطه می گذرد، بنابراین

$$\begin{array}{r|l} 2 & -5 & -x & +6 \\ -2x^3 & +5x^2 & & \\ \hline & -x^3 & -x & \\ & +x^2 & -2x & \\ \hline & & 3x & -6 \\ & & & 0 \end{array}$$

حال طول سایر نقاط تلاقی $f(x)$ با محور x ها را از حل معادله $2x^3 - x - 3 = 0$ بدست می آوریم:



$$2x^2 - x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1+5}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \\ x = \frac{1-5}{4} = \frac{-4}{4} = -1 \end{cases}$$

نقطه‌ی (۱, ۰) تنها محل تلاقی منحنی با محور x هاست پس پیرانتز $(x^2 - ax + a)$ نباید صفر شود. در نتیجه در معادله‌ی درجه‌ی دوی $x^2 - ax + a = 0$ ، مقدار Δ باید منفی باشد.

$$\Delta < 0 \Rightarrow (-a)^2 - 4a < 0 \Rightarrow a^2 - 4a < 0 \Rightarrow a(a - 4) < 0 \Rightarrow 0 < a < 4$$

هر دو نمودار از نقطه‌ی (۲, ۰) می‌گذرند. پس: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۵

$$\left. \begin{aligned} y &= 2x + b \xrightarrow{(2,0)} 0 = 4 + b \\ y &= x^2 + ax^2 - b \xrightarrow{(2,0)} 0 = 4 + 4a - b \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = -3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۶

$$f(t) = (t - 2)^7 \xrightarrow{t \rightarrow x} f(x) = (x - 2)^7$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۷

$$f(x - 3) = x^2 - 4x + 5 = x^2 - 4x + 4 + 1 = (x - 2)^2 + 1$$

$$f(x - 3) = (x - 2)^2 + 1$$

$$\Rightarrow f(t) = \quad + 1$$

$$f(1 - x) = \quad + 1 = 4 + \quad - 4x + 1 = \quad - 4x + 5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۸

$$x + 2\sqrt{x} + 1 = (\sqrt{x} + 1)^2 \Rightarrow x + 2\sqrt{x} + 2 = (\sqrt{x} + 1)^2 + 1$$

$$f(\sqrt{x} + 1) = x + 2\sqrt{x} + 2$$

$$\Rightarrow f(\sqrt{x} + 1) = (\sqrt{x} + 1)^2 + 1$$

$$x + 1 = t$$

$$f(t) = t^2 + 1$$

$$f(\sqrt{2}) = (\sqrt{2})^2 + 1 = 2 + 1 = 3$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۵۹

$$f(x+1) = x^2 + 4x \Rightarrow f(x+1) = x(x+4)$$

$$x+1=t \Rightarrow \begin{cases} 4+x=t+3 \\ \Rightarrow f(t) = (t-1)(t+3) \end{cases}$$

$$x-1=t \Rightarrow \begin{cases} t+3=x+2 \\ \Rightarrow f(x-1) = (x-2)(x+2) = x^2 - 4 \end{cases}$$

رابطه‌ای تابع است که به ازای هر x ، فقط و فقط یک y موجود باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۰

$$(1) \text{ به ازای } x=2, y=3, 2: \text{ تابع نیست}$$

	۱	۲	۳	۲
y	۴	۳	۱	۲

$$(2) \text{ تابع است}$$

	۱	۲	۳	۱
y	۱	۴	۵	۱

$$(3) \text{ به ازای } x=0, 1, y=0: \text{ تابع نیست}$$

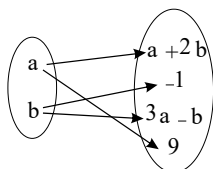
	۰	-۱	۰
y	۱	۲	۰

$$(4) \text{ به ازای } x=2, y=1, 3: \text{ تابع نیست}$$

	۲	۰	۲
y	۱	۲	۳

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۱

از هر عضو در نمودار پیکانی فقط باید یک پیکان خارج شود، مگر آنکه تکراری باشد.



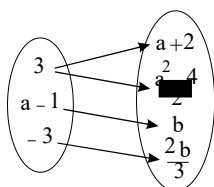
$$\begin{cases} 3a - b = -1 \\ \Rightarrow 6a - 2b = -2 \end{cases}$$

$$\frac{2a+b}{3} = \frac{2+4}{3} = 2$$

$$a+2b=9 \xrightarrow{a=1} 1+2b=9 \Rightarrow 2b=8 \Rightarrow b=4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۲

یک نمودار پیکانی فقط در صورتی تابع است که از هر یک از اعضا مجموعه اول فقط یک پیکان خارج شود. اگر دو پیکان خارج شده بود، حتماً باید تکراری باشند.

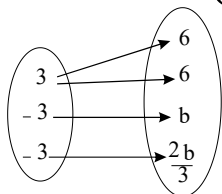


باتوجه به اینکه از ۳ دو پیکان خارج شده و رابطه تابع است پس هر دو پیکان باید به مقداری مساوی ختم شوند در نتیجه:

$$a+2 = \frac{a^2-4}{2} \Rightarrow 2a+4 = a^2-4 \Rightarrow a^2-2a-8=0$$



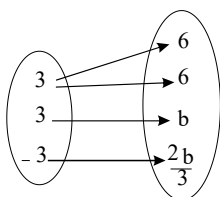
$$\Rightarrow (a - 4)(a + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 & I \\ a = 4 & II \end{cases}$$



با فرض I سؤال را ادامه می‌دهیم: رابطه به شکل مقابل در می‌آید:

با استدلال مشابه خواهیم داشت:

$$b = \frac{2b}{3} \Rightarrow 2b = 3b \Rightarrow b = 0$$



با فرض II سؤال را ادامه می‌دهیم: رابطه به شکل مقابل در می‌آید:

و نتیجه می‌گیریم: $b = 6$

با فرض I داریم:

$$\begin{cases} b = 0 \\ \rightarrow a - b = -2 \end{cases}$$

با فرض II داریم:

$$\begin{cases} b = 6 \\ \rightarrow a - b = -2 \end{cases}$$

می‌بینیم که با هر دو فرض، مقدار $a - b$ برابر است در حالیکه سایر گزینه‌ها مقادیر مختلفی خواهند داشت.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۳

دو زوج مرتب زمانی با هم برابرند که مؤلفه‌های اول و دومشان با هم نظیر به نظیر برابر باشند.

$$(7, 2b - 4) = (2a + b, 2) \Rightarrow \begin{cases} 2 = 2b - 4 \Rightarrow 2b = 6 \Rightarrow b = 3 \\ 7 = 2a + b \Rightarrow 7 = 2a + 3 \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \end{cases}$$

$$a^2 + b^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$$

دو زوج مرتب زمانی با هم برابرند که مؤلفه‌های اول و دومشان نظیر به نظیر با هم برابر باشند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۴

$$-4 = 2a = c - b \Rightarrow a = -2$$

$$a + b = 3 \Rightarrow b = 5$$

$$c - b = -4 \Rightarrow c - 5 = -4 \Rightarrow c = 1$$

$$a = \frac{6}{-2} = \frac{6}{-2} = -3$$



باتوجه به زوج مرتب های موجود داریم:

$$\left\{ \begin{matrix} (1, m) \\ (1, 2) \end{matrix} \right\} \Rightarrow m = 2$$

$$\left\{ \begin{matrix} (2, 3) \\ (2, 2) \end{matrix} \right\} \Rightarrow 2m - 1 = 3 \Rightarrow 2m = 4 \Rightarrow m = 2$$

اما دقت کنید با جایگذاری $m = 2$ رابطه به شکل $f = \{(1, 2), (1, 2), (2, 3), (2, 3), (2, 2)\}$ در می آید که وجود $(2, 2)$ و $(2, 3)$ باعث می شود تا این رابطه تابع باشد. پس به ازای هیچ مقدار m این رابطه تابع نخواهد بود.

$$\left\{ \begin{matrix} (4, m^2) \\ (4, 9) \end{matrix} \right\} \Rightarrow 9 = m^2 \Rightarrow \begin{cases} m = 3 \text{ I فرض} \\ m = -3 \text{ II فرض} \end{cases}$$

فرض I:

$$m = 3 : \left\{ \begin{matrix} (7, 2n + 1) \\ (7, m - 1) \end{matrix} \right\} \Rightarrow 2 = 2n + 1 \Rightarrow 2n = 1 \Rightarrow n = \frac{1}{2}$$

$$n = \frac{1}{2} : (8n, 3m) = (4, 9)$$

با این فرض در تابع بودن رابطه مشکلی پیش نمی آید.

فرض II:

$$m = -3 : \left\{ \begin{matrix} (7, 2n + 1) \\ (7, m - 1) \end{matrix} \right\} \Rightarrow 2n + 1 = -4 \Rightarrow 2n = -5 \Rightarrow n = \frac{-5}{2}$$

$$n = \frac{-5}{2} : (8n, 3m) = (-20, -3)$$

$$\left\{ \begin{matrix} (-20, 3) \\ (-20, -3) \end{matrix} \right\} \text{ تابع نیست}$$

با فرض به مشکل برمی خوریم:

$$\frac{3}{n} = \frac{3}{\frac{1}{2}} = 6 \text{ پس فرض I درست است و در نتیجه}$$

یا اگر مؤلفه اول دو زوج مرتب یکسان بود مؤلفه های دوشمار نیز باهم برابر باشند

$$\left\{ \begin{matrix} (3, m^3 - m) \\ (3, 0) \end{matrix} \right\} \Rightarrow m^3 - m = 0 \Rightarrow m(m^2 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} m = \\ m = -1 \end{cases} \text{ III} \end{cases}$$

با فرض I:



$$m = 0 \Rightarrow \begin{cases} (m, 3) = (0, 3) \end{cases} \Rightarrow m \neq 0$$

فرض II:

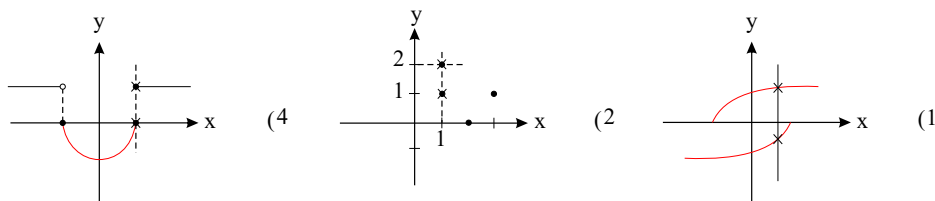
$$m = 1 \Rightarrow \begin{cases} (m, 3) = (1, 3) \end{cases} \Rightarrow m \neq 1$$

فرض III:

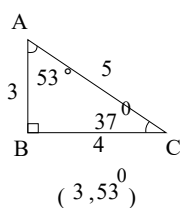
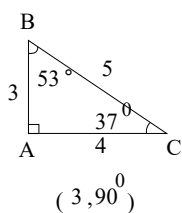
$$m = -1 \Rightarrow \begin{cases} (3, 0) \end{cases} \Rightarrow m \neq -1$$

پس گزینه ی ۴ درست است و هیچ مقداری برای m نیست تا f تابع شود.نمودار یک رابطه، وقتی تابع است که خطوط موازی محور y در بیش از یک نقطه نمودار را قطع نکند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۸

 y تابع x است اگر و تنها اگر به ازای هر x ، فقط یک y وجود داشته باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۹

در مثلث های زیر؛ با یکسان بودن طول ضلع AB ، زاویه ی \hat{C} مقادیر مختلف دارد \Leftrightarrow تابع نیست

دامنه عبارتست از مجموع همه ی مؤلفه های اول زوج مرتب های تشکیل دهنده ی تابع.

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۰

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۱

دامنه = $\{1, 2, 3\}$

برد = $\{1, 2, 3\}$

برد: مجموع همه ی مؤلفه های دوم زوج مرتب های تشکیل دهنده ی تابع

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۲

دامنه = $\{1, a, 2\} = \{1, 2, 3\} \Rightarrow a = 3$

برد = $\{2a, -1, 3a - 1\} \xrightarrow{a=3} \{6, -1, 8\}$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۳

برد: مجموع همه ی مؤلفه های دوم زوج مرتب های تشکیل دهنده ی تابع



$$\text{دامنه} = \{1, 2, 3\} = \{1, 2, 3, a\} \Rightarrow \begin{cases} \text{فرض I} \\ \text{فرض II} \\ \text{فرض III} \end{cases} \quad \text{برد} = \{5, 5a, 3a - 1\}$$

$$a = 3$$

$$\text{برد} = \{5, 5a, 3a - 1\} \xrightarrow{a=1} \{5, 5, 2\} = \{2, 5\} \quad \text{گزینه ی ۳} \quad \text{فرض (I)}$$

$$\text{برد} = \{5, 5a, 3a - 1\} \xrightarrow{a=2} \{5, 10, 5\} = \{5, 10\} \quad \text{گزینه ی ۲} \quad \text{فرض (II)}$$

$$\text{برد} = \{5, 5a, 3a - 1\} \xrightarrow{a=3} \{5, 15, 8\} \quad \text{گزینه ی ۱} \quad \text{فرض (III)}$$

برد: مجموع همه ی مؤلفه های دوم زوج مرتب های تشکیل دهنده ی تابع

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۴

گزینه ی ۱: ۳ عضو $\{2, -1, 5\}$ = برد و ۳ عضو $\{1, 3, 4\}$ = دامنه

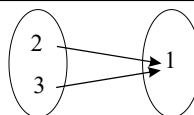
گزینه ی ۳: ۳ عضو $\{1, 3, 2, 4\}$ = برد و ۳ عضو $\{1, 3, -1, 2\}$ = دامنه

گزینه ی ۴: ۳ عضو $\{1, 2, 3\}$ = برد و ۳ عضو $\{1, 2, 3\}$ = دامنه

گزینه ی ۲: ۲ عضو $\{1, 2\}$ = برد > ۳ عضو $\{1, 2, 3\}$ = دامنه

رابطه ای که تابع است که به ازای هر x فقط یک y موجود باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۵



ممکن است برد کوچکتر از دامنه باشد مثلاً:

اما ممکن نیست دامنه کوچکتر از برد باشد.

برد: مجموع همه ی مؤلفه های دوم زوج مرتب های تشکیل دهنده ی تابع

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۶

$$\text{دامنه} = \{1, 2m + 1, 3n - 2\} \xrightarrow{\text{تک عضوی}} 2m + 1 = 3n - 2 = 1$$

$$\frac{+}{2n} = \frac{0^2 + 1^2}{2 \times 1} = \frac{1}{2}$$

دامنه: مجموعه x های نقاط

برد: مجموعه y های نقاط

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۷

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۸

$$(a, b) \Leftrightarrow f(a) = b$$

$$f(f(1)) - f(f(-1)) = 3 - (-2) = 3 + 2 = 5$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۷۹

$$(a, b) \Leftrightarrow f(a) = b$$

$$f(1) = 2m - 1 = 5 \Rightarrow 2m = 6 \Rightarrow m = 3$$

$$f(2) = 3m + n = 5 \xrightarrow{m=3} 9 + n = 5 \Rightarrow n = -4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۰

$$a = a^2 \Rightarrow a^2 - a = 0 \Rightarrow a(a - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 & \text{فرض I} \\ a = 1 & \text{فرض II} \end{cases}$$

با فرض II:

$$a \neq 1 \Leftrightarrow \text{با تابع بودن متناقض هستند} \quad f = \{(1, 3), (2, 1), (1, 2), (0, 2)\}$$

$$\text{با فرض I: } f = \{(1, 3), (2, 0), (0, 2), (0, 2)\} \quad \text{مشکلی پیش نمی آید} \quad a = 0$$

و فقط برای a یک مقدار موجود است و آن مقدار صفر است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۱

$$(a, b) \Leftrightarrow f(a) = b$$

$$3f(g(0)) - 2g(f(1)) = 9 - 8 = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۲

$$(x, y) \Leftrightarrow f(x) = y$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۸۳

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۴

$$۲ = x - ۱ \Rightarrow \boxed{x = ۳}$$

$$f(۲) = ۳x + ۲ = ۳(۳) + ۲ = ۹ + ۲ = \boxed{۱۱}$$

$$۱۱ = x + ۱ \Rightarrow \boxed{x = ۱۰}$$

$$g(۱۱) = x - ۱ = ۱۰ - ۱ = \boxed{۹}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۵

$$۳x + ۲ = ۵ \Rightarrow ۳x = ۳ \Rightarrow \boxed{x = ۱}$$

$$f(x - ۱) = ۵ \xrightarrow{x=۱} f(۰) = ۵ = f(g(a))$$

$$x - ۱ = ۰ \Rightarrow \boxed{x = ۱}$$

$$g(x + ۱) = ۰ \xrightarrow{x=۱} g(۲) = ۰$$



$$f(g(a)) = f(g(2)) = 5 \Rightarrow \boxed{a = 2}$$

1 2 3 4 86

$$x = 1 \Rightarrow \frac{3}{f(1) - 2} = \frac{2}{f(1) + 2} \Rightarrow 3f(1) + 6 = 2f(1) - 4 \Rightarrow \boxed{f(1) = -10}$$

$$x = -2 \Rightarrow \frac{2}{f(-2) - 2} = \frac{2}{f(-2) + 2} \Rightarrow 2f(-2) - 4 = -6f(-2) - 12$$

$$\Rightarrow 8f(-2) = -8 \Rightarrow \boxed{f(-2) = -1}$$

1 2 3 4 87

$$\frac{2 - (-1)}{f(g(4))} = \frac{2 + 1}{1} = \frac{3}{1} = 3$$

1 2 3 4 88

$$0 = 0 + \frac{m}{2} \Rightarrow \frac{m}{2} = 0 \Rightarrow \boxed{m = 0}$$

1 2 3 4 89

$$\begin{cases} f(x) = ax + b \xrightarrow{(1,2)} 2 = a + b \Rightarrow a = 2 - b \\ g(x) = \frac{1 \circ ab}{x + 4} \xrightarrow{(1,2)} 2 = \frac{1 \circ ab}{1 + 4} \Rightarrow 2 = \frac{1 \circ ab}{5} \Rightarrow 2 = 2ab \Rightarrow ab = 1 \end{cases}$$

$$ab = 1 \xrightarrow{a=2-b} (2-b)b = 1 \Rightarrow 2b - b^2 = 1 \Rightarrow b^2 - 2b + 1 = 0 \Rightarrow (b-1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow b - 1 = 0 \Rightarrow b = 1$$



$$ab = 1 \Rightarrow a = 1$$

$$\frac{+}{2ab} = \frac{1+1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۰

تابع خطی به فرم $y = ax + b$ است.

$$f(5) = 12 \rightarrow 12 = 5a + b$$

$$5 = 2a \Rightarrow a = \frac{5}{2}$$

$$7 = 3a + b \xrightarrow{a=\frac{5}{2}} 7 = \frac{3 \times 5}{2} + b \Rightarrow \frac{14}{2} = \frac{15}{2} + b \Rightarrow b = \frac{-1}{2}$$

$$y = \frac{5}{2}x - \frac{1}{2} \rightarrow f(7) = \frac{5 \times 7}{2} - \frac{1}{2} = \frac{35-1}{2} = \frac{34}{2} = 17$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۱

فرم تابع خطی: $y = ax + b$

$$f(3) = 2 \rightarrow 2 = 3a + b \Rightarrow 4 = 6a + 2b$$

$$-2 = 2a \Rightarrow a = -1$$

$$6 = 4a + 2b \xrightarrow{a=-1} 6 = -4 + 2b \Rightarrow 2b = 10 \Rightarrow b = 5$$

مختصات نقطه ای که محور طول ها را قطع می کند:

$$0 = -x + 5 \Rightarrow x = 5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۲

فرم تابع خطی: $y = ax + b$

$$y = ax + b \begin{cases} (0,1) \rightarrow 1 = b \\ (-2,0) \rightarrow 0 = -2a + 1 \Rightarrow -2a = -1 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$y = -x + 1 \xrightarrow{x=\frac{3}{2}} y = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{5}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۳

تابع خطی: $f(x) = ax + b$



$$f(x) = ax + b \begin{cases} f(2) = 2a + b \\ f(-2) = b - 2a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b + 2a + b = 3a + 2b = -2 & (I) \\ b - a + b - 2a = 2b - 3a = -26 & (II) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(I), (II)} \begin{cases} 3a + 2b = -2 \\ -3a + 2b = -26 \end{cases}$$

$$2f(0) = 2 \times -7 = -14$$

1 2 3 4 94

فرم تابع خطی: $y = ax + b$

$$(4, 9) : \begin{cases} _ \\ _ \end{cases}$$

$$3 = 2a + b \xrightarrow{a=3} 3 = 6 + b \Rightarrow b = -3$$

$$f(x) = 3x - 3 \Rightarrow 12 = 3c - 3 \Rightarrow 3c = 15 \Rightarrow c = 5$$

$$f(x) = 3x - 3 \Rightarrow d = 3(3) - 3 = 9 - 3 = 6 \Rightarrow d = 6$$

$$c^2 - d^2 = 25 - 36 = -11$$

1 2 3 4 95

فرم تابع خطی: $y = ax + b$

$$(I), (II) : \begin{cases} _ \\ _ \end{cases}$$

$$(II), (III) : \begin{cases} _ \\ -\lambda = (m - 2)a \quad (V) \end{cases}$$



$$(IV), (V) : \begin{cases} -\lambda = (m - 2)a \xrightarrow{m=-a} -\lambda = (-a - 2)a \Rightarrow -\lambda = -a^2 - 2a \end{cases}$$

$$a^2 + 2a - \lambda = 0 \Rightarrow (a + 2)(a - \lambda) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \Rightarrow \boxed{m = 2} \\ a = \lambda \Rightarrow \boxed{m = -2} \end{cases}$$

1 2 3 4 96

1 2 3 4 97

$$\frac{-1}{3} \leq x < \frac{4}{3}$$

1 2 3 4 98

$$f(x) = x^2 + x - 1$$

$$f(x + 1) = (x + 1)^2 + (x + 1) - 1 = x^2 + 2x + 1 + x + 1 - 1 = x^2 + 3x + 1$$

$$f(x - 2) = (x - 2)^2 + (x - 2) - 1 = x^2 - 4x + 4 + x - 2 - 1 = x^2 - 3x + 1$$

$$f(x + 1) - f(x - 2) = x^2 + 3x + 1 - (x^2 - 3x + 1) = x^2 + 3x + 1 - x^2 + 3x - 1 = 6x$$

$$f(x + 1) - f(x - 2) = 2g(x) - 2 = 2(g(x) - 1)$$

1 2 3 4 99

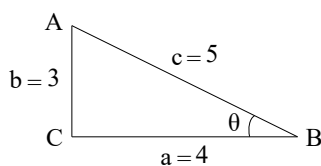
تابع همانی : $f(x) = x$

$$f(4) = 4 = a \Rightarrow \boxed{a = 4}$$

$$f(b) = b = a - 1 = 4 - 1 = 3 \Rightarrow \boxed{b = 3}$$



$$f(2c) = 2c = 2a + b - 1 = 8 + 3 - 1 = 10 \Rightarrow 2c = 10 \Rightarrow \boxed{c = 5}$$



$$\cos \theta = \frac{AB}{c} = \frac{4}{5} = \boxed{\frac{4}{5}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۰

تابع ثابت $f(x) = k$

$$f(1) = 2$$

$$\text{تابع ثابت} \Rightarrow f(x) = 2$$

$$\begin{cases} f(3) = - \\ 4 = 5a \Rightarrow \boxed{a = \frac{4}{5}} \end{cases}$$

$$2 = 2a - b \xrightarrow{a = \frac{4}{5}} 2 = \frac{8}{5} - b \Rightarrow -b = \frac{10}{5} - \frac{8}{5} \Rightarrow b = \frac{-2}{5}$$

$$a^2 - 2b = \left(\frac{4}{5}\right)^2 - 2\left(\frac{-2}{5}\right) = \frac{16}{25} + \frac{4}{5} = \frac{16 + 20}{25} = \frac{36}{25} \Rightarrow \sqrt{a^2 - 2b} = \frac{6}{5} = 1,2$$

تابع $f(x)$ همواره یکی از حالات زیر را خواهد داشت: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۱

$$1) x < 0 : f(x) = \frac{x}{x} - \frac{1}{x} = -1 - (-1) = -1 + 1 = 0$$

$$2) 0 < x < 2 : f(x) = \frac{x}{x} - \frac{1}{-(x-2)} = 1 - (-1) = 1 + 1 = 2$$

$$3) x > 2 : f(x) = \frac{x}{x} - \frac{1}{x-2} = 1 - 1 = 0$$

دقت کنید در نقاط ۰ و ۲ تابع تعریف نشده است و این نقاط در دامنه‌ی تابع نیستند.

به ازای جميع مقادير x ، اين تابع فقط برابر با ۰ و ۲ می‌شود.

در نتیجه برد آن $\{0, 2\}$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۲

$$1 > 0 \rightarrow f(1) = x^2 - 1 = 1^2 - 1 = 1 - 1 = 0$$

نمودار تابع، خطوط موازی محور y ها را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند.

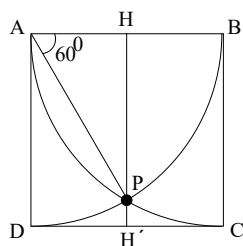
۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۳



فاصله‌ی یک نقطه از خط برابرست با طول خطی که از نقطه می‌گذرد و بر خط عمود

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۴

از P به CD عمود می‌کنیم و اسمش را می‌گذاریم:



$$\sin 60^\circ = \frac{PH}{AP} \Rightarrow PH = AP \times \sin 60^\circ = t \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}t$$

$$\left. \begin{array}{l} HH' = BC = t \\ HH' = PH + PH' \end{array} \right\} \Rightarrow t = \frac{\sqrt{3}}{2}t + PH' \Rightarrow PH' = t - \frac{\sqrt{3}}{2}t$$

$$\Rightarrow PH' = \frac{1}{2}t(2 - \sqrt{3})$$

$(a, b) \Leftrightarrow f(a) = b$ ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۵

$$f(g(2)) = f(5) = 5 - \sqrt{2 \times 5 - 1} = 5 - \sqrt{10 - 1} = 5 - \sqrt{9} = 5 - 3 = 2$$

$(a, b) \Leftrightarrow f(a) = b$ ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۶

$$\left. \begin{array}{l} \dots \\ \dots \end{array} \right\} \Rightarrow f(a) = 6$$

$$f(a) = 6 \Rightarrow a + \sqrt{a} = 6 \Rightarrow a + \sqrt{a} - 6 = 0 \xrightarrow{\sqrt{a}=t} t^2 + t - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (t+3)(t-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -3 \Rightarrow \sqrt{a} = -3 \\ t = 2 \Rightarrow \sqrt{a} = 2 \Rightarrow \boxed{a = 4} \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۷

$ x $	$ y $	$ x + y $
۰	۲	۲
۱	۱	۲
۲	۰	۲

$$\left\{ \begin{array}{l} |y| = 2 \Rightarrow y = \pm 2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |y| = 1 \Rightarrow y = \pm 1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \right.$$

$$\mathbb{R} = \{(0, 2), (0, -2), (1, 1), (1, -1), (-1, 1), (-1, -1), (2, 0), (-2, 0)\}$$



$$\left\{ \begin{aligned} 2x + y \leq 7 \Rightarrow 2 + y \leq 7 \Rightarrow y \leq 5 \Rightarrow y = 1, 2, 3, 4, 5 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} 2x + y \leq 7 \Rightarrow 4 + y \leq 7 \Rightarrow y \leq 3 \Rightarrow y = 1, 2, 3 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \right.$$

$$R = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1)\}$$

زمانی دو زوج مرتب با هم برابرند که مؤلفه‌های اولشان با هم و مؤلفه‌های دومشان با هم برابر باشند.

$$\left\{ \right.$$

$$(x - 3, y + 2) = (3, 2) \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 3 \Rightarrow x = 6 \\ y + 2 = 2 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$$

$$f(1 + \sqrt{2}) = 1 + \sqrt{2} + \frac{2}{1 + \sqrt{2}}$$

$$f(1 - \sqrt{2}) = 1 - \sqrt{2} + \frac{2}{1 - \sqrt{2}}$$

$$f(1 + \sqrt{2}) + f(1 - \sqrt{2}) = 1 + \sqrt{2} + \frac{2}{1 + \sqrt{2}} + 1 - \sqrt{2} + \frac{2}{1 - \sqrt{2}} = 2 + \frac{2}{1 + \sqrt{2}} + \frac{2}{1 - \sqrt{2}}$$

$$= \frac{2(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) + 2(1 - \sqrt{2}) + 2(1 + \sqrt{2})}{(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})} = \frac{2(1 - 2) + 2 - 2\sqrt{2} + 2 + 2\sqrt{2}}{1 - 2}$$

$$= \frac{-2 + 2 - 2\sqrt{2} + 2 + 2\sqrt{2}}{-1} = \frac{2}{-1} = -2$$

$$f(-2) = |(-2)^2 - 5| = |4 - 5| = |-1| = 1$$



$$g(2) = \frac{2}{1+2^2} = \frac{2}{1+4} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{g(2)} = \frac{1+1}{\frac{2}{5}} = \frac{2}{\frac{2}{5}} = \frac{2 \times 5}{2} = 5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۲

و اگر یکسان بود، مؤلفه‌ی دوم آن‌ها نیز با هم برابر باشند.

$$\mathbb{R} = \{(2,2)(2,1)(3,3)(3,1)(4,2)(4,4)(4,1)(5,5)(5,1)\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{حذف ۱} \rightarrow \text{یکی باید باشد} \\ (2,1) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{حذف ۱} \rightarrow \text{یکی باید باشد} \\ (3,1) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{حذف ۲ تا حذف ۱} \rightarrow \text{یکی باید باشد} \\ (4,1) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{حذف ۱} \rightarrow \text{یکی باید باشد} \end{array} \right.$$

$$1 + 1 + 2 + 1 = 5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۳

رابطه‌ای تابع است که در آن هر x فقط و فقط با یک y رابطه داشته باشد.

$$\left\{ \begin{array}{l} (-1, 2m) \end{array} \right. \rightarrow m - 1 = 2m \Rightarrow m = -1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۴

در تابع همانی، دامنه و برد باهم برابرند و هر عضو از دامنه دقیقاً به همان عضو از برد نظیر می‌شود.

با مشخصات فوق، فقط گزینه‌ی ۴ یک تابع همانی است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۵

۱) نادرست است. تابع ثابت مثل $f(x) = 5$ دارای دامنه‌ی نامتناهی و برد تک عضوی $\{5\}$ است.

۲) نادرست است. تعداد اعضای برد نمی‌تواند بیشتر از اعضای دامنه باشد.

۳) درست است. تعداد اعضای دامنه می‌تواند بیشتر از تعداد اعضای برد باشد (تابع ثابت را به یاد بیاورید)

۴) نادرست است. از آنجا که تعداد اعضای برد همیشه کمتر یا مساوی تعداد اعضای دامنه است، اگر دامنه متناهی باشد، برد نیز مجبور است متناهی باشد.

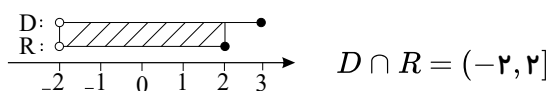


اگر نمودار تابع در دسترس باشد، دامنه‌ی آن عبارتست از تصویر نمودار بر روی محور x ها و برد آن برابر است با تصویر نمودار بر روی محور y ها.

باتوجه به نکته‌ی فوق دامنه و برد تابع عبارتند از:

$$D = (-2, 3] \quad , \quad R = (-2, 2]$$

و اشتراک این دو با استفاده از محور عبارتند از:



هر تابع خطی، ضابطه‌ای به فرم $y = ax + b$ دارد.

معادله‌ی تابع خطی را بصورت $f(x) = ax + b$ در نظر می‌گیریم:

$$f(-1) = -1 \rightarrow -a + b = -1 \rightarrow \begin{cases} - \\ 3a = 6 \rightarrow a = 2 \end{cases}$$

$$a - b = 1 \xrightarrow{a=2} 2 - b = 1 \rightarrow b = 1$$

بنابراین معادله‌ی خط به صورت $y = 2x + 1$ خواهد بود. حال y را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$y = 0 \Rightarrow 0 = 2x + 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

۱۱۸ عرض‌های تابع $f(x) = x^2$ همواره نامنفی هستند، یعنی برد آن فقط شامل اعداد نامنفی است. از طرفی اعضای دامنه آن جذر اعداد برد آن هستند و می‌دانیم که هر عدد حقیقی مثبت دو ریشه‌ی دوم دارد که قرینه‌ی یکدیگرند بنابراین دامنه‌ی تابع حداکثر دارای $10 \times 2 = 5$ عضو خواهد بود.

تابع $f(x) = x$ تابع همانی نامیده می‌شود و تابع ثابت به فرم $f(x) = k$ است که k در آن عددی حقیقی است.

با تعریف فوق داریم:

$$f(-2) = -2, f(2) = 2, f(4) = 4$$

و خروجی تابع ثابت $g(x)$ را نیز به ازای همه‌ی x ها برابر k در نظر می‌گیریم، یعنی:

$$g(-1) = g(4) = g(2) = k$$

پس:

$$\frac{g(2) + f(-2)}{g(2) + f(-2)} = 3 \rightarrow \frac{k + (-2)}{k + (-2)} = 3 \rightarrow \frac{k - 2}{k - 2} = 3$$

$$\rightarrow 6k = 3k - 6 \rightarrow 3k = -6 \rightarrow \left. \begin{matrix} \rightarrow 6k = 3k - 6 \rightarrow 3k = -6 \rightarrow \\ g(x) = k \end{matrix} \right\} \rightarrow g(x) = -2$$

پس:



$$f\left(\frac{3}{2}\right) \times g\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{3}{2} \times (-2) = -3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۰

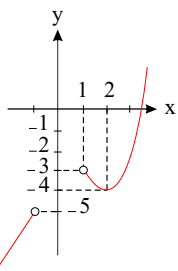
مختصات رأس سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ عبارتست از $-\frac{b}{2a}$

برد تابع $f(x)$ عبارت است از تصویر نمودار آن بر محور y ها.

برای یافتن برد، هر دو ضابطه را رسم می کنیم.

$$y = x^2 - 4x \rightarrow S \left| \begin{array}{l} -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \times 1} = 2 \\ f(2) = 2^2 - 4 \times 2 = 4 - 8 = -4 \end{array} \right. \rightarrow S \left| \begin{array}{l} 2 \\ -4 \end{array} \right.$$

این ضابطه یک سهمی با رأس S است و چون ضریب x^2 در آن مثبت است، سهمی رو به بالا است پس یک سهمی با مشخصات ذکر شده رسم می کنیم و آن قسمت از نمودار که قبل از $x = 1$ قرار می گیرد را پاک می کنیم. ضابطه ی دوم نیز یک خط است که به ازای $x < -1$ وجود دارد:



بنابراین برد تابع (تصویر بر محور y ها) عبارت است از: $R = (-\infty, -5) \cup [-4, +\infty)$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۱

رابطه ای تابع است که در آن به هر عضو از مجموعه A دقیقاً یک عضو از مجموعه B نسبت داده شود.

همه ی گزینه ها تابع هستند جز گزینه ی ۴ که در آن به تعداد گل های زده شده نام گل زن نسبت داده شده، مجسم کنید که اگر تعداد گل های زده شده ۵ باشد، ممکن است این عدد برابر با تعداد گل های زده شده اشخاص زیادی باشد (بیش از یک نفر)

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۲

دو زوج مرتب با هم مساویند هرگاه مولفه های اول آنها با هم و مولفه های دومشان نیز باهم برابر باشند.

چون تابع فقط شامل یک زوج مرتب است، باید هر سه زوج مرتب با هم برابر باشند.

پس:

(۱) تساوی مولفه های اول:

$$m^2 - m = 2 \rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \rightarrow (m + 1)(m - 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} m = 2 \end{cases}$$

(۲) تساوی مولفه های دوم:

$$m^2 - 3m = n^2 - 2n + 5 = p$$

اگر $m = -1$ باشد:

$$4 = n^2 - 2n + 5 = p \rightarrow \begin{cases} n^2 - 2n + 5 = 4 \rightarrow n^2 - 2n + 1 = 0 \rightarrow (n - 1)^2 = 0 \rightarrow n = 1 \end{cases}$$

اگر $m = 2$ باشد:



$$-2 = n^2 - 2n + 5 = p \rightarrow \begin{cases} n^2 - 2n + 5 = -2 \rightarrow n^2 - 2n + 7 = 0 \rightarrow \Delta = 4 - 28 < 0 \rightarrow \text{جواب ندارد} \end{cases}$$

پس:

$$m + n + p = -1 + 1 + 4 = 4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۳

رابطه‌ای تابع است که هر خط عمود، (موازی با محور y ها) نمودار آن را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

نقاطی به طول‌های $x = 1$ و $x = -1$ روی تابع دو مقدار دارند. پس حداقل باید ۲ نقطه از نمودار حذف شود تا به یک تابع تبدیل شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۴ با قرار دادن $x = 3$ ، $f(x)$ را تعیین می‌کنیم:

$$xf(3) + 3f(x) = x + 6 \xrightarrow{x=3} 3f(3) + 3f(3) = 3 + 6$$

$$\rightarrow 6f(3) = 9 \rightarrow f(3) = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

رابطه‌ی اصلی به صورت زیر درمی‌آید:

$$x \times \frac{3}{2} + 3f(x) = x + 6 \rightarrow 3f(x) = -\frac{3}{2}x + x + 6 \rightarrow 3f(x) = -\frac{1}{2}x + 6$$

$$\xrightarrow{\div 3} f(x) = -\frac{1}{6}x + 2$$

و در آخر $f(6)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\xrightarrow{x=6} f(6) = -\frac{1}{6} \times 6 + 2 = -1 + 2 = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۵ طبق فرض x های موجود در دامنه‌ی تابع عبارتند از: $x \geq 3$

حال $f(x)$ را با استفاده از این دامنه می‌سازیم تا برد آن مشخص شود:

$$\xrightarrow{\times 2} 2x \geq 6 \xrightarrow{-1} \underbrace{\quad}_{f(x)} \geq 5 \rightarrow f(x) \geq 5 \rightarrow f(x) \text{ برد} = [5, +\infty)$$

همین کار را برای تابع $g(x)$ نیز انجام می‌دهیم:

$$g(x) \leq 4 \rightarrow -x + 3 \leq 4 \xrightarrow{+3} -x \leq 1 \xrightarrow{\times \frac{1}{-3}} x \geq -3 \rightarrow x \leq 3 \rightarrow \underbrace{\quad}_{g(x)} = (-\infty, 3)$$

$$g \text{ برد} = (-\infty, 4]$$

و اجتماع بردها عبارتست از: $R - (4, 5)$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۶

رابطه‌ای تابع است که در آن هیچ دو زوج مرتب متمایزی، مولفه‌ی اول برابر نداشته باشند و اگر مولفه‌ی اول آنها برابر بود، حتماً مؤلفه‌ی دوم آنها نیز برابر باشند.

$$\{(1, m^2 - 2m) \in f\} \Rightarrow m^2 - 2m = 3 \Rightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Rightarrow (m - 3)(m + 1) = 0$$



$$\Rightarrow \begin{cases} m = 3 \rightarrow f = \{(1, 3), (3, 2), (-1, \frac{1}{3})\} \text{ تابع است} \\ m = -1 \rightarrow f = \{(1, 3), (-1, 2), (-1, -1)\} \text{ تابع نیست} \end{cases}$$

پس تنها مقدار قابل قبول برای m ، عدد ۳ است، حال معادله را حل می‌کنیم:

$$\xrightarrow{m=3} x^3 - 6x^2 + 9x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 6x + 9) = 0 \Rightarrow x(x - 3)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 0 \end{cases}$$

معادله دو جواب متمایز دارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۷

اگر نمودار $f(x)$ در دسترس باشد، $f(x) + k$ را با انتقال دادن $f(x)$ در راستای محور y ها بدست می‌آوریم. (اگر $k > 0$ باشد، انتقال به سمت بالا و اگر $k < 0$ باشد، انتقال به سمت پایین خواهد بود). برای رسم $f(x + k)$ ، نمودار $f(x)$ را خلاف جهت علامت k بر روی محور x ها جابجا می‌کنیم.

$$y = f(x) \xrightarrow{\text{۳ واحد به راست}} y = f(x - 3) \xrightarrow{\text{۲ واحد به پایین}} y = f(x - 3) - 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۸

$$\begin{cases} (3, 7) \in f \\ (\sqrt{3}, a^2 + 3) \in f \end{cases} \Rightarrow a^2 + 3 = 7 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -2 \end{cases}$$

$$a = 2 \Rightarrow \begin{cases} \end{cases} \Rightarrow \text{تابع نیست } f$$

$$a = -2 \rightarrow \begin{cases} \end{cases} \Rightarrow b = 1$$

$$\Rightarrow a + b = -2 + 1 = -1$$

تابع همانی، شامل زوج‌های مرتبی است که مؤلفه‌ی اول و دوم آن‌ها با هم برابر است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۹

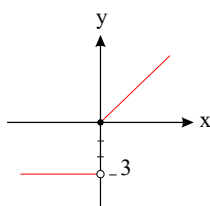
$$3m - 2 = 4 \Rightarrow 3m = 6 \Rightarrow m = 2 \Rightarrow \left. \begin{matrix} \end{matrix} \right\} \Rightarrow n = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

x ها

برد تابع عبارتست از تصویر نمودار آن بر روی محور y ها

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۰

$$\text{تابع } f(x) = \begin{cases} -3, & x < 0 \end{cases} \text{ را رسم می‌کنیم:}$$



طبق شکل می‌بینیم برای $x \geq 0$ ، مقدار تابع در بازه‌ی $(0, +\infty)$ تغییر میکند و در ضابطه‌ی دوم وقتی $x < 0$ است مقدار تابع تنها عدد

-3 است. پس برد تابع عبارت است از:



$$R_f = [0, +\infty) \cup \{-3\}$$

در تابع ثابت، مؤلفه‌ی دوم همه‌ی زوج‌های مرتب با هم برابر است.

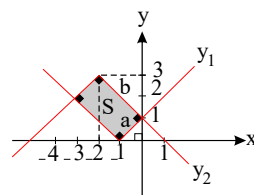
۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۱

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{k} = 4 \xrightarrow{(\cdot)^2} k = 16 \\ \sqrt[3]{b} = 4 \xrightarrow{(\cdot)^3} b = 64 \\ d = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{d+12}{4+12} = \frac{64-48}{16} = \frac{16}{16} = 1$$

۱۳۲ ابتدا نمودار توابع y_1 و y_2 را رسم می‌کنیم و مساحت بین دو نمودار همان قسمت سایه زده شده است که به صورت یک مستطیل با اضلاع a و b است. کافی است طول اضلاع a و b را به دست بیاوریم. مطابق شکل، a و b وترهای مثلث‌های قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقینی به طول ضلع‌های قائمه‌ی به ترتیب ۱ و ۲ هستند، پس:

$$\begin{cases} a^2 = 1^2 + 1^2 \Rightarrow a^2 = 2 \Rightarrow a = \sqrt{2} \\ b^2 = 2^2 + 2^2 \Rightarrow b^2 = 8 \Rightarrow b = 2\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{مساحت مستطیل} = ab = (\sqrt{2})(2\sqrt{2}) = 4$$



رابطه‌ای تابع است که در نمودار پیکانی آن، از هر عضو دامنه فقط یک پیکان خارج شده باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۳

با حذف دو عضو ۲ و ۳ از مجموعه‌ی B ، رابطه به تابع تبدیل می‌شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۴

$$y - y_1 = \underbrace{\quad}_{\text{شیب}} (x - x_1) : \text{می‌گذرد عبارتست از } B \begin{vmatrix} x_2 \\ y_2 \end{vmatrix} \text{ و } A \begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \end{vmatrix}$$

باتوجه به نمودار، این خط باید از نقاط $A \begin{vmatrix} 3 \\ 1 \end{vmatrix}$ و $B \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix}$ بگذرد:

$$\text{شیب} = \frac{1}{0-3} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{معادله‌ی خط: } y - 1 = -\frac{1}{3}(x - 3) \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x + 2$$

$$\Rightarrow f(1) = -\frac{1}{3} \times 1 + 2 = -\frac{1}{3} + 2 = \frac{5}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۵

تابع همانی: تابعی است که دامنه و برد آن برابر باشند و هر عضو از دامنه دقیقاً به همان عضو از برد، مرتبط شود.

۱۳۶ با تعریف فوق، تابع f به صورت $f = \{(3, 3), (4, 4), (-1, -1)\}$ در می‌آید و دامنه‌ی آن عبارتست از: $D_f = \{3, 4, -1\}$

دامنه‌ی تابع عبارتست از تصویر نمودار تابع بر محور x ها و برد آن، تصویر تابع بر محور y هاست.

$$\text{معادله‌ی خطی که از نقاط } A \begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \end{vmatrix} \text{ و } B \begin{vmatrix} x_2 \\ y_2 \end{vmatrix} \text{ بگذرد عبارتست از: } y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

تابع خطی f با دامنه‌ی $[-1, 2]$ و برد $[-2, 4]$ به یکی از دو صورت زیر می‌تواند باشد.

پس در هر حالت با مشخص کردن نقاطی که خط از آن می‌گذرد، ضابطه‌ی آن را تشکیل می‌دهیم.



$$(1) \text{ حالت: } (-1, 4), (2, -2) \in f \Rightarrow m = \frac{-}{x_2 - x_1} = -2 \Rightarrow f(x) = -2x + 2$$

بنابراین با توجه به گزینه ها:

$$f(-1) = 4, f(0) = 2, f\left(\frac{1}{2}\right) = 1, f(3) = -2$$

$$(2) \text{ حالت: } (-1, -2), (2, 4) \in f \Rightarrow m = \frac{-}{x_2 - x_1} = 2 \Rightarrow f(x) = 2x$$

بنابراین با توجه به گزینه ها:

$$f(-1) = -2, f(0) = 0, f\left(\frac{1}{2}\right) = 1, f(3) = 6$$

از مقایسه ی مقادیر حاصل شده در هر ۲ حالت، نتیجه می شود که $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$ است.

$$\boxed{f(x) = x: \text{تابع همانی:}} \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad (137)$$

از آنجا که $f(x)$ تابعی همانی است باید ضریب x در آن ۱ باشد و جملات فاقد x در آن موجود نباشد.

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \\ a + b = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} + b = 0 \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \end{array} \right.$$

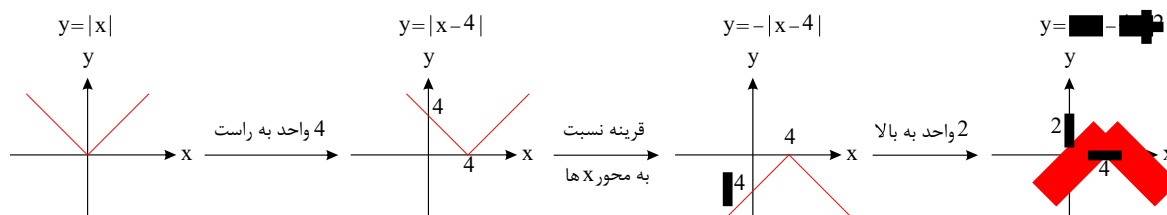
پس:

$$3a + 2b = 3 \times \frac{1}{2} + 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$$

$$(138) \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad \text{تابع } f(x) = k \text{ را که در آن } k \text{ عددی حقیقی باشد، تابع ثابت نامیده می شود.}$$

در بازه ی $[-1, 0]$ نمودار تابع به صورت خط افقی با عرض برابر با یک است. در بازه ی $[0, 3]$ نمودار تابع به صورت بخشی از سهمی به معادله ی $y_1 = x^2 - 1$ است. مقدار تابع y_1 در صفر برابر با -1 و در $x = 3$ برابر با 8 است. توجه کنید که چون $x = 0$ جزو بازه ی $[0, 3]$ نیست نمودار سهمی را در یک نقطه به صورت تو خالی رسم می کنیم. در بازه ی $(3, +\infty)$ نمودار تابع به صورت خطی افقی با عرض برابر با 2 است. توجه کنید که $x = 3$ نیز جزو بازه ی $(3, +\infty)$ نیست و خط در این نقطه باید تو خالی رسم شود. با توجه به توضیحات داده شده نمودار گزینه ی «۴» جواب است

$$(139) \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad \text{از نمودار } y = |x| \text{ آغاز می کنیم تا به نمودار } y = -|x - 4| + 2 \text{ برسیم:}$$



$$(140) \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$$

تابعی که دامنه آن R و برد آن مجموعه تک عضوی $\{k\}$ باشد (که در آن k حقیقی است) را تابع ثابت می نامیم.



تابع مذکور تابعی ثابت است؛ یعنی باید به فرم " $f(x) = \text{عدد ثابت}$ " باشد؛ بنابراین ضرایب x و x^2 باید صفر باشند:

$$a - b - 1 = 0 \xrightarrow{b=2} a - 2 - 1 = 0 \Rightarrow a = 3$$

است؛ پس:

$$2C - 3 = C + 2 \Rightarrow C = 5 \Rightarrow a + b + c = 10$$

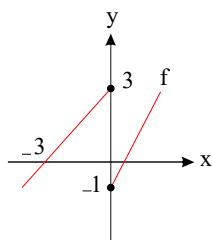
پس تابع $f(x)$ به صورت $f(x) = c + 2$ در می آید؛ اما برد این تابع

رابطه ای تابع است که هر خط عمودی (قائم)، نمودار آن را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

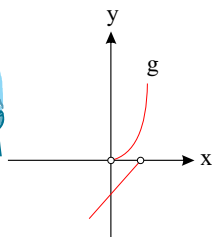
۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۱

نمودار هر گزینه را رسم می کنیم:

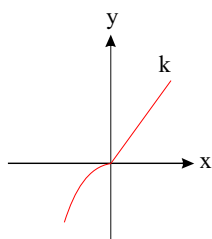
گزینه ۱:



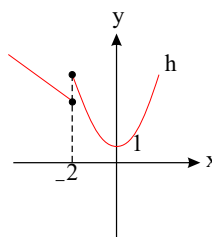
گزینه ۲:



گزینه ۳:



گزینه ۴:



با توجه به نمودارها، تنها گزینه ۳ تابع است.

معادله سهمی که دامنه آن نقطه x_0 باشد، به فرم $y = a(x - x_0)^2 + y_0$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۲

با استفاده از رأس S ، معادله سهمی را می نویسیم:



$$y = a(x - 1)^2 + 1$$

حال مختصات نقطه ی $\left(\frac{1}{2}, 0 \right)$ که روی سهمی است را در آن قرار می دهیم:

$$\left(\frac{1}{2}, 0 \right) \Rightarrow 0 = a\left(\frac{1}{2} - 1 \right)^2 + 1 \Rightarrow 0 = a + 1 \Rightarrow a = -1$$

پس معادله ی سهمی عبارتست از:

$$y = (x - 1)^2 + 1$$

معادله ی خط نیز با استفاده از دو نقطه ی $\left(\frac{1}{2}, 0 \right)$ و $\left(-\frac{1}{2}, 0 \right)$ به صورت زیر است:

$$y - 0 = \frac{0 - 0}{0 - (-\frac{1}{2})} \left(x + \frac{1}{2} \right) \Rightarrow y = \frac{0}{\frac{1}{2}} \left(x + \frac{1}{2} \right) \Rightarrow y = 0 \left(x + \frac{1}{2} \right) \Rightarrow y = 0x + 0 \Rightarrow y = 0$$

پس تابع $f(x)$ ضابطه ای به فرم زیر خواهد داشت:

$$f(x) = \begin{cases} (x - 1)^2 + 1 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

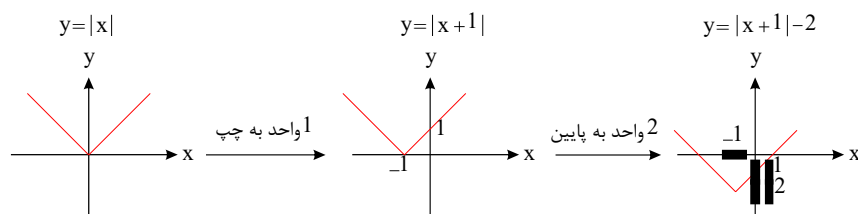
در نتیجه:

$$\left. \begin{aligned} f(3) &= (3 - 1)^2 + 1 = 4 + 1 = 5 \\ f(4) &= (4 - 1)^2 + 1 = 9 + 1 = 10 \\ f(-1) &= 0 \\ f(-3,5) &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{f(3) - f(-1)}{3 - (-1)} = \frac{5 - 0}{3 + 1} = \frac{5}{4}$$

اگر نمودار تابع $f(x)$ در دسترس باشد، تصویر آن بر محور y ها برد تابع را تشکیل می دهد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۳

با شروع از نمودار تابع $y = |x|$ و با انتقال آن؛ تابع $y = |x + 1| - 2$ را رسم می کنیم:



$$f(x) = \begin{cases} (x - 1)^2 + 1 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

تصویر نمودار بر محور y ها در این بازه: $[0, 2]$ برد

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۴

اگر نمودار تابع $f(x)$ در دسترس باشد، برد آن عبارت است از تصویر نمودار بر محور y ها.

باتوجه به نکته ی فوق، فقط گزینه ی ۱ بر روی محور y ها دارای تصویری است که همه ی اعداد طبیعی را شامل می شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۵

رابطه ای تابع است که در آن هیچ دو زوج مرتبی، مؤلفه ی اول یکسان نداشته باشند.

زوج های مرتب $(2, -1)$ و $(2, b)$ عضو تابع f هستند، پس مؤلفه ی دوم آن ها باید یکی باشد تا تابع بودن f را با مشکل مواجه نکنند:

$$\Rightarrow b = -1$$



و همین طور در مورد دو زوج مرتب $(5, a^2 - 1)$, $(5, 3)$:

$$a^2 - 1 = 3 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -2 \end{cases}$$

اما به ازای $a = 2$ زوج مرتب $(a, 3)$ به $(2, 3)$ تبدیل می شود که با زوج $(2, -1)$ مؤلفه ی اول تکراری دارد. پس فقط $a = -2$ قابل قبول است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۶

تابع $f(x) = k$ که در آن k عددی حقیقی است را تابع ثابت می نامیم.

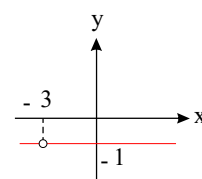
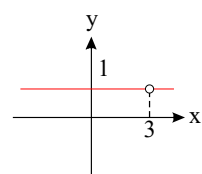
$$\text{————} = k \Rightarrow ax - 3 = kx - 3ak$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3ak = 3 \xrightarrow{a=k} 3a \times a = 3 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1 \end{cases}$$

$$1) a = 1 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{x - 3} = 1, x \neq 3$$

$$2) a = -1 \Rightarrow f(x) = \frac{-1}{x + 3} = -1, x \neq -3$$

پس:



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۷

می دانیم: یک تابع از مجموعه A به مجموعه B , رابطه ای بین این دو مجموعه است که در آن هر عضو A دقیقاً به یک عضو B نسبت داده می شوند.

بررسی گزینه ها:

(۱) نادرست: هر شرکت می تواند بیش از یک کارمند داشته باشد.

(۲) نادرست: هر دانش آموز می تواند بیش از یک معلم داشته باشد.

(۳) نادرست: هر پدر می تواند بیش از یک فرزند داشته باشد.

(۴) درست هر ایرانی، دقیقاً یک کد ملی دارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۸

می دانیم: یک نمودارها نمایانگر یک تابع است هرگاه خطوط موازی محور y ها آن را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

بنابراین باید از نقاط $(2, 0)$ و $(2, 3)$ یکی و از نقاط $(-2, -3)$ و $(-2, 0)$ یکی حذف گردد تا نمودار تابع شود پس در کل ۲ نقطه از نمودار باید حذف شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۹

می دانیم: در نمایش زوج مرتبی، یک رابطه زمانی تابع است که هیچ دو زوج مرتبی، مؤلفه های اولشان یکسان نباشد، مگر اینکه مؤلفه های دومشان نیز یکسان باشد.

$$\begin{cases} (3, m^2) \end{cases} \Rightarrow m^2 = m + 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m - 2)(m + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \end{cases}$$



$m = 2 \cdot f = f(3, 4) \cup (1, 2) \cup (3, 4) \cup (1, 1) \cup \dots$ تابع نیست $(1, 2)$

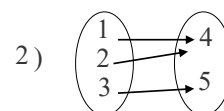
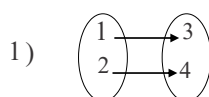
$m = -1 : f = \{(3, 1), (1, 2), (3, 1), (-2, 1)\}$ تابع است

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۰

می‌دانیم: یک تابع از مجموعه A به مجموعه B ، رابطه‌ای بین این دو مجموعه است که در آن هر عضو A به دقیقاً یک عضو B نسبت داده می‌شوند.

بررسی گزینه‌ها:

۴) $y = 3$



۳) غیرممکن است چون در این صورت از یک عضو مجموعه A بیش از یک پیکان خارج می‌گردد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۱

می‌دانیم: $\frac{\circ}{A} = \circ$, $\frac{A}{\circ} = \text{ت.ن.}$

با توجه به کادر عدد ۱ ریشه عبارت صورت است و عدد $\frac{5}{2}$ ریشه عبارت مخرج:

$$a - 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{2} \quad a - 2 \times \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow a = 5$$

$$\xrightarrow{I} b = -5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۲

می‌دانیم: در نمایش زوج مرتبی، یک رابطه زمانی تابع است که هیچ دو زوج مرتبی مؤلفه‌ی اولشان یکسان نباشد. مگر آنکه مؤلفه‌ی دومشان نیز یکسان باشد (تکراری باشند).

$$\left\{ (3, a^2 + 3) \right\} \Rightarrow a^2 + 3 = 7 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$$

$$\left\{ (2, 5) \right\} \xrightarrow{a=2} \left\{ (2, 5) \right\} \Rightarrow a \neq 2 \Rightarrow a = -2$$

$$\left\{ (2, 5) \right\} \xrightarrow{a=-2} \left\{ (2, 5) \right\} \Rightarrow b = -1$$

$$a + b = -2 - 1 = -3$$

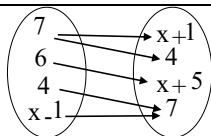
۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۳

می‌دانیم: در نمایش زوج مرتبی یک رابطه زمانی تابع است که هیچ دو زوج مرتبی مؤلفه‌ی اولشان یکسان نباشد. مگر آنکه مؤلفه‌ی دومشان نیز یکسان باشد (تکراری باشند).

یک زوج مرتب از $\{(1, 2), (1, 1)\}$ و یک زوج مرتب از $\{(2, 2), (2, 3)\}$ باید حذف گردد.

154

شده بود، هر دو به عددی یکتا ختم شده باشند (تکرار)



↓

$$\Rightarrow ۸ - ۲ = ۶ = \text{کوچکترین مؤلفه اول} - \text{بزرگترین مؤلفه دوم}$$

155

دومشان نیز یکسان باشد (تکراری باشد)

$$\left\{ \begin{array}{l} \left\{ (1, b^{\mathfrak{r}}) \rightarrow b^{\mathfrak{r}} = \mathfrak{q} \Rightarrow b = \pm \mathfrak{r} \right\} \\ \left\{ (b, \mathfrak{d}) \rightarrow b \neq \mathfrak{r} \right\} \end{array} \right\} \Rightarrow b = -\mathfrak{r}$$

$$\left\{ (b, \mathfrak{d}) \rightarrow \left\{ (-\mathfrak{r}, \mathfrak{d}) \rightarrow a = \mathfrak{d} \right\} \right\} \Rightarrow ab = -1\mathfrak{d}$$

156

$$|x| = \begin{cases} -x & x < \circ \end{cases}$$

بررسی گزینه‌ها:

$$1) \ 2|y| - |x| = 0 \Rightarrow 2|y| = |x| \xrightarrow{x=2} 4 = 2|y| \Rightarrow |y| = 2 \Rightarrow y = \pm 2 \text{ تابع نیست}$$

۲) $x = |y| \xrightarrow{x=۲} ۲ = |y| \Rightarrow y = \pm ۲$ تابع نیست

۳) $|x| = |y| \xrightarrow{x=۲} ۲ = |y| \Rightarrow y = \pm ۲$ تابع نیست

۴) $|x| + |y| = 0$

مجموع دو عدد مثبت صفر است؛ بنابراین هر دو صفرند بنابراین $(x, y) = (0, 0)$ که شرط تابع بودن را دارد و تابع است.

157

دومشان نیز یکسان باشد (تکراری باشد)

$$\left\{ \begin{array}{l} (\mathfrak{r}, \mathfrak{r}a + \mathfrak{l}) \rightarrow \mathfrak{r}a - \mathfrak{r} = \mathfrak{r}a + \mathfrak{l} \Rightarrow \mathfrak{r}a = -\mathfrak{r} \Rightarrow a = -\mathfrak{r} \\ \begin{array}{ccc} \mathfrak{r} & \cdots & \mathfrak{r} \\ \mathfrak{r} & \cdots & \mathfrak{r} \end{array} \xrightarrow{a=-\mathfrak{r}} \left\{ \begin{array}{l} (\mathfrak{r}, c - \mathfrak{l}) \rightarrow c - \mathfrak{l} = -\mathfrak{r} \Rightarrow c = -\mathfrak{r} \end{array} \right. \end{array} \right.$$



$$\left\{ \left(\frac{a}{a}, b+1 \right) \xrightarrow{a=2} \right\} \rightarrow b+1 = -7 \Rightarrow b = -8$$

$$a - b + c = -2 - (-8) + (-6) = -2 + 8 - 6 = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۸

در نمایش زوج مرتبی، یک رابطه زمانی تابع است که هیچ دو زوج مرتبی مؤلفه‌های اولشان یکسان نباشد مگر اینکه مؤلفه‌های دومشان نیز یکسان باشد (تکراری باشد)

$$\left\{ (5, n^2 - 5n) \xrightarrow{n=1} \right\} \rightarrow n^2 - 5n = -4 \Rightarrow n^2 - 5n + 4 = 0 \Rightarrow (n-1)(n-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 4 \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{matrix} \text{ } \\ \text{ } \end{matrix} \xrightarrow{n=1} \right\} \rightarrow \begin{cases} (1, 1) \end{cases} \Rightarrow n \neq 1 \text{ تابع نیست}$$

$$\left\{ \begin{matrix} \text{ } \\ \text{ } \end{matrix} \xrightarrow{n=4} \right\} \rightarrow \begin{cases} (1, 4) \end{cases} \Rightarrow n = 4 \text{ تابع است}$$

$$x^3 + xn^2 = 8x^2 \xrightarrow{n=4} x^3 + 16x = 8x^2 \Rightarrow x^3 - 8x^2 + 16x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 8x + 16) = 0 \Rightarrow x(x-4)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ (x-4)^2 = 0 \Rightarrow x = 4 \end{cases}$$

دو جواب متمایز

$$y = f(x) \begin{cases} \xrightarrow{\text{واحد به سمت بالا } k} y = f(x) + k \\ \xrightarrow{\text{واحد به سمت پایین } k} y = f(x) - k \\ \xrightarrow{\text{واحد به سمت راست } k} y = f(x - k) \\ \xrightarrow{\text{واحد به سمت چپ } k} y = f(x + k) \\ \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x \text{ ها}} y = -f(x) \\ \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } y \text{ ها}} y = f(-x) \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۹ می‌دانیم:

$$f(x) = x^2 \xrightarrow{\text{واحد به سمت چپ } 1} f(x) = (x+1)^2 \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x \text{ ها}} f(x) = -(x+1)^2 \xrightarrow{\text{واحد به سمت بالا } 3} f(x) = -(x+1)^2 + 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۰

می‌دانیم: $f(x) = k$, $(k \in \mathbb{R})$ تابع ثابت

$$f(x) = 1 \Rightarrow f(5) = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۱

فرم تابع خطی به صورت $y = ax + b$ است.

$$y = ax + b \xrightarrow{(0,3)} 3 = b$$



$$(-2, 0) \rightarrow 0 = -2a + 3 \Rightarrow 2a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{3}{2}x + 3 \Rightarrow f(-4) = \frac{3}{2}(-4) + 3 = -6 + 3 = -3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۲

می‌دانیم: در تابع، دامنه مجموعه مقادیر ممکن برای x و برد مجموعه مقادیر ممکن برای y است.

$$۲) D_f = \{-1, 0, 1\}, R_f = \{-1, 0, 1\}$$

$$۴) D_f = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}, R_f = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$y = f(x) = \begin{cases} k \text{ واحد به سمت بالا} & \rightarrow y = f(x) + k \\ k \text{ واحد به سمت پایین} & \rightarrow y = f(x) - k \\ k \text{ واحد به سمت راست} & \rightarrow y = f(x - k) \\ k \text{ واحد به سمت چپ} & \rightarrow y = f(x + k) \end{cases}$$

قرینه نسبت به محور x ها

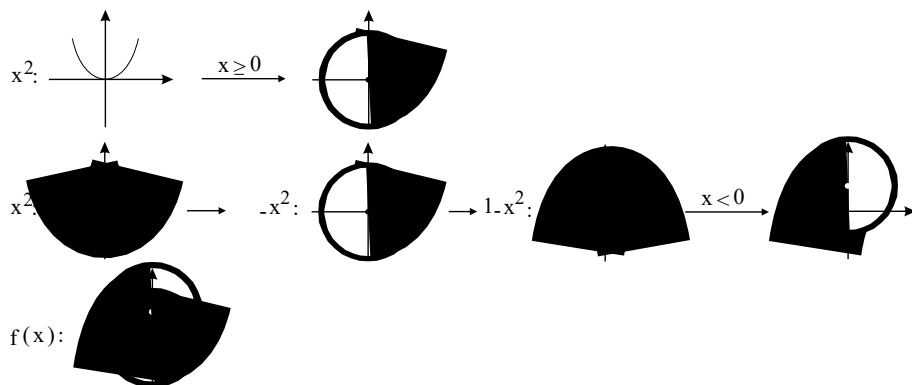
$$\rightarrow y = -f(x)$$

قرینه نسبت به محور y ها

$$\rightarrow y = f(-x)$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۳

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ 1 - x^2 & x < 0 \end{cases}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۴

می‌دانیم: در نمایش زوج مرتبی، رابطه هنگامی تابع است که هیچ دو زوج مرتبی مؤلفه‌های اولشان یکسان نباشد مگر اینکه مؤلفه‌های دومشان نیز باهم یکسان باشد (تکراری باشند).

$$f = \{(1, 2), (m, 1), (1, m^2 + m), (-2, m + 1)\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (1, m^2 + m) \Rightarrow m^2 + m = 2 \Rightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Rightarrow (m + 2)(m - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m - 1 = 0 \Rightarrow m = 1 \end{cases} \end{cases}$$

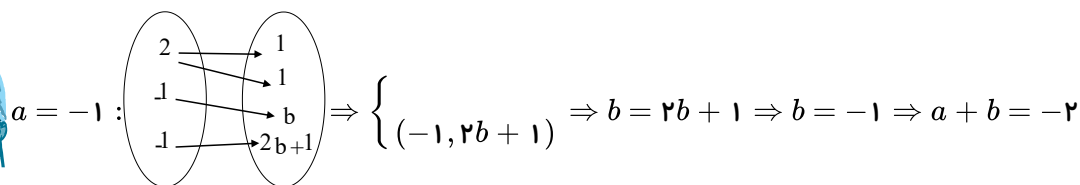
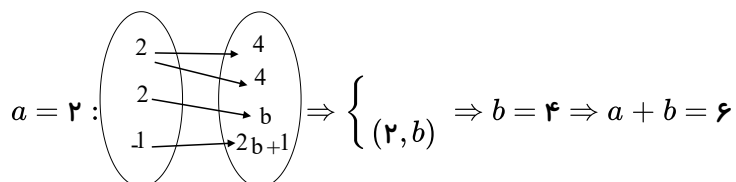
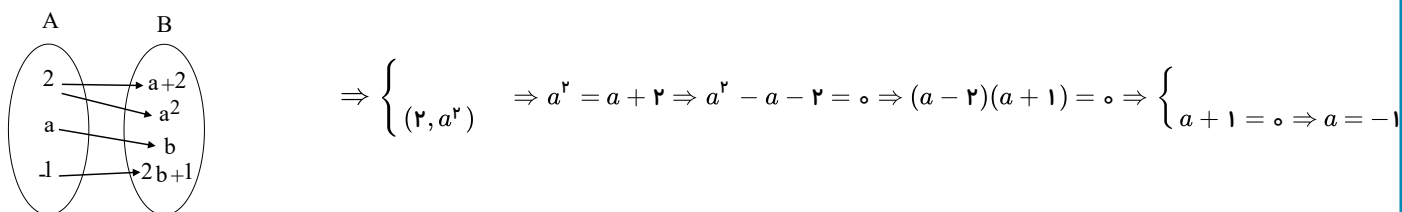
$$\begin{cases} m - 1 \rightarrow f = \{(1, 2), (1, 1), (1, 2), (-1, 2)\} \rightarrow \begin{cases} (1, 1) \end{cases} \text{ تابع نیست} \end{cases}$$



با توجه به اینکه به ازای $m = 1$ رابطه f تابع نیست بنابراین زوج مرتب $(-1, 2)$ که به ازای $m = 1$ پدید می آید جزء تابع f نیست.

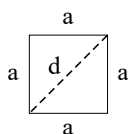
۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۵

می دانیم: در نمایش پیکانی، رابطه زمانی تابع است که از هر عضو مجموع اول تنها یک پیکان خارج شده باشد.



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۶

در مربع روبه رو بنابر رابطه فیثاغورس داریم:



$$a^2 + a^2 = d^2 \Rightarrow 2a^2 = d^2 \Rightarrow a^2 = \frac{d^2}{2} \Rightarrow a = \frac{d}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}d}{2}$$

$$a = \frac{\sqrt{2}d}{2} \Rightarrow p = 4a \longrightarrow p = 4 \times \frac{\sqrt{2}d}{2} = 2\sqrt{2}d$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۷

می دانیم: فرم تابع خطی به صورت $y = ax + b$ است.

$$\left. \begin{array}{l} \text{...} \\ \text{...} \end{array} \right\} \Rightarrow b + 2 = b + a \Rightarrow a = 2$$

$$(2, 2): 2 = 2a + b \xrightarrow{a=2} 2 = 4 + b \Rightarrow b = -2$$

$$m = b = -2$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۸

می‌دانیم: تعداد اعضای دامنه باید از تعداد اعضای برد بیشتر و یا با آن مساوی باشند تا رابطه تابع باشد.

$$55 - 4n \geq 2n + 1 \Rightarrow 6n \leq 54 \Rightarrow n \leq 9$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۹

می‌دانیم: عرض \times طول = مساحت مستطیل

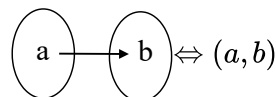
$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad (a \geq 0)$$

اگر طول مستطیل را با a و عرض آنرا با b نشان دهیم، داریم:

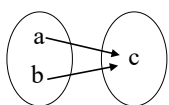
$$S = a \times b \xrightarrow{a=3b} S = 3b \times b = 3b^2 \Rightarrow b^2 = \frac{S}{3} \Rightarrow b = \sqrt{\frac{S}{3}} = \left(\frac{S}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۰

می‌دانیم:



در نمایش زوج مرتبی، یک رابطه زمانی تابع است که هیچ دو زوج مرتبی مؤلفه‌های اولشان با هم یکسان نباشد مگر اینکه مؤلفه‌های دومشان نیز یکسان باشد (تکراری باشند)



$$\Rightarrow 2x - 15 = x(x - 6) \Rightarrow 2x - 15 = x^2 - 6x \Rightarrow x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 3)(x - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \rightarrow \{(3, 4), (3, 4n)\} \rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 3 \end{cases} \\ x - 5 = 0 \rightarrow x = 5 \rightarrow \{(5, 1), (-2, 2), (3, 4), (2, 4n)\} \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۱

می‌دانیم: در نمایش زوج مرتبی، یک رابطه زمانی تابع است که هیچ دو زوج مرتبی مؤلفه‌های اولشان با هم یکسان نباشد مگر اینکه مؤلفه‌های دومشان نیز یکسان باشد (تکراری باشند)

$$\begin{cases} (3, \quad) \\ (3, m+2) \end{cases} \Rightarrow m^2 = m + 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m - 2)(m + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$$

$$I : m = 2 \rightarrow f = \{(3, 4), (2, 1), (-2, 2), (3, 4), (2, 4n)\} \Rightarrow \begin{cases} (2, 4n) \Rightarrow 4n = 1 \Rightarrow n = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$I \cap II = n = \frac{1}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۲

می‌دانیم: فرم تابع خطی $f(x) = ax + b$ است.



$$\begin{cases} f(-x) = -ax + b \Rightarrow f(x) + f(-x) = ax + b - ax + b = 2b = -12 \Rightarrow b = -6 \\ \Rightarrow f(4) = -2f(1) \Rightarrow 4a - 6 = -2(a - 6) \Rightarrow 4a - 6 = -2a + 12 \Rightarrow 6a = 18 \Rightarrow a = 3 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۳

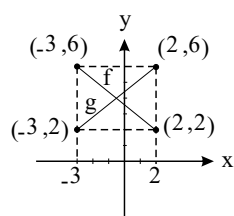
$$= (-3, 3]$$

$$\Rightarrow 0 \leq f(x) < 12 \Rightarrow R_f = [0, 12)$$

$$-3 < x \leq 3 \Rightarrow -2 < \frac{2}{3}x \leq 2 \Rightarrow -3 < \frac{2}{3}x - 1 \leq 1 \Rightarrow -3 < g(x) \leq 1 \Rightarrow R_g = (-3, 1]$$

$$R_f \cap R_g = [0, 1] : \text{۲ عدد صحیح}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۴ به کمک شکل خیلی راحت می‌توان فهمید که تنها دو تابع خطی با این ویژگی‌ها وجود دارد.



بنابراین کافیت با توجه به شکل، توابع f و g را به دست آوریم و سپس حاصل $f(1) + g(1)$ را محاسبه کنیم:

$$1) f(x) = ax + b \Rightarrow \begin{cases} f(2) = 6 \Rightarrow 2a + b = 6 \\ f(-3) = 2 \Rightarrow -3a + b = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5a = -4 \Rightarrow a = -\frac{4}{5} \\ b = \frac{18}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{4}{5}x + \frac{18}{5} \Rightarrow f(1) = \frac{14}{5}$$

$$2) g(x) = cx + d \Rightarrow \begin{cases} g(2) = 6 \Rightarrow 2c + d = 6 \\ g(-3) = 2 \Rightarrow -3c + d = 2 \end{cases} \Rightarrow 5c = 4 \Rightarrow \begin{cases} c = \frac{4}{5} \\ d = \frac{22}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{4}{5}x + \frac{22}{5} \Rightarrow g(1) = \frac{26}{5}$$

$$f(1) + g(1) = \frac{14}{5} + \frac{26}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۵

می‌دانیم: دامنه تابع مجموعه مقادیر ممکن برای x و برد تابع مجموعه مقادیر ممکن برای y است.

$$R_f = \{0, 1, 2\} \Rightarrow f(x) = 0, 1, 2$$

$$\begin{cases} f(x) = 0 \Rightarrow -3x - 1 = 0 \Rightarrow -3x = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \\ f(x) = 1 \Rightarrow -3x - 1 = 1 \Rightarrow -3x = 2 \Rightarrow x = -\frac{2}{3} \\ f(x) = 2 \Rightarrow -3x - 1 = 2 \Rightarrow -3x = 3 \Rightarrow x = -1 \end{cases} \Rightarrow D_f = \left\{-1, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right\}$$



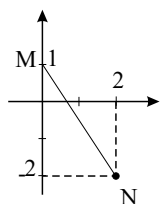
حالت اول:

$$M = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad N = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$m = \frac{-3}{2-0} = \frac{-3}{2}$$

$$y - y_M = m(x - x_M) \Rightarrow y - 1 = \frac{-3}{2}(x - 0) \Rightarrow y = \frac{-3}{2}x + 1$$

$$f\left(\frac{2}{3}\right) = -1 + 1 = 0$$



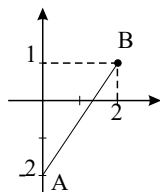
حالت دوم:

$$A = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$m = \frac{3}{0-2} = \frac{3}{-2} = -\frac{3}{2}$$

$$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y + 2 = \frac{3}{2}(x - 0) \Rightarrow y = \frac{3}{2}x - 2$$

$$f\left(\frac{2}{3}\right) = 1 - 2 = -1$$


 پس $f\left(\frac{2}{3}\right)$ دو مقدار صفر یا ۱ می‌تواند باشد.

می‌دانیم: در نمایش زوج مرتبی، دامنه تابع مجموعه مؤلفه‌های اول زوج مرتب‌های تشکیل‌دهنده تابع است و برد تابع مجموعه مؤلفه‌های دوم زوج مرتب‌های تشکیل‌دهنده تابع است.

$$f = \{(-1, 2m + 1), (2, 3 - m), (-6, 2), (-m, m - 1)\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} f(2) - f(-6) + 2f(-1) = 9 \Rightarrow 3 - m - (2) + 2(2m + 1) = 9 \end{array} \right.$$

$$f(2) - f(-6) + 2f(-1) = 9 \Rightarrow 3 - m - (2) + 2(2m + 1) = 9$$



$$R_f = \{2m + 1, 3 - m, 2, m - 1\} \xrightarrow{m=2} R_f = \{5, 1, 2, 1\} = \{5, 1, 2\}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۸

$$f(2x + 1) + f(3) = 5x - 1 \xrightarrow{x=1} f(3) + f(3) = 5 - 1 \Rightarrow 2f(3) = 4 \Rightarrow f(3) = 2$$

$$f(2x + 1) + 2 = 5x - 1 \xrightarrow{x=2} f(5) + 2 = 9 \Rightarrow f(5) = 7$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۹

محیط مستطیل

عرض \times طول S مساحت مستطیل

$$\begin{cases} x: \text{عرض} \\ x + 5: \text{طول} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P = 2(x + x + 5) = 2(2x + 5) = 4x + 10 \Rightarrow P - 10 = 4x \Rightarrow \frac{P-10}{4} = x \\ S = x(x + 5) = x^2 + 5x \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow S &= \left(\frac{P-10}{4} \right)^2 + 5 \left(\frac{P-10}{4} \right) = \frac{P^2 - 20P + 100}{16} + \frac{5P - 50}{4} \\ &= \frac{P^2 - 20P + 100 + 20P - 200}{16} \Rightarrow 16S = P^2 - 100 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۰

می‌دانیم: تابع خطی به فرم $y = ax + b$ است.

$$\begin{cases} f(-1) = -a + b = -5 \\ f(2) = 2a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} - \\ - \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۱

$$f(x) = x^2 - 4 \Rightarrow \begin{cases} f(m) = m^2 - 4 \\ f(3m) = \quad - 4 = 9 \quad - 4 \end{cases}$$

$$f(m) + f(3m) = 2 \Rightarrow m^2 - 4 + 9m^2 - 4 = 10m^2 - 8 = 2 \Rightarrow 10m^2 = 10$$

$$\Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$$

$$m = -1 : f(m + 1) = f(0) = 0 - 4 = -4$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۲

می‌دانیم:

تابع ثابت تابعی است که به تمامی x ها تنها یک y را نسبت می‌دهد.

تابع همانی تابعی است که به هر عضو دامنه همان عضو در برد را نسبت می‌دهد $(f(x) = x)$

تابع ثابت

تابع همانی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۳

$$D_f = (-2, 3] \Rightarrow -2 < x \leq 3 \xrightarrow{\times \frac{3}{2}} -3 < \frac{3}{2}x \leq \frac{9}{2} \xrightarrow{-1} -4 < \frac{3}{2}x - 1 \leq \frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{3}{2}x - 1 \right| < 4 \xrightarrow{+1} 1 \leq \left| \frac{3}{2}x - 1 \right| + 1 < 5 \Rightarrow 1 \leq f(x) < 5 \Rightarrow R_f = [1, 5)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۴

می‌دانیم:

تابع ثابت تابعی است که به تمامی x ها تنها یک y را نسبت می‌دهد.

تابع همانی تابعی است که به هر عضو دامنه همان عضو در برد را نسبت می‌دهد $(f(x) = x)$

تابع ثابت $f : f(3) = f(4) = f(5)$

تابع همانی $g : g(3) = 3$

$$(f(3))^2 + g(3) = 4f(4) \Rightarrow (f(5))^2 + 3 = 4f(5) \Rightarrow (f(5))^2 - 4f(5) + 3 = 0$$

$$\Rightarrow (f(5) - 3)(f(5) - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} f(5) = 3 \\ f(5) = 1 \end{cases}$$

$$g(5) + f(5) = \begin{cases} 5 + 3 = 8 \\ 5 + 1 = 6 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۵

$$1 \leq f(x) \leq 5 \Rightarrow 1 \leq f(x+1) \leq 5 \xrightarrow{-\frac{2}{3}} \frac{1}{3} \leq f(x+1) - \frac{2}{3} \leq \frac{13}{3} \Rightarrow R_{f(x+1) - \frac{2}{3}} = \left[\frac{1}{3}, \frac{13}{3}\right]$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۶

می‌دانیم:

شیب خط گذرا از نقاط (x_1, y_1) و (x_2, y_2) برابر است با $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

معادله خط گذرا از نقطه (x_0, y_0) با شیب m برابر است با $y - y_0 = m(x - x_0)$

$$\begin{cases} (2, -3) \end{cases} \Rightarrow m = \frac{-3 - (-1)}{2 - (-1)} = \frac{-2}{2+1} = \frac{-2}{3}$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y + 3 = \frac{-2}{3}(x - 2) \Rightarrow y + 3 = \frac{-2}{3}x + \frac{4}{3}$$



$$\Rightarrow y = \frac{-2}{3}x + \frac{4}{3} - \frac{9}{3} \Rightarrow y = \frac{-2}{3}x - \frac{5}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۷

می‌دانیم: برای رسم نمودار $f(x+k)$ ، نمودار $f(x)$ را k واحد در راستای افق انتقال می‌دهیم.
اگر $k > 0$ باشد انتقال در جهت منفی و اگر $k < 0$ باشد انتقال در جهت مثبت خواهد بود
برای رسم نمودار $f(x)+k$ ، نمودار $f(x)$ را k واحد در راستای قائم انتقال می‌دهیم.
اگر $k > 0$ باشد انتقال در جهت مثبت و اگر $k < 0$ باشد انتقال در جهت مثبت خواهد بود

$$f(x) = \begin{cases} -10 & x < 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{واحد به راست } 2} f(x-2) = \begin{cases} -10 & x-2 < 1 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{واحد به پایین } 5} f(x-2)-5 = \begin{cases} -10-5 & x-2 < 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow g(x) = \begin{cases} -4x+4-15 & x < 3 \end{cases} \Rightarrow g(x) = \begin{cases} -4x-11 & x < 3 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۸

می‌دانیم: فرم کلی تابع خطی $f(x) = mx + n$ است.

$$f(x) = mx + n \xrightarrow{(\circ, \circ)} f(\circ) = n \Rightarrow f(x) = mx$$

بررسی گزینه‌ها:

$$3) \begin{cases} f(a)f(b) = (ma)(mb) = m^2(ab) \\ kf(a) = k(ma) = kma = mka \end{cases}$$

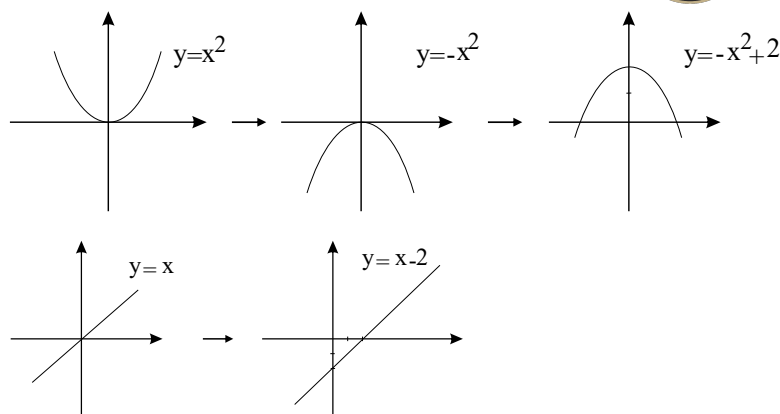
۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۹

می‌دانیم: تابع ثابت، تابعی است که برد آن تنها یک عضو دارد که اگر آن عضو x باشد داریم $f(x) = k$

$$\left. \begin{aligned} g(4) &= 4 \\ g(5) &= 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} 3f(1) &= 4 \Rightarrow f(2) = \frac{4}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{4}{3} \\ g(5) + 9f(-1) &= 5 + 9 \times \frac{4}{3} = 5 + 12 = 17 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۰

می‌دانیم: برای رسم نمودار $y = f(x) + k$ نمودار $y = f(x)$ را k واحد در راستای عمودی انتقال می‌دهیم که اگر $k > 0$ بود انتقال رو به بالا و اگر $k < 0$ بود انتقال رو به پایین انجام می‌گیرد.
در سهمی به معادله $ax^2 + bx + c$ ، اگر $a > 0$ باشد سهمی رو به بالا و اگر $a < 0$ باشد سهمی رو به پایین است.

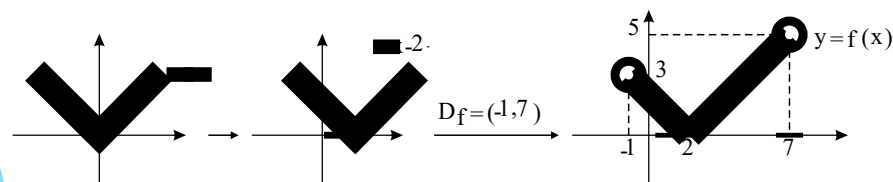


با توجه به دامنه‌ها گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۱

می‌دانیم: برای رسم نمودار $y = f(x + k)$ کافیست نمودار $f(x)$ را k واحد در راستای افق انتقال دهیم که اگر $k > 0$ بود انتقال در جهت منفی و اگر $k < 0$ بود انتقال در جهت مثبت انجام می‌شود.

با رسم نمودار داریم:



$$\begin{cases} f(7) = |7 - 2| = |5| = 5 \end{cases}$$

با توجه به نمودار، برد تابع برابر است با $R_f = [0, 5)$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۲

می‌دانیم: رابطه‌ای تابع است که به ازای هر x ، تنها یک y ، وجود داشته باشد.

بررسی گزینه‌ها:

۱) دامنه مشترکی نداریم: تابع است

۲) تابع است $x = 1 \Rightarrow \begin{cases} f(1) = x + 1 = 2 \end{cases}$

۳) تابع نیست $x = 1 \Rightarrow \begin{cases} f(1) = x + 2 = 3 \end{cases}$

۴) دامنه مشترکی نداریم: تابع است

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۳

می‌دانیم: معادله خط گذرا از دو نقطه (x_1, y_1) و (x_0, y_0) به صورت: $y - y_0 = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} (x - x_0)$ است.

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-1, -4) \Rightarrow m = \frac{-4 - (-2)}{-1 - 2} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3} \end{cases}$$



$$y - (-4) = 3(x - (-1)) \Rightarrow y + 4 = 3x + 3 \Rightarrow y = 3x - 1 \Rightarrow f(x) = 3x - 1$$

$$g(x) = |f(x)| = \begin{cases} -f(x) & f(x) < 0 \\ f(x) & f(x) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) \text{ نامنفی باشد برهم منطبق اند}$$

$$f(x) \geq 0 \Rightarrow 3x - 1 \geq 0 \Rightarrow 3x \geq 1 \Rightarrow x \geq \frac{1}{3} \Rightarrow x \in [\frac{1}{3}, +\infty)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۴

می دانیم: تابع همانی تابعی است که به هر عضو از دامنه دقیقاً همان عضو را در برد نسبت می دهد.

تابع ثابت تابعی است که به هر عضو از دامنه تنها یک عضو را در برد نسبت می دهد.

تابع همانی

تابع ثابت

$$|2g(-1)| - f(-4) = 6 + 4 = 10$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۵

می دانیم: تابع ثابت تابعی است که به هر عضو از دامنه تنها یک عضو را در برد نسبت می دهد. ($f(x) = k (k \in \mathbb{R})$)

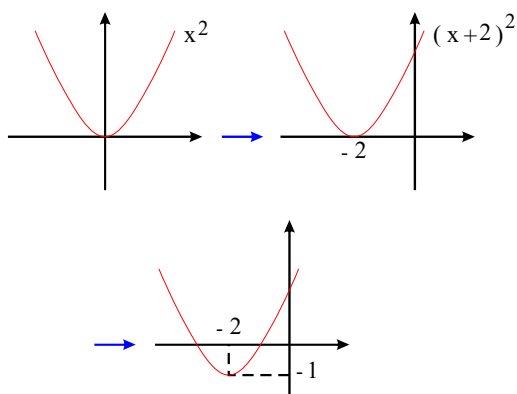
$$f(x) = (2m - 4)x - m^2 + 3$$

با توجه به تعریف، ضریب x باید صفر باشد تا تابع $f(x)$ یک تابع ثابت شود. بنابراین:

$$f(x) = -4 + 3 = -1 \Rightarrow f(m^2 - 1) = -1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۶

می دانیم:



برای رسم تابع $f(x) + k$ کافیست تابع $f(x)$ را k واحد در راستای عمود جابه جا کنیم.

اگر $k \geq 0$ بود انتقال به سمت بالا و اگر $k < 0$ بود انتقال به سمت پایین است.

برای رسم تابع $f(x + k)$ کافیست تابع $f(x)$ را k واحد در راستای افق جابه جا کنیم.

اگر $k > 0$ بود انتقال به سمت چپ و اگر $k < 0$ بود انتقال به سمت راست است.

برای رسم تابع $-f(x)$ کافیست تابع $f(x)$ را نسبت به محور x ها قرینه کنیم.

برای رسم تابع $f(-x)$ کافیست تابع $f(x)$ را نسبت به محور y ها قرینه کنیم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۷

می دانیم: تابع همانی است که به هر عضو از دامنه دقیقاً همان عضو را در برد نسبت می دهد.

تابع ثابت تابعی است که به هر عضو از دامنه تنها یک عضو را در برد نسبت می دهد. ($f(x) = k (k \in \mathbb{R})$)



$$f: f(11) = f(x) = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} m + n = 0 \\ 3m - 2n = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow b = -2$$

$$g: g(x) = x = \frac{m}{3x^2} + \frac{n}{2x} \Rightarrow mx^3 + nx^2 = 3x^3 - 2x^2 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} m = 3 \\ n = -2 \end{array} \right.$$

$$bm - na = -2 \times 3 - (-2) \times 2 = -6 + 4 = -2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۸

می‌دانیم: برای رسم تابع $f(x) + k$ کافیت تابع $f(x)$ را k واحد در راستای عمود جابه‌جا کنیم.

اگر $k \geq 0$ بود انتقال به سمت بالا و اگر $k < 0$ بود انتقال به سمت پایین است.

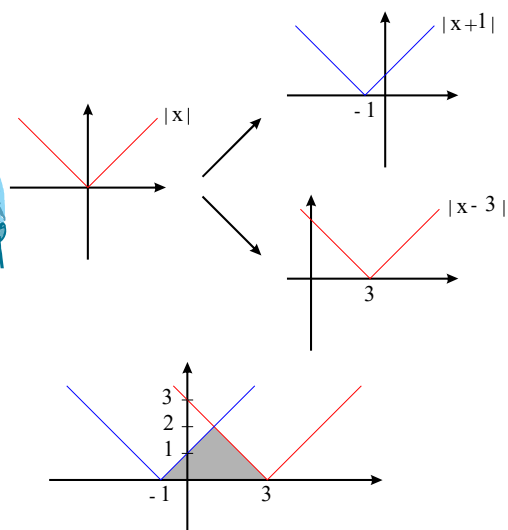
برای رسم تابع $f(x + k)$ کافیت تابع $f(x)$ را k واحد در راستای افق جابه‌جا کنیم.

اگر $k > 0$ بود انتقال به سمت چپ و اگر $k < 0$ بود انتقال به سمت راست است.

برای رسم تابع $-f(x)$ کافیت تابع $f(x)$ را نسبت به محور x ها قرینه کنیم.

برای رسم تابع $f(-x)$ کافیت تابع $f(x)$ را نسبت به محور y ها قرینه کنیم.

با رسم نمودار هر یک از توابع داریم:



برای محاسبه ارتفاع مثلث کافیت عرض نقطه تلاقی در نمودار را محاسبه کنیم:

$$-1 < x < 3 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x + 1 = -x + 3 \\ 2x = 2 \\ x = 1 \end{array} \right.$$

$$S_{\Delta} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2} = \frac{4 \times 2}{2} = 4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۹

می‌دانیم: تابع همانی تابعی است که به هر عضو از دامنه دقیقاً همان عضو را در برد نسبت می‌دهد.

تابع ثابت تابعی است که به هر عضو از دامنه تنها یک عضو را در برد نسبت می‌دهد. $(f(x) = k(k \in \mathbb{R}))$

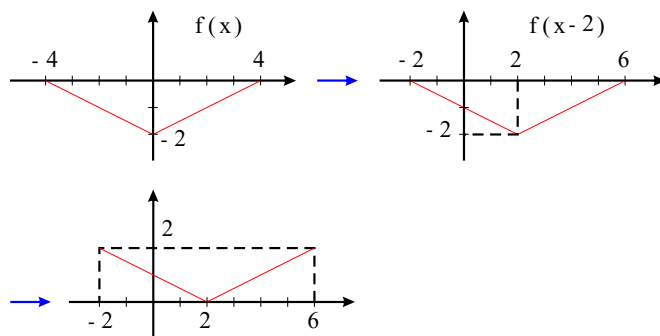
$$\left. \begin{array}{l} \text{تابع همانی} \\ \text{تابع ثابت} \end{array} \right\} g: g(5) = g(7) = 3 \Rightarrow -2g(7) = -6 \Rightarrow -2g(f(7)) = -6$$



$$4f(g(-2)) - 2g(g(7)) = 12 - 6 = 6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۰

می‌دانیم:



برای رسم تابع $f(x+k)$ کافیست نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در راستای افق جابه‌جا کنیم.

اگر $k > 0$ بود انتقال در جهت منفی و اگر $k < 0$ بود انتقال در جهت مثبت است.

برای رسم تابع $f(x) + k$ کافیست نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در راستای قائم جابه‌جا کنیم.

اگر $k > 0$ بود انتقال در جهت مثبت و اگر $k < 0$ بود انتقال در جهت منفی است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۱

می‌دانیم:

تابع ثابت تابعی است با برد یک عضوی که اگر آن را x فرض می‌کنیم، ضابطه آن به صورت $f(x) = x$ است.

باتوجه به B که ۳ عضو دارد ۳ تابع ثابت می‌توانیم تعریف کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = 3 \end{array} \right.$$

مجموعه همه مؤلفه‌های اول تابع (مقادیر x) را دامنه می‌گوییم.
مجموعه همه مؤلفه‌های اول تابع (مقادیر y) را برد می‌گوییم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۲

می‌دانیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} D_f = A = [-2, 4] \\ R_f = B = [-3, 2] \end{array} \right. \Rightarrow A \cap B = [-2, 2]$$

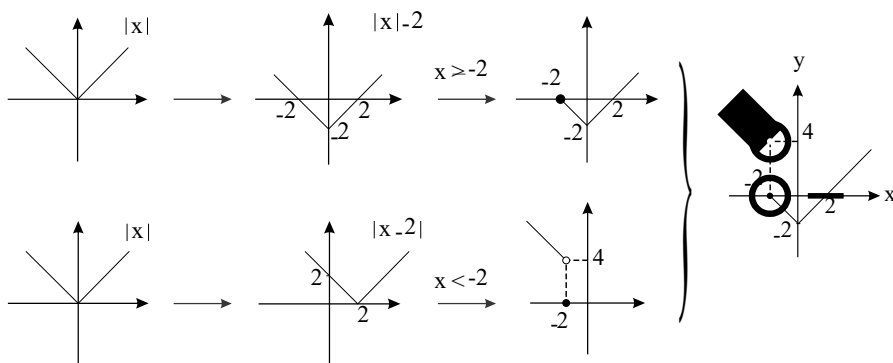
اعداد صحیح بازه $A \cap B$: $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$: پنج تا

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۳

می‌دانیم:

برای رسم نمودار $y = f(x) + k$ کافیست نمودار $y = f(x)$ را k واحد در راستای قائم انتقال دهیم که اگر $k > 0$ بود انتقال در جهت مثبت و اگر $k < 0$ بود انتقال در جهت منفی است.

برای رسم نمودار $y = f(x+k)$ کافیست نمودار $y = f(x)$ را k واحد در راستای افق انتقال دهیم که اگر $k > 0$ برد انتقال در جهت منفی و اگر $k < 0$ برد انتقال در جهت مثبت است.





۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۴

رابطه‌ای تابع است که هیچ دو زوج مرتبی مولفه‌های اولشان باهم یکسان نباشد
(مگر اینکه مولفه‌های دومشان نیز یکسان باشد) (تکرار باشند)

می‌دانیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Rightarrow b = -1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (5, -1) \\ (5, 3) \end{array} \right. \Rightarrow a^2 - 1 = 3 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$$

$$a = 2 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (2, 3) \end{array} \right. \text{ غ ق ق} \Rightarrow a = -2$$

$$\frac{f(5)}{f(5)} = \frac{3 + (-1)}{3} = \frac{2}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۵

$$D_f = [2, 4] \Rightarrow 2 \leq x \leq 4 \Rightarrow 2a \leq ax \leq 4a \Rightarrow 2a + b \leq ax + b \leq 4a + b$$

$$R_f = [-5, 3] = [2a + b, 4a + b] \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (I) \\ -2a = -8 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow b = -13 \Rightarrow a + b = -9 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (II) \\ -2a = 8 \Rightarrow a = -4 \Rightarrow b = 11 \Rightarrow a + b = 7 \end{array} \right.$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۶ می‌دانیم:

به مجموعه مؤلفه‌های اول زوج مرتب‌های تشکیل دهنده تابع، دامنه می‌گویند.
به مجموعه مؤلفه‌های دوم زوج مرتب‌های تشکیل دهنده تابع، برد می‌گویند.
یک رابطه زمانی تابع است که مؤلفه‌های اول زوج مرتب‌های تشکیل دهنده آن یکسان نباشند یا اگر یکسان بودند،
(مؤلفه‌های دومشان نیز باهم برابر باشند). (تکراری باشند)

$$\left\{ \begin{array}{l} (1, m^2 + m) \end{array} \right. \Rightarrow m^2 + m = 2 \Rightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Rightarrow (m + 2)(m - 1) = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} m = 1 \end{array} \right.$$

تابع نیست.

$$m = -2 \rightarrow f = \{(1, 2), (6, 5), (0, -4), (1, 2)\} \Rightarrow R_f = \{2, -4, 5\}$$

$$\text{مجموع اعضای برد: } 2 - 4 + 5 = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۷ گزینه ۱) هر عدد، دو ریشه دوم قرینه یکدیگر دارد: تابع نیست.

گزینه ۲) هر کلاس، می‌تواند بیش از یک دانش آموز داشته باشد: تابع نیست.

گزینه ۳) هر دانش آموز، می‌تواند بیش از یک دوست داشته باشد: تابع نیست.

گزینه ۴) هر عدد، تنها یک ریشه سوم دارد: تابع است.



$$(0, x + \frac{y}{2}) = (x^2 + y - 5, 3)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 = x^2 + y - 5 & (I) \\ x + \frac{y}{2} = 3 \Rightarrow x - 3 = -\frac{y}{2} \Rightarrow 2x - 6 = -y \Rightarrow -2x + 6 = y & (II) \end{cases}$$

با جایگذاری (II) در (I) داریم:

$$x^2 - 2x + 6 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x - 1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$y = -2x + 6 \xrightarrow{x=1} y = -2 + 6 = 4$$

$$x + y = 1 + 4 = 5$$

$$x^2 = x + 6 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

$$x = 3 : \begin{cases} 2x^2 - 6 = 2(9) - 6 = 18 - 6 = 12 \Rightarrow a = b \text{ (غ ق ق)} \\ 4x = 12 \end{cases}$$

$$x = -2 : \begin{cases} 4x = -8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (5, 4m - 1) \end{cases} \Rightarrow 2m = 4m - 1 \Rightarrow 2m = 1 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

$$\{(5, 1), (5, n^2 - \frac{3n}{2}), (2n + 1, n^2)\}$$

$$\text{طبق تعریف تابع: } \begin{cases} (5, n^2 - \frac{3n}{2}) \\ (5, 1) \end{cases} \Rightarrow n^2 - \frac{3n}{2} = 1 \Rightarrow n^2 - \frac{3}{2}n - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (n - 2)(n + \frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$n = 2 \Rightarrow \{(5, 1), (5, 4)\} \Rightarrow \text{تابع نیست.}$$



$$n = -\frac{1}{2} \Rightarrow \left\{ (5, 1), \left(0, \frac{1}{4}\right) \right\} \Rightarrow 2 \text{ زوج مرتب دارد.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۱

باتوجه به شرط تابع بودن نمودار پیکانی داریم:

$$\begin{cases} (m^2, 1) \\ (m^2, m^2) \end{cases} \Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$$

$$\begin{cases} (2m,) \\ (2m, m-2) \end{cases} \Rightarrow m^2 = m - 2 \Rightarrow m^2 - m + 2 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 1 - 4(2) = -7 < 0 \text{ معادله ریشه حقیقی ندارد.}$$

از آن جایی که اشتراک جواب‌های دو معادله تهی است؛ بنابراین پاسخ گزینه «۱» است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۲ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱) تابع است: هر شخص، تنها یک شماره ملی دارد.

گزینه ۲) تابع نیست: هر درخت، بیش از یک برگ دارد.

گزینه ۳) تابع است: هر شهر، تنها یک جمعیت دارد.

گزینه ۴) تابع است: هر شخص، تنها یک طول قد دارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۳ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱) تابع نیست: از عضو ۲ بیش از یک پیکان خارج شده است.

گزینه ۲) تابع نیست: از عضو ۳ پیکانی خارج نشده است.

گزینه ۳) تابع نیست: از عضو a بیش از یک پیکان خارج شده است.

گزینه ۴) تابع است: از هر عضو تنها یک پیکان خارج شده است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۴

از آن جایی که f فقط شامل دو زوج مرتب متمایز است؛ داریم:

$$\begin{cases} a^2 - 1 = -2 \Rightarrow a^2 = -1 \text{ (غ.ق.ق.)} \\ \text{یا} \\ a^2 - 1 = 8 \Rightarrow a^2 = 9 \end{cases}$$

چون f یک تابع است؛ در نتیجه:

$$a^2 = 9 : \begin{cases} (\\ (8, 2b-4) \end{cases} \Rightarrow b = 2b - 4 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow b^2 = 16$$

$$a^2 + b^2 = 9 + 16 = 25$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۵

باتوجه به تعریف تابع داریم:

$$\begin{cases} \Rightarrow a - 4 = 1 \Rightarrow a = 5 \end{cases}$$

$$a = 5 : \begin{cases} (2, 4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (2, 4) \end{cases} \Rightarrow 5 - b = 4 \Rightarrow b = 1$$



$$a + b = 5 + 1 = 6$$

۲۱۶ بررسی گزینه‌ها: ۱ ۲ ۳ ۴

(۱) تابع است: هر فرد تنها یک وزن دارد.

(۲) تابع نیست: هر عدد مثبت، دو ریشهٔ چهارم قرینهٔ یکدیگر دارد.

(۳) تابع نیست: هر مدرسه، بیش از یک دانش‌آموز دارد.

(۴) تابع نیست: هر دانش‌آموز، بیش از یک معلم دارد.

۲۱۷ می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ در نمایش نموداری، رابطه‌ای تابع است که از هر عضو مجموعهٔ اول، تنها یک پیکان خارج شود.

۲۱۸ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\left\{ \begin{array}{l} \Rightarrow a + b = c + 2 \Rightarrow b - c = 2 - a \\ (1, b + 2) \Rightarrow 3 + c = b + 2 \Rightarrow b - c = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 2 - a = 1 \Rightarrow a = 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Rightarrow b = 3 \rightarrow b - c = 1 \Rightarrow c = 2 \end{array} \right.$$

۲۱۹ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\left\{ \begin{array}{l} (1, 2a + 1) \Rightarrow 2a + 1 = 3b \Rightarrow 2a - 3b + 1 = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (3, 4) \\ (3, 2a + 3b - 1) \end{array} \right. \Rightarrow 2a + 3b - 1 = 4 \Rightarrow 2a + 3b - 5 = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} - \\ - \end{array} \right.$$

۲۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\left\{ \begin{array}{l} (2, b - 4) \Rightarrow 2 - 2b = b - 4 \Rightarrow 3b = 6 \Rightarrow b = 2 \end{array} \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} (2, c+1) \Rightarrow c+1 = -2 \Rightarrow c = -3 \Rightarrow -c = 3 \Rightarrow f(3) = 1 - c = 1 + 3 = 4 \end{array} \right.$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۱

$$\left\{ \begin{array}{l} \Rightarrow a = -1 \Rightarrow f(a) = f(-1) = 7 \\ f(4) = 0 \Rightarrow b = 0 \Rightarrow f(b) = f(0) = -1 \end{array} \right. \Rightarrow f(a) + f(b) = 7 - 1 = 6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۲

$$-2 \leq x \leq 5 \Rightarrow -5 \leq -x \leq 2 \Rightarrow -15 \leq -3x \leq 6 \Rightarrow -13 \leq -3x + 2 \leq 8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۳ بررسی سایر گزینه‌ها:

الف) تابع است: هر فرد تنها یک گروه خونی دارد.

ب) تابع نیست: هر دانش آموز می‌تواند بیش از یک دوست داشته باشد.

پ) تابع نیست: هر عدد مثبت، دو ریشه دوم قرینه یکدیگر دارد.

ت) تابع است: هر عدد تنها یک ریشه سوم دارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۴

$$D_f = [-3, -1] \cup [0, 6]$$

$$R_f = [-4, 1]$$

$$D_f \cup R_f = [-4, 6] \xrightarrow{\text{اعداد صحیح نامثبت}} \{-4, -3, -2, -1, 0\}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۵ می‌دانیم:

نمودار یک رابطه زمانی نمایانگر یک تابع است که خطوط موازی محور y ها را حداکثر در یک نقطه قطع کند.
در نمایش پیکانی، یک رابطه زمانی تابع است که از هر مؤلفه مجموعه اول، تنها یک پیکان خارج شود.

بررسی گزینه‌ها:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{الف) تابع نیست: } (\sqrt[3]{8}, \sqrt[3]{9}) \end{array} \right.$$

ب) تابع نیست: از عضو ۳، پیکانی خارج نشده است.

پ) تابع نیست: از عضو ۱، بیش از یک پیکان خارج شده است.

ت) تابع نیست: خطوط موازی محور y ها، نمودار را در بیش از یک نقطه قطع می‌کند.



$$\left\{ (3, a^2 + a) \Rightarrow a^2 + a = 2 \Rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow (a + 2)(a - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \end{cases} \right.$$

$$a = -2 : \{(3, 2), (4, 3), (1, 4), (-2, b^2), (3, 6), (-2, 0)\} \rightarrow \{(-2, b^2) \Rightarrow b^2 = 0 \Rightarrow b = 0\}$$

$$a = 1 : \{(3, 2), (4, 3), (1, 4), (1, b^2), (3, 2), (-2, 0)\} \rightarrow \{(1, b^2) \rightarrow b^2 = 4 \Rightarrow b = \pm 2\}$$

$$a + b : \begin{cases} a = 1, & b = -2 \Rightarrow \end{cases}$$

۲۲۷ می‌دانیم: رابطه‌ای تابع است که به ازای هر x ، تنها یک y داشته باشیم.

بررسی گزینه‌ها:

$$۱) |x| + |y| = 5 \Rightarrow |y| = 5 - |x| \Rightarrow y = \begin{cases} 5 + x \\ 5 - x \end{cases} \text{ تابع نیست.}$$

$$۲) x = 2(y + 1)^3 \Rightarrow (y + 1)^3 = \frac{x}{2} \Rightarrow y + 1 = \sqrt[3]{\frac{x}{2}} \Rightarrow y = \sqrt[3]{\frac{x}{2}} - 1 \text{ تابع است.}$$

$$۳) \frac{(x-1)^2}{4} + y^2 = 4 \Rightarrow y^2 = 4 - \frac{(x-1)^2}{4} \Rightarrow y = \pm \sqrt{4 - \frac{(x-1)^2}{4}} \text{ تابع نیست.}$$

$$۴) |xy| = 4 \Rightarrow |x||y| = 4 \Rightarrow |y| = \frac{4}{|x|} \Rightarrow y = \pm \frac{4}{x} \text{ تابع نیست.}$$

۲۲۸ می‌دانیم: رابطه‌ای تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی در آن مؤلفه اول یکسان نداشته باشند.

رابطه R را به صورت زیر با زوج‌های مرتب آن نمایش می‌دهیم:

$$\{(1, 2), (2, 1), (3, 4), (4, 3), (5, 6), (6, 5), (7, 8), (8, 7)\}$$

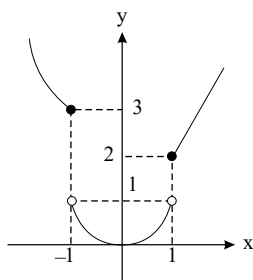
زوج‌های مرتب مشخص شده را حذف می‌کنیم تا R یک تابع شود؛ یعنی حداقل ۷ زوج مرتب.

۲۲۹ بهترین روش تعیین برد این تابع، رسم نمودار آن است. به این صورت که ابتدا نمودار $y_1 = x^2 + 2$ را با شرط

$x \leq -1$ ، سپس نمودار $y_2 = x^2$ را با شرط $-1 < x < 1$ و در مرحله آخر نمودار تابع $y_3 = x + 1$ را با شرط $x \geq 1$ رسم می‌کنیم تا

نمودار تابع اصلی به صورت زیر رسم گردد.

تصویر نمودار بر روی محور y ‌ها، برد تابع را نتیجه می‌دهد.



$$\Rightarrow \text{برد تابع} = [0, 1) \cup [2, +\infty)$$

۲۳۰ می‌دانیم: تابع همانی به فرم $f(x) = x$ است.

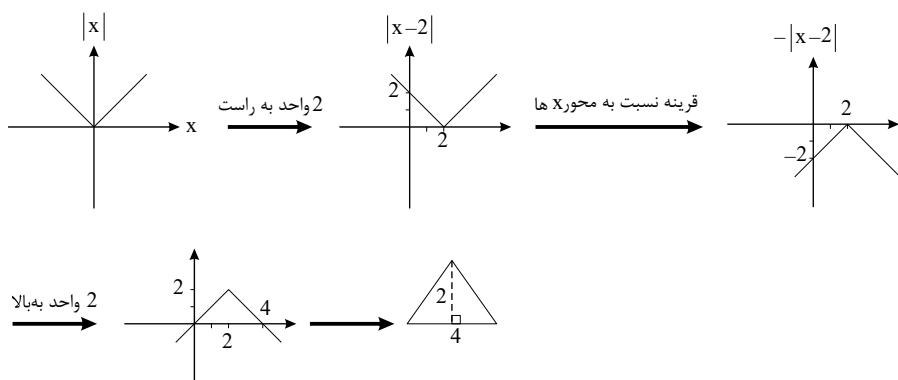
در تابع همانی، ورودی و خروجی باهم برابرند.

$$\left. \begin{array}{l} a=2 \\ c=a-1 \rightarrow c=1 \end{array} \right\} \Rightarrow 2x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 8 = 8 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{-4 + \sqrt{8}}{2} \\ x_2 = \frac{-4 - \sqrt{8}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow |x_1 - x_2| = \left| \frac{-4 + \sqrt{8}}{2} - \frac{-4 - \sqrt{8}}{2} \right|$$

$$= \left| \frac{2\sqrt{8}}{2} \right| = \left| \frac{2 \times 2\sqrt{2}}{2} \right| = \sqrt{2}$$

۲۳۱ با $y = |x|$ شروع می‌کنیم:



$$S = \frac{4 \times 2}{2} = 4$$

سطح محدود به نمودار و محور طول‌ها برابر است با:

۲۳۲ برعکس مراحل مذکور را روی $y = -x^2$ انجام می‌دهیم تا تابع اولیه به دست آید:

۳ واحد رو به پایین

۲ واحد به راست

$$\rightarrow y = -x^2 - 3 \rightarrow y = -(x - 2)^2 - 3 = -(x^2 - 4x + 4) - 3$$



$$\Rightarrow y = -x^2 + 4x - 7$$

ضابطه هر تابع خطی به فرم $f(x) = ax + b$ است.

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۳

$$\left. \begin{array}{l} f(1) - f(0) = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow a + b - b = 3 \Rightarrow a = 3$$

فرض :

$$\text{حکم : } f(-1) - f(1) = (-a + b) - (a + b) = -2a = -2 \times 3 = -6$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۴

$$\left. \begin{array}{l} (5, m^2) \end{array} \right\} \Rightarrow 2m + 1 = m^2 \Rightarrow m^2 - 2m - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 4 + 4 = 8$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} m = \frac{2 + 2\sqrt{2}}{2} = 1 + \sqrt{2} \Rightarrow \{(5, 3 + 2\sqrt{2}), (1, 7), (1, 2), (0, 5 + 5\sqrt{2})\} \text{ تابع نیست.} \\ m = \frac{2 - 2\sqrt{2}}{2} = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow \{(5, 3 - 2\sqrt{2}), (1, 7), (1 - 2\sqrt{2}, 2), (0, 5 - 5\sqrt{2})\} \text{ تابع است.} \end{array} \right.$$

۳، اتفاق افتاده است. $ab > 0$ یعنی a و b هم علامت هستند؛ یعنی باید شیب و عرض از مبدأ خط هم علامت باشند. این شرایط در گزینه ۳ اتفاق افتاده است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۵

ابتدا معادله سهمی را به صورت قابل انتقال تبدیل می‌کنیم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۶

$$y = -x^2 + 6x = -(x^2 - 6x) = -(x^2 - 6x + 9) + 9 = -(x - 3)^2 + 9$$

حال برعکس کارهای مورداشاره در مسئله را انجام می‌دهیم:

یک واحد به سمت بالا

$$\rightarrow y = -(x - 3)^2 + 9 + 1 = -(x - 3)^2 + 10$$

دو واحد به سمت چپ

$$\rightarrow y = -(x - 3 + 2)^2 + 10 = -(x - 1)^2 + 10 = -x^2 + 2x + 9$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۷

$$\text{دامنه} = (-2, 2) \Rightarrow -2 < x < 2$$

حال تابع $f(x)$ را روی این دامنه می‌سازیم:

$$\xrightarrow{-2} -4 < x - 2 < 0 \xrightarrow{\div 3} \frac{-4}{3} < \frac{x - 2}{3} < 0 \xrightarrow{+1} -\frac{1}{3} < \frac{x - 2}{3} + 1 < 1$$

$$\xrightarrow{\text{قدرمطلق}} 0 \leq \left| \frac{x - 2}{3} + 1 \right| < 1 \xrightarrow{-1} -1 \leq \left| \frac{x - 2}{3} + 1 \right| - 1 < 0 \Rightarrow -1 \leq f(x) < 0$$

و این همان برد تابع است:



$$R_f = [-1, 0) = [a, b) \Rightarrow b - a = 0 - (-1) = 1$$

تابع $f(x)$ یک خط با شیب منفی است؛ پس برد آن با دامنه $[-2, 5]$ برابر است با:

$$R_f = [f(5), f(-2))$$

$$\left. \begin{aligned} f(5) &= -2 \times 5 + 3 = -7 \\ f(-2) &= -2 \times (-2) + 3 = 7 \end{aligned} \right\} \Rightarrow R_f = [-7, 7)$$

$g(x)$ نیز خطی با شیب منفی است و با برد $[2, 14]$ داریم:

$$g(x) = -x + 4$$

$$\left. \begin{aligned} g(x) = 2 &\Rightarrow -x + 4 = 2 \Rightarrow x = 2 \\ g(x) = 14 &\Rightarrow -x + 4 = 14 \Rightarrow x = -10 \end{aligned} \right\} \Rightarrow D_g = [-10, 2)$$

تنها عدد طبیعی موجود در این بازه ۱ است. $R_f \cap D_g = [-7, 2)$ حکم:

اگر $f(x)$ و $g(x)$ بخواهند تابع باشند باید $f(2)$ از هر دو ضابطه f مقداری یکسان داشته باشد و $g(2)$ نیز از

ضابطه اول و دوم g یکسان به دست آید:

$$f(2) = 2 + k = 2^2 + 1 \Rightarrow 2 + k = 5 \Rightarrow k = 3$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} x + 3 \\ x^2 + 1 & x \leq 2 \end{cases}$$

$$g(2) = 2 + 4a = 2a \Rightarrow 2a = -2 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow g(x) = \begin{cases} 3x - 1 & x > 2 \end{cases}$$

$$f(-1) + g(3) = ((-1)^2 + 1) + (3 \times 3 - 1) = 2 + 8 = 10.$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴۰

روی $f(3)$ که در فرض مسئله معلوم است کار می کنیم؛ تلاش می کنیم که بفهمیم $f(\frac{\quad}{x})$ چگونه به $f(3)$ تبدیل می شود:

$$\frac{\quad}{x} = 3 \Rightarrow x - 1 = 3x \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

این را در فرض قرار می دهیم:

$$f(3) + f(3) = 5 \times (-\frac{1}{2}) + 4 \Rightarrow 2f(3) = \frac{3}{2} \Rightarrow f(3) = \frac{3}{4}$$

و بازهم در فرض جایگزین می کنیم:

$$f(\frac{\quad}{x}) + \frac{3}{4} = 5x + 4 \Rightarrow f(\frac{\quad}{x}) = 5x + \frac{13}{4}$$

و برای محاسبه $f(9)$:

$$\frac{\quad}{x} = 9 \Rightarrow x - 1 = 9x \Rightarrow 8x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{8}$$

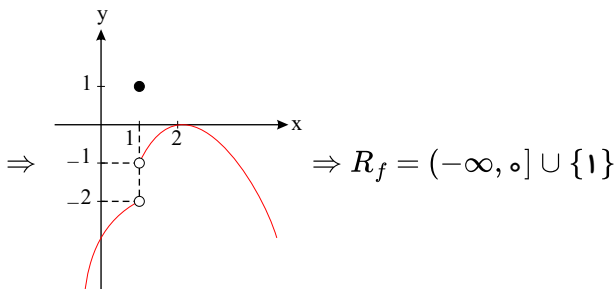


$$\Rightarrow f(9) = 5 \times \left(-\frac{1}{8}\right) + \frac{13}{4} = -\frac{5}{8} + \frac{13}{4} = \frac{21}{8}$$

۲۴۱) می‌دانیم: برد تابع، تصویر نمودار بر محور y ها است.

تابع را به صورت زیر بازنویسی و هر ضابطه را در دامنه‌اش رسم می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} -(x-1)^2 - 2 \\ 1 \\ -(x-2)^2 \end{cases}, x > 1$$

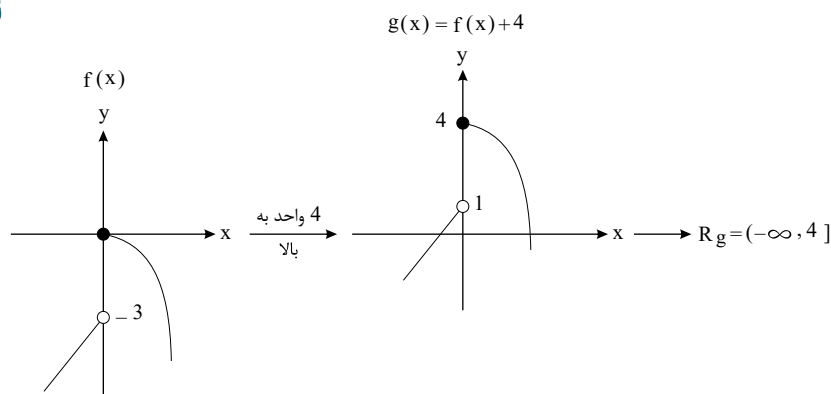


۲۴۲) همه گزینه‌ها صحیح هستند، به جز گزینه «۲» که تابعی قدرمطلق است و انتظار داریم برد آن فقط شامل مقادیر

مثبت باشد؛ اما بازه $(-\frac{1}{3}, +\infty)$ مقادیر منفی را نیز در خود دارد؛ پس نادرست است.

۲۴۳) می‌دانیم: برد تابع $f(x)$ عبارت است از: تصویر نمودار آن بر محور y ها.

تابع $f(x)$ را رسم می‌کنیم:



۲۴۴) ۱ ۲ ۳ ۴

$$y = (5-x)^2 \xrightarrow{x \rightarrow x+2} y = (5-(x+2))^2 = (3-x)^2 \xrightarrow{4 \text{ واحد به بالا}} y = (3-x)^2 + 4$$

حال، نمودار جدید را با نمودار اصلی تلاقی می‌دهیم:

$$(3-x)^2 + 4 = (5-x)^2 \Rightarrow 9 - 6x + x^2 + 4 = 25 - 10x + x^2 \Rightarrow 4x = 12 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow y = 4$$

اگر $f(x)$ تابعی همانی باشد، ضابطه آن به صورت $f(x) = x$ است.
اگر $g(x)$ تابعی خطی باشد، ضابطه آن به صورت $g(x) = ax + b$ است.

۲۴۵) ۱ ۲ ۳ ۴ می‌دانیم:

$$f(x) = x \Rightarrow \begin{cases} f(2) = 2 \end{cases}$$



$$g(x) = ax + b \Rightarrow \begin{cases} g(2) = 2a + b \end{cases}$$

$$\text{فرض: } \begin{cases} g(2) - g(0) = 2f(2) \Rightarrow \begin{cases} 2a + b - b = 2 \times 2 \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{تلاقی: } \begin{cases} g(x) = 2x - 3 \Rightarrow \begin{cases} y = x \\ \dots \end{cases} \xrightarrow{y=x} x = 2x - 3 \Rightarrow x = 3 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴۶

می دانیم: تابع درجه دو به فرم $y = ax^2 + bx + c$ و نمودار آن یک سهمی است.

$$\begin{aligned} (2, 4) \in f &\Rightarrow 9a + 3b - 5 = 4 \\ (4, 3) \in f &\Rightarrow 16a + 4b - 5 = 3 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} 9a + 3b = 9 \\ 16a + 4b = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = -x^2 + 6x - 5 \Rightarrow f(x) = -(x^2 - 6x) - 5$$

$$\Rightarrow f(x) = -(x^2 - 6x + 9) - 5 + 9 = -(x - 3)^2 + 4$$

$$\Rightarrow R_f = (-\infty, 4]$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴۷

$$x = 1 \Rightarrow f(1) + f(1) = \frac{1+1}{2} \Rightarrow 2f(1) = 1 \Rightarrow f(1) = \frac{1}{2}$$

$$x = 3 \Rightarrow f(3) + f(1) = \frac{2 \times 3^2 + 3}{3} \Rightarrow f(3) = \frac{21}{3} - \frac{1}{2} = 7 - 0.5 = 6.5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴۸

$$h(x) = 3x + 2 \Rightarrow \begin{cases} h(2) = 2 \times 2 + 2 = 6 \\ h(4) = 3 \times 4 + 2 = 14 \end{cases} \Rightarrow h(4) \neq 2h(2)$$

بقیه گزینه ها صحیح هستند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴۹

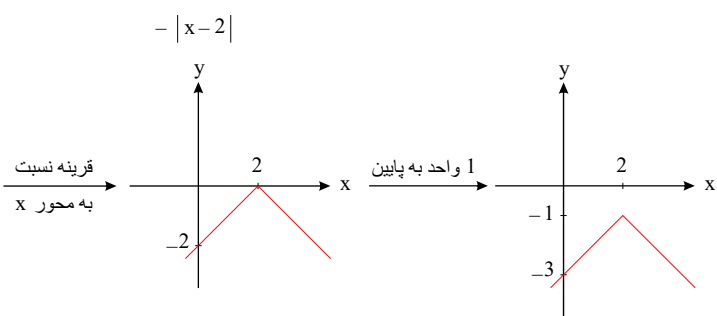
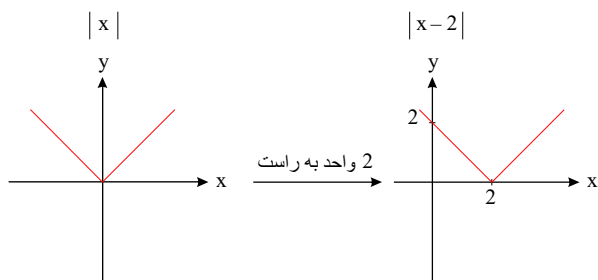
می دانیم: $|u| = |-u|$

تابع را به صورت زیر، ساده می نویسیم:

$$y = -|(x - 2)| - 1$$

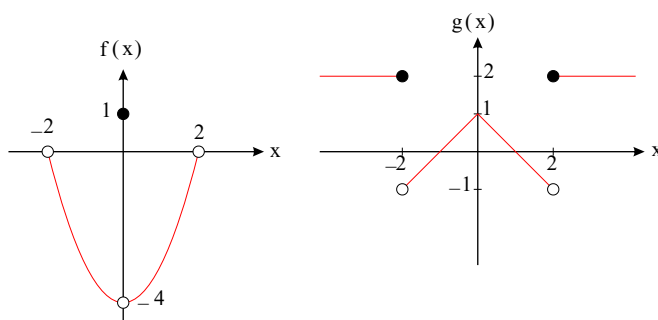
$$\Rightarrow y = -|x - 2| - 1$$

حال از تابع $y = |x|$ شروع می‌کنیم:

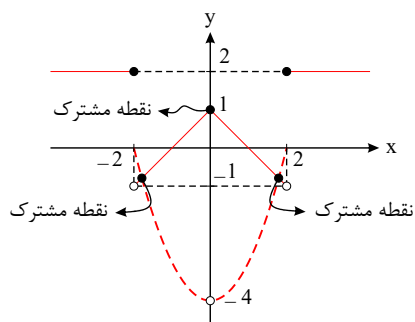


۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵۰

نمودار دو تابع را رسم می‌کنیم:



دو نمودار را در یک شکل نشان می‌دهیم، داریم:



این دو نمودار در سه نقطه متقاطع‌اند.



پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴

۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴

۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴
۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴

۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۱۹	۱	۲	۳	۴
۱۲۰	۱	۲	۳	۴
۱۲۱	۱	۲	۳	۴
۱۲۲	۱	۲	۳	۴
۱۲۳	۱	۲	۳	۴
۱۲۴	۱	۲	۳	۴
۱۲۵	۱	۲	۳	۴
۱۲۶	۱	۲	۳	۴
۱۲۷	۱	۲	۳	۴
۱۲۸	۱	۲	۳	۴
۱۲۹	۱	۲	۳	۴
۱۳۰	۱	۲	۳	۴
۱۳۱	۱	۲	۳	۴
۱۳۲	۱	۲	۳	۴
۱۳۳	۱	۲	۳	۴
۱۳۴	۱	۲	۳	۴
۱۳۵	۱	۲	۳	۴
۱۳۶	۱	۲	۳	۴
۱۳۷	۱	۲	۳	۴
۱۳۸	۱	۲	۳	۴
۱۳۹	۱	۲	۳	۴
۱۴۰	۱	۲	۳	۴



۱۴۱ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۴۲ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۴۳ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۴۴ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۴۵ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۴۶ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۴۷ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۴۸ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۴۹ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۵۰ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۵۱ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۵۲ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۵۳ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۵۴ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۵۵ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۵۶ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۵۷ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۵۸ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۵۹ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۶۰ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۶۱ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۶۲ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۶۳ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۶۴ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۶۵ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۶۶ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۶۷ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۶۸ ۱ ۲ ۳ ۴

۱۶۹ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۷۰ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۷۱ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۷۲ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۷۳ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۷۴ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۷۵ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۷۶ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۷۷ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۷۸ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۷۹ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۸۰ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۸۱ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۸۲ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۸۳ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۸۴ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۸۵ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۸۶ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۸۷ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۸۸ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۸۹ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۹۰ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۹۱ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۹۲ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۹۳ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۹۴ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۹۵ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۹۶ ۱ ۲ ۳ ۴

۱۹۷ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۹۸ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۱۹۹ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۰۰ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۰۱ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۰۲ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۰۳ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۰۴ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۰۵ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۰۶ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۰۷ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۰۸ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۰۹ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۱۰ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۱۱ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۱۲ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۱۳ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۱۴ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۱۵ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۱۶ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۱۷ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۱۸ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۱۹ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۲۱ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۲۲ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۲۳ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۲۴ ۱ ۲ ۳ ۴

۲۲۵ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۲۶ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۲۷ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۲۸ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۲۹ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۳۰ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۳۱ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۳۲ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۳۳ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۳۴ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۳۵ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۳۶ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۳۷ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۳۸ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۳۹ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۴۰ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۴۱ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۴۲ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۴۳ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۴۴ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۴۵ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۴۶ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۴۷ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۴۸ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۴۹ ۱ ۲ ۳ ۴
 ۲۵۰ ۱ ۲ ۳ ۴