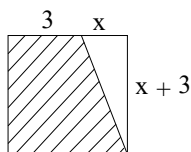


MrKonkori

۱) اگر مجموع مربعات دو عدد طبیعی متوالی ۲۵ باشد، قدر مطلق تفاضل مربعات آن‌ها کدام است؟

- ۵ (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)



۲) در مربع زیر، اگر مساحت قسمت هاشورخورده ۲۰ باشد، x کدام است؟

- ۱ (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳) به ازای چه مقادیر طبیعی از k ، ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم $kx^2 + (2k - 1)x + k - 2 = 0$ اعدادی گویا هستند؟

- ۱ (۱) $\{2, 4, 6, 8, \dots\}$ ۲ (۲) $\{3, 6, 9, 12, \dots\}$ ۳ (۳) $\{6, 12, 18, 24, \dots\}$ ۴ (۴) $\{2, 6, 12, 20, \dots\}$

۴) اندازه‌ی اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه تشکیل دنباله‌ی حسابی با قدر نسبت ۲ می‌دهند. مساحت مثلث کدام است؟

- ۲۴ (۱) ۴۸ (۲) ۳۶ (۳) ۱۲ (۴)

۵) یکی از جواب‌های معادله‌ی $(m - 1)x^2 - 7x + 2m = 0$ برابر $x = 2$ است. جواب دیگر معادله کدام است؟

- ۳ (۱) $\frac{3}{2}$ ۳ (۲) $\frac{7}{2}$ ۱ (۴) ۱

۶) اگر معادله‌ی محور تقارن سهمی به معادله‌ی $y = -2x^2 + ax + b$ به صورت $x = 1$ باشد و نمودار سهمی از نقطه‌ی $(1, -1)$ بگذرد، حاصل $a - b$ کدام است؟

- ۱ (۱) -7 ۱ (۲) -1 ۷ (۳) ۱ (۴)

۷) اگر $x = 2$ یکی از جواب‌های معادله $mx^2 - 3x - 2m = 0$ باشد. جواب دیگر و m به ترتیب از راست به چپ کدامند؟

- ۱ (۱) -1 و ۳ ۲ (۲) صفر و ۱ ۳ (۳) ۱ و صفر ۴ (۴) ۲ و ۲

۸) اگر x_1, x_2 جواب‌های معادله $x^2 + x - 6 = 0$ باشند و $|x_1| > |x_2|$ آنگاه $\frac{x_1^2}{x_2 + 1}$ کدام است؟

- ۳ (۱) -3 ۲ (۲) -2 ۲ (۳) -2 ۴ (۴)

۹) به ازای چه مقادیری از m معادله $2x^2 - mx - m = 0$ جواب حقیقی نخواهد داشت؟

- ۱ (۱) $m > 0$ ۲ (۲) $m > 8$ ۳ (۳) $-8 < m < 0$ ۴ (۴) $0 < m < 8$

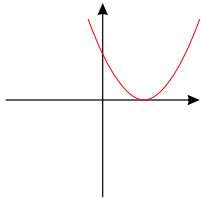


۱۰ مجموع مربعات سه عدد متوالی برابر با دو است، مجموع آن سه عدد کدام است؟

- ۱) -۱ ۲) صفر ۳) ۱ ۴) ۲

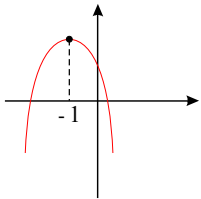
۱۱ اگر اضلاع قائمه مثلثی $2x$ و x باشند و مجموع محیط و مساحت آن $10 + 2\sqrt{5}$ باشد، آنگاه x کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴



۱۲ کدام گزینه، می تواند معادله ی سهمی روبه رو باشد؟

- ۱) $y = 2x^2 + 4x - 7$ ۲) $y = x^2 + 3x - 2$
۳) $y = 3x^2 - 4x + 8$ ۴) $y = x^2 - 8x + 16$



۱۳ در سهمی روبرو مقدار کدام عبارت برابر با صفر است؟

- ۱) $2a$ ۲) b
۳) c ۴) $2a - b$

۱۴ اگر $(1, 0)$ و $(2, 4)$ و $(3, 14)$ سه نقطه از سهمی $y = ax^2 + bx + c$ باشند، آنگاه $\frac{a+b}{c}$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) -۱ ۳) صفر ۴) ۲

۱۵ زمین مستطیلی شکلی که از یک طرف به رودخانه محدود است را با طنابی به طول ۸۸ متر محصور کرده ایم. حداکثر مساحت این زمین کدام است؟

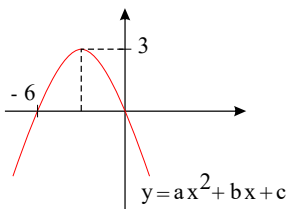
- ۱) ۹۵۸ ۲) ۹۶۸ ۳) ۹۷۸ ۴) ۹۸۸

۱۶ به ازای کدام مقدار a ، عرض نقطه ی min نمودار سهمی $y = ax^2 - 2\sqrt{2}x + a$ بر روی خط $y = 1$ واقع است؟

- ۱) -۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۱ ۴) ۲

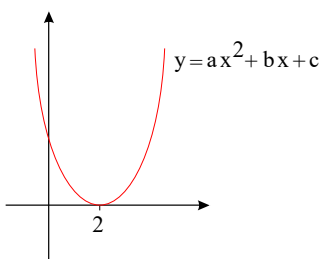
۱۷ اگر نقطه ی رأس $y = (k+3)x^2 - 4x + k$ روی محور x ها باشد، مقدار k کدام است؟

- ۱) -۴ یا -۱ ۲) -۴ یا ۱ ۳) ۴ یا -۱ ۴) ۴ یا ۱



۱۸ باتوجه به سهمی روبرو، حاصل عبارت $\frac{-\sqrt{b^2}}{a}$ کدام است؟

- ۱) -۱ ۲) ۲ ۳) -۴ ۴) ۶



۱۹ با توجه به سهمی روبرو، کدام یک از گزینه های زیر درست است؟

- ۱) $b = 4a$ ۲) $c = -4a$
۳) $b = -c$ ۴) $b = c$



۲۰) رأس سهمی به معادله $y = -x^2 + ax + 5$ بر روی خط به معادله $x = 2$ قرار دارد. این سهمی از کدام نقطه می‌گذرد؟

- ۱) $(-1, 4)$ ۲) $(-1, 5)$ ۳) $(1, 8)$ ۴) $(1, 9)$

۲۱) تعداد جفت‌های مرتب و متمایز (x, y) از عددهای طبیعی که در معادله $x^4 y^4 - 10x^2 y^2 + 9 = 0$ صدق می‌کند کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۲) مجموعه‌ی همه‌ی مقادیر x که به ازای آنها عبارت $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 1}$ مثبت شود، کدام است؟

- ۱) $x > 2$ یا $x < -2$ یا $-1 < x < 1$ ۲) $x > 2$ یا $x < -2$ ۳) $x > 1$ یا $x < -2$ ۴) $x > 1$ یا $x < -1$

۲۳) اگر جدول تعیین علامت عبارت $y = (2a + b)x - 6a - 3b$ مطابق به شکل زیر باشد، آنگاه کدام عبارت صحیح است؟

x	a
y	- 0 +

- ۱) $a = 3, b > -6$ ۲) $a = -3, b > -6$ ۳) $a = 3, b < -6$ ۴) $a = -3, b < -6$

۲۴) x در کدام یک از فاصله‌های زیر تغییر کند تا کسر $\frac{(x^2 + 1)(1 - x)}{x + 1}$ همواره منفی باشد؟

- ۱) $(-1, 1)$ ۲) $(-1, +\infty)$ ۳) $(-\infty, 1)$ ۴) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

۲۵) کدام گزینه نمایش صحیحی از تعیین علامت عبارت $y = 3x^2 - 2x + 1$ است؟

- ۱)

x	-2	3
y	+ 0 -	0 +

 ۲)

x	1	-2/3
y	+ 0 -	0 +

 ۳)

x	
y	+

 ۴)

x	
y	-

۲۶) مجموعه‌ی همه‌ی مقادیر x که به ازای آنها عبارت $\frac{x^2 - 4x + 5}{(x - 1)(x^2 + 1)}$ نامنفی باشد، کدام است؟

- ۱) $\{x | x \leq 1\}$ ۲) $\{x | x < 1\}$ ۳) $\{x | x \geq 1\}$ ۴) $\{x | x > 1\}$

۲۷) مقادیر x در نامعادله $\frac{2x + 3}{2} - \frac{3}{4} > \frac{4x + 1}{3}$ کدام است؟

- ۱) $x < \frac{2}{3}$ ۲) $x > \frac{3}{4}$ ۳) $x > \frac{7}{6}$ ۴) $x < \frac{5}{4}$

۲۸) نرخ جدید کالایی عدد طبیعی p و روابط دو بار و سه بار خرید از آن به صورت‌های $2p + 1 > 55$ و $3p - 2 < 85$ کدام است؟

- ۱) ۳۰ ۲) ۲۹ ۳) ۲۸ ۴) ۲۷



۲۹ نامساوی $۱۲۰ \leq ۷p + ۱ < ۹۹$ بیانگر نوسان قیمت فروش نوعی کالا بوده که قیمت واحد آن (p) براساس میانگین اعداد صحیح مجموعه جواب، محاسبه می‌شود. مبلغ فروش ۵۰ واحد از این کالا براساس قیمت میانگین کدام است؟

۷۰۰ (۴)

۷۵۰ (۳)

۸۰۰ (۲)

۸۵۰ (۱)

۳۰ سه پاره خط به طول‌های $۶x$ ، $۷ + x$ و $۴x - ۴$ اضلاع مثلثی هستند. مقادیر x به کدام صورت است؟

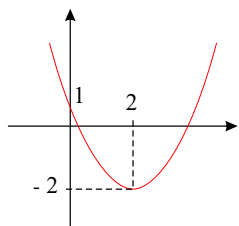
$\frac{۱۱}{۹} < x < ۳$ (۴)

$\frac{۱۱}{۹} < x < ۴$ (۳)

$۳ < x < ۴$ (۲)

$\frac{۵}{۳} < x < ۳$ (۱)

۳۱ کدام گزینه نمایش صحیحی از تعیین علامت صحیح سهمی مقابل است؟



x	-2	+2
y	+ 0	- 0 +

(۲)

x	-2-2√2	-2+2√2
y	+ 0	- 0 +

(۱)

x	$\frac{2(3-\sqrt{6})}{3}$	$\frac{2(2-\sqrt{6})}{3}$
y	+ 0	- 0 +

(۴)

y	+
---	---

(۳)

۳۲ جواب مشترک دو نامعادله $\frac{۳x+۵}{۲} - \frac{۲x-۴}{۳} > \frac{۱}{۲}$ و $\frac{۴x-۱}{۳} > ۳x-۲$ کدام است؟

$-۴ < x < ۲$ (۴)

$-۲ < x < ۱$ (۳)

$-۴ < x < ۱$ (۲)

$-۲ < x < ۲$ (۱)

۳۳ اگر بازه‌ای که عبارت $y = ۲x^2 - ۳x + ۱$ روی آن منفی است را مطابق با (a, b) در نظر بگیریم، آنگاه حاصل $b - a$ کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

صفر (۲)

$\frac{۱}{۲}$ (۱)

۳۴ مجموعه جواب نامعادله $x + |x| \leq \frac{۱}{۲}x + ۳$ به کدام صورت است؟

$[-۲, ۶]$ (۴)

$[-۶, ۲]$ (۳)

$[-۶, ۸]$ (۲)

$[-۴, ۲]$ (۱)

۳۵ مجموعه جواب نامعادله $۳x + |x - ۵| > ۷$ کدام است؟

$x > ۵$ (۴)

$x > ۳$ (۳)

$x > ۱$ (۲)

$۱ < x < ۵$ (۱)

۳۶ چند عدد صحیح در بازه‌ی جواب‌های معادله $||x| + ۳| \leq ۲$ قرار دارد؟

۲ (۴)

۱ (۳)

صفر (۲)

∞ (۱)

۳۷ به ازای مقادیر حقیقی x ، نامساوی $۱ \leq |x - ۲| \leq ۷$ هم‌ارز با کدام است؟

$-۵ \leq x \leq ۹$ (۲)

$۱ \leq x \leq ۳$ (۱)

$۳ \leq x \leq ۱۰$ یا $-۶ \leq x \leq ۱$ (۴)

$-۵ \leq x \leq ۱$ یا $۳ \leq x \leq ۹$ (۳)

۳۸ در مجموعه جواب نامعادله $۷ < |x - ۲| < ۳$ تعداد جواب‌های صحیح x کدام است؟

صفر (۴)

۶ (۳)

۱۲ (۲)

۸ (۱)



۳۹ مجموعه جواب نامعادله $|x - 1| < |x - 3|$ کدام است؟

- ۱ $x \leq 2$ (۱) ۲ $x > 2$ (۲) ۳ $1 < x < 3$ (۳) ۴ $x < 2$ (۴)

۴۰ عدد ۲۴ را به دو قسمت طوری تقسیم کرده‌ایم که حاصل ضرب آنها ۱۴۳ شده است. اختلاف دو عدد کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۴۱ مساحت زمین مستطیلی شکلی ۱۸ متر مربع و محیط آن ۱۷ متر است. اختلاف طول و عرض زمین کدام است؟

- ۱ $۰٫۲۵$ (۱) ۲ (۲) ۳ $۰٫۵$ (۳) ۴ (۴)

۴۲ مجموعه جواب نامعادله $2x^2 - 2x - 3 \geq 1$ کدام است؟

- ۱ $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ (۱) ۲ $[-1, 2]$ (۲) ۳ $(-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$ (۳) ۴ $[2, +\infty)$ (۴)

۴۳ به ازای کدام مقدار a معادله $3x(3x - 4) = a$ دارای ریشه‌ی مضاعف است؟

- ۱ ۱۶ (۱) ۲ -۴ (۲) ۳ ۸ (۳) ۴ ۴ (۴)

۴۴ اگر عبارت $(a - 1)x^2 + (a - 1)x + 1$ به ازای هر مقدار x منفی باشد، a به کدام مجموعه تعلق دارد؟

- ۱ $\{a : 1 < a < 5\}$ (۱) ۲ $\{a : a < 1\}$ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۴۵ اگر در معادله $ax^2 - 12x + 9 = 0$ تفاضل دو جواب برابر صفر باشد، یک جواب این معادله کدام است؟

- ۱ $-\frac{3}{4}$ (۱) ۲ $\frac{3}{4}$ (۲) ۳ $\frac{3}{2}$ (۳) ۴ ۳ (۴)

۴۶ عددی ۴ برابر عدد دیگر است؛ اگر حاصل ضرب آن دو نیز ۴ برابر مجموعشان باشد، تفاضل آنها کدام می‌تواند باشد؟

- ۱ ۱۸ (۱) ۲ ۱۶ (۲) ۳ ۱۵ (۳) ۴ ۱۲ (۴)

۴۷ در معادله $\frac{\text{مجموع ریشه‌ها}}{x + 1} = \frac{\text{مجموع ریشه‌ها}}{2x - 4}$ کدام است؟

- ۱ ۳ (۱) ۲ ۴ (۲) ۳ ۵ (۳) ۴ ۶ (۴)

۴۸ به ازای کدامین مقادیر m عبارت $(m - 1)x^2 + 6x + 2m + 1$ به ازای هر مقدار x مثبت است؟

- ۱ $m < -2$ (۱) ۲ $m > 2٫۵$ (۲) ۳ $1 < m < 2$ (۳) ۴ $1 < m < 2٫۵$ (۴)

۴۹ در معادله $\frac{\text{تفاضل معکوس جواب از خود جواب}}{x - 4} - \frac{\text{تفاضل معکوس جواب از خود جواب}}{x - 4} = 2x$ کدام است؟

- ۱ $\frac{5}{4}$ (۱) ۲ $\frac{3}{2}$ (۲) ۳ $\frac{7}{4}$ (۳) ۴ $\frac{5}{2}$ (۴)

۵۰ به ازای کدام مقدار a عبارت $ax^2 + 2x + 4a$ همواره مثبت است؟

- ۱ $a > \frac{1}{2}$ (۱) ۲ $a \leq -\frac{1}{2}$ (۲) ۳ $0 \leq a \leq \frac{1}{2}$ (۳) ۴ $-\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{1}{2}$ (۴)



۵۱) نامعادله‌ی $y = x^2 + 1 > 0$ به ازای کدام مقادیر x برقرار است؟

- ۱) $(-1, +\infty)$ ۲) $(-1, 1)$ ۳) $(-\infty, -1)$ ۴) $(-\infty, +\infty)$

۵۲) اگر به ازای همه‌ی مقادیر x ، $4x^2 - 2mx + 4m^2 \geq 0$ باشد، آنگاه حدود m کدام است؟

- ۱) ۲) $|m| \leq 2$ ۳) $|m| \leq 2$ ۴) $|m| \geq 2$

۵۳) به ازای کدام مقدار a معادله‌ی درجه دوم $2x^2 + ax + a - \frac{3}{2} = 0$ دارای دو ریشه‌ی حقیقی متمایز است؟

- ۱) $a < 2$ یا $a > 6$ ۲) $a < 3$ یا $a > 4$ ۳) $1 < a < 6$ ۴) $3 < a < 4$

۵۴) اگر معادله‌ی درجه دوم $(m+2)x^2 + 4x + (m-1) = 0$ دارای دو جواب حقیقی متمایز باشد، مقادیر m کدام است؟

- ۱) $-2 \leq m \leq 1$ ۲) $1 < m < 2$ ۳) $m \in (-2, 0) \cup (0, 2)$ ۴) $m \in (-3, -2) \cup (-2, 2)$

۵۵) مجموعه جواب نامعادله‌ی $\frac{x}{x+1} > 2x$ کدام است؟

- ۱) $x < -1$ ۲) $x > -1$ ۳) $-1 < x < 1$ ۴) $-2 < x < -1$

۵۶) اگر دو عدد حقیقی x_1 و x_2 با شرط $x_1 < x_2$ ریشه‌های معادله‌ی

$$x^2 + (1 + \sqrt{2})x - 2 = 0 \quad (3 + 2\sqrt{2})x^2 + (1 + \sqrt{2})x - 2 = 0$$

باشد. مقدار $|x_2 - x_1|$ را بدست آورید.

- ۱) $3(\sqrt{2} - 1)$ ۲) $2 + 3\sqrt{2}$ ۳) $1 - \sqrt{2}$ ۴) $-1 + 2\sqrt{2}$

۵۷) مجموعه جواب نامعادله‌ی $\frac{x+2}{3\sqrt{x}+1} > 1$ کدام بازه است؟

- ۱) $(-\infty, 1]$ ۲) $(-\infty, 1)$ ۳) $(0, 1)$ ۴) $[0, 1)$

۵۸) در معادله‌ی $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} = 3$ حاصل ضرب ریشه‌ها کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) 1 ۴) 2

۵۹) مجموع مربعات دو عدد صحیح متوالی ۹۲۵ است. مجموع این دو عدد کدام است؟

- ۱) 41 ۲) 43 ۳) 45 ۴) 47

۶۰) مجموعه جواب نامعادله‌ی $\frac{x}{x-1} > 2$ کدام است؟

- ۱) $1 < x < 2$ ۲) $0 < x < 1$ ۳) $x > 1$ یا $x < 0$ ۴) $x > 2$ یا $x < 1$



۶۱) معادله‌ی درجه دوم $x(2x - 5) = a$ به ازای یک مقدار a ریشه مضاعف دارد مقدار ریشه مضاعف کدام است؟

- ۱) $-\frac{5}{2}$ ۲) $-\frac{5}{4}$ ۳) $\frac{5}{4}$ ۴) $\frac{5}{2}$

۶۲) در یک لیگ والیبال ۷۸ بازی انجام شده است تعداد تیم‌ها کدام است؟ (هر دو تیم با هم یک بار بازی کرده‌اند)

- ۱) ۱۱ ۲) ۱۲ ۳) ۱۳ ۴) ۱۴

۶۳) مجموعه جواب نامعادله‌ی $|x^2 - 2x| < x$ کدام بازه است؟

- ۱) $(0, 1)$ ۲) $(0, 3)$ ۳) $(1, 2)$ ۴) $(1, 3)$

۶۴) مجموعه جواب نامعادله‌ی $(|x| - 3)(|x| + 4) < 0$ کدام است؟

- ۱) $-3 < x < 4$ ۲) $-4 < x < 3$ ۳) $-3 < x < 3$ ۴) $0 < x < 4$

۶۵) کدام گزینه در مورد معادله‌ی $(x - 1)(x - 3) + 2 + k^2 = 0$ صحیح است؟

- ۱) دو ریشه مثبت دارد ۲) دو ریشه منفی دارد ۳) دو ریشه مختلف‌العلامه دارد ۴) ریشه حقیقی ندارد

۶۶) معادله $3x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2 = 0$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- ۱) ۱۰ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) ۰

۶۷) مجموعه جواب نامعادله‌ی $(1 - |x|)(1 + x) > 0$ کدام است؟

- ۱) $(-\infty, 1)$ ۲) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ ۳) $(-\infty, -1)$ ۴) $(-\infty, 0) \cup [0, 1)$

۶۸) تعداد جواب‌های معادله‌ی $\frac{2x^2 - 10x}{x^2 - 5x} = x - 3$ کدام است؟

- ۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) سه

۶۹) مجموعه جواب نامعادله‌ی $\left| \frac{1}{2x + 1} \right| > 1$ کدام بازه است؟

- ۱) $(-3, -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}, 1)$ ۲) $(-2, -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}, 1)$ ۳) $(-3, -\frac{1}{2})$ ۴) $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$

۷۰) در معادله‌ی $3x^2 - 15x + m = 0$ اگر یکی از ریشه‌ها ۲ واحد از ریشه‌ی دیگر بزرگتر باشد، آنگاه m کدام است؟

- ۱) $\frac{59}{5}$ ۲) $\frac{63}{5}$ ۳) $\frac{59}{4}$ ۴) $\frac{63}{4}$

۷۱) تعداد جواب‌های معادله‌ی $4x^5 - 4x = 0$ کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۷۲) مجموع جواب‌های حقیقی معادله $x^4 + x^3 + x^2 + x = 0$ کدام است؟

- ۱) صفر ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) ۲



۷۳) عددی دو برابر عددی دیگر و مربع آن برابر مکعب عدد دیگر است. میانگین این دو عدد کدام است؟

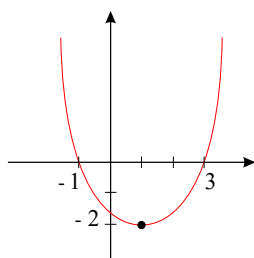
- ۱) ۱۲ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۴

۷۴) اگر $(-6, 1)$ و $(4, 1)$ دو نقطه از یک سهمی باشند، محور تقارن سهمی کدام است؟

- ۱) $x = 1$ ۲) $x = 2$ ۳) $x = -1$ ۴) $x = -2$

۷۵) به ازای کدام مقدار m ریشه‌های حقیقی معادله $mx^2 + 3x + m^2 = 2$ معکوس هم‌اند؟

- ۱) -2 ۲) -1 ۳) 1 ۴) 2



۷۶) معادله سهمی شکل زیر کدام است؟

- ۱) $y = x^2 - x - 3$ ۲) $y = 2x^2 + x - 1$
 ۳) $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$ ۴) $y = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$

۷۷) عبارت $A = \frac{\quad}{(x+2)}$ به ازای کدام مقادیر x منفی است؟!

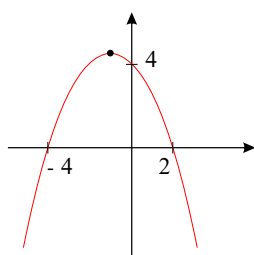
- ۱) $x \in (-\infty, 2) \cup (1, +\infty)$ ۲) $x \in \mathbb{R} - (-1, -\frac{2}{3})$
 ۳) $x \in (-2, -1) \cup (-\frac{2}{3}, 1)$ ۴) $x \in \mathbb{R} - (-2, -1)$

۷۸) نمودار سهمی به معادله $y = 2x^2 - 8x + 1$ از کدام ناحیه‌ی محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

- ۱) اول ۲) دوم ۳) سوم ۴) چهارم

۷۹) معادله‌ی در کدام بازه برقرار است؟

- ۱) $(-\infty, \frac{3 - \sqrt{21}}{2}] \cup [\frac{3 + \sqrt{21}}{2}, +\infty)$ ۲)
 ۳) $\mathbb{R} - [\frac{3 - \sqrt{21}}{2}, \frac{3 + \sqrt{21}}{2}]$ ۴)



۸۰) معادله سهمی شکل زیر کدام است؟

- ۱) $y = 2x^2 - x + 2$ ۲) $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$
 ۳) $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$ ۴) $y = \frac{1}{2}x^2 - 4$



۸۱) مجموعه جواب نامعادله قدر مطلق $|2x - 1| < 3x$ کدام است؟

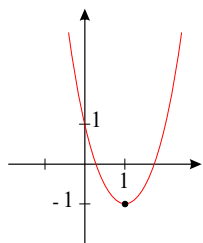
۱) $[\frac{5}{2}, +\infty)$ ۲) $(-1, +\infty)$

۳) $(-\infty, \frac{-3}{2}] \cup (-1, +\infty)$ ۴) $R - [\frac{-3}{2}, \infty)$

۸۲) معادله سهمی شکل زیر کدام است؟

۱) $y = 2x^2 + 4x + 1$ ۲) $y = 2x^2 - 2x + 1$

۳) $y = 2x^2 - 4x + 1$ ۴) $y = -2x^2 - 4x + 1$



۸۳) کم ترین مقدر عبارت $x^2 + 8x$ به ازای مقادیر حقیقی x کدام است؟

۱) -۲۵ ۲) -۱۶ ۳) -۱۵ ۴) -۸

۸۴) اگر مینیمم عرض سهمی $y = x^2 + ax + 4$ برابر ۳ باشد، آنگاه a کدام است؟

۱) ± 4 ۲) ± 3 ۳) ± 2 ۴) ± 1

۸۵) مجموع مربعات دو عدد صحیح متوالی ۳۱۳ است. حاصل جمع این دو عدد کدام است؟

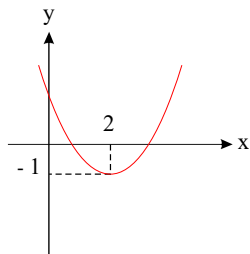
۱) ± 21 ۲) ± 23 ۳) ± 25 ۴) ± 27

۸۶) نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ محور x ها را در دو نقطه با طول های ۳ و -۲ و محور y ها را در نقطه ای به

عرض قطع می کند. معادله ی این سهمی کدام است؟

۱) $y = x^2 - x - 6$ ۲) $y = x^2 - 2x + 3$ ۳) $y = 2x^2 - 2x - 12$ ۴) $y = 2x^2 - 4x + 6$

۸۷) اگر شکل زیر، قسمتی از نمودار سهمی $y = x^2 + ax + b$ باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟



۱) ۳

۲) -۴

۳) ۱

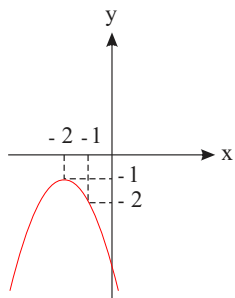
۴) -۱

۸۸) چند عدد صحیح منفی در نامعادله $\frac{1+x}{3} < \frac{x}{4} - 2$ صدق می کند؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) بی شمار



۸۹) معادله ی سهمی شکل روبه رو کدام است؟



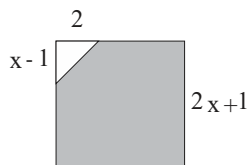
۱) $y = -x^2 - 4x - 3$

۲) $y = -x^2 + 4x - 5$

۳) $y = -x^2 - 4x - 5$

۴) $y = -4x^2 - 4x - 3$

۹۰) اگر مساحت قسمت رنگی از مربع زیر برابر با ۲۴ سانتی متر مربع باشد، x چند سانتی متر است؟



۲) $\frac{11}{4}$

۴) ۲

۱) $\frac{3}{2}$

۳) ۳

۹۱) مجموعه جواب نامعادله $\frac{\quad}{6x^2 - 7x - 5} < 0$ کدام است؟

۴) $(-\infty, \frac{5}{3})$

۳) $(-\infty, -\frac{1}{2})$

۲) $(-\frac{3}{2}, \frac{5}{3}]$

۱) $(-\infty, -\frac{1}{2}]$

۹۲) در حل معادله ی $2x^2 - 12x + 7 = 0$ به روشی مشابه روش مربع کامل، معادله را به فرم

$2(x+b)^2 + c = 0$ می نویسیم. حاصل ضرب ریشه های معادله چند برابر $b+c$ است؟

۴) $-\frac{3}{2}$

۳) $-\frac{7}{4}$

۲) $\frac{7}{2}$

۱) $-\frac{1}{4}$

۹۳) عبارت درجه اول $f(x) = 2kx + k^2 - 27$ به ازای $x < k$ مثبت و به ازای $x > k$ منفی است. k کدام

است؟

۴) -۲

۳) فقط ۳

۲) فقط -۳

۱) $\{-3, 3\}$

۹۴) اگر $x = -1$ یک ریشه معادله درجه دوم $(m^2 - 2)x^2 + (m+1)x + 2m - 3 = 0$ باشد، ریشه دیگر

معادله (بر حسب x) کدام است؟

۴) $-\frac{1}{2}$ یا $-\frac{3}{4}$

۳) فقط $-\frac{3}{4}$

۲) $\frac{3}{4}$ یا $\frac{1}{2}$

۱) فقط $-\frac{1}{2}$

۹۵) اگر مجموعه جواب نامعادله $|ax+b| > 5$ به صورت $R - [-3, 2]$ باشد، $a+b$ کدام است؟

۴) ۵

۳) ۴

۲) ۳

۱) ۲

۹۶) علامت عبارت $P = \frac{\quad}{(-x+3)(x^2+1)}$ در کدام بازه زیر همواره منفی است؟

۴) $(2, 4)$

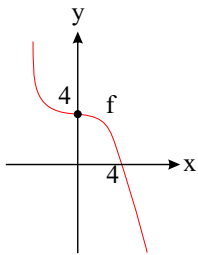
۳) $(-2, 1)$

۲) $(-\frac{1}{3}, 1)$

۱) $(0, 2)$



۹۷) شکل زیر نمودار تابع $y = f(x)$ می باشد، عبارت $A = \frac{xf(x)(2x^2 + 1)}{(3-x)|x+2|}$ در بازه $(0, a)$ همواره مثبت است. بیش ترین مقدار a کدام است؟



۳ (۲)

۲ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)

۹۸) اگر $f(x) = -x^2 + bx + c$ و ریشه های معادله $f(x) = 0$ برابر با $x = -1$ و $x = 3$ باشند، عبارت

$A = \frac{1}{(x^2 - x + 1)(-x^2 + 4x - 3)}$ به ازای چند مقدار صحیح x ، منفی است؟

بی شمار (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۹۹) حدود a کدام باشد تا نمودار سهمی $y = 2x^2 - ax + 2$ همواره بالای خط $y = x + 1$ قرار گیرد؟

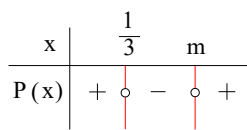
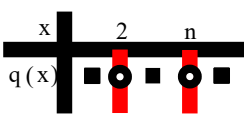
 $-2\sqrt{2} - 1 < a < 2\sqrt{2} - 1$ (۲) $-2\sqrt{2} < a < 2\sqrt{2}$ (۱) $-2\sqrt{2} - 1 < a < \sqrt{2} - 1$ (۴) $-1 < a < 1$ (۳)

۱۰۰) اگر $x \geq 3$ باشد، مجموعه جواب های نامعادله $x^2 - 2|3 - x| \leq 21$ کدام است؟

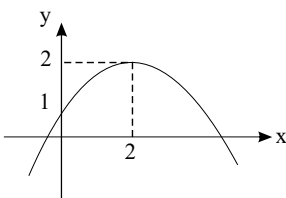
 $x \geq 5$ (۴) $3 \leq x \leq \frac{7}{2}$ (۳) $3 \leq x \leq 5$ (۲) $3 \leq x \leq 4$ (۱)

۱۰۱) اگر برای تعیین علامت $p(x)$ و $q(x)$ به ترتیب از راست به چپ جداول زیر رسم شده باشد، آنگاه $m \times n$

کدام است؟ $(a, c > 0, q(x) = cx^2 + bx + a, p(x) = ax^2 + bx + c)$

 $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۱) $\frac{1}{6}$ (۴)

۶ (۳)



۱۰۲) کدام یک از نقاط زیر روی سهمی شکل مقابل قرار دارد؟

 $(1, \frac{3}{2})$ (۲) $(4, 0)$ (۱) $(3, \frac{7}{4})$ (۴) $(-\frac{1}{2}, 0)$ (۳)

۱۰۳) برای حل معادله $3x(3x - 2) = 17$ به روش مربع کامل کردن، معادله را به صورت $(x + h)^2 = k$

در آورده ایم. مقدار $\frac{1}{h}$ کدام است؟

 $-\frac{43}{9}$ (۴)

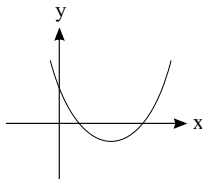
-۶ (۳)

 $\frac{7}{3}$ (۲)

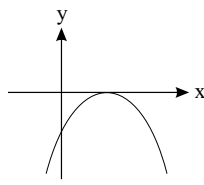
۱۸ (۱)



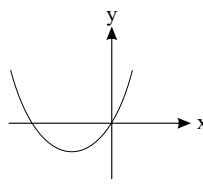
۱۰۴ نمودارهای زیر مربوط به سهمی $y = ax^2 + bx + c$ هستند. در کدام یک از آنها abc عددی مثبت است؟



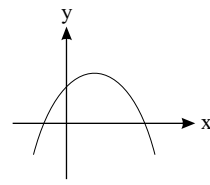
۴



۳



۲



۱

۱۰۵ اگر جدول تعیین علامت عبارت $P(x) = mx^2 + (m^2 + 2)x + 2m$ به صورت

x	n
P(x)	- 0 -

باشد، مقدار عددی $m + n$ کدام است؟

۴ $-\sqrt{2}$

۳ -۱

۲ صفر

۱ $2\sqrt{2}$

۱۰۶ مجموعه جواب نامعادله $||x - 2| - 2| < 1$ کدام است؟

۴ $(-1, 3)$

۳ $(-1, 5)$

۲ $(-\infty, -1) \cup (5, +\infty)$

۱ $(-1, 1) \cup (3, 5)$

۱۰۷ اگر مجموعه جواب نامعادله $y^2 + y - 2 > 0$ به صورت $A = (-\infty, a) \cup (b, c) \cup (d, +\infty)$ و

$y = |7 - 2x| - 4$ باشد، حاصل عبارت $\frac{a}{b+c}$ کدام است؟

۴ $-\frac{7}{6}$

۳ $-\frac{7}{6}$

۲ $\frac{7}{3}$

۱ $\frac{7}{6}$

۱۰۸ اگر $m \in (a, b)$ باشد، منحنی درجه‌ی دوم به معادله $f(x) = mx^2 - mx - 1$ همواره پایین محور x ها

قرار می‌گیرد. بیش‌تر مقدار $b - a$ کدام است؟

۴ ۴

۳ ۳

۲ ۲

۱ ۱

۱۰۹ مجموعه جواب نامعادله $\left| x + 2 \right| \leq 2$ به صورت $[a, +\infty)$ است. a کدام است؟

۴ $-\frac{1}{8}$

۳ $\frac{1}{2}$

۲ $-\frac{1}{8}$

۱ $-\frac{1}{4}$

۱۱۰ اگر دو نامعادله $\begin{cases} 3A + B < 12 \\ A < 9 \end{cases}$ برقرار باشند، حدود A کدام است؟

۴ $A < 9$

۳ $A < \frac{9}{4}$

۲ $A > \frac{9}{4}$

۱ $A > 9$

۱۱۱ اگر مجموعه جواب نامعادله $\frac{1}{2x^2 + x + 1} < \frac{1}{x^2 + 1}$ به صورت $R - [a, b]$ باشد، مقدار $b - a$ کدام

است؟

۴ ۳

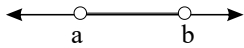
۳ ۲

۲ ۱

۱ -۱



۱۱۲ نمایش مجموعه جواب نامعادله $|x - 2| < 2$ بر روی محور به صورت زیر است. اشتراک جواب‌های دو



نامعادله $|x - a| > 3$ و $|x - 2| < b$ کدام است؟

- ① $[3, 6]$ ② $(3, 6)$ ③ $(-2, 3)$ ④ $(-3, 6)$

۱۱۳ به ازای چه مقادیری از m ، سهمی $y = mx^2 - mx - 1$ همواره پایین محور x ‌ها است؟

- ① $(0, +\infty)$ ② $(-4, 0)$ ③ $(-\infty, -4]$ ④ $(-\infty, -4) \cup (0, +\infty)$

۱۱۴ نقطه‌ی S رأس هر دو سهمی $y = x^2 - (k + 2)x + m$ ، $y = -(x - 3)^2 + k$ می‌باشد. مقدار m

کدام است؟

- ① -10 ② 13 ③ 3 ④ 10

۱۱۵ اگر مجموعه جواب نامعادله‌های $2x - 1 < \frac{x+1}{2} < 2x$ ، $a < \frac{2-3x}{2} < b$ یکسان باشد، $a + b$

کدام است؟

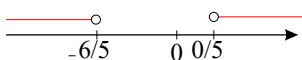
- ① $\frac{7}{2}$ ② -3 ③ $\frac{14}{3}$ ④ صفر

۱۱۶ اگر مجموعه جواب نامعادله‌های $\left| \frac{x-1}{2} - 1 \right| \leq 3$ و $A \leq -2x + 3 \leq B$ برابر باشند، $A + B$ کدام

است؟

- ① 6 ② -6 ③ 7 ④ -7

۱۱۷ اگر مجموعه جواب نامعادله $|2x + b| > c$ به صورت زیر باشد، در این صورت حال $2c - b$ کدام است؟



- ① 6 ② 8 ③ -6 ④ -8

۱۱۸ عبارت $p(x) = 3mx^2 - 2x + 1$ همواره مثبت است. حدود m کدام است؟

- ① $0 < m < \frac{1}{3}$ ② $m > -\frac{1}{3}$ ③ $m > \frac{1}{3}$ ④ $m < -\frac{1}{3}$

۱۱۹ مجموعه جواب نامعادله $\frac{(x+2)^2(x^2-3x+2)}{(-x^2+x)^3} \geq 0$ کدام است؟

- ① $(0, 2] \cup \{-2\}$ ② $(0, 1) \cup (1, 2] \cup \{-2\}$ ③ $(0, 2]$ ④ $[-2, 0] \cup (1, 2]$

۱۲۰ در چند جمله‌ای $p(x) = ax^2 + bx + c$ اگر $\frac{1}{4a}$ منفی باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

- ① معادله $p(x) = 0$ همواره ریشه‌ی حقیقی ندارد. ② چندجمله‌ای $P(x)$ همواره مثبت است. ③ چند جمله‌ای $P(x)$ همواره منفی است. ④ علامت $P(x)$ به علامت a وابسته است.



۱۲۱) مجموعه جواب نامعادله $\frac{5}{x^2 + x + 1} \leq$ کدام است؟

- ۱) $[-1, \frac{7}{3}]$ ۲) $[-\frac{7}{3}, 1]$ ۳) $(-\infty, \frac{7}{3}]$ ۴) $[1, +\infty)$

۱۲۲) مجموعه جواب نامعادله $|x| + 1 < 0$ کدام است؟

- ۱) $(\frac{1}{2}, +\infty)$ ۲) $(-2, +\infty)$ ۳) $(-\infty, 0)$ ۴) $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (1, +\infty)$

۱۲۳) اگر نامعادله $\frac{ax^2 - \frac{1}{2}ax - 3}{-x^2 - x - 1} \leq 3$ به ازای تمام مقادیر x برقرار باشد a کدام است؟

- ۱) هر مقدار ۲) -6 ۳) 6 ۴) هیچ مقدار

۱۲۴) مجموع ریشه‌های معادله $(x-1)^2 = (\sqrt{2}-1)^2$ کدام است؟

- ۱) -2 ۲) 2 ۳) $2 - 2\sqrt{2}$ ۴) $2\sqrt{2}$

۱۲۵) مجموعه جواب نامعادله $\frac{4}{x^2} - \frac{2}{x} \geq 2$ شامل چند عدد صحیح می‌باشد؟

- ۱) 4 ۲) 2 ۳) 5 ۴) 3

۱۲۶) مجموعه جواب نامعادله $\frac{1}{x^2 + 2x + 4} < \frac{1}{x^2 + 2x + 6}$ شامل چند عدد صحیح است؟

- ۱) 7 ۲) 5 ۳) 6 ۴) 4

۱۲۷) حدود m کدام باشد تا $x = -1$ بین دو ریشه‌ی معادله $x^2 + mx + 2m - 3 = 0$ قرار بگیرد؟

- ۱) $(6, +\infty)$ ۲) $(-2, +\infty)$ ۳) $(-\infty, 6)$ ۴) $(-\infty, 2)$

۱۲۸) اگر یکی از جواب‌های معادله $(m-1)x^2 - x - (m^2 + 1) = 0$ برابر -2 باشد، جواب دیگر این معادله کدام است؟

- ۱) 2 ۲) $\frac{5}{2}$ ۳) $-\frac{3}{2}$ ۴) 1

۱۲۹) اگر نمودار سهمی $y = (m-3)x^2 - 2x + 1$ همواره بالای محور x ها باشد، حدود m کدام است؟

- ۱) $m < 4$ ۲) $m > 4$ ۳) $m > 3$ ۴) $m < 3$

۱۳۰) خط $x = -1$ محور تقارن سهمی به معادله $y = 2x^2 - mx + n$ است. اگر این سهمی محور عرض‌ها را

در نقطه‌ای به عرض -2 قطع کند، عرض رأس سهمی کدام است؟

- ۱) -4 ۲) -2 ۳) 2 ۴) 4

۱۳۱) جذر مجموع مربعات ریشه‌های معادله $x^2 - 8x + 4 = 0$ کدام است؟

- ۱) $\sqrt{14}$ ۲) $3\sqrt{6}$ ۳) $2\sqrt{14}$ ۴) $4\sqrt{3}$



۱۳۲ در کدام گزینه قدر مطلق تفاضل دو ریشه بزرگ تر است؟

$6x^2 = 18$ (۱)
 $2x^2 - 30 = 0$ (۲)
 $(2x - 3)^2 - 24 = 12$ (۳)
 $x^2 - 2x + 3 = 4$ (۴)

۱۳۳ یک جسم از بالای یک ساختمان که ۱۳ متر ارتفاع دارد، به هوا پرتاب می‌شود. ارتفاع این جسم از سطح زمین

در ثانیه t ام از رابطه $h = -5t^2 + 18t + 13$ محاسبه می‌شود. تا چند ثانیه پس از آغاز حرکت، ارتفاع توپ از سطح

زمین بیشتر از ۱۳ متر خواهد بود؟

3.2 (۱)
 2 (۲)
 3 (۳)
 3.6 (۴)

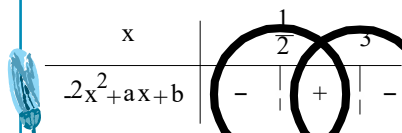
۱۳۴ معادله $(-1 + m)x^2 - mx + 1 = 0$ دارای ریشه مضاعف است. m کدام است؟

± 2 (۱)
 2 (۲)
 -2 (۳)
 $\pm \frac{1}{2}$ (۴)

۱۳۵ مجموع دو عدد ۱۳ و واسطه هندسی آن‌ها ۶ است. عدد کوچک تر کدام است؟

6 (۱)
 9 (۲)
 3 (۳)
 4 (۴)

۱۳۶ علامت عبارت $-2x^2 + ax + b$ مطابق جدول مقابل مشخص شده است. مقدار $b - a$ کدام است؟



-10 (۱)
 10 (۲)
 -4 (۳)
 4 (۴)

۱۳۷ مجموع ریشه‌های معادله $x^2 - 2x + 1 = 3 - 2\sqrt{2}$ کدام است؟

$\sqrt{2}$ (۱)
 2 (۲)
 $2\sqrt{2}$ (۳)
 3 (۴)

۱۳۸ اگر a, b, c جملات متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، آن‌گاه $f(x) = ax^2 + 2bx + c$ محور x ها را در

چند نقطه قطع می‌کند؟

1 در دو نقطه‌ی متمایز قطع می‌کند. (۱)
 2 قطع نمی‌کند. (۲)
 3 بر محور x ها مماس است. (۳)
 4 هر سه گزینه می‌تواند صحیح باشد. (۴)

۱۳۹ حاصل ضرب سه عدد زوج طبیعی متوالی، ۲۰ برابر مجموع آن سه عدد است. در این صورت مجموع آن سه

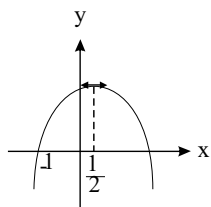
عدد کدام است؟

24 (۱)
 12 (۲)
 48 (۳)
 96 (۴)

۱۴۰ به ازای کدام مقادیر m ، سهمی $y = (m + 2)x^2 - 2mx + m - 1$ بالای محور x ها است؟

$m > 2$ (۱)
 $m > -2$ (۲)
 $m < -2$ (۳)
 $m < 2$ (۴)

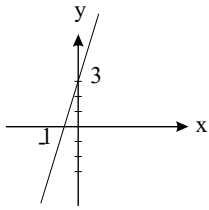
۱۴۱ سهمی $y = m - m + n$ به صورت زیر می‌باشد، $m + n$ کدام است؟



-3 (۱)
 -1 (۲)
 1 (۳)
 3 (۴)



۱۴۲ با توجه به نمودار $y = ax - b$ که در زیر رسم شده است، عبارت $P(x) = \frac{\quad}{(-x + 2)}$ در کدام بازه قطعاً مثبت است؟



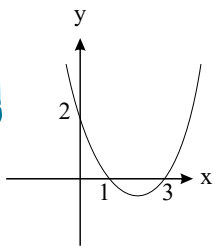
- ① $(0, 2)$
 ② $(-\frac{3}{2}, 1)$
 ③ $(4, \frac{11}{2})$
 ④ $(-2, -\frac{3}{2})$

۱۴۳ نمودار تابع درجه دوم $y = ax^2 + 2bx + 4$ محور x ها را در دو نقطه با طولهای -3 و 5 قطع کرده است. طول رأس این سهمی کدام است؟

- ① ۱
 ② ۴
 ③ -4
 ④ -1

۱۴۴ بیشترین مقدار تابع $y = mx^2 + 4x + m - 3$ برابر صفر است. محور تقارن این تابع، نمودار تابع $y = 4x^2 + 2x - 1$ را با چه عرضی قطع می‌کند؟

- ① ۱۱
 ② ۱۹
 ③ ۱
 ④ -1



۱۴۵ شکل مقابل نمودار تابع $y = ax^2 + bx + c$ است. عرض پایین‌ترین نقطه‌ی این سهمی چقدر است؟

- ① $-\frac{1}{3}$
 ② $-\frac{2}{3}$
 ③ $-\frac{3}{2}$
 ④ $-\frac{128}{27}$

۱۴۶ اگر x ریشه معادله $5x^2 + mx + 10 = 0$ باشد و این معادله به صورت مربع مجموع دو جمله تجزیه شود، $m + x$ کدام است؟ ($m > 0$)

- ① $8\sqrt{2}$
 ② $9\sqrt{2}$
 ③ $10\sqrt{2}$
 ④ $11\sqrt{2}$

۱۴۷ اگر یکی از ریشه‌های معادله $(a - 1)x^2 - 2ax + 4 = 0$ برابر $+1$ باشد، ریشه دیگر آن کدام است؟

- ① $\frac{1}{2}$
 ② ۲
 ③ -2
 ④ $-\frac{3}{2}$

۱۴۸ اختلاف سن دو برادر با یکدیگر ۷ سال است. اگر پنج سال دیگر حاصل ضرب سن آن‌ها ۱۴۴ شود، سن برادر کوچک‌تر کدام است؟

- ① ۴
 ② ۹
 ③ ۱۱
 ④ ۱۶

۱۴۹ یک عکس به ابعاد ۱۰ در ۱۵ سانتی‌متر درون یک قاب با مساحت ۳۰۰ سانتی‌متر مربع قرار دارد. اگر فاصله همه لبه‌های عکس تا قاب برابر باشد، محیط این قاب عکس چقدر است؟

- ① ۷۰
 ② ۳۵
 ③ ۱۴۰
 ④ ۹۰



۱۵۰ مجموع جواب نامعادله $\left| \frac{3x-1}{2} - 1 \right| \leq 2$ شامل چند عدد طبیعی است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۵۱ چه عددی را به طرفین معادله زیر اضافه کنیم تا بتوانیم با استفاده از روش مربع کامل آن را حل کنیم؟

$$x^2 + \sqrt{\frac{5-2\sqrt{6}}{2}}x = 0$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}\right) \quad (۴)$$

$$\sqrt{3}-\sqrt{2} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}\right)^2 \quad (۲)$$

$$\frac{5+2\sqrt{6}}{8} \quad (۱)$$

۱۵۲ اگر مجموعه جواب نامعادله $(2x-3)(x^2+mx+m) < 0$ به صورت بازه $(-\infty, \frac{3}{2})$ باشد، m چه

مقادیری می تواند باشد؟

$$-4 \leq m \leq 4 \quad (۴)$$

$$-4 < m < 4 \quad (۳)$$

$$0 < m < 4 \quad (۲)$$

$$0 \leq m \leq 4 \quad (۱)$$

۱۵۳ عبارت $A = \frac{x^3(x-7)}{3x-87}$ به ازای چه تعداد از اعداد طبیعی کوچک تر از ۱۰۱، مثبت است؟

$$۷۹ \quad (۴)$$

$$۷۸ \quad (۳)$$

$$۷۷ \quad (۲)$$

$$۷۶ \quad (۱)$$

۱۵۴ محور تقارن سهمی $y = x^2 + 4x + k$ منحنی را در نقطه ای به عرض ۲- قطع می کند. طول پاره خطی که

سهمی روی محور x ها ایجاد می کند، کدام است؟

$$4\sqrt{2} \quad (۴)$$

$$2\sqrt{2} \quad (۳)$$

$$4\sqrt{3} \quad (۲)$$

$$2\sqrt{3} \quad (۱)$$

۱۵۵ اگر $x=2$ یکی از ریشه های معادله $a^2x^2 - 2ax + 1 = 0$ باشد، تعداد ریشه های معادله

$$4x^2 - 3x + 5a = 0$$

$$\text{نمی توان مشخص کرد.} \quad (۴)$$

$$\text{صفر} \quad (۳)$$

$$۱ \quad (۲)$$

$$۲ \quad (۱)$$

۱۵۶ اگر رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ روی محور y ها و $ac < 0$ باشد، مجموع طول نقاط برخورد سهمی و

محور ها کدام است؟

$$-a \quad (۴)$$

$$\sqrt[3]{-a} \quad (۳)$$

$$\text{صفر} \quad (۲)$$

$$\sqrt{-a} \quad (۱)$$

۱۵۷ حاصل جمع طول و عرض رأس سهمی $y = ax^2 + bx + \frac{1}{4a}$ برابر صفر است. مجموع مقادیر ممکن برای

b کدام است؟

$$-۲ \quad (۴)$$

$$-۱ \quad (۳)$$

$$۲ \quad (۲)$$

$$۱ \quad (۱)$$

۱۵۸ چند عدد صحیح در مجموعه جواب نامعادله زیر قرار دارد؟

$$||x| - 2| < 3$$

$$۱۲ \quad (۴)$$

$$۱۰ \quad (۳)$$

$$۹ \quad (۲)$$

$$۸ \quad (۱)$$



۱۵۹ مجموعه جواب نامعادله $3 < | \frac{x-1}{2} - 1 | \leq -1$ به صورت بازه (a, b) است. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

- ۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۶ ۴) ۱۲

۱۶۰ اگر نامساوی $0 \leq (2x^2 + ax + b)(x^2 - x - 6)$ همواره برقرار باشد، حاصل $a - b$ کدام است؟

- ۱) ۱۰ ۲) -۱۰ ۳) -۱۴ ۴) نشدنی

۱۶۱ مجموعه مقادیر m کدام باشد تا عبارت $\frac{(m-1)x^2 + 6x + 2m + 1}{-x^2 - x - 2}$ برای هر مقدار دلخواه x منفی باشد؟

- ۱) $m < -2$ ۲) $m < 2.5$ ۳) $1 < m < 2$ ۴) $1 < m < 2.5$

۱۶۲ مجموعه جواب نامعادله $|2x + 1| < 3x - 4$ کدام است؟

- ۱) $(\frac{3}{5}, +\infty)$ ۲) $(\frac{4}{3}, +\infty)$ ۳) $(5, +\infty)$ ۴) $(7, +\infty)$

۱۶۳ حدود x برای آن که نمودار تابع $y = -2x^2 + 3x$ پایین نمودار تابع $y = -3x^2 + 7x - 3$ قرار گیرد، کدام است؟

- ۱) $x < 1$ ۲) $x > 3$ ۳) $x < 1$ یا $x > 3$ ۴) $1 < x < 3$

۱۶۴ اگر سهمی $y = ax^2 - bx + c$ محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض $-\frac{4}{b}$ و محور طول‌ها را فقط در نقطه‌ای به طول -2 قطع کند، a کدام است؟ (سهمی پایین محور x ها قرار دارد).

- ۱) $-\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) -2 ۴) $-\frac{1}{4}$

۱۶۵ به ازای کدام مقدار x ، نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4} - 3$ بالای محور x هاست؟

- ۱) $(2, +\infty)$ ۲) $(-\infty, -\sqrt{6})$ ۳) $(-\sqrt{6}, -2) \cup (2, \sqrt{6})$ ۴) $(-\infty, 2)$

۱۶۶ مجموعه مقادیر x به طوری که دو عبارت $A = \frac{x^3(2x-1)}{3-x}$ و $B = (7x+2)(x-3)$ هم‌علامت باشند، کدام است؟ (بزرگ‌ترین بازه را انتخاب کنید).

- ۱) $(-\infty, -\frac{1}{7})$ ۲) $(-\infty, -\frac{1}{7}) \cup (0, \frac{1}{7})$ ۳) $(-\infty, 0)$ ۴) $(-\infty, \frac{1}{7})$

۱۶۷ محور تقارن سهمی $y = -2x^2 + 5x - 1$ خط به معادله $ax - 2y = 1$ را در نقطه‌ای به عرض $\frac{11}{8}$ قطع می‌کند. a کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) -۲ ۴) -۳



۱۶۸ اگر یک سهمی از نقاط $A(1, 3)$ و $B(3, 3)$ بگذرد و رأس آن روی خط $y = -x$ قرار داشته باشد، رأس این سهمی با رأس کدام یک از سهمی‌های زیر یکسان است؟

① $y = x^2 + 4x + 6$ ② $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{2}{3}$ ③ $y = \frac{3}{2}x^2 - 6x + 4$ ④ $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 3$

۱۶۹ مجموعه جواب نامعادله $x(x^2 + 4) < 0$ کدام است؟

① $x < 0$ ② $x > 0$ ③ $0 < x < 2$ ④ $-2 < x < 0$

۱۷۰ مجموع مربعات سه عدد طبیعی متوالی برابر با ۷۷ است. مجموع این سه عدد کدام است؟

① ۱۲ ② ۱۵ ③ ۱۸ ④ ۲۱

۱۷۱ عبارت $P(x) = x^2 + ax + b$ به ازای $2 < x < 3$ منفی و به ازای بقیه مقادیر نامنفی است. مقدار $a + b$ کدام است؟

① ۱ ② -۱ ③ ۱۱ ④ -۱۱

۱۷۲ اگر معادله $ax^2 + bx + c = 0$ ریشه حقیقی نداشته باشد، کدام یک از معادلات زیر ریشه حقیقی ندارد؟

① $-ax^2 + bx + c = 0$ ② $ax^2 - bx + c = 0$ ③ $ax^2 + bx - c = 0$ ④ $ax^2 - bx - c = 0$

۱۷۳ عبارت گویای $\frac{\quad}{ax^2 + 3x + 9}$ به ازای تمامی مقادیر حقیقی x تعریف شده است. حدود a کدام است؟

① $a > -\frac{1}{4}$ ② $a < \frac{1}{4}$ ③ $a > \frac{1}{4}$ ④ $a < -\frac{1}{4}$

۱۷۴ مجموعه جواب نامعادله $|x^2 + x| \leq 2$ به صورت $[a, b]$ است. حاصل $b - a$ کدام است؟

① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

۱۷۵ در سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، اگر $f(1) = -2$ و $f(3) = 1$ ، کدام گزینه در مورد معادله $f(x) = 0$ درست است؟

- ① قطعاً دو ریشه متمایز دارد. ② ممکن است ریشه مضاعف داشته باشد.
 ③ می‌تواند ریشه نداشته باشد. ④ قطعاً ریشه ندارد.

۱۷۶ اگر $(2, 5)$ و $(-1, 20)$ دو نقطه از یک سهمی و $x = 1$ خط تقارن آن باشد، این سهمی در نقطه‌ای با کدام عرض محور y ها را قطع می‌کند؟

① ۵ ② ۴ ③ ۳ ④ ۲

۱۷۷ نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ محور x ها را در نقاطی با طول‌های -1 و 3 و محور y ها را در نقطه‌ای با عرض ۶ قطع می‌کند. فاصله رأس سهمی از محور x ها کدام است؟

① ۸ ② ۱۰ ③ ۱۲ ④ ۱۴



۱۷۸ اگر $a < 0$ و بازه (a, b) بزرگترین بازه‌ای باشد که عبارت $P(x) = \frac{x^3 - 12 + 36x}{x^2 + x - 2}$ در آن بازه

مثبت است، در این صورت $a + b$ کدام است؟

- ۱) -۳ ۲) -۱ ۳) ۴ ۴) -۲

۱۷۹ اگر نتیجه جدول تعیین علامت عبارت $P(x) = \frac{-2(x^2 - a^2)(x + b)}{(3x - c)^2}$ به صورت زیر باشد، $a^2b - c$

x	$-\infty$	-3	-2	3	5	$+\infty$
P(x)	+	-	+	-	-	-

کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) -۳۳ ۳) -۳ ۴) ۳۳

۱۸۰ حدود a کدام باشد تا به ازای مقادیر مناسب از b عبارت درجه دوم $(b - a)x^2 + bx + a$ همواره نامنفی باشد؟

- ۱) $(-\infty, 0)$ ۲) $(0, +\infty)$ ۳) R ۴) R

۱۸۱ اگر مجموعه جواب نامعادله $|x - a| \geq 2b$ به صورت $(-\infty, 3] \cup [6, +\infty)$ باشد، $a + b$ کدام است؟

- ۱) ۵٫۲۵ ۲) ۴٫۵ ۳) ۶ ۴) ۵٫۷۵

۱۸۲ به ازای کدام مقادیر m ، $-3mx^2 + 2mx + 1$ همواره پایین محور x ها قرار می‌گیرد؟

- ۱) $m > 0$ ۲) $-3 < m < 0$ ۳) هر مقدار m ۴) هیچ مقدار m

۱۸۳ عبارت $P(x) = \frac{x(x+2)^2}{x^2 - x - 2}$ در چه بازه‌ای همواره مثبت است؟

- ۱) $(0, +\infty)$ ۲) $(-2, 2)$ ۳) $(-1, 2)$ ۴) $(-1, 0)$

۱۸۴ نمودار سهمی $y = 3x^2 + mx + 4$ همواره بالای خط $y = -2x + 1$ قرار می‌گیرد. حدود m کدام است؟

- ۱) $(-8, 4)$ ۲) $(-6, 6)$ ۳) $(0, +\infty)$ ۴) $(-4, 8)$

۱۸۵ به ازای کدام مقادیر a عبارت $ax^2 + 2x + 4a$ همواره نامنفی است؟

- ۱) $a \geq \frac{1}{4}$ ۲) $a \leq -\frac{1}{4}$ ۳) $0 \leq a \leq \frac{1}{4}$ ۴) $-\frac{1}{4} \leq a \leq \frac{1}{4}$

۱۸۶ مجموعه جواب نامعادله $\frac{x}{x^2 - 6x + 11} < 2$ کدام است؟ (کامل‌ترین گزینه را انتخاب نمایید.)

- ۱) $(-\infty, 2)$ ۲) $(-\infty, 3) \cup (4, +\infty)$ ۳) $(-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$ ۴) $(-\infty, 1)$

۱۸۷ نامعادله $\frac{1}{|x^2 + 1|} < -1$ در کدام بازه، برقرار است؟

- ۱) $(2, 6)$ ۲) $(-4, 2)$ ۳) $(-2, 4)$ ۴) $(-1, 5)$



۱۸۸ اگر مجموعه جواب نامعادله $\frac{\quad}{x^2 + ax + b} \leq 0$ به صورت $(-\infty, -5) \cup [-3, 2)$ باشد، حاصل ab کدام است؟

- ۱) -20 ۲) 20 ۳) -30 ۴) 30

۱۸۹ نمودار یک سهمی از نقاط $(1, -2)$ و $(2, -3)$ می‌گذرد و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۱ قطع می‌کند. کدام یک از نقاط زیر روی این سهمی قرار دارد؟

- ۱) $(-1, 6)$ ۲) $(-2, 10)$ ۳) $(3, 2)$ ۴) $(4, -1)$

۱۹۰ مجموعه جواب نامعادله $2x^2 - 5x < 3$ کدام بازه است؟

- ۱) $(-\infty, 0)$ ۲) $(-3, \frac{1}{2})$ ۳) $(-1, 3)$ ۴) $(-\frac{1}{2}, 3)$

۱۹۱ به ازای چه مقادیری از k عبارت درجه دوم $A = kx^2 + 4x + 3$ همواره مثبت و عبارت $B = -3x^2 - kx - k$ همواره منفی است؟

- ۱) $(0, 12)$ ۲) $(\frac{4}{3}, 12)$ ۳) $(\frac{4}{3}, +\infty)$ ۴) $(\frac{4}{3}, +\infty)$

۱۹۲ تویی از بالای یک ساختمان که ۱۰ متر ارتفاع دارد به بالا پرتاب می‌شود. ارتفاع توپ از سطح زمین در ثانیه t از رابطه $h = -t^2 + 3t + 1$ محاسبه می‌شود. اگر در بازه زمانی (a, b) ، ارتفاع توپ از سطح زمین بیشتر از ۱۰ متر باشد، $b - a$ کدام است؟

- ۱) 1.5 ۲) 3 ۳) 4 ۴) 5

۱۹۳ در تابع $f(x) = \left| \frac{x-1}{2} + 1 \right| - 1$ در صورتی که دامنه، بازه $[-2, 3]$ باشد، بزرگ‌ترین بازه برای برد این تابع کدام است؟

- ۱) $[-\frac{1}{2}, 1]$ ۲) $[-1, 1]$ ۳) $[0, 1]$ ۴) $[-2, 1]$

۱۹۴ اگر مجموعه جواب نامعادله $|x + 2| + b < a$ به صورت (n, m) باشد، $m + n$ کدام است؟

- ۱) $2a - 2b$ ۲) $a - b$ ۳) 4 ۴) -4

۱۹۵ چند عدد صحیح در نامعادله $\frac{-2x^2 + x - 1}{2x^2 - x - 3} \geq 0$ صدق می‌کند؟

- ۱) 2 ۲) 3 ۳) صفر ۴) بی‌شمار

۱۹۶ به ازای کدام مقادیر m سهمی به معادله $y = (m-1)x^2 + mx + m$ بالای خط به معادله $y = 2x + 1$ قرار می‌گیرد؟

- ۱) $m > 1$ ۲) $m > \frac{4}{3}$ ۳) $0 < m < \frac{4}{3}$ ۴) $1 < m < \frac{4}{3}$



۱۹۷) یک جسم از بالای یک ساختمان که ۲۰ متر ارتفاع دارد، به هوا پرتاب می‌شود. اگر ارتفاع این جسم از سطح زمین در ثانیه t از رابطه $h = -5t^2 + 20t + 20$ محاسبه شود، در چه فاصله زمانی، ارتفاع توپ از سطح زمین در مسیر برگشت به سطح زمین بیشتر از ۳۵ متر خواهد بود؟

- ۱) $(1, 3)$ ۲) $(2, 3)$ ۳) $(0, 3)$ ۴) $(1, 2)$

۱۹۸) اگر رأس سهمی $y = ax^2 + 2ax - 3$ روی نیمساز ناحیه اول و سوم قرار داشته باشد و سهمی محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض b قطع کند، حاصل ab کدام است؟

- ۱) -3 ۲) -2 ۳) -6 ۴) 6

۱۹۹) مجموعه جواب نامعادله $(x^2 - 3x + 2)(x^2 + 2x - 2) \geq 0$ کدام است؟

- ۱) $(-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$ ۲) $[1, 2]$ ۳) $[1 - \sqrt{3}, 1] \cup [2, 1 + \sqrt{3}]$ ۴) $(-\infty, 1 - \sqrt{3}) \cup [1 + \sqrt{3}, +\infty)$

۲۰۰) مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^3 + 2x^2 - x + 2}{x^2 - x + 1} \geq 2$ کدام است؟

- ۱) $[0, +\infty)$ ۲) $[2, +\infty)$ ۳) $[2, 5]$ ۴) $(-\infty, 2]$

۲۰۱) مجموعه مقادیر m کدام باشد تا نابرابری $(m+1)x^2 - 2(m+1)x + 2m - 1 > 0$ به ازای هر x برقرار باشد؟

- ۱) $\{m \in \mathbb{R} | m > -\frac{1}{2}\}$ ۲) $\{m \in \mathbb{R} | m > -1\}$

- ۳) $\{m \in \mathbb{R} | -1 < m < \frac{1}{2}\}$ ۴) $\{m \in \mathbb{R} | m > 2\}$

۲۰۲) اگر مجموعه جواب نامعادله $4x + 1 < 3x - 1 \leq 5x + a$ بازه $[-4, -2]$ باشد، مقدار a کدام است؟

- ۱) -6 ۲) -7 ۳) 6 ۴) 7

۲۰۳) سه مخزن کروی تو در تو را که هم مرکز هستند، در نظر بگیرید. حجم بزرگترین مخزن برابر با 36π و حجم

کوچکترین مخزن برابر با $\frac{32}{3}\pi$ است، شعاع مخزن میانی، کدام یک از اعداد زیر می‌تواند باشد؟

- ۱) $\sqrt{2}$ ۲) $\sqrt{3}$ ۳) $\sqrt{5}$ ۴) $\sqrt{10}$

۲۰۴) یک سهمی محور x ها را در نقطه‌های $x = 5$ و $x = -2$ قطع می‌کند و عرض رأس این سهمی $-\frac{49}{2}$ است.

اگر سهمی محور y ها را در نقطه y قطع کند، y کدام است؟

- ۱) -40 ۲) -10 ۳) -20 ۴) -5

۲۰۵) اگر عرض پایین‌ترین نقطه سهمی $y = (2k+2)x^2 - 4x + k$ برابر صفر باشد، مقدار k کدام است؟

- ۱) 2 ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) 1 ۴) $-\frac{1}{2}$



۲۰۶ مجموعه جواب نامعادله $\left| \frac{x+2}{3} - 4 \right| \geq 3$ چند عدد صحیح را شامل نمی شود؟

۱۹ (۴)

۱۸ (۳)

۱۷ (۲)

۱۶ (۱)

۲۰۷ مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 5x - 6} \geq 2$ برابر با بازه $(a, b]$ است، بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

۳ (۴)

۱٫۵ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

۲۰۸ اگر جدول تعیین علامت عبارت $A = 2x^3 - ax^2 + b$ به شکل زیر باشد، $a + b$ کدام است؟

x	2	1
A	-	-
		+

-۱۴ (۴)

-۱۰ (۳)

۱۴ (۲)

۱۰ (۱)

۲۰۹ خط تقارن سهمی $y = ax^2 + bx + c$ خط $x = 1$ است و نمودار سهمی از نقطه $(1, 1)$ می گذرد. مقدار $c - a$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۱۰ اگر جدول تعیین علامت $y = ax + b$ به شکل مقابل باشد، جدول تعیین علامت $y = bx - a$ به کدام صورت می تواند باشد؟

x	2
ax + b	+
	-

x	$-\frac{1}{2}$
bx - a	+
	-

 (۴)

x	$\frac{1}{2}$
bx - a	+
	-

 (۳)

x	$\frac{1}{2}$
bx - a	-
	+

 (۲)

x	$-\frac{1}{2}$
bx - a	-
	+

 (۱)

۲۱۱ نمودار یک سهمی محور طول ها را در نقاطی به طول های ۱- و ۳ قطع می کند و بیشترین مقدار عرض نقاط روی سهمی برابر ۴ است. در این صورت عرض نقطه ای به طول ۵ روی این سهمی کدام است؟

-۱۲ (۴)

۲ (۳)

-۲۴ (۲)

صفر (۱)

۲۱۲ مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2 - 3x - 3}{x - 2} < x$ کدام است؟

 $[-3, 2]$ (۴) $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$ (۳)

 $(-3, 2)$ (۲) $(-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$ (۱)

۲۱۳ به ازای چه مقادیری از k ، سهمی $y = (k - 1)x^2 - x + k$ همواره بالای خط $y = x - 1$ قرار می گیرد؟

 $k > 2$ (۴) $k > \sqrt{2}$ (۳) $k > \sqrt{2}$ یا $k < -\sqrt{2}$ (۲) $k > 1$ (۱)

۲۱۴ چند مثلث قائم الزاویه وجود دارد که اضلاع آن سه عدد زوج متوالی باشند؟

بی شمار (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۲۱۵ اختلاف سنی دو برادر با یکدیگر ۵ سال است. اگر ۵ سال دیگر حاصل ضرب سن آن ها ۳۰۰ شود، ۱۰ سال بعد مجموع سن دو برادر کدام است؟

۵۰ (۴)

۵۵ (۳)

۴۰ (۲)

۴۵ (۱)



۲۱۶ اگر در حل معادله $2x(4x - 3) = 13$ به روش مربع کامل، آن را به شکل $(x - a)^2 = b$ بازنویسی کنیم، حاصل $\frac{b}{a^2}$ کدام است؟

۱۳۰ (۴) $\frac{130}{9}$

۱۴ (۳)

۱۱۳ (۲) $\frac{113}{9}$

۱۲ (۱)

۲۱۷ اگر معادله درجه دوم $mx^2 - mx + 2 = 0$ ریشه حقیقی نداشته باشد، m در کدام بازه قرار می گیرد؟

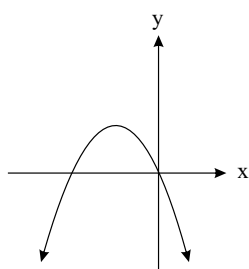
(۰, ۸) (۴)

(-۴, ۴) (۳)

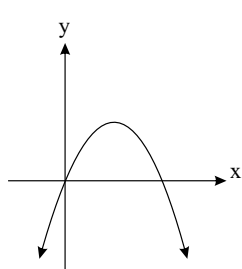
(-۸, ۰) (۲)

(-۸, ۸) (۱)

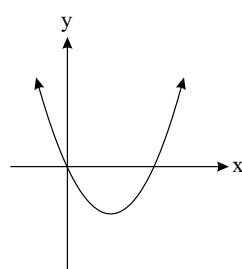
۲۱۸ در سهمی $y = ax^2 + bx + c$ اگر $a < 0$ ، $b > 0$ و $c = 0$ باشد، آن گاه شکل کلی سهمی کدام یک از گزینه های زیر است؟



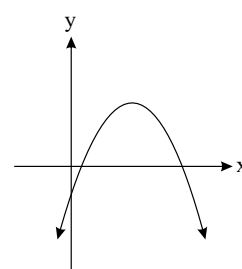
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۲۱۹ نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ محور y ها را در نقطه ای به عرض ۲ و محور x ها را در نقاطی به طول ۱- و ۲ قطع کرده است. $ac - b$ کدام است؟

-۳ (۴)

۳ (۳)

۱ (۲)

-۲ (۱)

۲۲۰ مجموع مربعات سه عدد فرد متوالی مثبت ۸۳ است. مجموع این سه عدد کدام می تواند باشد؟

۱۳ (۴)

۱۷ (۳)

۱۵ (۲)

۹ (۱)

۲۲۱ نمودار سهمی به معادله $y = a^2x^2 + bx - c^2$ محور x ها را در نقاطی به طول ۲ و -۳ قطع می کند. اگر این

سهمی از نقطه $(3, 3)$ عبور کند، فاصله رأس سهمی از نقطه $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{8})$ کدام است؟

$\sqrt{10}$ (۴)

۳ (۳)

$2\sqrt{2}$ (۲)

۴ (۱)

۲۲۲ اگر ریشه های معادله $x^2 - (3a + 1)x + 2a^2 + 2 = 0$ باهم برابر باشند، مقدار a کدام می تواند باشد؟

-۷ (۴)

۲ (۳)

صفر (۲)

$-\frac{1}{2}$ (۱)

۲۲۳ پدری از پسرش ۲۵ سال بزرگ تر است. اگر ۵ سال بعد حاصل ضرب سن پدر و پسر برابر ۹۰۰ باشد، آن

گاه مجموع سن کنونی پدر و پسر کدام است؟

۵۵ (۴)

۶۵ (۳)

۳۵ (۲)

۴۰ (۱)



۲۲۴ اگر $S(\frac{5}{6}, -\frac{1}{12})$ رأس سهمی $y = 3x^2 + bx + c$ باشد، آن گاه مجموع طول و عرض نقاط تلاقی آن با محاورهای مختصات کدام است؟

- ۱ $\frac{3}{11}$ ۲ $\frac{11}{3}$ ۳ $\frac{5}{3}$ ۴ $\frac{10}{3}$

۲۲۵ اگر خط $y = 3x$ بر سهمی $y = x^2 + mx + 1$ مماس باشد، m کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

- ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴

۲۲۶ نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۲ و محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۱ - و ۲ قطع کرده است. حداکثر مقدار چقدر است؟

- ۱ حداکثر مقدار ندارد. ۲ $-\frac{1}{2}$ ۳ $\frac{1}{2}$ ۴ $\frac{9}{4}$

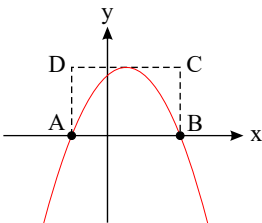
۲۲۷ نقطه $(-2, -4)$ رأس سهمی به معادله $y = -x^2 - ax + 2b$ است. این سهمی محور y ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

- ۱ -۸ ۲ -۴ ۳ ۴ ۴ ۸

۲۲۸ اگر معادله درجه دوم $2x^2 + bx + c = 0$ دارای ریشه مضاعف $x = 4$ باشد، مقدار $b + c$ کدام است؟

- ۱ ۱۶ ۲ ۴ ۳ ۸ ۴ ۳۲

۲۲۹ اگر نمودار سهمی $y = \frac{-x^2}{2} + \frac{3x}{2} + 5$ به صورت زیر باشد، مساحت مستطیل $ABCD$ کدام است؟



- ۱ $\frac{245}{6}$ ۲ $\frac{324}{5}$ ۳ $\frac{343}{8}$ ۴ $\frac{245}{4}$

۲۳۰ معادله $(x^2 - x)^2 + (x^2 - x) - 12 = 0$ چند جواب حقیقی دارد؟

- ۱ صفر ۲ ۱ ۳ ۲ ۴ ۳

۲۳۱ اگر مقدار عبارت $2x - b$ تنها در فاصله $-\frac{1}{3} < x < 2$ کم‌تر از صفر باشد، حاصل ab کدام است؟ ($a, b > 0$)

- ۱ ۱۸ ۲ ۲۴ ۳ ۴۸ ۴ ۳۶

۲۳۲ وسط یک زمین مستطیل شکل، به مساحت ۳۸۴ متر مربع، زمین چمن مستطیل شکلی قرار دارد که طول آن ۲۰ متر و عرض آن ۱۲ متر است و فاصله همه لبه‌های زمین چمن تا اضلاع زمین یکسان است. در این صورت محیط زمین مستطیل شکل چند متر است؟

- ۱ ۳۲۰ ۲ ۲۸۰ ۳ ۸۰ ۴ ۶۴



۲۳۳ در حل معادله $x^2 + 3x - 2 = 0$ به روش مربع کامل، از چه عددی جذر گرفته می شود؟

۱۱ (۴)

۲ (۳)

۹ (۲)

۱۷ (۱)
۴

۲۳۴ رأس سهمی $y = (mx - 4)(4 + 2x)$ بر محور x ها منطبق است، مقدار m چه عددی می باشد؟

۴ (۴)

-۲ (۳)

۲ (۲)

-۴ (۱)

۲۳۵ نقطه $A(-1, -4)$ رأس سهمی به معادله $y = 3x^2 + ax + b + 8$ است، این سهمی محور y ها را با کدام

عرض قطع می کند؟

۲ (۴)

-۱ (۳)

-۲ (۲)

-۳ (۱)

۲۳۶ مجموعه جواب نامعادله $1 \leq \left| \frac{1-x}{2} \right| < 2$ کدام است؟

[-۲, ۱] (۴)

[-۱, ۳] (۳)

[-۳, ۱] (۲)

[-۳, ۳] (۱)

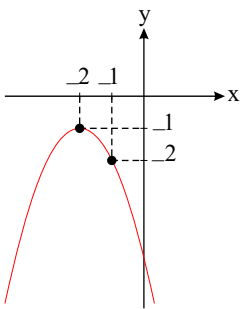
۲۳۷ معادله سهمی شکل زیر کدام است؟

$y = -x^2 - 4x - 3$ (۱)

$y = -x^2 + 4x - 5$ (۲)

(۳)

$y = -4x^2 - 4x - 3$ (۴)



۲۳۸ عبارت $P = \frac{\quad}{3x+1} - \frac{\quad}{x-1}$ در بازه (a, b) منفی است. اگر a و b منفی باشند، حداکثر مقدار $b - a$

کدام است؟

$\frac{1}{5}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{2}{15}$ (۲)

$\frac{1}{15}$ (۱)

۲۳۹ برای حل معادله $2x^2 = 3x + 5$ از روش مربع کامل، بعد از یک شدن ضریب x^2 ، چه عددی باید به طرفین

معادله اضافه کنیم تا عبارت به مربع کامل تبدیل شود؟

$\frac{9}{16}$ (۴)

۹ (۳)

$\frac{9}{4}$ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۱)

۲۴۰ اگر قدرمطلق تفاضل جواب های معادله $(x-2)^2 = (k-1)^4$ برابر ۸ باشد، آن گاه حاصل ضرب مقادیر

مختلف k کدام است؟

-۱۶ (۴)

-۴ (۳)

-۳ (۲)

۲ (۱)

۲۴۱ اگر عبارت درجه دوم $mx^2 + 2x - 1$ همواره نامثبت باشد، حدود m کدام است؟

$-1 \leq m < 0$ (۴)

$m \leq -1$ (۳)

$m \geq -1$ (۲)

$m < 0$ (۱)



۲۴۲) کف اتاقی به ابعاد ۵×۴ متر، یک قالی به مساحت ۱۲ مترمربع پهن شده است. اگر فاصله لبه های قالی تا دیوار یکسان باشد، این فاصله چقدر است؟

- ۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۲ ۴) ۴

۲۴۳) در مسابقات یک فصل از یک لیگ فوتبال که بازی های رفت و برگشت دارد، در مجموع تعداد ۵۶ بازی انجام می شود. تعداد تیم های شرکت کننده در این لیگ کدام است؟

- ۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۶ ۴) ۷

۲۴۴) اگر معادله درجه دوم $x(x+3) = -3a$ جواب حقیقی نداشته باشد، حدود a کدام است؟

- ۱) $a > \frac{3}{4}$ ۲) $a < \frac{3}{4}$ ۳) $a > -\frac{3}{4}$ ۴) $a < \frac{9}{4}$

۲۴۵) اگر اشتراک مجموعه جواب دو نامعادله $۳x - ۱ < ۸$ و $-۲ < ۳x - ۱$ را به صورت $|x - \alpha| < \beta$ بنویسیم، $\alpha + \beta$ کدام است؟

- ۱) -۳ ۲) -۲ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۴۶) اگر $x + y = ۶$ و $xy = ۴$ ، حاصل عبارت $x\sqrt{y} + y\sqrt{x}$ کدام است؟

- ۱) $\sqrt{۵۰}$ ۲) $\sqrt{۴۰}$ ۳) $\sqrt{۴۵}$ ۴) $\sqrt{۳۵}$

۲۴۷) به ازای چه مقادیری از a ، سهمی به معادله $y = (a-1)x^2 + (2a-1)x + a$ فقط از ناحیه اول محورهای مختصات عبور نمی کند؟

- ۱) $[۰, +\infty)$ ۲) $(-\infty, ۰]$ ۳) $(-\infty, ۱)$ ۴) \emptyset

۲۴۸) اگر بزرگ ترین بازه ای که نامعادله $(x-6)(2x+5) < ۰$ در آن برقرار است، بازه (a, b) باشد، حاصل $b - a$ برابر کدام است؟

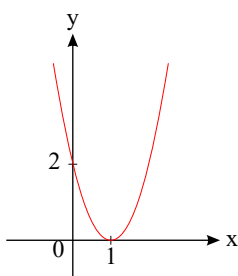
- ۱) $\frac{7}{2}$ ۲) $\frac{17}{2}$ ۳) $\frac{32}{5}$ ۴) $\frac{28}{5}$

۲۴۹) طول یک مستطیل، ۳ سانتی متر بیش تر از ۲ برابر عرض آن است. اگر مساحت این مستطیل ۲۰ سانتی متر مربع باشد، محیط این مستطیل چند سانتی متر است؟

- ۱) ۱۸ ۲) ۲۴ ۳) ۲۱ ۴) ۲۷

۲۵۰) اگر منحنی سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به شکل زیر باشد، حاصل abc کدام است؟

- ۱) ۸ ۲) ۱۶ ۳) -۱۶ ۴) -۸





۲۵۱) نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ و محور x ها را در نقاطی به طول -۲ و ۴ قطع کرده است. معادله سهمی کدام است؟

۱) $y = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3$ ۲) $y = \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{4}x + 3$ ۳) $y = -\frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{4}x + 3$ ۴) $y = \frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3$

۲۵۲) مجموعه جواب نامعادله $\frac{(-x^2 + x - 1)|x + 2|}{x^2 + 2x} > 0$ کدام است؟

۱) $-2 < x < 0$ ۲) $x < -2$ یا $x > 0$ ۳) $x > -2$ ۴) $x < 0$

۲۵۳) اگر معادله درجه دوم $bx^2 - 3x + \frac{1}{4} = 0$ ریشه مضاعف داشته باشد، حاصل ضرب ریشه‌های معادله

$\frac{b^2}{2} = 0$ ۳x^2 + 2x - \frac{b^2}{2} = 0

۱) ۱۳٫۵ ۲) -۱۳٫۵ ۳) ۱۵٫۵ ۴) -۱۵٫۵

۲۵۴) به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، نمودار سهمی $y = mx^2 - x^2 + m + 2\sqrt{2}x$ از نواحی اول و دوم محورها مختصات نمی‌گذرد؟

۱) $m < 1$ ۲) $m \geq 2$ ۳) $m \leq -1$ ۴) $m \geq 2$ یا $m \leq -1$

۲۵۵) مقادیر a کدام باشد تا نمودار سهمی $y = (2a + 1)x^2 - 4x + 1$ پایین‌تر از محور x ها قرار نگیرد؟

۱) $(-\infty, \frac{3}{2}]$ ۲) $(-\infty, -\frac{1}{2}]$ ۳) $[\frac{3}{2}, +\infty)$ ۴) $[-\frac{1}{2}, +\infty)$

۲۵۶) به ازای چند عدد طبیعی نامعادله $\frac{x^4 - 2x^3 + x^2}{x^2 - 5x + 6} \leq 0$ برقرار است؟

۱) هیچ ۲) یک ۳) دو ۴) بی‌شمار

۲۵۷) مجموعه جواب نامعادله $|\frac{x-2}{3} - x| \leq 2$ ، کدام است؟

۱) $[-2, 4]$ ۲) $[-2, 1]$ ۳) $[-3, -2] \cup [-1, 1]$ ۴) $[-4, 2]$

$\frac{x}{y} \mid \begin{array}{cc} -2 & 1 \\ -0 & -0 \end{array} +$

۲۵۸) جدول تعیین علامت کدام یک از چندجمله‌ای‌های زیر به صورت زیر می‌باشد؟

۱) $y = x^2 + x - 2$ ۲) $y = x^2 - x + 2$ ۳) $y = x^3 + 3x^2 - 4$ ۴) $y = x^3 - 3x^2 + 4$

۲۵۹) در کدام بازه x عبارت $A = (2 - |x|)(2x - 6)$ منفی باشد؟

۱) $(2, +\infty)$ ۲) $(-2, 3)$ ۳) $(-2, 2) \cup (3, +\infty)$ ۴) $(-\infty, 2)$

۲۶۰) اگر بازه $(-1, 2)$ بزرگ‌ترین بازه‌ای باشد که در آن علامت عبارت $y = ax^2 + x + 2a^2$ مثبت باشد، a کدام است؟

۱) $-\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۱ ۴) -۱



۲۶۱ مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2 - x}{x + 2} \geq 2$ کدام است؟

- ① $\mathbb{R} - [-1, 4]$ ② $\mathbb{R} - (-1, 4)$ ③ $(-2, -1) \cup (4, +\infty)$ ④ $(-2, -1] \cup [4, +\infty)$

۲۶۲ اگر رأس سهمی $y = 3x^2 + ax + b$ نقطه $S(1, -4)$ باشد، $a - b$ برابر با کدام گزینه است؟

- ① ۷ ② ۵ ③ -۷ ④ -۵

۲۶۳ اگر $S(1, -2)$ رأس سهمی $y = ax^2 + bx - \frac{3}{2}$ باشد، طول نقاط تلاقی این سهمی با محور x ها کدام

است؟

- ① -۲, ۴ ② -۱, ۳ ③ -۳, ۵ ④ -۲, ۳

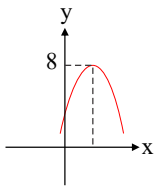
۲۶۴ اگر سهمی به معادله $y = ax^2 - bx + c$ از مبدأ مختصات و نقطه $A(-1, 3)$ بگذرد و محور تقارن آن

$x = 2$ باشد، مقدار $15a + 5b + c$ کدام است؟

- ① ۹ ② -۳ ③ ۲۱ ④ ۱۸

۲۶۵ نمودار سهمی به معادله $y = -2x^2 + ax + a + 2$ به صورت زیر است. این سهمی قسمت مثبت محور x ها

را در نقطه ای با کدام طول قطع می کند؟



- ① ۵ ② ۳ ③ $\frac{3}{2}$ ④ ۴

۲۶۶ اگر بالاترین نقطه سهمی $y = mx^2 + 2\sqrt{3}x + m + 2$ در ناحیه چهارم دستگاه مختصات باشد، حدود

m کدام است؟

- ① $m < -3$ ② $-3 < m < 1$ ③ $-3 < m < -1$ ④ $-1 < m < 0$

۲۶۷ مجموعه جواب نامعادله $(|3 - x| + 2)(|2 - x| - 3) < 0$ کدام است؟

- ① $(-2, 3)$ ② $(-\infty, -1) \cup (5, +\infty)$ ③ $(-1, 5)$ ④ $(2, 3)$

۲۶۸ اشتراک مجموعه جواب های دو نامعادله $\left| \frac{1}{x+1} \right| < 1$ و $1 < \frac{1}{-2} < 2$ شامل چند عدد صحیح

است؟

- ① صفر ② ۱ ③ ۲ ④ ۳

۲۶۹ کدام بازه زیر مجموعه ای از مجموعه جواب نامعادله $\left| \frac{5 - |x|}{2} \right| < 4$ نیست؟

- ① $(-13, -12)$ ② $(-14, -13)$ ③ $(10, 11)$ ④ $(11, 12)$



۲۷۰ اگر هر دو عبارت $A = (2x + 1)(x - 4)$ و $B = \frac{(b^2 - x)(2x + 1)}{ax + b}$ جدول تعیین علامت کاملاً

یکسانی داشته باشند، حاصل $a + b$ کدام است؟

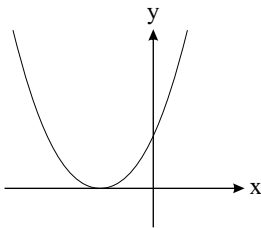
- ۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۴ ۴) -۴

۲۷۱ برای چه مقادیری از m ، سهمی $y = x^2 + mx + 1$ با نیمساز ناحیه اول و سوم محورهای مختصات برخورد

ندارد؟

- ۱) $-2 < m < 2$ ۲) $-1 < m < 3$ ۳) $-2 \leq m < 3$ ۴) $-1 < m < 4$

۲۷۲ اگر نمودار سهمی به معادله $y = x^2 + 4ax + 1$ به صورت زیر باشد، مقدار a کدام است؟



- ۱) -۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۲ ۴) $-\frac{2}{3}$

۲۷۳ رأس سهمی به معادله $y = -x^2 - 2a^2x + b$ روی خط $y = 2x$ قرار داد. این سهمی از کدام نواحی

محورهای مختصات نمی گذرد؟

- ۱) اول و دوم ۲) سوم و چهارم ۳) فقط اول ۴) فقط چهارم

۲۷۴ حدود a کدام باشد تا به ازای مقادیر مختلف x عبارت $A = \frac{+ax + 1}{-x^2 - x - 1}$ بتواند مقادیر مثبت، منفی و

صفر را اختیار کند؟

- ۱) $-2 < a < 2$ ۲) $|a| > 2$ ۳) هر مقدار حقیقی a ۴) $|a| > 1$

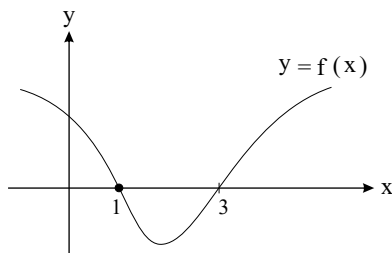
۲۷۵ اگر $a \leq m \leq b$ بزرگ ترین بازه برای m باشد که به ازای آن، عبارت $A = x^2 + 2mx + x + 1$ تغییر

علامت ندهد، حاصل ab کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $-\frac{3}{4}$ ۴) $-\frac{1}{2}$

۲۷۶ شکل زیر نمودار تابع $y = f(x)$ است. اگر عبارت $A = \frac{1}{|x^2 - 9|}$ در بازه $(-1, a)$ همواره منفی باشد،

بیش ترین مقدار a کدام است؟



- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) ۲

۲۷۷ به ازای کدام مجموعه مقادیر برای m ، منحنی $y = 2x - x^2$ با خط $y = mx$ نقطه مشترک ندارد؟

- ۱) $(0, +\infty)$ ۲) $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ ۳) هر مقدار m ۴) هیچ مقدار m



۲۷۸) معادله درجه دوم $mx^2 + (m-1)x + 3 = 0$ دارای یک ریشه مضاعف است. مجموع مقادیر ممکن برای m کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

۲۷۹) یک سهمی در نقاطی به طول ۱ و ۳ محور x ها را قطع می کند و بر خط $y = 4$ مماس است. عرض از مبدأ این سهمی کدام است؟

-۱۲ (۴)

-۸ (۳)

-۶ (۲)

-۳ (۱)

۲۸۰) حدود m کدام باشد تا $\frac{mx^2 - x + 1}{-1 + 3x - 4x^2} < 0$ به ازای همه مقادیر x برقرار باشد؟ ($m \neq 0$)

 $m < -\frac{1}{4}$ (۴) $m > \frac{1}{4}$ (۳) $0 < m < \frac{1}{4}$ (۲) $m > 0$ (۱)



پاسخنامه تشریحی

دو عدد متوالی را n و $n+1$ در نظر می گیریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱

$$n^2 + (n+1)^2 = 25 \Rightarrow n^2 + n^2 + 2n + 1 = 25 \Rightarrow 2n^2 + 2n - 24 = 0$$

$$\xrightarrow{\div 2} n^2 + n - 12 = 0 \Rightarrow (n+4)(n-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n-3=0 \Rightarrow n=3 \rightarrow \text{اعداد: } 3, 4 \\ n+4=0 \Rightarrow n=-4 \end{cases}$$

$$\text{قدر مطلق تفاضل مربعات} = |4^2 - 3^2| = |16 - 9| = |7| = 7$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲

$$S_{\text{هاشور}} = S_{\text{کل}} - S_{\text{مثلث}} = 20 \Rightarrow (x+3)(x+3) - \frac{1}{2} \times x \times (x+3) = 20$$

$$\Rightarrow x^2 + 6x + 9 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x = 20$$

$$\xrightarrow{\times 2} 2x^2 + 12x + 18 - x^2 - 3x = 40 \Rightarrow x^2 + 9x + 18 - 40 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 9x - 22 = 0 \Rightarrow (x+11)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -11 \\ x = 2 \end{cases}$$

چون x برابر با طول ضلع مثلث است، نمی تواند منفی باشد؛ پس $x = 2$ را می پذیریم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳

در یک معادله ی درجه ی ۲ با ضرایب گویا، ریشه ها زمانی گویا هستند که Δ مربع کامل باشد.

$$\Delta = (2k-1)^2 - 4k(k-2) = 4k^2 - 4k + 1 - 4k^2 + 8k = 4k + 1$$

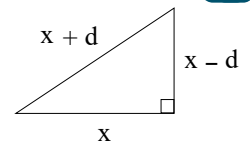
برای آنکه $4k+1$ مربع کامل باشد، k عضو مجموعه $\{2, 6, 12, 20, \dots\}$

راهنمایی: با توجه به عبارت $4k+1$ ، گزینه ها را آزمایش می کنیم تا معلوم شود کدام مجموعه مقادیر مربع کامل را تولید می کند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴ اضلاع مثلث قائم الزاویه را به صورت $x-d$ و x و $x+d$ در نظر می گیریم تا تشکیل دنباله حسابی بدهند:

فیثاغورث: $\quad \quad \quad = \quad +$

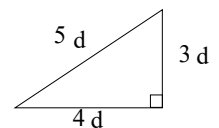
$$\Rightarrow x^2 + 2xd + d^2 = x^2 + x^2 - 2xd + d^2$$



$$\Rightarrow x^2 - 4xd = 0 \Rightarrow x(x-4d) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4d \end{cases}$$

چون x طول ضلع مثلث است، $x = 0$ غیر قابل قبول است و $x = 4d$ را می پذیریم:

$$S = \frac{1}{2} \times 4d \times 3d = 6d^2 \xrightarrow{d=2} S = 6 \times 2^2 = 24$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$(m-1)x^2 - 7x + 2m = 0 \xrightarrow{x=2} (m-1) \times 4 - 7 \times 2 + 2m = 0$$



$$\Rightarrow 4m - 4 - 14 + 2m = 0 \Rightarrow 6m - 18 = 0 \Rightarrow 6m = 18 \Rightarrow m = \frac{18}{6} = 3$$

$m = 3$ را در معادله قرار می دهیم:

$$2x^2 - 7x + 6 = 0 \Rightarrow \Delta = 49 - 4 \times 2 \times 6 = 49 - 48 = 1$$

$$x = \frac{+7 \pm \sqrt{1}}{4} = \frac{7 \pm 1}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = +2 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶

معادله‌ی محور تقارن سهمی $y = ax^2 + bx + c$ عبارتست از: $x = -\frac{b}{2a}$

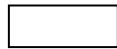
$$y = -2x^2 + ax + b \Rightarrow \text{معادله‌ی محور تقارن: } x = -\frac{a}{2 \times (-2)} = \frac{a}{4} \left. \begin{matrix} \Rightarrow \frac{a}{4} = 1 \Rightarrow a = 4 \\ \text{فرض مسئله } x = 1 \end{matrix} \right\}$$

تا اینجا کار، معادله‌ی سهمی به صورت $y = -2x^2 + 4x + b$ در می آید. این سهمی باید از نقطه‌ی $(1, -1)$ بگذرد:

$$-1 = -2(1)^2 + 4(1) + b \Rightarrow -1 = -2 + 4 + b \Rightarrow b = -3$$

$$\text{حکم: } a - b = 4 - (-3) = 7$$

با قرار دادن $x = 2$ در معادله داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۷



$$3x^2 - 3x - 6 = 0 \Rightarrow \Delta = 9 - 4(3)(-6) = 9 + 72 = 81 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 9$$

$$x_1, x_2 = \frac{3 \pm 9}{6} = \begin{cases} \frac{12}{6} = 2 \\ \frac{-6}{6} = -1 \end{cases}$$

چون در سوال $x = 2$ را به عنوان یکی از پاسخ ها مطرح کرده پس پاسخ دیگر -1 و m نیز ۳ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow (x + 3)(x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3 \\ x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \end{cases}$$

$$|-3| > 2 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = 2 \end{cases} \quad \frac{x_1^2}{x_2 + 1} = \frac{9}{3} = 3$$

وقتی $\Delta < 0$ آنگاه معادله جواب حقیقی ندارد، پس: ۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$$(-m)^2 - 4(2)(-m) < 0 \Rightarrow m^2 + 8m < 0$$

$$m(m + 8) < 0 \Rightarrow m = 0$$

$$\begin{array}{c|cc} & 8 & 0 \\ \hline m^2 + 8m & + & 0 \\ & 0 & + \end{array} \Rightarrow -8 < m < 0$$



۱۰ اگر سه عدد را m ، $m+1$ ، $m+2$ فرض کنیم. داریم:

$$m^2 + \quad + \quad = 2 \Rightarrow \quad + \quad + 2m + 1 + \quad + 4m + 4 = 2$$

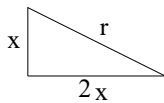
$$3m^2 + 6m + 5 = 2 \Rightarrow 3m^2 + 6m + 3 = 0 \xrightarrow{\div 3} m^2 + 2m + 1 = 0 \Rightarrow (m+1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow m+1=0 \Rightarrow m=-1$$

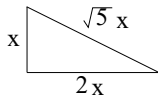
$$\begin{cases} \Rightarrow -1 + 0 + 1 = 0 \\ m+2=1 \end{cases}$$

۱۱

با نوشتن رابطه فیثاغورس در مثلث روبه رو داریم:



$$r^2 = x^2 + (2x)^2 = x^2 + 4x^2 = 5x^2 \Rightarrow r = \sqrt{5}x$$



$$\text{محیط} = x + 2x + \sqrt{5}x = (3 + \sqrt{5})x$$

$$\text{مساحت} = \frac{2x \times x}{2} = x^2$$

باتوجه به مجموع محیط و مساحت داریم:

$$x^2 + (3 + \sqrt{5})x = 10 + 2\sqrt{5}$$

$$x^2 + (3 + \sqrt{5})x - (10 + 2\sqrt{5}) = 0$$

$$\Delta = (3 + \sqrt{5})^2 + 4(1)(10 + 2\sqrt{5}) = 9 + 6\sqrt{5} + 5 + 40 + 8\sqrt{5}$$

$$= 49 + 14\sqrt{5} + 5 = (7 + \sqrt{5})^2 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \pm(7 + \sqrt{5})$$

$$x_1, x_2 = \frac{-3 - \sqrt{5} \pm (7 + \sqrt{5})}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-3 - \sqrt{5} - 7 - \sqrt{5}}{2} = \frac{-10 - 2\sqrt{5}}{2} = -5 - \sqrt{5} \text{ غ.ق.} \\ x_2 = \frac{-3 - \sqrt{5} + 7 + \sqrt{5}}{2} = \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

۱۲ باتوجه به شکل در می یابیم که طول رأس سهمی عددی مثبت و عرض آن صفر است.

$$S \begin{cases} > 0 \\ f\left(\frac{-3}{2a}\right) = 0 \end{cases}$$

$$1) \frac{-3}{2a} = \frac{-4}{4} = -1 < 0 \quad \times$$

$$2) \frac{-3}{2a} = \frac{-3}{2} < 0 \quad \times$$



$$۳) \begin{cases} ۲a = \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳} > ۰ \quad \checkmark \\ f\left(\frac{۲}{۳}\right) = ۳ \times \frac{۴}{۹} - ۴ \times \frac{۲}{۳} + ۸ \neq ۰ \quad \times \end{cases}$$

$$۴) \begin{cases} \frac{۲a}{۲} = \frac{۸}{۲} = ۴ > ۰ \quad \checkmark \\ f(۴) = ۱۶ - ۳۲ + ۱۶ = ۰ \quad \checkmark \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

$$\text{طول رأس سهمی} = \frac{۲a}{۲a} = -۱ \Rightarrow -b = -۲a \Rightarrow b = ۲a \Rightarrow ۲a - b = ۰$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

راه اول:

$$y = ax^2 + bx + c \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{(1,0)} ۰ = a + b + c \\ \xrightarrow{(۲,۴)} ۴ = ۴a + ۲b + c \end{cases} \Rightarrow ۳a + b = ۴ \quad (I)$$

$$y = ax^2 + bx + c \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{(۲,۴)} ۴ = ۴a + ۲b + c \\ \xrightarrow{(۳,۱۴)} ۱۴ = ۹a + ۳b + c \end{cases} \Rightarrow ۵a + b = ۱۰ \quad (II)$$

$$\xrightarrow{I, II} \begin{cases} ۳a + b = ۴ \\ ۵a + b = ۱۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{ } \\ \text{ } \end{cases}$$

$$۳a + b = ۴ \xrightarrow{a=۳} ۹ + b = ۴ \Rightarrow \boxed{b = -۵}$$

$$a + b + c = ۰ \Rightarrow ۳ + (-۵) + c = ۰ \Rightarrow \boxed{c = ۲}$$

$$\boxed{c = \frac{-۵ + ۳}{۲} = -۱}$$

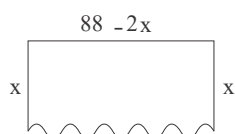
راه دوم:

$$y = ax^2 + bx + c \xrightarrow{(1, 0)} a + b + c = ۰ \Rightarrow a + b = -c$$

$$c = c = -۱$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵ اگر عرض مستطیل را x فرض کنیم، مطابق شکل مساحت مستطیل $x(۸۸ - ۲x)$ است. پس سهمی به معادله‌ی

را در نظر می‌گیریم.



$$y = x(۸۸ - ۲x) = -۲x^2 + ۸۸x$$

عرض نقطه رأس سهمی $\left(\frac{\quad}{۴a}\right)$ بیشترین مساحت ممکن است، بنابراین:



$$y_{max} = \frac{\quad}{4 \times (-2)} = \frac{\quad}{-8} = \frac{\quad}{8} = \frac{\quad \times}{8} = 8 \times 11^2 = 968$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

$$\frac{\quad}{4a} = \frac{\quad}{4a} : y = ax^2 + bx + c \text{ عرض رأس سهمی در نمودار}$$

$$y = ax^2 - 2\sqrt{2}x + a \Rightarrow \frac{4 \times a \times a - (-2\sqrt{2})^2}{4a} = \frac{4 - 8}{4a} = 1$$

$$\Rightarrow 4a^2 - 8 = 4a \Rightarrow 4a^2 - 8 - 4a = 0 \xrightarrow{\div 4} a^2 - 2 - a = 0$$

$$\Rightarrow (a - 2)(a + 1) = 0 \Rightarrow a = 2 \text{ یا } a = -1$$

چون سهمی min دارد پس $a > 0$ است و $a = 2$ جواب قابل قبول است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

$$\frac{\quad}{4a} = \frac{\quad}{4a} : y = ax^2 + bx + c \text{ عرض رأس سهمی در نمودار}$$

$$y = (k + 3)x^2 - 4x + k \rightarrow \text{عرض رأس سهمی} = \frac{\quad}{4(k + 3)} = \frac{4k^2 + 12k - 16}{4(k + 3)}$$

نقطه رأس سهمی روی محور x ها است، یعنی عرض رأس سهمی صفر است. بنابراین:

$$\frac{4k^2 + 12k - 16}{4(k + 3)} = 0 \Rightarrow 4k^2 + 12k - 16 = 0 \xrightarrow{\div 4} k^2 + 3k - 4 = 0$$

$$\Rightarrow (k - 1)(k + 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k - \\ k + 4 = 0 \Rightarrow k = -4 \end{cases}$$

باتوجه به شکل تقعر سهمی رو به پایین است پس: $a < 0$ ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

$$y = ax^2 + bx + c \xrightarrow{(\circ, \circ)} 0 = 0 + 0 + c \Rightarrow c = 0$$

$$\xrightarrow{(-6, 0)} 0 = 36a - 6b \Rightarrow 36a = 6b \Rightarrow 6a = b \xrightarrow{\times 2} 12a = 2b \text{ (I)}$$

$$\xrightarrow{(\frac{-}{4a}, 3)} 3 = a(\frac{-}{4a})^2 + b(\frac{-}{4a}) \Rightarrow 3 = a \times \frac{b^2}{4a^2} + \frac{\quad}{4a}$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{\quad}{4a} - \frac{2b^2}{4a} \xrightarrow{\times 4a} 12a = -b^2 \text{ (II)}$$



قابل قبول نیست چون معادله سهمی

به یک عبارت درجه ۱ تبدیل می شود.

$I, II:$

$$\longrightarrow 2b = -b^2 \rightarrow b^2 + 2b = 0 \Rightarrow b(b+2) = 0 \Rightarrow$$

$$b = 0 \Rightarrow a = 0 \quad \times$$

$$6a = b \xrightarrow{b=-2} a = -\frac{1}{3} \quad \checkmark$$

$$\frac{-b^2}{a} = \frac{-}{a} = \frac{-|-2|}{-\frac{1}{3}} = \frac{-2}{-\frac{1}{3}} = 6$$

با توجه به رأس سهمی داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹

$$S \left| \begin{array}{l} = 2 \\ f\left(\frac{1}{2a}\right) = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{1}{2a} = 2 \Rightarrow -b = 4a \quad (I)$$

$$f\left(\frac{1}{2a}\right) = 0 \Rightarrow a\left(\frac{1}{2a}\right)^2 + b\left(\frac{1}{2a}\right) + c = 0 \xrightarrow{-b=4a} a \times \left(\frac{4a}{2a}\right)^2 - 4a \times \frac{1}{2a} + c = 0$$

$$\Rightarrow a \times 2^2 - 4a \times 1 + c = 0 \Rightarrow 4a - 4a + c = 0 \Rightarrow -4a + c = 0 \rightarrow 4a = c \quad (II)$$

$$I, II \longrightarrow -b = c \Rightarrow b = -c$$

رأس سهمی روی خط $x = 2$ است، یعنی $x = 2$ خط تقارن آن است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

$$y = -x^2 + ax + 5 \xrightarrow{\text{محور تقارن}} x = \frac{a}{-2} = \frac{a}{-2} \xrightarrow{x=2} \frac{a}{2} = 2 \Rightarrow a = 4$$

پس معادله سهمی به صورت $y = -x^2 + 4x + 5$ است.

$$y = -x^2 + 4x + 5 \xrightarrow{x=1} y = -1 + 4 + 5 = 8 : (1, 8)$$

$$y = -x^2 + 4x + 5 \xrightarrow{x=-1} y = -1 - 4 + 5 = 0 : (-1, 0)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱

$$x^2 y^2 - 10x^2 y^2 + 9 = 0 \xrightarrow{x^2 y^2 = t} t^2 - 10t + 9 = 0 \Rightarrow (t-1)(t-9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t-9 = 0 \Rightarrow t = 9 \end{cases}$$

$$x^2 y^2 = t \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow x^2 y^2 = 1 \xrightarrow{x, y \in \mathbb{N}} xy = 1 \Rightarrow (x, y) = (1, 1) \\ t = 9 \Rightarrow x^2 y^2 = 9 \xrightarrow{x, y \in \mathbb{N}} xy = 3 \Rightarrow \begin{cases} (x, y) = (3, 1) \end{cases} \end{cases}$$

ابتدا ریشه ها را بدست می آوریم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲



$$\frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} = \frac{(x-2)(x+2)}{(x+1)(x-1)} \Rightarrow \begin{cases} (x-2)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ یا } x = -2 \\ (x+1)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ یا } x = -1 \end{cases}$$

x	-2	-1	1	2
$x^2 - 4$	+	0	-	-
$x^2 - 1$	+	+	0	-
کل	+	0	-	+

$$x < -2 \text{ یا } -1 < x < 1 \text{ یا } x > 2$$

باتوجه به جدول می بینیم که در $x = a$ ، $y = 0$ می شود. پس داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳

$$\Rightarrow a(2a + b) = 3(2a + b) \xrightarrow{\div (2a+b)} a = 3$$

از طرفی ضریب x باید مثبت باشد تا جدول فوق را تشکیل دهد، بنابراین:

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴

$$\frac{(x^2 + 1)(1 - x)}{x + 1} \Rightarrow \begin{cases} (x^2 + 1)(1 - x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} +1 = 0 \\ 1 - x = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases} \end{cases}$$

x	-1	1
$(x^2 + 1)(1 - x)$	+	+
$x + 1$	-	0
کل	-	+

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵

$$y = 3x^2 - 2x + 1 \rightarrow \Delta = 4 - 4(3)(1) = -8$$

$$\Delta < 0 \rightarrow \text{همواره مثبت است} \xrightarrow{a > 0} \text{همواره موافق علامت}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

ابتدا ریشه ها را بدست می آوریم.

$$\frac{x^2 - 4x + 5}{(x-1)(x^2+1)}$$

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 5 = 0 \rightarrow \Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 5 = 16 - 20 = -4 \Rightarrow \Delta < 0 : \text{ریشه ندارد} \\ (x-1)(x^2+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} (x-1) = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x^2 + 1 = 0 : \text{ریشه ندارد} \end{cases} \end{cases}$$



x	1
$x^2 - 4x + 5$	+
$(x-1)(x^2+1)$	+
کل	-

$$\Rightarrow x \in (1, +\infty)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷

$$\frac{2x+3}{2} - \frac{3}{4} > \frac{4x+1}{3} \Rightarrow \frac{2x}{2} + \frac{3}{2} - \frac{3}{4} > \frac{4x}{3} + \frac{1}{3} \Rightarrow x + \frac{3}{4} > \frac{4x}{3} + \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow x - \frac{4}{3}x > \frac{1}{3} - \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{-x}{3} > \frac{-5}{12} \xrightarrow{\times(-3)} x < \frac{5}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

$$\} \Rightarrow 27 < p < 29 \Rightarrow p = 28$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹

$$99 < 7p + 1 \leq 120 \Rightarrow 98 < 7p \leq 119 \xrightarrow{\div 7} 14 < p \leq 17$$

اعداد صحیح این مجموعه عبارتند از:

$$14 < p \leq 17 \xrightarrow{p \in \mathbb{Z}} \{15, 16, 17\}$$

میانگین اعداد صحیح مجموعه برابر است با:

$$\frac{15 + 16 + 17}{3} = \frac{48}{3} = 16$$

مبلغ فروش ۵۰ کالا:

$$50 \times 16 = 800$$

در یک مثلث همواره مجموع طول دو ضلع از طول ضلع سوم بیشتر است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰

$$\left. \begin{aligned} (4x-4) < (x+7) + (6x) &\Rightarrow 4x-4 < 7x+7 \Rightarrow 3x > -11 \Rightarrow x > -\frac{11}{3} \\ (x+7) < (4x-4) + (6x) &\Rightarrow x+7 < 10x-4 \Rightarrow 9x > 11 \Rightarrow x > \frac{11}{9} \\ 6x < (7+x) + (4x-4) &\Rightarrow 6x < 5x+3 \Rightarrow x < 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{11}{9} < x < 3$$

طول ضلع همواره مثبت است

باتوجه به رأس سهمی $(2, -2)$ و $(0, 1)$ داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۱

$$y = ax^2 + bx + c \xrightarrow{(0,1)} 0 + 0 + c = 1 \Rightarrow \boxed{c = 1}$$

$$\xrightarrow{(2,-2)} 4a + 2b + 1 = -2 \Rightarrow 4a + 2b = -3 \quad (I)$$

$$\text{ضرب در } -2 : \frac{-b}{2a} = 2 \Rightarrow -b = 4a \quad (II)$$

$$\xrightarrow{I, II} -b + 2b = -3 \Rightarrow \boxed{b = -3}$$



$$-b = 4a \Rightarrow 3 = 4a \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

$$y = \frac{3}{4}x^2 - 3x + 1 \Rightarrow \frac{3}{4}x^2 - 3x + 1 = 0 \rightarrow \Delta = 9 - 4\left(\frac{3}{4}\right)(1) = 9 - 3 = 6$$

$$x_1, x_2 = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{\frac{3}{2}} \begin{cases} x_1 = \frac{(3+\sqrt{6})}{\frac{3}{2}} = \frac{2(3+\sqrt{6})}{3} \\ x_2 = \frac{(3-\sqrt{6})}{\frac{3}{2}} = \frac{2(3-\sqrt{6})}{3} \end{cases}$$

در بین دو ریشه، علامت y مخالف علامت a ؛ یعنی منفی است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۲

$$\frac{4x-1}{3} > 3x-2 \xrightarrow{\times 3} 4x-1 > 9x-6 \Rightarrow 5 > 5x \Rightarrow x < 1 \quad (I)$$

$$\frac{3x+5}{2} - \frac{2x-4}{3} > -6 \xrightarrow{\times 6} 3(3x+5) - 2(2x-4) > -36 \Rightarrow 9x+15-4x+8 > -36 \Rightarrow 5x > -59 \Rightarrow x > -11.8 \quad (II)$$

$$\Rightarrow 9x+15-4x+8 > -36 \Rightarrow 5x > -59 \Rightarrow x > -11.8 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} \left. \begin{matrix} x < 1 \\ x > -11.8 \end{matrix} \right\} -11.8 < x < 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۳

$$2x^2 - 3x + 1 = 0 \rightarrow \Delta = 9 - 4(2)(1) = 9 - 8 = 1$$

$$x_1, x_2 = \frac{3 \pm 1}{4} = \begin{cases} \frac{4}{4} = 1 \\ \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

x	$\frac{1}{2}$	1
y	+ 0	- 0 +

بازه منفی: $(\frac{1}{2}, 1) = (a, b)$

$$b - a = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۴

$$\begin{cases} x \geq 0 \rightarrow |x| = x \Rightarrow x + |x| \leq \frac{1}{2}x + 3 \Rightarrow x + x \leq \frac{1}{2}x + 3 \Rightarrow 2x \leq \frac{1}{2}x + 3 \Rightarrow \frac{3}{2}x \leq 3 \Rightarrow \boxed{x \leq 2} \\ x < 0 \rightarrow |x| = -x \Rightarrow x + |x| \leq \frac{1}{2}x + 3 \Rightarrow x - x \leq \frac{1}{2}x + 3 \Rightarrow 0 \leq \frac{1}{2}x + 3 \Rightarrow \frac{1}{2}x \geq -3 \Rightarrow \boxed{x \geq -6} \end{cases}$$



$$\left. \begin{aligned} x \leq 0 \Rightarrow x \leq 1 \Rightarrow x \leq 2 \\ x \geq 0 \Rightarrow x \geq -1 \Rightarrow x \geq -6 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{U} -6 \leq x \leq 2 \Rightarrow [-6, 2]$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۵

$$x \geq 5 \Rightarrow |x - 5| = x - 5 \Rightarrow 3x + |x - 5| > 7 \Rightarrow 3x + x - 5 > 7 \Rightarrow 4x > 12 \Rightarrow x > 3 \xrightarrow{x \geq 5} x \geq 5 \quad (I)$$

$$x < 5 \Rightarrow |x - 5| = 5 - x \Rightarrow 3x + |x - 5| > 7 \Rightarrow 3x + 5 - x > 7 \Rightarrow 2x > 2 \Rightarrow x > 1 \xrightarrow{x < 5} 1 < x < 5 \quad (II)$$

$$(I), (II) \xrightarrow{U} \left. \begin{aligned} & \\ & 1 < x < 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x > 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۶

$$||x| + 3| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq |x| + 3 \leq 2 \xrightarrow{-3} -5 \leq |x| \leq -1$$

از آنجایی که $|x|$ هرگز منفی نمی شود، معادله بالا جواب ندارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۷

$$x < 2 \Rightarrow |x - 2| = 2 - x \Rightarrow 1 \leq 2 - x \leq 7 \Rightarrow -1 \leq -x \leq 5 \Rightarrow -5 \leq x \leq 1 \xrightarrow{U} -5 \leq x \leq 1 \text{ یا } 3 \leq x \leq 9$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۸

$$\left\{ \begin{aligned} & \\ & \Rightarrow -5 < x < -1 \Rightarrow \{-4, -3, -2\} \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{U} x \in \{-4, -3, -2, 6, 7, 8\}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۹ دو طرف نامعادله را به توان ۲ می رسانیم:

$$|x - 1| < |x - 3| \xrightarrow{\text{توان ۲}} (x - 1)^2 < (x - 3)^2 \Rightarrow \cancel{x^2} + 1 - 2x < \cancel{x^2} + 9 - 6x \rightarrow 4x < 8 \Rightarrow x < 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۰

در معادله درجه دو $x^2 - Sx + P = 0$ می دانیم:

حاصل ضرب ریشه هاست.

S حاصل جمع ریشه هاست.

$$|x_2 - x_1| = \frac{\Delta}{|a|} \text{ همچنین می دانیم اختلاف ریشه ها برابر است با}$$

$$S = 24, P = 143 \Rightarrow x^2 - Sx + P = 0 \rightarrow x^2 - 24x + 143 = 0$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{(-24)^2 - 4 \times 1 \times 143} = \sqrt{576 - 572} = \sqrt{4} = 2$$



$$\text{اختلاف ریشه‌ها} : |x_2 - x_1| = \frac{\Delta}{|a|} = \frac{4}{|1|} = 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۱

y : عرض، طول

$$\text{محیط} = 2(x + y) = 17 \Rightarrow x + y = \frac{17}{2} \Rightarrow y = \frac{17}{2} - x$$

$$\text{مساحت} = xy = 18 \Rightarrow x\left(\frac{17}{2} - x\right) = 18 \Rightarrow -x^2 + \frac{17}{2}x = 18 \Rightarrow -x^2 + \frac{17}{2}x - 18 = 0$$

$$\xrightarrow{\times(-2)} 2x^2 - 17x + 36 = 0 \leftarrow$$

$$x = \frac{-b \pm \Delta}{2a} \Rightarrow x = \frac{17 \pm \sqrt{(-17)^2 - 4 \times 2 \times 36}}{2 \times 2} = \frac{17 \pm \sqrt{289 - 288}}{4} = \frac{17 \pm 1}{4} = \begin{cases} x = 4 \\ x = \frac{9}{2} \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} x + y = \frac{17}{2} \xrightarrow{x=4} 4 + y = \frac{17}{2} \Rightarrow y = \frac{9}{2} \\ x + y = \frac{17}{2} \xrightarrow{x=\frac{9}{2}} \frac{9}{2} + y = \frac{17}{2} \Rightarrow y = 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{اختلاف طول و عرض} = \frac{9}{2} - 4 = 4.5 - 4 = 0.5$$

همچنین می‌توانیم از رابطه‌ی $|x_2 - x_1| = \frac{\Delta}{|a|}$ برای محاسبه‌ی اختلاف ریشه‌ها (طول و عرض) استفاده کنیم:

$$|x_1 - x_2| = \frac{\Delta}{|a|} = \frac{1}{|2|} = \frac{1}{2} = 0.5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۲

$$2x^2 - 2x - 3 \geq 1 \Rightarrow 2x^2 - 2x - 4 \geq 0 \xrightarrow{\div 2} x^2 - x - 2 \geq 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 1) \geq 0$$

می‌دانیم عبارت $(x - \alpha)(x - \beta)$ در فاصله‌ی بین دو ریشه منفی است و در فاصله‌ی بیرون دو ریشه مثبت است.

x	-1	2
(x-2)(x+1)	+ 0 - 0 +	+ 0 - 0 +

$$\Rightarrow x \in (-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۳ برای داشتن ریشه‌ی مضاعف باید $\Delta = 0$ باشد، بنابراین:

$$3x(3x - 4) = a \Rightarrow 9x^2 - 12x = a \Rightarrow 9x^2 - 12x - a = 0$$

$$\Delta = 0 \rightarrow b^2 - 4ac = 0 \rightarrow 144 - (4 \times 9 \times (-a)) = 0 \Rightarrow 144 = -36a \Rightarrow a = \frac{-144}{36} = -4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۴ حاصل یک عبارت درجه‌ی ۲ وقتی همواره منفی می‌شود که Δ منفی شود و ضریب x^2 نیز منفی شود.

$$(a - 1)x^2 + (a - 1)x + 1 < 0$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta < 0 \Rightarrow (a-1)^2 - 4 \times (a-1) \times 1 < 0 \Rightarrow a^2 - 2a + 1 - 4a + 4 < 0 \end{array} \right.$$

$$\xrightarrow{I \cap II} (-\infty, 1) \cap (1, 5) = \emptyset$$

تفاضل دو ریشه صفر است پس دو ریشه با هم برابرند یعنی معادله ریشه‌ی مضاعف دارد و Δ برابر صفر است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۴۵)

$$\Delta = 0 \rightarrow (-12)^2 - (4 \times a \times 9) = 0 \Rightarrow 144 - 36a = 0 \Rightarrow 144 = 36a \Rightarrow a = 4$$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{\Delta}}{2 \times 4} \xrightarrow{\Delta=0} x = \frac{12}{2 \times 4} = \frac{3}{2}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۴۶)

حاصل ضرب آن‌ها چهار برابر مجموعشان است

$$\underbrace{y = 4x}_{\text{عدد ی چهار برابر دیگری است}} \quad \text{و} \quad \overbrace{xy = 4(x+y)}^{y=4x} \xrightarrow{y=4x} x(4x) = 4(x+4x)$$

$$\Rightarrow 4x^2 = 4x + 16x \Rightarrow 4x^2 - 20x = 0 \xrightarrow{\div 4} x^2 - 5x = 0 \Rightarrow x(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-5=0 \Rightarrow x=5 \end{cases}$$

اگر $x = 0$ باشد پس دو عدد ۰ و ۰ هستند و تفاضل آنها ۰ است.

اگر $x = 5$ باشد پس دو عدد ۵ و ۲۰ هستند و تفاضل آنها ۱۵ است.

(۱) (۲) (۳) (۴) (۴۷)

در معادله‌ی درجه دو: $ax^2 + bx + c = 0$ مجموع ریشه‌ها برابر است با: $-\frac{b}{a}$.

$$\frac{\quad}{x+1} = \frac{\quad}{2x-4} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} (2x-4)^2 = (x+1)^2 \Rightarrow 4x^2 + 16 - 16x = x^2 + 1 + 2x$$

$$3x^2 + 15 - 18x = 0 \xrightarrow{\div 3} x^2 + 5 - 6x = 0$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها: } a = -\frac{-6}{1} = 6$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۴۸)

حاصل یک عبارت درجه‌ی ۲ وقتی همواره مثبت است که Δ منفی و ضریب x^2 مثبت باشد.

$$(m-1)x^2 + 6x + 2m + 1 > 0$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \Delta < 0 \Rightarrow 6^2 - 4(m-1)(2m+1) < 0 \Rightarrow 36 - 4(2m^2 - m - 1) < 0 \\ \Rightarrow -8m^2 + 4m + 40 < 0 \end{array} \right.$$

پس ابتدا ریشه‌های $-8m^2 + 4m + 40$ را بدست می‌آوریم سپس آن را تعیین علامت می‌کنیم.



$$-8m^2 + 4m + 40 = 0 \xrightarrow{\div 4} -2m^2 + m + 10 = 0 \Rightarrow m = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times (-2) \times 10}}{2 \times (-2)}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{-4} = \frac{-1 \pm 9}{-4} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{-1 + 9}{-4} = \frac{8}{-4} = -2 \\ m = \frac{-1 - 9}{-4} = \frac{-10}{-4} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\frac{m}{-8m^2 + 4m + 40} \Rightarrow m > \frac{5}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۹

$$\frac{x^2}{x-4} - \frac{(2x+8)}{x-4} = 2x \Rightarrow \frac{x^2 - (2x+8)}{x-4} = 2x \Rightarrow \frac{x^2 - 2x - 8}{x-4} = 2x \Rightarrow \frac{x^2 - 2x - 8}{x-4} = 2x$$

$$\xrightarrow{x \neq 4} \frac{(x-4)(x+2)}{x-4} = 2x \Rightarrow 2x = x+2 \Rightarrow x=2$$

$$2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \text{ تفاضل معکوس جواب از خود جواب}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۰ می دانیم حاصل یک عبارت درجه ۲ وقتی همواره مثبت است که Δ منفی باشد و ضریب x^2 نیز مثبت باشد.

$$ax^2 + 2x + 4a > 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow 2^2 - 4 \times a \times 4a < 0 \Rightarrow 4 - 16a^2 < 0 \Rightarrow (2 + 4a)(2 - 4a) < 0 \\ \text{با فرض } a > 0 \text{ عبارت } (2 + 4a)(2 - 4a) \text{ را تعیین علامت می کنیم.} \end{cases}$$

$$(2 + 4a)(2 - 4a) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2 + 4a = 0 \Rightarrow 2 = -4a \Rightarrow a = \frac{-1}{2} \\ 2 - 4a = 0 \Rightarrow 2 = 4a \Rightarrow a = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$a > \frac{1}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۱ می دانیم یک عبارت با توان زوج همواره بزرگتر یا مساوی صفر است:

$$x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + 1 \geq 1 \Rightarrow x^2 + 1 > 0$$

پس به ازای همه ی مقادیر x نامساوی برقرار است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۲ اگر $4x^2 - 2mx + 4m^2$ را به یک عبارت درجه ۲ بر حسب x فرض کنیم و Δ را حساب کنیم، داریم:

$$4x^2 - 2mx + 4m^2 \Rightarrow \Delta = -4 \times 4 \times 4 = -64 = -60$$

$$m^2 \geq 0 \Rightarrow -60m^2 \leq 0 \Rightarrow \Delta \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Rightarrow 4x^2 - 2mx + 4m^2 > 0$$

در نتیجه به ازای هر m از اعداد حقیقی عبارت بزرگتر یا مساوی صفر است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۳ اگر یک معادله ی درجه ۲ دارای ریشه های متمایز باشد، آنگاه $\Delta > 0$ است:



$$2x^2 + ax + a - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow \Delta = a^2 - 4 \times 2 \times (a - \frac{3}{2}) = a^2 - 8a + 12$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow a^2 - 8a + 12 > 0 \Rightarrow (a - 2)(a - 6) > 0$$

برای $(a - 2)(a - 6)$ جدول تعیین علامت را رسم می‌کنیم.

$$(a - 2)(a - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a - 2 = 0 \\ a - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 2 \text{ یا } a = 6$$

a	2	6	
$(a - 2)(a - 6)$	+	-	+

$$\Rightarrow a < 2 \text{ یا } a > 6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۴

معادله دارای ۲ ریشه متمایز

$$(m + 2)x^2 + 4x + (m - 1) = 0 \Rightarrow \Delta = 4^2 - 4(m + 2)(m - 1)$$

$$= 16 - 4m^2 - 4m + 8 = -4m^2 - 4m + 24$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow -4m^2 - 4m + 24 > 0 \xrightarrow{\div(-4)} m^2 + m - 6 < 0 \Rightarrow (m - 2)(m + 3) < 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2 \end{cases}$$

m	-3	2	
$(m - 2)(m + 3)$	+	-	+

$$\Rightarrow -3 < m < 2$$

اما به ازای $m = -2$ معادله دیگر درجه دو نخواهد بود، پس مجموعه m ها عبارت است از: $(-3, -2) \cup (-2, 2)$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۵

$$\frac{x - 1 - 2}{x + 1} - 2x > 0 \Rightarrow \frac{x - 1 - 2 - 2x^2}{x + 1} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{-2x^2 - 1}{x + 1} > 0 \Rightarrow \frac{-2x^2 - 1}{x + 1} < 0$$

	-1
2	+
0	+
-1	+

$$\Rightarrow x < -1$$

$$2x^2 + x + 1 = 0$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \times 2 \times 1 = 1 - 8 = -7 \Rightarrow \Delta < 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۶

$$\frac{\Delta}{|a|} \text{ قدر مطلق تفاضل ریشه ها در معادله ی } ax^2 + bx + c = 0 \text{ برابر است با}$$

$$\Delta = (1 + \sqrt{2})^2 - 4 \times (3 + 2\sqrt{2}) \times (-2) = (1 + \sqrt{2})^2 + 8(3 + 2\sqrt{2})$$

$$= (3 + 2\sqrt{2}) + 8(3 + 2\sqrt{2}) = 9(3 + 2\sqrt{2})$$



$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta}{|a|} &= \frac{\sqrt{9(3+2\sqrt{2})}}{3+2\sqrt{2}} \\ (\sqrt{2}+1)^2 &= 3+2\sqrt{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\Delta}{|a|} = \frac{3(2+1)}{(\sqrt{2}+1)^2} = \frac{3}{(\sqrt{2}+1)} \times \frac{(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}-1)} = \frac{3(2-1)}{(\sqrt{2})^2-1^2} = 3(\sqrt{2}-1) = |x_2 - x_1|$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۷

$$\frac{2x+2}{3\sqrt{x}+1} > 1 \xrightarrow{\times(3\sqrt{x}+1)} 2\sqrt{x}+2 > 3\sqrt{x}+1 \Rightarrow \sqrt{x} < 1$$

$$\left. \begin{aligned} x &\geq 0 \\ \sqrt{x} < 1 &\Rightarrow (\sqrt{x})^2 < 1^2 \Rightarrow x < 1 \end{aligned} \right\} 0 \leq x < 1 \Rightarrow x \in [0, 1)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۸

در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ حاصل ضرب ریشه‌ها برابر است با: $-\frac{c}{a}$.

$$\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x} = 3 \Rightarrow \frac{x^2 + (x-2)}{x^2-2x} = 3 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 3x^2 - 6x \Rightarrow 2x^2 - 7x + 2 = 0$$

حاصل ضرب ریشه‌ها برابر $-\frac{2}{a}$ است.

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها: } \frac{2}{a} = \frac{2}{2} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۹

دو عدد متوالی را x و $x+1$ در نظر می‌گیریم:

$$x^2 + (x+1)^2 = 925 \Rightarrow x^2 + x^2 + 1 + 2x = 925 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 924 = 0$$

$$\xrightarrow{\div 2} x^2 + x - 462 = 0 \xrightarrow{\text{جمله مشترک}} (x-21)(x+22) = 0 \Rightarrow \begin{cases} (x+22) = 0 \Rightarrow x = -22 \end{cases}$$

$$\text{مجموع دو عدد} = x + (x+1) = 2x+1 = \begin{cases} \xrightarrow{x=21} 2 \times 21 + 1 = 43 \checkmark \\ \xrightarrow{x=-22} 2 \times (-22) + 1 = -43 \end{cases}$$

با توجه به گزینه‌ها، گزینه‌ی ۲ صحیح است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۰

$$\frac{1}{x-1} > 2 \Rightarrow \frac{1}{x-1} - 2 > 0 \Rightarrow \frac{1}{x-1} - \frac{2(x-1)}{x-1} > 0 \Rightarrow \frac{1-2(x-1)}{x-1} > 0 \Rightarrow \frac{1-2x+2}{x-1} > 0 \Rightarrow \frac{3-2x}{x-1} > 0$$



x	1	2
2-x	+	0 -
x-1	- 0 +	+
$\frac{2-x}{x-1}$	- 0 +	0 -

$$\Rightarrow 1 < x < 2$$

۶۱ برای داشتن ریشه‌ی مضاعف باید $\Delta = 0$ باشد، بنابراین:

$$x(2x - 5) = a \Rightarrow 2x^2 - 5x - a = 0$$

$$\Delta = 0 \rightarrow b^2 - 4ac = 0 \rightarrow 25 - (4 \times 2 \times (-a)) = 0 \Rightarrow 25 + 8a = 0 \Rightarrow a = -\frac{25}{8}$$

$$\text{معادله: } 2x^2 - 5x + \frac{25}{8} = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - (4 \times 2 \times \frac{25}{8})}}{2 \times 2} = \frac{5 \pm \sqrt{0}}{4} = \frac{5}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۲

اگر n تیم در یک لیگ بازی کنند به طوری که هر دو تیم با هم دقیقاً یک بازی انجام دهند تعداد بازی‌ها برابر است با:

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

$$\frac{n(n-1)}{2} = 78 \Rightarrow n(n-1) = 156 \Rightarrow n^2 - n - 156 = 0$$

جمله مشترک

$$\rightarrow (n-13)(n+12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n+12=0 \Rightarrow n=-12 \\ n-13=0 \Rightarrow n=13 \end{cases}$$

غ.ق. (تعداد بازی‌ها نمی‌تواند منفی باشد).

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۳

$$|x^2 - 2x| < x \xrightarrow{\text{توان ۲}} (x^2 - 2x)^2 < x^2 \Rightarrow x^4 - 4x^3 + 4x^2 < x^2$$

$$\Rightarrow x^2(x^2 - 4x + 4) < 0 \Rightarrow x^2(x-1)(x-3) < 0$$

x	0	1	3
x^2	0 +	+	+
$(x-1)(x-3)$	+	0 -	0 +
کل	0 +	0 -	0 +

$$\Rightarrow x \in (1, 3)$$

۶۴ همواره مثبت است. $|x| + 4$

$$(|x| - 3)(|x| + 4) < 0 \xrightarrow{|x|+4>0} |x| - 3 < 0 \Rightarrow |x| < 3 \Rightarrow -3 < x < 3$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۶۵

جمله مشترک

$$(x-1)(x-3) + 2 + k^2 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 + 2 + k^2 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + (5 + k^2) = 0$$

$$x^2 + 4x + (5 + k^2) = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 16 - (4 \times 1 \times (5 + k^2)) = 16 - 20 - 4k^2 = -4 - 4k^2$$

$$k^2 \geq 0 \xrightarrow{\times(-4)} -4k^2 \leq 0 \xrightarrow{-4} \Delta < -4 \Rightarrow \Delta < 0$$

چون Δ کوچکتر صفر است پس ریشه حقیقی ندارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۶) توان های x همگی زوج اند پس حاصل $3x^{10} + 2x^8 + 3x^2 + 2$ همواره بزرگتر یا مساوی صفر است.

پس حاصل $3x^{10} + 2x^8 + 3x^2 + 2$ به ازای تمام مقادیر x همواره بزرگتر یا مساوی ۲ است.

بنابراین به ازای هیچ مقداری از x معادله $3x^{10} + 2x^8 + 3x^2 + 2 = 0$ برقرار نیست.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۷

$$I) x \geq 0 \Rightarrow (1 - |x|)(1 + x) > 0 \Rightarrow (1 - x)(1 + x) > 0$$

$$\frac{x}{(1-x)(1+x)} \quad \begin{array}{c|cc} & -1 & 1 \\ \hline & -0 & +0- \end{array} \Rightarrow -1 < x < 1 \Rightarrow 0 \leq x < 1 \Rightarrow x \in [0, 1)$$

$$(1 - |x|)(1 + x) > 0 \Rightarrow \overbrace{(1 + x)(1 + x)}^{\text{همواره مثبت}} > 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R} \Rightarrow x \in (-\infty, 0)$$

$$I \cup II = (-\infty, 0) \cup [0, 1)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۸

$$\frac{2x^2 - 10x}{x^2 - 5x} = x - 3 \Rightarrow \frac{2(x^2 - 5x)}{x^2 - 5x} = x - 3 \Rightarrow 2 = x - 3 \Rightarrow x = 5$$

این جواب مخرج را صفر می کند؛ بنابراین معادله ریشه ندارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۹

$$\left| \frac{2x+1}{2x+1} \right| > 1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{2x+1}{2x+1} > 1 \Rightarrow \text{---} > 0 \quad (1) \\ \frac{2x+1}{2x+1} < -1 \Rightarrow \frac{\text{---}}{2x+1} < 0 \quad (2) \end{cases}$$



x	3	1/2	
1) x	3	0	-
2x	1	0	+
کل	0	+	-

 $\Rightarrow x \in (-3, -\frac{1}{2})$

x	1/2	1/3	
3x	1	0	+
2x	1	0	+
کل	0	+	-

 $\Rightarrow x \in (-\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$

$$\xrightarrow{1 \cup 2} (-3, -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۰

در معادله‌ی درجه دو $ax^2 + bx + c = 0$ اختلاف ریشه‌ها برابر است با $\frac{\Delta}{|a|}$

$$|x_2 - x_1| = \frac{\Delta}{|a|}$$

$$3x^2 - 15x + m = 0$$

$$\frac{\Delta}{|a|} = 2 \Rightarrow \frac{b^2 - 4ac}{|a|} = 2 \Rightarrow \frac{\sqrt{(-15)^2 - (4 \times 3 \times m)}}{|3|} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{15^2 - 12m}}{3} = 2 \Rightarrow \sqrt{225 - 12m} = 6 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 225 - 12m = 36$$

$$\Rightarrow 189 = 12m \Rightarrow m = \frac{189}{12} = \frac{63}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۱

$$4x^5 - 4x = 0 \xrightarrow{\text{فاکتور ۴x}} 4x(x^4 - 1) = 0 \Rightarrow 4x(x^2 + 1)(x^2 - 1) = 0$$

$$4x(x^2 + 1)(x - 1)(x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} +1 = 0 \Rightarrow \text{جواب ندارد} \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۲

$$x^4 + x^3 + x^2 + x = 0 \Rightarrow (x^4 + x^3) + (x^2 + x) = 0 \Rightarrow x^3(x + 1) + x(x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow (x + 1)(x^3 + x) = 0 \rightarrow (x + 1)x(x^2 + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ x = 0 \\ x^2 + 1 = 0 \Rightarrow \text{جواب ندارد} \end{cases}$$

مجموع جواب‌ها :

$$\left. \begin{aligned} y = 2x &\xrightarrow{\text{توان ۲}} y^2 = (2x)^2 = 4x^2 \\ y^2 &= x^3 \end{aligned} \right\}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۳



$$\Rightarrow x^3 = 4x^2 \Rightarrow x^3 - 4x^2 = 0 \xrightarrow{\text{فاکتور } x^2} x^2(x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \end{cases}$$

برای y داریم:

$$y = 2x \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \frac{x+y}{2} = \frac{0+0}{2} = 0 \\ x = 4 \Rightarrow y = 8 \Rightarrow \frac{x+y}{2} = \frac{4+8}{2} = 6 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۴ دو نقطه A و B عرض برابری دارند؛ عمود منصف پاره خط AB محور تقارن سهمی است. بنابراین:

$$\text{معادله خط تقارن: } x = \frac{-6+4}{2} = \frac{-2}{2} \Rightarrow x = -1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۵

در معادله‌ی درجه دو $ax^2 + bx + c = 0$ حاصل ضرب ریشه‌ها برابر است با: $-\frac{c}{a}$

$$mx^2 + 3x + m^2 = 2 \Rightarrow mx^2 + 3x + m^2 - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} c = -2 \end{cases}$$

ریشه‌ها معکوس هم‌اند پس حاصل ضرب آن‌ها یک است پس $\frac{-c}{a} = 1$ است.

$$\frac{-c}{a} = 1 \Rightarrow \frac{m^2 - 2}{m} = 1 \Rightarrow m^2 - 2 = m \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \xrightarrow{\text{تجزیه‌ی جمله مشترک}} (m-2)(m+1) = 0$$

$$\begin{cases} m+1 = 0 \Rightarrow m = -1 \end{cases}$$

هر دو جواب بدست آمده را در معادله جای گذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} m = 2 \rightarrow 2x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - (4 \times 2 \times 2) = 9 - 16 = -7 \Rightarrow \Delta < 0 \text{ : ریشه ندارد} \\ m = -1 \rightarrow -x^2 + 3x - 1 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - (4 \times (-1) \times (-1)) = 9 - 4 = 5 \Rightarrow \Delta > 0 \text{ : ریشه‌ی حقیقی دارد} \end{cases}$$

پس $m = -1$ پاسخ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۶ دو نقطه $(3, 0)$ و $(-1, 0)$ نقاط برخورد منحنی با محور x ها هستند پس ریشه‌های معادله‌ی سهمی ۳ و

هستند و معادله‌ی سهمی را می‌توان اینگونه نوشت:

$$y = a(x-3)(x+1) = a(x^2 - 2x - 3) \xrightarrow{\text{رأین سهمی } (1, -2)} -2 = a(1^2 - 2 - 3)$$

$$\Rightarrow -2 = a(-4) \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}(x^2 - 2x - 3) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۷۷

$$A = \frac{(x-1)(x+1)(3x+2)}{x+2} \Rightarrow \begin{cases} 3x+2=0 \Rightarrow x = -\frac{2}{3} \\ x+2=0 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

	2	1	2/3	1	
(x-1)	-	■	■	■	+
(x+1)	-	■	0	+	+
(3x+2)	-	■	-	0	+
(x+2)	■	0	+	+	+
A	+	+	0	+	+

$$x \in (-2, -1) \cup \left(-\frac{2}{3}, 1\right)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۸

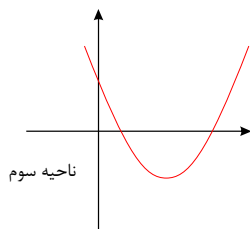
اگر ضریب x^2 در معادله یک سهمی مثبت باشد آنگاه سهمی قطعاً از ناحیه اول و دوم می‌گذرد. اگر ضریب x^2 در معادله یک سهمی منفی باش آنگاه سهمی قطعاً از ناحیه سوم و چهارم می‌گذرد.

در سهمی $y = 2x^2 - 8x + 1$ ضریب x^2 مثبت است. پس از ناحیه اول و دوم می‌گذرد اکنون نقطه‌های برخورد سهمی با محور x ها را بررسی می‌کنیم:

$$y = 2x^2 - 8x + 1 \xrightarrow{y=0} 2x^2 - 8x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{8 \pm \sqrt{64 - 8}}{4} = \frac{8 \pm \sqrt{56}}{4}$$

$$56 < 64 \Rightarrow \sqrt{56} < 8 \Rightarrow 0 < 8 - \sqrt{56} \Rightarrow 0 < \frac{8 - \sqrt{56}}{4}$$



هر دو ریشه مثبت‌اند و سهمی از ناحیه ۳ نمی‌گذرد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۹

$$3|x+1| \leq x^2 \Rightarrow |x+1| \leq \frac{x^2}{3} \Rightarrow \frac{-x^2}{3} \leq x+1 \leq \frac{x^2}{3}$$

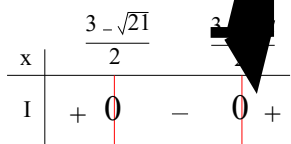
$$\xrightarrow{\times 3} -x^2 \leq 3x+3 \leq x^2 \Rightarrow \begin{cases} 3x+3 \leq x^2 & (I) \\ -x^2 \leq 3x+3 & (II) \end{cases}$$



$$I: 3x + 3 \leq x^2 \Rightarrow x^2 - 3x - 3 \geq 0$$

$$\Delta = 9 - 4(1)(-3) = 9 + 12 = 21$$

$$x_1, x_2 = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$$



$$x \in \left(-\infty, \frac{3 - \sqrt{21}}{2}\right] \cup \left[\frac{3 + \sqrt{21}}{2}, +\infty\right)$$

$$II: -x^2 \leq 3x + 3 \rightarrow x^2 + 3x + 3 \geq 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \end{array} \right\} \rightarrow \text{همواره مثبت} \Rightarrow x \in \mathbb{R}$$

$$I \cap II = I$$

سهمی محور y ها را در نقطه ای به عرض ۴ قطع کرده است پس از نقطه $(0, 4)$ می گذرد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۸۰

$$y = ax^2 + bx + c \xrightarrow{(0,4)} 4 = c \Rightarrow y = ax^2 + bx + 4$$

سهمی محور x ها را در نقطه هایی به طول ۲ و -۴ قطع کرده است پس از نقطه های $(2, 0)$ و $(-4, 0)$ می گذرد.

$$y = ax^2 + bx + 4 \xrightarrow{(2,0)} a \times 2^2 + b \times 2 + 4 = 0 \Rightarrow 4a + 2b + 4 = 0$$

$$y = ax^2 + bx + 4 \xrightarrow{(-4,0)} a \times (-4)^2 + b \times (-4) + 4 = 0 \Rightarrow 16a - 4b + 4 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a + 2b + 4 = 0 \\ 16a - 4b + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow 24a + 12 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}, b = -1 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۱

$$4 \leq |2x - 1| < 3x \rightarrow \begin{cases} |2x - 1| < 3x \rightarrow \begin{cases} 2x - 1 > -3x \\ 2x - 1 < 3x \end{cases} \\ 4 \leq |2x - 1| \rightarrow \begin{cases} 2x - 1 \geq 4 \\ 2x - 1 \leq -4 \end{cases} \end{cases}$$

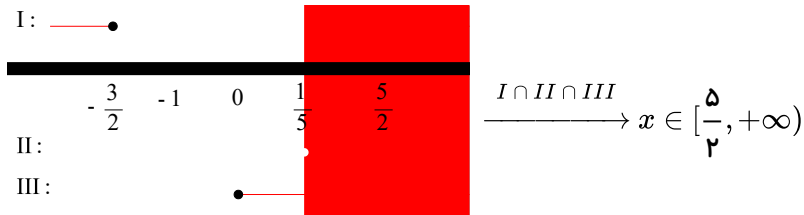
$$I \begin{cases} 2x - 1 \geq 4 \Rightarrow 2x \geq 5 \Rightarrow x \geq \frac{5}{2} \\ 2x - 1 \leq -4 \Rightarrow 2x \leq -3 \Rightarrow x \leq \frac{-3}{2} \end{cases}$$



$$II \left\{ \begin{array}{l} 2x - 1 > -3x \Rightarrow 5x > 1 \rightarrow x > \frac{1}{5} \end{array} \right\} \rightarrow x > \frac{1}{5}$$

$$III : |2x - 1| < 3x \rightarrow 3x \geq 0 \rightarrow x \geq 0$$

I:



$$I \cap II \cap III \rightarrow x \in \left[\frac{5}{2}, +\infty \right)$$

سهمی از نقاط $(0, 1)$, $(1, -1)$ می‌گذرد؛ معادله سهمی را $y = ax^2 + bx + c$ فرض می‌کنیم. (۱) (۲) (۳) (۴) (۸۲)

$$\left. \begin{array}{l} \xrightarrow{(0,1)} 1 = a \times 0^2 + b \times 0 + c \Rightarrow c = 1 \Rightarrow y = ax^2 + bx + 1 \\ \xrightarrow{(1,-1)} -1 = a \times 1^2 + b \times 1 + 1 \Rightarrow a + b = -2 \\ \xrightarrow{x=1} \frac{1}{2a} = 1 \Rightarrow -b = 2a \Rightarrow b = -2a \end{array} \right\} a = 2, b = -4 \Rightarrow y = 2x^2 - 4x + 1$$

سهمی به معادله $y = x^2 + 8x$ را در نظر می‌گیریم. ضریب x^2 مثبت است پس عرض رأس سهمی مقدار می‌نیم این عبارت خواهد بود: (۱) (۲) (۳) (۴) (۸۳)

$$\text{طول رأس} : -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \times 1} = -4$$

$$\text{مقدار مینیمم تابع} : (-4)^2 + 8 \times (-4) = 16 - 32 = -16$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۸۴)

عرض رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ برابر $-\frac{b}{4a}$ است.

$$y = x^2 + ax + 4 \Rightarrow \text{عرض رأس سهمی} = \frac{4 \times 1 \times 4}{4 \times 1} = \frac{16 - a^2}{4}$$

$$y = 3 \Rightarrow \frac{16 - a^2}{4} = 3 \Rightarrow 16 - a^2 = 12 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$$

دو عدد صحیح متوالی را x و $x + 1$ در نظر می‌گیریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۸۵)

$$\text{فرض} : x^2 + (x + 1)^2 = 313 \Rightarrow x^2 + x^2 + 2x + 1 = 313 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 312 = 0$$

$$\div 2 \rightarrow x^2 + x - 156 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \times 1 \times (-156)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{625}}{2} = \frac{-1 \pm 25}{2}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = -13, x + 1 = -12 \end{array} \right\} \text{مجموع} = \pm 25$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۸۶

معادله‌ی سهمی که محور x را در طول‌های α و β قطع کند، عبارتست از

$$y = k(x + 2)(x - 3) = k(x^2 - x - 6)$$

از طرفی نقطه‌ی $\left| \begin{smallmatrix} 0 \\ -12 \end{smallmatrix} \right.$ روی سهمی قرار دارد؛ پس:

$$-12 = k(0^2 - 0 - 6) \Rightarrow -12 = -6k \Rightarrow k = 2$$

$$\Rightarrow y = 2(x^2 - x - 6) = 2x^2 - 2x - 12$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۷ مختصات رأس سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ عبارتست از: $S \left| \begin{smallmatrix} -\frac{b}{2a} \\ f(-\frac{b}{2a}) \end{smallmatrix} \right.$

$$\text{طول رأس} = 2 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 2 \xrightarrow{y=x^2+ax+b} \frac{-a}{2} = 2 \Rightarrow a = -4$$

نقطه‌ی $\left| \begin{smallmatrix} 2 \\ -1 \end{smallmatrix} \right.$ نیز بر روی سهمی قرار دارد؛ پس:

$$-1 = 2^2 + 2a + b \xrightarrow{a=-4} -1 = 4 - 8 + b \Rightarrow b = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۸

$$-2 - \frac{x}{4} < \frac{1+x}{3} \Rightarrow \frac{1+x}{3} + \frac{x}{4} > -2$$

$$\Rightarrow \frac{4 + 4x + 3x}{12} > -2 \xrightarrow{\times 12} 7x + 4 > -24$$

$$\Rightarrow 7x > -28 \xrightarrow{\div 7} x > -4 \xrightarrow[\text{منفی}]{x \text{ عدد صحیح}} x \in \{-1, -2, -3\}$$

سه عدد صحیح منفی در معادله صدق می‌کند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۹

معادله‌ی سهمی با رأس $S \left| \begin{smallmatrix} \alpha \\ \beta \end{smallmatrix} \right.$ به صورت $y = k(x - \alpha)^2 + \alpha$ است.

بر طبق نمودار، رأس سهمی نقطه‌ی $S \left| \begin{smallmatrix} -1 \\ -1 \end{smallmatrix} \right.$ است. پس:

$$\Rightarrow y = k(x + 2)^2 - 1$$

از طرفی این سهمی از نقطه‌ی $(-1, -2)$ نیز می‌گذرد. پس:

$$-2 = k(-1 + 2)^2 - 1 \Rightarrow -2 = k \times 1 - 1 \Rightarrow k = -1$$

پس معادله‌ی سهمی عبارتست از:

$$y = -(x + 2)^2 - 1 = -(x^2 + 4x + 4) - 1 \Rightarrow y = -x^2 - 4x - 5$$



$$\text{مساحت مثلث} - \text{مساحت مربع} = \text{مساحت قسمت رنگی} \\ = \frac{2 \times (x-1)}{2} = (2x+1)^2 - 2x^2$$

$$= 4x^2 + 4x + 1 - (x-1) = 4x^2 + 3x + 2$$

بنابه فرض، این مساحت برابر با ۲۴ سانتی متر است:

$$4x^2 + 3x + 2 = 24 \Rightarrow 4x^2 + 3x - 22 = 0$$

$$\Delta = 3^2 - 4 \times 4 \times (-22) = 9 + 352 = 361$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{361}}{8} = \frac{-3 \pm 19}{8} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -\frac{11}{4} \end{cases}$$

چون x باید طول اضلاع 1 و $2x+1$ را تشکیل دهد، مقدار $\frac{-11}{4}$ برای آن قابل قبول نیست و فقط $x = 2$ را می‌پذیریم.

$$\frac{6x^2 - 7x - 5}{6x^2 - 7x - 5} < 0 \Rightarrow \begin{cases} 3x - 5 = 0 \Rightarrow 3x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{3} \\ 6x^2 - 7x - 5 = 0 \Rightarrow \Delta = -4 \times 6 \times (-5) = 49 + 120 = 169 \\ \Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{169}}{12} = \frac{7 \pm 13}{12} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{20}{12} = \frac{5}{3} \\ x_2 = \frac{-6}{12} = -\frac{1}{2} \end{cases} \end{cases}$$

جدول را رسم می‌کنیم:

x	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{3}$
$3x-5$	-	0
$6x^2-7x-5$	+	0
$\frac{3x-5}{6x^2-7x-5}$	-	+

پس مجموعه جواب $(-\infty, -\frac{1}{2})$ است.

۲ در آوریم:

تلاش می‌کنیم که معادله $2x^2 - 12x + 7 = 0$ را به شکل $+c = 0$

$$\Rightarrow 2(x^2 - 6x) + 7 = 0$$

مربع نصف ضریب x را به داخل پرانتز اضافه و کم می‌کنیم تا مربع کامل حاصل شود:

$$9 = \text{مربع نصف ضریب} \xrightarrow{(-)^2} -3 = \text{نصف ضریب } x \xrightarrow{\div 2} -6 = \text{ضریب } x$$

$$\Rightarrow 2(x^2 - 6x + 9) - 18 + 7 = 0 \Rightarrow 2(x-3)^2 - 11 = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه}} \begin{cases} c = -11 \\ 2(x+b)^2 + c = 0 : \text{فرض} \end{cases}$$

معادله را حل می‌کنیم:

$$2(x-3)^2 - 11 \Rightarrow 2(x-3)^2 = 11 \Rightarrow (x-3)^2 = \frac{11}{2} \xrightarrow{\sqrt{\quad}}$$



$$|x - 3| = \sqrt{\frac{11}{2}} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 = \sqrt{\frac{11}{2}} \Rightarrow x_1 = 3 + \sqrt{\frac{11}{2}} \\ x_2 = 3 = -\sqrt{\frac{11}{2}} \Rightarrow x_2 = 3 - \sqrt{\frac{11}{2}} \end{cases}$$

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = x_1 \times x_2 = (3 + \sqrt{\frac{11}{2}})(3 - \sqrt{\frac{11}{2}}) = 3^2 - (\sqrt{\frac{11}{2}})^2 = 9 - \frac{11}{2} = \frac{7}{2}$$

$$\frac{-}{b+c} = \frac{-}{-3-11} = \frac{-1}{4}$$

عبارت باشد و ثانیاً ضریب x منفی باشد: (۹۳) ۱ ۲ ۳ ۴ برای آن که عبارت درجه اول $ax + b$ قبل از $x = k$ مثبت باشد و بعد از $x = k$ منفی باشد، باید اولاً k ریشه

$$1) f(x) = 2kx + k^2 - 27 \Rightarrow f(k) = 2k^2 + k^2 - 27 = 0 \Rightarrow 3k^2 - 27 = 0$$

$$\Rightarrow 3k^2 = 27 \Rightarrow k^2 = 9 \Rightarrow k = \pm 3 \quad \left. \begin{array}{l} \text{اشتراک} \\ 2) \text{ ضریب } x = 2k \Rightarrow 2k < 0 \Rightarrow k < 0 \end{array} \right\} \rightarrow k = -3$$

(۹۴) ۱ ۲ ۳ ۴ چون $x = -1$ ریشه معادله است، پس در معادله صدق می‌کند:

$$(m^2 - 2)(-1)^2 + (m + 1)(-1) + 2m - 3 = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 2 - m - 1 + 2m - 3 = 0 \Rightarrow m^2 + m - 6 = 0 \Rightarrow (m + 3)(m - 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2 \end{cases}$$

حال با هر دو مقدار m ، معادله را تشکیل می‌دهیم:

$$\Rightarrow 7x^2 - 2x - 9 = 0 \Rightarrow \Delta = -4 \times 7 \times (-9) = 4 + 252 = 256$$

$$\Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{256}}{14} = \frac{2 \pm 16}{14} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2+16}{14} = \frac{18}{14} = \frac{9}{7} \\ x_2 = \frac{2-16}{14} = \frac{-14}{14} = -1 \end{cases}$$

$$m = 2 \Rightarrow (2^2 - 2)x^2 + (2 + 1)x + 2 \times 2 - 3 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 3^2 - 4 \times 2 \times 1 = 1 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-3+1}{4} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2} \\ x = \frac{-3-1}{4} = \frac{-4}{4} = -1 \end{cases}$$

پس ریشه دوم معادله $\frac{-1}{2}$ یا $\frac{-1}{7}$ است.

(۹۵) ۱ ۲ ۳ ۴

بازه $[\alpha, \beta]$ را می‌توان به صورت $x - \frac{\alpha + \beta}{2} \leq \frac{\beta - \alpha}{2}$ با قدر مطلق نوشت.
--

بازه $[-3, 2]$ با بیان قدر مطلق به صورت زیر است:



$$\left| x - \frac{-3+2}{2} \right| \leq \frac{2-(-3)}{2} \Rightarrow \left| x + \frac{1}{2} \right| \leq \frac{5}{2}$$

پس بازه $\mathbb{R} - [-3, 2]$ عبارتست از:

$$\left| x + \frac{1}{2} \right| > \frac{5}{2}$$

برای آن که بتوانیم این رابطه را با $|ax + b| > 5$ مقایسه کنیم، طرفین را در ۲ ضرب می کنیم:

$$\xrightarrow{\times(+2)} 2 \left| x + \frac{1}{2} \right| > 5 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \\ |ax + b| > 5 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{مقایسه}} \left\{ \begin{array}{l} b = 1 \\ \Rightarrow a + b = 2 + 1 = 3 \end{array} \right.$$

۹۶ باید نامعادله $P < 0$ را حل کنیم. پس ریشه ها را به دست می آوریم و جدول را رسم می کنیم:

$$3x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$-x + 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1 \Rightarrow \text{ریشه ندارد}$$

x	$\frac{1}{3}$	1	3
$3x+1$	-	+	+
$x-1$	-	-	+
$-x+3$	+	+	-
P	-	-	-

$$\text{پاسخ مسئله} = \left(-\frac{1}{3}, 1\right)$$

۹۷ طبق نمودار، تابع f در بازه $(-\infty, 4)$ مثبت و در بازه $(4, +\infty)$ منفی است. ریشه های سایر عوامل را به دست می آوریم و جدول را رسم می کنیم:

$$x = 0$$

$$2x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{ریشه ندارد}$$

$$3 - x = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$|x + 2| = 0 \Rightarrow x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

x	-2	0	3	4
x	-	-	+	+
f(x)	+	+	+	-
$ x+2 $	+	+	+	+
$3-x$	+	+	-	-
A	-	-	+	+

$$\left. \begin{array}{l} \text{پاسخ مسئله} = (0, 3) \\ \text{فرض} = (0, a) \end{array} \right\} \Rightarrow a = 3$$

۹۸ $f(x)$ عبارتی درجه ۲ است و ضریب x^2 در آن منفی است؛ پس علامت آن در بین دو ریشه اش مثبت (مخالف علامت a) و در خارج از دو ریشه اش منفی (موافق علامت a) خواهد بود.

عبارات درجه ۲ مخرج را نیز به همین ترتیب تعیین علامت می کنیم و جدول را تشکیل می دهیم:



همواره مثبت است. (موافق علامت a) \Rightarrow ریشه ندارد $\Rightarrow 5 = 1 - 4 = -3 < 0 \Rightarrow -x + 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

بین دو ریشه مثبت و خارج از دو ریشه منفی است. $\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$

x	-1	1	3
f(x)	-	+	+
$x^2 - x + 1$	+	+	+
$-x^2 + 4x - 3$	-	+	-
A	+	+	+

عبارت A در بازه $(-1, 1)$ منفی است و در این بازه تنها عدد صحیح موجود عبارتست از $x = 0$.

باید نامعادله $2x^2 - ax + 2 > x + 1$ را حل کنیم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۹۹)

$$2x^2 - ax - x + 1 > 0 \Rightarrow 2x^2 - x(a+1) + 1 > 0$$

عبارت درجه ۲ فوق زمانی همواره مثبت است که $\Delta < 0$ باشد و ضریب x^2 در آن مثبت باشد (که هست) بنابراین فقط $\Delta < 0$ را اعمال می کنیم:

$$\Delta < 0 \Rightarrow (-(a+1))^2 - 4 \times 2 \times 1 < 0 \Rightarrow (a+1)^2 - 8 < 0 \Rightarrow (a+1)^2 < 8 \Rightarrow \sqrt{8}$$

$$|a+1| < \sqrt{8} \Rightarrow |a+1| < 2\sqrt{2} \Rightarrow -2\sqrt{2} < a+1 < 2\sqrt{2} \Rightarrow -2\sqrt{2} - 1 < a < 2\sqrt{2} - 1$$

داخل قدرمطلق $|3-x|$ به ازای $x \geq 3$ همواره صفر یا منفی است. پس با برداشتن قدرمطلق، عبارت باید قرینه شود؛ یعنی: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۰۰)

پس در این بازه، نامعادله به صورت زیر درمی آید:

$$x^2 - 2(x-3) \leq 21 \Rightarrow x^2 - 2x + 6 - 21 \leq 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 15 \leq 0 \Rightarrow (x-5)(x+3) \leq 0$$

$$\Rightarrow \text{ریشه ها: } \begin{cases} x = -3 \\ x = 5 \end{cases}$$

x	-3	5
P(x)	+	-

شرایط مسئله: $\left. \begin{matrix} 1 \leq x \leq 5 \\ x \in \mathbb{Z} \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} 3 \leq x \leq 5$

در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر جای a و c باهم عوض شود، ریشه ها معکوس می شوند.

(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۰۱)

در نتیجه ریشه های دو معادله $q(x) = 0$, $p(x) = 0$ معکوس یکدیگرند. یعنی:

$$\left\{ \begin{matrix} 2 = \frac{1}{m} \Rightarrow m = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} = \frac{1}{n} \Rightarrow n = 3 \end{matrix} \right\} \Rightarrow m \times n = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$$



معادله سهمی با دست‌های رو به پایین و با رأس $S \left| \begin{smallmatrix} \alpha \\ \beta \end{smallmatrix} \right.$ به فرم $y = -a(x - \alpha)^2 + \beta$ است.

رأس این سهمی نقطه‌ی $S \left| \begin{smallmatrix} 2 \\ 1 \end{smallmatrix} \right.$ است. پس معادله‌ی آن به فرم زیر است:

$$y = -a(x - 2)^2 + 1$$

نقطه‌ی $P \left| \begin{smallmatrix} 0 \\ 1 \end{smallmatrix} \right.$ روی این سهمی قرار دارد.

$$\begin{cases} y=1 \\ \rightarrow 1 = -a(0 - 2)^2 + 1 \rightarrow 1 = -4a + 1 \rightarrow -4a = -1 \rightarrow a = \frac{1}{4} \end{cases}$$

پس معادله‌ی سهمی به فرم $y = -\frac{1}{4}(x - 2)^2 + 1$ است و از میان گزینه‌ها فقط نقطه‌ی $(3, \frac{7}{4})$ بروی آن قرار دارد.

برای مربع کامل کردن یک عبارت درجه‌ی دو مربع نصف ضریب x را به طرفین اضافه می‌کنیم؛ البته ضریب x^2 باید یک باشد.

$$3x(3x - 2) = 17 \Rightarrow 9x^2 - 6x = 17$$

$$\div 9 \rightarrow x^2 - \frac{2}{3}x = \frac{17}{9} \xrightarrow{+ (\text{مربع نصف ضریب } x)} x^2 - \frac{2}{3}x + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{17}{9} + \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{17}{9} + \frac{1}{9} \Rightarrow \left(x - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{18}{9}$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{3}\right)^2 = 2 \Rightarrow \begin{cases} h = -\frac{1}{3} \\ K = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{h} = \frac{2}{-\frac{1}{3}} = -6$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

۱) طول رأس سهمی برابر $-\frac{b}{2a}$ است.

، نمودار روبه پایین است.

با توجه به نکته‌ی بالا، در هر گزینه علامت a, b و c را پیدا می‌کنیم.

$$1 \text{ گزینه } : c > 0, a < 0, -\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow b > 0 \Rightarrow abc < 0 \quad \times$$

$$2 \text{ گزینه } : c = 0 \Rightarrow abc = 0 \quad \times$$

$$3 \text{ گزینه } : c < 0, a < 0, -\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow b > 0 \Rightarrow abc > 0$$

$$4 \text{ گزینه } : c > 0, a > 0, -\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow b < 0 \Rightarrow abc < 0 \quad \times$$

بنابراین گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

جدول تعیین علامت $P(x)$ نشان می‌دهد که $x = n$ ریشه مضاعف عبارت $P(x)$ است:



پس $\Delta = 0$ است و داریم:

$$b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (x^2 + 2)^2 - 4(m)(2m) = 0 \Rightarrow m^4 + 4m^2 + 4 - 8m^2 = 0$$

$$\Rightarrow m^4 - 4m^2 + 4 = 0 \Rightarrow (m^2 - 2)^2 = 0 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} m^2 - 2 = 0 \Rightarrow m^2 = 2 \Rightarrow m = \pm\sqrt{2}$$

از طرفی (باز هم بر طبق جدول) عبارت $P(x)$ همواره منفی است. پس ضریب x^2 در آن منفی است؛ یعنی:

$$m < 0 \Rightarrow m = -\sqrt{2}$$

حال $P(x)$ را بازنویسی می‌کنیم:

$$P(x) = -\sqrt{2}x^2 + 4x - 2\sqrt{2}$$

ریشه مضاعف این عبارت از رابطه $n = \frac{4}{2a}$ به دست می‌آید، یعنی:

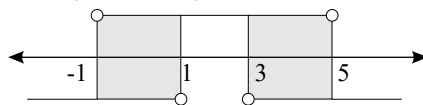
$$n = -\frac{4}{-2\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow m + n = -\sqrt{2} + \sqrt{2} = 0$$

$$\begin{array}{l} a \geq 0 \\ |x| \leq a \longrightarrow -a \leq x \leq a \\ |x| \geq a \Rightarrow x \geq a \text{ یا } x \leq -a \end{array}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۶

$$||x - 2| - 2| < 1 \Rightarrow -1 < |x - 2| - 2 < 1 \xrightarrow{+2} 1 < |x - 2| < 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |x - 2| < 3 \Rightarrow -3 < x - 2 < 3 \xrightarrow{+2} -1 < x < 5 & (I) \\ |x - 2| > 1 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 < -1 \Rightarrow x < 1 \\ x - 2 > 3 \Rightarrow x > 5 \end{cases} & (II) \end{cases}$$



$$\Rightarrow x \in (-1, 1) \cup (3, 5)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۷

$$y^2 + y - 2 > 0 \Rightarrow (y + 2)(y - 1) > 0 \Rightarrow \text{ریشه‌ها} \left\{ \begin{array}{l} y = -2 \\ y = 1 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} y & & -2 & 1 \\ y^2 + y - 2 & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y > 1 \Rightarrow |7 - 2x| - 4 > 1 \Rightarrow |7 - 2x| > 5 \Rightarrow \begin{cases} 7 - 2x > 5 \Rightarrow -2 > -2x \Rightarrow 1 > x \\ 7 - 2x < -5 \Rightarrow -12 < -2x \Rightarrow 6 < x \end{cases} \\ -2 < y < 1 \Rightarrow -9 < -2x < -5 \xrightarrow{\div(-2)} \frac{9}{2} > x > \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\text{مجموعه جواب} = (-\infty, 1) \cup \left(\frac{5}{2}, \frac{9}{2}\right) \cup (6, +\infty)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = \frac{5}{2} \\ c = - \\ d = 6 \end{cases} \Rightarrow \frac{b+c}{d} = \frac{5}{6}$$

به ازای $m \in (a, b)$ باید $f(x) < 0$ باشد: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۸



$$mx^2 - mx - 1 < 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow m^2 - 4m(-1) < 0 \Rightarrow m^2 + 4m < 0 \end{cases}$$

$$\text{ریشه ها} \left\{ \begin{array}{c|cc} m & -4 & 0 \\ \Delta & + & - \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} (1) \cap (2) \\ \text{فرض مسئله} \end{array} \right\} (a, b) \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ \Rightarrow b - a = 0 - (-4) = 4 \end{cases}$$

1 2 3 4 109

$$\begin{aligned} \frac{1}{|x+2|} &\leq 2 \xrightarrow{\times |x+2|} |2x-3| \leq 2|x+2| \xrightarrow{(\cdot)^2} (2x-3)^2 \leq 4(x+2)^2 \\ \Rightarrow 4x^2 - 12x + 9 &\leq 4x^2 + 16x + 16 \Rightarrow -28x \leq 7 \xrightarrow{\div (-28)} x \geq -\frac{1}{4} \\ \Rightarrow x &\geq -\frac{1}{4} \Rightarrow x = [-\frac{1}{4}, +\infty) \Rightarrow a = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

1 2 3 4 110

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} 3A + B < 12 \\ -9A - 3B > -36 \end{array} \right. &\xrightarrow{\times (-3)} \begin{cases} A + \frac{1}{3}B < 4 \\ 9A + 9B > 108 \end{cases} \\ &\xrightarrow{\div (-9)} \begin{cases} A + \frac{1}{3}B < 4 \\ A + B > 12 \end{cases} \\ &\xrightarrow{\div (-1)} \begin{cases} A + \frac{1}{3}B < 4 \\ A < \frac{18}{1} \end{cases} \Rightarrow A < \frac{9}{4} \end{aligned}$$

1 2 3 4 111

$$\frac{1}{2x^2 + x + 1} < \frac{1}{x^2 + 1}$$

عبارت $x^2 + 1$ همواره مثبت است؛ چون در آن عدد 1 با یک عبارت نامنفی جمع شده است.

در عبارت $2x^2 + x + 1$ هم $a > 0$ است؛ پس همواره نامنفی است. پس می توانیم طرفین نامعادله را معکوس کنیم و جهت نامساوی را تغییر دهیم:

$$\xrightarrow{\text{معکوس}} 2x^2 + x + 1 > x^2 + 1 \Rightarrow x^2 + x > 0 \Rightarrow x(x+1) > 0 \Rightarrow \text{ریشه ها: } \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|cc} x & -1 & 0 \\ \hline x(x+1) & + & - \end{array}$$

$$\text{مجموعه جواب} = R - [-1, 0] \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ \Rightarrow b - a = 0 - (-1) = 1 \end{cases}$$

$$|x| > a \Rightarrow x > a \text{ یا } x < -a$$

$$|x| < a \xrightarrow{a > 0} -a < x < a$$

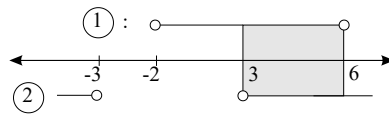
1 2 3 4 112

$$|x-2| < 2 \Rightarrow -2 < x-2 < 2 \xrightarrow{+2} 0 < x < 4 \Rightarrow \begin{cases} b = 4 \end{cases}$$

حال دو نامعادله $|x-2| < 4$ و $|x-2| > 3$ را حل می کنیم و اشتراک جواب ها را به دست می آوریم:



$$\begin{cases} |x - 2| < 4 \Rightarrow -4 < x - 2 < 4 \xrightarrow{+2} -2 < x < 6 & (1) \\ |x| > 3 \Rightarrow \begin{cases} x < -3 \\ x > 3 \end{cases} & (2) \end{cases}$$



اشتراک = (3, 6)

1 2 3 4 113

عبارت درجه دوم $P(x) = ax^2 + bx + c$ به ازای $a < 0$, $\Delta < 0$ همواره منفی است.

برای آن که سهمی مذکور همواره پایین محور x ها باشد، باید عبارت درجه دوم $P(x) = mx^2 - mx - 1$ همواره منفی باشد

$$\Delta < 0 \rightarrow m^2 - 4m(-1) < 0 \rightarrow m^2 + 4m < 0 \rightarrow m(m + 4) < 0 \rightarrow \begin{cases} m = -4 \end{cases}$$

m	-4	0	
Δ	+	-	+

$$-4 < m < 0 \quad (2)$$

$$\rightarrow (1) \cap (2) : m \in (-4, 0)$$

1 2 3 4 114

اگر معادله ی سهمی به صورت $y = a(x - x_0)^2 + y_0$ مرتب شود، رأس آن $S \begin{vmatrix} x_0 \\ y_0 \end{vmatrix}$ است.

رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به فرم $S \begin{vmatrix} -\frac{b}{2a} \\ \frac{4ac - b^2}{4a} \end{vmatrix}$ است.

$$y = -(x - 3)^2 + k \rightarrow S \begin{vmatrix} 3 \\ k \end{vmatrix}$$

$$y = x^2 - (k + 2)x + m \rightarrow S \begin{vmatrix} -\frac{-(k+2)}{2a} = \frac{k+2}{2} \\ \frac{4m - (-(k+2))^2}{4a} = \frac{4m - (k+2)^2}{4} \end{vmatrix}$$

و این دو رأس (طبق فرض مسئله) بر هم منطبقند، بنابراین:

$$\begin{cases} 3 = \frac{k+2}{2} \rightarrow k + 2 = 6 \rightarrow k = 4 \\ k = \frac{4m - (k+2)^2}{4} \xrightarrow{k=4} 4 = \frac{4m - 36}{4} \rightarrow 16 = 4m - 36 \end{cases}$$

$$\rightarrow 4m = 52 \rightarrow m = 13$$



$$2x - 1 < \frac{x+1}{2} < 2x \rightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{2} < 2x \xrightarrow{\times 2} x+1 < 4x \rightarrow 1 < 3x \rightarrow x > \frac{1}{3} \\ 2x - 1 < \frac{x+1}{2} \xrightarrow{\times 2} 4x - 2 < x+1 \rightarrow 3x < 3 \xrightarrow{\div 3} x < 1 \end{cases} \rightarrow \frac{1}{3} < x < 1$$

حال $\frac{2-3x}{2}$ را می‌سازیم و با b مقایسه می‌کنیم تا a و b به دست آیند:

$$\xrightarrow{\times (-3)} -3 < -3x < -1 \xrightarrow{+2} -1 < 2-3x < 1 \xrightarrow{\div 2} -\frac{1}{2} < \frac{2-3x}{2} < \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\rightarrow a + b = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

$$a > 0 \quad |x| \leq 0 \rightarrow -a \leq x \leq a$$

$$\left| \frac{x-1}{2} - 1 \right| \leq 3 \rightarrow -3 \leq \frac{x-1}{2} - 1 \leq 3$$

$$\xrightarrow{+1} -2 \leq \frac{x-1}{2} \leq 4 \xrightarrow{\times 2} -4 \leq x-1 \leq 8 \xrightarrow{+1} -3 \leq x \leq 9$$

حال $2x + 3$ را روی این نامساوی‌ها می‌سازیم:

$$\xrightarrow{\times (-2)} 6 \geq -2x \geq -18 \xrightarrow{+3} 9 \geq -2x + 3 \geq -15 \xrightarrow{\text{مرتب می‌کنیم}} -15 \leq -2x + 3 \leq 9$$

پس از مقایسه با $A \leq -2x + 3 \leq B$ در می‌یابیم که:

$$B = 9 \quad \left. \vphantom{B = 9} \right\} \rightarrow A + B = -15 + 9 = -6$$

$$|x| > a \Rightarrow x > a \text{ یا } x < -a$$

ابتدا نامعادله را حل می‌کنیم:

$$|2x + b| > c \rightarrow \begin{cases} 2x + b < -c \quad \vee \quad 2x + b > c \\ 2x < -b - c \quad \vee \quad 2x > -b + c \end{cases}$$

پاسخ را با آن چه که روی محور نشان داده شده مقایسه می‌کنیم:



$$\begin{cases} x > 0,5 \rightarrow \frac{c-b}{2} = 0,5 \\ x < -6,5 \rightarrow \frac{-b-c}{2} = -6,5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2b = -12 \rightarrow \begin{cases} b = 6 \\ c = 7 \end{cases} \end{cases}$$

خواسته مسئله: $2c - b = 2 \times 7 - 6 = 8$

عبارت درجه دوم همواره مثبت است هرگاه $\Delta < 0$, $a > 0$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۸

برای آنکه $P(x)$ همواره مثبت باشد:

$$\begin{aligned} 2\Delta < 0 &\rightarrow (-2)^2 - 4 \times 3(m)(+1) < 0 \rightarrow 4 - 12m < 0 \rightarrow 12m > 4 \xrightarrow{\div 12} m > \frac{1}{3} \\ (1) \cap (2) : m &> \frac{1}{3} \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۹

ریشه مضاعف: $= 0 \rightarrow x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \rightarrow (x-1)(x-2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$(-x^2 + x)^2 = 0 \rightarrow -x^2 + x = 0 \rightarrow x(-x + 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \end{cases} \text{ ریشه های مخرج}$$

x	-2	0	1	2
$(x+2)^2$	■	●	■	■
$x^2 - 3x + 2$	■	■	●	●
$(x^2 + x)^3$	■	●	●	■
$P(x)$	■	●	ت	ت

$$\text{مجموعه جواب} = (0, 1) \cup (1, 2] \cup \{-2\}$$

۱۲۰ اگر $\frac{a}{4a}$ باشد، Δ و a هم علامت نیستند:

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۰

$$1) \left\{ \begin{aligned} &\Rightarrow \text{چند جمله ای همواره مثبت است.} \end{aligned} \right.$$

$$\begin{aligned} &a < 0 \\ &\Delta > 0 \end{aligned}$$

در این حالت $P(x)$ دو ریشه دارد؛ یعنی $P(x)$ تغییر علامت می دهد؛ پس علامت $P(x)$ به علامت a بستگی دارد.



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۱

عبارت درجه دوم $P(x) = ax^2 + bx + c$ به ازای $\Delta < 0$, $a > 0$ همواره مثبت است.

عبارت $x^2 + x + 1$ همواره مثبت است؛ چون در این عبارت $\Delta < 0$ و $a > 0$ است؛ پس می توان مخرج ها را نادیده گرفت، بدون آنکه جهت نامعادله عوض شود؛

$$|3x - 2| \leq 5 \xrightarrow{+2} -5 \leq 3x - 2 \leq 5 \rightarrow -3 \leq 3x \leq 7$$

$$\xrightarrow{\div 3} -1 \leq x \leq \frac{7}{3} \rightarrow x \in \left[-1, \frac{7}{3}\right]$$

مخرج کسر یعنی $|x| + 1$ به ازای همه مقادیر x مثبت است؛ پس:

$$1 - 2x < 0 \rightarrow -2x < -1 \rightarrow x > \frac{1}{2} \rightarrow x \in \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۳

عبارت درجه دوم $P(x) = ax^2 + bx + c$ به ازای $\Delta < 0$, $a < 0$ همواره منفی است.

عبارت $-x^2 - x - 1$ همواره منفی است؛ چون در آن $\Delta < 0$, $a < 0$ است؛ پس می توان طرفین نامعادله را در آن ضرب کرد؛ بدون آنکه جهت نامعادله عوض شود:

$$\xrightarrow{\times (-x^2 - x - 1)} ax^2 - \frac{1}{2}ax - 3 \leq -3x^2 - 3x - 3 \rightarrow (a + 3)x^2 + (3 - a)x \geq 0$$

برای آنکه نامعادله فوق همواره برقرار باشد باید $\Delta \leq 0$ و ضریب x^2 مثبت باشد:

$$\Delta \leq 0 \rightarrow \left(3 - \frac{1}{2}a\right)^2 - 4(a + 3) \times 0 \leq 0 \rightarrow \left(3 - \frac{1}{2}a\right)^2 \leq 0$$

از آنجا که عبارت $\left(3 - \frac{1}{2}a\right)^2$ نامنفی است، فقط حالت تساوی در نامساوی فوق برقرار است:

$$\left(3 - \frac{1}{2}a\right)^2 = 0 \rightarrow 3 - \frac{1}{2}a = 0 \rightarrow 3 = \frac{1}{2}a \rightarrow a = 6 \quad (1)$$

از طرفی ضریب x^2 باید مثبت باشد:

$$a + 3 > 0 \rightarrow a > -3 \quad (2)$$

و اشتراک ۱ و ۲ عبارتست از: $a = 6$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۴

از طرفین معادله، جذر می گیریم:

$$(x - 1)^2 = (\sqrt{2} - 1)^2 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} x - 1 = \pm(\sqrt{2} - 1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 1 = \sqrt{2} - 1 \Rightarrow x = 2 \\ x - 1 = -(\sqrt{2} - 1) \Rightarrow x - 1 = -\sqrt{2} + 1 \Rightarrow x = 2 - \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{مجموع ریشه ها} = \sqrt{2} + (2 - \sqrt{2}) = 2$$



$$\frac{4}{x^2} - \frac{2}{x} \geq 2 \Rightarrow \frac{4-2x}{x^2} \geq 2 \Rightarrow \frac{4-2x}{x^2} - 2 \geq 0 \Rightarrow \frac{-2x^2-2x+4}{x^2} \geq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2x^2-2x+4=0 \xrightarrow{-2} x^2+x-2=0 \Rightarrow (x+2)(x-1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2=0 \Rightarrow x=0 \end{cases} \\ x^2=0 \Rightarrow x=0 \end{cases}$$

x	-2	0	1
$-2x^2-2x+4$	-	+	-
x^2	+	+	+
$\frac{-2x^2-2x+4}{x^2}$	-	+	-

شامل ۳ عدد صحیح است. \Rightarrow مجموعه جواب $= [-2, 1] - \{0\}$

نکته: اگر a یک عدد مثبت باشد، آن گاه: $|u| < a \Rightarrow -a < u < a$

راه حل اول:

در نامعادله داده شده، عبارت $x^2 + 2x + 4$ دارای $\Delta = -12 < 0$ است. از طرفی چون ضریب x^2 مثبت است، پس این عبارت همواره مثبت می باشد. می دانیم یک عبارت همواره مثبت را می توان از طرفین یک نامساوی ساده کرد و علامت نامساوی نیز تغییری نمی کند. بنابراین:

$$\frac{1}{x^2 + 2x + 4} < \frac{1}{x^2 + 2x + 4} \Rightarrow |3x - 2| < 7 \Rightarrow -7 < 3x - 2 < 7 \Rightarrow -5 < 3x < 9 \Rightarrow -\frac{5}{3} < x < 3$$

بنابراین اعداد صحیح ۱، ۲، ۰، -۱ در مجموعه ی جواب این نامعادله قرار دارند.

راه حل دوم:

همه عبارات را به یک سمت نامساوی برده و پس از ساده کردن، تعیین علامت می کنیم:

$$\frac{1}{x^2 + 2x + 4} < \frac{1}{x^2 + 2x + 4} \Rightarrow \frac{1}{x^2 + 2x + 4} - \frac{1}{x^2 + 2x + 4} < 0 \Rightarrow \frac{0}{x^2 + 2x + 4} < 0$$

عبارت مخرج دارای $\Delta < 0$ و ضریب x^2 مثبت است. پس علامت آن همواره مثبت است. پس برای آنکه علامت کل عبارت منفی باشد، باید علامت صورت منفی باشد.
ادامه راه حل مشابه است.

باتوجه به اینکه سهمی داده شده دارای دو ریشه است و ضریب x^2 در آن مثبت است، پس جدول تعیین علامت به صورت زیر می باشد:

x				
$x^2 + mx + 2m - 3$	+	●	-	●

چون $x = -1$ باید بین دو ریشه باشد، پس باتوجه به جدول تعیین علامت باید داشته باشیم:

$$f(-1) < 0 \Rightarrow 1 - m + 2m - 3 < 0 \Rightarrow m < 2$$

باتوجه به گزینه ها، تنها گزینه ی ۴ درست است.

راه حل دوم:

از آن جایی که بنابر فرض $x = -1$ بین دو ریشه ی معادله ی $x^2 + mx + 2m - 3 = 0$ واقع شده است، پس این معادله حتماً دارای دو



ریشه‌ی متمایز است، یعنی باید $\Delta > 0$ باشد، پس داریم:

$$m^2 - 4(2m - 3) > 0 \Rightarrow m^2 - 8m + 12 > 0 \Rightarrow (m - 2)(m - 6) > 0$$

m	2	6	
(m-2)(m-6)	+	-	+

$$\Rightarrow \text{مجموعه‌ی جواب: } (-\infty, 2) \cup (6, +\infty) \quad (1)$$

از طرفی نمودار سهمی $f(x) = x^2 + mx + 2m - 3$ (باتوجه به علامت ضریب x^2 که مثبت است) رو به بالاست. بنابراین باتوجه به نمودار برای آنکه $x = -1$ بین دو ریشه واقع شده باشد، باید $f(-1) < 0$ در نتیجه:

$$f(-1) = 1 - m + 2m - 3 < 0 \Rightarrow m < 2 \quad (2)$$

از مقایسه‌ی (1) و (2) نتیجه می‌شود که:

(1) (2) (3) (4) ۱۲۸

می دانیم:

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2, \quad (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta = b^2 - 4ac \\ x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$$

جواب هر معادله در خود معادله صدق می‌کند بنابراین $x = -2$ را در معادله جایگذاری می‌کنیم و داریم:

$$(m - 1)x^2 - x - (m^2 + 1) = 0 \xrightarrow{x=-2} 4(m - 1) + 2 - (m^2 + 1) = 0$$

$$\Rightarrow 4m - 4 + 2 - m^2 - 1 = 0 \Rightarrow -m^2 + 4m - 3 = 0 \Rightarrow m^2 - 4m + 3 = 0$$

$$\Rightarrow (m - 1)(m - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m - 1 = 0 \Rightarrow m = 1 \\ m - 3 = 0 \Rightarrow m = 3 \end{cases}$$

جواب $m = 1$ غیرقابل قبول است زیرا معادله اصلی را تبدیل به یک معادله درجه ۱ می‌کند که تنها یک جواب دارد.

با جایگذاری $m = 3$ داریم:

$$m = 3 \Rightarrow 2x^2 - x - 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{81}}{2(2)} = \begin{cases} \frac{1+9}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \\ \frac{1-9}{4} = \frac{-8}{4} = -2 \end{cases} \end{cases}$$

(1) (2) (3) (4) ۱۲۹

می‌دانیم: سهمی‌ای که همواره بالای محور x هاست یعنی همواره مثبت است. یعنی در معادله آن $a > 0$.

داریم:

$$\begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow -4(m - 3)(1) < 0 \Rightarrow 4 - 4m + 12 < 0 \Rightarrow 16 < 4m \Rightarrow 4 < m \end{cases} \quad (I)$$

$$I \cap II : m > 4$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۰

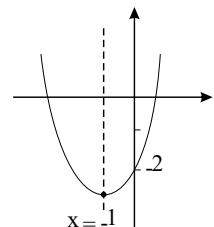
می دانیم: رأس سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ نقطه $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$ است.

با رسم سهمی مفروض داریم:

$$S \left| \begin{array}{l} -\frac{b}{2a} \\ f\left(-\frac{b}{2a}\right) \end{array} \right. = -\frac{b}{2(2)} = -1 \Rightarrow \frac{m}{2} = -1 \Rightarrow m = -2$$

$$y = 2x^2 + 4x + n \xrightarrow{(0, -2)} -2 = n$$

$$\Rightarrow f\left(-\frac{b}{2a}\right) = f\left(-\frac{-4}{2}\right) = f(-1) = 2(-1)^2 + 4(-1) - 2 = -4$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۱

ریشه‌های معادله درجه دوی $ax^2 + bx + c = 0$ برابر است با

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

می دانیم:

$$x^2 - 8x + 4 = 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{64 - 4(1)(4)} = \sqrt{48} = \sqrt{4 \times 12} = 2\sqrt{12}$$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{48}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{8 + 2\sqrt{12}}{2} = 4 + \sqrt{12} \\ x_2 = \frac{8 - 2\sqrt{12}}{2} = 4 - \sqrt{12} \end{cases}$$

جزر مجموع مربعات ریشه‌ها برابر است با $\sqrt{x_1^2 + x_2^2}$. بنابراین داریم:

$$\sqrt{x_1^2 + x_2^2} = \sqrt{(4 + \sqrt{12})^2 + (4 - \sqrt{12})^2} = \sqrt{16 + 12 + 8\sqrt{12} + 16 + 12 - 8\sqrt{12}} = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۲

می دانیم: $x^2 = a^2 \Rightarrow x = \pm a$ و ریشه‌های معادله درجه دوی $ax^2 + bx + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ برابر است با}$$

بررسی گزینه‌ها:

$$۱) 6x^2 = 18 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3} = |x_2 - x_1| = |\sqrt{3} + \sqrt{3}| = 2\sqrt{3}$$

$$۲) 2x^2 - 30 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 30 \Rightarrow x = \pm\sqrt{15} \Rightarrow |x_2 - x_1| = |\sqrt{15} + \sqrt{15}| = 2\sqrt{15}$$

$$۳) (2x - 3)^2 - 24 = 12 \Rightarrow (2x - 3)^2 = 36 \Rightarrow 2x - 3 = \pm 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - 3 = -6 \Rightarrow 2x = -3 \Rightarrow x = -1.5 \end{cases}$$



$$۴) \quad x^2 - 2x + 3 = 4 \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-(-2) + \sqrt{4 - 4(1)(-1)}}{2} = 1 + \sqrt{2} \\ x_2 = \frac{-(-2) - \sqrt{4 - 4(1)(-1)}}{2} = 1 - \sqrt{2} \end{cases}$$

$$|x_1 - x_2| = |1 + \sqrt{2} - 1 + \sqrt{2}| = 2\sqrt{2}$$

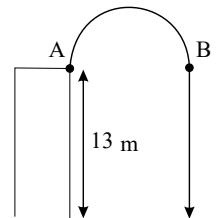
با توجه به گزینه‌ها، گزینه ۲ پاسخ تست است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۳

رابطه ارتفاع جسم از سطح زمین، یک سهمی به معادله $h(t) = -5t^2 + 18t + 13$ است. با توجه به شکل باید t_B یعنی زمانی که جسم به نقطه B می‌رسد را به دست بیاوریم. ارتفاع نقطه B برابر ۱۳ متر است. پس باید معادله $h(t) = 13$ را حل کنیم.

$$h(t) = 13 \Rightarrow -5t^2 + 18t + 13 = 13 \Rightarrow -5t^2 + 18t = 0$$

$$t(-5t + 18) = 0 \Rightarrow t = 0 \text{ یا } t = \frac{18}{5} = ۳٫۶$$



با توجه به شکل $t = 0$ مربوط به نقطه A است. پس $t_B = ۳٫۶$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۴

می‌دانیم: معادله $ax^2 + bx + c = 0$ دارای ریشه مضاعف است هرگاه $\Delta = 0$

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow m^2 - 4(-1 + m)(1) = 0 \Rightarrow m^2 - 4m + 4 = 0 \Rightarrow (m - 2)^2 = 0 \Rightarrow m = 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۵

می‌دانیم: واسطه هندسی دو عدد c و a برابر است با $b^2 = ac$

$$ac = ۶^2 \Rightarrow c(13 - c) = ۳۶ \Rightarrow -c^2 + 13c = ۳۶ \Rightarrow c^2 - 13c + ۳۶ = 0$$

$$\Rightarrow (c - 9)(c - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = ۴ \\ a = ۹ \end{cases}$$

بنابراین عدد کوچکتر ۴ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۶

می‌دانیم: نقاط تغییر علامت در جدول تعیین علامت، ریشه‌های معادله هستند
ریشه هر معادله در خود معادله صدق می‌کند

$$-2x^2 + ax + b = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{-1}{2} + \frac{a}{2} + b = 0 \Rightarrow \frac{a}{2} + b = \frac{1}{2} \end{cases}$$



$$- \left\{ \frac{a}{2} + b = \frac{1}{2} \right.$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{5a}{2} = \frac{35}{2} &\Rightarrow 5a = 35 \Rightarrow a = 7 \\ 3a + b = 18 &\xrightarrow{a=7} 21 + b = 18 \Rightarrow b = -3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow b - a = -3 - 7 = -10$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۷

می‌دانیم: ریشه‌های معادله درجه دوم به فرم $ax^2 + bx + c = 0$ از رابطه $x = \frac{-b \pm \Delta}{2a}$ بدست می‌آید که در آن

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= + - 2ab$$

روش اول:

$$x^2 - 2x + 1 = 3 - 2\sqrt{2} \Rightarrow x^2 - 2x - 2 + 2\sqrt{2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = 2\sqrt{2} - 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \Delta}{2a} \Rightarrow x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{4 - 4(1)(2\sqrt{2} - 2)}}{2(1)} \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{12 - 8\sqrt{2}}}{2}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ریشه‌ها: } x_1 + x_2 = \frac{2 + \sqrt{12 - 8\sqrt{2}}}{2} + \frac{2 - \sqrt{12 - 8\sqrt{2}}}{2}$$

$$= \frac{2 + \sqrt{12 - 8\sqrt{2}} + 2 - \sqrt{12 - 8\sqrt{2}}}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

روش دوم:

$$x^2 - 2x + 1 = 3 - 2\sqrt{2} \Rightarrow (x - 1)^2 = 2 - 2\sqrt{2} + 1$$

$$\Rightarrow (x - 1)^2 = (\sqrt{2} - 1)^2 \Rightarrow \sqrt{(x - 1)^2} = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} \Rightarrow |x - 1| = |\sqrt{2} - 1|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 1 = \sqrt{2} - 1 \\ x - 1 = 1 - \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 2 - \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع ریشه‌ها} = x_1 + x_2 = \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} = 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۸

می‌دانیم: اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند آن‌گاه $b^2 = ac$ تعداد جواب‌های معادله $y = ax^2 + bx + c$ بر حسب به صورت زیر است.

$$\begin{cases} \text{مماس بر محور } x / \text{ریشه مضاعف} \\ \text{دو ریشه} \\ \text{عدم تقاطع با محور } x / \text{بدون ریشه} \end{cases} \Rightarrow \Delta < 0$$

$$= ac \quad (I)$$

$$\Delta = (2b)^2 - 4(a)(c) = 4b^2 - 4ac \stackrel{(I)}{=} 4b^2 - 4b^2 = 0$$



بنابراین نمودار معادله مورد نظر بر محور x ها مماس است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۹

می‌دانیم: $\Delta = b^2 - 4ac$ در آن x بدست می‌آید که $ax^2 + bx + c = 0$ از رابطه $\Delta = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

سه عدد زوج متوالی را به صورت $x, x + 2, x + 4$ در نظر می‌گیریم و داریم:

$$\Rightarrow x(x + 2)(x + 4) = 20 \times 3(x + 2) \Rightarrow x(x + 4) = 60 \Rightarrow x^2 + 4x = 60$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x - 60 = 0 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4(1)(-60)}}{2(1)} = \frac{-4 \pm \sqrt{256}}{2}$$

$$\Rightarrow x \begin{cases} \frac{-4+16}{2} = 6 \\ \frac{-4-16}{2} = -10 \end{cases} \Rightarrow x + x + 2 + x + 4 \stackrel{x=6}{=} 24$$

غ ق

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۰

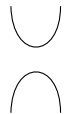
می‌دانیم: سهمی درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ همواره مثبت است (بالای محور x هاست) هرگاه $a > 0$

$$\begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow (-2m)^2 - 4(m+2)(m-1) < 0 \Rightarrow 4m^2 - 4m^2 - 4m + 8 < 0 \Rightarrow -4m + 8 < 0 \Rightarrow m > 2 \quad (I) \end{cases}$$

$$I \cap II : m > 2$$


۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۱

می‌دانیم: در سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ مختصات رأس سهمی $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right) \right)$ است.

$a < 0$ 

$a < 0 \rightarrow$ تقعر رو به پایین

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2} = \frac{-(-\frac{1}{m})}{2m} \Rightarrow \frac{1}{2m^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$$

دهانه سهمی به سمت پایین است.  $\Rightarrow y = -x^2 + x + n$

نقطه $A(-1, 0)$ روی سهمی قرار دارد. در نتیجه:

$$0 = -(-1)^2 + (-1) + n \Rightarrow 0 = -1 - 1 + n \Rightarrow n = 2 \Rightarrow m + n = -1 + 2 = 1$$



$$y = ax - b \Rightarrow \begin{cases} (0, 3) \rightarrow 3 = 0 \times x - b \Rightarrow b = -3 \\ (-1, 0) \rightarrow 0 = -a - b \xrightarrow{b=-3} a = 3 \end{cases}$$

$$P(x) = \frac{\quad}{(-x + 2)} = \frac{\quad}{(-x + 2)}$$

$$\begin{cases} 2x + 3 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \\ -x + 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \end{cases}$$

	$-\frac{3}{2}$	1	2
$3x-3$	-	-	+
$2x+3$	-	+	+
$-x+2$	+	+	-
$P(x)$	+	-	+

$$\Rightarrow x \in \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right) \cup (1, 2)$$

تنها گزینه‌ای که در بازه بالا قرار دارد گزینه ۴ است.

می‌دانیم:

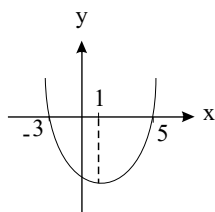
$$S \left| \begin{array}{c} \overline{ra} \\ f\left(\frac{1}{ra}\right) \end{array} \right.$$

طول رأس سهمی، برابر است با محل عبور خط تقارن

$$x = \frac{\quad}{2a}$$

معادله تقارن سهمی

ریشه‌های معادله از رأس سهمی به یک فاصله هستند.



$$x = \frac{5 - 3}{2} = 1$$

می‌دانیم: بیشترین مقدار تابع (ماکسیمم) زمانی وجود دارد که تقعر تابع رو به پایین باشد و مقدار آن برابر است.

$$S \left| \begin{array}{c} \overline{ra} \end{array} \right.$$

با عرض رأس سهمی

$$x = \frac{\quad}{2a}$$

محور تقارن سهمی برابر است با

$$y = mx^2 + 4x + m - 3$$



$$\begin{cases} m < 0 \\ \frac{m}{4a} = 0 \Rightarrow \frac{m}{4m} = 0 \Rightarrow -16 + 4m^2 - 12m = 0 \\ \Rightarrow m^2 - 3m - 4 = 0 \Rightarrow (m-4)(m+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m=4 \\ m=-1 \end{cases} \end{cases} \quad m < 0 \rightarrow m = -1$$

$$y = -x^2 + 4x - 4 \xrightarrow{\text{محور تقارن}} x = \frac{4}{-2} = -2$$

$$y = 4x^2 + 2x - 1 \xrightarrow{x=2} 4 \times 4 + 2 \times 2 - 1 = 19$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۵

می‌دانیم:	فاصله ریشه‌ها از رأس سهمی یکسان است و رأس سهمی نقطه $\frac{-b}{2a}$ است.
-----------	--

معادله سهمی به ریشه‌های x_1 و x_2 برابر است با $y = a(x - x_1)(x - x_2)$

$$\text{طول رأس} = \frac{1+3}{2} = 2 \Rightarrow \frac{1}{2a} = 2, \quad y = a(x-1)(x-3)$$

$$C = 2 \Rightarrow 2 = a(0-1)(0-3) \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

$$\frac{-b}{2a} = \frac{-b}{\frac{4}{3}} = \frac{-3b}{4} = 2 \Rightarrow b = \frac{-8}{3}$$

$$y = ax^2 + bx + c \Rightarrow y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 2$$

$$\Rightarrow y_{\min} = f(2) = \frac{2}{3} \times 2 \times 2 - \frac{8}{3} \times 2 + 2 = \frac{8}{3} - \frac{16}{3} + \frac{6}{3} = \frac{-2}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۶

$$5x^2 + mx + 10 = 5(x^2 + \frac{m}{5}x + 2) = 0 \xrightarrow{\text{مربع کامل}} (x + \sqrt{2})^2 = 0 \Rightarrow x_0 = -\sqrt{2}$$

$$x^2 + 2\sqrt{2}x + 2 = x^2 + \frac{m}{5}x + 2 \Rightarrow \frac{m}{5} = 2\sqrt{2} \Rightarrow m = 10\sqrt{2}$$

$$m + x_0 = 10\sqrt{2} - \sqrt{2} = 9\sqrt{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۷

می‌دانیم: ریشه هر معادله در خودش صدق می‌کند
 $(x+a)(x-b) = x^2 + (a+b)x + ab$

راه حل اول: یا جایگذاری $x=1$ داریم:

$$(a-1)x^2 - 2ax + 4 = 0 \xrightarrow{x=1} a-1-2a+4=0 \Rightarrow -a+3=0 \Rightarrow a=3$$

$$2x^2 - 6x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-2=0 \Rightarrow x=2 \\ x-1=0 \Rightarrow x=1 \end{cases}$$

راه حل دوم:

در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر یکی از ریشه‌ها $x_1 = +1$ باشد، آنگاه $a+b+c=0$ و ریشه دیگر a است.

پس:



$$\Rightarrow \dots = \frac{4}{a} = \frac{4}{a-1} = \frac{4}{3-1} = \frac{4}{2} = 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۸

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab \quad \text{می دانیم:}$$

سن برادر کوچک تر را x فرض می کنیم و داریم:

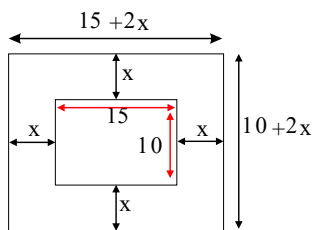
$$(x+5)(x+7+5) = 144 \Rightarrow (x+5)(x+12) = 144 \Rightarrow x^2 + 17x + 60 = 144$$

$$\Rightarrow x^2 + 17x - 84 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+21) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-4=0 \Rightarrow x=4 \\ x+21=0 \Rightarrow x=-21 \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۹

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab \quad \text{می دانیم:}$$

فاصله هر لبه عکس تا قاب را x فرض می کنیم و با توجه به شکل داریم:



$$\text{مساحت قاب: } (15+2x)(10+2x) = (2x)^2 + (10+15)2x + 10 \times 15 = 4x^2 + 50x + 150 = 300$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 50x - 150 = 0 \Rightarrow x^2 + 12.5x - 37.5 = 0 \Rightarrow (x+15)(x-2.5) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-2.5=0 \Rightarrow x=2.5 \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

$$\text{محیط قاب: } [(15+2x) + (10+2x)] \times 2 = [20+15] \times 2 = 35 \times 2 = 70$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۰

$$|x| > a \Rightarrow x > a \text{ یا } x < -a, \quad |x| < a \Rightarrow -a < x < a$$

می
دانیم:

$$\left| \frac{3x-1}{2} - 1 \right| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq \frac{3x-1}{2} - 1 \leq 2 \Rightarrow -1 \leq \frac{3x-1}{2} \leq 3$$

$$\Rightarrow -2 \leq 3x-1 \leq 6 \Rightarrow -1 \leq 3x \leq 7 \Rightarrow \frac{-1}{3} \leq x \leq \frac{7}{3}$$

اعداد طبیعی این بازه برابرند با $\{1, 2\}$ بنابراین مجموعه جواب شامل ۲ عدد طبیعی است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۱

$$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

می
دانیم:

با توجه به کادر داریم:



$$x^2 + \sqrt{\frac{5-2\sqrt{6}}{2}}x = 0 \Rightarrow 2a = \sqrt{\frac{5-2\sqrt{6}}{2}} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{5-2\sqrt{6}}}{2}$$

برای مربع کامل شدن عبارت فوق باید a^2 را به طرفین معادله بیفزاییم. بنابراین:

$$\begin{aligned} a &= \frac{\sqrt{5-2\sqrt{6}}}{2} \Rightarrow a^2 = \frac{5-2\sqrt{6}}{4} = \frac{5-2\sqrt{6}}{4} = \frac{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2 - 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{2}}{4} \\ &= \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2}{4} = \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2}{2 \times 2} = \frac{1}{2} \left(\frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2}{4} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2} \right)^2 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۲

عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$ همواره مثبت است هرگاه

می دانیم:

عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$ همواره منفی است هرگاه

$$\begin{cases} a < 0 \end{cases}$$

جدول تعیین علامت را با اطلاعات مسئله رسم می کنیم:

x	$\frac{3}{2}$
$2x-3$	- 0 +
x^2+mx+m	? ?
y	- 0 +

با توجه به جدول تعیین علامت، عبارت $x^2 + mx + m$ همواره باید مثبت باشد، بنابراین:

$$\begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow -4m < 0 \Rightarrow m(m-4) < 0 \end{cases}$$

$$m(m-4) = 0 \Rightarrow m = 0$$

$$\frac{m^2-4m}{+ \quad 0 \quad - \quad 0 \quad +} \Rightarrow 0 \leq m \leq 4$$

دقت کنید جواب $m = 0$ معادله اصلی را تبدیل به $y = (2x-3) \times x^2$ می کند که $x = 0$ یک جواب این معادله است و جدول تعیین علامت متفاوت می گردد.

همچنین اگر $m = 4$ باشد، معادله اصلی تبدیل به $y = (2x-3)(x^2+4x+4)$ می شود که $x = -2$ یک جواب این معادله است و جدول تعیین علامت متفاوت می گردد.

بنابراین بازه جواب مورد قبول برای m ، بازه $0 < m < 4$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۳ عبارت را تعیین علامت می کنیم:

$$A = \frac{x^3(x-7)}{3x-17}$$

$$A = 0 \Rightarrow \begin{cases} = 0 \Rightarrow x = 0 \\ 3x-17 = 0 \Rightarrow 3x = 17 \Rightarrow x = \frac{17}{3} \end{cases}$$



x	0	7	29	
x^3	-	0	+	+
$x-7$	-	-	0	+
$3x-87$	-	-	-	0
A	-	0	+	0
	-	0	+	+

$\Rightarrow x \in (0, 7) \cup (29, +\infty)$

اعداد طبیعی کوچک تر از ۱۰۱ که A را مثبت می کنند:

$$\underbrace{\quad\quad\quad}_{\text{تا ۶}} \cup \{30, 31, \dots, 100\} : \text{ تا } 77$$

$100 - 30 + 1 = 71$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۴

رأس سهمی با مختصات

$4a$

آن به معادله $x = \frac{\quad}{2a}$ است.

ریشه های سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ از رابطه $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ به دست می آید.

S محل برخورد سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ با خط تقارن

$$-\frac{\quad}{4a} = -2 \Rightarrow \frac{\quad}{4a} = 2 \Rightarrow \frac{b^2 - 4ac}{4a} = 2 \Rightarrow \frac{\quad}{4(1)} = 2$$

$$\xrightarrow{k=2} y = x^2 + 4x + 2 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4(1)(2)}}{2(1)} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-4 + \sqrt{8}}{2} \\ x = \frac{-4 - \sqrt{8}}{2} \end{cases}$$

فاصله بین ریشه ها روی محور x ها برابر است با $|x_1 - x_2|$. بنابراین:

$$\left| \frac{-4 + \sqrt{8}}{2} - \frac{-4 - \sqrt{8}}{2} \right| = \left| \frac{2\sqrt{8}}{2} \right| = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۵

می دانیم: ریشه های هر معادله در خود آن صدق می کنند.

معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ریشه ندارد هرگاه $\Delta < 0$

$$ax^2 - 2ax + 1 = 0 \xrightarrow{x=2} 4a^2 - 4a + 1 = 0 \Rightarrow (2a - 1)^2 = 0 \Rightarrow 2a - 1 = 0$$

$$\Rightarrow 2a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$4x^2 - 3x + 5a = 0 \xrightarrow{a=\frac{1}{2}} 4x^2 - 2x + \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow \Delta = 9 - 4(4)(\frac{5}{2}) = -31 < 0$$



معادله ریشه ندارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۶

می دانیم:

در سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ مختصات رأس سهمی نقطه S است.	$\frac{-b}{2a}$
---	-----------------

$$= 0 \Rightarrow b = 0$$

$$y = ax^2 + bx + c \stackrel{b=0}{=} y = ax^2 + c$$

$$ax^2 + c = 0 \Rightarrow ax^2 = -c \Rightarrow \dots = \frac{-c}{a} \xrightarrow{ac < 0} x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}} \Rightarrow x_1 + x_2 = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۷

می دانیم:

در سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ مختصات رأس سهمی نقطه S است.	$\frac{-b}{2a}$
---	-----------------

$$\frac{-2b - b^2 + 4a \times \frac{-b}{2a}}{4a} = 0 \Rightarrow \frac{-2b - b^2 + 4a \times \frac{-b}{2a}}{4a} = 0$$

$$\Rightarrow -2b - b^2 + 35 = 0 \Rightarrow b^2 + 2b - 35 = 0 \Rightarrow (b + 7)(b - 5) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b + 7 = 0 \Rightarrow b = -7 \\ b - 5 = 0 \Rightarrow b = 5 \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع مقادیر ممکن برای } b$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۸

می

$$|x| > a \Rightarrow x > a \text{ یا } x < -a, \quad |x| < a \Rightarrow -a < x < a$$

دانیم:

$$II: -3 < |x| - 2 \Rightarrow |x| > -1 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$$

$$I \cap II: -5 < x < 5: \quad x \in \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\} \rightarrow \text{۹ عدد صحیح}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۹

می دانیم:

$$|x| > a \Rightarrow x > a \text{ یا } x < -a, \quad |x| < a \Rightarrow -a < x < a$$

$$\overbrace{-1 \leq \left| \frac{x-1}{2} - 1 \right| < 3}^{(II)}$$

$$I = -1 \leq \left| \frac{x-1}{2} - 1 \right| \xrightarrow{\text{قدر مطلق همواره مثبت}} x \in \mathbb{R}$$

$$II: \left| \frac{x-1}{2} - 1 \right| < 3 \Rightarrow -3 < \frac{x-1}{2} - 1 < 3 \Rightarrow -2 < \frac{x-1}{2} < 4$$



$$I \cap II: \mathbb{R} \cap (-3, 9) = (-3, 9) \Rightarrow (a, b) = (-3, 9) \Rightarrow \max(b - a) = 9 - (-3) = 12$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۰

$$ab > 0 \Rightarrow \begin{cases} a, b > 0 \\ a, b < 0 \end{cases}$$

می دانیم:

$$(x^2 - x - 6)(2x^2 + ax + b) \geq 0$$

عبارت $x^2 - x - 6$ را تعیین علامت می کنیم:

$$x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$$

x	-2	3
$x^2 - x - 6$	+	-

برای اینکه عبارت مورد نظر همواره مثبت باشد باید تعیین علامتی عیناً مشابه تعیین علامت $x^2 - x - 6$ داشته باشد بنابراین باید ریشه های دو عبارت مشابه باشند و به بیان دیگر عبارت $2x^2 + ax + b$ باید ضریبی از $x^2 - x - 6$ باشد.

$$x^2 - x - 6 \xrightarrow{\times 2} 2x^2 - 2x - 12 = 2x^2 + ax + b \Rightarrow \begin{cases} b = -12 \\ a - b = -2 - (-12) = 10 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۱

$$\begin{cases} a > 0 & \text{سهمی به معادله } y = ax^2 + bx + c \text{ همواره مثبت است هرگاه} \\ a < 0 & \text{سهمی به معادله } y = ax^2 + bx + c \text{ همواره منفی است هرگاه} \end{cases}$$

می دانیم:

$$-x^2 - x - 2 : \Delta = -4(-1)(-2) = 1 - 8 = -7 < 0$$

$$-x^2 - x - 2 : \begin{cases} \Delta < 0 \\ a < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{همواره منفی}$$

$$\frac{(m-1)x^2 + 6x + 2m+1}{-x^2 - x - 2} < 0 \Rightarrow (m-1)x^2 + 6x + 2m+1 > 0$$

همواره منفی

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow 36 - 4(m-1)(2m+1) < 0 \Rightarrow 36 - 8m^2 + 4m + 4 < 0 \\ -8m^2 + 4m + 4 < 0 \Rightarrow -2m^2 + m + 1 < 0 \Rightarrow -2m^2 + m + 1 = 0 \end{cases}$$

$$-8m^2 + 4m + 4 < 0 \Rightarrow -2m^2 + m + 1 < 0 \Rightarrow -2m^2 + m + 1 = 0$$

$$\Rightarrow m = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(-2)(1)}}{2(-2)} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{-4} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{5}{2} \\ m = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

m	-2	5/2
$2m^2 + m + 1$	-	+

$$\Rightarrow m < -2 \text{ یا } m > \frac{5}{2} \quad (II)$$

$$I \cap II: m > \frac{5}{2} \Rightarrow m > 2,5$$



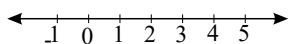
۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۲

می دانیم: $|x| > a \Rightarrow x > a$ یا $x < -a$, $|x| < a \Rightarrow -a < x < a$

$$|2x + 1| < 3x - 4 \Rightarrow \overbrace{-3x + 4}^{(II)} < \underbrace{2x + 1}_I$$

$$II: -3x + 4 < 2x + 1 \Rightarrow 5x > 3 \Rightarrow x > \frac{3}{5}$$

$$III: |2x + 1| < 3x - 4 \Rightarrow 3x - 4 \geq 0 \Rightarrow 3x \geq 4 \Rightarrow x \geq \frac{4}{3}$$



I: ○ —————

II: ○ —————

III: ● —————

$I \cap II \cap III$: ○ —————

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۳

$$-2x^2 + 3x < -3x^2 + 7x - 3 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 < 0 \Rightarrow (x - 3)(x - 1) < 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \end{cases}$$

x	1	3	
$x^2 - 4x + 3$	+	-	+

$$\Rightarrow 1 < x < 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۴

می دانیم: هرگاه در سهمی به معادله $ax^2 + bx + c = 0$, $\Delta = 0$ شود، سهمی محور x ها را فقط در یک نقطه

به طول $x = \frac{-b}{2a}$ قطع می کند. (یک ریشه مضاعف دارد)

$$y = ax^2 + bx + c \xrightarrow{x=0} c = \frac{-4}{b}$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow 1^2 - 4(a)\left(\frac{-4}{b}\right) = 0 \Rightarrow b^2 + \frac{16}{b} = 0 \Rightarrow b^3 + 16a = 0$$

$$x = \frac{-b}{2a} = -2 \Rightarrow b = -4a$$

$$b^3 + 16a = 0 \xrightarrow{b=-4a} -64a^3 + 16a = 0 \Rightarrow 16a(-4a^2 + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} -4a^2 = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4a^2 = 1 \Rightarrow a^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \pm \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{سهمی پایین محور } x \text{ ها}} a < 0 \rightarrow a = -\frac{1}{2}$$



می دانیم: هرگاه نمودار تابع درجه دومی بالای محور x ها باشد آن تابع مثبت است.

$$\frac{x^2 - 3}{x^2 - 4} + 12 > 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 3 + 12}{x^2 - 4} > 0 \Rightarrow \frac{x^2 + 9}{x^2 - 4} > 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2x^2 + 12 = 0 \Rightarrow x^2 = 6 \Rightarrow x = \pm\sqrt{6} \\ x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \end{cases}$$

x	$-\sqrt{6}$	-2	2	$\sqrt{6}$
$-2x^2+12$	-	+	+	-
x^2-4	+	+	-	+
$-2x^2+12$	-	+	-	-
x^2-4	-	+	-	-

$$\Rightarrow x \in (-\sqrt{6}, -2) \cup (2, \sqrt{6})$$

میدانیم: هرگاه دو عبارت A و B هم علامت باشند، حاصل AB مثبت است.

$$AB > 0 \Rightarrow \frac{x^3(2x-1)}{(3-x)} \times (7x+2)(x-3) > 0$$

$$\Rightarrow -x^3(2x-1)(7x+2) > 0 \Rightarrow x^3(2x-1)(7x+2) < 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} = 0 \Rightarrow x = 0 \\ 2x-1 = 0 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \\ 7x+2 = 0 \Rightarrow 7x = -2 \Rightarrow x = -\frac{2}{7} \end{cases}$$

x	$-\frac{2}{7}$	0	$\frac{1}{2}$
x^3	-	-	+
$2x-1$	-	-	+
$7x+2$	-	+	+
$x^3(2x-1)(7x+2)$	-	+	+

$$\Rightarrow x \in (-\infty, -\frac{2}{7}) \cup (0, \frac{1}{2})$$

می دانیم: محور تقارن سهمی $ax^2 + bx + c$ خط $x = -\frac{b}{2a}$ است.

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{5}{2(-2)} = \frac{5}{4} \quad \text{محور تقارن}$$

$$ax - 2y = 1 \xrightarrow{\substack{x = \frac{5}{4} \\ y = \frac{11}{8}}} a \times \frac{5}{4} - 2 \times \frac{11}{8} = 1 \Rightarrow \frac{5a}{4} - \frac{22}{8} = 1$$



$$\Rightarrow \frac{5a}{4} = \frac{30}{8} \Rightarrow 5a = 15 \Rightarrow a = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۸

می‌دانیم:	نقاط هم‌ارز روی سهمی نسبت به خط تقارن، یک فاصله‌اند و رأس سهمی مختصات S است.
	$\frac{4a}{4}$

$$A(1,3), B(3,3) \Rightarrow \text{محور تقارن } x = \frac{1+3}{2} = 2 \Rightarrow \text{طول رأس سهمی} = 2$$

$$y = -x \xrightarrow{x=2} y = -2$$

$$S(2, -2)$$

$$x_S = \frac{4}{2a} = -\frac{4}{2} = -2 \quad \text{گزینه ۱:}$$

$$x_S = \frac{-\frac{4}{3}}{\frac{2}{3}} = -2 \quad \text{گزینه ۲:}$$

$$x_S = \frac{-6}{2a} = \frac{-6}{2 \times \frac{3}{2}} = 2 \quad \text{گزینه ۳:}$$

$$y_S = \frac{1}{4}(2)^2 - 6(2) + 4 = 1 - 12 + 4 = -7 \Rightarrow S(2, -7)$$

$$x_S = -\frac{1}{2a} = \frac{1}{2} = 2 \quad \text{گزینه ۴:}$$

$$y_S = \frac{1}{4}(-2 + 3 = 2 \Rightarrow S(2, 2))$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۹

$$x(x^2 + 4) < 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -4 \Rightarrow \text{ریشه ندارد} \end{cases}$$

x	-	0	+
$x^2 + 4$	+	+	+
$x(x^2 + 4)$	-	0	+

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۰

اگر اعداد را $x, x+1, x+2$ فرض کنیم داریم:

$$x^2 + \quad + \quad = 77$$

$$x^2 + x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4 = 77$$



$$3x^2 + 6x + 5 = 77 \Rightarrow 3x^2 + 6x - 72 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 24 = 0 \Rightarrow (x + 6)(x - 4) = 0$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = -6 \\ x = 4 \end{array} \right.$$

$$x = 4 \Rightarrow x + x + 1 + x + 2 = 3x + 3 = 12 + 3 = 15$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۱

می‌دانیم: عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$ که در آن $\Delta > 0$ باشد دارای دو ریشه است که علامت عبارت بین آن دو ریشه مخالف علامت a و در خارج آن دو ریشه هم علامت با a است.

ریشه‌های هر معادله در خودش صدق میکند.

x	2	3
$x^2 + ax + b$	$+ \quad -$	$- \quad +$

$$(x - 2)(x - 3) = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = -5 \\ b = 6 \end{array} \right. \Rightarrow a + b = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۲

می‌دانیم: $\Delta < 0$ معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c$ ریشه حقیقی ندارد هرگاه

$$ax^2 + bx + c : \Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow b^2 < 4ac \xrightarrow{b^2 > 0} 4ac > 0$$

بررسی گزینه‌ها:

$$۱) \Delta = b^2 + 4ac \xrightarrow{b^2 > 0, 4ac > 0} \Delta > 0$$

$$۲) \Delta = b^2 - 4ac \xrightarrow{b^2 - 4ac < 0} \Delta < 0$$

$$۳) \Delta = b^2 + 4ac \xrightarrow{b^2 > 0, 4ac > 0} \Delta > 0$$

$$۴) \Delta = b^2 + 4ac \xrightarrow{b^2 > 0, 4ac > 0} \Delta > 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۳

می‌دانیم:

$$\frac{0}{A} = 0, \quad \frac{A}{0} = \text{ت.ن.}$$

معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c$ ریشه حقیقی ندارد هرگاه $\Delta < 0$

$$ax^2 + 3x + 9 : \Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow 9 - 4(a)(9) < 0$$

$$\Rightarrow 9 - 36a < 0 \Rightarrow 36a > 9 \Rightarrow 4a > 1 \Rightarrow a > \frac{1}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۴

معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c$ ریشه حقیقی ندارد هرگاه $\Delta < 0$

$$|x^2 + x| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x^2 + x \leq 2$$



$$I: x^2 + x \leq 2 \Rightarrow x^2 + x - 2 \leq 0 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$$

x	-2	1
$x^2 + x - 2$	+	-
+	○	+

$$II: x^2 + x \geq -2 \Rightarrow x^2 + x + 2 \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} a > 0 \end{cases} \Rightarrow x \in \mathbb{R}$$

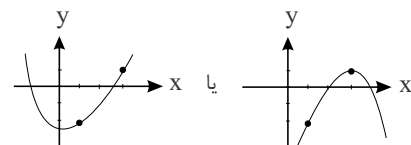
$$I \cap II: x \in [-2, 1] \Rightarrow b - a = 1 - (-2) = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۵

می‌دانیم: محل برخورد نمودار با محور x ها، ریشه‌های معادله است.

$$f(a) = b \Leftrightarrow (a, b)$$

$$f(3) = 1 \Rightarrow (3, 1)$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۶

در سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ ، معادله خط تقارن سهمی $x = -\frac{b}{2a}$ است.

می
دانیم:

$$x = -\frac{b}{2a} = 1 \Rightarrow -b = 2a \quad (I)$$

$$y = ax^2 + bx + c \xrightarrow{I} y = ax^2 - 2ax + c \xrightarrow{(2,5)} 5 = 4a - 4a + c \Rightarrow c = 5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۷

رأس سهمی تا محور طول‌ها همان عرض رأس سهمی است.

می
دانیم:

در سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ مختصات رأس سهمی $S \left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right) \right)$ است.

$$y = ax^2 + bx + c \xrightarrow{(0,6)} 6 = c$$

$$\begin{cases} \xrightarrow{(3,0)} 0 = 9a + 3b + 6 \\ \xrightarrow{(-1,0)} 0 = a - b + 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a + b + 2 = 0 \\ a - b + 6 = 0 \end{cases}$$

$$4a + 8 = 0 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow -2 - b + 6 = 0 \Rightarrow b = 4$$

$$y = -2x^2 + 4x + 6 \Rightarrow S \left(\frac{-4}{-4}, \frac{-4(-4)}{4(-2)} \right) = (1, 8)$$



$$P(x) = \frac{x^2 - 12x^2 + 36x}{x^2 + x - 2} > 0 \Rightarrow \frac{x(x^2 - 12x + 36)}{(x+2)(x-1)} > 0 \Rightarrow \frac{x(x-6)^2}{(x+2)(x-1)} > 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ (x-6)^2 = 0 \Rightarrow x = 6 \\ (x-1) = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

	-2	0	1	6	
x	-	-	+	+	+
(x-6) ²	+	+	+	+	+
(x+2)(x-1)	+	-	-	+	+
P(x)	-	+	-	+	+

تن تن

$$\Rightarrow x \in (-2, 0) \cup (1, 6) \xrightarrow{a < 0} \begin{cases} b = 0 \\ \Rightarrow a + b = -2 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۹ با توجه به جدول تعیین علامت به ازای $x = 5$ عبارت تعریف نشده می شود بنابراین $x = 5$ ریشه مخرج است. بنابراین:

$$(3x - c)^2 = 0 \Rightarrow 3x - c = 0 \xrightarrow{x=5} 15 - c = 0 \Rightarrow c = 15$$

با توجه به جدول تعیین علامت و اتحاد مزدوج داریم:

$$(x^2 - a^2) = 0 \Rightarrow (x - a)(x + a) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x + a = 0 \Rightarrow x = -a \end{cases}$$

بنابراین $(x^2 - a^2)$ دو ریشه برابر و قرینه دارد که با توجه به جدول این دو ریشه ۳ و -۳ هستند پس: $a = \pm 3$

تنها ریشه باقی مانده $x = -2$ است که ریشه عبارت $x + b$ است. بنابراین:

$$a^2b - c = 9 \times 2 - 15 = 18 - 15 = 3$$

عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$ همواره مثبت است هرگاه

$$\begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases}$$

عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$ همواره منفی است هرگاه

$$\begin{cases} a < 0 \end{cases}$$

می دانیم:

$$(b - a)x^2 + bx + a \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} b^2 - 4(b - a)a \leq 0 \Rightarrow b^2 - 4ab + 4a^2 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (b - 2a)^2 \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} (b - 2a)^2 < 0 \text{ ناممکن} \\ (b - 2a)^2 = 0 \Rightarrow b = 2a \text{ (II)} \end{cases}$$

$$I: b > a \xrightarrow{II: b=2a} 2a > a \Rightarrow a > 0 \Rightarrow a \in (0, +\infty)$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۱

می دانیم:

$$|x| > a \Rightarrow \begin{cases} x > a \\ \text{یا} \\ x < -a \end{cases}$$

$$|x - a| > 2b \Rightarrow \begin{cases} x - a \geq 2b \\ x - a \leq -2b \end{cases} \Rightarrow x \leq -2b + a \Rightarrow x \in (-\infty, 2b + a]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$$

$$a + b = 4,5 + 0,75 = 5,25$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۲

می دانیم:

$$\begin{cases} a < 0 \end{cases}$$

عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$ همواره پایین محور x است (منفی است) هرگاه:

$$-3mx^2 + 2mx + 1 < 0$$

$$\begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow (2m)^2 - 4(-3m)(1) < 0 \Rightarrow 4m^2 + 12m < 0 \Rightarrow m(4m + 12) < 0 \\ \Rightarrow m(4m + 12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = \end{cases} \end{cases}$$

	-3	0
$4m^2 + 12m$	+	-
	+	+

I :

II :

$\Rightarrow I \cap II = \emptyset$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۳

عبارت را تعیین علامت می کنیم.

$$\begin{cases} x = 0 \\ (x + 2)^2 = 0 \Rightarrow x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \\ x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \end{cases} \end{cases}$$

	-2	-1	0	2
x	-	-	-	+
$(x+2)^2$	+	+	+	+
$x^2 - x - 2$	+	+	-	+
P(x)	-	-	+	+

$\Rightarrow x \in (-1, 0) \cup (2, +\infty)$

تنها گزینه ای که در بازه ی بالا صدق می کند گزینه ۴ است.



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۴

می‌دانیم:

$$\begin{cases} a > 0 & \text{عبارت درجه دوم } ax^2 + bx + c \text{ فاقد ریشه و همواره مثبت است هرگاه} \\ a < 0 & \text{عبارت درجه دوم } ax^2 + bx + c \text{ فاقد ریشه و همواره منفی است هرگاه} \end{cases}$$

$$3x^2 + mx + 4 > -2x + 1 \Rightarrow 3x^2 + (m+2)x + 3 > 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow (m+2)^2 - 4(3)(3) < 0 \Rightarrow m^2 + 4m + 4 - 36 < 0 \Rightarrow m^2 + 4m - 32 < 0 \\ \rightarrow (m+8)(m-4) < 0 \rightarrow \int m + \end{cases}$$

	-8	4
$m^2 + 4m - 32$	+	-
	+	+

 $\Rightarrow -8 < m < 4 \Rightarrow m \in (-8, 4)$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۵

می‌دانیم: $x^2 > a^2 \Rightarrow x < -a$ یا $x > a$

$$ax^2 + 2x + 4a \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \Rightarrow 4 - 4(a)(4a) \Rightarrow 4 - 16a^2 \leq 0 \Rightarrow 16a^2 \geq 4 \\ \Rightarrow a^2 \geq \frac{1}{4} \Rightarrow a \geq \frac{1}{2} \text{ یا } a \leq -\frac{1}{2} \quad (II) \end{cases}$$

$$I \cap II = a \geq \frac{1}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۶

$$\begin{aligned} \frac{x}{x^2 - 6x + 11} + 4 &< 2 \Rightarrow \frac{x}{x^2 - 6x + 11} - 2 < 0 \Rightarrow \frac{x(x-3)^2 + 4 - 2x^2 + 12x - 22}{x^2 - 6x + 11} < 0 \\ \Rightarrow \frac{x(x-3)^2 - (2x^2 - 12x - 18)}{x^2 - 6x + 11} < 0 \Rightarrow \frac{x(x-3)^2 - 2(x^2 + 6x - 9)}{x^2 - 6x + 11} < 0 \\ \Rightarrow \frac{x(x-3)^2 - 2(x-3)^2}{x^2 - 6x + 11} < 0 \Rightarrow \frac{(x-3)^2(x-2)}{x^2 - 6x + 11} < 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} = 0 \Rightarrow x = 3 \\ x^2 - 6x + 11 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \text{همواره مثبت} \end{aligned}$$

	2	3
$(x-3)^2$	+	+
$x-2$	-	+
$x^2-6x+11$	+	+
$\frac{(x-3)^2(x-2)}{x^2-6x+11}$	-	+

$$\Rightarrow x < 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۷

می‌دانیم:

$$|x| = \begin{cases} -x & x < 0 \end{cases}$$



$$x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + 1 \geq 1 \geq 0 \Rightarrow \quad +1 = \quad +1 \quad (I)$$

$$\frac{1}{|x^2 + 1|} < -1 \Rightarrow \frac{1}{x^2 + 1} + 1 < 0 \Rightarrow \frac{2x - 9 + 1}{x^2 + 1} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 + 1} < 0 \Rightarrow \frac{\quad}{x^2 + 1} < 0 \Rightarrow \begin{cases} x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \\ x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1 \text{ جواب ندارد} \end{cases}$$

	-4	2
$x^2 + 2x - 8$	+	-
$x^2 + 1$	+	+
$\frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 + 1}$	+	-

$$\Rightarrow \Delta x \in (-4, 2)$$

با توجه به مجموعه جواب، ریشه معادله صورت $x = -3$ و ریشه‌های مخرج $5, 2$ است. بنابراین معادله مخرج

به صورت $(x + 5)(x - 2)$ است. بنابراین:

$$(x + 5)(x - 2) = x^2 + 3x - 10 \Rightarrow \begin{cases} ab = -30 \\ b = -10 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۹

$$y = a + bx + c$$

$$(0, 1)$$

$$\rightarrow c = 1$$

$$(1, -2)$$

$$\rightarrow a + b + 1 = -2 \Rightarrow a + b = -3 \Rightarrow 2a + 2b = -6$$

$$(2, -3)$$

$$\rightarrow 4a + 2b + 1 = -3 \Rightarrow 4a + 2b = -4$$

$$\begin{cases} \end{cases}$$

$$-2a = -2 \Rightarrow a = 1 \rightarrow a + b = -3 \xrightarrow{a=1} 1 + b = -3 \Rightarrow b = -4$$

$$f(x) = x^2 - 4x + 1 \Rightarrow f(-1) = 1 + 4 + 1 = 6 \Rightarrow$$

نقطه $(-1, 6)$ روی این سهمی است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۰

می‌دانیم:

$$\text{جواب معادله درجه دوم } ax^2 + bx + c = 0 \text{ از رابطه } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ بدست می‌آید.}$$

$$2x^2 - 5x < 3 \Rightarrow 2x^2 - 5x - 3 < 0 \Rightarrow 2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{25 - 4(2)(-3)}}{2(2)} \Rightarrow x = \frac{5 \pm 7}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5+7}{4} = \frac{12}{4} = 3 \\ x = \frac{5-7}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

x	$-\frac{1}{2}$	3
$2x^2 - 5x - 3$	+	-

$$\Rightarrow x \left(-\frac{1}{2}, 3 \right)$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۱

می دانیم: عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$ همواره مثبت است هرگاه $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$
عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$ همواره منفی است هرگاه $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$

$$A > 0 \Rightarrow kx^2 + 4x + 3 > 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow 16 - 4(k)(3) < 0 \Rightarrow 16 - 12k < 0 \Rightarrow 16 < 12k \Rightarrow k > \frac{4}{3} \quad (II) \end{cases}$$

$$B < 0 \Rightarrow -3x^2 - kx - k < 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow k^2 - 4(-3)(-k) < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow k^2 - 12k < 0 \Rightarrow k(k - 12) < 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 12 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|cc} & 0 & 12 \\ \hline k^2 - 12k & + \circ - \circ + \end{array} \Rightarrow 0 < k < 12 \quad (III)$$

$$I \cap II \cap III : k \in \left(\frac{4}{3}, 12\right)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۲

$$h > 1 \Rightarrow -t^2 + 3t + 1 > 1 \Rightarrow -t^2 + 3t > 0 \Rightarrow t(-t + 3) > 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 3 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|cc} & 0 & 3 \\ \hline -t + 3 & - \circ + \circ - \end{array} \Rightarrow 0 < t < 3 \Rightarrow t \in (0, 3) = (a, b) \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b - a = 3 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۳

می دانیم: $|x| \geq 0$

$$D_f = [-2, 3] \Rightarrow -2 \leq x \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x - 1 \leq 2 \Rightarrow \frac{-3}{2} \leq \frac{x - 1}{2} \leq 2$$

$$\xrightarrow{|x| \geq 0} 0 \leq \left| \frac{x - 1}{2} \right| \leq 2 \Rightarrow -1 \leq \left| \frac{x - 1}{2} \right| - 1 \leq 1 \Rightarrow R_f = [-1, 1]$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۴

می دانیم: $|x| < a \Rightarrow -a < x < a, a \geq 0$

$$|x + 2| + b < a \Rightarrow |x + 2| < a - b$$

$$\Rightarrow h - a < x + 2 < a - h \Rightarrow h - a - 2 < x < a - h - 2 \Rightarrow \begin{cases} n = b - a - 2 \\ m = a - b - 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow m + n = a - b - 2 + b - a - 2 = -4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۵

$$\frac{2x^2 - x - 3}{2x^2 - x - 3} \geq 0$$



$$\Rightarrow \begin{cases} -2x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow \{ \\ 2x^2 - x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{1 - 4(2)(-3)}}{2(2)} = \frac{1 \pm 5}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1+5}{4} = \frac{3}{2} \\ x = \frac{1-5}{4} = -1 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \in (-1, \frac{3}{2})$$

اعداد صحیح موجود در بازه جواب ۰ و ۱ هستند. یعنی ۲ تا

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۶

می‌دانیم: عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$ همواره مثبت است هرگاه $a > 0$
عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$ همواره منفی است هرگاه $a < 0$

$$(m-1)x^2 + mx + m > 2x + 1 \Rightarrow (m-1)x^2 + (m-2)x + m-1 > 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow (m-2)^2 - 4(m-1)(m-1) < 0 \Rightarrow m^2 - 4m + 4 - 4m^2 + 8m - 4 < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -3m^2 + 4m < 0 \Rightarrow -3m^2 + 4m = 0 \Rightarrow m(-3m + 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|cc} & 0 & \frac{4}{3} \\ \hline -3m+4m & - & + \end{array} \Rightarrow m < 0 \text{ یا } m > \frac{4}{3} \quad (II)$$

$$I \cap II = m > \frac{4}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۷

می‌دانیم: رأس سهمی به معادله $ax^2 + bx + c$ نقطه $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$ است.

$$h > 35 \Rightarrow -5t^2 + 20t + 20 > 35 \Rightarrow 5t^2 - 20t + 15 < 0$$

$$\Rightarrow t^2 - 4t + 3 < 0 \Rightarrow (t-1)(t-3) < 0 \Rightarrow \begin{cases} t-3 = 0 \Rightarrow t = 3 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c|cc} & 1 & 3 \\ \hline t^2-4t+3 & + & - \end{array}$$

$$\Rightarrow 1 < t < 3$$

جسم تا نقطه رأس سهمی بالا می‌رود و پس از آن در حال بازگشت به زمین قرار می‌گیرد بنابراین:

$$S \left| \begin{array}{c} -\frac{b}{2a} \\ f\left(-\frac{b}{2a}\right) \end{array} \right. = \frac{1}{2(-5)} = \frac{-1}{-10} = \frac{1}{10}$$

بنابراین از لحظه $t = 2$ به بعد، جسم در حال برگشت به زمین است.



$$1 < t < 3 \xrightarrow{t > 2} 2 < t < 3 \Rightarrow t \in (2, 3)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۸

می دانیم:

رأس سهمی به معادله $ax^2 + bx + c$ نقطه $f(-\frac{1}{2a})$ است.

$$S \left| \begin{array}{l} \frac{1}{2a} = \frac{1}{2(a)} = -1 \\ f(-1) \xrightarrow{x=y} = -1 \end{array} \right. \Rightarrow -a - 3 = -1 \Rightarrow a = -2$$

نیمساز ربع اول و سوم

$$f(-1) = a(-1)^2 + 2a(-1) - 3 = a - 2a - 3 = -a - 3$$

$$\xrightarrow{a=-2} y = -2x^2 - 4x - 3 \xrightarrow{x=0} y = -3 \Rightarrow b = -3$$

$$ab = -2 \times -3 = 6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۹

می دانیم:

عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$ همواره مثبت است هرگاه $a > 0$
عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$ همواره منفی است هرگاه $a < 0$

$$(-x^2 + 2x - 2)(x^2 - 3x + 2) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} -x^2 + 2x - 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 4 - 4(-1)(-2) < 0 \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

	1	2
$-x+2x-2$	-	-
x^2-3x+2	+	-
$(-x+2x-2)(x^2-3x+2)$	-	+

$$\Rightarrow x \in [1, 2]$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۰

می دانیم:

عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$ همواره مثبت است هرگاه $a > 0$
عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$ همواره منفی است هرگاه $a < 0$

$$\frac{x^3 + 2x^2 - x + 2}{x^2 - x + 1} \geq 2 \Rightarrow \frac{x^3 + 2x^2 - x + 2}{x^2 - x + 1} - 2 \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^3 + 2x^2 - x + 2 - 2x^2 + 2x - 2}{x^2 - x + 1} \geq 0 \Rightarrow \frac{x^3 + x}{x^2 - x + 1} \geq 0 \Rightarrow \frac{x(x+1)}{x^2 - x + 1} \geq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^3 + 1 = 0 \Rightarrow x^3 = -1 \text{ جواب ندارد} \\ x^2 - x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 1 - 4(1)(1) = -3 < 0 \end{cases}$$

x	-	0	+
x^2+1	+	+	+
x^2-x+1	+	+	+
$\frac{x(x^2+1)}{x^2-x+1}$	-	0	+

$$\Rightarrow x \in [0, +\infty)$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۱

می دانیم:

$$\begin{cases} a > 0 & \text{عبارت درجه دوم } ax^2 + bx + c \text{ همواره مثبت است هرگاه} \\ a < 0 & \text{عبارت درجه دوم } ax^2 + bx + c \text{ همواره منفی است هرگاه} \end{cases}$$

$$(m+1)x^2 - 2(m+1)x + 2m - 1 > 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow (-2(m+1))^2 - 4(m+1)(2m-1) < 0 \Rightarrow 4(m+1)^2 - 4(m+1)(2m-1) < 0 \\ m+1 > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4(m+1)(m+1-2m+1) < 0 \Rightarrow 4(m+1)(-m+2) < 0 \xrightarrow{m+1 > 0} -m+2 < 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۲

$$II: 3x - 1 \leq 5x + a \Rightarrow 2x \geq -1 - a \Rightarrow x \geq \frac{-a-1}{2} \Rightarrow x \geq -\frac{a+1}{2}$$

$$I \cap II: x \in \left[-\frac{a+1}{2}, -2\right) = [-4, -2) \Rightarrow \frac{a+1}{2} = 4 \Rightarrow a+1 = 8 \Rightarrow a = 7$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۳

می دانیم:

$$\text{حجم کره به شعاع } r \text{ از رابطه } \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ به دست می آید.}$$

حجم بزرگترین مخزن < حجم مخزن میانی < حجم کوچکترین مخزن

$$\frac{32}{3}\pi < \frac{4}{3}\pi r^3 < 36\pi \xrightarrow{\times \frac{3}{4}\pi} 8 < r^3 < 27 \Rightarrow 2^{\sqrt[3]{8}} < r^3 < 3^{\sqrt[3]{27}} \xrightarrow{\sqrt[3]{}} 2 < r < 3$$

تنها گزینه بین ۲ و ۳، گزینه ۳ است یعنی $\sqrt{5}$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۴

می دانیم:

معادله سهمی با ریشه های x_1 و x_2 که محور x ها را در این نقاط قطع می کند برابر است با

$$y = k(x - x_1)(x - x_2)$$

$$\text{رأس سهمی به معادله } y = ax^2 + bx + c \text{ نقطه } S \text{ است.}$$

$$\left(-\frac{b}{2a}, \frac{-b^2 + 4ac}{4a} \right)$$

$$y = k(x+2)(x-5) = k(x^2 - 3x - 10) = kx^2 - 3kx - 10k$$

$$\text{عرض رأس سهمی} = \frac{-(-3k)^2 + 4(k)(-10k)}{4(k)} = \frac{-49}{4}$$



$$\frac{-9k^2 - 40k^2}{4k} = \frac{-49}{4}k = \frac{-49}{4} \Rightarrow k = 2$$

$$\Rightarrow y = 2x^2 - 6k - 20 \Rightarrow y_0 = y(0) = -20$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۵

می‌دانیم: سهمی دارای مینیمم است هرگاه رو به بالا باشد و نقطه رأس سهمی پایین‌ترین نقطه سهمی است

$$S \left| \begin{array}{l} \text{رأس سهمی به معادله } ax^2 + bx + c \text{ نقطه} \\ \hline 4a \end{array} \right.$$

سهمی $ax^2 + bx + c$ رو به بالاست هرگاه $a > 0$ باشد.

$$y = (2k + 2)x^2 - 4x + k$$

$$\frac{-b}{4a} = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow b^2 = 4ac \Rightarrow 16 = 4(2k + 2)(k)$$

$$\Rightarrow 4k^2 + 8k - 16 = 0 \Rightarrow k^2 + k - 2 = 0 \Rightarrow (k + 2)(k - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = -2 \\ k = 1 \end{cases} \quad k > -1 \Rightarrow k = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۶

$$\left| \frac{x+2}{3} - 4 \right| \geq 3 \Rightarrow \frac{x+2}{3} - 4 \geq 3 \text{ یا } \frac{x+2}{3} - 4 \leq -3$$

$$\frac{x+2}{3} - 4 \geq 3 \Rightarrow \frac{x+2}{3} \geq 7 \Rightarrow x+2 \geq 21 \Rightarrow x \geq 19 \quad (I)$$

$$\frac{x+2}{3} - 4 \leq -3 \Rightarrow \frac{x+2}{3} \leq 1 \Rightarrow x+2 \leq 3 \Rightarrow x \leq 1 \quad (II)$$

$$I \cup II = x \in (-\infty, 1] \cup [19, +\infty)$$

اعداد صحیحی که در این بازه نیستند عبارتند از $2, \dots, 18$ که تعداد آن‌ها ۱۷ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۷

$$\frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 5x - 6} \geq 2 \Rightarrow \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 5x - 6} - 2 \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 - 3x - 4 - 2x^2 + 10x + 12}{x^2 - 5x - 6} \geq 0 \Rightarrow \frac{-x^2 + 7x + 8}{x^2 - 5x - 6} \geq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x^2 + 7x + 8 = 0 \Rightarrow x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 4(-1)(8)}}{2(-1)} = \frac{-7 \pm \sqrt{81}}{-2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-7 + 9}{-2} = -1 \\ x = \frac{-7 - 9}{-2} = 8 \end{cases} \\ x^2 - 5x - 6 = 0 \Rightarrow (x - 6)(x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 6 \end{cases} \end{cases}$$

	1	6	8	
$-x^2 + 7x + 8$	-	+	+	-
$x^2 - 5x - 6$	+	-	+	+
$\frac{-x^2 + 7x + 8}{x^2 - 5x - 6}$	-	-	+	-

$$x \in (6, 8] = (a, b]$$



$$\Rightarrow b = 8, a = 6 \Rightarrow b - a = 8 - 6 = 2$$

ریشه‌های هر معادله در خود معادله صدق می‌کند: می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۸

با توجه به جدول تعیین علامت، ریشه‌های معادله $x = -2$ و $x = 1$ هستند. با جایگذاری ریشه‌ها در معادله داریم:

$$\begin{cases} -16 - 4a + b = 0 \\ 2 - a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3a = 18 \Rightarrow a = -6 \end{cases}$$

$$a - b = 2 \xrightarrow{a=-6} -6 - b = 2 \Rightarrow b = -6 - 2 = -8$$

$$a + b = -14$$

در سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ خط به معادله $x = \frac{-b}{2a}$ می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۹

$$x = \frac{-b}{2a} = 1 \Rightarrow b = -2a$$

$$y = ax^2 + bx + c \xrightarrow{b=-2a} y = ax^2 - 2ax + c \xrightarrow{(1,1)} 1 = a - 2a + c \Rightarrow c - a = 1$$

باتوجه به جدول تعیین علامت داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۰

$$\begin{cases} x = 2 \Rightarrow 0 = 2a + b \Rightarrow b = -2a \end{cases}$$

$$y = bx - a \xrightarrow{-2a=b} y = -2ax - a = -a(2x + 1)$$

$$-a(2x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x + 1 = 0 \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

	$-\frac{1}{2}$
x	
-a(2x+b)	- 0 +

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۱

رأس سهمی روی محور تقارن سهمی قرار دارد.

می‌دانیم: اگر سهمی محور x ها را در دو نقطه b و a قطع کند معادله سهمی است.

$$\begin{cases} (3, 0) \Rightarrow y = k(x - 3)(x + 1) \end{cases}$$

چون سهمی محور x ها را در دو نقطه ۳ و -۱ قطع کرده بنابراین خط تقارن سهمی خط $x = \frac{3-1}{2} = 1$ است که نقطه رأس سهمی روی

آن قرار دارد. با توجه به ماکسیمم سهمی که ۴ است، نقطه $(1, 4)$ روی سهمی قرار دارد.

$$y = k(x - 3)(x + 1) \xrightarrow{(1,4)} 4 = k(1 - 3)(1 + 1) \Rightarrow 4 = k(-4) \Rightarrow k = -1$$

$$y = -(x - 3)(x + 1) \Rightarrow y = -x^2 + 2x + 3 \xrightarrow{x=5} y = -25 + 10 + 3 = -12$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۲

$$\frac{x^2 - 3x - 3}{x - 2} < x \Rightarrow \frac{x^2 - 3x - 3}{x - 2} - x < 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 3x - 3 - x^2 + 2x}{x - 2} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{-x - 3}{x - 2} < 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \end{array} \right.$$

	-3	2	
(-x-3)	+	0	-
x-2	-	-	0
-x-3	-	0	+
x-2	-	0	+

$$\Rightarrow x \in (-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۳

می‌دانیم:

$$\begin{cases} a > 0 & \text{سه‌می } y = ax^2 + bx + c \text{ همواره مثبت است هرگاه} \\ a < 0 & \text{سه‌می } y = ax^2 + bx + c \text{ همواره منفی است هرگاه} \end{cases}$$

$$(k-1)x^2 - x + k > x - 1 \Rightarrow (k-1)x^2 - 2x + k + 1 > 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow 4 - 4(k-1)(k+1) < 0 \Rightarrow 4 - 4k^2 + 4 < 0 \Rightarrow -4k^2 + 8 < 0 \Rightarrow \\ -4k^2 + 8 = 0 \Rightarrow 4k^2 = 8 \Rightarrow k^2 = 2 \Rightarrow k = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

k	-√2	√2	
8-4k ²	-	0	+

$$\Rightarrow k \in (-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty) \quad (II)$$

$$I \cap II : k > \sqrt{2}$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۴

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 \quad \begin{array}{c} B \\ ABC \end{array}$$

اگر اضلاع مثلث را $x+2$ و x و $x-2$ فرض کنیم با نوشتن رابطه فیثاغورث داریم:

$$(x+2)^2 = x^2 + (x-2)^2 \Rightarrow \cancel{x^2} + 4x + \cancel{4} = \cancel{x^2} + x^2 - 4x + \cancel{4} \Rightarrow x^2 - 8x = 0$$

$$\Rightarrow x(x-8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{اضلاع} \\ x = 0 \xrightarrow{\text{غ.ق.ق.}} -2, 0, 2 \\ \text{اضلاع} \\ x = 8 \xrightarrow{\text{قابل قبول}} 6, 8, 10 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۵

اگر سن برادر کوچک‌تر را x در نظر بگیریم؛ داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{۵ سال دیگر} \\ x \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x+10 \end{array} \right.$$

$$(x+5)(x+10) = 300 \Rightarrow x^2 + 15x + 50 = 300 \Rightarrow x^2 + 15x - 250 = 0$$



$$\rightarrow (x+25)(x-10) = 0 \rightarrow x = 10$$

$$x = -25 \text{ (غ.ق.ق)}$$

$$x = 10 \Rightarrow \begin{cases} 10 \\ 25 \end{cases} \xrightarrow{10 \text{ سال بعد}} \begin{cases} 20 \\ 25 \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع سن دو برادر} : 20 + 25 = 45$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۶

$$2x(4x-3) = 13 \Rightarrow 8x^2 - 6x - 13 = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{3}{4}x = \frac{13}{8}$$

$$x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{9}{64} = \frac{13}{8} + \frac{9}{64} \Rightarrow (x - \frac{3}{8})^2 = \frac{104 + 9}{64} = \frac{113}{64}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{8} \\ b = \frac{113}{64} \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{a^2} = \frac{113}{\cancel{64}} \times \frac{\cancel{64}}{9} = \frac{113}{9}$$

در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر $\Delta < 0$ ، آنگاه معادله ریشه حقیقی ندارد.

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۷

$$mx^2 - mx + 2 = 0$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow (-m)^2 - 4(m)(2) < 0 \Rightarrow m^2 - 8m < 0 \Rightarrow m(m-8) < 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 8 \end{cases}$$

$$\frac{m^2 - 8m}{+ \quad 0 \quad - \quad 0 \quad +} \Rightarrow m \in (0, 8)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۸

$$y = a + bx + c$$

c : عرض از مبدأ

a : تقعر سهمی

$-b$: طول رأس سهمی

می دانیم:

باتوجه به $c = 0$ سهمی باید از مبدأ مختصات بگذرد پس گزینه ۱ حذف می شود.

باتوجه به منفی بودن a دست های سهمی رو به پایین است پس گزینه ۲ حذف می شود.

$$\begin{cases} b > 0 \Rightarrow a < 0 \Rightarrow \frac{-b}{2a} < 0 \Rightarrow \frac{-b}{2a} > 0 \end{cases}$$

باتوجه به مثبت بودن $\frac{-b}{2a}$ ، طول رأس سهمی مثبت است و تنها گزینه ۳ قابل قبول می باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۹

نقاط $(0, 2)$ ، $(-1, 0)$ و $(2, 0)$ در نمودار سهمی صدق می کند، در نتیجه داریم:

$$y = a + bx + c$$

$$\begin{matrix} (0, 2) \\ \rightarrow c = 2 \end{matrix}$$



$$\xrightarrow{(-1,0)} a - b + 2 = 0$$

$$\xrightarrow{(2,0)} 4a + 2b + 2 = 0$$

$$\begin{cases} a - b = -2 \\ 4a + 2b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} _ \\ _ \end{cases} +$$

$$\begin{cases} _ \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow ac - b = (-1)(2) - (1) = -2 - 1 = -3$$

۲۲۰ اگر اعداد را $x - 2, x, x + 2$ در نظر بگیریم؛ داریم:

$$(x - 2)^2 + x^2 + (x + 2)^2 = x^2 - 4x + 4 + x^2 + x^2 + 4x + 4 = 3x^2 + 8 = 83$$

$$\rightarrow 3x^2 + 8 = 83 \Rightarrow 3x^2 = 75 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5 \xrightarrow{x > 0} x = 5$$

اعداد: ۳، ۵، ۷

مجموع اعداد عبارت است از: $3 + 5 + 7 = 15$

۲۲۱ روش اول: ۱ ۲ ۳ ۴

می دانیم:

$$S \left| \begin{array}{l} \text{مختصات رأس سهمی به معادله } y = ax^2 + bx + c, \text{ برابر است با:} \\ f\left(-\frac{b}{2a}\right) \end{array} \right.$$

فاصله در نقاط A و B برابر است با: $|\vec{AB}| = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$

$$y = a^2 x^2 + bx - c^2$$

نقاط $(2, 0)$ ، $(-3, 0)$ و $(3, 3)$ در معادله سهمی صدق می کنند، پس داریم:

$$\xrightarrow{(2,0)} 4a^2 + 2b - c^2 = 0 \quad (I)$$

$$\xrightarrow{(-3,0)} 9a^2 - 3b - c^2 = 0 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(3,3)} 9a^2 + 3b - c^2 = 3 \quad (III)$$

$$(I), (II) : \begin{cases} 4a^2 + 2b - c^2 = 0 \\ 9a^2 - 3b - c^2 = 0 \end{cases}$$

$$-5a^2 + 5b = 0 \Rightarrow 5(b - a^2) = 0 \Rightarrow b - a^2 = 0 \Rightarrow b = a^2$$

با جایگذاری $b = a^2$ در معادلات (II) و (III) داریم:



$$\begin{cases} 4b + 2b - c^2 = 0 \\ 9b + 3b - c^2 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6b - c^2 = 0 \\ 12b - c^2 = 3 \end{cases}$$

$$6b = 3 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$6b - c^2 = 0 \Rightarrow 6b = c^2 \xrightarrow{b=\frac{1}{2}} 3 = c^2$$

با جایگذاری مقادیر به دست آمده در معادله اصلی داریم:

$$y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 3$$

$$S \left| \begin{array}{c} - \\ f(-\frac{1}{2a}) \end{array} \right| \Rightarrow S \left| \begin{array}{c} -\frac{1}{2} \\ f(\frac{1}{2}) \end{array} \right| = -\frac{1}{2}$$

$$f(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} - 3 = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} - 3 = -\frac{25}{8}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S(-\frac{1}{2}, -\frac{25}{8}) \\ A(\frac{1}{2}, -\frac{1}{8}) \end{array} \right\} \Rightarrow |AS| = \sqrt{(\frac{1}{2} - (-\frac{1}{2}))^2 + (-\frac{25}{8} - (-\frac{1}{8}))^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$$

روش دوم:

چون سهمی موردنظر دارای ۲ ریشه ۲ و ۳- است، آن را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$y = a^2(x-2)(x+3) \xrightarrow{(3,3)} 3 = a^2(3-2)(3+3) \Rightarrow a^2 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}(x-2)(x+3) = \frac{1}{2}(x^2 + x - 6) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 3$$

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{-\frac{1}{2}}{2 \times \frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow y_{\text{راس}} = \frac{1}{2} \times (-\frac{1}{2})^2 + \frac{1}{2} \times (-\frac{1}{2}) - 3$$

$$= \frac{1}{8} - \frac{1}{4} - 3 = -\frac{25}{8} \Rightarrow S' = (-\frac{1}{2}, -\frac{25}{8})$$

$$(\frac{1}{2}, -\frac{1}{8}) \text{ از } S' \text{ فاصله نقطه} = \sqrt{(\frac{1}{2} - (-\frac{1}{2}))^2 + (-\frac{25}{8} - (-\frac{1}{8}))^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$$

معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ دارای ریشه مضاعف است هرگاه: $\Delta = 0$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۲

$$x^2 - (3a+1)x + 2a^2 + 2 = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow (-(3a+1))^2 - 4(1)(2a^2+2) = 0$$



$$\Rightarrow 9a^2 + 6a + 1 - 8a^2 - 8 = 0 \Rightarrow a^2 + 6a - 7 = 0$$

$$\Rightarrow (a + 7)(a - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = \\ a = -7 \end{cases}$$

سن کنونی پسر را x در نظر می گیریم و داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۳

$$\begin{cases} \omega \\ \dots \end{cases} \xrightarrow{\text{۵ سال بعد}} \begin{cases} x + 30 \end{cases}$$

$$(x + 5)(x + 30) = 900 \Rightarrow x^2 + 35x + 150 = 900 \Rightarrow x^2 + 35x - 750 = 0$$

$$(x - 15)(x + 50) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 15 \Rightarrow \text{مجموع سن کنونی پدر و پسر } x + x + 25 = 55 \end{cases}$$

رأس سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ برابر است با: $S\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۴

$$x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{-b}{6} \Rightarrow b = -5$$

$$y = 3x^2 + bx + c \xrightarrow{b=-5} y = 3x^2 - 5x + c$$

$$\xrightarrow{\left(\frac{5}{6}, \frac{-1}{12}\right)} \frac{-1}{12} = 3\left(\frac{5}{6}\right)^2 - 5\left(\frac{5}{6}\right) + c \Rightarrow \frac{-1}{12} = \frac{75}{36} - \frac{150}{36} + c$$

$$\Rightarrow \frac{-3}{36} - \frac{75}{36} + \frac{150}{36} = c \Rightarrow c = \frac{72}{36} = 2$$

$$y = 3x^2 - 5x + 2 \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \Rightarrow 3x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow (3x - 2)(x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \end{cases} \end{cases}$$

مجموع طول و عرض این سه نقطه: $2 + 1 + \frac{2}{3} = \frac{11}{3}$

خط بر سهمی مماس است، هرگاه معادله تلاقی آن ها دارای ریشه مضاعف باشد.

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۵

$$\begin{cases} y = x^2 + mx + 1 \end{cases} \Rightarrow x^2 + mx + 1 = 3x \Rightarrow x^2 + (m - 3)x + 1 = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow (m - 3)^2 - 4(1)(1) = 0 \Rightarrow m^2 - 6m + 9 - 4 = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 6m + 5 = 0 \Rightarrow (m - 5)(m - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 5 \end{cases}$$



$$y = ax^2 + bx + c$$

نقاط $(0, 2)$ ، $(-1, 0)$ و $(2, 0)$ در معادله سهمی صدق می کنند، داریم:

$$\xrightarrow{(0,2)} c = 2$$

$$\begin{aligned} \xrightarrow{(-1,0)} a - b + 2 &= 0 \\ \xrightarrow{(2,0)} 4a + 2b + 2 &= 0 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} a - b + 2 = 0 \\ 4a + 2b + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - b + 2 = 0 \\ 6a + 6 = 0 \end{cases}$$

$$6a + 6 = 0 \Rightarrow 6a = -6 \Rightarrow a = -1$$

$$a - b + 2 = 0 \xrightarrow{a=-1} -1 - b + 2 = 0 \Rightarrow b = 1$$

در نتیجه معادله سهمی برابر است با:

$$y = -x^2 + x + 2 \xrightarrow{a < 0} \text{دارای max است.}$$

$$S \text{ رأس سهمی} \quad \Rightarrow y_{\max} = \frac{-\left(1^2 - 4(-1)(2)\right)}{4(-1)} = -\frac{9}{4}$$

در سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ رأس سهمی نقطه $\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۷ می دانیم:

$$S \Big|_{-4} \Rightarrow \frac{-b}{2a} = -2 \Rightarrow a = 4$$

نقطه $(-2, -4)$ در معادله سهمی صدق می کند، داریم:

$$y = -x^2 - 4x + 2b \xrightarrow{(-2,-4)} -4 = -(-2)^2 - 4(-2) + 2b \Rightarrow -4 = -4 + 8 + 2b \Rightarrow b = -4$$

نقطه برخورد سهمی با محور y ها یعنی مقدار سهمی به ازای $x = 0$ برابر است با:

$$y = -x^2 - 4x - 8 \rightarrow f(0) = -8$$

$x = 4$ ریشه مضاعف معادله درجه دوم است؛ داریم:

$$2x^2 + bx + c = 2(x - 4)^2 = 2x^2 - 16x + 32 \Rightarrow b + c = -16 + 32 = 16$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۹ A و B ریشه های سهمی و C و D عرض رأس سهمی هستند؛ بنابراین داریم:

$$y = \frac{-x^2}{2} + \frac{3x}{2} + 5$$

$$\frac{-x^2}{2} + \frac{3x}{2} + 5 = 0 \Rightarrow -x^2 + 3x + 10 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0$$



$$\Rightarrow (x - 5)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = -2 \\ x_B = 5 \end{cases} \Rightarrow |AB| = 7$$

$$S \left(\begin{array}{l} \text{رأس سهمی} \\ 2a = \frac{3}{2(-\frac{1}{2})} = \frac{3}{2} \\ f(\frac{3}{2a}) = f(\frac{3}{2}) = -\frac{3}{8} + \frac{9}{4} + 5 = \frac{49}{8} = |CB| \end{array} \right)$$



$$\frac{49}{8} \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{343}{8}$$

باتوجه به اعداد به دست آمده داریم:

با تغییر متغیر $t = (x^2 - x)$ داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۰

$$t^2 + t - 12 = 0 \Rightarrow (t + 4)(t - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 3 \end{cases}$$

$$x^2 - x = -4 \Rightarrow x^2 - x + 4 = 0 \Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4(1)(+4) = 1 - 16 = -15 < 0 \text{ جواب ندارد}$$

$$x^2 - x = 3 \Rightarrow x^2 - x - 3 = 0 \Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4(1)(-3) = 1 + 12 = 13$$

$$\Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \text{ ۲ جواب دارد.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۱

$$ax + 3 = 0 \Rightarrow ax = -3 \Rightarrow x = \frac{-3}{a} \xrightarrow{a > 0} x = -\frac{3}{a} < 0$$

$$2x - b = 0 \Rightarrow 2x = b \Rightarrow x = \frac{b}{2} \xrightarrow{b > 0} x = \frac{b}{2} > 0$$

	$\frac{3}{a}$	$\frac{b}{2}$	
$ax + 3$	-	+	+
$2x + b$	-	-	+
$\frac{ax + 3}{2x + b}$	+	-	تن

با رسم جدول تعیین علامت داریم:

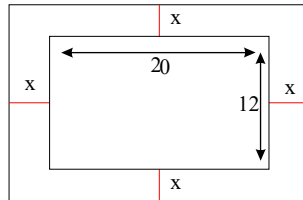
باتوجه به جدول بالا مقدار عبارت مورد نظر تنها در بازه $-\frac{3}{a} < x < \frac{b}{2}$ کم تر از صفر است، پس داریم:



$$\begin{cases} \frac{-1}{a} < x < \frac{b}{2} \\ \frac{-1}{3} < x < 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{-1}{a} = \frac{-1}{3} \Rightarrow a = 9 \\ \frac{b}{2} = 2 \Rightarrow b = 4 \end{cases} \Rightarrow ab = 36$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۲

با توجه به شکل مقابل داریم:



مساحت زمین: $(20 + 2x)(12 + 2x) = 384 \rightarrow 4x^2 + 64x + 240 = 384 \rightarrow 4x^2 + 64x - 144 = 0$

$$\rightarrow x^2 + 16x - 36 = 0 \rightarrow (x + 18)(x - 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -18 \text{ (غ ق)} \end{cases}$$

در نتیجه محیط زمین برابر است با:

محیط زمین: $2(24 + 16) = 2 \times 40 = 80$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۳

$$x^2 + 3x = 2 \rightarrow x^2 + 3x + \frac{9}{4} = 2 + \frac{9}{4} \rightarrow (x + \frac{3}{2})^2 = \frac{17}{4} \rightarrow x + \frac{3}{2} = \pm \sqrt{\frac{17}{4}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۴

$$y = 2mx^2 + (4m - 8)x - 16$$

عرض رأس سهمی: $\frac{-b}{2a} = 0 \rightarrow \Delta = 0 \rightarrow b^2 - 4ac = 0$

$$(4m - 8)^2 - 4(2m)(-16) = 0 \rightarrow 16m^2 - 64m + 64 + 128m = 0$$

$$\rightarrow 16m^2 + 64m + 64 = 0 \rightarrow m^2 + 4m + 4 = 0 \rightarrow (m + 2)^2 = 0 \rightarrow m = -2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۵

می دانیم:

رأس سهمی به معادله $f(x) = ax^2 + bx + c$ نقطه $f(-\frac{b}{2a})$ است.
--

$$S \left| \begin{array}{l} -\frac{a}{2a} = \frac{-a}{6} = -1 \rightarrow a = 6 \\ f(-1) = 3 - 6 + b + 8 = -4 \rightarrow b = -9 \end{array} \right.$$

در نقطه تقاطع سهمی با محور y ها، x برابر با صفر است، پس داریم:

$$y = 3x^2 + 6x - 1 \xrightarrow{x=0} y = -1$$



$$-2 < \left| \frac{1-x}{2} \right| \leq 1 \Rightarrow \left| \frac{1-x}{2} \right| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq \frac{1-x}{2} \leq 1 \Rightarrow -2 \leq 1-x \leq 2$$

$$\Rightarrow -3 \leq -x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 3$$

در سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ رأس سهمی نقطه $\overline{f\left(\frac{1}{2a}\right)}$ است. S
--

سهمی را به معادله $y = ax^2 + bx + c$ در نظر می گیریم.

$$S \Big|_{-1}^{\text{رأس سهمی}} \Rightarrow \frac{1}{2a} = -2 \Rightarrow -b = -4a \Rightarrow b = 4a \quad (I)$$

نقاط $(-1, -2)$ و $(-2, -1)$ در سهمی به معادله $y = ax^2 + 4ax + c$ صدق می کند؛ داریم:

$$(-1, -2): -2 = a - 4a + c \Rightarrow \begin{cases} \end{cases}$$

$$(II) \rightarrow -4a + c = -1 \xrightarrow{a=-1} 4 + c = -1 \Rightarrow c = -5$$

$$(I) \rightarrow b = 4a \xrightarrow{a=-1} b = -4$$

$$y = -x^2 - 4x - 5$$

در نتیجه معادله سهمی برابر است با:

$$P < 0 \Rightarrow \frac{3x^2 - 3x - (3x^2 + x + 6x + 2)}{(3x+1)(x-1)} < 0 \Rightarrow \frac{3x^2 - 3x - 3x^2 - 7x - 2}{(3x+1)(x-1)} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{3x^2 - 3x - (3x^2 + x + 6x + 2)}{(3x+1)(x-1)} < 0 \Rightarrow \frac{3x^2 - 3x - 3x^2 - 7x - 2}{(3x+1)(x-1)} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{3x^2 - 3x - (3x^2 + x + 6x + 2)}{(3x+1)(x-1)} < 0 \Rightarrow \begin{cases} -1 \cdot x - 2 = 0 \Rightarrow 1 \cdot x = -2 \Rightarrow x = \frac{-2}{1} = \frac{-1}{5} \\ 3x + 1 = 0 \Rightarrow 3x = -1 \Rightarrow x = \frac{-1}{3} \\ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$



	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{5}$	1	
$10x-2$	+	+	○	-
$3x+1$	-	○	+	+
$x-1$	-	-	-	○
P	+	ت	-	○
	+	ت	+	ت
	-	-	-	-

$$\Rightarrow x \in \left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{5}\right) \cup (1, +\infty)$$

$$\begin{cases} a = -\frac{1}{3} \\ b = -\frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow b - a = -\frac{1}{5} - \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{-3+5}{15} = \frac{2}{15}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۹

$$2x^2 = 3x + 5 \Rightarrow 2x^2 - 3x - 5 = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{5}{2} = 0$$

$$(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$$

$$\frac{-3}{2} = -2a \Rightarrow \frac{-3}{4} = -a \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

$$\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16}$$

با اضافه کردن $\frac{9}{16}$ به طرفین، مربع کامل ساخته می شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴۰

$$(x-2)^2 = (k-1)^2 \Rightarrow x-2 = \pm(k-1)^2 \Rightarrow x = \pm(k-1)^2 + 2$$

$$\text{قدر مطلق تفاضل جواب ها} = |((k-1)^2 + 2) - (-(k-1)^2 + 2)| = |2(k-1)^2| = 8$$

$$\Rightarrow (k-1)^2 = 4 \Rightarrow k-1 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} k-1 = 2 \Rightarrow k = 3 \\ k-1 = -2 \Rightarrow k = -1 \end{cases}$$

پس حاصل ضرب مقادیر ممکن k برابر با ۳ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴۱

از آن جایی که عبارت درجه دوم $mx^2 + 2x - 1$ همواره نامثبت است؛ داریم:

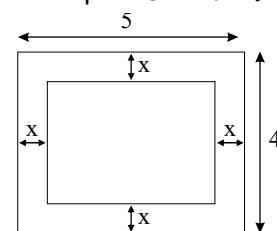
{

$$\xrightarrow{(I) \wedge (II)} m \leq -1$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴۲

باتوجه به شکل داریم:



$$(5 - 2x)(4 - 2x) = 12 \Rightarrow 4x^2 - 18x + 20 = 12$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 18x + 8 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 9x + 4 = 0$$

$$\Delta = 81 - 4(2)(4) = 81 - 32 = 49 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 7$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{16}{4} = 4 \\ x_2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

(باتوجه به اینکه ابعاد قالی $(4 - 2x)$ و $(5 - 2x)$ منفی نمی‌شود) غ.ق. ۴

تعداد بازی‌های رفت و برگشتی بین n تیم برابر است با: $n(n - 1)$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴۳ می‌دانیم:

$$n(n - 1) = 56 \Rightarrow n^2 - n - 56 = 0 \Rightarrow (n - 8)(n + 7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 8 \text{ (ق.ق.)} \\ n = -7 \text{ (غ.ق.)} \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴۴

$$x(x + 3) = -3a \Rightarrow x^2 + 3x + 3a = 0$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow 9 - 4(1)(3a) < 0 \Rightarrow 9 - 12a < 0 \Rightarrow 12a > 9 \Rightarrow a > \frac{9}{12} \Rightarrow a > \frac{3}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴۵

$$-2 < 3x - 1 \Rightarrow 3x + 1 > 0 \Rightarrow 3x > -1 \Rightarrow x > \frac{-1}{3} \quad (II)$$

$$(I) \wedge (II) : \frac{-1}{3} < x < 3 \xrightarrow{\text{طرفین}} \frac{-5}{3} < x - \frac{4}{3} < \frac{5}{3} \Rightarrow \left| x - \frac{4}{3} \right| < \frac{5}{3}$$

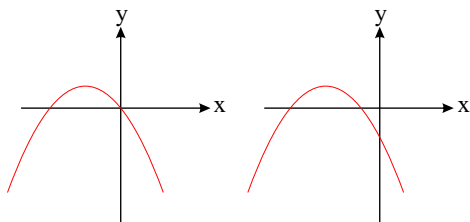
$$\begin{cases} \alpha = \frac{4}{3} \\ \beta = \frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{4}{3} + \frac{5}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴۶

$$x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = A \xrightarrow{\text{بهم‌توان ۲}} x^2y + y^2x + 2xy\sqrt{xy} = A^2 \Rightarrow xy(x + y + 2\sqrt{xy}) = A^2$$

$$\Rightarrow 4(6 + 4) = A^2 \Rightarrow A = \pm\sqrt{40} \xrightarrow{A > 0} A = \sqrt{40}$$

نمودار سهمی مورد نظر باید به یکی از دو صورت مقابل باشد:



$$a - 1 < 0 \Rightarrow a < 1 \quad (1)$$

پس اولاً ضریب x^2 باید منفی باشد:

$$y = (a - 1)x^2 + (2a - 1)x + a = 0$$

طول محل برخورد نمودار با محور x ها را به دست می آوریم:

$$\Delta = (2a - 1)^2 - 4(a - 1)a = 1$$

$$x = \frac{-(2a - 1) \pm 1}{2(a - 1)} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{1 - a} \\ x = \frac{1}{1 - a} \end{cases}$$

$$\frac{1}{1 - a} \leq 0 \Rightarrow a \leq 0 \quad \text{یا} \quad a > 1 \quad (2)$$

طبق نمودار سهمی باید، نامثبت باشد پس داریم:

$$(1) \cap (2)$$

$$\rightarrow a \leq 0$$

$$(2x + 5)(x - 6) < 0 \rightarrow \begin{cases} 2x + 5 = 0 \Rightarrow 2x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{2} \\ x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6 \end{cases}$$

$$\frac{(x+5)(x-6)}{(x+5)(x-6)} \Rightarrow x \in \left(-\frac{5}{2}, 6\right) \Rightarrow 6 - \left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{17}{2}$$

مساحت مستطیل:

اگر عرض مستطیل را x در نظر بگیریم طول مستطیل برابر $2x + 3$ است؛ داریم:

$$2x^2 + 3x - 20 = 0 \Rightarrow \Delta = 9 - 4(2)(-20) = 9 + 160 = 169 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 13$$

$$x = \frac{-3 \pm 13}{2(2)} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-16}{4} \quad (\text{غ.ق.ق}) \\ x = \frac{10}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{10}{4} \\ 2x + 3 = \frac{32}{4} \end{cases} \Rightarrow \text{محیط} : (x + 2x + 3) \times 2 = \frac{42}{2} = 21$$



است؛ داریم:

۲۵۰ ۱ ۲ ۳ ۴ باتوجه به ریشه مضاعف سهمی در نقطه $x = 1$ ؛ نمودار سهمی به صورت

$$y = k(x - 1)^2 = k(x^2 - 2x + 1) = kx^2 - 2kx + k$$

با قرار دادن عرض از مبدأ سهمی یعنی نقطه $(0, 2)$ در معادله بالا داریم:

$$y = kx^2 - 2kx + k \xrightarrow{(0,2)} k = 2$$

$$y = 2x^2 - 4x + 2 \Rightarrow \begin{cases} abc = -16 \\ c = 2 \end{cases}$$

۲۵۱ ۱ ۲ ۳ ۴

$$y = ax^2 + bx + c$$

نقطه $(0, 3)$: $3 = c$ در معادله صدق می‌کند.

$$\begin{aligned} \text{نقطه } (-2, 0) \text{ در معادله صدق می‌کند.} & \Rightarrow \begin{cases} 4a - 2b + 3 = 0 \\ 16a + 4b + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a - 2b = -3 \\ 16a + 4b = -3 \end{cases} \\ \text{نقطه } (4, 0) \text{ در معادله صدق می‌کند.} & \Rightarrow \begin{cases} 16a + 4b + 3 = 0 \\ 24a = -9 \Rightarrow a = -\frac{3}{8} \end{cases} \end{aligned}$$

$$(I) \rightarrow 8a - 4b = -6 \xrightarrow{a = \frac{3}{-8}} -3 + 6 = 4b \Rightarrow 3 = 4b \Rightarrow b = \frac{3}{4}$$

بنابراین معادله سهمی برابر است با:

$$y = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3$$

۲۵۲ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{(-x^2 + x - 1)|x + 2|}{x^2 + 2x} > 0 \Rightarrow \begin{cases} -x^2 + x - 1 = 0 \rightarrow \Delta = 1 - 4(-1)(-1) = -3 < 0 \Rightarrow \text{همواره منفی} \\ x^2 + 2x = 0 \Rightarrow x(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases} \end{cases}$$

	-2	0
$-x^2 - x - 1$	-	-
$ x + 2 $	+	+
$x^2 - 2x$	+	-
$\frac{(-x^2 + x - 1) x + 2 }{x^2 - 2x}$	-	-

$$\Rightarrow -2 < x < 0$$

۲۵۳ ۱ ۲ ۳ ۴ روش اول:

در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ حاصل ضرب ریشه‌ها برابر است با $-\frac{c}{a}$

می‌دانیم:

$$bx^2 - 3x + \frac{1}{4} = 0 \quad (I) \xrightarrow{\text{ریشه مضاعف}} (\sqrt{bx} - \frac{1}{4})^2 = 0 \Rightarrow bx^2 - \sqrt{bx} + \frac{1}{4} = 0 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I), (II)} \bar{b} = 3 \Rightarrow b = 9$$

$$3x^2 + 2x - \frac{1}{4} = 0 \xrightarrow{\text{حاصل ضرب ریشه ها } \frac{-a}{a}} x_1 x_2 = \frac{-\frac{1}{4}}{3} = \frac{-1}{12} = -13,5$$

روش دوم:

$$\text{ریشه مضاعف} \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow 9 - 4 \times b \times \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow b = 9$$

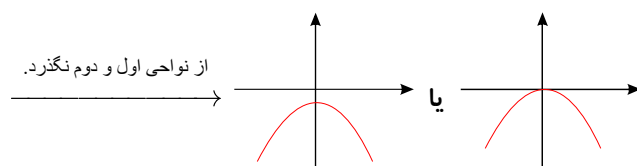
$$b = 9 \Rightarrow 3x^2 + 2x - \frac{b^2}{4} = 3x^2 + 2x - \frac{81}{4} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 4 + 486 = 490 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-2 + \sqrt{490}}{6} \\ x_2 = \frac{-2 - \sqrt{490}}{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 \times x_2 = \frac{(-2 + \sqrt{490})(-2 - \sqrt{490})}{36} = \frac{4 - 490}{36} = -\frac{486}{36} = -13,5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵۴

$$y = mx^2 - x^2 + m + 2 \sqrt{2}x \rightarrow y = \underbrace{(\quad)}_a x^2 + \underbrace{2 \sqrt{2}}_b x + \underbrace{m}_{c}$$



$$\rightarrow a < 0, \Delta \leq 0$$

بنابراین نمودار زیر محور x ها یا بر آن مماس است:

$$\Delta \leq 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = (2\sqrt{2})^2 - 4(m-1)(m) \leq 0 \Rightarrow 8 - 4m^2 + 4m \leq 0 \Rightarrow m^2 - m - 2 \geq 0$$

$$\begin{array}{c|cc} m & -1 & 2 \\ \hline \text{عبارت} & + & - \end{array} \Rightarrow m \leq -1 \text{ یا } m \geq 2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} m \leq -1$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵۵

اگر نمودار سهمی پایین تر از محور x نباشد، یعنی یا مماس یا بالاتر از محور x است؛ در نتیجه دهانه سهمی روبه بالا $(2a > 1) > 0$ است. داریم:

$$\begin{cases} 2a + 1 > 0 \Rightarrow 2a > -1 \Rightarrow a > -\frac{1}{2} \quad (I) \\ \Rightarrow a \geq \frac{3}{2} \quad (II) \end{cases}$$

$$(I) \wedge (II) \longrightarrow a \in \left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵۶

$$\frac{x^4 - 2x^3 + x^2}{x^2 - 5x + 6} \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2(x^2 - 2x + 1)}{(x-3)(x-2)} \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2(x-1)^2}{(x-3)(x-2)} \leq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} = 0 \Rightarrow x = 0 \\ (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ (x-2) = 0 \Rightarrow x = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

	0	1	2	3
x^2	+	+	+	+
$(x-1)^2$	+	+	+	+
$(x-3)$	-	-	-	+
$(x-2)$	-	-	+	+
$\frac{x^2(x-1)^2}{(x-3)(x-2)}$	+	+	+	+

۲ عدد طبیعی:

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵۷

$$\left| \frac{x-2}{3} - x \right| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq \frac{x-2}{3} - x \leq 2$$

$$\Rightarrow -2 \leq \frac{x-2-3x}{3} \leq 2 \Rightarrow -6 \leq -2x-2 \leq 6 \Rightarrow -3 \leq -x-1 \leq 3$$

$$\Rightarrow -2 \leq -x \leq 4 \Rightarrow -4 \leq x \leq 2 \Rightarrow x \in [-4, 2]$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵۸

و در اطراف ریشه های مضاعف و مکرر مرتبه زوج، تغییر علامت نمی دهد.

می دانیم:

بنابراین $x = -2$ ریشه مضاعف و $x = 1$ ریشه ساده است و داریم:



$$y = (x + 2)^2(x - 1) = (x^2 + 4x + 4)(x - 1) = x^3 + 4x^2 + 4x - x^2 - 4x - 4$$

$$\Rightarrow y = x^3 + 3x^2 - 4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵۹

$$A = (2 - |x|)(2x - 6) = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 2 \\ x = 3 \end{array} \right.$$

x	-2	2	3
2- x	-	0	+
2x-6	-	-	0
A	+	0	-

$$\Rightarrow x \in (-2, 2) \cup (3, +\infty)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶۰

داریم:

$$y = ax^2 + x + 2a^2$$

$$\begin{aligned} x = -1 : 0 &= a - 1 + 2a^2 \\ x = 2 : 0 &= 4a + 2 + 2a^2 \Rightarrow \begin{cases} 2a^2 + a - 1 = 0 \\ 2a^2 + 4a + 2 = 0 \end{cases} \quad (II) \\ -3a - 3 &= 0 \Rightarrow a = -1 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶۱

$$\frac{x^2 - x}{x + 2} \geq 2 \Rightarrow \frac{x^2 - x}{x + 2} - 2 \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 - x - 2x - 4}{x + 2} \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 3x - 4}{x + 2} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{\quad}{(x + 2)} \geq 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \leq -2 \\ x \geq 4 \end{array} \right.$$

	-2	-1	4
(x+1)(x-4)	+	+	0
x+2	-	0	+
(x+1)(x-4)	-	+	0
(x+2)	-	+	0

$$\Rightarrow x \in (-2, -1] \cup [4, +\infty)$$

رأس سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ نقطه $f\left(\frac{-b}{2a}\right)$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶۲

$$y = 3x^2 + ax + b$$



$$S \left| \frac{-a}{2a} = \frac{-a}{6} = 1 \Rightarrow a = -6 \right.$$

در نتیجه:

$$a - b = -6 - (-1) = -6 + 1 = -5$$

رأس سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ نقطه $f(\frac{-b}{2a})$ است. S

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶۳

$$S \left| \begin{aligned} &= 1 \Rightarrow -b = 2a \Rightarrow b = -2a \quad (I) \\ &f(\frac{-b}{2a}) = f(1) = -2 \Rightarrow a - 2a - \frac{3}{2} = -2 \Rightarrow -a = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2} \xrightarrow{(I)} b = -1 \end{aligned} \right.$$

در نتیجه معادله سهمی برابر است با:

$$y = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 3)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = -1, 3$$

محور تقارن سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ خط $x = \frac{-b}{2a}$ است.

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶۴

$$\text{محور تقارن: } \frac{-b}{2a} = 2 \Rightarrow b = 4a$$

$$y = ax^2 - bx + c \xrightarrow{b=4a} y = ax^2 - 4ax + c \xrightarrow{\text{نقطه } (0,0) \text{ در معادله سهمی صدق می کند.}} c = 0$$

$$y = ax^2 - 4ax \xrightarrow{\text{نقطه } (-1,3) \text{ در معادله سهمی صدق می کند.}} 3 = a + 4a \Rightarrow 3 = 5a \Rightarrow a = \frac{3}{5}$$

$$b = 4a = 4 \times \frac{3}{5} = \frac{12}{5}$$

$$\Rightarrow 15a + 5b + c = 15 \times \frac{3}{5} + 5 \times \frac{12}{5} + 0 = 9 + 12 = 21$$

رأس سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ نقطه $f(\frac{-b}{2a})$ است. S

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶۵

$$S \left| \begin{aligned} &\frac{a}{2(-2)} = \frac{a}{4} \\ &f(\frac{a}{4}) = 8 \Rightarrow -2 \times \frac{a^2}{16} + \frac{a^2}{4} + a + 2 = 8 \end{aligned} \right.$$



$$\Rightarrow \frac{a^2}{8} + \frac{a^2}{4} + a + 2 = 8 \xrightarrow{\times 8} -a^2 + 2a^2 + 8a + 16 = 64$$

$$\Rightarrow a^2 + 8a - 48 = 0 \Rightarrow (a + 12)(a - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \end{cases}$$

باتوجه به طول رأس سهمی $\frac{a}{4} > 0$ بنابراین $a = -12$ غیر قابل قبول است و فقط $a = 4$ قابل قبول است.

$$a = 4 : y = -2x^2 + 4x + 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = -1, 3$$

رأس سهمی در ربع چهارم واقع شده است. بنابراین: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶۶

$$S: \text{رأس سهمی} \left\{ \begin{array}{l} x_S > 0 \Rightarrow \frac{-2}{2a} = \frac{-2}{2m} = \frac{-1}{m} > 0 \Rightarrow m < 0 \\ y_S < 0 \Rightarrow f\left(\frac{-1}{m}\right) = f\left(\frac{-1}{m}\right) = m\left(\frac{-1}{m}\right)^2 + 2\sqrt{3}\left(\frac{-1}{m}\right) + (m + 2) < 0 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{m} - \frac{2}{m} + m + 2 = \frac{1}{m} + m + 2 = \frac{m^2 + 2m - 1}{m} < 0$$

$$\xrightarrow{m < 0} m^2 + 2m - 1 > 0 \Rightarrow (m + 3)(m - 1) > 0 \Rightarrow \begin{cases} \end{cases}$$

$$\frac{m^2 + 2m - 1}{m} \quad \begin{array}{c|c|c} -3 & 1 \\ \hline + & 0 & - \end{array} \quad \xrightarrow{m < 0} m > 1 \text{ یا } m < -3$$

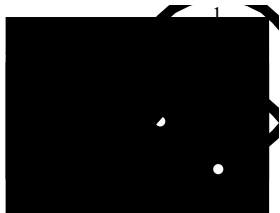
۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶۷

$$(|3 - x| + 2)(|2 - x| - 3) < 0 \xrightarrow{\text{همواره مثبت}} |2 - x| - 3 < 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶۸

$$\left| \frac{1}{x+1} \right| < 1 \Rightarrow -1 < \frac{1}{x+1} < 1$$

$$I: \frac{1}{x+1} - 1 < 0 \Rightarrow \frac{1 - (x+1)}{x+1} < 0 \Rightarrow \frac{-x}{x+1} < 0 \Rightarrow \begin{cases} -2x + 1 = 0 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$



$$\Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > \frac{1}{2}$$

$$II: \frac{\quad}{x+1} > -1 \Rightarrow \frac{\quad}{x+1} + 1 > 0 \Rightarrow \frac{\quad}{x+1} > 0 \Rightarrow \frac{3}{x+1} > 0 \Rightarrow x+1 > 0 \Rightarrow x > -1$$

$$III: -1 < \frac{\quad}{-2} < 2 \Rightarrow -4 < x+1 < 2 \Rightarrow -5 < x < 1$$

$$I \wedge II \wedge III: \frac{1}{2} < x < 1$$

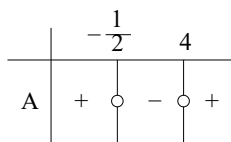
پس این اشتراک شامل هیچ عدد صحیحی نیست.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶۹

$$\left| \frac{5-|x|}{2} \right| < 4 \Rightarrow -4 < \frac{5-|x|}{2} < 4 \Rightarrow -8 < 5-|x| < 8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷۰

$$A = (2x+1)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x+1=0 \Rightarrow 2x=-1 \Rightarrow x=-\frac{1}{2} \\ x-4=0 \Rightarrow x=4 \end{cases}$$



$$B = \frac{(b^2-x)(2x+1)}{(ax+b)} \Rightarrow \begin{cases} b^2-x=0 \xrightarrow{x=4} b^2-4=0 \Rightarrow b=\pm 2 \\ a=0 \end{cases}$$

دقت کنید اگر مخرج ریشه داشته باشد، عبارت در آن تعریف نشده خواهد بود، بنابراین لازم است مخرج کسر فاقد ریشه باشد تا جدول تعیین علامت یکسان با عبارت A داشته باشد.

با توجه به مخرج (b) ؛ علامت b باید منفی باشد تا به ازای $x > 4$ عبارت مثبت باشد.

$$b = -2 \rightarrow a + b = -2$$

برای اینکه سهمی y با خط L تقاطع نداشته باشد معادله تلاقی آنها باید $\Delta < 0$ باشد.

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷۱

$$\begin{cases} y = \quad + mx + 1 \\ y = x \end{cases} \Rightarrow x^2 + mx + 1 = x \Rightarrow x^2 + (m-1)x + 1 = 0$$



$$\Delta < 0 \Rightarrow (m-1)^2 - 4(1)(1) < 0 \Rightarrow m^2 - 2m + 1 - 4 < 0 \Rightarrow m^2 - 2m - 3 < 0$$

در سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ رأس سهمی نقطه $f\left(\frac{-b}{2a}\right)$ است. S	
--	--

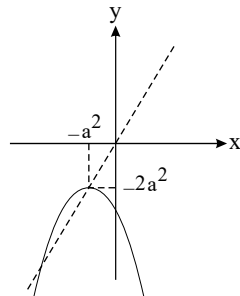
می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷۲

$$S \left| \begin{array}{l} -\frac{4a}{2a} = -2a \\ f(-2a) = 0 \Rightarrow (-2a)^2 + 4a(-2a) + 1 = 0 \Rightarrow 4a^2 - 8a^2 + 1 = 0 \Rightarrow -4a^2 + 1 = 0 \end{array} \right.$$

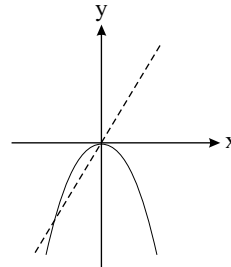
$$\Rightarrow 4a^2 = 1 \Rightarrow a^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \pm \frac{1}{2} \xrightarrow{-2a < 0} a = \frac{1}{2}$$

۲۷۳ چون ضریب x^2 منفی است، پس سهمی از نواحی سوم و چهارم عبور می‌کند و گزینه‌های «۲» و «۴» رد می‌شوند.

می‌دانیم سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ دارای رأس به طول $-\frac{b}{2a}$ است. پس سهمی با معادله $y = -x^2 - 2a^2x + b$ دارای رأس به طول $-a^2$ است. از آنجا که این رأس روی خط $y = 2x$ نیز قرار دارد، پس مختصات آن $(-a^2, -2a^2)$ است. بنابراین نمودار سهمی به یکی از دو صورت زیر خواهد بود:



$(a \neq 0)$



$(a = 0)$

بنابراین سهمی از ناحیه‌های اول و دوم عبور نمی‌کند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷۴

$$-x^2 - x - 1 : \begin{cases} \Delta = \\ a = -1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{همواره منفی}$$

با توجه به مخرج برای مثبت، منفی و صفر بودن عبارت A ، باید عبارت صورت $\Delta > 0$ باشد، بنابراین:

$$x^2 + ax + 1 : \Delta > 0 \Rightarrow a^2 - 4(1)(1) > 0 \Rightarrow a^2 - 4 > 0 \Rightarrow a^2 > 4 \Rightarrow |a| > 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷۵

$$A = x^2 + 2mx + x + 1 = x^2 + (2m+1)x + 1$$

$$\Delta \leq 0 \Rightarrow (2m+1)^2 - 4(1)(1) \leq 0 \Rightarrow 4m^2 + 4m + 1 - 4 \leq 0 \Rightarrow 4m^2 + 4m - 3 \leq 0$$



$$\Rightarrow m^2 + m - \frac{3}{4} \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta = 1^2 - 4(1)(-\frac{3}{4}) = 1 + 3 = 4 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2 \\ m = \frac{-1 \pm 2}{2} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{-1 - 2}{2} = -\frac{3}{2} \\ m = \frac{-1 + 2}{2} = \frac{1}{2} \end{cases} \end{cases}$$

$$m^2 + m - \frac{3}{4} \leq 0 \Rightarrow \frac{-3}{2} \leq m \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow ab = \frac{-3}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷۶

$$|x^2 - 9| < 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3 \end{cases}$$

	$-\infty$	-3	0	1	3	$+\infty$
x		-	-	+	+	+
f(x)		+	+	+	-	+
$ x^2 - 9 $		+	+	+	+	+
A		-	-	+	-	+

$\Rightarrow x \in (-\infty, 0) \cup (1, 3)$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷۷

$$2x - x^2 = mx \Rightarrow x^2 - 2x + mx = 0 \Rightarrow x^2 - (2 - m)x = 0$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow (2 - m)^2 - 4(1)(0) < 0 \Rightarrow (2 - m)^2 < 0 \Rightarrow \text{جواب ندارد.}$$

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷۸

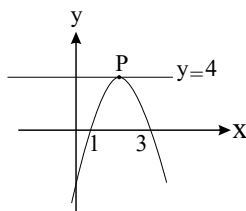
اگر دلتای $(\Delta = b^2 - 4ac)$ معادله درجه دوم $(ax^2 + bx + c = 0)$ صفر باشد، معادله ریشه مضاعف دارد.

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (m - 1)^2 - 4m \times 3 = 0 \Rightarrow m^2 - 2m + 1 - 12m = 0 \Rightarrow m^2 - 14m + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = (-14)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 196 - 4 = 192 \Rightarrow \begin{cases} m_1 = \frac{14 + \sqrt{192}}{2} \\ m_2 = \frac{14 - \sqrt{192}}{2} \end{cases} \Rightarrow m_1 + m_2 = 14$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷۹



سهمی مورد نظر به صورت مقابل است:

معادله این سهمی به صورت $y = k(x - 1)(x - 3)$ است.

از طرفی طول نقطه P ، طول رأس سهمی است و از آنجاکه وسط دو ریشه است، برابر با ۲ است. عرض P هم (چون روی خط $y = 4$ است) برابر با ۴ است؛ حال مختصات $P \left(2, 4 \right)$ را در سهمی قرار می‌دهیم:

پس معادله سهمی عبارت است از:

$$y = -4(x - 1)(x - 3) \xrightarrow{x=0} y = -4(-1)(-3) = -12 = \text{عرض از مبدأ}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸۰

مخرج همواره منفی است. \Rightarrow مخرج کسر: $\begin{cases} a < 0 \end{cases}$

پس برای منفی شدن کسر، صورت آن باید همواره مثبت باشد:

$$mx^2 - x + 1 > 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow 1 - 4m < 0 \Rightarrow m > \frac{1}{4} \\ a > 0 \Rightarrow m > 0 \end{cases} \xrightarrow{\cap} m > \frac{1}{4}$$



پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴

۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴

۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴
۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴

۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۱۹	۱	۲	۳	۴
۱۲۰	۱	۲	۳	۴
۱۲۱	۱	۲	۳	۴
۱۲۲	۱	۲	۳	۴
۱۲۳	۱	۲	۳	۴
۱۲۴	۱	۲	۳	۴
۱۲۵	۱	۲	۳	۴
۱۲۶	۱	۲	۳	۴
۱۲۷	۱	۲	۳	۴
۱۲۸	۱	۲	۳	۴
۱۲۹	۱	۲	۳	۴
۱۳۰	۱	۲	۳	۴
۱۳۱	۱	۲	۳	۴
۱۳۲	۱	۲	۳	۴
۱۳۳	۱	۲	۳	۴
۱۳۴	۱	۲	۳	۴
۱۳۵	۱	۲	۳	۴
۱۳۶	۱	۲	۳	۴
۱۳۷	۱	۲	۳	۴
۱۳۸	۱	۲	۳	۴
۱۳۹	۱	۲	۳	۴
۱۴۰	۱	۲	۳	۴



۱۴۱	۱	۲	۳	۴
۱۴۲	۱	۲	۳	۴
۱۴۳	۱	۲	۳	۴
۱۴۴	۱	۲	۳	۴
۱۴۵	۱	۲	۳	۴
۱۴۶	۱	۲	۳	۴
۱۴۷	۱	۲	۳	۴
۱۴۸	۱	۲	۳	۴
۱۴۹	۱	۲	۳	۴
۱۵۰	۱	۲	۳	۴
۱۵۱	۱	۲	۳	۴
۱۵۲	۱	۲	۳	۴
۱۵۳	۱	۲	۳	۴
۱۵۴	۱	۲	۳	۴
۱۵۵	۱	۲	۳	۴
۱۵۶	۱	۲	۳	۴
۱۵۷	۱	۲	۳	۴
۱۵۸	۱	۲	۳	۴
۱۵۹	۱	۲	۳	۴
۱۶۰	۱	۲	۳	۴
۱۶۱	۱	۲	۳	۴
۱۶۲	۱	۲	۳	۴
۱۶۳	۱	۲	۳	۴
۱۶۴	۱	۲	۳	۴
۱۶۵	۱	۲	۳	۴
۱۶۶	۱	۲	۳	۴
۱۶۷	۱	۲	۳	۴
۱۶۸	۱	۲	۳	۴
۱۶۹	۱	۲	۳	۴
۱۷۰	۱	۲	۳	۴
۱۷۱	۱	۲	۳	۴
۱۷۲	۱	۲	۳	۴
۱۷۳	۱	۲	۳	۴
۱۷۴	۱	۲	۳	۴
۱۷۵	۱	۲	۳	۴

۱۷۶	۱	۲	۳	۴
۱۷۷	۱	۲	۳	۴
۱۷۸	۱	۲	۳	۴
۱۷۹	۱	۲	۳	۴
۱۸۰	۱	۲	۳	۴
۱۸۱	۱	۲	۳	۴
۱۸۲	۱	۲	۳	۴
۱۸۳	۱	۲	۳	۴
۱۸۴	۱	۲	۳	۴
۱۸۵	۱	۲	۳	۴
۱۸۶	۱	۲	۳	۴
۱۸۷	۱	۲	۳	۴
۱۸۸	۱	۲	۳	۴
۱۸۹	۱	۲	۳	۴
۱۹۰	۱	۲	۳	۴
۱۹۱	۱	۲	۳	۴
۱۹۲	۱	۲	۳	۴
۱۹۳	۱	۲	۳	۴
۱۹۴	۱	۲	۳	۴
۱۹۵	۱	۲	۳	۴
۱۹۶	۱	۲	۳	۴
۱۹۷	۱	۲	۳	۴
۱۹۸	۱	۲	۳	۴
۱۹۹	۱	۲	۳	۴
۲۰۰	۱	۲	۳	۴
۲۰۱	۱	۲	۳	۴
۲۰۲	۱	۲	۳	۴
۲۰۳	۱	۲	۳	۴
۲۰۴	۱	۲	۳	۴
۲۰۵	۱	۲	۳	۴
۲۰۶	۱	۲	۳	۴
۲۰۷	۱	۲	۳	۴
۲۰۸	۱	۲	۳	۴
۲۰۹	۱	۲	۳	۴
۲۱۰	۱	۲	۳	۴

۲۱۱	۱	۲	۳	۴
۲۱۲	۱	۲	۳	۴
۲۱۳	۱	۲	۳	۴
۲۱۴	۱	۲	۳	۴
۲۱۵	۱	۲	۳	۴
۲۱۶	۱	۲	۳	۴
۲۱۷	۱	۲	۳	۴
۲۱۸	۱	۲	۳	۴
۲۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۲۹	۱	۲	۳	۴
۲۳۰	۱	۲	۳	۴
۲۳۱	۱	۲	۳	۴
۲۳۲	۱	۲	۳	۴
۲۳۳	۱	۲	۳	۴
۲۳۴	۱	۲	۳	۴
۲۳۵	۱	۲	۳	۴
۲۳۶	۱	۲	۳	۴
۲۳۷	۱	۲	۳	۴
۲۳۸	۱	۲	۳	۴
۲۳۹	۱	۲	۳	۴
۲۴۰	۱	۲	۳	۴
۲۴۱	۱	۲	۳	۴
۲۴۲	۱	۲	۳	۴
۲۴۳	۱	۲	۳	۴
۲۴۴	۱	۲	۳	۴
۲۴۵	۱	۲	۳	۴

۲۴۶	۱	۲	۳	۴
۲۴۷	۱	۲	۳	۴
۲۴۸	۱	۲	۳	۴
۲۴۹	۱	۲	۳	۴
۲۵۰	۱	۲	۳	۴
۲۵۱	۱	۲	۳	۴
۲۵۲	۱	۲	۳	۴
۲۵۳	۱	۲	۳	۴
۲۵۴	۱	۲	۳	۴
۲۵۵	۱	۲	۳	۴
۲۵۶	۱	۲	۳	۴
۲۵۷	۱	۲	۳	۴
۲۵۸	۱	۲	۳	۴
۲۵۹	۱	۲	۳	۴
۲۶۰	۱	۲	۳	۴
۲۶۱	۱	۲	۳	۴
۲۶۲	۱	۲	۳	۴
۲۶۳	۱	۲	۳	۴
۲۶۴	۱	۲	۳	۴
۲۶۵	۱	۲	۳	۴
۲۶۶	۱	۲	۳	۴
۲۶۷	۱	۲	۳	۴
۲۶۸	۱	۲	۳	۴
۲۶۹	۱	۲	۳	۴
۲۷۰	۱	۲	۳	۴
۲۷۱	۱	۲	۳	۴
۲۷۲	۱	۲	۳	۴
۲۷۳	۱	۲	۳	۴
۲۷۴	۱	۲	۳	۴
۲۷۵	۱	۲	۳	۴
۲۷۶	۱	۲	۳	۴
۲۷۷	۱	۲	۳	۴
۲۷۸	۱	۲	۳	۴
۲۷۹	۱	۲	۳	۴
۲۸۰	۱	۲	۳	۴