

MrKonkori

۱ اگر $\{x+2, 2y-5\} = \{1\}$ باشد، حاصل $x+y$ کدام است؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲ کدام گزینه مجموعه‌ی اعداد گویا را مشخص می‌کند؟

- ۱) $\left\{\frac{a}{b} \mid b \neq 0\right\}$ ۲) $\mathbb{R} - \mathbb{Z}$ ۳) $\left\{\frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{N}\right\}$ ۴) $\mathbb{R} - \mathbb{Q}'$

۳ کدام یک صحیح است؟

- ۱) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{R}$ ۲) $\mathbb{R} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{N}$ ۳) $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{N}$ ۴) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{Z}$

۴ با فرض $A = \{a, \{\gamma, 11\}, \{1, 6\}\}$ کدام گزاره درست است؟

- ۱) $\{1, 6\} \subseteq A$ ۲) $\{\{\gamma, 11\}\} \in A$ ۳) $\gamma \in A$ ۴) $\{a\} \subseteq A$

۵ کدام توصیف برای مجموعه‌ی $\{x \mid x > 1\}$ مناسب است؟

- ۱) مجموعه‌ی اعداد کسری و صحیح بزرگ‌تر از ۱ ۲) مجموعه‌ی اعداد حقیقی و بزرگ‌تر از ۱
۳) مجموعه‌ی اعداد کسری بزرگ‌تر از ۱ ۴) مجموعه‌ی اعداد صحیح و بزرگ‌تر از ۱

۶ با توجه به مجموعه‌ی $A = \{\{\{a\}, \{\emptyset\}, a\}\}$ چه تعداد از رابطه‌های زیر صحیح هستند؟

- الف) $a \in A$ ب) $\emptyset \subseteq A$ ج) $\{\{a\}\} \subseteq A$ د) $\{\emptyset\} \in A$
۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۷ اگر $A = \{x \mid x = \frac{1}{K}, x \in \mathbb{N}, K \in \mathbb{Z}\}$ ، آن گاه A چند عضو دارد؟

- ۱) بی‌شمار ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۸ کدام گزینه "مجموعه‌ی مضارب ۵" را مشخص می‌کند؟

- ۱) $\{x \mid x = 5k, k \in \mathbb{N}\}$ ۲) $\{x \mid x = 5 + k, k \in \mathbb{N}\}$ ۳) $\{x \mid x = 5k, k \in \mathbb{Z}\}$ ۴) $\{x \mid x = 5 + k, k \in \mathbb{Z}\}$

۹ کدام یک از مجموعه‌های زیر تهی است؟

- ۱) $A = \{x \mid x \in \mathbb{R}, \frac{x}{2} \in \mathbb{R}\}$ ۲) $B = \{\sqrt{-x} \mid x \in \mathbb{R}\}$ ۳) $C = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x^2 \leq 0\}$ ۴) $D = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -x \in \mathbb{N}\}$

۱۰ بازه‌ی $\left(-\infty, \frac{a}{2}\right] \cap \left[\frac{2a-1}{3}, +\infty\right)$ فقط شامل یک عضو است. a کدام است؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳



۱۱) اگر $(-2, 3] \cup (m, 6] = (-2, 6]$ باشد، محدوده‌ی m کدام است؟

- ۱) $3 < m$ ۲) $-2 < m < 4$ ۳) $-2 < m \leq 3$ ۴) $m \leq -2$

۱۲) اگر دو بازه $(2a - 2, 6)$ و $(-2, a + 1)$ هیچ عضو مشترکی نداشته باشند، محدوده‌ی a کدام است؟

- ۱) $-2 < a < 4$ ۲) $-2 < a \leq 4$ ۳) $3 \leq a \leq 4$ ۴) $3 < a \leq 4$

۱۳) اگر عدد ۱۱ عضوی از بازه‌ی $\left[\frac{4a-3}{3}, 2a+13\right)$ باشد، محدوده‌ی a کدام است؟

- ۱) $(-1, 9]$ ۲) $[-1, 13)$ ۳) $(0, 13)$ ۴) $(-1, 2]$

۱۴) اگر $(-\infty, 2) \cup \left[\frac{a-6}{2}, +\infty\right) = \mathbb{R}$ باشد، محدوده‌ی a کدام است؟

- ۱) $[-1, 3)$ ۲) $(-1, 3]$ ۳) \mathbb{R} ۴) $(-\infty, 10]$

۱۵) نمایش بازه‌ای مجموعه $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, -3 \leq x < 2\}$ کدام است؟

- ۱) $[-3, 2)$ ۲) $[-3, 1/9]$ ۳) $[-3, 1]$ ۴) هیچکدام

۱۶) کدام مجموعه، متناهی است؟

- ۱) $\mathbb{W} - \mathbb{Q}$ ۲) $\mathbb{R} - \mathbb{Q}'$ ۳) $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Z}$ ۴) $\mathbb{Q} \cap \mathbb{N}$

۱۷) کدام یک نامتناهی است؟

- ۱) مجموعه‌ی اعداد اول یک رقمی ۲) مجموعه‌ی انسان‌های روی زمین
۳) مجموعه‌ی اعداد اول زوج ۴) مجموعه‌ی کسرها با صورت یک

۱۸) n عددی طبیعی است و $A = \{x | x \in \mathbb{N}, x \leq n+1\}$ ، در مورد A کدام یک درست است؟

- ۱) نامتناهی ۲) متناهی است.
۳) بسته به مقدار n می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد. ۴) تهی است.

۱۹) کدام یک از مجموعه‌های زیر نامتناهی است؟

- ۱) $A = \{x | x \in \mathbb{N}, x^2 \leq x\}$ ۲) $B = \{1, 2, \{1, 2, 3, \dots\}\}$
۳) $C = \{\frac{1}{x} | \frac{1}{x} \in \mathbb{Z}, x \in \mathbb{Z}\}$ ۴) $D = \{\{1\}, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, \dots\}$

۲۰) اگر $A_n = \{n, n+1, n+2, n+3, n+4, n+5\}$ باشد، متمم مجموعه‌ی $A_1 \cup A_2 \cup A_3$ در

مجموعه‌ی اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۲۰ چند عضو دارد؟

- ۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۱ ۴) ۱۲

۲۱) اگر \mathbb{R}^+ مجموعه‌ی مرجع باشد و $A = (2, 3)$ ، $B = (1, +\infty)$ ، مجموعه‌ی $A' - B'$ کدام است؟

- ۱) $(0, 2] \cup [3, +\infty)$ ۲) $(1, 2] \cup [3, +\infty)$ ۳) $(0, 1]$ ۴) $(0, +\infty)$

۲۲) اگر A زیر مجموعه‌ای از مجموعه‌ی مرجع U باشد، کدام یک نادرست است؟

- ۱) $U \cup A = U$ ۲) $U - A = A'$ ۳) $A \cap A' = \emptyset$ ۴) $A' - A = A$



۲۳ اگر $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, |x| \leq 25\}$ و B یک زیرمجموعه‌ی متناهی از اعداد صحیح باشد، کدام یک در \mathbb{Z} متناهی است؟

- ① $A \cap B'$ ② $A \cup B'$ ③ $A \cap B$ ④ $A' \cup B$

۲۴ مجموعه‌ی $A \cap (A - B)$ برابر با کدام یک از مجموعه‌های زیر است؟

- ① $B - A$ ② $A - B$ ③ A' ④ B'

۲۵ اگر A و B دو مجموعه غیر تهی باشند، $(A \cap B') - (B - A)$ برابر کدام مجموعه است؟

- ① B' ② \emptyset ③ $A \cap B$ ④ $A - B$

۲۶ اگر A و B دو مجموعه غیر تهی باشند، مجموعه $(A \cup (A \cap B))' \cap ((B \cap A) \cup (B - A))$ برابر کدام است؟

- ① $A' - B'$ ② $(A - B)'$ ③ A' ④ \emptyset

۲۷ مجموعه‌ی $A \cap B$ دارای ۴ عضو، $A - B$ دارای ۲ عضو و $B - A$ دارای ۷ عضو است. $A \cup B$ چند عضو دارد؟

- ① ۹ ② ۱۱ ③ ۱۳ ④ ۱۵

۲۸ از دانش‌آموزان یک کلاس ۲۴ نفری برای شرکت در المپیادهای ریاضی و کامپیوتر ثبت نام به عمل آمده است. اگر ۱۲ نفر برای المپیاد ریاضی و ۱۶ نفر برای المپیاد کامپیوتر ثبت نام کرده باشند، چند نفر در هر دو المپیاد ثبت نام کرده‌اند؟

- ① ۴ ② ۸ ③ ۱۲ ④ ۱۶

۲۹ اگر مجموعه‌ی A دارای ۹ عضو و مجموعه‌ی $A - B$ دارای ۳ عضو باشد، تعداد اعضای مجموعه‌ی $A \cap B$ کدام است؟

- ① ۳ ② ۶ ③ ۱۲ ④ ۱۵

۳۰ اگر $n(A) = 20$, $n(B) = 21$, $n(A \cap B) = 8$ باشد، آنگاه تعداد اعضای مجموعه‌ی $(A - B) \cup (B - A)$ کدام است؟

- ① ۲۵ ② ۲۸ ③ ۲۹ ④ ۴۹

۳۱ اگر $A = \{\text{مضارب دو رقمی و طبیعی ۶}\}$ و $B = \{\text{مضارب دو رقمی و طبیعی ۴}\}$ ، مجموعه‌ی $A - B$ چند عضو دارد؟

- ① ۴ ② ۷ ③ ۱۳ ④ ۱۵

۳۲ یک باشگاه ورزشی ۴۳ عضو دارد. از میان این اعضا، ۲۳ نفر در تمرین فوتبال و ۲۷ نفر در تمرین فوتسال حضور می‌یابند. اگر ۱۶ نفر در هر دو تمرین حضور داشته باشند، چند نفر در هیچ تمرینی شرکت نمی‌کنند؟

- ① ۸ ② ۹ ③ ۱۰ ④ ۱۱



۳۳) اگر $A_i = \{m \in \mathbb{Z} \mid -i \leq m \leq 8 - i\}$ باشد، مجموعه $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i - \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$ چند عضو دارد؟ $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$

یعنی اشتراک A_1 تا A_8 و $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$ یعنی اجتماع A_1 تا A_8

- ۱۳ ① ۱۴ ② ۱۵ ③ ۱۶ ④

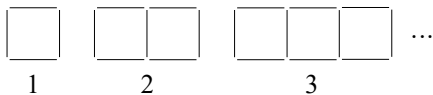
۳۴) دو مجموعه A و B را در نظر بگیرید. اگر اجتماع آن‌ها ۲۷ عضو و اشتراکشان ۸ عضو داشته باشد، مجموعه $(A - B) \cup (B - A)$ چند عضو دارد؟

- ۱۹ ① ۲۱ ② ۲۷ ③ ۳۵ ④

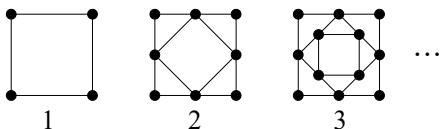
۳۵) اگر $n(A \cup B) = ۱۷$ ، $n(A \cap B) = ۱$ ، $n(B \cap A') = ۹$ ، آن‌گاه $n(A - B)$ کدام است؟

- ۶ ① ۷ ② ۸ ③ ۹ ④

۳۶) شکل‌های مقابل با چوب کبریت ساخته شده‌اند. تعداد چوب کبریت‌های شکل بیست و پنجم کدام است؟



- ۷۴ ① ۷۵ ② ۷۶ ③ ۷۷ ④

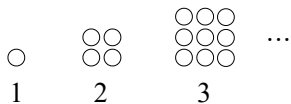


۳۷) شکل n ام الگوی مقابل، چند گلوله‌ی توپُر خواهد داشت؟

- $n + ۴$ ① $۴n$ ②

- $\frac{۴n + ۱}{۲}$ ④ $۴n + ۴$ ③

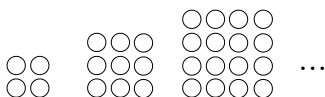
۳۸) تعداد دایره‌های شکل دهم الگوی زیر کدام است؟



- ۵۲ ① ۵۴ ②

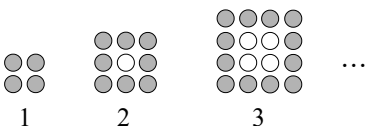
- ۷۸ ③ ۱۰۰ ④

۳۹) تعداد دایره‌های شکل دوازدهم الگوی زیر کدام است؟



- ۱۴۴ ① ۱۶۹ ② ۱۹۶ ③ ۲۲۱ ④

۴۰) در الگوی زیر، تعداد دایره‌های رنگی در شکل سی‌ام کدام است؟



- ۱۲۰ ① ۱۳۰ ②

- ۱۴۰ ③ ۱۵۰ ④

۴۱) در یک الگو، از جمله‌ی دوم به بعد، هر جمله یک واحد از نصف مربع شماره همان جمله بیش‌تر است. جمله‌ی

چهاردهم این الگو کدام است؟

- ۹۳ ① ۹۵ ② ۹۷ ③ ۹۹ ④

۴۲) اگر $a_n = \frac{1}{n^2 + ۹}$ ، $b_n = \frac{1}{n}$ دو دنباله باشند، جمله‌ی چندم آن‌ها با هم برابر است؟

- سوم ① پنجم ② هفتم ③ نهم ④



(۴۳) دنباله‌ی $t_n = \frac{23}{2n+1}$ چند جمله‌ی صحیح دارد؟

- ① صفر ② یک ③ دو ④ سه

(۴۴) دنباله‌ی $t_n = \frac{\quad}{2n-5}$ چند جمله‌ی منفی دارد؟

- ① صفر ② یک ③ دو ④ سه

(۴۵) مقدار جمله‌ی مشترک دو دنباله‌ی $a_n = n+1$ ، $b_n = n+6$ کدام است؟

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{6}$

(۴۶) رابطه‌ی $\frac{m}{2}n+1 = (m-2)^2$ ' جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی حسابی است. جمله‌ی هفتم این دنباله

کدام است؟

- ① ۶ ② ۸ ③ ۱۰ ④ ۱۲

(۴۷) در یک دنباله‌ی حسابی $a_{20} - a_{15} = 10$ ، در این دنباله‌ی $a_{31} - a_{22}$ چقدر است؟

- ① ۱۲ ② ۱۴ ③ ۱۶ ④ ۱۸

(۴۸) در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی اول ۲- است و از جمله‌ی دوم به بعد، هر جمله از رابطه‌ی $a_n = a_{n-1} + 4$

به دست می‌آید. جمله‌ی دهم این دنباله، چند برابر قدرنسبت آن است؟

- ① ۸٫۵ ② ۹٫۵ ③ ۱۰٫۵ ④ ۱۲٫۵

(۴۹) دنباله‌ی حسابی $3, 7, 11, \dots$ چند جمله کوچک‌تر از ۱۰۰ دارد؟

- ① ۲۴ ② ۲۵ ③ ۲۶ ④ ۲۷

(۵۰) اگر قدرنسبت دنباله‌ی حسابی $t_n = dn + 1$ را ۲ برابر کنیم، جمله‌ی پانزدهم آن چقدر افزایش می‌یابد؟

- ① $2d$ ② $3d$ ③ $14d$ ④ $15d$

(۵۱) بین دو عدد ۳۲ و ۸۴ سه عدد به گونه‌ای قرار می‌دهیم که یک دنباله‌ی حسابی ساخته شود. مجموع این سه

عدد کدام است؟

- ① ۱۵۴ ② ۱۷۴ ③ ۱۹۴ ④ ۲۱۴

(۵۲) با جملات مشترک دو دنباله‌ی حسابی $3, 6, 9, 12, \dots$ و $3, 5, 7, 9, \dots$ یک دنباله‌ی حسابی می‌سازیم. جمله

ی بیستم دنباله‌ی جدید کدام است؟

- ① ۸۹ ② ۹۳ ③ ۱۰۲ ④ ۱۱۷

(۵۳) کدام یک از دنباله‌های زیر یک دنباله‌ی حسابی است؟

- ① $t_n = \frac{1}{n+1}$ ② $t_n = 3n + 1$ ③ $t_n = n^2 + 2$ ④ $t_n = n^3 + 2n$



- ۵۴) اگر N به عنوان مجموعه مرجع باشد، متمم مجموعه $A = \{x \in N \mid x^2 < 100\}$ کدام است؟
 ۱) $[100, +\infty)$ ۲) $\{11, 12, 13, 14, \dots\}$ ۳) $\{x \in N \mid x > 11\}$ ۴) $\{x \in N \mid x > 9\}$

۵۵) کدام مجموعه متناهی است؟

- ۱) مجموعه خطوطی که از نقطه $(0, 2)$ می گذرد. ۲) اعداد اول بین ۱۰۰ تا ۱۰۰۰۰۰۰
 ۳) اعداد حقیقی در فاصله بین ۲ و ۲ ۴) $\mathbb{Z} - \mathbb{W}$

۵۶) اشتراک بازه های $[-2, a)$ و $(b, 4]$ برابر $(-\frac{2}{3}, 1)$ است. اجتماع بازه های $(-2a - 1, b)$ و (b, a) کدام است؟

- ۱) $(-3, 1)$ ۲) $(-1, \frac{2}{3})$ ۳) $(1, 4)$ ۴) $(-3, 1) - \{-\frac{2}{3}\}$

۵۷) حاصل $A = ([-6, 4) \cap (-\infty, 1]) - [0, 2)$ کدام است؟

- ۱) $[-6, 0)$ ۲) $[-6, 0]$ ۳) $[-6, 2)$ ۴) $[2, 4)$

۵۸) اگر A و B زیرمجموعه هایی از مجموعه مرجع U ، $n(U) = 100$ ، $n(A) = 45$ ، $n(B) = 70$ و $n(B - A) = 50$ باشند، آن گاه $n((A \cup B)')$ کدام است؟

- ۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

۵۹) $\frac{1}{3}$ از تعداد اعضای مجموعه A با مجموعه B و $\frac{2}{5}$ از تعداد اعضای B با A مشترک هستند. اگر

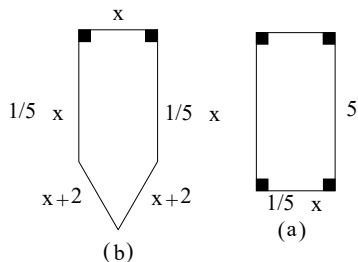
$n(A \cup B) = 45$ باشد، در این صورت $n(A \cap B)$ کدام است؟

- ۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

۶۰) اگر ۶۰٪ دانش آموزان کلاس عضو تیم فوتبال، ۵۰٪ دانش آموزان کلاس عضو تیم والیبال باشند و ۵٪ آن ها عضو هیچ تیمی نباشند، در این صورت چند درصد دانش آموزان عضو هر دو تیم هستند؟

- ۱) ۲۰ ۲) ۱۵ ۳) ۱۰ ۴) ۵

۶۱) مجموعه مقادیر x ، کدام بازه زیر باشد تا محیط شکل (a) از محیط شکل (b) بیشتر باشد؟ (کامل ترین گزینه را انتخاب کنید)



- ۱) ۲) ۳) ۴) $(0, 1)$

۶۲) اگر $A = [-1, 2]$ و $B = (0, 3]$ ، آنگاه کدام مجموعه زیر، بازه $(2, 3]$ است؟

- ۱) $A \cup B$ ۲) $B - A$ ۳) $B \cap A$ ۴) $A - B$



۶۳) اگر A و B دو مجموعه دلخواه باشند، مجموعه $A' - B$ برابر کدام مجموعه زیر است؟

- ۱) $A - B'$ ۲) $A \cap B'$ ۳) $A' \cap B$ ۴) $B' - A$

۶۴) اگر مجموعه مرجع، مجموعه اعداد صحیح باشد، $A' = \{5, 6, 7, 8\}$ و $B' = \{7, 8, 9, 10\}$ باشد، آنگاه

مجموعه $(A \cup B)'$ چندعضوی است؟

- ۱) ۲ عضوی ۲) ۵ عضوی ۳) ۷ عضوی ۴) ۸ عضوی

۶۵) در یک گروه ۴۰ نفره دانش آموزی، ۲۵ نفر زبان انگلیسی، ۳۲ نفر زبان عربی و ۶ نفر هیچ کدام از این دو زبان را نمی خوانند. چه تعداد از دانش آموزان هر دو زبان را می خوانند؟

- ۱) ۲۲ ۲) ۲۳ ۳) ۲۱ ۴) ۲۰

۶۶) در یک دنباله ی هندسی با جملات مثبت، حاصل ضرب سه جمله ی اول برابر با ۲۱۶ است. اگر جمله ی اول دنباله ی ۲ باشد، جمله ی سوم چند برابر قدرنسبت است؟

- ۱) ۶ ۲) ۱۶ ۳) ۳۲ ۴) ۳۶

۶۷) دنباله ی هندسی $\frac{1}{2}, \dots, x, 2$ غیر نزولی است. مجموع شش جمله ی اول آن کدام است؟

- ۱) $\frac{41}{32}$ ۲) $\frac{21}{16}$ ۳) $\frac{11}{8}$ ۴) $\frac{23}{16}$

۶۸) در یک دنباله ی هندسی با قدرنسبت $r = 2$ ، مجموع شش جمله ی اول چند برابر مجموع سه جمله ی اول است؟

- ۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

۶۹) بین اعداد $\frac{3}{2}, 48$ چهار عدد به گونه ای قرار می دهیم که یک دنباله ی هندسی تشکیل شود. جمله ی سوم این دنباله کدام است؟

- ۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۱۲ ۴) ۲۲

۷۰) در یک دنباله ی هندسی $t_1 t_3 t_5 = 8 t_2 t_4 t_6$ ؛ قدرنسبت کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ ۴) $\sqrt[3]{2}$

۷۱) در یک دنباله ی هندسی، مجموع جملات اول و سوم برابر با ۱ و مجموع چهار جمله ی اول آن برابر با ۳ است. مجموع ۶ جمله ی اول کدام است؟

- ۱) ۱۰٫۸ ۲) ۱۱٫۲ ۳) ۱۲٫۶ ۴) ۱۳٫۴

۷۲) در یک دنباله ی حسابی، جملات اول، نهم و چهل و نهم به ترتیب جملات متوالی یک دنباله ی هندسی هستند. قدرنسبت دنباله ی هندسی کدام است؟

- ۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷



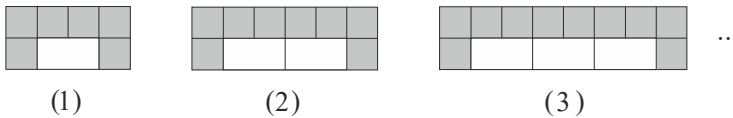
۷۳ اگر \mathbb{Z} را به عنوان مجموعه‌ی مرجع در نظر بگیریم، آن گاه حاصل عبارت $(\mathbb{Z} - \mathbb{W})' \cap \mathbb{N}'$ کدام است؟

- ۱ \emptyset ۲ $\{0\}$ ۳ \mathbb{Z} ۴ \mathbb{N}

۷۴ تعداد نقاط در کدام یک از الگوهای زیر، یک الگوی خطی است؟



۷۵ با توجه به الگوی زیر برای ۷۲ کاشی تیره، چند کاشی سفید لازم است؟



۱ ۳۳

۲ ۳۴

۳ ۳۵

۴ با ۷۲ کاشی تیره چنین شکلی نمی توان ساخت.

۷۶ اگر $A \subseteq B \subseteq C'$ باشد و مجموعه‌های A, B, C و D به ترتیب دارای ۳، ۶، ۱۲ و ۳۰ عضو باشند

حاصل $n[(A \cup B) - C]'$ کدام است؟ (U مجموعه مرجع است.)

- ۱ ۲۴ ۲ ۱۸ ۳ ۱۲ ۴ ۱۰

۷۷ در چه مرحله‌ای از الگوی زیر، تعداد دایره‌های مشکی برابر ۱۰۳ است؟



۲ ۲۵

۴ ۳۲

۱ ۱۵

۳ ۳۰

۷۸ کدام یک از گزینه‌ها نشانگر یک بازه بسته است؟

- ۱ $(-\infty, 7) \cap [1, +\infty)$ ۲ $[-3, 5) - (1, 6)$ ۳ $(-\infty, -1] \cup [-2, 3]$ ۴ $[-3, 3) - [2, 7)$

۷۹ در دنباله‌ای که از یک الگوی خطی پیروی می‌کند، اگر جمله‌ی سوم برابر ۷ و جمله‌ی هفتم برابر ۳ باشد، چند

جمله‌ی این دنباله مثبت است؟

- ۱ ۸ ۲ ۹ ۳ ۱۰ ۴ ۱۱

۸۰ دانش‌آموزان یک کلاس می‌توانند در مسابقات علمی و ورزشی شرکت کنند. ۲۰ نفر در مسابقه‌ی ورزشی و ۱۵

نفر در مسابقه‌ی علمی شرکت کرده‌اند. اگر ۵ نفر در هیچ مسابقه‌ای شرکت نکرده باشند و ۳ نفر در هر دو مسابقه

شرکت کرده باشند، تعداد کل دانش‌آموزان کلاس چند نفر است؟

- ۱ ۳۵ ۲ ۴۰ ۳ ۳۷ ۴ ۲۶

۸۱ به ازای چند مقدار صحیح n ، عبارت $n \in (3n - 14, 5n + 16]$ برقرار است؟

- ۱ ۱۰ ۲ ۱۱ ۳ ۱ ۴ ۱۳



۸۲) در یک کلاس ۲۵ نفری، تعداد ۱۵ نفر عضو فوتبال و ۱۱ نفر عضو تیم بسکتبال کلاس هستند. اگر ۵ نفر از دانش آموزان این کلاس عضو هیچ یک از این دو تیم نباشند، چند نفر از آن‌ها عضو هر دو تیم هستند؟

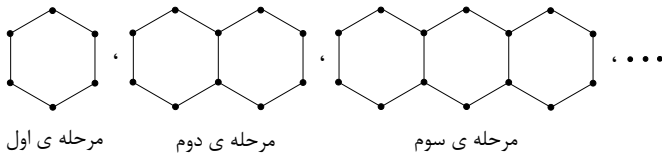
۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۸۳) باتوجه به الگوی زیر، تعداد پاره خط‌ها در مرحله دهم کدام است؟



مرحله ی اول

مرحله ی دوم

مرحله ی سوم

۵۰ (۱)

۵۱ (۲)

۶۰ (۳)

۶۱ (۴)

۸۴) اگر $A \subset B \subset N$ و U مجموعه مرجع باشد، کدام رابطه همواره برقرار است؟

 $B \subset A'$ (۴) $A' \subset B'$ (۳) $B' \subset A$ (۲) $B' \subset A'$ (۱)

۸۵) چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

الف) اجتماع دو مجموعه‌ی متناهی، مجموعه‌ای متناهی است.

ب) اشتراک یک مجموعه‌ی متناهی با یک مجموعه‌ی نامتناهی، مجموعه‌ای نامتناهی است.

پ) اشتراک مجموعه مضارب عدد ۵ با مجموعه مضارع عدد ۷، مجموعه‌ای متناهی است.

ت) اگر A مجموعه‌ای متناهی و B مجموعه‌ای نامتناهی باشد مجموعه $A - B$ مجموعه‌ای نامتناهی است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۸۶) اگر M مجموعه‌ی مرجع: $M = \{x | x \in N, x \leq 50\}$ و $A = \{x | x \in M, x \leq 15\}$ و

$B' = \{x | x \in M, \sqrt{x} < 5\}$ باشد، $A' - B$ کدام است؟

 $\{x \in M | 2 < \sqrt{x} \leq 10\}$ (۲) $\{x \in M | x^2 \geq 10\}$ (۱) $\{x \in M | 4 \leq x\}$ (۴) $\{x \in M | 4 \leq \sqrt{x} < 5\}$ (۳)

۸۷) اگر $A = R - [-2, 3]$ و $B = (-4, 6)$ باشد، کدام گزینه صحیح است؟

 $B - A = (-2, 3)$ (۲) $A - B = R - [-2, 3]$ (۱) $A \cup B = (-9, 6)$ (۴) $A \cap B = (-4, 6) - [-2, 3]$ (۳)

۸۸) اگر $A = \{x \in R | -4 \leq x < 6\}$ و $B = \{x \in R | x < 3\}$ ، نمایش $(B - A) \cap (A \cup B)$ به

صورت بازه کدام است؟

 $(-4, 6)$ (۴) $(-\infty, -4]$ (۳) $(-\infty, -4)$ (۲) $(-\infty, 3)$ (۱)

۸۹) اگر A و B دو مجموعه‌ی جدا از هم در مجموعه‌ی مرجع U باشند، مجموعه‌ی $[(A - B) \cup (B - A)]'$

برابر کدام مجموعه است؟

 $A' \cap B'$ (۴) $A' \cap B$ (۳) $A' \cup B'$ (۲) $A \cup B$ (۱)



۹۰ در یک الگوی خطی با جملات متمایز، حاصل کدام عبارت برابر جمله سیزدهم نیست؟

$\frac{5a_8 + a_{38}}{6}$ (۴) $\frac{5a_{20} - a_{24}}{4}$ (۳) $\frac{a_8 + a_{18}}{2}$ (۲) $5a_5 - 4a_3$ (۱)

۹۱ در یک هتل ۷۲ مسافر اقامت دارند. از این تعداد مسافر، ۲۳ نفر تاجر می‌باشند، ۱۲ نفر برای اولین بار سفر کرده‌اند و ۸ نفر تاجرانی می‌باشند که برای اولین مسافرت کرده‌اند. چند مسافر در این هتل اقامت دارند که نه تاجر هستند و نه برای اولین بار سفر کرده‌اند؟

۲۷ (۱) ۴۵ (۲) ۳۵ (۳) ۱۹ (۴)

۹۲ در یک دنباله‌ی حسابی، $a_3 + a_5 = ۱۶$ و $a_3^2 - a_5^2 = -۱۶۰$ است، قدر نسبت این دنباله کدام است؟

۲ (۱) -۲ (۲) ۵ (۳) -۵ (۴)

۹۳ در مجموعه‌ی مرجع اعداد طبیعی یک رقمی، متمم مجموعه اعداد اول یک رقمی چند عضو دارد؟

۴ عضو (۱) ۵ عضو (۲) ۶ عضو (۳) ۳ عضو (۴)

۹۴ نمایش هندسی دو بازه در محور زیر نمایش داده شده است، اشتراک این دو بازه کدام است؟



۹۵ اگر U مجموعه مرجع باشد و داشته باشیم $n(U) = ۱۰۰$ و مجموعه تعداد اعضای دو مجموعه مجزای A و B برابر ۶۰ باشد، در این صورت $n(A' \cap B')$ کدام است؟

۴۰ (۱) ۶۰ (۲) ۸۰ (۳) ۹۰ (۴)

۹۶ در یک کلاس ۴۵ نفری همه‌ی دانش‌آموزان کفش مشکی یا کت قهوه‌ای پوشیده‌اند. اگر ۳۰ نفر کفش مشکی و ۲۵ نفر کت قهوه‌ای پوشیده باشند، معین کنید چند نفر هم کفش مشکی و هم کت قهوه‌ای پوشیده‌اند؟

۱۰ (۱) ۱۵ (۲) ۵ (۳) ۱۳ (۴)

۹۷ بین دو عدد $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۲۲}{۳}$ ، هفت واسطه حسابی درج می‌کنیم. عدد وسطی کدام است؟

۴ (۱) $\frac{۱۶}{۳}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{۱۹}{۶}$ (۴)

۹۸ در یک کلاس ۲۸ نفره، ۱۶ نفر در المپیاد ریاضی و ۱۴ نفر در المپیاد فیزیک شرکت کرده‌اند. اگر ۵ نفر در هیچ یک از دو المپیاد شرکت نکرده باشند، تعداد افرادی که فقط در المپیاد ریاضی شرکت کرده‌اند، کدام است؟

۷ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴)

۹۹ به ازای چند مقدار طبیعی n ، دو مجموعه‌ی $A = [-۲, ۲]$ و $B = [n - ۲, ۳n + ۱]$ جدا از هم نیستند؟

۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)



۱۰۰ در دنباله‌ی هندسی $t_n = \frac{1}{2}(-1)^n(\frac{1}{2})^{n+1}$ ، مجموع چهار جمله‌ی اول، چند برابر مجموع چهار جمله‌ی دوم است؟

۱۶ (۴)

-۸ (۳)

۴ (۲)

-۲ (۱)

۱۰۱ در یک دنباله‌ی حسابی $a_m = n$ و $a_n = m$ می‌باشد. حاصل $a_{m+1} + a_{n+1}$ کدام است؟ ($m \neq n$)

 $m + n - 1$ (۴) $m + n - 2$ (۳) $m + n + 2$ (۲) $m + n$ (۱)

۱۰۲ دنباله‌ی هندسی $\frac{1}{5}, \frac{1}{125}, \dots, (\frac{1}{5})^{k^2-1}$ چند جمله دارد؟ (k زوج است).

 $3k^2$ (۴) $3k$ (۳) $\frac{k^2}{2}$ (۲) $\frac{k}{2}$ (۱)

۱۰۳ جمله‌ی هشتم از دنباله‌ی حسابی $1, 3, \dots$ با جمله‌ی چندم یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی عمومی

$$t_n = \frac{1}{3} \times 9^{n-1}$$

هشتم (۴)

ششم (۳)

پنجم (۲)

سوم (۱)

۱۰۴ اگر دنباله با جمله‌ی عمومی $a_n = an(2 - n) + 4n^2 - a$ ، یک دنباله‌ی خطی و جمله‌ی دوم دنباله

$$t_n = (\frac{b}{2})n + a^2$$
 برابر a_3 باشد، b کدام است؟

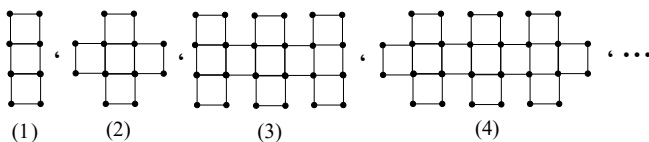
۳۶ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۶- (۱)

۱۰۵ با توجه به شکل‌های زیر، تعداد چوب کبریت‌ها در مرحله‌ی یازدهم کدام است؟



۱۲۶ (۱)

۱۳۰ (۲)

۱۰۶ (۳)

۸۲ (۴)

۱۰۶ کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

(۱) اشتراک دو مجموعه‌ی نامتناهی، مجموعه‌ای الزاماً نامتناهی است.

(۲) تفاضل دو مجموعه‌ی نامتناهی، مجموعه‌ای الزاماً نامتناهی است.

(۳) اگر $A \subseteq B$ و B مجموعه‌ای نامتناهی باشد، آن گاه A الزاماً نامتناهی است.

(۴) اگر $A \subseteq B$ و $A \cap B$ مجموعه‌ای نامتناهی باشد، آن گاه B الزاماً نامتناهی است.

۱۰۷ اگر A مجموعه‌ای متناهی، B مجموعه‌ای نامتناهی و C مجموعه‌ای دلخواه و نامشخص باشد، $(C \neq B, A)$ ،

کدام مجموعه قطعاً نامتناهی است؟ (مجموعه‌ی مرجع، اعداد حقیقی است.)

 $(A \cup C) \cap (B \cup C)$ (۴) $B - (A \cap C)$ (۳) $A \cup (B - C)$ (۲) $A \cap (B \cup C)$ (۱)



۱۰۸ در یک دنباله هندسی با جملات مثبت، جمله ی دوم ۷ واحد بیش تر از جمله ی اول و جمله ی چهارم ۶۳ واحد بیش تر از جمله ی سوم است. قدر نسبت این دنباله کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۹ (۲)

۳ (۱)

۱۰۹ در دنباله ی حسابی $3x - 4, 2x + 1, 7, \dots$ واسطه ی جملات دوم و بیستم کدام است؟

۲۱ (۴)

۱۵ (۳)

$5\sqrt{7}$ (۲)

$5\sqrt{3}$ (۱)

۱۱۰ واسطه ی هندسی بین جمله ی هفتم و هجدهم دنباله ی حسابی $-2, 2, 6, 10, \dots$ کدام است؟

$\pm \frac{6\sqrt{2}}{5}$ (۴)

$\pm 14\sqrt{2}$ (۳)

± 24 (۲)

$\pm 22\sqrt{3}$ (۱)

۱۱۱ اجتماع مجموعه ی $S = (1, 7) - [4, 6]$ با کدام گزینه شامل تعداد بیش تری از اعداد صحیح است؟

$B = \{x \in \mathbb{N} \mid -4 < x \leq 4\}$ (۲)

$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{x^2 + 4}{x^2} \in \mathbb{N}\}$ (۱)

$D =$ مجموعه اعداد اول یک رقمی (۴)

$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \in (0, 3) \cup (5, 7)\}$ (۳)

۱۱۲ اگر A مجموعه ای دلخواه و $Z - A$ متناهی و ناتهی باشد، کدام مجموعه زیر حتماً متناهی است؟

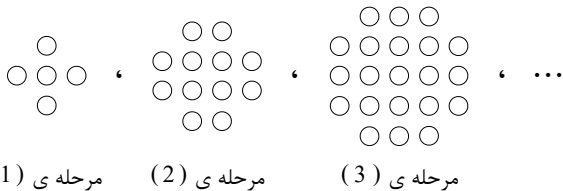
$(N - A) \cup (Z - A)$ (۴)

$Z - (A - N)$ (۳)

$Q - (Z - A)$ (۲)

$A - N$ (۱)

۱۱۳ در الگوی زیر، جمله ی عمومی دنباله به ازای $n = k + 1$ کدام است؟



$t_{k+1} = k^2 + 6k + 5$ (۱)

$t_{k+1} = k^2 + 4k$ (۲)

$t_{k+1} = k^2 + 6k + 1$ (۳)

$t_{k+1} = k^2 + 4k + 4$ (۴)

۱۱۴ در یک الگوی خطی جمله ی سوم برابر با ۷ و جمله ی هفتم برابر با ۱۵ است. جمله ی عمومی این الگو کدام است؟

$t_n = 2n + 1$ (۴)

$t_n = n + 4$ (۳)

$t_n = 3n - 2$ (۲)

$t_n = n + 8$ (۱)

۱۱۵ بین دو عدد ۱۸ و ۶۲، ده واسطه ی حسابی درج می کنیم تا یک دنباله ی حسابی با ۱۲ جمله حاصل شود. مجموع سه جمله ی سوم این دنباله چند برابر مجموع سه جمله ی دوم آن است؟

$\frac{29}{17}$ (۴)

$\frac{29}{23}$ (۳)

$\frac{23}{17}$ (۲)

$\frac{69}{20}$ (۱)

۱۱۶ اگر U مجموعه ی مرجع و A و B دو مجموعه دلخواه باشند، آنگاه تعداد اعضای کدام گزینه برابر $n(U) - n(A) - n(B) + n(A \cap B)$ است؟

$A' \cup B'$ (۴)

$A' \cap B'$ (۳)

$A' \cup B$ (۲)

$A \cap B'$ (۱)



۱۱۷ اگر $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ مجموعه مرجع، $A = \{1, 2, 4\}$ ، $B = \{1, 3\}$ و $C = \{1\}$ باشند، U کدام است؟

- ۱ C' ۲ $A' \cap C$ ۳ $(B - C)'$ ۴ $(A - C)'$

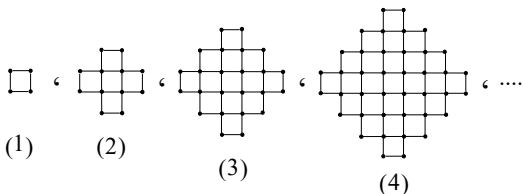
۱۱۸ در یک کلاس ۳۰ نفره، ۱۴ نفر در آزمون درس فیزیک و ۹ نفر در آزمون درس ریاضی شرکت کرده‌اند. اگر ۵ نفر در هر دو آزمون شرکت کرده باشند، چند نفر حداکثر در یکی از این دو آزمون شرکت کرده‌اند؟

- ۱ ۱۲ ۲ ۱۸ ۳ ۲۳ ۴ ۲۵

۱۱۹ مجموع پنج عدد که جملات متوالی از دنباله‌ی حسابی‌اند برابر ۱۰۵، و مجموع سه عدد بزرگ‌تر، ۶ برابر مجموع دو عدد کوچک‌تر است. بزرگ‌ترین این اعداد کدام است؟

- ۱ ۳۸ ۲ ۳۹ ۳ ۴۰ ۴ ۴۱

۱۲۰ باتوجه به شکل زیر، در کدام مرحله تعداد چوب کبریت‌ها برابر ۱۹۶ می‌شود؟



- ۱ ۶ ۲ ۷ ۳ ۱۴ ۴ ۱۶

۱۲۱ اگر به قدرنسبت یک دنباله‌ی حسابی ۲ واحد اضافه کنیم، به جمله‌ی پنجم دنباله‌ی حاصل چند واحد اضافه می‌شود؟

- ۱ صفر ۲ ۲ ۳ ۸ ۴ ۱۰

۱۲۲ اگر $\frac{1}{3}$ ، $\frac{\sqrt{x+2}}{3}$ و ۲ سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی باشند، مقدار x کدام است؟

- ۱ ۳ ۲ ۴ ۳ ۶ ۴ ۹

۱۲۳ در یک دنباله‌ی هندسی مجموع جملات اول و سوم برابر با ۸ و مجموع جملات چهارم و ششم برابر با ۶۴ است. جمله‌ی اول این دنباله کدام است؟

- ۱ $\frac{6}{5}$ ۲ $\frac{8}{5}$ ۳ $\frac{9}{5}$ ۴ $\frac{12}{5}$

۱۲۴ بین دو عدد $\frac{11}{10}$ و $\frac{2}{5}$ سه واسطه‌ی حسابی درج کرده‌ایم. مجموع این سه واسطه‌ی حسابی کدام است؟

- ۱ $\frac{8}{5}$ ۲ $\frac{9}{4}$ ۳ $\frac{17}{5}$ ۴ $\frac{11}{4}$

۱۲۵ در یک دنباله‌ی هندسی با جملات مثبت تفاضل جمله‌ی اول از جمله‌ی چهارم برابر ۲۸ و تفاضل جمله‌ی اول از جمله‌ی دوم برابر ۴ است. قدرنسبت دنباله‌ی هندسی کدام است؟

- ۱ ۲ ۲ -۳ ۳ ۳ ۴ ۴



۱۲۶ در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی پنجم و هفدهم به ترتیب برابر ۹ و ۳۹ است. اختلاف مشترک این دنباله کدام است؟

- ① $\frac{1}{2}$ ② ۲ ③ ۳ ④ $\frac{5}{2}$

۱۲۷ در دنباله‌ی حسابی $2, x, y, 35, \dots$ حاصل $x + y$ کدام است؟

- ① ۱۱ ② ۲۳ ③ ۳۵ ④ ۳۷

۱۲۸ کدام گزینه می‌تواند بیانگر یک دنباله‌ی هندسی باشد؟

- ① $5, 7, 9, \dots$ ② $1, 4, 9, 16, \dots$ ③ $\sqrt{2}, 2, \sqrt{2}, 3, \sqrt{2}, \dots$ ④ $\sqrt{2}, 1, \frac{1}{\sqrt{2}}, \dots$

۱۲۹ در یک دنباله‌ی هندسی مجموع جملات دوم و چهارم ۱۸۰ و مجموع جملات اول و سوم ۶۰ می‌باشد. نسبت مشترک این دنباله کدام است؟

- ① $\frac{2}{3}$ ② ۳ ③ ۲ ④ ۹

۱۳۰ در یک دنباله‌ی حسابی، جملات سوم و هشتم به ترتیب ۱۵ و ۵ هستند. جمله‌ی بیستم این دنباله کدام است؟

- ① -۱۹ ② ۱۹ ③ ۴۹ ④ -۲۹

۱۳۱ اگر در یک دنباله‌ی هندسی $a_7 \times a_{10} \times a_{13} = ۲۷$ باشد، مقدار $a_5 \times a_{15}$ کدام است؟

- ① ۳ ② ۹ ③ $3\sqrt{3}$ ④ ۲۷

۱۳۲ بین دو عدد ۳ و ۹۶ چهار واسطه‌ی هندسی درج کرده‌ایم. مجموع واسطه‌های اول و سوم کدام است؟ (عدد ۳، جمله‌ی اول است.)

- ① ۱۸ ② ۳۶ ③ ۴۲ ④ ۳۰

۱۳۳ اگر $A = (1, 2]$ ، $B = [-1, 1]$ و $C = (1, 3)$ باشند، آنگاه چند عدد طبیعی در بازه‌ی $I = (A' \cap B) \cup C$ فاصله قرار می‌گیرد؟

- ① ۵ ② ۴ ③ ۳ ④ ۲

۱۳۴ اگر $0 < a < 1$ باشد، مجموعه‌ی $(-\frac{1}{a}, \frac{1}{a}) \cap (-\frac{1}{a^2}, \frac{1}{a^2})$ کدام است؟

- ① $(-\frac{1}{a}, \frac{1}{a})$ ② $(-\frac{1}{a^2}, \frac{1}{a^2})$ ③ $(-2, 2)$ ④ $(-\frac{1}{a^2}, \frac{1}{a})$

۱۳۵ در یک کلاس ۴۵ نفری، تعداد ۲۲ نفر عضو تیم فوتبال و ۱۵ نفر عضو تیم بسکتبال هستند و ۱۲ نفر هم عضو هیچ یک از این دو تیم نیستند. چند نفر از اعضای این کلاس فقط عضو تیم فوتبال هستند؟

- ① ۲۲ ② ۱۸ ③ ۱۱ ④ ۲۹



۱۳۶ اگر مجموعه‌ی اعداد صحیح مجموعه‌ی مرجع باشد و $A = \{x | x < -2 \text{ یا } x > 2\}$ و باشند، آنگاه کدام مجموعه متناهی است؟

- ۱ $A - B$ ۲ $A' \cap B'$ ۳ $B - A'$ ۴ $A' \cup B'$

۱۳۷ اگر A و B دو مجموعه‌ی دلخواه باشند و داشته باشیم $A \subseteq B$ ، در این صورت حاصل کدام گزینه با بقیه متفاوت است؟

- ۱ $(A - B)'$ ۲ $(A - (B' - A))'$ ۳ $B' \cup A'$ ۴ $A - (A' - B)$

۱۳۸ اگر $A = (-5, -1]$ و $B = [-2, 2)$ ، آنگاه عدد ۲ عضو کدام یک از مجموعه‌های زیر است؟

- ۱ $A - B$ ۲ $A' - B$ ۳ $A \cup B$ ۴ $A' \cap B$

۱۳۹ حاصل کدام گزینه یک بازه‌ی نیم‌باز است؟

- ۱ $[2, 6) \cap (-3, 5]$ ۲ $[2, 4) \cup (-3, 2]$ ۳ $(-1, 2) \cap (-2, 1]$ ۴ $(-2, 1] \cup [-3, 0)$

۱۴۰ در کدام گزینه، دو مجموعه‌ی مجزا نیستند؟

- ۱ $A \cup A'$ و $A' \cap A$ ۲ $A - B$ و $B - A$ ۳ $(A \cap B)'$ و $(A \cup B)'$ ۴ $U - \emptyset$ و $\emptyset - U$

۱۴۱ A یک مجموعه‌ی متناهی است. اگر $A \subseteq B$ ، کدام گزینه درست است؟

- ۱ B یک مجموعه‌ی متناهی است. ۲ B یک مجموعه‌ی نامتناهی است. ۳ B ممکن است یک مجموعه‌ی متناهی باشد. ۴ $B - A$ یک مجموعه‌ی متناهی است.

۱۴۲ اگر بازه‌ی $[6, a)$ دقیقاً شامل سه عدد فرد باشد، حدود a کدام است؟

- ۱ $11 \leq a < 12$ ۲ $11 < a \leq 12$ ۳ $11 \leq a < 13$ ۴ $11 < a \leq 13$

۱۴۳ هرگاه U مجموعه‌ی مرجع و $n(U) = 50$ و A و B دو مجموعه‌ی جدا از هم باشد و داشته باشیم

$$n(A') + n(B') = 70, \text{ آنگاه حاصل } n(A \cup B) \text{ چقدر است؟}$$

- ۱ ۲۰ ۲ ۳۰ ۳ ۴۰ ۴ ۱۰

۱۴۴ از بین ۵۲ دانش‌آموز، ۳۵ نفر در کلاس طراحی و ۳۱ نفر در کلاس ورزشی شرکت کرده‌اند. اگر ۴۳ نفر

حداقل در یکی از دو کلاس شرکت کرده باشند، چند نفر فقط در کلاس ورزشی شرکت کرده‌اند؟

- ۱ ۱۳ ۲ ۸ ۳ ۱۲ ۴ ۱۰

۱۴۵ در دنباله‌ای که از یک الگوی خطی پیروی می‌کند، اگر جمله‌ی چهارم برابر ۹ و جمله‌ی هشتم برابر ۳ باشد،

چند جمله‌ی این دنباله مثبت است؟

- ۱ ۷ ۲ ۸ ۳ ۹ ۴ ۱۰

۱۴۶ در یک دنباله‌ی هندسی نامتناهی، مجموع جملات اول و چهارم برابر ۱۴ و مجموع جملات دوم و پنجم برابر

۷- است. حد مجموع این دنباله کدام است؟

- ۱ ۳۲ ۲ $\frac{۳۲}{۳}$ ۳ ۴۸ ۴ $\frac{۱۶}{۳}$



۱۴۷) اگر $A_n = \left[\frac{1}{n}, \frac{6}{n} \right)$ باشد، آن گاه $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5$ کدام است؟

- ۱) $\left[\frac{1}{4}, \frac{6}{5} \right)$ ۲) $\left[\frac{1}{2}, \frac{5}{4} \right)$ ۳) $\left[\frac{1}{2}, \frac{6}{5} \right)$ ۴) $\left[-1, \frac{6}{5} \right)$

۱۴۸) اگر A و B دو مجموعه باشند که $A \subseteq B$ ، آن گاه متمم مجموعه $(A \cap B') \cup (B \cap A')$ همواره کدام است؟ ($U, A, B \subseteq U$ مجموعه مرجع است.)

- ۱) $A \cup B'$ ۲) $B' \cap A$ ۳) $A' - B'$ ۴) $A' \cup B$

۱۴۹) جمله بیستم یک دنباله حسابی ۵۲ و مجموع سه جمله ابتدایی دنباله برابر ۶- است. جمله دهم این دنباله کدام است؟

- ۱) ۱۹ ۲) ۲۰ ۳) ۲۴ ۴) ۲۲

۱۵۰) اگر A و B دو مجموعه جدا از هم باشند، آنگاه کدام گزینه همواره صحیح است؟

- ۱) $(A \cap B)' = U$ ۲) $A \cup B = U$ ۳) $A - B = \emptyset$ ۴) $(A \cup B)' = \emptyset$

۱۵۱) در یک الگوی غیرخطی درجه دوم، جملات اول تا چهارم دنباله برابر $t_1 = 5$ ، $t_2 = 10$ ، $t_3 = 17$ و $t_4 = 2$ است. جمله یازدهم دنباله کدام است؟

- ۱) ۸۸ ۲) ۱۲۰ ۳) ۱۲۲ ۴) ۹۲

۱۵۲) اگر A و B دو مجموعه جدا از هم و $3n(A) = 2n(B)$ باشد، $n(A \cup B)$ چند برابر $n(A)$ است؟

- ۱) ۲ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{5}{2}$ ۴) ۵

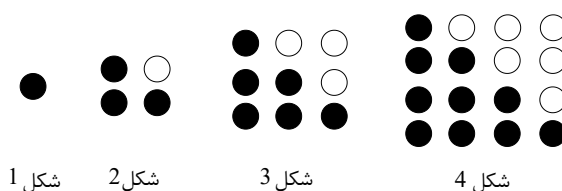
۱۵۳) دو بازه $A = (a - 2, b)$ و $B = [a, b + 3)$ مفروضند، حاصل $A \cap B$ کدام است؟ ($a < b$)

- ۱) $[b, b + 3)$ ۲) (a, b) ۳) $(a - 2, b + 3)$ ۴) $(a - 2, a)$

۱۵۴) اگر $\dots, 2m + 5, 5m - 3, m + 3$ سه جمله اول یک دنباله حسابی باشند، آنگاه جمله عمومی دنباله حسابی کدام است؟

- ۱) $a_n = n + 5$ ۲) $a_n = 2n + 1$ ۳) $a_n = 2n + 3$ ۴) $a_n = 3n + 2$

۱۵۵) با توجه به الگوی زیر، اختلاف تعداد دایره‌های سیاه و سفید در شکل یازدهم کدام است؟



- ۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۴



۱۵۶ در یک دنباله حسابی، جمله اول دنباله برابر ۱ و مجموع پنج جمله اول آن برابر با یک چهارم مجموع پنج جمله بعدی است. قدرنسبت دنباله کدام است؟

- ۱) -۲ ۲) -۳ ۳) -۴ ۴) -۶

۱۵۷ در یک کلاس ۳۲ نفری، ۱۸ نفر به درس ریاضی و ۱۵ نفر به درس فیزیک علاقه مند هستند. اگر ۵ نفر به هیچ یک از دو درس علاقه نداشته باشند، چند نفر به هر دو درس علاقه دارند؟

- ۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۹

۱۵۸ اگر $A \subseteq B$ و $A \neq B$ باشد، آنگاه کدام گزاره نادرست است؟

- ۱) $B' \subseteq A'$ ۲) $A' \cup B = U$ ۳) $A \cap B' = \emptyset$ ۴) $A' \cap B = \emptyset$

۱۵۹ تعداد دانش جویان یک کلاس ۴۱ نفر است که فقط ۵ نفر از آنها در تعطیلات به مسافرت نرفته اند و بقیه برای تعطیلات به مشهد یا تبریز مسافرت کرده اند. به این ترتیب که ۲۸ نفر از آنها به مشهد مسافرت کرده اند و ۸ نفر هم به مشهد و هم به تبریز مسافرت کرده اند. چند نفر فقط به تبریز سفر کرده اند؟

- ۱) ۱۶ ۲) ۸ ۳) ۱۵ ۴) ۲۱

۱۶۰ فرض کنید B, C و A مجموعه های اعدادی هستند که $\{A, B, C\} = \{W, Z, Q'\}$. اگر $A \cap B = \emptyset$ و $C - A = \emptyset$ باشد، حاصل $A - (B \cup C)$ کدام است؟

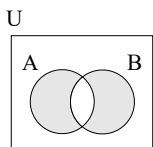
- ۱) $\{\dots, -2, -1\}$ ۲) \emptyset ۳) Q' ۴) $\{\dots, -2, -1, 0\}$

۱۶۱ بین دو عدد ۳ و x تعداد ۷ واسطه حسابی مثبت با قدر نسبت ۴ قرار داده ایم. x کدام است؟

- ۱) ۳۵ ۲) ۳۶ ۳) ۳۹ ۴) ۴۰

۱۶۲ اگر جملات چهارم و هشتم یک دنباله هندسی با جملات مثبت، به ترتیب ۱۲ و ۱۹۲ باشد، جمله پنجم آن کدام است؟

- ۱) ۲۸ ۲) ۳۲ ۳) ۳۶ ۴) ۲۴



۱۶۳ باتوجه به شکل، متمم قسمت هاشورخورده کدام است؟

- ۱) $U - (A \cap B)$ ۲) $U - (A \cup B)$ ۳) $(A \cup B) - (A \cap B)$ ۴) $(A \cup B)' \cup (A \cap B)$

۱۶۴ جمله عمومی دنباله $\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{4}, 0, \frac{1}{6}, \dots$ کدام می تواند باشد؟

- ۱) $a_n = \frac{1}{n^2 + n}$ ۲) $b_n = \frac{1}{2n}$ ۳) $c_n = \frac{1 + (-1)^n}{n^2}$ ۴) $d_n = \frac{(-1)^n}{n^2}$

۱۶۵ یک دنباله هندسی با جملات مثبت به صورت $4, x, 9, y, \dots$ است. مجموع جملات دوم و چهارم کدام است؟

- ۱) ۱۳ ۲) $\frac{39}{2}$ ۳) $\frac{33}{2}$ ۴) ۳۶



۱۶۶ جملات اول، پنجم و سیزدهم یک دنباله حسابی با قدر نسبت غیرصفر، به ترتیب سه جمله اول یک دنباله هندسی هستند. در دنباله حسابی قدر نسبت چند برابر جمله اول است؟

- ① $\frac{1}{4}$ ② ۲ ③ $\frac{1}{2}$ ④ ۴

۱۶۷ اگر $2a, 3a+2$ و $5a-1$ جملات متوالی یک دنباله حسابی باشند، مقدار a کدام است؟

- ① ۳ ② ۵ ③ ۷ ④ ۸

۱۶۸ در یک دنباله هندسی با قدر نسبت مثبت، مجموع جملات دوم و سوم، شش برابر جمله اول است. اگر جمله پنجم ۸ باشد، جمله اول این دنباله کدام است؟

- ① $\frac{1}{3}$ ② ۳ ③ ۲ ④ $\frac{1}{2}$

۱۶۹ در یک دنباله هندسی با جملات غیر صفر، مجموع جملات سوم و پنجم، $\frac{3}{5}$ برابر مجموع جملات چهارم و ششم است. نسبت مشترک دنباله کدام است؟

- ① $-\frac{1}{7}$ ② $-\frac{2}{7}$ ③ $-\frac{3}{7}$ ④ $-\frac{4}{7}$

۱۷۰ مجموع ۵ عدد که جملات متوالی یک دنباله حسابی کاهشی هستند، ۲۲۵ و مجموع سه عدد بزرگ‌تر ۲ برابر مجموع دو عدد کوچک‌تر است. بزرگ‌ترین این اعداد کدام است؟

- ① ۵۵ ② ۷۵ ③ ۳۵ ④ ۴۵

۱۷۱ در یک دنباله هندسی $a_4 + a_5 = 32$ و $a_1 + a_2 = 4$ است. جمله اول دنباله کدام است؟

- ① ۴ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ ۳

۱۷۲ اگر در یک دنباله حسابی $12a_1 + 36d = 96$ باشد، جمله چهارم کدام است؟

- ① ۸ ② ۱۲ ③ ۱۸ ④ ۳۶

۱۷۳ یک دنباله هندسی دارای ۴ جمله است. مجموع دو جمله اول ۳ و مجموع دو جمله آخر ۴۸ است. نسبت مشترک دنباله کدام است؟

- ① ۲ \pm ② ۴ \pm ③ ۸ \pm ④ ۱ \pm

۱۷۴ در دنباله $a_n = \frac{1 + (-1)^n}{2}$ ، مجموع صد جمله اول کدام است؟

- ① ۱۰۰ ② ۵۰ ③ ۷۵ ④ ۱۵۰

۱۷۵ کدام جمله از دنباله حسابی $205, -200, -195, \dots$ برابر صفر است؟

- ① ۲۷ ② ۳۹ ③ ۴۲ ④ ۴۹



۱۷۶ در یک دنباله‌ی حسابی جمله‌ی سوم برابر ۲۰ می‌باشد. اگر جمله‌ی اول ۲ برابر اختلاف مشترک باشد، جمله‌ی پانزدهم این دنباله کدام است؟

- ۶۵ (۱) ۷۰ (۲) ۷۵ (۳) ۸۰ (۴)

۱۷۷ اگر $n(U) = 40$ و A و B دو مجموعه‌ی جدا از هم، در مجموعه‌ی مرجع U باشند و $n[(A - B) \cup (B - A)] = 30$ باشد، $n(A \cup B)$ کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۴۰ (۴)

۱۷۸ بین دو عدد ۴ و ۳۲ سه واسطه‌ی حسابی درج می‌کنیم. مجموع این سه واسطه‌ی حسابی کدام است؟

- ۵۰ (۱) ۵۲ (۲) ۵۳ (۳) ۵۴ (۴)

۱۷۹ در یک الگوی خطی جملات چهارم و دهم به ترتیب ۱۷ و ۴۱ می‌باشند. مجموع کدام دو جمله‌ی متوالی آن ۱۸۲ است؟

- ۲۱ و ۲۱ (۱) ۲۰ و ۲۱ (۲) ۲۲ و ۲۳ (۳) ۲۳ و ۲۴ (۴)

۱۸۰ اگر A مجموعه‌ی اعداد اول بزرگ‌تر از 10^{1396} و B مجموعه‌ی اعداد زوج بزرگ‌تر از 10^{1396} باشد، کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) $A \cap B$ متناهی است. (۲) $A - B$ نامتناهی است. (۳) $B - A$ نامتناهی است. (۴) $A \cup B$ متناهی است.

۱۸۱ در الگوی شکل زیر، تعداد قوطی کبریت‌ها در مرحله‌ی یازدهم کدام است؟ (□ : یک قوطی کبریت)

- ۱۲۱ (۱) ۲۱۰ (۲) ۱۲۳ (۴) ۷۶ (۳)

۱۸۲ با اضافه کردن یک مقدار ثابت به سه عدد ۲۰، ۵۰ و ۱۰۰ این سه عدد به ترتیب تشکیل یک دنباله‌ی هندسی می‌دهند. قدر نسبت این دنباله کدام گزینه است؟

- $\frac{15}{2}$ (۱) ۵ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{10}{3}$ (۴)

۱۸۳ در یک دنباله‌ی هندسی، حاصل ضرب جملات سوم و هفتم، هشت برابر جمله‌ی چهارم است. جمله‌ی ششم این دنباله کدام است؟

- ۴ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴)

۱۸۴ کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) $(Z - N) \cup W = Z$ (۲) $(Z - N) \cap W = \emptyset$ (۳) $N \cap (Q' - R) = \emptyset$ (۴) $(Q' - N) \cup Q = R$

۱۸۵ در یک دنباله‌ی حسابی مجموع جملات دوم، هشتم و دهم از سه برابر جمله‌ی ششم ۱۰ واحد بیشتر است. تفاضل جملات نهم و چهارم، مربع کدام عدد است؟

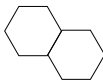
- ۸ (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴)



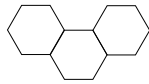
۱۸۶ باتوجه به الگوی زیر، در شکل چندم این الگو ۴۶ پاره خط وجود دارد؟



شکل (1)



شکل (2)



شکل (3)

۹ (۲)

۱۰ (۴)

۸ (۱)

۷ (۳)

۱۸۷ بین اعداد ۵ و 0.32 دو واسطه هندسی مثبت درج کرده ایم. قدر نسبت این دنباله کدام می تواند باشد؟ (جملات دنباله را به صورت کاهشی در نظر بگیرید.)

0.4 (۴)

0.8 (۳)

0.16 (۲)

0.2 (۱)

۱۸۸ مجموع سه جمله اول یک دنباله هندسی با جملات غیر صفر، $\frac{3}{2}$ برابر مجموع سه جمله دوم این دنباله است. قدر نسبت این دنباله چند است؟

$\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$ (۴)

$\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$ (۳)

$\sqrt{\frac{2}{3}}$ (۲)

$\sqrt{\frac{3}{2}}$ (۱)

۱۸۹ در دنباله $\dots, \frac{1}{8}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, -1, \dots$ چندمین جمله دنباله $\frac{1}{128}$ است؟

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

۱۹۰ در یک دنباله هندسی جمله هفتم، ۲۷ برابر جمله چهارم می باشد، جمله دهم چند برابر جمله هشتم است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

۱۹۱ در یک دنباله هندسی مجموع جملات اول و دوم برابر $\frac{1}{8}$ و مجموع جملات چهارم و پنجم برابر ۳ است. در

این دنباله، نسبت نسبت مشترک به جمله ی اول کدام است؟

۴ (۴)

۱۶ (۳)

۲ (۲)

۸ (۱)

۱۹۲ اگر بین دو عدد ۷ و ۱۷۰۱، چهار واسطه هندسی درج کنیم، نسبت بزرگ ترین واسطه به کوچک ترین واسطه

کدام است؟

۸۱ (۴)

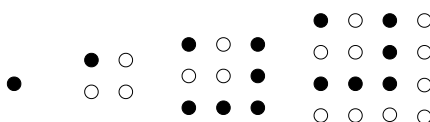
۲۷ (۳)

۹ (۲)

۳ (۱)

۱۹۳ با توجه به الگوی مقابل، در مرحله ی نهم تعداد نقاط توپر m و تعداد نقاط توخالی n می باشد. مقدار $m - n$

کدام است؟



شکل

(1)

شکل

(2)

شکل

(3)

شکل

(4)

۱۰ (۲)

۱۱ (۴)

۸ (۱)

۹ (۳)

۱۹۴ جمله ی دهم دنباله ی هندسی $1, 2, 4, 8, \dots$ کدام است؟

۲۲۸ (۴)

۱۲۸ (۳)

۲۵۶ (۲)

۵۱۲ (۱)



۱۹۵ در یک دنباله هندسی جمله هفتم برابر ۱۹۲ و جمله چهارم برابر ۲۴ است. جمله دهم کدام است؟

۱۰۲۴ (۴)

۱۵۳۶ (۳)

۵۱۲ (۲)

۳۰۷۲ (۱)

۱۹۶ بین دو عدد ۲ و ۱۶۲ سه واسطه هندسی قرار داده‌ایم. مجموع این ۳ واسطه کدام است؟ (قدر نسبت مثبت است.)

۹۸ (۴)

۹۲ (۳)

۸۴ (۲)

۷۸ (۱)

۱۹۷ در یک دنباله هندسی جمله پنجم $\frac{2}{81}$ و جمله دوم $-\frac{2}{3}$ است. جمله عمومی این دنباله کدام است؟

$a_n = -\frac{1}{3}(2)^{n-1}$ (۴)

$a_n = 2(-\frac{1}{3})^{n-1}$ (۳)

$a_n = \frac{1}{3}(2)^{n-1}$ (۲)

$a_n = 2(\frac{1}{3})^{n-1}$ (۱)

۱۹۸ در یک دنباله هندسی با جملات منفی، $a_1 + a_3 = -\frac{13}{18}$ و $a_2 \times a_4 = \frac{4}{81}$ است. جمله اول این

دنباله کدام است؟

$-\frac{9}{2}$ (۴)

$-\frac{1}{2}$ (۳)

$-\frac{2}{9}$ (۲)

$-\frac{17}{18}$ (۱)

۱۹۹ در یک دنباله هندسی با نسبت مشترک بزرگ‌تر از یک، حاصل ضرب سه جمله ابتدایی ۲۱۶ و مجموع

آن‌ها ۱۹ است. در این صورت جمله چهارم دنباله کدام است؟

۳ (۴)

۱۳ (۳)

$\frac{27}{2}$ (۲)

$\frac{8}{3}$ (۱)

۲۰۰ اگر Z, W, N و Q به ترتیب مجموعه اعداد طبیعی، حسابی، صحیح و گویا باشد، آنگاه حاصل کدام گزینه

تهی است؟

$(Z - Q) \cup N$ (۴)

$W - (N \cup Z)$ (۳)

$(W \cap Z) - N$ (۲)

$N \cap W \cap Q$ (۱)

۲۰۱ اگر $2x + 3$ ، واسطه حسابی اعداد $2x - 1$ و $x + 4$ باشد، مقدار x کدام خواهد بود؟

$-\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

-2 (۲)

-3 (۱)

۲۰۲ اگر دنباله شماره (۱) یک دنباله حسابی و دنباله شماره (۲) یک دنباله هندسی باشد، حاصل $c - b$ کدام

است؟

(۱) : $1, a, a + b, 10, \dots$, (۲) : $a, c, 16, 32, \dots$

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۸ (۱)

۲۰۳ عدد کدام گزینه، واسطه هندسی بین جمله‌های دهم و شانزدهم دنباله حسابی زیر است؟

۴, ۸, ۱۲, ...

$16\sqrt{10}$ (۴)

$8\sqrt{10}$ (۳)

۳۲ (۲)

۱۶ (۱)



۲۰۴ اگر $A_i = [i-1, i+1]$ باشد، مجموعه $(A_1 \cup \dots \cup A_4) - (A_1 \cap A_2 \cap A_3)$ شامل چند عدد صحیح است؟

- ۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۲۰۵ جملات سوم و ششم یک دنباله هندسی به ترتیب ۹ و ۷۲ است. جمله چهارم این دنباله کدام است؟

- ۱) 9×2^{39} ۲) 9×2^{36} ۳) 9×2^{37} ۴) 9×2^{40}

۲۰۶ در یک دنباله هندسی مجموع جملات اول، دوم و سوم برابر ۲۶ و مجموع جملات سوم، چهارم و پنجم برابر ۲۳۴ است. جمله نهم در این دنباله چند برابر جمله پنجم است؟

- ۱) ۹ ۲) ۳ ۳) ۲۷ ۴) ۸۱

۲۰۷ جملات دوم، چهارم و هشتم یک دنباله حسابی با قدرنسبت غیرصفر، به ترتیب جمله‌های متوالی یک دنباله هندسی هستند. قدرنسبت دنباله هندسی چقدر است؟

- ۱) ۲ ۲) ۴ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\sqrt{2}$

۲۰۸ جملات اول، سوم و نهم یک دنباله حسابی غیرثابت، تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهند. اختلاف مشترک این دنباله هندسی کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{3}$ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) $\frac{2}{3}$

۲۰۹ در دنباله حسابی $2, \frac{7}{4}, \dots$ ، اگر به جملات چهارم، هشتم و سیزدهم مقداری ثابت اضافه کنیم، به ترتیب از راست به چپ، سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی حاصل می‌شود، قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۲ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{5}{4}$

۲۱۰ در یک دنباله هندسی کاهشی، جمله اول، ثلث مجموع تمام جملات بعدی است. نسبت مشترک این دنباله کدام است؟

- ۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $-\frac{1}{8}$ ۴) $\frac{3}{4}$

۲۱۱ در دنباله هندسی افزایشی $x, 21, y, 189, \dots$ حاصل $x + y$ کدام است؟

- ۱) ۶۳ ۲) ۶۶ ۳) ۷۰ ۴) ۷۳

۲۱۲ در دنباله‌ای با جمله عمومی $t_n = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ ، مجموع پانزده جمله اول کدام است؟

- ۱) $\sqrt{2} - 1$ ۲) ۱ ۳) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ ۴) ۳



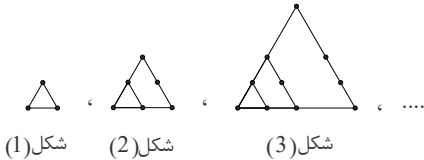
۲۱۳ در یک اتاق کنفرانس، صندلی‌ها به صورت دایره‌ای چیده شده است. در اولین ردیف ۸ صندلی وجود دارد و تعداد صندلی هر ردیف بعدی برابر با مجموع تعداد صندلی‌های ردیف جلویی و تعداد فاصله بین صندلی‌های ردیف جلویی است. اگر در کل، در این اتاق کنفرانس، ۷ ردیف وجود داشته باشد، مجموع صندلی‌های ردیف ششم و هفتم چند برابر مجموع صندلی‌های ردیف دوم و سوم است؟

۱) ۸

۲) ۱۶

۳) ۶

۴) ۱۲



۲۱۴ در الگوی زیر، در شکل ۱۰ام چند نقطه وجود دارد؟

۱) ۵۵

۲) ۶۶

۳) ۶۰

۴) ۵۰

۲۱۵ جمله اول و دوم دنباله‌ای هندسی به ترتیب برابر جمله دوم و چهارم دنباله‌ای حسابی است و مجموع دو جمله اول دنباله هندسی برابر مجموع سه جمله اول دنباله حسابی است. جمله اول دنباله هندسی چند برابر جمله اول دنباله حسابی است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴



۲۱۶ با توجه به الگوی زیر، اگر شکل‌ها را به همین ترتیب ادامه دهیم، چه

کسری از شکل پنجم سایه نخورده است؟

۱) $\frac{431}{512}$ ۲) $\frac{81}{512}$ ۳) $\frac{243}{1024}$ ۴) $\frac{781}{1024}$

۲۱۷ اگر جملات چهارم، ششم و دوازدهم یک دنباله حسابی غیر ثابت به ترتیب از راست به چپ سه جمله متوالی و متمایز از یک دنباله هندسی باشند، قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

۱) ۶

۲) ۳

۳) ۲

۴) $\frac{3}{2}$

۲۱۸ در یک دنباله هندسی با جملات مثبت، حاصل ضرب جمله‌های دوم و چهارم ۱۴۴ و جمله پنجم برابر ۴۸ است، جمله ششم دنباله کدام است؟

۱) ۱۴۴

۲) ۹۶

۳) ۷۲

۴) ۵۲

۲۱۹ جمله‌ی چندم دنباله‌ی هندسی با جملات $1, 0.001, -1, \frac{1}{2}$ ، شانزده برابر جمله‌ی ششم آن می‌باشد؟

۱) نهم

۲) دهم

۳) دوازدهم

۴) سیزدهم

۲۲۰ کدام گزینه درست است؟

۱) تفاضل دو مجموعه نامتناهی، همواره متناهی است.

۲) اشتراک دو مجموعه متناهی، همواره تهی است.

۳) اجتماع دو مجموعه متناهی، همواره نامتناهی است.

۴) تفاضل دو مجموعه متناهی، متناهی است.

۲۲۱ کدام بازه شامل تعداد بیشتری از اعداد طبیعی است؟

۱) $[-3, 5) \cap (2, 5]$

۲) $[0, 3) \cup (1, 5)$

۳) $[1, 6] - [2, 3]$

۴) $(0, 6) \cap [1, 7)$

۲۳

مجموعه، الگو و دنباله



۲۲۲) اگر $A = \{n \in X \mid 0 < n < 2\}$ یک مجموعه متناهی باشد، مجموعه x می باشد.

- ۱) R ۲) Q ۳) Z ۴) Q'

۲۲۳) اگر $A = \{1, 2, 3\}$ باشد و بدانیم بازه $B = (x, 4x)$ طوری تعریف شده است که $x \in A$ است، آنگاه

اشتراک تمام B ها کدام است؟

- ۱) $(3, 4)$ ۲) $\{3\}$ ۳) $(1, 4)$ ۴) $\{\}$

۲۲۴) کدام گزاره زیر درست است؟

- ۱) اگر $A \subseteq B$ و مجموعه B نامتناهی باشد، مجموعه A حتماً نامتناهی است.
 ۲) اگر $A \subseteq B$ و مجموعه A نامتناهی باشد، مجموعه B می تواند متناهی یا نامتناهی است.
 ۳) مجموعه شمارنده های طبیعی عدد ۲۰، نامتناهی است.
 ۴) اگر A مجموعه اعداد صحیح و B مجموعه اعداد حسابی باشد، آنگاه $B - A$ متناهی است.

۲۲۵) اگر مجموعه مرجع، مجموعه اعداد صحیح و $A = \{n \in N \mid 1 - n \leq 1\}$ و

$\{ \text{شمارنده های اول عدد } 12 \}$ باشد، مجموعه $B - A'$ چند عضو دارد؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

۲۲۶) متمم مجموعه $(A - (A - B)) \cup (A \cap B)'$ کدام است؟

- ۱) A ۲) B' ۳) $A' \cup B'$ ۴) $\{\}$

۲۲۷) اگر $n(A) = 15$ ، $n(B') = 22$ ، $n(U) = 40$ و $n(A \cup B) = 32$ باشد، $n(A - B)$ کدام است؟

U ، مجموعه مرجع است.)

- ۱) ۱۲ ۲) ۱۳ ۳) ۱۴ ۴) ۱۵

۲۲۸) اگر A' و B' نامتناهی باشند، الزاماً کدام مجموعه زیر نامتناهی است؟

- ۱) $A \cap B'$ ۲) $A' \cap B'$ ۳) $B - A'$ ۴) تمام گزینه ها می توانند متناهی یا نامتناهی باشند.

۲۲۹) در یک کلاس ۳۰ نفری، اگر ۹ نفر در برنامه های پژوهشی و ۴ نفر هم در هر دو نوع برنامه پژوهشی و

پرورشی شرکت کرده باشند و ۷ نفر در هیچ کدام از برنامه ها شرکت نکرده باشند، چند نفر فقط در برنامه های

پرورشی شرکت کرده اند؟

- ۱) ۱۴ ۲) ۱۳ ۳) ۱۰ ۴) ۱۵

۲۳۰) اگر $n(U) = 59$ ، $n(A - B) = 15$ ، $n(B - A) = 22$ و $n(A') = 32$ باشد، $n(A \cap B)$ کدام

است؟ (U ، مجموعه مرجع است.)

- ۱) ۱۲ ۲) ۱۰ ۳) ۱۷ ۴) ۱۴



۲۳۱ در دنباله حسابی مجموع سه جمله اول آن ۳۳ و مجموع سه جمله بعدی آن ۶۰ می‌باشد. جمله هشتم آن کدام است؟

۳۱ (۴)

۳۰ (۳)

۲۹ (۲)

۲۶ (۱)

۲۳۲ کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

مجموعه کسرهای مثبت با صورت ۱ (۲)

اعداد گویای بین صفر و ۱ (۱)

مجموعه مولکول‌های موجود در یک بطری آب معدنی (۴)

مجموعه اعداد طبیعی اول (۳)

۲۳۳ طرف دوم تساوی زیر، کدام است؟

$$[(\mathbb{R} - Q') \cup \mathbb{Z}] - (Q \cup \mathbb{Z})' = ?$$

R (۴)

\emptyset (۳)

Q' (۲)

Q (۱)

۲۳۴ اگر A و B دو مجموعه غیرتهی باشند، مجموعه $(A \cap A') \cap ((A \cap B) \cap B')$ با کدام مجموعه برابر است؟

$(A \cup A') \cup ((A \cap B) \cap B')$ (۲)

$(A \cup A') \cup (B \cap B')$ (۱)

$(B \cup B') \cup ((A \cap B) \cap B')$ (۴)

$(A \cup A') \cap ((A \cap B) \cap B')$ (۳)

۲۳۵ اگر $(-a, a] \cap (b, +\infty) = (2, 4]$ و $a > 0$ باشد، حاصل $b - a$ کدام است؟

۱ (۴)

۶ (۳)

۲ (۲)

-۲ (۱)

۲۳۶ در یک کلاس ۳۵ نفری، ۲۰ نفر به موسیقی و ۱۷ نفر به نقاشی علاقه‌مند هستند. اگر ۳ نفر به هیچ‌کدام از این دو هنر علاقه نداشته باشند، کدام گزینه صحیح نیست؟

۵ نفر به هر دو رشته علاقه‌مند هستند. (۱)

۱۵ نفر به نقاشی علاقه‌مند نیستند. (۲)

۱۲ نفر فقط به نقاشی علاقه‌مند هستند. (۳)

۲۷ نفر فقط به یکی از دو رشته نقاشی و موسیقی علاقه‌مند هستند. (۴)

۲۳۷ از ۷۲ نفر مسافر در یک هتل، ۲۳ نفر تاجر هستند و ۱۲ نفر برای اولین بار سفر کرده‌اند. اگر ۸ نفر از این تاجران برای اولین بار سفر کرده باشند، چند نفر نه تاجرند و نه برای اولین بار سفر کرده‌اند؟

۳۵ (۴)

۳۷ (۳)

۴۵ (۲)

۵۲ (۱)



۲۳۸) چه تعداد از مجموعه‌های زیر، مجموعه‌ای نامتناهی است؟

الف) مجموعه پرنده‌های موجود در کره زمین

ب) $\mathbb{Z} - \mathbb{N}$

پ) مجموعه خطوطی که محور x ها را در طول قطع کرده‌اند.

ت) مجموعه اعداد حقیقی موجود در بازه $[-1, 1]$

ث) مجموعه $A = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid 3^{-x} > \frac{1}{3} \right\}$

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۳۹) اگر $n(U) = 50$ ، $n(B) = 35$ ، $n(A' \cup B') = 30$ و $n(A') = 20$ باشند، مقدار $n(A \cup B)$ کدام

است؟

- ۱) ۳۵ ۲) ۴۰ ۳) ۴۵ ۴) ۲۰

۲۴۰) اگر $U = \{1, 2, 3, \dots\}$ مجموعه مرجع و A زیر مجموعه‌ای متناهی و B زیرمجموعه‌ای نامتناهی از

مجموعه مرجع باشند، چه تعداد از موارد زیر همواره درست است؟

۱) $A \cap B$ متناهی است. ۲) $A \cup B$ نامتناهی است.

۳) $A - B$ متناهی است. ۴) $A' \cap B$ نامتناهی است.

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۴۱) اگر مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۹۶ را مجموعه مرجع، مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۲۴ را مجموعه

A و مجموعه B را اعداد مضرب ۳ موجود در مجموعه مرجع مفروض در نظر بگیریم، کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) $n(A \cap B) = 4$ ۲) $n(A \cap B') = 4$ ۳) $n(A' \cup B') = 10$ ۴) $n(A \cup B) = 10$

۲۴۲) در یک کلاس، نصف دانش آموزان به ورزش فوتبال، $\frac{1}{8}$ دانش آموزان به ورزش والیبال و $\frac{1}{8}$ دانش آموزان به

هر دو رشته ورزشی علاقه‌مند هستند. اگر ۱۰ نفر به هیچ‌یک از این دو رشته ورزشی علاقه‌مند نباشند، تعداد

دانش آموزانی که به هر دو رشته ورزشی علاقه‌مندند، کدام است؟

- ۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

۲۴۳) بین دو عدد ۲۲ و ۸ - چهار واسطه حسابی درج کرده‌ایم. قدر نسبت چند است؟ (۸ - جمله اول است.)

- ۱) ۶ ۲) ۴٫۵ ۳) ۳٫۵ ۴) ۷٫۵

۲۴۴) در یک الگوی خطی، جمله چهاردهم، چهار برابر جمله سوم است. در این الگو نسبت جمله بیست و دوم به جمله

پنجم کدام است؟

- ۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷



۲۴۵ اگر $A \subseteq B$ و B نامتناهی باشد، کدام گزینه صحیح است؟

- ① مجموعه $B - A$ همواره نامتناهی است.
 ② مجموعه $A \cap B$ همواره متناهی است.
 ③ مجموعه $A \cup B$ همواره نامتناهی است.
 ④ مجموعه $A - B$ همواره نامتناهی است.

۲۴۶ اگر $A = \{x \in \mathbb{R} | x > 1\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} | x < -1\}$ باشند، اشتراک مجموعه

$A' \cap B'$ چند عضو صحیح دارد؟

- ① صفر ② ۱ ③ ۲ ④ بی شمار

۲۴۷ اگر در یک دنباله حسابی، مجموع سه جمله اول برابر مجموع سه جمله سوم باشد، نسبت جمله دوم این

دنباله به جمله هشتم آن کدام است؟ (جملات این دنباله غیر صفر هستند.)

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{16}$ ④ $-\frac{1}{8}$

۲۴۸ در مدرسه‌ای با ۹۰ دانش‌آموز، تعداد ۴۶ نفر فقط عضو تیم فوتبال و ۱۲ نفر فقط عضو تیم والیبال هستند.

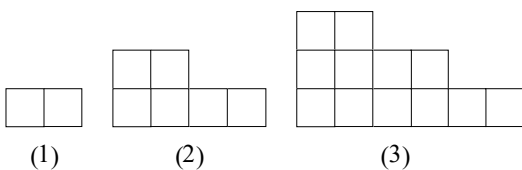
اگر تعداد اعضای تیم فوتبال ۳ برابر اعضای تیم والیبال باشد، آنگاه چه تعداد از دانش‌آموزان عضو هیچ یک از تیم‌ها نیستند؟

- ① ۱۷ ② ۳۲ ③ ۲۷ ④ ۲۲

۲۴۹ اگر داشته باشیم $A = [a, 6]$ ، $B = (-1, b)$ و $A \cup B = [-2, 8]$ ، آنگاه مجموعه $A - B$ دارای چند عدد صحیح است؟

- ① صفر ② ۱ ③ ۲ ④ ۳

۲۵۰ تعداد مربع‌های واحد در الگوی زیر، تشکیل یک دنباله می‌دهند. جمله نهم این دنباله کدام است؟



- ① ۱۱۰ ② ۷۲ ③ ۸۰ ④ ۹۰

۲۵۱ در الگوی خطی t_n ، اگر جمله اول برابر با ۳ و جمله پنجم برابر با ۵- باشد، کدام جمله برابر با ۱۹۷- است؟

- ① t_{99} ② t_{100} ③ t_{101} ④ t_{102}

۲۵۲ بین دو عدد ۱۲ و ۶۸ تعداد ۱۰ واسطه حسابی به ترتیب از کوچک به بزرگ قرار می‌دهیم. مجموع واسطه

های دوم، چهارم، هفتم و نهم کدام است؟

- ① ۸۰ ② ۱۲۰ ③ ۱۶۰ ④ ۲۰۰

۲۵۳ حاصل کدام یک از گزینه‌های زیر نشان‌دهنده یک بازه بسته است؟

- ① $(-\infty, \frac{5}{2}] \cap (-\frac{3}{2}, +\infty)$ ② $(-\frac{7}{4}, 6) - (1, 9)$ ③ $[-5, 4] \cup (-\infty, 12)$ ④ $[-5, 1) - [0, 12)$



۲۵۴ جمله $(5n - 1)$ ام یک دنباله به صورت $4n - 2$ است. جمله چهارم این دنباله کدام است؟

۳
۲ (۴)

۲ (۳)

۵
۲ (۲)

۳ (۱)

۲۵۵ اگر $A_i = (-\frac{1}{i}, \frac{1}{i})$ و $B = (-2, 1] \cap [-1, 2)$ باشند، مجموعه $B \cap (A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n)$ چند عضو صحیح دارد؟ $(n \in \mathbb{N})$

بی شمار (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۲۵۶ اگر مجموعه اعداد طبیعی مجموعه مرجع، $A = \{x | x \in \mathbb{N}, x \geq 5\}$ و $B = \{2, 6, 7\}$ باشد، آن گاه کدام مجموعه نامتناهی است؟

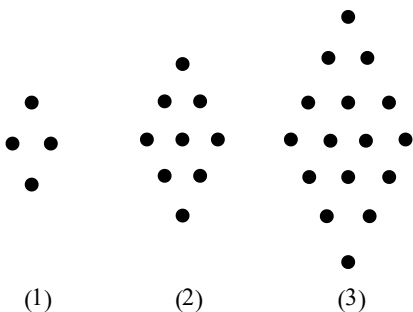
$B - A'$ (۴)

$A' \cup B$ (۳)

$B' - A$ (۲)

$B' \cap A$ (۱)

۲۵۷ در الگوی زیر، شکل ۱۲ ام از چند نقطه تشکیل شده است؟



۱۶۵ (۱)

۱۶۹ (۲)

۱۷۴ (۳)

۱۶۹ (۴)

۲۵۸ اگر $2n(A) = 3n(B) = 4n(A \cap B)$ و $n(B - A) = 22$ باشد، آن گاه تعداد اعضای که حداقل در یکی از دو مجموعه A یا B قرار دارند، کدام است؟

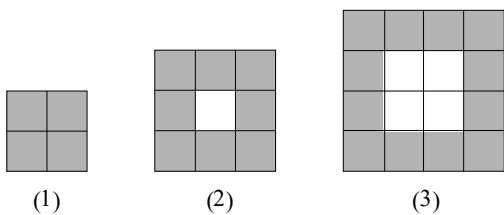
۱۵۶ (۴)

۱۵۴ (۳)

۱۵۲ (۲)

۱۵۰ (۱)

۲۵۹ با توجه به الگوی زیر، تعداد کوچک ترین مربع های سفید در مرحله نهم کدام است؟



۱۶ (۱)

۳۲ (۲)

۶۴ (۳)

۱۲۸ (۴)

۲۶۰ دانش آموزان یک کلاس ۲۱ نفره حداقل به یکی از زمینه های ورزش، مطالعه یا موسیقی علاقه مند هستند. ۱۱ نفر به ورزش، ۹ نفر به مطالعه، ۳ نفر به ورزش و مطالعه، ۴ نفر به ورزش و موسیقی و ۴ نفر به موسیقی و مطالعه علاقه مندند. یک دانش آموز هم به تمام فعالیت ها علاقه دارد. از میان دانش آموزان، چند نفر به موسیقی علاقه مندند؟

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۹ (۲)

۶ (۱)

۲۶۱ در کدام گزینه رابطه $(A \cap B) \subseteq C$ برقرار است؟

$A = \mathbb{Q}, B = \mathbb{W}, C = \mathbb{Z}$ (۲)

$A = \mathbb{Z}, B = \mathbb{Q}, C = \mathbb{W}$ (۱)

$A = \mathbb{R}, B = \mathbb{W}, C = \mathbb{N}$ (۴)

$A = \mathbb{W}, B = \mathbb{Z}, C = \mathbb{Q}'$ (۳)



۲۶۲ بین ۵۱۲ و ۱۲۱٫۵ چهار عدد درج کرده‌ایم، به‌طوری که شش عدد حاصل یک دنباله هندسی با جملات کاهشی تشکیل دهند. جمله چهارم این دنباله چقدر است؟

- ۱) ۲۱۲ ۲) ۲۱۸ ۳) ۲۱۴ ۴) ۲۱۶

۲۶۳ چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

(الف) اگر $A \subseteq B$ و مجموعه B نامتناهی باشد، آن گاه A هم نامتناهی است.

(ب) اگر $A \subseteq B$ و مجموعه A نامتناهی باشد، آن گاه B هم نامتناهی است.

(پ) اگر A نامتناهی باشد، آن گاه A' حتماً متناهی است.

(ت) اگر $A \cap B$ نامتناهی باشد، آن گاه A و B نامتناهی هستند.

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۶۴ جمله هفتم یک دنباله حسابی برابر با ۷ و جمله یازدهم آن برابر ۱۷ است. جمله هفدهم این دنباله کدام است؟

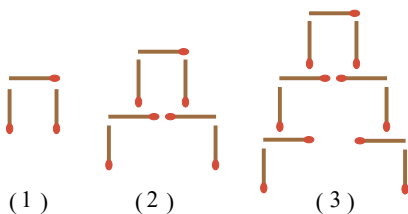
- ۱) ۳۰ ۲) ۳۲ ۳) ۲۸ ۴) ۲۶

۲۶۵ دنباله حسابی $۴, ۱۰, ۰, ۰, ۰$ با قدرنسبت d مفروض است. اگر دنباله‌ای هندسی با جمله اول $\frac{۸}{۲۷}$ ، قدرنسبتی

برابر با d داشته باشد، جمله مشترک این دو دنباله، چندمین جمله از دنباله حسابی است؟

- ۱) ۱۵ ۲) ۱۳ ۳) ۱۱ ۴) ۸

۲۶۶ با تعدادی چوب کبریت الگویی مانند شکل زیر می‌سازیم. برای ساخت شکل چندم این الگو، ۴۳ چوب کبریت لازم است؟



- ۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۱ ۴) ۱۲

۲۶۷ اگر در یک دنباله $a_{۲n-1} = \frac{۳}{۲n+۳}$ ، جمله یازدهم آن کدام است؟

- ۱) $\frac{۵}{۹}$ ۲) $\frac{۱۴}{۲۵}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۸}{۱۳}$

۲۶۸ اگر A و B دو مجموعه دلخواه ناتهی باشند، حاصل عبارت $[(A \cap B) - A] \cup [(B - A) \cap A']$ کدام است؟

- ۱) $B - A$ ۲) $A - B$ ۳) $A \cap B$ ۴) B

۲۶۹ بین اعداد -۱۲ و ۶۸ چهار عدد را طوری درج کرده‌ایم که شش عدد موجود تشکیل یک دنباله حسابی دهند. مجموع این چهار عدد کدام است؟

- ۱) ۱۱۰ ۲) ۱۱۱ ۳) ۱۱۲ ۴) ۱۱۴



۲۷۵ در دنباله هندسی $8^{3m}, 16^{2m-1}, 4^{m+1}$ مقدار m کدام است؟

- ۱ ۴ ۲ ۳ ۳ ۲ ۴ ۱

۲۷۱ بین دو عدد ۴۸ و ۳، سه عدد را طوری قرار می‌دهیم که این ۵ عدد تشکیل یک دنباله هندسی با جملات مثبت

را دهند. اگر عدد ۳، جمله اول این دنباله باشد، جمله دوم این دنباله کدام است؟

- ۹ ۴ ۲۴ ۳ ۱۲ ۲ ۶ ۱

۲۷۲ در یک کلاس ۶۰ نفری، ۳۰ نفر به درس ریاضی و ۲۰ نفر به درس فیزیک علاقه‌مند می‌باشند. اگر ۲۰ نفر

هم به هیچ یک از ۲ درس ریاضی و فیزیک علاقه نداشته باشند، نسبت تعداد افراد فقط علاقه‌مند به ریاضی به تعداد افراد فقط علاقه‌مند به فیزیک در این کلاس چند است؟

- ۱ ۱ ۳ ۲ ۲ ۳ ۱ ۴

۲۷۳ اگر $n(U) = 75, n(A') = 50, n(B') = 60, n(A' \cap B') = 45$ باشد، کدام گزینه درست است؟

A و B زیر مجموعه‌های مجموعه مرجع U هستند.

- ۱ $n(A \cap B) = 10$ ۲ $n(A - B) = 5$ ۳ $n(B - A) = 15$ ۴ $n(A \cup B) = 45$

۲۷۴ دو دنباله حسابی به صورت زیر داریم. این دو دنباله، چند عدد سه رقمی مشترک دارند؟

$$\{8, 11, 14, 17, 20, \dots\}$$

- ۵۹ ۱ ۶۰ ۲ ۶۱ ۳ ۵۸ ۴

۲۷۵ اگر $4x + 4$ و $2x - 4$ و $x - 4$ به ترتیب از چپ به راست سه جمله اول یک دنباله هندسی باشند، جمله

هفتم و یکم کدام گزینه است؟

- ۱ 3×4^{70} ۲ 4×3^{70} ۳ 3×4^{71} ۴ 4×3^{71}

۲۷۶ در یک دنباله حسابی، واسطه هندسی بین جملات سوم و دهم دنباله، $\frac{\sqrt{2}}{2}$ برابر جمله هفتم است. جمله چندم

این دنباله برابر صفر است؟ (جمله اول دنباله حسابی مخالف صفر است.)

- ۱ یازدهم ۲ دوازدهم ۳ سیزدهم ۴ چهاردهم

۲۷۷ اگر a_n دنباله حسابی با جمله اول ۱۰ و قدر نسبت ۲ و b_n دنباله هندسی با جمله اول ۲ و قدرنسبت ۳ باشد،

در این صورت اشتراک دو مجموعه $A = \{n : a_n \leq 20\}$ و $B = \{n : b_n \geq 162\}$ شامل چند عضو است؟

- ۱ صفر ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ بی‌شمار

۲۷۸ جمله‌های دوم، پنجم و نهم از یک دنباله حسابی غیرثابت به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی

هستند. جمله اول دنباله حسابی چند برابر قدرنسبت آن است؟

- ۴ ۱ ۸ ۲ ۶ ۳ ۲ ۴



۲۷۹) بین جمله اول و جمله بیست و دوم دنباله حسابی $12, 16, 20, \dots$ دو عدد چنان درج می‌کنیم که ۴ عدد حاصل تشکیل دنباله هندسی دهند. مجموع این ۴ عدد کدام است؟

۱۸۰ (۴)

۱۷۸ (۳)

۱۷۶ (۲)

۱۷۴ (۱)

۲۸۰) اگر مجموع جملات دهم و دوازدهم یک دنباله هندسی برابر ۴۰ و تفاضل جمله دهم از چهاردهم $(t_{14} - t_{10})$ برابر ۶۰۰ باشد، قدرنسبت این دنباله هندسی کدام می‌تواند باشد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۸۱) جمله دوم یک دنباله هندسی $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ و جمله پنجم $\frac{1}{8}$ است. جمله چندم این دنباله $\frac{\sqrt{2}}{16}$ است؟

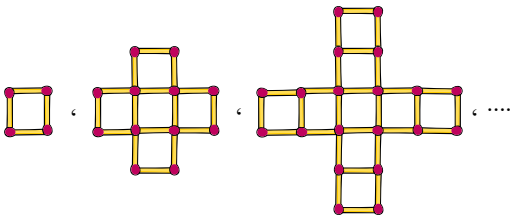
جمله سوم (۴)

جمله هفتم (۳)

جمله ششم (۲)

جمله چهارم (۱)

۲۸۲) با توجه به الگوی زیر، در کدام مرحله تفاضل تعداد مربع‌ها از تعداد چوب‌کبریت‌ها برابر ۹۱ است؟



۸ (۱)

۱۰ (۲)

۱۲ (۳)

۱۴ (۴)

۲۸۳) در یک دنباله حسابی مجموع سه جمله اول ۳- و مجموع سه جمله بعدی ۲۴ است. جمله بیست و یکم این دنباله کدام است؟

۶۷ (۴)

۶۵ (۳)

۵۶ (۲)

۷۶ (۱)

۲۸۴) در یک مدرسه ۶۰ دانش‌آموز تحصیل می‌کنند. در بین آن‌ها ۳۰ نفر ورزش فوتبال، ۲۵ نفر ورزش والیبال و ۱۵ نفر هر دو ورزش را دوست دارند. چند نفر از دانش‌آموزان به هیچ‌یک از دو ورزش علاقه ندارند؟

۱۰ (۴)

۱۵ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

۲۸۵) در یک دنباله هندسی با جملات مثبت، مجموع جملات اول و دوم برابر ۹ و مجموع جملات سوم و چهارم برابر ۳۶ است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

 $\frac{3}{2}$ (۴)

۲ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

۲۸۶) زوایای داخلی یک دوزنقه تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند. اگر بزرگ‌ترین زاویه آن 120° باشد، قدر نسبت دنباله کدام است؟

 30° (۴) 20° (۳) 15° (۲) 10° (۱)



۲۸۷ اگر بازه A_n به صورت $A_n = \left(-\frac{1}{n}, \frac{1}{n} \right)$ تعریف می‌شود، حاصل $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$ کدام است؟

(۴) $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right)$

(۳) $\left(\frac{9}{10}, \frac{11}{10} \right)$

(۲) $(1, 2)$

(۱) $(0, 1)$

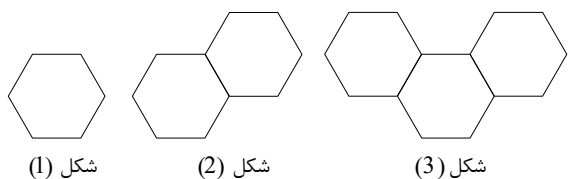
۲۸۸ در یک کلاس ۴۵ نفری، ۵ نفر فقط در حل مسائل درس ریاضی و ۱۵ نفر فقط در حل مسائل درس فیزیک مهارت دارند. حداکثر چند نفر در حل مسائل درس ریاضی مهارت دارند؟

(۴) ۳۵

(۳) ۳۰

(۲) ۲۵

(۱) ۲۰



شکل (۱)

شکل (۲)

شکل (۳)

۲۸۹ با توجه به الگوی زیر، شکل چندم این الگو از ۴۶ پاره خط تشکیل شده است؟

(۲) ۹

(۱) ۸

(۴) ۱۰

(۳) ۷

۲۹۰ در دنباله هندسی $1 + x, x, 1 - x, \dots$ با قدرنسبت مثبت، حاصل $\frac{t_7}{t_5}$ کدام است؟

(۴) $4 - 2\sqrt{2}$

(۳) $3 - 2\sqrt{2}$

(۲) $2 - 2\sqrt{2}$

(۱) $\sqrt{2} - 1$



پاسخنامه تشریحی

۱ یادآوری: عضو تکراری یک مجموعه را، بیش از یک بار نمی نویسیم:

$$\{1, 1, 1, 2, 3, 3, 3\} = \{1, 2, 3\}$$

اگر $x + 2$, $2y - 5$ هر دو برابر با ۱ باشند، مجموعه ی ۲ عضو $\{x + 2, 2y - 5\}$ به یک مجموعه ی تک عضوی با تنها عضو ۱ مبدل می شود. بنابراین:

$$\begin{cases} 2y - 5 = 1 \Rightarrow 2y = 1 + 5 = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow x + y = -1 + 3 = 2 \end{cases}$$

۲ بررسی گزینه ها

(۱) شرط $\frac{a}{b}$ برای اعداد گویا کافی نیست؛ مثلاً $\frac{\sqrt{2}}{3}$ عددی گنگ است اما در این تعریف مجاز شمرده شده است. نمایش ریاضی مجموعه اعداد گویا به شکل $\left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$ است.

(۲) $\mathbb{R} - \mathbb{Z}$ اعداد حقیقی به جز اعداد صحیح را مشخص می کند؛ حال آن که می دانیم اعداد صحیح خودشان گویا نیز هستند.

(۳) $\left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{N} \right\}$ فقط کسرهای با صورت و مخرج مثبت را به عنوان عدد گویا در نظر گرفته که این تعریف ناقص است و بخشی از اعداد مانند $-\frac{2}{5}$ را دربر نمی گیرد.

(۴) $\mathbb{R} - \mathbb{Q}'$ یعنی همه ی اعداد به جز اعداد گنگ یعنی اعداد گویا

۳ مجموعه ی اعداد طبیعی، زیرمجموعه ای از اعداد صحیح و مجموعه ی اعداد صحیح زیرمجموعه ای از اعداد حقیقی است.

۴ بررسی سایر گزینه ها:

(۱) مجموعه ی A شامل عضو $\{1, 6\}$ است، و این عضویت را باید با $\{1, 6\} \in A$ نشان داد نه با $\{1, 6\} \subseteq A$ (نماد \subseteq به معنای زیرمجموعه بودن است).

(۲) باتوجه به آنچه که در گزینه ی ۱ گفتیم، مجموعه ی $\{\{7, 11\}\}$ زیرمجموعه ی A است و برای بیان آن باید از نماد \subseteq استفاده کرد.

(۳) عدد ۷ به تنهایی در مجموعه ی A حضور ندارد، بلکه به همراه عدد ۱۱ $\{\{7, 11\}\}$ یک از عضو از A را تشکیل می دهند.

۵ هرگاه در تعریف یک مجموعه، دقیقاً اشاره نشد که x ها باید از کدام مجموعه انتخاب شوند، مجموعه اعداد حقیقی در نظر گرفته می شود.

۶ الف) مجموعه ی A ، عضوی به صورت a (به تنهایی) ندارد. پس $a \in A$ صحیح نیست.

ب) تهی، زیرمجموعه ی تمام مجموعه هاست.

ج) $\{\{a\}\}$ زیرمجموعه ی A نیست. چون عضوی به صورت $\{a\}$ به تنهایی در A وجود ندارد. پس این رابطه هم صحیح نیست.

د) مثل موارد الف و ج، A عضوی به صورت $\{\emptyset\}$ ندارد. دقت کنید که $\{\emptyset\}$ تهی نیست و به معنای مجموعه ی تک عضوی شامل \emptyset است.

۷ A را این گونه ترجمه می کنیم: اعضای A باید اعداد طبیعی باشند و از طرفی، هر یک از آن ها می بایست برابر با معکوس یک عدد صحیح نیز باشند. تنها عدد صحیح که معکوس آن یک عدد طبیعی است، $K = 1$ است که معکوسش نیز ۱ می شود و عددی طبیعی است. پس: $A = \{1\}$ و یک عضو دارد.



۸ مضارب ۵ اعدادی هستند به فرم $5k$ ، از طرفی می‌دانیم که قرار نیست اعداد مضرب ۵ فقط مثبت باشند و مثلاً -25 نیز مضرب ۵ به شمار می‌رود. بنابراین k باید عددی صحیح باشد. پس گزینه ی ۳ صحیح است.
(گزینه ی ۱ فقط مضارب نامنفی ۵ را مشخص می‌کند.)

۹ بررسی گزینه‌ها: ۱ ۲ ۳ ۴

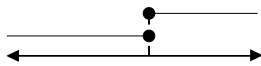
۱) A شامل x هایی است که هم خود حقیقی هستند و هم نصف آن‌ها و می‌دانیم که نصف هر عدد حقیقی، خودش نیز حقیقی است. پس A شامل همه اعداد حقیقی است و تهی نیست.

۲) مجموعه‌ای است که در آن، قرینه اعداد حقیقی، زیررادیكال می‌روند. از آن‌جا که اعداد منفی زیر رادیكال تعریف نشده‌اند، فقط $-x$ هایی در این مجموعه قرار می‌گیرند که نامنفی باشند و این یعنی x ها می‌توانند منفی یا صفر باشد. پس این مجموعه تهی نخواهد بود.
۳) مجموعه C تلاش می‌کند x^2 هایی بسازد که کوچک‌تر یا مساوی با صفر باشند. از آن‌جا که x^2 حتماً عددی نامنفی است، تنها حالت ممکن برای آن $x^2 = 0$ خواهد بود و از آن‌جا $x = 0$ به دست می‌آید. از طرفی باید x عددی طبیعی باشد و $x = 0$ عضو مجموعه‌ی اعداد طبیعی نیست. بنابراین C عضوی نخواهد داشت.

۴) D شامل اعضایی است که خودشان صحیح هستند و قرینه‌شان عددی طبیعی است.
و این یعنی: $D = \{-1, -2, -3, \dots\}$ پس D بی‌شمار عضو دارد.

۱۰ ۱ ۲ ۳ ۴

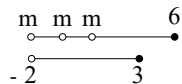
برای تک‌عضوی شدن اشتراک دو بازه، بازه‌ها باید به این شکل باشند:



یعنی پایان بازه‌ی اول، آغاز بازه‌ی دوم باشد؛

$$\frac{a}{2} = \frac{2a-1}{3} \Rightarrow 3a = 4a-2 \Rightarrow a=2$$

$$m \leq 3$$

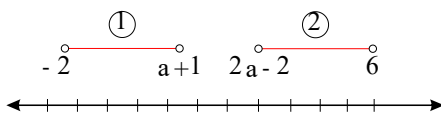


۱۱ ۱ ۲ ۳ ۴ برای برقرار شدن رابطه‌ی فوق، دو بازه باید به شکل

شروع بازه‌ی دوم در بدنه‌ی بازه‌ی اول باشد؛ ثانیاً باید $m < -2$ باشد تا حاصل اشتراک بازه‌ها از -2 آغاز شود (وگرنه باید از آغاز m آغاز شود). بنابراین به $-2 < m \leq 3$ می‌رسیم.

۱۲ ۱ ۲ ۳ ۴

بازه‌ها به این شکل باشند تا عضو مشترکی نداشته باشند:



۱) بازه سمت راست از جایی که بازه اول و پایان می‌پذیرد (به بعد) آغاز شود. یعنی:

$$a+1 \leq 2a-2 \Rightarrow 1+2 \leq 2a-a \Rightarrow 3 \leq a$$

۲) در بازه دوم، شروع بازه از پایان آن کوچک‌تر باشد یا حداکثر با آن مساوی باشد:

$$\xrightarrow{1,2} 3 \leq a \leq 4$$

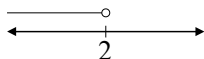
۱۳ ۱ ۲ ۳ ۴ برای آن‌که ۱۱ عضو این بازه باشد، باید نامساوی $11 < 2a+13 \leq 11$ برقرار باشد:

$$(I) \frac{4a-3}{3} \leq 11 \xrightarrow{\times 3} 4a-3 \leq 33 \Rightarrow 4a \leq 36 \xrightarrow{\div 4} a \leq 9$$



$$(II) \quad 11 < 2a + 13 \Rightarrow 11 - 13 < 2a \Rightarrow -2 < 2a \xrightarrow{\div 2} -1 < a \xrightarrow{I, II} -1 < a \leq 9$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴



بازه‌ی $(-\infty, 2)$ را روی محور در نظر بگیرید:

بازه‌ی $\left[\frac{a-6}{2}, +\infty\right)$ باید از $x = 2$ به قبل آغاز شود تا اجتماع هر دو بازه، کل محور اعداد را شامل شود؛ یعنی آغاز آن باید کوچک‌تر یا مساوی ۲ باشد.

$$\frac{a-6}{2} \leq 2 \xrightarrow{\times 2} a-6 \leq 4 \Rightarrow a \leq 10$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵ مجموعه را با اعضایش می‌نویسیم: $A = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$

دقت کنید که x ها باید از مجموعه‌ی \mathbb{Z} انتخاب شوند؛ بنابراین مجموعه‌ی A فقط شامل اعضای صحیح است و این مجموعه، نمایش بازه‌ای ندارد.

نکته: $(-3, 2)$ شامل تمام اعداد حقیقی در بازه‌ی می‌شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶ همه‌ی اعداد حسابی (اعضای \mathbb{W})، گویا هم هستند. بنابراین اگر از \mathbb{W} اعداد گویا را حذف کنیم، تهی می‌شود و تهی مجموعه‌ای متناهی است. در نتیجه گزینه‌ی ۱ صحیح است. بررسی سایر گزینه‌ها:

نامتناهی $\mathbb{R} - \{2\} = Q$

نامتناهی

نامتناهی $Q \cap \mathbb{N} = \mathbb{N}$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷ گزینه‌ها را ببینید:

متناهی $\rightarrow \{2, 3, 5, 7\} =$ مجموعه‌ی اعداد اول یک رقمی ۱)

متناهی \rightarrow مجموعه‌ای که تعداد اعضای آن قابل شمارش است = مجموعه‌ی انسان‌های روی زمین ۲)

متناهی $\rightarrow \{2\}$: مجموعه‌ی اعداد اول زوج ۳)

دقت: تنها عدد اول زوج، ۲ است. اعداد زوج دیگر چون بر ۲ بخش پذیرند، اول نیستند.

نامتناهی $\rightarrow \left\{\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\right\} =$ مجموعه‌ی کسره‌های مثبت با صورت یک ۴)

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸ A را با اعضایش می‌نویسیم: $A = \{1, 2, 3, \dots, n_1, n+1\}$

در نتیجه تعداد اعضای A معلوم و برابر با عدد طبیعی $n+1$ است. پس متناهی است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹ بررسی گزینه‌ها:

۱) می‌دانیم که اعداد بازه‌ی $(0, 1)$ مربعشان از خودشان کوچک‌تر است. از آن‌جا که x باید عددی طبیعی باشد، در بازه‌ی $(0, 1)$ پاسخی نخواهد داشت؛ می‌ماند حالت $x^2 = x$ که فقط به ازاء $x = 0$ و $x = 1$ برقرار است؛ و باز چون x عدد طبیعی است، تنها جواب قابل قبول $x = 1$ خواهد بود. پس:

متناهی است $\rightarrow A = \{1\}$

۲) مجموعه‌ی B سه عضوی و متناهی است.

دقت: در B عضوی به صورت $\{1, 2, 3, \dots\}$ وجود دارد که خودش یک مجموعه‌ی نامتناهی است، اما این مجموعه برای B فقط یک عضو



محسوب می شود.

(۳) تنها $\frac{1}{x}$ هایی که مخرجشان عددی صحیح باشد و خودشان نیز صحیح باشند، $\frac{1}{1}$ و $\frac{1}{-1}$ هستند. پس $C = \{-1, 1\}$ که دو عضوی و متناهی است.

(۴) مجموعه‌ای بی پایان از یک سلسله مجموعه اعداد طبیعی است که هر مجموعه از قبلی، یک عضو بیش تر دارد. پس این مجموعه نامتناهی است.

$$U = \{1, 2, 3, \dots, 19\}$$

مجموعه‌ی مرجع عبارت است از: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

$$\begin{cases} A_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \\ A_2 = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\} \\ A_3 = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\} \end{cases} \Rightarrow A_1 \cup A_2 \cup A_3 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

مجموعه‌های A_1, A_2, A_3 را نیز تشکیل می‌دهیم:

A ۸ عضو دارد. تعداد اعضای متمم آن برابر $19 - 8 = 11$ است.

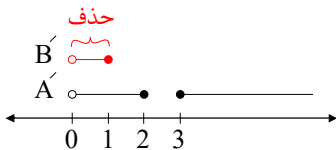
مجموعه‌ی مرجع عبارت است از: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱

از طرفی:

$$A' = (0, +\infty) - (2, 3) = (0, 2] \cup [3, +\infty)$$

$$B' = (0, +\infty) - (1, +\infty) = (0, 1]$$

$A' - B'$ را روی نمودار تعیین می‌کنیم.



$$\Rightarrow A' - B' = (1, 2] \cup [3, +\infty)$$

بررسی گزینه‌ها: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲

(۱) اجتماع هر مجموعه با مجموعه‌ی مرجع، برابر با مجموعه‌ی مرجع است.

(۲) این گزینه، همان تعریف مجموعه‌ی متمم است.

(۳) هر مجموعه با متمم خود، هیچ اشتراکی ندارد. بنابراین حاصل اشتراک، مجموعه‌ی تهی است.

(۴) اعضای A در A' نیستند. بنابراین اگر A را از A' کم کنیم، در A' تغییری حاصل نمی‌شود و $A' - A = A'$.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳

$$A = \{-25, -24, \dots, 24, 25\} \Rightarrow A' = \mathbb{Z} - A = \{\dots, -27, -26\} \cup \{26, 27, \dots\}$$

مشخص است که A' مجموعه‌ای نامتناهی است. اجتماع یک مجموعه‌ی نامتناهی با هر مجموعه‌ی دیگر (اعم از نامتناهی و متناهی)، مجموعه‌ای نامتناهی خواهد بود. بنابراین گزینه‌های ۲ و ۴ نامتناهی هستند. و اما گزینه‌ی ۱:

$$A \cap B' = A - B$$

و این یعنی تعداد قابل شمارشی از اعضا، باید از A حذف شوند و این نامتناهی بودن A را نقض نمی‌کند.

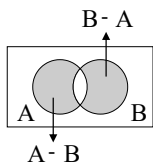
۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴

$$A - B = A \cap B'$$

$$A \cap (A - B) = A \cap (A \cap B') = \overbrace{A \cap A}^A \cap B' = A \cap B' = A - B$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵



A و B را روی نمودار ون ببینید: $A - B$ و $B - A$ هیچ عضو مشترکی ندارند، پس وقتی $B - A$ را از $A - B$ کم می کنیم، چیزی از $A - B$ کم نمی شود و $A - B$ تغییری نمی کند.

$$(A - B) - (B - A) = A - B$$

در نتیجه:

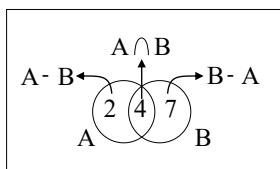
از طرفی:

$$(A \cap B') - (B - A) = (A - B) - (B - A) = A - B$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

$$\begin{aligned} (A \cup (A \cap B))' \cap ((B \cap A) \cup \underbrace{B \cap A'}_{\overline{M}}) &= (A' \cap (A \cap B)') \cap (B \cap \underbrace{(A \cup A')}_M) \\ &= (\underbrace{A'}_{\overline{B}} \cap (\underbrace{A \cup B'}_{\overline{B}})) \cap \underbrace{B}_{\overline{B}} = A' \cap (A' \cup B') \cap B \\ &= A' \cap ((A' \cup B') \cap B) = A' \cap ((A' \cap B) \cup \underbrace{(B' \cap B)}_{\emptyset}) \\ &= A' \cap (A' \cap B) = (\underbrace{A'}_{\overline{A}} \cap B) = A' \cap B = A' - B' \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷ با توجه به نمودار ون:



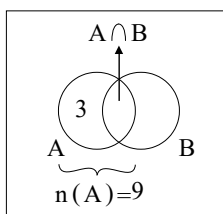
$$\rightarrow n(A \cup B) = 2 + 4 + 7 = 13$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

اگر مجموعه افرادی که برای المپiad ریاضی ثبت نام کرده اند را A و مجموعه افرادی که برای المپiad کامپیوتر ثبت نام کرده اند را B بنامیم آنگاه:

$$24 = 12 + 16 - n(A \cap B) \Rightarrow 24 = 28 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 4$$

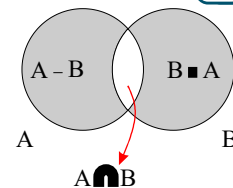
۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹ با توجه به نمودار ون:



$$\rightarrow n(A \cap B) = 9 - 3 = 6$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰



$$\Rightarrow n((A - B) \cup (B - A)) = n(A - B) + n(B - A) - n((B - A) \cap (A - B)) = 12 + 13 - 0 = 25$$

مجموعه $A - B$ شامل اعدادی است که مضارب ۶ باشند و مضرب ۴ نباشند و از طرفی دو رقمی طبیعی نیز باشند: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۱

$$A - B = \{18, 30, 42, 54, 66, 78, 90\} \Rightarrow n(A - B) = 7$$

در این مسئله مجموعه‌ی مرجع، مجموعه‌ی اعضای باشگاه است. $n(U) = 43$ ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۲

از طرفی:

$$n(\text{فوتسال} \cup \text{فوتبال}) = n(\text{فوتسال}) + n(\text{فوتبال}) - \underbrace{n(\quad \cap \quad)}_{\text{تعداد شرکت کنندگان هر دو رشته}} = 23 + 27 - 16 = 34$$

پس در مجموع ۳۴ نفر در تمرین‌ها شرکت می‌کنند و تعداد افرادی که در هیچ تمرینی حضور ندارند، برابر $43 - 34 = 9$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۳

$$A_1 = \{m \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq m \leq 7\} = \{-1, 0, \dots, 7\}$$

$$A_7 = \{m \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq m \leq 6\} = \{-2, -1, \dots, 6\}$$

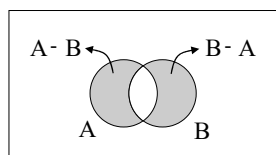
.

.

$$A_8 = \{-8, -7, \dots, 0\}$$

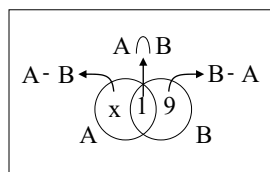
$$\left. \begin{array}{l} \bigcap_{i=1}^8 A_i = \{-8, -7, -6, \dots, 5, 6, 7\} \Rightarrow \text{تعداد اعضا} = 16 \\ \bigcap_{i=1}^8 A_i = \{-1, 0\} \Rightarrow \text{تعداد اعضا} = 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} (-) \\ \longrightarrow \text{تعداد اعضای باقی مانده} = 14 \end{array}$$

با توجه به نمودار ون: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۴



$$n((A - B) \cup (B - A)) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 27 - 8 = 19$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۵





$$n(B \cap A') = n(B - A) = 9$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = x + 1 + 9 \Rightarrow 17 = x + 10 \Rightarrow x = n(A - B) = 7$$

اولین شکل ۴ چوب کبریت دارد و بعدی ۳ چوب کبریت بیش تر دارد و این الگو در حال تکرار شدن است. پس عدد

۳ در حال اضافه شدن به شکل قبلی و تولید شکل جدید است. در شکل n ام به تعداد $n - 1$ گروه ۳ تایی چوب کبریت به شکل اول اضافه شده

است. یعنی تعداد چوب کبریت های شکل n ام، $3(n - 1) + 4$ است:

$$n = 25 \Rightarrow \text{تعداد چوب کبریت های شکل } 25 \text{ ام} = 4 + (25 - 1) \times 3 = 4 + 24 \times 3 = 4 + 72 = 76$$

شکل اول ۴ گلوله دارد و در شکل های بعدی، به هر کدام ۴ گلوله نسبت به شکل قبل اضافه می شود. بنابراین:

$$\text{تعداد گلوله های شکل } n \text{ ام} = 4 + (n - 1) \times 4 = 4 + 4n - 4 = 4n$$

تعداد هریک از دایره های هر شکل برابر با n^2 است. (n : شماره ی هر شکل) پس:

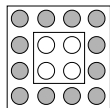
$$\text{تعداد دایره های شکل دهم} = 10^2 = 100$$

تعداد دایره های هر شکل برابر با شماره ی شکل به علاوه یک است، یعنی $(n + 1)^2$

$$\text{تعداد دایره های شکل دوازدهم} = (12 + 1)^2 = 13^2 = 169$$

تعداد دایره های رنگی در هر شکل برابر است با تعداد کل دایره های (یعنی $(n + 1)^2$) منهای تعداد دایره هایی که

یک مربع به ضلع $(n - 1)$ در وسط شکل تشکیل می دهند. یعنی:



$$\text{تعداد دایره های رنگی} = (n + 1)^2 - (n - 1)^2 = n^2 + 2n + 1 - (n^2 - 2n + 1)$$

$$= n^2 + 2n + 1 - n^2 + 2n - 1 = 4n$$

$$\Rightarrow \text{تعداد دایره های رنگی در شکل سی ام} = 4 \times 30 = 120$$

جمله ی عمومی این الگو عبارت است از $t_n = \frac{n^2}{2} + 1$ ($n \geq 2$)، بنابراین:

$$t_{14} = \frac{14^2}{2} + 1 = \frac{196}{2} + 1 = 98 + 1 = 99$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۲

$$a_n = b_n \Rightarrow \frac{1}{n^2 + 9} = \frac{1}{n} \Rightarrow n^2 + 3n = n^2 + 9 \Rightarrow 3n = 9 \Rightarrow n = 3$$

t_n زمانی عدد صحیح است که صورت آن بر مخرج آن بخش پذیر باشد. از آن جا که ۲۳ عددی اول است، فقط دو

شمارنده طبیعی ۱ و ۲۳ را دارد و می دانیم که $-1, -23$ نیز شمارنده های صحیح آن هستند. پس $2n + 1$ اگر چهار مقدار

$1, 23, -1, -23$ را اختیار کند، حاصل t_n عددی صحیح خواهد بود:

n عددی طبیعی نیست و غیرقابل قبول است.

$$2n + 1 = 23 \Rightarrow 2n = 22 \Rightarrow n = 11$$

$$2n + 1 = -1 \Rightarrow 2n = -2 \Rightarrow n = -1$$
 n عددی طبیعی نیست و غیرقابل قبول است.



n عددی طبیعی نیست و غیر قابل قبول است. $2n + 1 = -23 \Rightarrow 2n = -24 \Rightarrow n = -12$

پس فقط یک جمله صحیح دارد و آن هم جمله ۱۱ ام آن است.

۴۴ ۱ ۲ ۳ ۴ راه اول: نامعادله ی $t_n < 0$ را حل می کنیم:

$$\frac{\quad}{2n - 5} < 0 \Rightarrow \begin{cases} 2n - 5 = 0 \Rightarrow n = \frac{5}{2} \end{cases}$$

n	3	5/2
n+3	■ 0 + +	
5n-2	■ 0 +	
n+3	+ 0 ■ +	
5n-2		تعریف نشده

پس مجموعه ی جواب نامعادله عبارت است از: $(-\frac{5}{2}, 3)$ اما از آن جا که n فقط می تواند مقادیر طبیعی داشته باشد، مقادیر $n = 1, n = 2$

برای آن به دست می آیند. پس این دنباله دو جمله منفی دارد.

راه دوم: صورت کسر عددی مثبت است. مخرج به ازای $n = 1, n = 2$ منفی است و از $n = 3$ به بعد، $2n$ بزرگ تر از ۵ است و حاصل مخرج نیز مثبت می شود و t_n را مثبت می کند. پس جملات منفی، فقط ، هستند.

۴۵ ۱ ۲ ۳ ۴ جمله مشترک یعنی جمله ای که در معادله $a_n = b_n$ صدق کند.

$$\Rightarrow \frac{\quad}{n+1} = \frac{\quad}{\quad}$$

طرفین وسطین

$$\rightarrow n^2 + 3n - 18 = n^2 - n - 2 \Rightarrow 3n + n = 18 - 2 \Rightarrow 4n = 16 \Rightarrow n = 4$$

حال با استفاده از $n = 4$ مقدار جمله مشترک را محاسبه می کنیم:

$$a_4 = \frac{\quad}{4+1} = \frac{\quad}{5} \quad b_4 = \frac{\quad}{4+6} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

۴۶ ۱ ۲ ۳ ۴ جمله ی عمومی دنباله ی حسابی $= \quad + (n-1)d$

از آن جا که دنباله ی حسابی یک الگوی خطی است، جمله ی عمومی آن به صورت $t_n = an + b$ است؛ یعنی بر حسب متغیر n از درجه ی اول است. بنابراین ضریب جمله ی n^2 باید صفر باشد:

$$n^2 \text{ ضریب } = m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2$$

پس t_n برابر است با:

$$t_n = -n + 1 \Rightarrow \quad = n + 1$$

حال جمله ی هفتم را به دست می آوریم:

$$t_7 = 7 + 1 = 8$$

۴۷ ۱ ۲ ۳ ۴

جمله ی عمومی دنباله ی حسابی $t_n = a_1 + (n-1)d$

$$\quad = 10 \Rightarrow (\quad + 19d) - (\quad + 14d) = 10$$

$$= 19d - 14d = 10 \Rightarrow 5d = 10 \rightarrow d = 2$$

حال $a_{31} - a_{22}$ را محاسبه می کنیم:

$$a_{31} - a_{22} = (a_1 + 30d) - (a_1 + 21d) = a_1 + 30d - a_1 - 21d = 9d = 9 \times 2 = 18$$

۴۸ ۱ ۲ ۳ ۴ معنی رابطه ی $a_n = a_{n-1} + 4$ آن است که هر جمله از اضافه شدن عدد ثابت ۴ به جمله قبلی به دست می آید.

پس قدرنسبت برابر ۴ است؛ جمله ی اول هم برابر ۲- است. جمله ی عمومی را تشکیل می دهیم:



$$t_n = t_1 + (n - 1)d = -2 + (n - 1) \times 4 = -2 + 4n - 4 = 4n - 6$$

$$t_{10} = 4 \times 10 - 6 = 34$$

جمله ی دهم:

نسبت جمله ی دهم به قدرنسبت:

$$d = \frac{34}{4} = \frac{17}{2} = 8.5$$

جمله ی اول دنباله ی ۳ و قدرنسبت دنباله ی حسابی برابر با: $d = 7 - 3 = 4$ است. جمله ی عمومی را تشکیل می

دهیم:

$$t_n = a_1 + (n - 1) \times 4 \Rightarrow t_n = 3 + 4n - 4 \Rightarrow t_n = 4n - 1$$

حال نامعادله ی $t_n < 100$ را حل می کنیم:

$$4n - 1 < 100 \Rightarrow 4n < 101 \xrightarrow{\div 4} n < \frac{101}{4} \Rightarrow n < 25.25 \Rightarrow n \leq 25$$

n های طبیعی کم تر از 25.25 عبارتند از:

$$n = 1, 2, 3, \dots, 25$$

پس این دنباله ی ۲۵ جمله ی کوچک تر از ۱۰۰ دارد.

نکته: در هر دنباله ی حسابی، ضریب n در جمله ی عمومی، قدرنسبت دنباله است.

جمله ی پانزدهم در این دنباله عبارت است از:

$$t_{15} = d \times 15 + 1 = 15d + 1$$

اگر قدرنسبت را دو برابر کنیم، دنباله ی جدیدی به صورت زیر ساخته می شود:

$$t'_n = (2d)n + 1$$

و در این دنباله ی جدید، جمله ی پانزدهم برابر است با:

$$t'_{15} = (2d)15 + 1 = 30d + 1$$

اختلاف این دو مقدار برابر است با:

$$t'_{15} - t_{15} = (30d + 1) - (15d + 1) = 15d$$

دنباله ی حسابی به فرم مقابل خواهد بود:

$$32, \dots, 84$$

$$\Rightarrow 32 + 4d = 84 \Rightarrow 4d = 52 \Rightarrow d = \frac{52}{4} = 13$$

$$\Rightarrow 32, \dots, 84$$

$$مجموع سه جمله: 45 + 58 + 71 = 174$$

دنباله ی جملات مشترک عبارت است از: ۳, ۹, ۱۵, ...

جمله ی اول این دنباله ی ۳ و قدرنسبت آن ۶ است. جمله ی عمومی را تشکیل می دهیم:

$$t_n = a_1 + (n - 1)d = 3 + (n - 1) \times 6 = 3 + 6n - 6 \Rightarrow t_n = 6n - 3$$

$$t_{20} = 6 \times 20 - 3 = 120 - 3 = 117$$



۵۳) دنباله‌ی حسابی یک الگوی خطی است و جمله‌ی عمومی آن به شکل $t_n = an + b$ (یعنی برحسب n از درجه‌ی ۱) است. پس تنها گزینه‌ی ۲ صحیح است.

۵۴) مجموعه‌ی A شامل اعضایی است که هم طبیعی هستند و هم مجذور آنها از ۱۰۰ کوچکتر است؛ پس A عبارتست از: $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

اگر \mathbb{N} را مرجع بدانیم، A' برابر است با مجموعه‌ای شامل اعضای \mathbb{N} که در A نیستند؛ یعنی:

$$A' \{10, 11, 12, \dots\} = \{x \in \mathbb{N} | x > 9\}$$

دقت: $x > 9$ در مجموعه اعداد طبیعی، یعنی اعداد طبیعی پس از ۹، یعنی از ۱۰ به بعد (و خود ۱۰)

۵۵) ۱) از هر نقطه به‌شمار خط راست می‌گذرد، بنابراین مجموعه خطوط گذرنده از نقطه‌ای به مختصات $(0, 2)$ نامتناهی است.

۲) تعداد اعداد اول بین ۱۰۰ تا ۱۰۰۰۰۰۰ معلوم و برابر با یک عدد حسابی است؛ پس یک مجموعه متناهی را تشکیل می‌دهند.

۳) بین هر دو عدد حقیقی، به‌شمار عدد حقیقی وجود دارد. (به نقاط روی محور اعداد که بین ۱ و ۲ وجود دارند، فکر کنید).

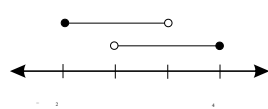
۴)

$$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, \dots\} \quad \Rightarrow \quad \mathbb{Z} - \mathbb{W} = \{\dots, -3, -2, -1\}$$

پس نامتناهی است.

دقت: برای متناهی بودن یک مجموعه، فقط کافیست که تعداد اعضای آن قابل شمارش باشد؛ حتی اگر شمارش آن مشکل باشد یا تعداد اعضای آن زیاد باشد.

۵۶) ۱) ۲) ۳) ۴) برای آنکه اشتراک بازه‌های $(b, 4]$ و $[-2, a)$ برابر با $\left(-\frac{2}{3}, 1\right)$ باشد، باید روی محور چنین وضعیتی داشته باشند:



بنابراین اشتراک آنها (b, a) است:

$$(b, a) = \left(-\frac{2}{3}, 1\right) \Rightarrow \begin{cases} b = -\frac{2}{3} \\ a = 1 \end{cases}$$

$$(-2a - 1, b) = (-2 \times 1 - 1, -\frac{2}{3}) = (-3, -\frac{2}{3})$$

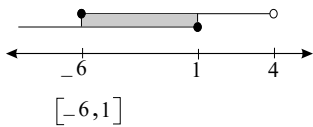
$$(b - a) = \left(-\frac{2}{3}, 1\right)$$

$$(-2a - 1, b) \cup (b, a) = (-3, -\frac{2}{3}) \cup \left(-\frac{2}{3}, 1\right)$$

$$= (-3, 1) - \left\{-\frac{2}{3}\right\}$$

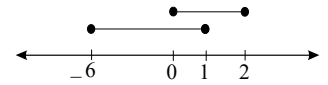
پس:

۵۷) ابتدا حاصل $(-\infty, 1] \cap [-6, 4]$ را با استفاده از محور بدست می‌آوریم:



حال، اعضای بازه $[0, 2]$ را از این بازه کم می‌کنیم:

$$[-6, 1] - [0, 2] = [-6, 0)$$



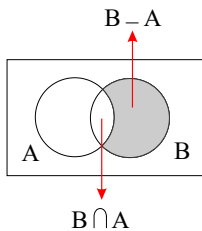
باز هم استفاده از محور، بهترین راه حل است.

دقت: چون خود صفر را از بازه $[-6, 1]$ خارج کرده‌ایم، جای خالی آن باقیمانده و انتهای بازه، باز است.

باید تعداد اعضای مجموعه $(A \cup B)'$ را بیابیم؛ یعنی متمم $A \cup B$ را؛ برای این کار تعداد اعضای $A \cup B$ را تعیین می‌کنیم و اختلاف آن را از ۱۰۰ (تعداد اعضای مرجع) بدست می‌آوریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

در این رابطه: $n(A)$ و $n(B)$ معلوم است؛ می‌ماند $n(A \cap B)$ که برای آن داریم:



$$\Rightarrow 50 = 70 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 70 - 50 = 20$$

$$n((A \cup B)') = n(u) - n(A \cup B) = 100 - 95 = 5$$

طبق فرض داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۹

$$\begin{cases} \frac{1}{3}n(A) = n(A \cap B) \xrightarrow{\times 3} n(A) = 3n(A \cap B) \\ \frac{2}{5}n(B) = n(A \cap B) \xrightarrow{\times \frac{5}{2}} n(B) = \frac{5}{2}n(A \cap B) \end{cases}$$

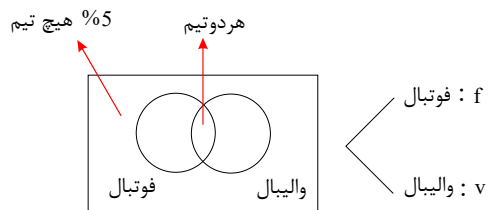
$$\Rightarrow 3n(A \cap B) + \frac{5}{2}n(A \cap B) - n(A \cap B) = 45$$

$$\Rightarrow \left(3 + \frac{5}{2} - 1\right) \times n(A \cap B) = 45 \Rightarrow \frac{9}{2}n(A \cap B) = 45 \xrightarrow{\times \frac{2}{9}} n(A \cap B) = \frac{2}{9} \times 45 = 10$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۶۰

به نمودار ون توجه کنید:



۱ ۲ ۳ ۴ ۶۱

(a) دقت کنید که شکل مستطیل است $محیط\ شکل = 2 \times 5 + 2 \times 1,5x = 10 + 3x$

(b) $محیط\ شکل = 1,5x + (x + 2) + (x + 2) + 1,5x + x = 6x + 4$

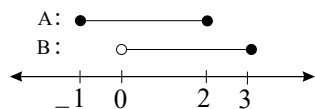
حکم مسئله: $محیط\ شکل\ (b) > محیط\ شکل\ (a) \Rightarrow 10 + 3x > 6x + 4 \Rightarrow 10 - 4 > 6x - 3x$

$$\Rightarrow 3x < 6 \xrightarrow{\div 3} x < 2$$

اما: x ها باید مثبت باشند که طول ضلع منفی تولید نکنند. پس: $0 < x < 2$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۲

بازه ها را روی محور نمایش می دهیم و گزینه ها را بررسی می کنیم:



۱) $A \cup B = [-1, 3]$

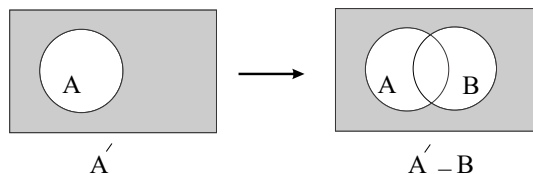
۲) $B - A = (2, 3]$

۳) $B \cap A = (0, 2]$

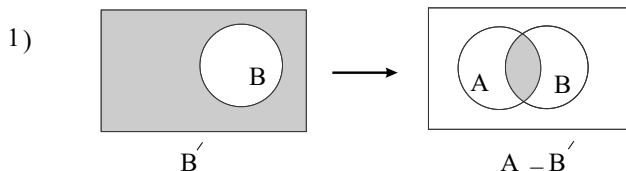
۴) $A - B = [-1, 0]$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۳

مجموعه $A' - B$ را روی نمودار ون ببینید:

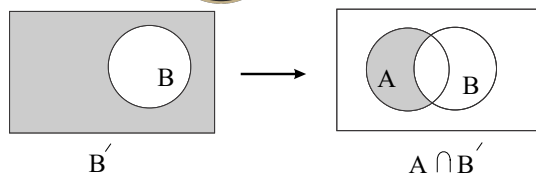


حالا گزینه ها را روی نمودار ون بررسی می کنیم:

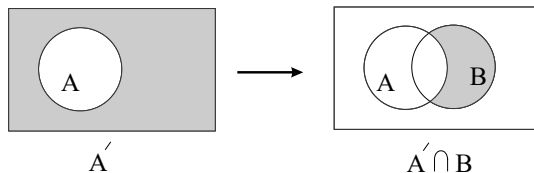




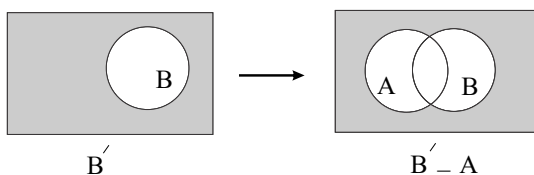
2)



3)



4)



بنابراین: $(A \cup B)' = A' \cap B'$ می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۶۴

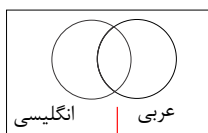
$$n((A \cup B)') = n(A' \cap B')$$

حال $A' \cap B'$ را بدست می‌آوریم:

$$\cap = \{5, 6, 7, 8\} \cap \{7, 8, 9, 10\} = \{7, 8\}$$

$$\Rightarrow n(A' \cap B') = n((A \cup B)') = 2$$

۶۵ ۱ ۲ ۳ ۴ دانش‌آموزانی که هر دو زبان را می‌خوانند، کسانی هستند که در ناحیه مشترک بین دو مجموعه زیر حضور دارند.



6 نفر = کسانی که هیچ زبانی را نمی‌خوانند

پس تعداد آنها را برابر با x قرار می‌دهیم و در آخر x را محاسبه می‌کنیم: E : انگلیسی

A : عربی

پس تعداد کسانی که لااقل یکی از دو زبان را می‌خوانند $34 = 40 - 6$ نفر خواهد بود؛ یعنی:

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۶

$$\frac{3}{r} \quad t_1 = 2 \quad \rightarrow t_1 r = 6 \rightarrow 2r = 6 \Rightarrow r = 3$$

$$\frac{6}{r} = \frac{6}{3} = t_1 r = 2 \times 3 = 6$$



$$x^2 = 2 \times \frac{1}{2} = 1 \quad \text{مربع جمله‌ی دوم باید برابر با حاصل ضرب جملات اول و سوم باشد: } 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 67$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 \end{cases}$$

از آن جا که دنباله‌ی نزولی نیست، x نمی‌تواند ۱ باشد پس $x = -1$ است که یک دنباله‌ی یک در میان مثبت و منفی تشکیل می‌دهد:

در این صورت قدرنسبت $-\frac{1}{2}$ خواهد بود. حال دنباله را تکمیل می‌کنیم:

$$2, -1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, -\frac{1}{16}, \dots \Rightarrow \text{مجموع ۶ جمله‌ی اول} = 2 + (-1) + \frac{1}{2} + (-\frac{1}{4}) + \frac{1}{8} + (-\frac{1}{16}) = \frac{21}{16}$$

1 2 3 4 68

$$\frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{+ \quad + \quad + \quad + \quad +}{+ \quad +}$$

$$\frac{r=2}{t_1 + 2t_1 + 4t_1 + 8t_1 + 16t_1 + 32t_1} = \frac{63t_1}{7t_1} = \frac{63}{7} = 9$$

1 2 3 4 69

$$\begin{matrix} \times r & \times r & \times r & \times r & \times r \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 3 & & & & \\ 2, & \dots, & \dots, & \dots, & \dots, 48 \end{matrix}$$

دنباله‌ی حاصل به صورت مقابل است: $2, \dots, \dots, \dots, \dots, 48$

$$48 = \frac{3}{2} \times r^5 \Rightarrow r^5 = \frac{48}{3} = \frac{2 \times 48}{3} = 32 \Rightarrow r = 2$$

$$\text{جمله‌ی سوم} = t_3 = t_1 r^2 = \frac{3}{2} \times 2^2 = 3 \times 2 = 6$$

1 2 3 4 70

$$= 8 \Rightarrow \times \times = 8 \times \times$$

$$\Rightarrow \cancel{t_1^6} r^6 = 8 \cancel{t_1^6} r^{15} \Rightarrow r^6 = 8r^{15} \Rightarrow \frac{r^6}{r^{15}} = 8 \Rightarrow \frac{1}{r^9} = 8$$

$$\sqrt[9]{\frac{1}{r}} = \sqrt[9]{8} = \sqrt[9]{2^3} \Rightarrow \frac{1}{r} = \sqrt[3]{2} \Rightarrow r = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

1 2 3 4 71

$$+ = 1 \Rightarrow + = 1 \Rightarrow (1 +) = 1$$

$$+ + + = + r + + = (1 + r + +)$$

$$= ((1 +) + (r +)) = ((1 +) + r(1 +))$$

$$= \underbrace{(1 +)}_1 (1 + r) = 1 + r = 3 \Rightarrow r = 2$$



$$t_1 + t_p = 1 \Rightarrow t_1 + t_1 \times r^p = 1 \xrightarrow{r=2} t_1 + 4t_1 = 1 \Rightarrow 5t_1 = 1 \Rightarrow t_1 = \frac{1}{5}$$

$$t_1 + t_p + t_p + t_p + t_p + t_p = \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{4}{5} + \frac{8}{5} + \frac{16}{5} + \frac{32}{5} = \frac{63}{5} = 12.6$$

هندسی، مربع جمله‌ی وسط برابر است با حاصل ضرب جملات طرفین: جملات t_1, t_9, t_{49} از دنباله‌ی حسابی با هم یک دنباله‌ی هندسی تشکیل داده‌اند و می‌دانیم که در هر دنباله‌ی

$$t_9^2 = t_1 \times t_{49} \Rightarrow (t_1 + 8d)^2 = t_1 \times (t_1 + 48d)$$

$$\Rightarrow t_1^2 + 16t_1d + 64d^2 = t_1^2 + 48t_1d \Rightarrow 64d^2 = 32t_1d$$

$$\xrightarrow{\div 32d} 2d = t_1 \Rightarrow \begin{cases} t_9 = t_1 + 8d = 2d + 8d = 10d \\ \quad \quad \quad = \quad + 48 \quad = 2d + 48d = 50d \end{cases}$$

$$\text{دنباله هندسی: } 2d, 10d, 50d, \dots : \frac{10d}{2d} = \frac{10d}{2d} = 5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۳

$$(\mathbb{Z} - \mathbb{W})' = \{0, 1, 2, \dots\}$$

$$\mathbb{N}' = \{\dots, -2, -1, 0\} : \text{با فرض مرجع بودن}$$

$$\Rightarrow (\mathbb{Z} - \mathbb{W})' \cap \mathbb{N}' = \{0, 1, 2, \dots\} \cap \{\dots, -2, -1, 0\} = \{0\}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۴ در مورد الگوی خطی دو چیز می‌دانیم:

۱- جمله عمومی آن به صورت $t_n = an + b$ است.

۲- اختلاف دو جمله‌ی متوالی آن، عددی ثابت است.

حال تعداد جملات هریک از گزینه‌ها را می‌نویسیم و اختلاف جملات متوالی آن‌ها را به دست می‌آوریم:

۱) $\begin{matrix} +7 & +9 \\ \swarrow & \searrow \\ 5, & 12, & 21, \dots \end{matrix}$ غیرخطی

۲) $\begin{matrix} +4 & +8 \\ \swarrow & \searrow \\ 1, & 5, & 13, \dots \end{matrix}$ غیرخطی

۳) $\begin{matrix} +5 & +9 \\ \swarrow & \searrow \\ 1, & 6, & 15, \dots \end{matrix}$ غیرخطی

۴) $\begin{matrix} +4 & +4 \\ \swarrow & \searrow \\ 4, & 8, & 12, \dots \end{matrix}$ خطی

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۵ دنباله t_n را برای تعداد کاشی‌های تیره می‌نویسیم:

$$\begin{matrix} +2 & +2 \\ \swarrow & \searrow \\ 6, & 8, & 10, \dots \end{matrix}$$

چون این یک الگوی خطی است (به دلیل برابر بودن قدر نسبت)، جمله عمومی آن $t_n = an + b$ است. حال a و b را به دست می‌آوریم:

$$t_1 = 6 \Rightarrow a \times 1 + b = 6 \Rightarrow a + b = 6 \Rightarrow \begin{cases} a + b = 6 \\ 2a + b = 8 \end{cases}$$

$$t_2 = 8 \Rightarrow a \times 2 + b = 8 \Rightarrow 2a + b = 8$$

$$-a = -2 \Rightarrow a = 2$$

$$a + b = 6 \xrightarrow{a=2} 2 + b = 6 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow t_n = 2n + 4$$

حالا ببینیم که در کدام مرحله، تعداد کاشی‌های تیره، ۷۲ تا می‌شود:

$$t_n = 72 \Rightarrow 2n + 4 = 72 \Rightarrow 2n = 68 \Rightarrow n = 34$$



از طرفی: دنباله t'_n را به عنوان تعداد کاشی های سفید در نظر می گیریم:

$$t'_n : 1, 2, 3, \dots$$

به سادگی معلوم است که $t'_n = n$ است؛ و می دانیم که مرحله ۳۴ ام، مورد سؤال مسئله است. پس: $t'_{۳۴} = ۳۴$

۷۶ یادآوری ۱: اگر $A \subseteq B$ ، آن گاه اجتماع آن ها برابر با B و اشتراکشان برابر با A است.

۷۷ یادآوری ۲: $A - B = A \cap B'$ (این طوری تفاضل را با اشتراک بیان می کنیم).

$$((A \cup B) - C)' \stackrel{A \cup B = B}{=} (B - C)' = (B \cap C')'$$

$$\stackrel{B \subset C'}{=} (B)' = B'$$

$$\Rightarrow n((A \cup B) - C)' = n(B') = n(V) - n(B) = ۳۰ - ۶ = ۲۴$$

۷۷ تعداد دایره های مشکی، دنباله ای به صورت زیر تشکیل می دهند:

$$\begin{array}{c} +۴ +۴ \\ \curvearrowright \quad \curvearrowright \\ ۷, ۱۱, ۱۵, \dots \end{array}$$

چون اختلاف هر دو جمله متوالی ۴ است، یک الگوی خطی داریم و می دانیم که جمله عمومی آن به صورت $t_n = an + b$ است. حال به کمک دنباله فوق، a و b را می یابیم:

$$t_1 = ۷ \Rightarrow a \times 1 + b = ۷ \Rightarrow a + b = ۷$$

$$= ۱۱ \Rightarrow a \times ۲ + b = ۱۱ \Rightarrow ۲a + b = ۱۱$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -۲a - b = -۱۱ \\ -a = -۴ \Rightarrow a = ۴ \end{cases}$$

$$a = ۴$$

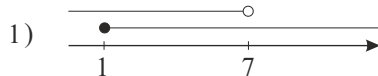
$$a + b = ۷ \rightarrow ۴ + b = ۷ \Rightarrow b = ۳$$

$$\Rightarrow t_n = ۴n + ۳$$

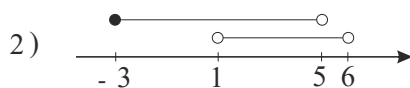
حال ببینیم که در کدام مرحله، تعداد آن ها به ۱۰۳ می رسد:

$$t_n = ۱۰۳ \Rightarrow ۴n + ۳ = ۱۰۳ \Rightarrow ۴n = ۱۰۰ \Rightarrow n = ۲۵$$

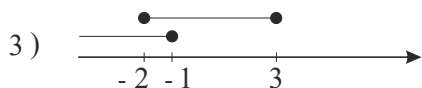
۷۸ حاصل هر گزینه را به کمک محور بدست می آوریم:



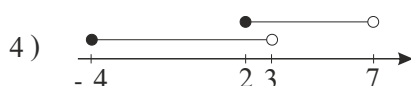
اشتراک دو بازه



$$[-۳, ۵) - (۱, ۶) = [-۳, ۱]$$



اجتماع دو بازه



$$[-۴, ۳) - [۲, ۷) = [-۴, ۲)$$

۷۹ جمله ی عمومی یک الگوی خطی به صورت $t_n = a_n + b$ است:

$$t_۳ = ۷ \Rightarrow a \times ۳ + b = ۷ \Rightarrow ۳a + b = ۷$$

$$t_۷ = ۳ \Rightarrow a \times ۷ + b = ۳ \Rightarrow ۷a + b = ۳ \Rightarrow \begin{cases} ۳a + b = ۷ \\ ۷a + b = ۳ \end{cases}$$

$$\underline{۴a = -۴ \Rightarrow a = -۱}$$



$$3a + b = 7 \xrightarrow{a=-1} -3 + b = 7 \Rightarrow b = 10$$

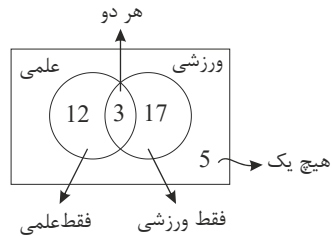
پس t_n به صورت زیر به دست می آید:

$$t_n = -n + 10$$

حال نامعادله $t_n > 0$ را حل می کنیم:

$$t_n > 0 \Rightarrow -n + 10 > 0 \Rightarrow n < 10 \Rightarrow n \in \{1, 2, 3, 4, \dots, 9\}$$

نمودار زیر را برای این مسئله رسم می کنیم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۸۰)



$$\text{کل کلاس} = 12 + 3 + 17 + 5 = 37$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۸۱)

$$n \in (3n - 14, 5n + 16] \Rightarrow 3n - 14 < n \leq 5n + 16$$

باید دو نامعادله زیر هم زمان برقرار باشند:

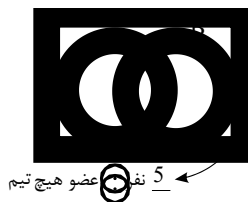
$$\left. \begin{array}{l} 2) \ n \leq 5n + 16 \Rightarrow -4n \leq 16 \xrightarrow{\div (-4)} x \geq -4 \\ \text{اشتراک} \end{array} \right\} \longrightarrow -4 \leq n < 7$$

اعداد صحیح موجود در بازه فوق عبارتند از:

$$-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$$

پس تعداد آن ها ۱۱ تا است.

(۱) (۲) (۳) (۴) (۸۲)



$$\begin{array}{ll} \text{فوتبال :} & B : \text{بسکتبال} \\ n(A) = 11 & n(B) = 15 \\ \text{کل کلاس} & -5 = 25 - 5 = 20 \end{array}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - \underbrace{\hspace{2cm}}_{\text{تعداد اعضای هر دو تیم}} \Rightarrow 20 = 15 + 11 - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 15 + 11 - 20 = 6$$

$$\begin{array}{c} +5 \quad +5 \\ \curvearrowright \quad \curvearrowright \\ 6, 11, 16, \dots \end{array}$$

این یک الگوی خطی (دنباله حسابی) با قدر نسبت ۵ است و می دانیم که جمله عمومی دنباله حسابی عبارتست از:

$$t_n = 5n + b : \text{یعنی } t_n = an + b$$

$$t_1 = 5 \times 1 + b = 6 : \text{برای محاسبه } b, \text{ جمله اول را در } t_n \text{ قرار می دهیم}$$

$$\Rightarrow b = 6 - 5 = 1 \Rightarrow t_n = 5n + 1$$

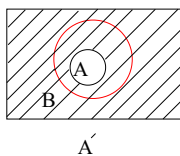
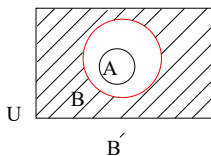
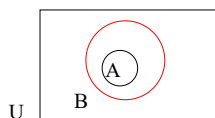
و مرحله ی دهم عبارتست از:



$$t_{10} = 5 \times 10 + 1 = 51$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۴

$A \subseteq B \subseteq U$ را روی نمودار ون ببینید:



نمودار A' و B' عبارتست از:

A' همه ی B' را در بر گرفته است. پس $B' \subseteq A'$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۵ گزینه ها را ببینید: الف) دو مجموعه ی متناهی، تعداد اعضای قابل شمارش دارند. پس تعداد اعضای اجتماع آنها نیز قابل شمارش است و متناهی است.

ب) اشتراک یک مجموعه ی متناهی با یک مجموعه ی نامتناهی، حداکثر می تواند به اندازه ی تمام مجموعه ی متناهی باشد. پس متناهی است و این گزینه نادرست است.

پ) این جمله به مضارب مشترک ۵ و ۷ اشاره دارد؛ یعنی مضارب ۳۵ و مجموعه مضارب ۳۵ نامتناهی است. پس این گزینه نیز نادرست است. ت) اگر از مجموعه ای متناهی مثل A ، مجموعه ای نامتناهی مثل B را کم کنیم، حاصل این کار مجموعه ای است که زیرمجموعه A است و نمی تواند نامتناهی باشد. پس این گزینه نیز نادرست است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۶ مجموعه های M ، A و B' را با اعضایشان می نویسیم:

$$A = \{1, 2, 3, \dots, 15\} \Rightarrow = \{16, 17, 18, \dots, 50\}$$

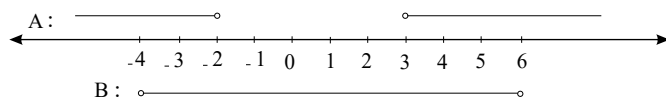
$$= \{1, 2, 3, \dots, 24\} \Rightarrow B = \{25, 26, \dots, 50\}$$

$$\Rightarrow A' - B = \{16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24\}$$

و اینها اعدادی هستند که جذر آنها از ۴ بیشتر یا مساوی و از ۵ کمتر است. یعنی: $4 \leq \sqrt{x} < 5$

$$\Rightarrow A' - B = \{x | x \in M, 4 \leq \sqrt{x} < 5\}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۷ بازه های A و B را روی محور نمایش می دهیم و حاصل گزینه ها را محاسبه می کنیم:



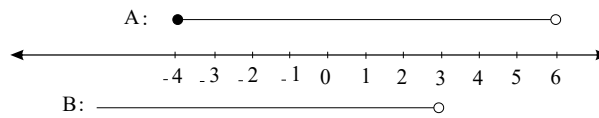
$$A - B = \mathbb{R} - (-4, 6) \quad (1)$$

$$B - A = [-2, 3] \quad (2)$$

$$A \cap B = (-4, 6) - [-2, 3] \quad (3)$$

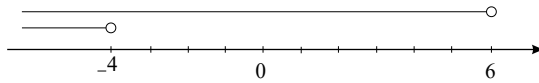
$$A \cup B = \mathbb{R} \quad (4)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۸ بازه های A و B را روی محور نمایش می دهیم:

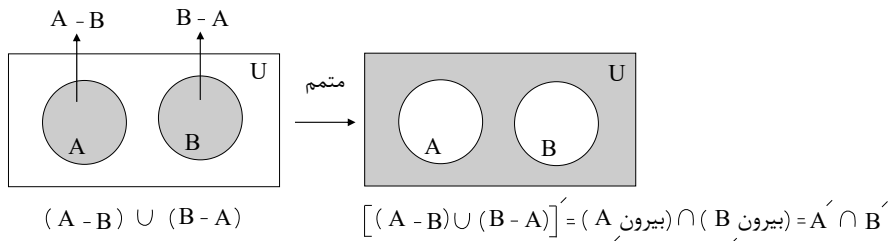


$$\Rightarrow \begin{cases} A \cup B = (-\infty, 6) \end{cases}$$

حال این دو بازه را روی محور نشان می‌دهیم:



۱ ۲ ۳ ۴ ۸۹ با توجه به نمودار ون: A و B جدا از هم هستند



۱ ۲ ۳ ۴ ۹۰ جمله عمومی یک الگوی خطی به فرم $t_n = an + b$ است. بنابراین:

$$t_{13} = 13a + b$$

حال ببینیم حاصل کدامیک از گزینه‌ها، برابر با عبارت فوق نیست:

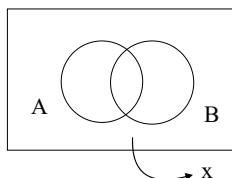
$$۱) 5a_5 - 4a_3 = 5(5a + b) - 4(3a + b) = 13a + b = t_{13}$$

$$۲) \frac{a_8 + a_{18}}{2} = \frac{(8a + b) + (18a + b)}{2} = \frac{26a + 2b}{2} = \frac{2(13a + b)}{2} = 13a + b = t_{13}$$

$$۳) \frac{5a_{20} - a_{24}}{4} = \frac{5(20a + b) - (24a + b)}{4} = \frac{76a + 4b}{4} = 19a + b \neq t_{13}$$

$$۴) \frac{5a_8 + a_{38}}{6} = \frac{5(8a + b) + (38a + b)}{6} = \frac{78a + 6b}{6} = 13a + b = t_{13}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۱



$$A \Rightarrow \text{تاجران} \Rightarrow n(A \cap B) = 23$$

$$B \Rightarrow \text{نوسفرها} \Rightarrow n(B) = 12$$

$$A \cap B \Rightarrow \text{تاجر و نوسفر} \Rightarrow n(A \cap B) = 8$$

$$-n(A \cup B) = 72 - (n(A) + n(B) - n(A \cap B))$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۲

$$a_3^2 - a_5^2 = -160 \Rightarrow \underbrace{(\quad + \quad)}_{16} (a_3 - a_5) = -160 \Rightarrow a_3 - a_5 = \frac{-160}{16} = -10$$



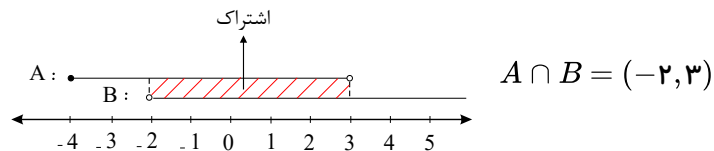
جمله عمومی دنباله حسابی به فرم $a_n = a_1 + (n - 1)d$ است. پس:

$$\begin{cases} a_3 = a_1 + 2d \\ a_5 = a_1 + 4d \end{cases} \Rightarrow a_3 - a_5 = (a_1 + 2d) - (a_1 + 4d) = -2d \stackrel{\text{باید}}{=} -10 \Rightarrow d = 5$$

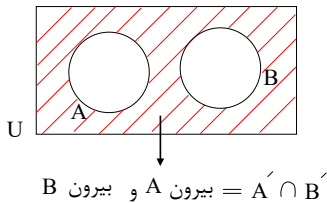
۱ ۲ ۳ ۴ ۹۳

مجموعه ی اعداد طبیعی یک رقمی $u = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ متتم $\rightarrow A' = \{1, 4, 6, 8, 9\}$
مجموعه ی اعداد اول یک رقمی $A = \{2, 3, 5, 7\}$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۴



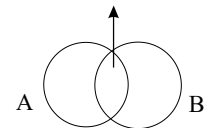
۱ ۲ ۳ ۴ ۹۵



$$\Rightarrow n(A' \cap B') = n(u) - n(A \cup B) = 100 - 60 = 40$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۶

هم کفش مشکی هم کت قهوه ای



$\begin{cases} A: \text{کفش مشکی} \\ B: \text{کت قهوه ای} \end{cases}$

$$\Rightarrow 45 = 30 + 25 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 30 + 25 - 45 = 10$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۷

راه اول: می خواهیم دنباله ای به صورت زیر تشکیل دهیم:

$$\begin{array}{ccccccc} +d & +d & +d & +d & +d & +d & +d \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \hline 3 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 22 \\ \hline & \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{جمله وسط}} & & & & & \\ & & & & & & 3 \end{array}$$

برای محاسبه قدر نسبت چنین عمل می کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{22}{3} &= \frac{2}{3} + 8d \Rightarrow 8d = \frac{22}{3} - \frac{2}{3} = \frac{20}{3} \Rightarrow d = \frac{20}{3 \times 8} = \frac{5}{6} \\ \text{جمله وسط} &= \frac{2}{3} + 4d = \frac{2}{3} + 4 \times \frac{5}{6} = \frac{2}{3} + \frac{20}{6} = \frac{4 + 20}{6} = \frac{24}{6} = 4 \end{aligned}$$

راه دوم:

نکته: در هر دنباله حسابی با تعداد جملات فرد، جمله وسط برابر است با میانگین جملات متساوی الفاصله از دو طرف آن:



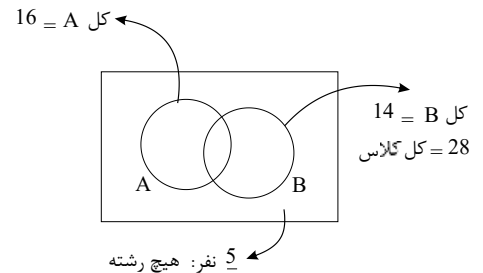
$$\text{جمله وسط} = \frac{\frac{2}{3} + \frac{22}{3}}{2} = \frac{\frac{24}{3}}{2} = \frac{24}{6} = 4$$

۹۸ رشته‌های المپیاد را نامگذاری می‌کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴

$$\begin{cases} A: \text{ریاضی} \\ B: \text{فیزیک} \end{cases}$$

$$n(A \cup B) = \text{کل} - 5 = 28 - 5 = 23$$

و شکل زیر را ترتیب می‌دهیم:



از طرفی:

و داریم:

$$n(A) - n(A \cap B) = 16 - 7 = 9$$

۹۹ برای آنکه در بازه A و B جدا از هم باشند، باید یکی از این دو وضعیت اتفاق بیافتد: ۱ ۲ ۳ ۴

$$\begin{cases} \text{نقطه } -2 \text{ --- } 3n+1 & -2 \text{ --- } 2: 3n+1 < -2 \Rightarrow 3n < -3 \Rightarrow n < -1 \\ \text{نقطه } -2 \text{ --- } 2 & \text{نقطه } n-2 \text{ --- } 3n+1: 2 < n-2 \Rightarrow 4 < n \end{cases}$$

از طرفی، چون n عددی طبیعی است، به ازای $n < 4$ این دو بازه جدا از هم هستند. پس به ازای $n = 1, 2, 3, 4$ ، جدا از هم نیستند.

۱۰۰ جملات این دنباله عبارتند از: ۱ ۲ ۳ ۴

$$t_1 = -\frac{1}{16}, t_2 = \frac{3}{16}, \dots \Rightarrow \text{قدر نسبت} = r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{\frac{3}{16}}{-\frac{1}{16}} = -\frac{3}{1}$$

$$\begin{aligned} \frac{\text{مجموع چهار جمله اول}}{\text{مجموع چهار جمله دوم}} &= \frac{t_1 + t_1 r + t_1 r^2 + t_1 r^3}{t_5 + t_6 + t_7 + t_8} = \frac{t_1 + t_1 r + t_1 r^2 + t_1 r^3}{t_1 r^4 + t_1 r^5 + t_1 r^6 + t_1 r^7} = \frac{t_1 + t_1 r + t_1 r^2 + t_1 r^3}{r^4 (t_1 + t_1 r + t_1 r^2 + t_1 r^3)} \\ &= \frac{1}{r^4} = \frac{1}{\left(-\frac{1}{3}\right)^4} = \frac{1}{\frac{1}{81}} = 81 \end{aligned}$$

۱۰۱ نکته: قدر نسبت یک دنباله که جملات a_n, a_m از آن معلوم باشند عبارتست از: ۱ ۲ ۳ ۴

$$d =$$

پس داریم:

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n} = -1$$

حال خواسته‌ی مسئله را بدست می‌آوریم:



$$a_{m+1} + a_{n+1} = (a_m + d) + (a_n + d) = m - 1 + n - 1 = m + n - 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۲

قدر نسبت این دنباله عبارتست از:

$$a = \frac{\frac{1}{125}}{\frac{1}{5}} = \frac{1}{25}$$

در هر دنباله هندسی، جمله ی عمومی به فرم $t_n = t_1 q^{n-1}$ است:

$$t_n = \frac{1}{5} \times \left(\frac{1}{25}\right)^{n-1}$$

آن را برابر با $\left(\frac{1}{5}\right)^{k^2-1}$ قرار می دهیم تا n بدست آید:

$$\frac{1}{5} \times \left(\frac{1}{25}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{5}\right)^{k^2-1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5} \times \left(\left(\frac{1}{5}\right)^2\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{5}\right)^{k^2-1} \Rightarrow \frac{1}{5} \times \left(\frac{1}{5}\right)^{2n-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{k^2-1}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^{2n-1} = \left(\frac{1}{5}\right)^{k^2-1} \Rightarrow 2n-1 = k^2-1 \Rightarrow 2n = k^2 \Rightarrow n = \frac{k^2}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۳ جمله ی هشتم دنباله ۳،۰۰۰، \dots عبارت است از:

$$t_8 = t_1 + 7d = -1 + 7 \times 4 = 27$$

حال ببینیم جمله ی چندم از دنباله ی هندسی $a_n = \frac{1}{3} \times 9^{n-1}$ برابر با ۲۷ است:

$$27 = \frac{1}{3} \times 9^{n-1} \Rightarrow 81 = 9^{n-1} \Rightarrow 9^2 = 9^{n-1} \Rightarrow 2 = n-1 \Rightarrow n = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۴ جمله ی عمومی در هر الگوی خطی به فرم $a_n = an + b$ (درجه ۱ بر حسب n) است.

$$a_n = 2an - an^2 + 4n^2 - a = (4-a)n^2 + 2an - a$$

برای آنکه این الگو خطی باشد، باید ضریب جمله ی n^2 صفر باشد (تا عبارت بر حسب n از درجه ی ۱ باشد)

$$\Rightarrow 4-a=0 \Rightarrow a=4 \Rightarrow a_n = 8n-4 \Rightarrow a_7 = 24-4=20$$

از طرفی:

$$t_n = \left(-\frac{1}{2}\right)n + a' \stackrel{a=4}{=} \left(\frac{b}{2}\right)n + 16$$

در این دنباله، جمله ی دوم باید برابر با a_3 از دنباله ی قبل باشد:

$$t_2 = 20 \Rightarrow \frac{b}{2} \times 2 + 16 = 20 \Rightarrow b + 16 = 20 \Rightarrow b = 4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۵

دنباله ی تعداد چوب کبریت ها عبارتست از:

$$10, 16, 22, 28, \dots$$

در این دنباله، الگو را نمی توان مشخص کرد جز آنکه جملات فرد و زوج را تفکیک کنیم:



$$+24 \quad +24 \\ 10 \rightarrow 34, \rightarrow 58, \dots$$

$$t_n = 10 + (n - 1) \times 24$$

$$+24 \quad +24 \\ 16 \rightarrow 40, \rightarrow 64, \dots$$

$$t_n = 16 + (n - 1) \times 24$$

مرحله ی یازدهم، ششمین جمله از فردا است:

$$t_6 = 10 + (6 - 1) \times 24 = 10 + 5 \times 24 = 130$$

۱۰۶ به گزینه ها توجه کنید:

(دو مجموعه ی نامتناهی می توانند با هم هیچ اشتراکی نداشته باشند؛ یعنی اشتراک آن ها تهی باشد که متناهی است. (نادرست)

(دو مجموعه ی نامتناهی می توانند با هم برابر باشند و تفاضلشان تهی باشد که متناهی است. (نادرست)

(۳) اگر A تهی باشد، A زیرمجموعه ی همه ی مجموعه هاست. یعنی B می تواند متناهی یا نامتناهی باشد.

(۴) اگر $A \subseteq B$ ، آنگاه $A \cap B = A$ خواهد بود. طبق متن گزینه ی A نامتناهی است و B مجموعه ای است که آن را در بر گرفته است؛ پس B الزاماً نامتناهی است.

۱۰۷ ۱ ۲ ۳ ۴

گزینه ی ۱) اشتراک یک مجموعه ی متناهی با هر مجموعه ای، متناهی است.

$$\underbrace{\quad}_{\text{متناهی}} \cap (B - C) = \text{متناهی}$$

گزینه ی ۲) اجتماع یک مجموعه ی متناهی با هر مجموعه ای ممکن است متناهی یا نامتناهی باشد:

$$\underbrace{\quad}_{\text{متناهی}} \cup (B - C) = \text{نامشخص}$$

گزینه ی ۳)

$$\underbrace{\quad}_{\text{نامتناهی}} - \underbrace{\quad}_{\text{متناهی}} = \text{نامتناهی}$$

گزینه ی ۴)

$$\underbrace{\quad}_{\text{نامشخص}} \cap \underbrace{\quad}_{\text{نامتناهی}} = \text{نامشخص}$$

۱۰۸ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\left. \begin{aligned} &= +7 \Rightarrow q = +7 \Rightarrow q - = 7 \Rightarrow (q - 1) = 7 \\ a_4 = a_3 + 63 &\Rightarrow a_1 q^3 = a_1 q^2 + 63 \Rightarrow a_1 q^3 - a_1 q^2 = 63 \Rightarrow a_1 q^2 (q - 1) = 63 \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم}} \frac{a_1 (q - 1)}{a_1 q^2 (q - 1)} = \frac{7}{63} \Rightarrow \frac{1}{q^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow q^2 = 9 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} \left\{ \begin{aligned} q &= 3 \\ q &= -3 \end{aligned} \right.$$

اما چون جملات دنباله مثبت هستند، $q = 3$ را می پذیریم.

۱۰۹ ۱ ۲ ۳ ۴ در دنباله ی حسابی $3x - 4, 2x + 1, 7, \dots$ جمله ی وسط میانگین جملات طرفین خود است؛ یعنی:

$$2x + 1 = \frac{(3x - 4) + 7}{2} \Rightarrow 4x + 2 = 3x + 3 \Rightarrow x = 1$$

پس جملات دنباله عبارتند از:

$$3 \times 1 - 4, 2 \times 1 + 1, 7, \dots \Rightarrow -1, 3, 7, \dots$$

و این یعنی جمله ی اول $t_1 = -1$ و قدر نسبت $d = 4$ است. جمله ی بیستم این دنباله چنین محاسبه می شود:



$$t_n = t_1 + (n-1)d \Rightarrow t_{19} = t_1 + 19d = (-1) + 19 \times 4 = -1 + 76 = 75$$

واسطه‌ی هندسی بین $t_1 = 3$ و $t_{19} = 75$ عبارتست از:

$$\sqrt{3 \times 75} = \sqrt{3 \times 3 \times 5^2} = 3 \times 5 = 15$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۰

واسطه‌ی هندسی بین دو عدد مثبت a و c از رابطه‌ی $b^2 = ac$ بدست می‌آید.
جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی $t_n = t_1 + (n-1)d$ است.

در دنباله‌ی حسابی $10, 000, 2, 6, -2$ ، قدر نسبت 4 و جمله‌ی اول -2 است.

$$t_7 = -2 + 6 \times 4 = 22$$

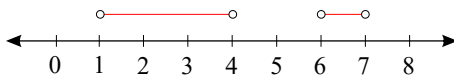
$$t_{18} = -2 + 17 \times 4 = 68 - 2 = 66 \Rightarrow \text{واسطه‌ی هندسی: } 22 \times 66 = 2 \times 11 \times 6 \times 11$$

$$= 2 \times 11 \times 2 \times 3 \times 11 = 2^2 \times 11^2 \times 3$$

$$\sqrt{\quad} \rightarrow b = \pm 2 \times 11 \sqrt{3} = \pm 22 \sqrt{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۱

مجموعه‌ی S عبارتست از:



این مجموعه فقط شامل اعداد صحیح $\{2, 3\}$ است. گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x^2 + 4}{x^2} = \frac{x^2}{x^2} + \frac{4}{x^2} = 1 + \frac{4}{x^2} \\ 1) \quad x \in \mathbb{Z} \\ \frac{x^2 + 4}{x^2} \in \mathbb{N} \end{array} \right\} \Rightarrow A = \{-2, -1, 1, 2\} \Rightarrow A \cup \{2, 3\} = \{-2, -1, 1, 2, 3\}$$

$$2) \quad B = \{1, 2, 3, 4\} \Rightarrow B \cup \{2, 3\} = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$3) \quad C: \leftarrow \begin{array}{c} \text{Number line from 0 to 7. There are two intervals marked with red lines and open circles: one from 1 to 3, and another from 5 to 7.} \end{array} \Rightarrow C = \{1, 2, 6\} \Rightarrow C \cup \{2, 3\} = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$4) \quad D = \{2, 3, 5, 7\} \Rightarrow D \cup \{2, 3\} = \{2, 3, 5, 7\}$$

تعداد اعضاء در گزینه‌ی ۱ از همه بیشتر است.

مجموعه‌ی $Z - A$ متناهی است، پس A نامتناهی است و ممکن است زیرمجموعه‌ی Z باشد یا نباشد. گزینه‌ها را

بررسی می‌کنیم:

(۱) $A - N$ نامتناهی است.

(۲) $Q - (Z - A)$ نامتناهی است؛ چون اعضای محدود $Z - A$ از Q حذف شده‌اند.

(۳) $A - N$ مجموعه‌ای است شامل اعضای A که در N نیستند؛ پس $Z - (A - N)$ شامل تمام اعضای N است؛ پس نامتناهی است.

(۴) $N - A$ متناهی و $Z - A$ نیز متناهی است. پس اجتماع آن دو نیز متناهی است.



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۳

تعداد دایره‌های مرحله سوم را ببینید:

$$t_3 = 3^2 + 4 \times 3$$

پس جمله‌ی عمومی عبارتست از:

$$t_n = n^2 + 4 \times n$$

و t_{k+1} برابر است با:

$$= + 4(k+1)$$

$$= k^2 + 2k + 1 + 4k + 4 = k^2 + 6k + 5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۴

در یک الگوی خطی، جمله‌ی عمومی از رابطه‌ی $t_n = an + b$ بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} t_3 = 7 &\Rightarrow 3a + b = 7 \\ t_7 = 15 &\Rightarrow 7a + b = 15 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} 3a + b = 7 \\ 7a + b = 15 \end{cases}$$

$$4a = 8 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow t_n = 2n + 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۵

اگر بین دو عدد a, b به تعداد m عدد به گونه‌ای قرار دهیم که یک دنباله‌ی حسابی تشکیل شود، قدر نسبت عبارتست از: $d = \frac{b-a}{m+1}$

$$d = \frac{44}{10+1} = \frac{44}{11} = 4$$

پس دنباله‌ی حاصل عبارتست از:

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۱۰ ۱۱ ۱۲ ۱۳ ۱۴ ۱۵ ۱۶ ۱۷ ۱۸ ۱۹ ۲۰ ۲۱ ۲۲ ۲۳ ۲۴ ۲۵ ۲۶ ۲۷ ۲۸ ۲۹ ۳۰ ۳۱ ۳۲ ۳۳ ۳۴ ۳۵ ۳۶ ۳۷ ۳۸ ۳۹ ۴۰ ۴۱ ۴۲ ۴۳ ۴۴ ۴۵ ۴۶ ۴۷ ۴۸ ۴۹ ۵۰ ۵۱ ۵۲ ۵۳ ۵۴ ۵۵ ۵۶ ۵۷ ۵۸ ۵۹ ۶۰ ۶۱ ۶۲ ۶۳ ۶۴ ۶۵ ۶۶ ۶۷ ۶۸ ۶۹ ۷۰ ۷۱ ۷۲ ۷۳ ۷۴ ۷۵ ۷۶ ۷۷ ۷۸ ۷۹ ۸۰ ۸۱ ۸۲ ۸۳ ۸۴ ۸۵ ۸۶ ۸۷ ۸۸ ۸۹ ۹۰ ۹۱ ۹۲ ۹۳ ۹۴ ۹۵ ۹۶ ۹۷ ۹۸ ۹۹ ۱۰۰ ۱۰۱ ۱۰۲ ۱۰۳ ۱۰۴ ۱۰۵ ۱۰۶ ۱۰۷ ۱۰۸ ۱۰۹ ۱۱۰ ۱۱۱ ۱۱۲ ۱۱۳ ۱۱۴ ۱۱۵ ۱۱۶ ۱۱۷ ۱۱۸ ۱۱۹ ۱۲۰ ۱۲۱ ۱۲۲ ۱۲۳ ۱۲۴ ۱۲۵ ۱۲۶ ۱۲۷ ۱۲۸ ۱۲۹ ۱۳۰ ۱۳۱ ۱۳۲ ۱۳۳ ۱۳۴ ۱۳۵ ۱۳۶ ۱۳۷ ۱۳۸ ۱۳۹ ۱۴۰ ۱۴۱ ۱۴۲ ۱۴۳ ۱۴۴ ۱۴۵ ۱۴۶ ۱۴۷ ۱۴۸ ۱۴۹ ۱۵۰ ۱۵۱ ۱۵۲ ۱۵۳ ۱۵۴ ۱۵۵ ۱۵۶ ۱۵۷ ۱۵۸ ۱۵۹ ۱۶۰ ۱۶۱ ۱۶۲ ۱۶۳ ۱۶۴ ۱۶۵ ۱۶۶ ۱۶۷ ۱۶۸ ۱۶۹ ۱۷۰ ۱۷۱ ۱۷۲ ۱۷۳ ۱۷۴ ۱۷۵ ۱۷۶ ۱۷۷ ۱۷۸ ۱۷۹ ۱۸۰ ۱۸۱ ۱۸۲ ۱۸۳ ۱۸۴ ۱۸۵ ۱۸۶ ۱۸۷ ۱۸۸ ۱۸۹ ۱۹۰ ۱۹۱ ۱۹۲ ۱۹۳ ۱۹۴ ۱۹۵ ۱۹۶ ۱۹۷ ۱۹۸ ۱۹۹ ۲۰۰

$$\frac{\text{مجموع سه جمله سوم}}{\text{مجموع سه جمله دوم}} = \frac{138}{30 + 34 + 38} = \frac{138}{102} = \frac{23}{17}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۶

$$n(A') = n(U) - n(A)$$

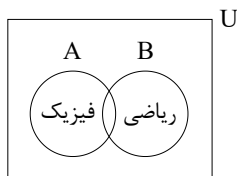
$$= n(U) - n(A \cup B) = n((A \cup B)') = n(A' \cap B')$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۷

$$\left. \begin{aligned} A' &= \{3, 5\} \\ B' &= \{2, 4, 5\} \end{aligned} \right\} \Rightarrow A' \cup B' = \{2, 3, 4, 5\} = C'$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۸



مجموعه های A و B را به صورت زیر تعریف می کنیم.

شرکت کنندگان در آزمون فیزیک: A شرکت کنندگان در آزمون ریاضی: B

و شکل زیر را رسم می کنیم:

حداکثر در یکی از دو آزمون شرکت کنند، یعنی یا در یکی از دو آزمون شرکت کنند و یا در هیچ یک از آزمون ها شرکت نکنند، یعنی:

$$= \frac{\quad}{\quad} - n(A \cap B) + \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} + n(u) - n(A \cup B)$$

$n(A \cup B)$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۹

$$S_n = n(2a_1 + (n-1)d) \xrightarrow{S_5=105} 105 = -(2a_1 + 4d) \Rightarrow 105 = 5a_1 + 10d \xrightarrow{\text{تقسیم بر ۵}} a_1 + 2d = 21$$

$$+ + = 6(+) \Rightarrow + 2d + + 3d + + 4d = 6(+ + d)$$

$$\Rightarrow 3a_1 + 9d = 12a_1 + 6d \Rightarrow 12a_1 + 6d - 3a_1 - 9d = 0 \Rightarrow 9a_1 - 3d = 0$$

$$-9 \begin{cases} + 2d = 21 \\ 9a_1 - 3d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9a_1 - 3d = 0 \end{cases}$$

$$- 21d = -189 \Rightarrow d = \frac{-189}{-21} = 9 \Rightarrow a_1 + 2(9) = 21 \Rightarrow a_1 = 21 - 18 = 3$$

$$\Rightarrow a_5 = a_1 + 4d \Rightarrow a_5 = 3 + 4(9) = 39$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۰ دنباله ی تعداد چوب کبریت ها عبارتست از: $4, 16, 36, \dots \Rightarrow 2^2, 4^2, 6^2, \dots$

و این یعنی هر جمله، مربع یک عدد زوج است. پس: $a_n = (2n)^2$

پس:

$$(2n)^2 = 196 \rightarrow 2n = 14 \Rightarrow n = 7$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۱

در هر دنباله ی حسابی با جمله ی اول a_1 و اختلاف مشترک d ، جمله ی n ام از رابطه ی $a_n = a_1 + (n-1)d$ به دست می آید.

$$a_5 = a_1 + 4d$$

$$a'_5 = a_1 + 4(d+2) = a_1 + 4d + 8 = a_5 + 8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۲ اگر a و b و c سه جمله ی متوالی از یک دنباله ی هندسی باشند، آن گاه $b^2 = n \times c$ و b را واسطه ی هندسی بین a

و c می نامیم.



$$\frac{x+2}{9} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3x+6=18 \Rightarrow x=4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۳

$$\begin{cases} a_1 + a_1 r^2 = 8 \\ a_1 r^3 + a_1 r^5 = 64 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1(1+r^2) = 8 \\ a_1 r^3(1+r^2) = 64 \end{cases} \Rightarrow \frac{a_1 r^3(1+r^2)}{a_1(1+r^2)} = \frac{64}{8}$$

$$r^3 = 8 \Rightarrow r^3 = 2^3 \Rightarrow r = 2$$

$$a_1 + a_1 r^2 = 8 \xrightarrow{r=2} a_1 + a_1 \times 2^2 = 8 \Rightarrow a_1 + 4a_1 = 8 \Rightarrow 5a_1 = 8 \Rightarrow a_1 = \frac{8}{5}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۴

$$\frac{2}{5}, \dots, \dots, \dots, \frac{11}{10}, \quad d = \frac{\quad}{m+1}$$

(m , تعداد واسطه ها)

$$\begin{cases} a_1 = \frac{2}{5} \\ a_5 = \frac{11}{10} \end{cases} \Rightarrow d = \frac{\frac{11}{10} - \frac{2}{5}}{5-1} = \frac{\frac{7}{10}}{4} = \frac{7}{40}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5}, \frac{2}{5} + \frac{7}{40}, \frac{2}{5} + \frac{14}{40}, \frac{2}{5} + \frac{21}{40}, \frac{11}{10}$$

$$\text{مجموع سه واسطه ی حسابی} = 3 \times \frac{2}{5} + \frac{42}{40} = \frac{90}{40} = \frac{9}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۵

$$\begin{cases} a_4 - a_1 = 28 \Rightarrow a_1 r^3 - a_1 = 28 \\ a_7 - a_1 = 4 \Rightarrow a_1 r^6 - a_1 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1(r^3 - 1) = 28 \\ a_1(r^6 - 1) = 4 \end{cases} \Rightarrow \frac{a_1(r^3 - 1)}{a_1(r^6 - 1)} = \frac{28}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{r^3 - 1}{r^6 - 1} = \frac{1}{7} \Rightarrow \frac{(r-1)(r^2+r+1)}{(r-1)(r^5+r^4+r^3+r^2+r+1)} = \frac{1}{7}$$

$$\xrightarrow{r \neq 1} r^2 + r + 1 = \frac{1}{7}(r^5 + r^4 + r^3 + r^2 + r + 1) \Rightarrow 7r^2 + 7r + 7 = r^5 + r^4 + r^3 + r^2 + r + 1 \Rightarrow (r-2)(r+3) = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} r=2 \\ r=-3 \end{array} \right.$$

چون جملات دنباله همگی مثبت هستند، $r = -3$ قابل قبول نیست.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۶ راه حل اول:

جمله ی n ام یک دنباله ی حسابی با جمله ی اول a_1 و اختلاف مشترک d برابر است با:

$$= \quad + (n-1)d$$

$$\begin{cases} a_5 = 9 \Rightarrow a_1 + 4d = 9 \\ a_{17} = 29 \Rightarrow a_1 + 16d = 29 \end{cases} \Rightarrow (a_1 + 16d) - (a_1 + 4d) = 29 - 9$$

$$\Rightarrow 12d = 20 \Rightarrow d = \frac{20}{12} = \frac{5}{3}$$



راه حل دوم:

نکته: در یک دنباله‌ی حسابی داریم: $a_m - a_n = (m - n)d$

$$a_{17} - a_5 = (17 - 5)d \Rightarrow 39 - 9 = 12d \Rightarrow d = \frac{30}{12} = \frac{5}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۷

$2, x, y, 35, \dots$

راه حل اول:

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_4 = 35 \Rightarrow a_1 + 3d = 35 \xrightarrow{a_1=2} 2 + 3d = 35 \Rightarrow 3d = 33 \Rightarrow d = 11 \end{cases}$$

بنابراین جملات دنباله عبارتند از:

$$2, 13, 24, 35, \dots \Rightarrow x = 13, \quad y = 24 \Rightarrow x + y = 37$$

راه حل دوم:

در یک دنباله‌ی حسابی، اگر $m + n = p + q$ ، آنگاه داریم: $a_m + a_n = a_p + a_q$

با استفاده از نکته‌ی بالا داریم:

$$2 + 3 = 1 + 4 \Rightarrow a_2 + a_3 = a_1 + a_4 \Rightarrow a_2 + a_3 = 2 + 35 = 37 \Rightarrow x + y = 37$$

نکته: در یک دنباله‌ی هندسی با نسبت مشترک r داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۸

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \dots = r$$

با توجه به نکته‌ی بالا، فقط گزینه‌ی ۴ بیانگر یک دنباله‌ی هندسی است:

$$\begin{cases} \frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{2} \\ \frac{a_3}{a_2} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} \Rightarrow \text{دنباله، هندسی است}$$

نکته: جمله‌ی m ام یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول a_1 و نسبت مشترک r ، عبارت است از: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۹

=

$$\begin{cases} a_2 + a_4 = 180 \\ a_1 + a_3 = 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r + \dots = 180 \\ a_1 + a_1 r^2 = 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r(1 + \dots) = 180 \quad (*) \\ a_1(1 + r^2) = 60 \quad (**) \end{cases}$$

با تقسیم رابطه (*) بر رابطه‌ی (**) داریم:

$$\frac{r(1 + \dots)}{a_1(1 + r^2)} = \frac{180}{60} \rightarrow \frac{a_1 r}{a_1} = 3 \rightarrow r = 3$$

نکته: جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و اختلاف مشترک d ، عبارت است از: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۰

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$



$$\begin{cases} a_3 = 15 \\ a_8 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a_1 + 2d = 15 \\ a_1 + 7d = 5 \end{cases} \rightarrow 5d = -10 \Rightarrow d = -2 \xrightarrow{\text{جایگذاری در معادله‌ی اول}} a_1 = 19$$

$$a_{20} = a_1 + 19d = 19 + 19 \times (-2) = -19$$

۱۳۱ در هر دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول a_1 و نسبت مشترک r ، $\quad = \quad$ است.

$$\times \times = (\quad) \times (\quad) \times (\quad) =$$

$$\Rightarrow a_1^3 r^{27} = 27 \Rightarrow (a_1 r^9)^3 = 3^3 \Rightarrow a_1 r^9 = 3$$

$$a_5 \times a_{15} = a_1 r^4 \times a_1 r^{14} = a_1^2 r^{18} = (a_1 r^9)^2 = 3^2 = 9$$

۱۳۲ ۱ ۲ ۳ ۴

در هر دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول a_1 و نسبت مشترک r ، $\quad = \quad$ است.

$$= 3, \quad = 96 \Rightarrow \quad = 96 \Rightarrow 3 \times \quad = 96$$

$$\Rightarrow r^5 = \frac{96}{3} = 32 = 2^5 \Rightarrow r = 2$$

جملات دنباله را می‌نویسیم.

$$3, \boxed{6}, \boxed{12}, \boxed{24}, \boxed{48}, 96 \Rightarrow \quad = 6 + 24 = 30 \quad \text{مجموع واسطه‌های اول و سوم}$$

۱۳۳ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\boxed{A \cap B = B \cap A \text{ نکته:}}$$

$$\boxed{A \cap B' = A - B \text{ نکته:}}$$

$$\cap B = B \cap \quad = B - A = [-1, 1] - (1, 2] = [-1, 1]$$

$$I = (A' \cap B) \cup C = [-1, 1] \cup (1, 3) = [-1, 3)$$

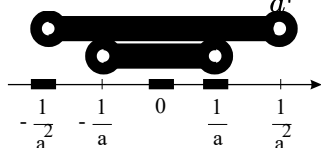
این بازه شامل اعداد طبیعی ۱ و ۲ نیست.

۱۳۴ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: اگر طرفین یک نامساوی هم‌علامت باشند، با معکوس کردن طرفین، جهت نامساوی عوض می‌شود.

می‌دانیم: اعداد بازه‌ی $(0, 1)$ هرچه به توان بیشتری می‌رسند، کوچکتر می‌شوند.

$$0 < a < 1 \Rightarrow a^2 < a \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{1}{a^2} > \frac{1}{a} \xrightarrow{\times(-1)} -\frac{1}{a^2} < -\frac{1}{a}$$

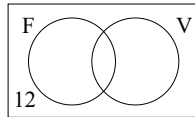


حال هر دو بازه‌ی $(-\frac{1}{a}, \frac{1}{a})$ و $(-\frac{1}{a^2}, \frac{1}{a^2})$ را روی محور نمایش می‌دهیم:

پس اشتراک این دو بازه برابر است با: $(-\frac{1}{a}, \frac{1}{a})$

$$\boxed{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)} \quad \text{می‌دانیم:} \quad ۱۳۵ \quad ۱ \quad ۲ \quad ۳ \quad ۴$$

مجموعه اعضای تیم فوتبال را با F و مجموعه والیبال‌ها را با V نمایش می‌دهیم و به شکل زیر می‌رسیم



باتوجه به شکل، تعداد اعضای $F \cup V$ برابر

است با: $۴۵ - ۱۲ = ۳۳$

و داریم:

$$n(F) - n(F \cap V) = ۲۲ - ۴ = ۱۸$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۶

می‌دانیم: مجموعه‌ی متناهی مجموعه‌ای است که تعداد اعضای یک عدد حسابی باشد.

$$A = \{\pm ۳, \pm ۴, \pm ۵, \dots\} \Rightarrow = \{۰, \pm ۱, \pm ۲\}$$

$$B = \{۴, ۵, ۶, ۷, \dots\} \Rightarrow B' = \{\pm ۳, \pm ۲, \pm ۱, ۰, -۴, -۵, \dots\}$$

گزینه (۲): $A' \cap B' = \{۴, ۵, ۶, ۷, \dots\}$ متناهی

گزینه (۳): $B - A' = \{۴, ۵, ۶, ۷, \dots\}$ نامتناهی

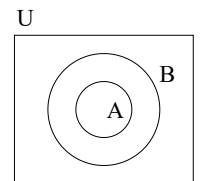
گزینه (۴): $A' \cup B' = \{\pm ۳, \pm ۲, \pm ۱, ۰, -۴, -۵, \dots\}$ نامتناهی

$$\begin{aligned} A \subseteq B &\Rightarrow \subset \\ A \subseteq B &\Rightarrow \begin{cases} A \cup B = B \end{cases} \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۷ می‌دانیم:

اگر $A \subseteq B$ باشد با توجه به شکل زیر $B' \subseteq A'$ خواهد بود و در نتیجه با توجه به شکل زیر داریم:

$$A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A' \Rightarrow \begin{cases} \cup = \\ B' \cap A' = B' \end{cases}$$



حال به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه (۱): $(A - B')' = (A \cap B)' = A'$

گزینه (۲): $(A - (B' - A))' = (A - B')' = \underbrace{(A - B')}_{A'} = A'$

گزینه (۳): $B' \cup A' = A'$

گزینه (۴): $A - (A' - B) = A - B' = A$

پس حاصل گزینه‌ی (۴) با بقیه متفاوت است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۸ می‌دانیم: متمم مجموعه‌ی A مجموعه‌ایست شامل همه‌ی اعضای مجموعه‌ی مرجع که در A نیستند.

ابتدا A' و سپس حاصل هر گزینه را بدست می‌آوریم:

$$A = (-۵, -۱] \Rightarrow A' = (-\infty, -۵] \cup (-۱, +\infty)$$



عدد ۲ عضو این بازه نیست. $\Rightarrow A - B = (-5, -1] - [-2, 2) = (-5, -2) \Rightarrow$ (گزینه ی ۱)

عدد ۲ عضو این بازه نیست. $\Rightarrow A' - B = ((-\infty, -5] \cup (-1, +\infty)) - [-2, 2) = (-\infty, -5] \cup [2, +\infty)$ (گزینه ی ۲)

عدد ۲ در این بازه حضور دارد. \Rightarrow

عدد ۲ عضو این بازه نیست. $\Rightarrow A \cup B = (-5, -1] \cup [-2, 2) = (-5, 2) \Rightarrow$ (گزینه ی ۳)

عدد ۲ عضو این بازه نیست. $\Rightarrow A' \cap B = ((-\infty, -5] \cup (-1, +\infty)) \cap [-2, 2) = (-1, 2) \Rightarrow$ (گزینه ی ۴)

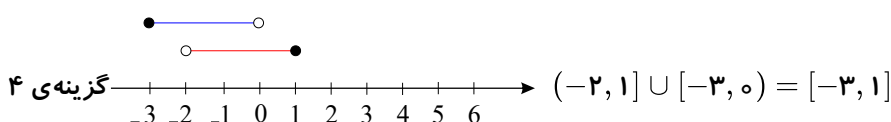
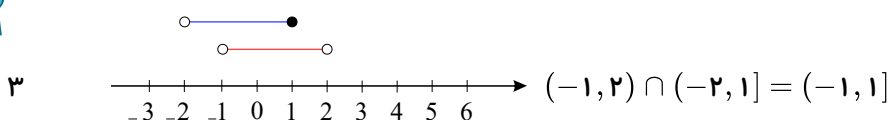
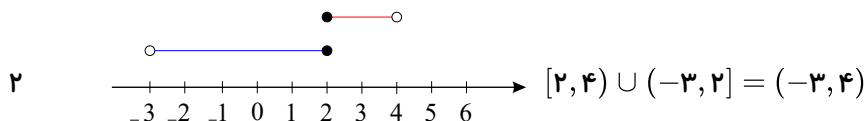
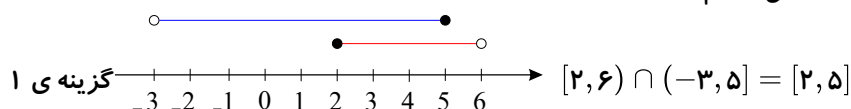
بازه ی بسته : $[a, b]$

بازه ی نیم باز : $[a, b)$ یا $(a, b]$

بازه ی باز : (a, b)

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۹

ابتدا حاصل تک تک گزینه ها را به کمک محور اعداد به دست می آوریم:



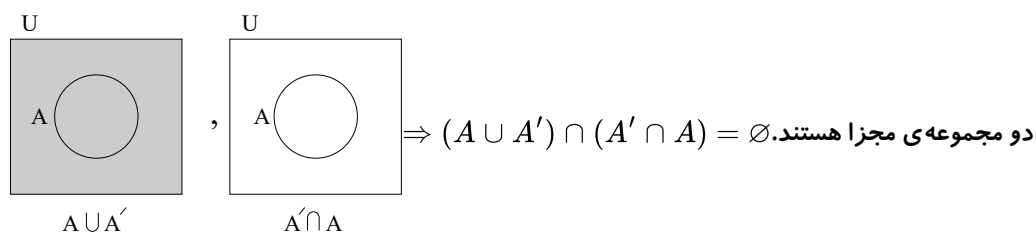
با توجه به نکته، گزینه ی ۳ پاسخ است.

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۰

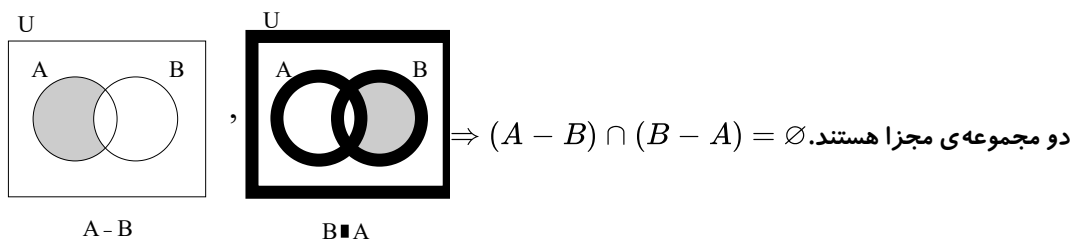
دو مجموعه ی A و B را مجزا (جدا از هم) گوئیم هرگاه هیچ عضو مشترکی نداشته باشد یعنی اشتراک آن ها تهی باشند.

تک تک گزینه ها را بررسی می کنیم:

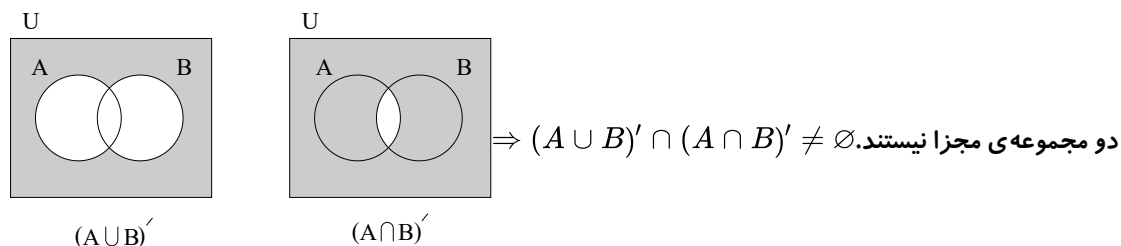
گزینه ی ۱:



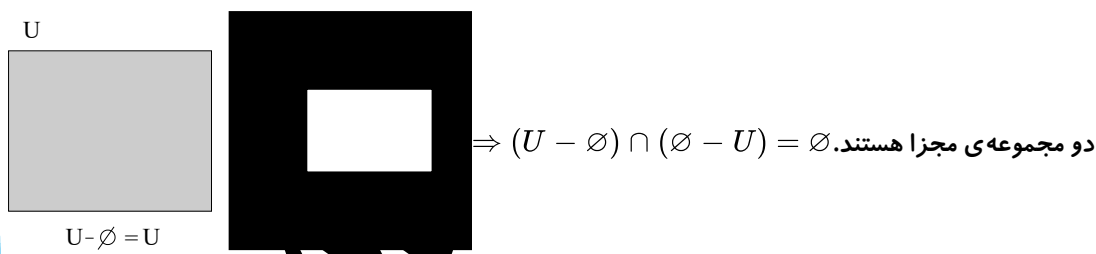
گزینه ی ۲:



گزینه ی ۳:



گزینه ی ۴:



۱۴۱) یک مجموعه ی متناهی می تواند زیرمجموعه ی یک مجموعه ی متناهی یا نامتناهی باشد، بنابراین B ممکن است متناهی یا نامتناهی باشد.

۱۴۲) a را باید در جایی از محور اعداد قرار دهیم که سه عدد فرد بزرگتر از ۶ یعنی ۷ و ۹ و ۱۱ در بازه ی $[6, a)$ قرار گیرند. بنابراین a باید بزرگتر از ۱۱ باشد یعنی: $a > 11$

از طرفی اگر a برابر با ۱۳ شود، چهارمین عدد فرد یعنی ۱۳ نیز در این بازه قرار می گیرد که برخلاف خواسته ی مسئله است، اما چون بازه، نیم باز است، a خود مقدار ۱۳ را نیز می تواند اختیار کند. پس مجموعاً داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \quad \text{می دانیم:} \quad ۱ \quad ۲ \quad ۳ \quad ۴ \quad ۱۴۳$$

$$n(A') = n(u) - n(A)$$

$$\Rightarrow ۵۰ - n(A) + ۵۰ - n(B) = ۷۰ \Rightarrow n(A) + n(B) = ۳۰$$

از طرفی چون دو مجموعه ی A و B جدا از هم هستند داریم: $A \cap B = \emptyset$ و در نتیجه:

پس:

$$\underbrace{\quad\quad\quad}_{۳۰} \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{۰}$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \quad \text{می دانیم:} \quad ۱ \quad ۲ \quad ۳ \quad ۴ \quad ۱۴۴$$

اگر مجموعه شرکت کنندگان در کلاس طراحی را T و مجموعه شرکت کنندگان در کلاس ورزشی را V بنامیم، طبق فرض مسئله



داریم:

از طرفی:

تعداد کسانی که فقط در کلاس ورزشی شرکت کرده اند، برابر است با همه اعضای کلاس ورزشی به جز کسانی که در هر دو کلاس شرکت می کنند. یعنی:

$$n(V - T) = n(V) - n(V \cap T) = 31 - 23 = 8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۵

می دانیم: جمله ی عمومی یک الگوی خطی عبارت است از $t_n = an + b$

$$\begin{aligned} t_9 = 9 &\Rightarrow 9a + b = 9 \\ t_8 = 3 &\Rightarrow 8a + b = 3 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} -b = -15 \Rightarrow b = 15 \Rightarrow a = -\frac{3}{2} \\ \Rightarrow t_n = -\frac{3}{2}n + 15 \end{cases}$$

با حل نامعادله ی $t(n) > 0$ تعداد جملات مثبت این الگو بدست می آید:

$$-\frac{3}{2}n + 15 > 0 \Rightarrow \frac{1}{2}n < 15 \xrightarrow{\times 2} 3n < 30 \xrightarrow{\div 3} n < 10$$

پس ۹ جمله ی اول دنباله، مثبت هستند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۶
جمله ی n ام یک دنباله ی هندسی با جمله ی اول a_1 و نسبت مشترک r برابر $a_n = a_1 r^{n-1}$ است و مجموع همه ی جملات (حد مجموع) یک دنباله ی هندسی نامتناهی با جمله ی اول a_1 و نسبت مشترک r ($|r| < 1$) برابر $S_\infty = \frac{a_1}{1-r}$ است.

$$\begin{cases} a_1 + a_9 = 14 \\ a_2 + a_8 = -7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + a_1 r^8 = 14 \\ a_1 r + a_1 r^7 = -7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (1 + r^8) = 14 \\ a_1 r(1 + r^6) = -7 \end{cases} \begin{matrix} (I) \\ (II) \end{matrix}$$

$$\xrightarrow{(II) \div (I)} \frac{r(1 + r^6)}{a_1(1 + r^8)} = -\frac{7}{14} \Rightarrow r = -\frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{(I)} a_1 \left(1 - \frac{1}{2^8}\right) = 14 \Rightarrow -a_1 = 14 \Rightarrow a_1 = 16$$

بنابراین حد مجموع این دنباله برابر است با:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-r} = \frac{16}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{16}{\frac{3}{2}} = \frac{32}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۷
با استفاده از رابطه داده شده برای A_n ، بازه های A_1 تا A_5 را تشکیل می دهیم:

$$A_1 = [-1, 2), A_2 = \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), A_3 = \left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right), A_4 = \left[\frac{1}{4}, \frac{5}{4}\right), A_5 = \left[-\frac{1}{5}, \frac{6}{5}\right)$$

در نتیجه:

$$\text{اشتراک این ۵ بازه} = \left[\frac{1}{2}, \frac{6}{5}\right)$$



$$A \cap B' = A - B$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۸

حکم مسأله: $(B \cap A')' = B' \cup A$

جمله عمومی هر دنباله حسابی عبارتست از: $t_n = t_1 + (n - 1) \times d$ می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۹

$$\begin{cases} = 52 \Rightarrow + 19d = 52 \\ t_1 + t_2 + t_3 = -6 \Rightarrow t_1 + (t_1 + d) + (t_1 + 2d) = -6 \Rightarrow 3t_1 + 3d = -6 \xrightarrow{\div 3} t_1 + d = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} + 19d = 52 \\ -t_1 - d = 2 \end{cases}$$

$$18d = 54 \Rightarrow d = 3 \Rightarrow t_1 = -5 \Rightarrow t_{10} = t_1 + 9d = -5 + 9 \times 3 = 22$$

اگر A و B دو مجموعه جدا از هم باشند، داریم: $A \cap B = \emptyset$ می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۰

$$U' = \emptyset, \emptyset' = U$$

گزینه ها را بررسی می کنیم:

۱) $(A \cap B)' = (\emptyset)' = U$

۲) $A \cup B$ با مجموعه مرجع برابر نیست؛ بلکه زیر مجموعه ای از آنست.

۳) $A - B = A \neq \emptyset$

۴) چون $A \cup B$ با مجموعه مرجع برابر نیست، متمم آن هم تهی نیست؛ پس: $(A \cup B)' \neq \emptyset$

جملات الگوی درجه دوم ۲، ۵، ۱۰، ۱۶، ... همگی یک واحد بیشتر از یک عدد مربع هستند؛ یعنی: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۱

$$t_n = n^2 + 1$$

$$t_{11} = 11^2 + 1 = 121 + 1 = 122$$

اگر A, B دو مجموعه جدا از هم باشند: $A \cap B = \emptyset$

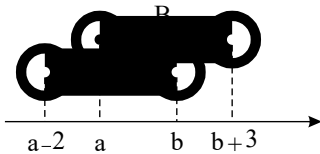
می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۲

$$3n(A) = 2n(B) \xrightarrow{\div 2} n(B) = \frac{3}{2}n(A)$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(\underbrace{A \cap B}_{\emptyset}) = n(A) + \frac{3}{2}n(A) - 0 = n(A)\left(1 + \frac{3}{2}\right)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = \frac{5}{2}n(A) \Rightarrow \frac{n(A \cup B)}{n(A)} = \frac{5}{2}$$

با توجه به $a < b$ ، هر دو بازه را روی محور رسم می کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۳



$$\Rightarrow A \cap B = [a, b]$$

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۴

جمله عمومی یک دنباله حسابی که جمله اول آن a_1 و قدرنسبت آن d باشد عبارتست از: $t_n = t_1 + (n - 1) \times d$
اگر a, b, c سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند، رابطه $b = \frac{a+b}{2}$ بین آن ها برقرار است.

$$m + 3, 5m - 3, 2m + 5, \dots \Rightarrow 5m - 3 = \frac{m + 3 + 2m + 5}{2}$$

$$\Rightarrow 5m - 3 = \frac{3m + 8}{2} \Rightarrow 10m - 6 = 3m + 8 \Rightarrow 7m = 14 \Rightarrow m = 2$$

پس دنباله حسابی به صورت زیر بدست می آید:

$$5, 7, 9, \dots \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 5 \\ d = 7 - 5 = 2 \end{cases} \Rightarrow t_n = 5 + (n - 1) \times 2 = 5 + 2n - 2 = 2n + 3$$

$$\text{به } \frac{n^2 + n}{2} \text{ راه حل اول: تعداد دایره های شکل } n \text{ ام از رابطه } n^2 \text{ به دست می آید و تعداد دایره های سیاه از رابطه } \frac{n^2 + n}{2} \text{ به دست می آید. پس در شکل یازدهم داریم:}$$

$$\text{تعداد کل دایره ها} = 11^2 = 121$$

$$\text{تعداد دایره های سیاه} = \frac{11^2 + 11}{2} = 66$$

تعداد دایره های سفید

$$= 121 - 66 = 55$$

راه حل دوم:

اختلاف دایره های سیاه و سفید در هر مرحله برابر تعداد دایره های قطر اصلی است که در هر مرحله برابر با شماره مرحله است. پس این عدد در مرحله یازدهم برابر با ۱۱ است.

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۶

جمله عمومی هر دنباله حسابی که جمله اول آن a_1 و قدرنسبت آن d باشد به صورت $t_n = a_1 + (n - 1) \times d$ است.

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 = (t_6 + t_7 + t_8 + t_9 + t_{10})$$

$$\Rightarrow (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + (a_1 + 3d) + (a_1 + 4d) + (a_1 + 5d)$$

$$= (t_1 + 5d) + (t_1 + 6d) + (t_1 + 7d) + (t_1 + 8d) + (t_1 + 9d)$$

$$\Rightarrow 5a_1 + 10d = -(5a_1 + 35d) \xrightarrow{a_1=1} 5 + 10d = -\frac{1}{4}(5 + 35d)$$

$$\Rightarrow 5 + 10d = \frac{5}{4} + \frac{35}{4}d \Rightarrow \frac{15}{4} = -\frac{5}{4}d \Rightarrow d = -3$$



می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۷

$$n(A) = n(U) - n(A')$$

راه حل اول:

$$\left. \begin{array}{l} A = \text{درس ریاضی} \Rightarrow n(A) = 18 \\ B = \text{درس فیزیک} \end{array} \right\}$$

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)') = 32 - 5 = 27$$

با استفاده از رابطه تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه، داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 27 = 18 + 15 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 33 - 27 = 6$$

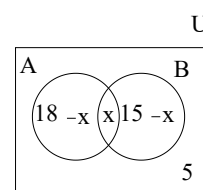
بنابراین تعداد دانش آموزانی که به هر دو درس ریاضی و فیزیک علاقه دارند، ۶ نفر است.

راه حل دوم:

با توجه به نمودار ون زیر، اگر x تعداد دانش آموزانی باشد که هم به درس ریاضی و هم به درس فیزیک علاقه دارند، داریم:

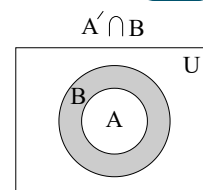
$$(18 - x) + x + (15 - x) + 5 = 32$$

$$\Rightarrow 38 - x = 32 \Rightarrow x = 6$$

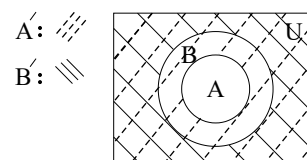


گزینه ی «۴» نادرست است، زیرا: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۸

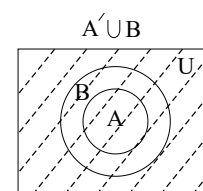
$$A \subseteq B \Rightarrow A' \cap B \neq \emptyset$$



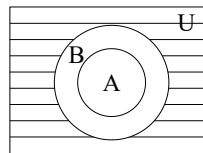
گزینه ی «۱»: $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$



گزینه ی «۲»: $A \subseteq B \Rightarrow A' \cup B = U$



گزینه ی «۳»: $A \subseteq B \Rightarrow A \cap B' = \emptyset$



می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۹

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

مجموعه مسافران مشهد و تبریز را به ترتیب M و T می نامیم و داریم:



فقط تبریز n

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۰

$$\left. A \cap B = \emptyset \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} B = Q' \end{array} \right.$$

پس:

$$A - (B \cup C) = \mathbb{Z} - (Q' \cup \mathbb{W}) = \{\dots, -2, -1\}$$

دنباله حاصل به صورت زیر خواهد بود: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۱

$$\begin{array}{cccccccc} +d & +d & +d & +d & +d & +d & +d & +d \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 3, & \dots, & \dots, & \dots, & \dots, & \dots, & \dots, & x \end{array}$$

۷ واسطه حسابی

در نتیجه:

$$x = 3 + 8d \xrightarrow{d=4} x = 3 + 8 \times 4 = 35$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۲ می‌دانیم:

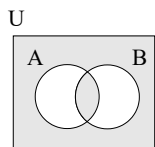
جمله عمومی که دنباله هندسی که جمله اول آن t_1 و قدر نسبت آن r باشد، بصورت $t_n = t_1 r^{n-1}$ است.

$$\frac{t_8}{t_4} = \frac{t_1 r^7}{t_1 r^3} = r^4 \Rightarrow \frac{192}{12} = r^4 \Rightarrow r^4 = 16 \Rightarrow r = \pm 2$$

از آنجا که طبق فرض، همه جملات دنباله مثبت هستند، فقط $r = 2$ را می‌پذیریم. پس:

$$t_8 = t_4 \times r = 12 \times 2 = 24$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۳ ابتدا متهم مجموعه داده شده را روی نمودار ون زیر مشخص می‌کنیم:



باتوجه به نمودار، قسمت هاشورخورده شامل $A \cap B$ و $(A \cup B)'$ می‌باشد. پس پاسخ گزینه ۴ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۴ در این گونه سؤالات، بهتر است به جای حدس زدن جمله عمومی (که گاه بسیار دشوار است)، چند جمله اول از

دنباله را به کمک گزینه‌ها بدست آوریم. با این روش، گزینه ۲ صحیح است.

$$b_n = \frac{\dots}{2^n} \Rightarrow b_1 = 0, \quad b_2 = \frac{1}{2}, \quad b_3 = 0, \quad b_4 = \frac{1}{4}, \dots$$



می‌دانیم: اگر a و b و c جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند داریم: $b^2 = ac$

$$x^2 = 4 \times 9 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = \pm 6$$

چون طبق فرض، جملات دنباله مثبت هستند، فقط $x = 6$ را می‌پذیریم؛ پس دنباله به صورت زیر بدست می‌آید:

$$4, 6, 9, y, \dots$$

حال، $6, 9, y$ جملات متوالی این دنباله هستند؛ پس رابطه‌ی فوق را دوباره می‌نویسیم:

$$9^2 = 6 \times y \Rightarrow 6y = 81 \Rightarrow y = \frac{81}{6} = \frac{27}{2}$$

و مجموع جملات دوم و چهارم بصورت زیر بدست می‌آید:

$$x + y = 6 + \frac{27}{2} = \frac{39}{2}$$

جمله عمومی هر دنباله حسابی که جمله اول آن t_1 و قدرنسبت آن d باشد، عبارتست از

$$t_n = t_1 + (n - 1) \times d \quad \text{می‌دانیم: } 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 166$$

اگر a و b و c جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند داریم: $b^2 = ac$

t_1 و t_5 و t_{13} جملات متوالی یک دنباله هندسی هستند. پس:

$$t_5^2 = t_1 \times t_{13} \Rightarrow (t_1 + 4d)^2 = t_1 \times (t_1 + 12d)$$

$$\Rightarrow t_1^2 + 8t_1d + 16d^2 = t_1^2 + 12t_1d \Rightarrow 16d^2 - 4t_1d = 0 \Rightarrow 4d(4d - t_1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 4d \Rightarrow \frac{d}{t_1} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۷ اگر x, y و z سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی حسابی باشند، آنگاه $2y = x + z$ است.

$$3a, 3a + 2, 5a - 1 \xrightarrow{\text{دنباله‌ی حسابی}} 2a + 5a - 1 = 2(3a + 2) \Rightarrow 7a - 1 = 6a + 4 \Rightarrow a = 5$$

در هر دنباله‌ی هندسی، جمله‌ی a_1 و نسبت مشترک r ، جمله‌ی n ام از رابطه‌ی $a_n = a_1 r^{n-1}$ بدست می‌آید.

$$a_7 + a_9 = 6a_1 \Rightarrow a_1 r + a_1 r^2 = 6a_1 \Rightarrow r^2 + r = 6 \Rightarrow r^2 + r - 6 = 0 \rightarrow (r + 3)(r - 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} r = 2 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$a_5 = 8 \Rightarrow a_1 r^4 = 8 \Rightarrow a_1 \times 16 = 8 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{2}$$

در هر دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول a_1 و نسبت مشترک r ، جمله‌ی n ام از رابطه‌ی $a_n = a_1 r^{n-1}$ بدست می‌آید.

$$\Rightarrow a_1 r^2 (1 + r^2) = 3,5 a_1 r^3 (1 + r^2) \Rightarrow a_1 r^2 = -a_1 r^3 \rightarrow 1 = -\frac{r}{2} \Rightarrow 2r = -1 \Rightarrow r = -\frac{1}{2}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۰

مجموع جملات یک دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدرنسبت d از رابطه $S_n = n(2a_1 + (n-1)d)$ به دست می آید و جمله n ام یک دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدرنسبت d از رابطه $a_n = a_1 + (n-1)d$ به دست می آید.

دو عدد کوچکتر سه عدد بزرگتر

$$\begin{cases} S_5 = 225 \\ a_1 + a_2 + a_3 = 2(a_4 + a_5) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -(2a_1 + 4d) = 225 \\ a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 2(a_1 + 3d + a_1 + 4d) \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} -(2(a_1 + 2d)) = 225 \\ 3a_1 + 3d = 2(2a_1 + 7d) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1 + 2d = 45 \\ a_1 + 11d = 0 \end{cases} \rightarrow 9d = -45 \rightarrow d = -5, a_1 = 55$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۱

در هر دنباله هندسی با جمله اول a_1 و نسبت مشترک r ، جمله n ام از رابطه $a_n = a_1 r^{n-1}$ به دست می آید.

$$\begin{cases} a_4 + a_5 = 32 \\ a_1 + a_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} + = 32 \\ a_1 + a_1 r = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (1+r) = 32 \\ a_1(1+r) = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم}} r^3 = 8 \Rightarrow r = 2$$

$$a_1(1+r) = 4 \Rightarrow a_1(1+2) = 4 \Rightarrow a_1(3) = 4 \Rightarrow a_1 = \frac{4}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۲

در یک دنباله حسابی با جمله اول a_1 و اختلاف مشترک d ، جمله n ام از رابطه $a_n = a_1 + (n-1)d$ به دست می آید.

$$12a_1 + 36d = 96 \Rightarrow 12(a_1 + 3d) = 96 \Rightarrow 12a_4 = 96 \Rightarrow a_4 = \frac{96}{12} \Rightarrow a_4 = 8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۳

در هر دنباله هندسی با جمله اول a_1 و نسبت مشترک q ، جمله n ام از رابطه $a_n = a_1 q^{n-1}$ به دست می آید.

$$\begin{cases} a_1 + a_2 = 3 \\ a_3 + a_4 = 48 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + a_1 q = 3 \\ a_1 q^2 + a_1 q^3 = 48 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1(1+q) = 3 \\ a_1 q^2(1+q) = 48 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a_1 q^2(1+q)}{a_1(1+q)} = \frac{48}{3} \Rightarrow q^2 = 16 \Rightarrow q = \pm 4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۴ جملات دنباله را می نویسیم:

$$a_1 = 0, a_2 = 1, a_3 = 0, a_4 = 1$$

بنابراین جملات دنباله به صورت $0, 1, 0, 1, 0, 1, \dots$ هستند و مجموع صد جمله اول برابر ۵۰ می شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۵

$$-205, -200, -195, \dots \Rightarrow a_1 = -205, d = -200 - (-205) = -200 + 205 = 5$$



$$= + (n-1)d = 0 \Rightarrow 0 = -205 + (n-1)5 \Rightarrow 0 = -205 + 5n - 5$$

$$\Rightarrow 210 = 5n \Rightarrow n = \frac{210}{5} = 42$$

۱۷۶ در یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و اختلاف مشترک d جمله‌ی n ام از رابطه‌ی $a_n = a_1 + (n-1)d$

بدست می‌آید.

$$= + (n-1)d$$

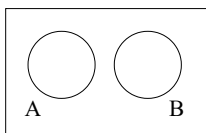
$$\Rightarrow a_3 = a_1 + 2d = 20 \xrightarrow{a_1=2d} 2d + 2d = 20 \Rightarrow 4d = 20 \Rightarrow d = \frac{20}{4} = 5$$

$$a_1 + 2d = 20 \xrightarrow{d=5} a_1 + (2 \times 5) = 20 \Rightarrow a_1 = 20 - 10 = 10$$

$$a_{15} = a_1 + 14d = 10 + (14 \times 5) = 80$$

۱۷۷ اگر A و B دو مجموعه‌ی جدا از هم باشند، اشتراک آن‌ها تهی خواهد بود. می‌دانیم:

دو مجموعه‌ی جدا از هم A و B را روی نمودار ون بصورت زیر نمایش می‌دهیم:



پس:

$$B - A = B \Rightarrow n \left(\underbrace{\quad}_A \cup \underbrace{\quad}_B \right) = n(A \cup B) \xrightarrow{\text{طبق فرض}} 30$$

۱۷۸ دنباله‌ی حاصل را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\begin{array}{ccccccc} & +d & +d & +d & +d & & \\ \curvearrowright & & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & & \\ 4 & , & \dots & , & \dots & , & 32 \end{array}$$

پس داریم:

$$4 + 4d = 32 \Rightarrow 4d = 28 \Rightarrow d = 7$$

و دنباله بصورت زیر بدست می‌آید:

$$4, 11, 18, 25, 32 \Rightarrow \text{مجموع واسطه‌ها} = 11 + 18 + 25 = 54$$

۱۷۹ در هر الگوی خطی، جمله‌ی عمومی عبارتست از $t_n = an + b$ می‌دانیم:

جمله‌ی عمومی الگو به صورت $t_n = an + b$ است.

$$\begin{cases} \Rightarrow a = 4, b = 1 \Rightarrow t_n = 4n + 1 \\ \text{جمله‌ی چهارم : } 4a + b = 17 \end{cases}$$

دو جمله‌ی متوالی را به صورت $4(n+1) + 1$, $4n + 1$ در نظر می‌گیریم.

$$4n + 1 + 4(n+1) + 1 = 8n + 6 = 182 \Rightarrow n = 22$$

پس مجموع جملات 22 ام و 23 ام برابر با ۱۸۲ است.



۱۸۰ می‌دانیم: مجموعه‌ی متناهی، مجموعه‌ایست که تعداد اعضای آن عددی حسابی باشد.

مجموعه اعداد زوج و مجموعه اعداد اول، هر دو نامتناهی هستند و تنها عدد زوج اول ۲ است که نه در A وجود دارد و نه در B پس دو مجموعه‌ی A و B هیچ اشتراکی ندارند، بنابراین:

$$\text{نامتناهی } A - B = A \quad \text{متناهی}$$

$$B - A = B \quad \text{نامتناهی}$$

تنها گزینه‌ی نادرست، گزینه‌ی ۴ است.

۱۸۱ دنباله‌ی تعداد قوطی کبریت‌ها عبارتست از:

$$3, 6, 11, \dots$$

که می‌توان هر جمله از دنباله را به صورت یک مربع کامل بعلاوه‌ی ۲ در نظر گرفت؛ یعنی:

$$a_n = n^2 + 2$$

و برای مرحله‌ی یازدهم داریم:

اگر اعداد مثبت c و b و a : جملات متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند داریم $b^2 = ac$
در هر دنباله‌ی هندسی، قدر نسبت از رابطه‌ی $r = \frac{a_{n+1}}{a_n}$ بدست می‌آید.

۱۸۲ می‌دانیم:

دنباله‌ی هندسی حاصل بصورت زیر است:

$$\begin{aligned} 20 + x, 50 + x, 100 + x &\xrightarrow{\text{دنباله‌ی هندسی}} (20 + x)(100 + x) \\ \Rightarrow 2500 + 100x + x^2 = x^2 + 120x + 2000 &\Rightarrow 20x = 500 \Rightarrow x = 25 \\ \text{دنباله‌ی هندسی: } 45, 75, 125 \end{aligned}$$

و قدر نسبت دنباله عبارت‌اند از:

$$r = \frac{75}{45} = \frac{5}{3}$$

۱۸۳ می‌دانیم:

در هر دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول t_1 و قدر نسبت r جمله‌ی عمومی از رابطه‌ی $t_n = t_1 \times r^{n-1}$ بدست می‌آید

$$\begin{aligned} \text{فرض: } \quad \times &= 8 \Rightarrow (\times) \times (\times) = 8(\times) \\ \Rightarrow t_1^2 \times r^8 &= 8t_1 \times r^3 \Rightarrow t_1 r^5 = 8 \Rightarrow t_6 = 8 \end{aligned}$$

۱۸۴

میدانیم: $Q' \cup Q = R$, $Q' = R - Q$

مجموعه‌ی اعداد صحیح

مجموعه‌ی اعداد طبیعی

مجموعه‌ی اعداد حسابی

$$Z - N = \{0, -1, -2, -3, \dots\}$$

$$(Z - N) \cup W = \{0, -1, -2, -3, \dots\} \cup \{0, 1, 2, \dots\} = Z$$

گزینه‌ی «د»



گزینه ۲: $(Z - N) \cap W = \{0, -1, -2, -3, \dots\} \cap \{0, 1, 2, \dots\} = \{0\}$

گزینه ۳: $N \cap (Q' - R) = N \cap \emptyset = \emptyset$

گزینه ۴: $(Q' - N) \cup Q = Q' \cup Q = R$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۵

می‌دانیم: در هر دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول t_1 و قدر نسبت d ، جمله‌ی عمومی از رابطه‌ی $t_n = t_1 + (n - 1) \times d$ بدست می‌آید.

فرض مسئله: $t_7 + t_8 + t_9 = 3t_6 + 10$

$$\Rightarrow (t_1 + 6d) + (t_1 + 7d) + (t_1 + 8d) = 3(t_1 + 5d) + 10$$

$$\Rightarrow 3t_1 + 17d = 3t_1 + 15d + 10 \Rightarrow 2d = 10 \Rightarrow d = 5$$

$$t_9 - t_6 = (t_1 + 8d) - (t_1 + 5d) = 3d = 5 \times 5 = 25$$

دنباله‌ی «تعداد پاره‌خط‌ها» را تشکیل می‌دهیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۶

می‌توان این دنباله را به صورت زیر در نظر گرفت:

پس جمله‌ی عمومی آن به صورت زیر خواهد بود.

$$a_n = 6 + (n - 1) \times 5 = 5n + 1$$

حال معادله‌ی $a_n = 46$ را حل می‌کنیم:

دنباله‌ی حاصل را به صورت زیر در نظر می‌گیریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۷

$$5 \xrightarrow{\times r} \dots \xrightarrow{\times r} \dots \xrightarrow{\times r} 32$$

و داریم:

$$5 \times r^3 = 32 \Rightarrow r^3 = \frac{32}{5} = \frac{32}{500} = \frac{8}{125} = \left(\frac{2}{5}\right)^3 \Rightarrow r = \frac{2}{5} = 0.4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۸

می‌دانیم: در هر دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول t_1 و قدر نسبت r ، جمله عمومی از رابطه‌ی $t_n = t_1 \times r^{n-1}$ بدست می‌آید.

$$t_1 + t_7 + t_9 = (t_1 + t_5 + t_6) \Rightarrow t_1 + t_1 r + t_1 r^2 = (t_1 r^3 + t_1 r^4 + t_1 r^5)$$

$$\Rightarrow \cancel{t_1} + \cancel{t_1 r} + \cancel{t_1 r^2} = \cancel{t_1 r^3} + \cancel{t_1 r^4} + \cancel{t_1 r^5} \Rightarrow 1 = \frac{r^3}{r^2} \Rightarrow r^3 = \frac{1}{r} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{1}{r}} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{2}{3}}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۹

می دانیم: در هر دنباله هندسی با جمله اول t_1 و قدرنسبت r ، جمله عمومی از رابطه $t_n = t_1 \times r^{n-1}$ بدست می آید.

چون خارج قسمت هر دو جمله متوالی دنباله فوق عددی ثابت است، این دنباله هندسی است و قدرنسبت آن برابر با همین خارج قسمت است:

$$r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{t_3}{t_2} = -\frac{1}{2}$$

و جمله عمومی آن عبارتست از:

$$t_n = t_1 r^{n-1} = (-1) \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

پس:

$$(-1) \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{128} \Rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = -\frac{1}{128} = \left(-\frac{1}{2}\right)^7 \Rightarrow n-1 = 7 \Rightarrow n = 8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۰

می دانیم: در هر دنباله هندسی که جمله اول t_1 و قدرنسبت r باشد، جمله عمومی از رابطه $t_n = t_1 \times r^{n-1}$ بدست می آید.

$$\frac{t_7}{t_4} = 27 \Rightarrow \frac{t_1 r^6}{t_1 r^3} = 27 \Rightarrow r^3 = 27 \xrightarrow{\sqrt[3]{}} r = 3$$

$$\frac{t_8}{t_4} = \frac{t_1 r^7}{t_1 r^3} = r^4 = 9 \Rightarrow t_4 = 9 t_8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۱ در هر دنباله هندسی با جمله اول a_1 و قدرنسبت r ، جمله n ام از رابطه $a_n = a_1 r^{n-1}$ بدست می آید.

$$\begin{cases} a_1 + a_2 = \frac{3}{8} \Rightarrow a_1 + a_1 r = \frac{3}{8} \Rightarrow a_1 (1 + r) = \frac{3}{8} \\ a_4 + a_8 = 3 \Rightarrow a_1 r^3 + a_1 r^7 = 3 \Rightarrow a_1 r^3 (1 + r) = 3 \quad (II) \end{cases}$$

با تقسیم دو طرف تساوی عبارت (II) بر عبارت (I) داریم:

$$r^3 = \frac{3}{\frac{3}{8}} = 8 \Rightarrow r = 2 \xrightarrow{\text{جایگذاری در (I)}} a_1 = \frac{3}{8} \rightarrow \frac{r}{a_1} = \frac{2}{\frac{3}{8}} = \frac{16}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۲ دنباله هندسی حاصل را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$7, \overset{\times r}{\curvearrowright}, \overset{\times r}{\curvearrowright}, \overset{\times r}{\curvearrowright}, \overset{\times r}{\curvearrowright}, \overset{\times r}{\curvearrowright}, \dots, 1701$$

$$7 \times r^5 = 1701 \Rightarrow r^5 = \frac{1701}{7} = 243 = 3^5 \xrightarrow{\sqrt[5]{}} r = 3$$

$$\Rightarrow 7, 21, 63, 189, 567, 1701 \Rightarrow \text{حکم مسئله: } \frac{567}{21} = 27$$



۱۹۳ در جدول مقابل تعداد نقاط تو خالی و توپر و اختلاف آن‌ها را در هر شکل مشخص می‌کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴

شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	۴	۹
تعداد نقاط تو خالی	۵	۳	۳	۱۰	۳۶
تعداد نقاط توپر	۱	۱	۶	۶	۴۵
اختلاف	۱	۲	۳	۴	۹

با توجه به جدول، اختلاف تعداد نقاط توپر و تو خالی برابر شماره‌ی شکل است، پس در شکل نهم اختلاف آن‌ها برابر ۹ می‌باشد.

۱۹۴ در هر دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول a_1 و نسبت مشترک r ، جمله‌ی n ام از رابطه‌ی $a_n = a_1 r^{n-1}$ بدست می‌آید. ۱ ۲ ۳ ۴

$$a_1 = 1, r = \frac{a_2}{a_1} = -2 \Rightarrow a_{10} = a_1 r^9 = 1 \times 2^9 = 512$$

۱۹۵ در هر دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول a_1 و نسبت مشترک r ، جمله‌ی n ام از رابطه‌ی $a_n = a_1 r^{n-1}$ بدست می‌آید. ۱ ۲ ۳ ۴

$$a = a r^{n-1} \Rightarrow \begin{cases} = 192 \Rightarrow = 192 \Rightarrow \frac{a_1 r^6}{a_1 r^3} = \frac{192}{24} \Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2 \\ a_6 = 24 \Rightarrow a_1 r^3 = 24 \end{cases}$$

$$a_1 r^7 = 24 \xrightarrow{r=2} a_1 \times 2^7 = 24 \Rightarrow a_1 \times 8 = 24 \Rightarrow a_1 = 3$$

$$a_{10} = a_1 r^9 = 3 \times 2^9 = 3 \times 512 = 1536$$

۱۹۶ ۱ ۲ ۳ ۴

در هر دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول a_1 و نسبت مشترک r ، جمله‌ی n ام از رابطه‌ی $a_n = a_1 r^{n-1}$ بدست می‌آید.

$$\underbrace{2, \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc}_{\text{جمله‌ی اول}}, \underbrace{162}_{\text{جمله‌ی پنجم}}$$

$$a_5 = a_1 r^4 = 162 \Rightarrow 162 = 2(r^4) \Rightarrow r^4 = 81 = 3^4 \xrightarrow{r>0} r = 3$$

$$2, 2 \times 3, 2 \times 3^2, 2 \times 3^3, 2 \times 3^4 \Rightarrow 2, 6, 18, 54, 162$$

مجموع ۳ واسطه برابر $6 + 18 + 54 = 78$ است.

۱۹۷ در هر دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول a_1 و نسبت مشترک r ، جمله‌ی n ام از رابطه‌ی $a_n = a_1 r^{n-1}$ بدست می‌آید. ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{a_5}{a_2} = \frac{a_1 r^4}{a_1 r} = \frac{\frac{2}{81}}{-\frac{2}{3}} \Rightarrow r^3 = -\frac{1}{27} \Rightarrow r = -\frac{1}{3}$$

$$a_2 = a_1 r = -\frac{1}{3} \xrightarrow{r=-\frac{1}{3}} -\frac{1}{3} a_1 = -\frac{2}{3} \Rightarrow a_1 = \frac{-\frac{2}{3}}{-\frac{1}{3}} = 2$$



$$a_n = a_1 r^{n-1} \Rightarrow a_n = 2 \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

۱۹۸ در هر دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول a_1 و نسبت مشترک r ، جمله‌ی n ام از رابطه‌ی $a_n = a_1 r^{n-1}$ بدست می‌آید.

$$a_2 \times a_4 = - \Rightarrow a_1 r \times a_1 r^3 = - \Rightarrow a_1^2 r^4 = \frac{2}{11} \Rightarrow (a_1 r^2)^2 = \frac{4}{11} \Rightarrow a_1 r^2 = \pm \frac{2}{\sqrt{11}}$$

چون r^2 مثبت است و جملات دنباله، منفی هستند پس $a_1 r^2 = -\frac{2}{\sqrt{11}}$ است.

$$a_1 + a_3 = - \Rightarrow a_1 + a_1 r^2 = - \xrightarrow{a_1 r^2 = -\frac{2}{\sqrt{11}}} a_1 - \frac{2}{\sqrt{11}} = - \Rightarrow a_1 = -\frac{13}{18} + \frac{2}{9}$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{-13 + 4}{18} = -\frac{9}{18} = -\frac{1}{2}$$

۱۹۹ سه جمله‌ی ابتدایی این دنباله‌ی هندسی را به صورت a, ar, ar^2 در نظر می‌گیریم، در نتیجه:

$$\frac{6}{r}, 6, 6r \text{ : جملات } \Rightarrow \sqrt[3]{216} = 6 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow a^3 = 216 \Rightarrow a \times a \times ar = 216 \Rightarrow r \times 6 \times 6r = 216 \Rightarrow r = 3$$

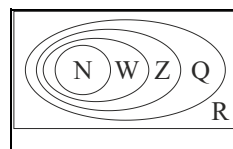
$$\text{مجموع سه جمله‌ی ابتدایی} = 19 \Rightarrow \frac{6}{r} + 6 + 6r = 19 \xrightarrow{\times r} 6 + 6r + 6r^2 = 19r$$

$$6r^2 - 13r + 6 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-13)^2 - 4 \times (6) \times (6) \Rightarrow \Delta = 169 - 144 = 25$$

$$r = \frac{1}{2 \times (6)} \Rightarrow \begin{cases} r_1 = \frac{13+5}{12} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} \Rightarrow 4, 6, 9, \frac{27}{2} \text{ قق} \\ r_2 = \frac{13-5}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} < 1 \text{ غقق} \end{cases}$$

بنابراین جمله‌ی چهارم برابر $\frac{27}{2}$ است.

۲۰۰ ۱ ۲ ۳ ۴



$$\text{یا } \mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$$

می
دانیم:

بررسی گزینه‌ها:

$$۱) \mathbb{N} \cap \mathbb{W} \cap \mathbb{Q} = \mathbb{N}$$

$$۲) (\mathbb{W} \cap \mathbb{Z}) - \mathbb{N} = \mathbb{W} - \mathbb{Z} = \{\emptyset\}$$

$$۳) \mathbb{W} - (\mathbb{Z} \cup \mathbb{N}) = \mathbb{W} - \mathbb{Z} = \emptyset$$

$$۴) (\mathbb{Z} - \mathbb{Q}) \cup \mathbb{N} = \emptyset \cup \mathbb{N} = \mathbb{N}$$

بنابراین تنها گزینه ۳ تهی است.



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۱

می‌دانیم: واسطه حسابی بین دو عدد a و b برابر است با $\frac{a+b}{2}$

داریم:

$$2x + 3 = \frac{(x + 4) + (2x - 1)}{2} \Rightarrow 4x + 6 = 3x + 3 \Rightarrow x = -3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۲

می‌دانیم: در دنباله‌های حسابی، اختلاف هر دو جمله با هم برابر و برابر قدرنسبت است $(a_n - a_{n-1} = d)$
در دنباله‌های هندسی، خارج قسمت هر جمله بر جمله ماقبل خود برابر با قدرنسبت است $(\frac{a_n}{a_{n-1}} = q)$

داریم:

$$10 - (a+b) = \underbrace{(a+b) - a}_{(I)} = a - 1 \quad (II)$$

$$I: 10 - (a+b) = (a+b) - a \Rightarrow 10 - a - b = a + b - a \Rightarrow 10 - a = 2b \quad (I)$$

$$II: (a+b) - a = a - 1 \Rightarrow a + b - a = a - 1 \Rightarrow b = a - 1 \quad (II)$$

$$\left. \begin{array}{l} 10 - a = 2b \\ b = a - 1 \end{array} \right\}$$

$$b = a - 1 \xrightarrow{b=3} 3 = a - 1 \Rightarrow a = 4$$

$$\frac{16}{c} = a \Rightarrow c^2 = 16 \times 4 \Rightarrow c^2 = 64 \Rightarrow \begin{cases} c = 8 \\ c = -8 \end{cases}$$

با توجه به مثبت بودن جملات دنباله غ.ق. ۸

$$\begin{cases} b = 3 \\ c = 8 \end{cases} \Rightarrow c - b = 8 - 3 = 5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۳

می‌دانیم: جمله عمومی یک دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدرنسبت d به صورت $a_n = a_1 + (n-1)d$ است
واسطه هندسی بین دو جمله a و b برابر $\pm\sqrt{ab}$ است.

$$\begin{cases} = 4 \\ d = 8 - 4 = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_{10} = a_1 + 9d = 4 + 9 \times 4 = 40 \\ a_{16} = a_1 + 15d = 4 + 15 \times 4 = 64 \end{cases}$$

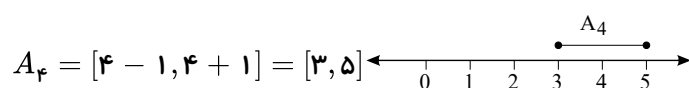
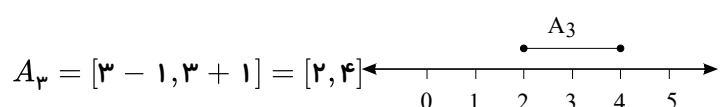
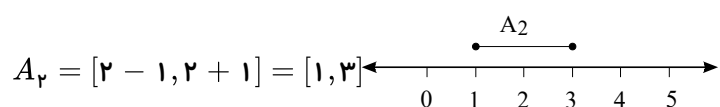
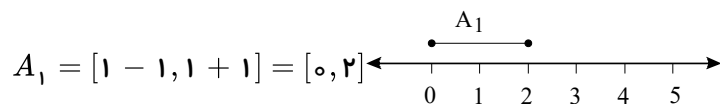


$$\text{واسطه هندسی} = \pm \sqrt{40 \times 64} = \pm \sqrt{4} \times \sqrt{10} \times \sqrt{64} = \pm 2 \times 8 \times \sqrt{10} = \pm 16\sqrt{10}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۴

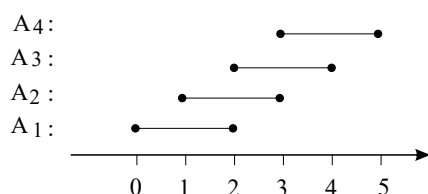
$$A_i = [i - 1, i + 1]$$

با توجه به A_1, A_i تا A_4 را تشکیل می دهیم:



با توجه به A_1 تا A_4 داریم:

$$A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 = [0, 2] \cup [1, 3] \cup [2, 4] \cup [3, 5] = [0, 5]$$

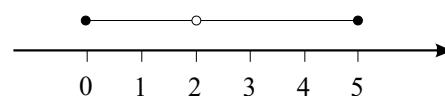


$$A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4: \text{segment from 0 to 5}$$

$$A_1 \cap A_2 \cap A_3 = [0, 2] \cap [1, 3] \cap [2, 4] = \{2\}$$

بنابراین:

$$(A_1 \cup \dots \cup A_4) - (A_1 \cap A_2 \cap A_3) = [0, 5] - \{2\}$$



اعداد صحیح این مجموعه عبارتند از ۰, ۱, ۳, ۴, ۵ که ۵ تا هستند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۵

می دانیم: جمله عمومی دنباله هندسی: $a_n = a_1 q^{n-1}$

$$\begin{cases} a_3 = a_1 q^2 = 9 \\ a_4 = a_1 q^3 = 72 \end{cases} \Rightarrow \frac{a_1 q^3}{a_1 q^2} = \frac{72}{9} \Rightarrow q = 8 \Rightarrow q = 2$$

$$a_3 = a_1 q^2 = 9 \xrightarrow{q=2} a_1 \times 4 = 9 \Rightarrow a_1 = \frac{9}{4}$$

$$\begin{cases} a_1 = \frac{9}{4} \\ q = 2 \end{cases} \Rightarrow a_{40} = a_1 q^{39} = \frac{9}{4} \times 2^{39} = \frac{9}{4} \times 2^2 \times 2^{37} = 9 \times 2^{37}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۶

می دانیم: جمله عمومی دنباله هندسی: $a_n = a_1 q^{n-1}$

$$+ + = ۲۶ \Rightarrow + q + = ۲۶ \Rightarrow (1 + q +) = ۲۶ \quad (I)$$

$$a_3 + a_4 + a_5 = ۲۳۴ \Rightarrow a_1 q^2 + a_1 q^3 + a_1 q^4 = ۲۳۴ \Rightarrow a_1 q^2 (1 + q + q^2) = ۲۳۴ \quad (II)$$

از تقسیم عبارت II بر I داریم:

$$\frac{(1 + q +)}{a_1 (1 + q + q^2)} = \frac{۲۳۴}{۲۶} \Rightarrow q^2 = 9 \Rightarrow \frac{a_4}{a_5} = \frac{a_1 q^4}{a_1 q^5} = q^{-1} = (q^2)^{-\frac{1}{2}} = 9^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۷

می دانیم: جمله عمومی

دنباله حسابی: $a_n = a_1 + (n-1)d$

دنباله هندسی: $a_n = a_1 q^{n-1}$

اگر جملات دنباله حسابی را با a_n و جملات دنباله هندسی را با b_n نمایش دهیم، داریم:

$$\begin{cases} a_1 + d = b_1 \\ a_1 + 3d = b_1 q \\ a_1 + 7d = b_1 q^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{b_1 q}{b_1} = q$$

$$\Rightarrow \frac{a_1 + 7d}{a_1 + 3d} = \frac{a_1 + d}{a_1} \Rightarrow (a_1 + 3d)^2 = (a_1 + 7d)(a_1 + d)$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 6a_1 d + 9d^2 = a_1^2 + 8a_1 d + 7d^2 \Rightarrow 2d^2 - 2a_1 d = 0$$

$$\Rightarrow 2d(d - a_1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} d - a_1 = 0 \Rightarrow d = a_1 \end{cases}$$

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{a_1 + 3d}{a_1 + d} \stackrel{d=a_1}{=} \frac{d + 3d}{d + d} = \frac{4d}{2d} = 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۸ جمله n ام یک دنباله حسابی با جمله اول a_1 و اختلاف مشترک d به صورت $a_n = a_1 + (n-1)d$ است و

اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، آن گاه: $b^2 = ac$ است.

جملات a_1, a_3, a_9 تشکیل یک دنباله هندسی می دهند، پس:

$$a_9^2 = a_1 \times a_3 \Rightarrow (a_1 + 8d)^2 = a_1 \times (a_1 + 2d) \Rightarrow a_1^2 + 16a_1 d + 64d^2 = a_1^2 + 2a_1 d$$

$$\Rightarrow 14d^2 - 14a_1 d = 0 \xrightarrow{d \neq 0} d = a_1$$

پس جملات دنباله هندسی به صورت $a_1, 3a_1, 9a_1, \dots$ است. بنابراین اختلاف مشترک آن برابر ۳ است. $r = \frac{3a_1}{a_1} = 3$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۹

می دانیم: جمله عمومی دنباله حسابی و $a_n = a_1 + (n-1)d$ جمله عمومی دنباله هندسی

$d = a_n - a_{n-1}$ قدرنسبت حسابی و $q = \frac{a_n}{a_{n-1}}$ قدرنسبت هندسی



$$2, \frac{7}{4}, \dots \Rightarrow d = \frac{7}{4} - 2 = -\frac{1}{4}, t_1 = 2$$

$$t_4 = t_1 + 3d = 2 - \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$$

$$t_8 = t_1 + 7d = 2 - \frac{7}{4} = +\frac{1}{4}$$

$$t_{13} = t_1 + 12d = 2 - \frac{12}{4} = -1$$

دنباله هندسی : $\frac{5}{4} + x, \frac{1}{4} + x, -1 + x, \dots$

شرط تشکیل دنباله هندسی : $b^2 = ac \Rightarrow (x + \frac{1}{4})^2 = (x - 1)(x + \frac{5}{4})$

$$\Rightarrow \cancel{x^2} + \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} = \cancel{x^2} + \frac{1}{4}x - \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{1}{4}x = -\frac{21}{16} \Rightarrow x = -\frac{21}{4}$$

$$r = \frac{-\frac{21}{4} + \frac{1}{4}}{-\frac{21}{4} + \frac{5}{4}} = \frac{-\frac{20}{4}}{-\frac{16}{4}} = \frac{5}{4}$$

قدر نسبت دنباله هندسی

حد مجموع (مجموع همه جملات) یک دنباله هندسی با جمله اول a_1 و نسبت مشترک r ($|r| < 1$) از $S_{\infty} = \frac{a_1}{1-r}$ به دست می آید و جمله n ام یک دنباله هندسی با جمله اول a_1 و نسبت مشترک r از رابطه $a_n = a_1 r^{n-1}$ به دست می آید.

$$a_1 = -(a_2 + a_3 + \dots) \Rightarrow a_1 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{1-r} \Rightarrow a_1 = \frac{1}{3} \times \frac{r}{1-r}$$

$$\xrightarrow{a_1 \neq 0} 1 = \frac{r}{3(1-r)} \Rightarrow 3 - 3r = r \Rightarrow 4r = 3 \Rightarrow r = \frac{3}{4}$$

جمله n ام یک دنباله هندسی با جمله اول a_1 و نسبت مشترک r به صورت $a_n = a_1 r^{n-1}$ است. (۲۱۱) ۱ ۲ ۳ ۴

$$x, 21, y, 189, \dots \Rightarrow \begin{cases} = 21 \Rightarrow r = 21 \\ a_4 = 189 \Rightarrow a_1 r^3 = 189 \Rightarrow \frac{189}{a_1 r} = \frac{189}{21} \Rightarrow r^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} r = 3 \end{cases} \end{cases}$$

چون دنباله افزایشی است، فقط مقدار $r = 3$ قابل قبول است. بنابراین:

$$x = \frac{21}{3} = 7, y = 21 \times 3 = 63 \Rightarrow x + y = 7 + 63 = 70$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۲

می دانیم: $(\sqrt[n]{a})^2 = a \left(\begin{matrix} \text{زوج} \\ a < 0 \end{matrix} \right), (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

ابتدا جمله عمومی دنباله را گویا می کنیم:

$$t_n = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} \times \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}} = \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{n+1-n} = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$$

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= \sqrt{2} - \sqrt{1} \\ t_2 &= \sqrt{3} - \sqrt{2} \\ t_3 &= \sqrt{4} - \sqrt{3} \\ t_{15} &= \sqrt{16} - \sqrt{15} \end{aligned} \right\} \Rightarrow t_1 + \dots + t_{15} = -\sqrt{1} + \sqrt{16} = 4 - 1 = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۳

می دانیم: جمله عمومی دنباله هندسی با جمله اول a_1 و قدر نسبت q برابر است با: $a_n = a_1 q^{n-1}$

با رسم الگوی صندوقی ها داریم:

رسم یک ۸ ضلعی , رسم یک ۱۶ ضلعی , ... , رسم یک ۳۲ ضلعی

۱۶

۱۶

فاصله بین صندوقی ها

۸

دنباله حاصل یک دنباله هندسی با جمله اول ۸ و قدر نسبت ۲ است.

$$\frac{\text{مجموع صندوقی های ردیف دوم و سوم}}{a_2 + a_3} = \frac{+}{a_1 q + a_1 q^2} = \frac{2^5 + 2^6}{2 + 2^2} = \frac{96}{2 + 4} = \frac{96}{6} = 16$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۴

می دانیم: $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

با نوشتن دنباله تعداد نقطه ها داریم:

شکل اول , ... , n ام
 $1 + 2$ $1 + 2 + 3$ $1 + 2 + \dots + n + 1$

$$a_{10} = 1 + 2 + \dots + 11 = \frac{11 \times 12}{2} = 66$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۵

می دانیم: جمله عمومی دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدر نسبت d برابر است با $a_n = a_1 + (n-1)d$
 جمله عمومی دنباله هندسی با جمله اول b_1 و قدر نسبت q برابر است با $b_n = b_1 q^{n-1}$

$$\left. \begin{aligned} &= \Rightarrow + d = \\ a_4 &= b_4 \Rightarrow a_1 + 3d = b_1 q \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2a_1 + 4d = b_1 + b_1 q \quad (I)$$



$$+ q = + + d + + 2d = 3 + 3d \quad (II)$$

$$\xrightarrow{I, II} 2 + 4d = 3 + 3d \Rightarrow = d$$

$$a_1 + d = b_1 \xrightarrow{a_1=d} 2a_1 = b_1 \Rightarrow \frac{b_1}{a_1} = 2$$

۲۱۶) ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به شکل می‌بینیم در شکل شماره ۱، $\frac{3}{4}$ شکل سایه نخورده است.

در شکل شماره ۲، $\frac{9}{16}$ شکل سایه نخورده است.

در شکل شماره ۳، $\frac{27}{64}$ شکل سایه نخورده است.

به همین ترتیب، در شکل شماره m ، $\left(\frac{3}{4}\right)^m$ شکل سایه نخواهد خورد. بنابراین:

$$a_5 = \left(\frac{3}{4}\right)^5 = \frac{3^5}{4^5} = \frac{243}{1024}$$

۲۱۷) ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: در دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدرنسبت d ، جمله n ام از رابطه $a_n = a_1 + (n-1)d$ بدست می‌آید.

در دنباله هندسی با جمله اول b_1 و قدرنسبت q ، جمله n ام از رابطه $b_n = b_1 q^{n-1}$ بدست می‌آید.

دنباله هندسی

$$(a_1 + 5d)^2 = (a_1 + 11d)(a_1 + 3d) \Rightarrow a_1^2 + 10a_1d + 25d^2 + 14a_1d + 33d^2$$

$$\Rightarrow 4a_1d + 8d^2 = 0 \Rightarrow d(4a_1 + 8d) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 4a_1 + 8d = 0 \Rightarrow a_1 = -2d \\ a_1 = -2d \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

$$a_1 + 3d, a_1 + 5d, a_1 + 11d \longrightarrow d, 3d, 9d \Rightarrow q = 3$$

۲۱۸) ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: در یک دنباله هندسی با جمله اول a_1 و قدرنسبت q ، جمله n ام از رابطه $a_n = a_1 q^{n-1}$ بدست می‌آید.

$$\begin{cases} a_3 \times a_5 = 144 \\ a_5 = 48 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q \times = = 144 \\ a_1 q^4 = 48 \end{cases} \Rightarrow \frac{a_1^2 q^4}{a_1 q^4} = \frac{144}{48} \Rightarrow a_1 = 3$$

$$a_1 q^2 = 48 \xrightarrow{a_1=3} 3q^2 = 48 \Rightarrow q^2 = 16 \Rightarrow q = 2$$

$$a_6 = a_1 q^5 = 3 \times 2^5 = 3 \times 32 = 96$$

۲۱۹) ۱ ۲ ۳ ۴ در هر دنباله هندسی با جمله اول a_1 و نسبت مشترک r ، جمله n ام از رابطه $a_n = a_1 r^{n-1}$ بدست می‌آید.

$$-1, -1, \dots \Rightarrow a_1 = \frac{1}{2}, r = \frac{-1}{\frac{1}{2}} = -2$$



$$a_6 = a_1 r^5 = \frac{1}{2}(-\frac{1}{2})^5 = \frac{-32}{2} = -16$$

طبق صورت سوال

$$\rightarrow a_n = 16a_6 \Rightarrow a_n = 16(-16) = -256$$

$$a_n = a_1 r^{n-1} \Rightarrow -256 = \frac{1}{2}(-\frac{1}{2})^{n-1} \Rightarrow -512 =$$

$$\Rightarrow (-2)^9 = (-2)^{n-1} \Rightarrow n-1=9 \Rightarrow n=10 \text{ جمله ی دهم}$$

۲۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱) نادرست: ممکن است متناهی یا نامتناهی باشد.

گزینه ۲) نادرست: ممکن است تهی یا ناتهی باشد.

گزینه ۳) نادرست: همواره متناهی است.

گزینه ۴) درست

۲۲۱ ۱ ۲ ۳ ۴ حاصل هر گزینه را بدست می‌آوریم و با بررسی گزینه‌ها داریم:

$$۱) [-2, 5] \cap (2, 5] = (2, 5] \xrightarrow{\text{اعداد طبیعی موجود در این بازه}} \{3, 4\}$$

$$۲) [0, 3] \cup (1, 5] = [0, 5] \xrightarrow{\text{اعداد طبیعی موجود در این بازه}} \{1, 2, 3, 4\}$$

$$۳) [1, 2] \cup (3, 6] = [1, 6] - [2, 3] \xrightarrow{\text{اعداد طبیعی موجود در این بازه}} \{1, 4, 5, 6\}$$

$$۴) (0, 6] \cap [1, 7] = [1, 6] \xrightarrow{\text{اعداد طبیعی موجود در این بازه}} \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

۲۲۲ ۱ ۲ ۳ ۴ تنها حالتی که مجموعه A متناهی می‌شود گزینه ۳ است:

$$A = \{n \in \mathbb{Z} | 0 < n < 2\} \Rightarrow A = \{1\} \text{ متناهی}$$

۲۲۳ ۱ ۲ ۳ ۴ حالت‌های مختلف B را می‌نویسیم و با هم اشتراک می‌گیریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \{1, 2, 3\} \Rightarrow x = 1, 2, 3 \\ \begin{array}{l} = 1 \\ B = (x, 4x) \end{array} \Rightarrow B_1 = (1, 4) \\ \begin{array}{l} = 2 \\ B = (x, 4x) \end{array} \Rightarrow B_2 = (2, 8) \\ \begin{array}{l} = 3 \\ B = (x, 4x) \end{array} \Rightarrow B_3 = (3, 12) \end{array} \right\} \Rightarrow B_1 \cap B_2 \cap B_3 = (3, 4)$$

۲۲۴ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: مجموعه‌ای که تعداد اعضای آن یک عدد حسابی نباشد یک مجموعه نامتناهی است.

مثال:



$$1) \left\{ \begin{array}{l} A \subseteq B \\ B \text{ نامتناهی} \end{array} \Rightarrow \text{می تواند متناهی باشد یا نامتناهی} \quad A(\mathbb{N} \subseteq \mathbb{R}, \{1\} \subseteq \mathbb{R})$$

مثال:

$$2) \left\{ \begin{array}{l} A \subseteq B \\ B \text{ متناهی} \end{array} \Rightarrow \text{قطعاً متناهی است} \quad A(\{1\} \subseteq \{1,2\}, \{1,2\} \subseteq \{1,2\}, \{2\} \subseteq \{1,2\}, \emptyset \subseteq \{1,2\})$$

متناهی $\{1,2,4,5,10,20\}$ = مجموعه شمارنده طبیعی

$$4) \left\{ \begin{array}{l} B = W \\ B - A = W - \mathbb{Z} = \emptyset \end{array} \Rightarrow \text{متناهی}$$

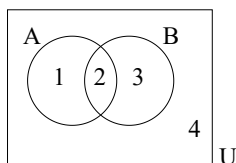
$$A' = U - A \quad \text{می دانیم: } 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 225$$

$$\left\{ \begin{array}{l} B = \{2,3\} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} = U - A = \mathbb{Z} - \mathbb{N} = \{\dots, -2, -1, 0\} \\ B = \{2,3\} \end{array} \Rightarrow B - A' = \{2,3\} \Rightarrow n(B - A') = 2$$

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 226$$

با توجه به نمودار ون داریم:



$$(A - (A - B)) \cup (A \cap B)' \rightarrow (1, 2 - (1, 2 - 2, 3)) \cup (1, 2 \cap 2, 3)'$$

$$\rightarrow (1, 2 - 1) \cup (2)' \rightarrow (2) \cup (1, 3, 4) = 1, 2, 3, 4 \xrightarrow{\text{متمم}} \{ \}$$

$$n(A') = n(U) - n(A)$$

$$\text{می دانیم: } 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 227$$

$$n(B) = n(U) - n(B') = 40 - 22 = 18$$

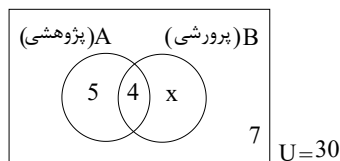
$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 228$$

$$1) \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} B = Q \Rightarrow B' = Q' \Rightarrow A \cap B' = \mathbb{Z} \cap Q' = \{ \} \end{array} \right. \text{ متناهی} \\ \left\{ \begin{array}{l} B = Q' \Rightarrow B' = Q \Rightarrow A \cap B' = \mathbb{R} \cap Q = Q \end{array} \right. \text{ نامتناهی} \end{array} \right.$$

$$2) \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} A = Q \Rightarrow = \\ B = Q' \Rightarrow B' = Q \end{array} \Rightarrow A' \cap B' = Q' \cap Q = \{ \} \right. \text{ متناهی} \\ \left\{ \begin{array}{l} A = \mathbb{N} \Rightarrow = \\ B = \mathbb{Z} \Rightarrow B' = \mathbb{Z}' \end{array} \Rightarrow A' \cap B' = \mathbb{N}' \cap \mathbb{Z}' = (N \cup \mathbb{Z})' = \mathbb{Z}' \end{array} \right. \text{ نامتناهی}$$



$$۳) \begin{cases} \begin{cases} A = \mathbb{Z} \Rightarrow \\ B = Q \end{cases} = \Rightarrow B - A' = Q - Z' = Q \cap \mathbb{Z} = \mathbb{Z} \text{ نامتناهی} \\ \begin{cases} A = Q \Rightarrow \\ B = Q' \end{cases} = \Rightarrow B - A' = Q' - Q' = \{ \} \text{ متناهی} \end{cases}$$



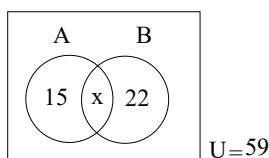
$$n(A \cup B) = 30 - 7 = 23 = 5 + 4 + x \Rightarrow 23 = 9 + x \Rightarrow x = 14$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۹

با توجه به نمودار ون داریم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۰

با توجه به نمودار ون داریم:



$$59 = 15 + 22 + x \Rightarrow x = 59 - 37 = 12$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۱

مجموع سه جمله اول ۳۳ است.

$$a_1 + a_2 + a_3 = 33$$

$$a_4 + a_5 + a_6 = 60$$

مجموع سه جمله بعدی (یعنی a_4 و a_5 و a_6) برابر ۶۰ می باشد.

با ساده کردن دو معادله نوشته شده مسأله را حل می کنیم.

$$a_1 + a_2 + a_3 = 33 \rightarrow a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 33 \rightarrow 3a_1 + 3d = 33$$

$$a_4 + a_5 + a_6 = 60 \rightarrow a_1 + 3d + a_1 + 4d + a_1 + 5d = 60 \rightarrow 3a_1 + 12d = 60$$

دو معادله را در دستگاه قرار می دهیم و حل می کنیم.

$$\times (-1) \begin{cases} 3a_1 + 3d = 33 \\ 3a_1 + 12d = 60 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -3a_1 - 3d = -33 \\ 3a_1 + 12d = 60 \end{cases}$$

$$\frac{9d = 27 \rightarrow d = 3}{}$$

با استفاده از یکی از معادلات a_1 را به دست می آید.

$$3a_1 + 3d = 33 \xrightarrow{d=3} 3a_1 + 9 = 33 \rightarrow 3a_1 = 24 \rightarrow a_1 = 8$$

حال جمله هشتم را محاسبه می کنیم.

$$a_8 = a_1 + 7d = 8 + 7(3) = 8 + 21 = 29$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۲ مجموعه مولکول های موجود در یک بطری آب معدنی مشخص است، بنابراین متناهی است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۳

در مجموعه مرجع U متمم A را با A' نشان می دهیم و داریم: $A' = U - A$

$$[(\mathbb{R} - Q') \cup \mathbb{Z}] - (Q \cup \mathbb{Z})' = [(Q')' \cup \mathbb{Z}] - (Q)' = [Q \cup \mathbb{Z}] - Q' = Q - Q' = Q$$



$$\begin{aligned} A \cap \quad &= \emptyset \\ A \cup A' &= U \end{aligned}$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۴

$$(A \cap A') \cap ((A \cap B) \cap B') = \emptyset \cap (A \cap B \cap B') = \emptyset \cap (A \cap \emptyset) = \emptyset \cap \emptyset = \emptyset$$

بررسی گزینه‌ها:

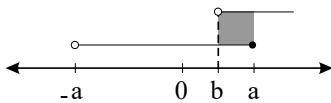
$$۱) (A \cup A') \cup (B \cap B') = U \cup \emptyset = U$$

$$۲) (A \cup A') \cup ((A \cap B) \cap B') = U \cup (A \cap B \cap B') = U \cup (A \cap \emptyset) = U \cup \emptyset = U$$

$$۳) (A \cup A') \cap ((A \cap B) \cap B') = U \cap (A \cap B \cap B') = U \cap (A \cap \emptyset) = U \cap \emptyset = \emptyset$$

$$۴) (B \cup B') \cup ((A \cap B) \cap B') = U \cup (A \cap B \cap B') = U \cup (A \cap \emptyset) = U \cup \emptyset = U$$

با رسم بازه‌ها روی محور اعداد، داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۵

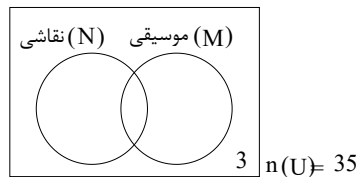


$$(۲, ۴] = (b, a] \Rightarrow \begin{cases} b = ۲ \Rightarrow b - a = ۲ - ۴ = -۲ \end{cases}$$

دقت کنید اگر $b \geq a$ باشد، اشتراک دو مجموعه تهی خواهد بود؛ بنابراین: $۰ < b < a$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۶

با توجه به نمودار ون داریم:



$$n(M \cup N) = n(M) + n(N) - n(M \cap N)$$

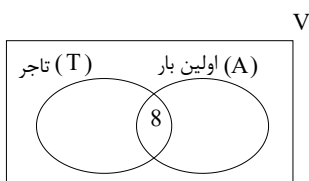
$$۳۲ = ۲۰ + ۱۷ - n(M \cap N) \Rightarrow n(M \cap N) = ۵$$

$$n(N') = n(U) - n(N) = ۳۵ - ۱۷ = ۱۸$$

۱۲ نفر فقط به نقاشی علاقه‌مند هستند

$$n(N - M) \cup n(M - N) = n(N) - n(N \cap M) + n(M) - n(M \cap N) = ۱۲ + ۱۵ = ۲۷$$

با توجه به نمودار ون داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۷



$$n(T \cup A)' = n(V) - n(T \cup A) = ۷۲ - ۲۷ = ۴۵$$



۲۳۸ ۱ ۲ ۳ ۴ بررسی گزینه‌ها:

الف) مجموعه پرنده‌های موجود در کره زمین: متناهی

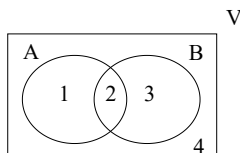
ب) $\mathbb{Z} - \mathbb{N}$: نامتناهی

پ) مجموعه خطوطی که محور x ها را در طول -2 قطع کرده‌اند؛ بی‌نهایت خط می‌تواند محور x ها را در -2 قطع کند: نامتناهی

ت) مجموعه اعداد حقیقی موجود در بازه $[-1, 1]$: نامتناهی

$$\begin{cases} 3^{-x} > \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3^x} > \frac{1}{3} \Rightarrow x < 1 \Rightarrow A = \emptyset \\ x \in \mathbb{N} \end{cases}$$

۲۳۹ ۱ ۲ ۳ ۴ راه حل اول: با شماره گذاری نمودار ون داریم:



مجموعه	اعداد مربوط	تعداد
V	1, 2, 3, 4	50
B	2, 3	35
$A' \cup B'$	1, 3, 4	30
A'	3, 4	20

$\left. \begin{array}{l} 50 \\ 35 \end{array} \right\} \Rightarrow 1, 4 : 15$
 $\left. \begin{array}{l} 30 \\ 20 \end{array} \right\} \Rightarrow 1 : 10$
 $\Rightarrow 4 : 5 \Rightarrow 1, 2, 3 = 45$

راه حل دوم:

$$n(A \cap B) = n(U) - n(A' \cup B') = 50 - 30 = 20$$

$$n(A) = n(U) - n(A') = 50 - 20 = 30$$

$$\rightarrow n(A \cup B) = 30 + 35 - 20 = 45$$

۲۴۰ ۱ ۲ ۳ ۴ بررسی گزینه‌ها:

الف) $A \cap$: متناهی

نامتناهی متناهی

ب) $A \cup$: نامتناهی

نامتناهی متناهی

پ) $A -$: متناهی

نامتناهی متناهی

ت) $A' \cap B = B \cap A' = B - A$: نامتناهی

نامتناهی متناهی

۲۴۱ ۱ ۲ ۳ ۴

$U = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 96\}$: مجموعه مقسوم‌علیه‌های عدد ۹۶

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$: مجموعه مقسوم‌علیه‌های عدد ۲۴

$B = \{3, 6, 12, 24, 48, 96\}$: مجموعه اعداد مضرب ۳ موجود در مجموعه مرجع

طبق مجموعه‌های تعریف نشده؛ داریم:



$$B' = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\} \Rightarrow A \cap B' = \{1, 2, 4, 8\} \Rightarrow n(A \cap B') = 4$$

$$A' \cup B' = (A \cap B)' = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 48, 96\} \Rightarrow n(A' \cap B') = 8$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24, 48, 96\} \Rightarrow n(A \cup B) = 10$$

۲۴۲ اگر تعداد کل دانش آموزان را x فرض کنیم داریم:

$$n(F) = \frac{1}{2}x$$

$$n(V) = \frac{-x}{8}$$

$$n(F \cap V) = \frac{-x}{8}$$

$$n(F \cup V)' = 10 = x - n(F \cup V) \Rightarrow n(F \cup V) = x - 10$$

$$n(F \cup V) = n(F) + n(V) - n(F \cap V) = \frac{1}{2}x + \frac{-x}{8} - \frac{-x}{8} = \frac{-x}{8} = x - 10$$

$$\Rightarrow 6x = 8x - 80 \Rightarrow 2x = 80 \Rightarrow x = 40 \Rightarrow \frac{-}{8} = 5$$

۲۴۳ راه اول: ۱ ۲ ۳ ۴

$$\begin{array}{ccccccc} & +d & & +d & & +d & & +d & & +d \\ & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow & & \swarrow \\ -8, & \text{---} & , & \text{---} & , & \text{---} & , & \text{---} & , & 22 \end{array} \quad -8 + 5d = 22 \Rightarrow 5d = 30 \Rightarrow d = 6$$

راه دوم:

$$\begin{array}{c} -8 \\ a \end{array} \quad \begin{array}{c} 22 \\ b \end{array} \quad d = \frac{\text{جمله } k}{k+1} = \frac{\text{---}}{4+1} = \frac{30}{5} = 6$$

راه سوم:

$$\begin{array}{c} -8 \\ t_1 \end{array} \quad \begin{array}{c} 22 \\ t_6 \end{array} \quad d = \frac{\text{---}}{6-1} = 6$$

جمله عمومی دنباله خطی به فرم $t_n = an + b$ است.

۲۴۴ می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴

$$t_{14} = 4t_3$$

$$\frac{t_{14}}{t_3} = 4 \Rightarrow \frac{\text{---}}{3a+b} = 4 \Rightarrow 14a+b = 12a+4b \Rightarrow 2a=3b \Rightarrow \frac{2}{3}a=b$$

$$\frac{t_{22}}{t_5} = \frac{\text{---}}{5a+b} \xrightarrow{b=\frac{2}{3}a} \frac{22a+\frac{2}{3}a}{5a+\frac{2}{3}a} = \frac{\frac{68}{3}a}{\frac{17}{3}a} = \frac{68}{17} = 4$$

۲۴۵ بررسی گزینه ها: ۱ ۲ ۳ ۴



$$\left\{ \begin{array}{l} A \subseteq B \\ A = \mathbb{N} \end{array} \right. \xrightarrow{A \subseteq B} B - A = \mathbb{W} - \mathbb{N} = \{0\} \text{ متناهی}$$

(۱) نادرست؛ مثال نقض:

$$\left\{ \begin{array}{l} A \subseteq B \\ A = \mathbb{N} \end{array} \right. \xrightarrow{A \subseteq B} A \cap B = \mathbb{N} \cap \mathbb{R} = \mathbb{N} \text{ نامتناهی}$$

(۲) نادرست؛ مثال نقض:

(۳) درست

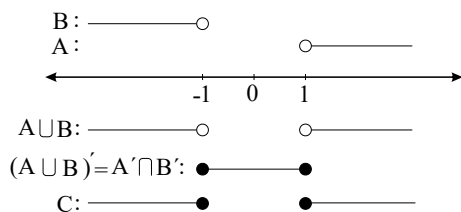
$$A \subseteq B \Rightarrow A - B = \emptyset \text{ متناهی}$$

(۴) نادرست:

$$A' \cap B' = (A \cup B)'$$

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴۶

با رسم مجموعه ها روی محور اعداد داریم:



$$(A' \cap B') \cap C = \{-1, 1\} \rightarrow \text{۲ عضو صحیح}$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \text{ جمله عمومی دنباله حسابی برابر است با:}$$

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴۷

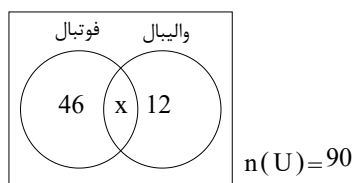
$$a_1 + a_2 + a_3 = -(a_4 + a_5 + a_6) \Rightarrow a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = -(a_1 + 3d + a_1 + 4d + a_1 + 5d)$$

$$\Rightarrow 3a_1 + 3d = -(3a_1 + 12d) \Rightarrow 3(a_1 + d) = -(a_1 + 4d)$$

$$\Rightarrow a_1 + d = -(a_1 + 4d) \Rightarrow \frac{a_1 + d}{a_1 + 4d} = - \Rightarrow \frac{a_1}{a_1} = - \frac{5d}{a_1 + 4d}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴۸

با توجه به نمودار ون داریم:



$$۲۷ = ۹۰ - (۴۶ + ۵ + ۱۲) \text{ تعداد دانش آموزان عضو هیچ کدام از تیم ها}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴۹

$$A \cup B = [-۲, ۶] \cup (-۱, ۸) = [-۲, ۸) \Rightarrow \begin{cases} a = -۲ \\ b = ۸ \end{cases}$$

$$A - B = [-۲, ۶] - (-۱, ۸) = [-۲, -۱] \xrightarrow[\text{موجود در بازه}]{\text{اعداد صحیح}} \{-۲, -۱\} \rightarrow \text{۲ عدد صحیح}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵۰ راه اول:



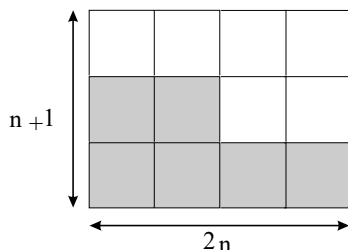
تعداد مربع‌ها	1×2	2×3	3×4	\dots	$n(n+1)$
---------------	--------------	--------------	--------------	---------	----------

$$a_9 = 9 \times 10 = 90$$

راه دوم:

با توجه به شکل زیر:

در شکل n ام، مستطیلی با طول $2n$ و عرض $n+1$ داریم؛ که ما در دنباله صورت تست، نصف تعداد مربع‌های کوچک این مستطیل را می‌خواهیم. بنابراین جمله عمومی این دنباله می‌شود:



$$a_n = \frac{(2n)(n+1)}{2} = n(n+1) \Rightarrow a_9 = 9 \times 10 = 90$$

جمله عمومی الگوی خطی به فرم $t_n = an + b$ است

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵۱

$$\begin{cases} t_1 = a + b = 3 \\ \quad \quad = 5a + b = -5 \end{cases}$$

$$t_n = -197 = -2n + 5 \Rightarrow -202 = -2n \Rightarrow n = 101$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵۲

$$12, \underbrace{\dots\dots\dots}_{10 \text{ واسطه حسابی}}, 68$$

طبق دنباله بالا، جمله اول برابر ۱۲ است و ۶۸ جمله دوازدهم خواهد بود. هم‌چنین واسطه دوم در واقع جمله سوم خواهد شد و به همین ترتیب واسطه‌های چهارم، هفتم و نهم به ترتیب جملات پنجم، هشتم و دهم هستند، لذا داریم:

$$5 + 8 = 12 + 1 \Rightarrow \quad + \quad = \quad + \quad \Rightarrow \quad + \quad = 68 + 12 = 80$$

$$3 + 10 = 12 + 1 \Rightarrow t_3 + t_{10} = t_{12} + t_1 \Rightarrow t_3 + t_{10} = 68 + 12 = 80$$

مجموع واسطه‌های دوم، چهارم، هفتم و نهم برابر است با:

$$\underbrace{t_3 + t_5 + t_8 + t_{10}}_{80} = 80 + 80 = 160$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵۳ بررسی گزینه‌ها:

$$۱) \left(-\infty, \frac{5}{2}\right] \cap \left(-\frac{3}{2}, +\infty\right) = \left(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right] \quad \text{بازه نیم‌بسته}$$

$$۲) \left[-\frac{7}{4}, 6\right) - (1, 9) = \left[-\frac{7}{4}, 1\right] \quad \text{بازه بسته}$$

$$۳) [-5, 4] \cup (-\infty, 12) = (-\infty, 12) \quad \text{بازه باز}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵۴

برای محاسبه جمله چهارم داریم:

$$t_{5n-1} = \frac{\quad}{4n-2}$$

$$n = 1 \rightarrow t_4 = \frac{6}{4-2} = \frac{6}{2} = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵۵

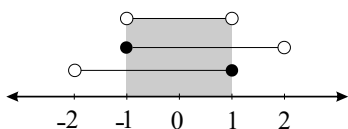
$$(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_n) = (-1, 1) \cup \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \cup \dots \cup \left(-\frac{1}{n}, \frac{1}{n}\right) = A_1 = (-1, 1)$$

با زیاد شدن n ، A کوچک تر می شود؛ بنابراین اجتماع بازه های A_1, \dots, A_n همان A_1 است.

$$B \cap (A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = (-2, 1] \cap [-1, 2) \cap (-1, 1) = (-1, 1)$$

فقط یک عدد صحیح (صفر) موجود در این بازه داریم.

برای درک بهتر سؤال به شکل زیر توجه فرمائید.



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵۶

$$A = \{5, 6, 7, \dots\} \Rightarrow A' = \mathbb{N} - A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{2, 6, 7\} \Rightarrow B' = \mathbb{N} - B = \{1, 3, 4, 5, 8, 9, \dots\}$$

بررسی گزینه ها:

۱) $B' \cap A = \{5, 8, 9, \dots\}$ نامتناهی

۲) $B' - A = \{1, 3, 4\}$ متناهی

۳) $A' \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$ متناهی

۴) $B - A' = \{6, 7\}$ متناهی

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵۷

شماره شکل	۱	۲	۳	...	n
تعداد نقاط	$(1+1)^2$	$(2+1)^2$	$(3+1)^2$...	$(n+1)^2$

$$a_{12} = (12+1)^2 = 13^2 = 169$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵۸

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = \frac{4}{3}n(A \cap B) - n(A \cap B) = \frac{1}{3}n(A \cap B) = ۲۲$$

$$n(B) = \frac{4}{3}n(A \cap B) = \frac{4}{3} \times ۶۶ = ۸۸$$

$n(A \cup B)$ = تعداد اعضای که حداقل در یکی از دو مجموعه A یا B قرار دارند

$$= n(A) + n(B) - n(A \cap B) = ۱۳۲ + ۸۸ - ۶۶ = ۱۵۴$$

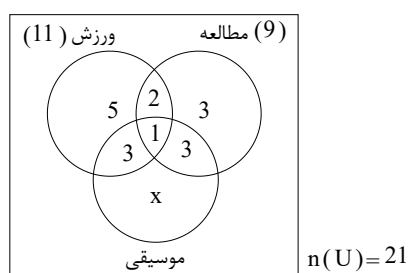
۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵۹

	۱	۲	۳	...	n
مربع های سفید	$(1-1)^2$	$(2-1)^2$	$(3-1)^2$...	$(n-1)^2$

$$a_9 = (9-1)^2 = 64$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶۰

با توجه به نمودار ون داریم:



$$\text{موسیقی} = ۴ + ۳ + ۳ + ۱ = ۱۱$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶۱ می دانیم:

$$\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}' = \mathbb{R}$$

بررسی گزینه ها:

$$\mathbb{Z} \not\subseteq \mathbb{W}$$

/

$$\Rightarrow \mathbb{W} \not\subseteq \mathbb{N} \quad \text{' ' } \setminus C = \mathbb{N}$$

$$t_n = t_1 r^{n-1} \text{ جمله عمومی دنباله هندسی با جمله اول } t_1 \text{ و قدر نسبت } r \text{ برابر است با}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶۲ می دانیم:



از آنجایی که دنباله کاهشی است، بنابراین $t_1 = 512$ و $t_6 = 121,5$ داریم:

$$\begin{cases} t_6 = t_1 r^5 \Rightarrow 121,5 = 512 r^5 \Rightarrow r^5 = \frac{121,5}{512} = \frac{243}{1024} = \frac{3^5}{4^5} \Rightarrow r = \frac{3}{4} \\ t_6 = t_1 r^5 = 512 \times \left(\frac{3}{4}\right)^5 = 512 \times \frac{243}{1024} = 121,5 \end{cases}$$

بررسی گزینه‌ها: (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۶۳)

الف) نادرست؛ مثال نقض: $\{1\} \subseteq \mathbb{R}$ ، \mathbb{R} نامتناهی، $\{1\}$ متناهی

ب) درست

پ) نادرست؛ مثال نقض: نامتناهی $A = \mathbb{Q}$ ، نامتناهی $A' = \mathbb{R} - \mathbb{Q} = \mathbb{Q}'$

ت) درست

جمله عمومی دنباله حسابی با جمله اول t_1 و قدرنسبت d برابر است با: $t_n = t_1 + (n-1)d$

می‌دانیم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۶۴)

$$\begin{cases} \dots = \dots + 6d = 7 \\ \dots = \dots + 10d = 17 \end{cases}$$

$$4d = 10 \Rightarrow d = \frac{10}{4}$$

$$t_1 + 6d = 7 \Rightarrow t_1 + \frac{10}{4} = 7 \Rightarrow t_1 + 15 = 7 \Rightarrow t_1 = -8$$

$$t_{17} = t_1 + 16d = -8 + \frac{16 \times 10}{4} = -8 + 40 = 32$$

می‌دانیم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۶۵)

جمله عمومی دنباله حسابی با جمله اول t_1 و قدرنسبت d برابر است با: $t_n = t_1 + (n-1)d$
جمله عمومی دنباله هندسی با جمله اول t_1 و قدرنسبت r برابر است با: $t_n = t_1 r^{n-1}$
در دنباله حسابی، تفاضل هر دو جمله متوالی با هم برابر و برابر قدرنسبت است.
در دنباله هندسی، خارج قسمت هر دو جمله متوالی با هم برابر و برابر قدرنسبت است.

قدرنسبت دنباله حسابی برابر با $d = 6$ است. پس دنباله هندسی به صورت زیر است:

$$r = 6, a_1 = \frac{8}{27}$$

$$\frac{8}{27}, \frac{16}{9}, \frac{32}{3}, 64, 384, \dots$$

جملات این دنباله از جمله پنجم مضرب صحیح ۳ هستند. از آنجا که دنباله حسابی مورد نظر به صورت $t_n = 4 + 6(n-1)$ است، بنابراین فقط عدد ۶۴ چون صحیح است و مضرب صحیح ۳ نیست، می‌تواند بین دو دنباله مشترک باشد، در نتیجه داریم:

$$4 + 6(n-1) = 64 \Rightarrow 6(n-1) = 60 \Rightarrow n = 11$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۲۶۶)

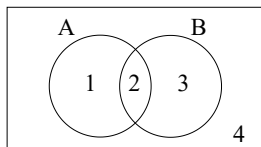
شماره کل					n
تعداد چوب کبریت	$4(1) - 1$	$4(2) - 1$	$4(3) - 1$	\dots	$4n - 1$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶۷

$$a_{2n-1} = \frac{2n-1=11}{2n+3} \xrightarrow{n=6} a_{11} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶۸ با رسم نمودار و عددگذاری داریم:



$$\begin{aligned} [(A \cap B) - A] \cup [(B - A) \cap A'] &= [(1, 2) \cap (2, 3) - (1, 2)] \cup [(3, 2) - (1, 2) \cap (3, 4)] \\ &= [2 - (1, 2)] \cup [3 \cap (3, 4)] = \emptyset \cup 3 = 3 = B - A \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶۹

می‌دانیم: جمله عمومی دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدرنسبت d برابر $a_n = a_1 + (n-1)d$ است.

اگر اعداد موجود تشکیل یک دنباله حسابی با ۶ جمله بدهند، داریم:

$$a_1 = -12$$

$$a_6 = a_1 + 5d = 68 \Rightarrow -12 + 5d = 68 \Rightarrow 5d = 80 \Rightarrow d = 16$$

$$a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 4a_1 + (1+2+3+4)d = 4a_1 + 10d = -48 + 160 = 112$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷۰ می‌دانیم: اگر c و b و a سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، آنگاه $b^2 = ac$.

$$\begin{aligned} (16^{2m-1})^2 &= 4^{m+1} \times 8^{3m} \Rightarrow 16^{4m-2} = (2^2)^{m+1} \times (2^3)^{3m} \Rightarrow (2^4)^{4m-2} = 2^{2m+2} \times 2^{9m} \\ \Rightarrow 2^{16m-8} &= 2^{2m+2+9m} \Rightarrow 16m-8 = 11m+2 \Rightarrow 5m = 10 \Rightarrow m = 2 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷۱

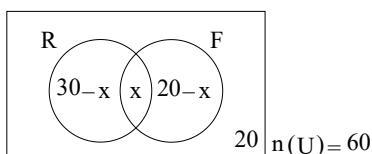
می‌دانیم: جمله عمومی دنباله هندسی با جمله اول a_1 و قدرنسبت q برابر است با: $a_n = a_1 q^{n-1}$

$$t_1 = 3$$

$$t_5 = 48 = t_1 q^4 \Rightarrow 48 = 3q^4 \Rightarrow q^4 = 16 \Rightarrow q = \pm 2 \xrightarrow{\text{جملات مثبت}} q = 2$$

$$t_2 = t_1 q = 3 \times 2 = 6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷۲ با رسم نمودار ون داریم:

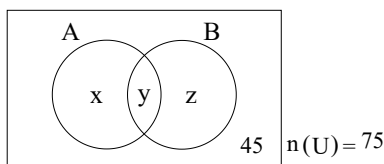


$$\frac{30-x}{20-x} = \frac{30}{20-10} = \frac{30}{10} = 3$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷۳

با رسم نمودار ون داریم:



$$n(A \cap B) = n(A \cup B) = 45 \Rightarrow n(A \cup B) = n(U) - 45 = 75 - 45 = 30$$

$$n(A') = z + 45 = 50 \Rightarrow z = 5$$

$$n(B') = x + 45 = 60 \Rightarrow x = 15$$

$$n(A \cup B) = x + y + z = 5 + 15 + y = 30 \Rightarrow y = 10$$

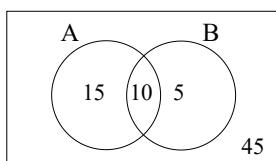
با توجه به نمودار ون، گزینه ۱ صحیح است زیرا:

$$n(A \cap B) = 10 \quad (1 \text{ گزینه})$$

$$n(A - B) = 15 \quad (2 \text{ گزینه})$$

$$n(B - A) = 5 \quad (3 \text{ گزینه})$$

$$n(A \cup B) = 30 \quad (4 \text{ گزینه})$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷۴

می‌دانیم: جمله عمومی دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدرنسبت d برابر $a_n = a_1 + (n - 1)d$ است.

$$2, 7, 12, \dots \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 2 \\ d = 5 \end{cases} \Rightarrow a_n = 2 + (n - 1) \times 5 = 5n - 3$$

$$8, 11, 14, \dots \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 8 \\ d = 3 \end{cases} \Rightarrow b_n = 8 + (n - 1) \times 3 = 3n + 5$$

جملات مشترک این دو دنباله، دنباله c_n با قدرنسبت ۱۵ (ک.م.م قدرنسبت a_n, b_n یعنی ۵ و ۳) را تشکیل می‌دهد که داریم:

$$c_n = 17 + (n - 1) \times 15 = 17 + 15n - 15 = 15n + 2$$

جملات ۳ رقمی c_n :

$$100 \leq c_n \leq 999 \Rightarrow 100 \leq 15n + 2 \leq 999 \Rightarrow 98 \leq 15n \leq 997$$

$$\Rightarrow \frac{98}{15} \leq n \leq \frac{997}{15} \Rightarrow 6,53 \leq n \leq 66,46 \Rightarrow 7 \leq n \leq 66$$

بنابراین تعداد جملات این دنباله برابر $66 - 7 + 1 = 60$ است.

$$= ac \quad a, b, c$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷۵ می‌دانیم:

$$(2x - 4)^2 = (x - 4)(4x + 4)$$

$$4x^2 - 16x + 16 = 4x^2 + 4x - 16x - 16 \Rightarrow 4x = 32 \Rightarrow x = 8$$

$$4, 12, 36, \dots \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 4 \\ q = 3 \end{cases} \Rightarrow a_{n+1} = a_1 q^{n-1} = 4 \times 3^{n-1}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷۶ می‌دانیم:

جمله عمومی دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدرنسبت d برابر است با $a_n = a_1 + (n - 1)d$
 واسطه هندسی دو عدد c و a عدد b است هرگاه داشته باشیم: $b^2 = ac$



$$aa_{10} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}a_v\right)^2 \Rightarrow (a_1 + 2d)(a_1 + 9d) = \frac{1}{2}a_v^2$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 9a_1d + 2a_1d + 18d^2 = -(a_1 + 6d)^2$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 11a_1d + 18d^2 = \frac{1}{2}(a_1^2 + 12a_1d + 36d^2)$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 11a_1d + 18d^2 = \frac{1}{2}a_1^2 + 6a_1d + 18d^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}a_1^2 + 5a_1d = 0 \Rightarrow -a_1(a_1 + 10d) = 0 \Rightarrow \begin{cases} -a_1 = 0 \Rightarrow a_1 = 0 \text{ (غ.ق.ق.)} \\ \text{یا} \\ a_1 + 10d = 0 \Rightarrow a_{11} = 0 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷۷

$$\leq 20 \Rightarrow 10 + (n-1) \times 2 \leq 20 \Rightarrow 2n - 2 + 10 \leq 20 \Rightarrow 2n \leq 12 \Rightarrow n \leq 6$$

$$b_n \geq 162 \Rightarrow 2 \times 3^{n-1} \geq 162 \Rightarrow 3^{n-1} \geq 81 \Rightarrow 3^{n-1} \geq 3^4 \Rightarrow n-1 \geq 4 \Rightarrow n \geq 5$$

$$\Rightarrow A \cap B = \{5, 6\}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷۸ می دانیم:

جمله عمومی دنباله هندسی با جمله اول a_1 و قدرنسبت q برابر است با: $a_n = a_1 q^{n-1}$
جمله عمومی دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدرنسبت d برابر است با: $a_n = a_1 + (n-1)d$

اگر d, t_1 به ترتیب جمله اول و قدرنسبت دنباله حسابی باشند، داریم:

$$\text{جمله دوم دنباله حسابی: } t_2 = t_1 + d$$

$$\text{جمله پنجم دنباله حسابی: } = + 4d$$

$$\text{جمله نهم دنباله حسابی: } t_9 = t_1 + 8d$$

چون t_9, t_5, t_2 به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی هستند، پس:

$$t_5^2 = t_2 \cdot t_9$$

$$\Rightarrow (t_1 + 4d)^2 = (t_1 + d)(t_1 + 8d)$$

$$\Rightarrow t_1^2 + 8t_1d + 16d^2 = t_1^2 + 9t_1d + 8d^2$$

$$\Rightarrow 8d^2 - dt_1 = 0 \Rightarrow d(8d - t_1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = 0 \text{ غ.ق.ق.} \\ t_1 = 8d \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷۹ می دانیم:

جمله عمومی دنباله هندسی با جمله اول a_1 و قدرنسبت q برابر است با: $a_n = a_1 q^{n-1}$
جمله عمومی دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدرنسبت d برابر است با: $a_n = a_1 + (n-1)d$



دنباله حسابی: $12, 16, 20, \dots \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 12 \\ d = 4 \end{cases} \Rightarrow a_n = 12 + 4(n-1) \Rightarrow a_{21} = 12 + 4 \times 20 = 96$

دنباله هندسی: $12, b_1, b_2, 96 \Rightarrow \frac{96}{12} = q^3 \Rightarrow 8 = q^3 \Rightarrow q = 2$

دنباله هندسی: $12, 24, 48, 96 \Rightarrow$ مجموع: $12 + 24 + 48 + 96 = 180$

جمله عمومی دنباله هندسی با جمله اول t_1 و قدرنسبت r برابر است با: $t_n = t_1 r^{n-1}$ می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸۰

$$\begin{cases} t_1 + t_{12} = 40 \\ t_{12} - t_1 = 600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 r^0 + t_1 r^{11} = 40 \\ t_1 r^{12} - t_1 r^0 = 600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 (r^{12} - r^0) = 600 \\ \frac{r^{12} - r^0}{r^0 + r^{11}} = 15 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{r^0 (r^{12} - 1)}{r^0 (r^0 + 1)} = 15 \Rightarrow r^{12} - 1 = 15r^0 + 15 \Rightarrow r^{12} - 15r^0 - 16 = 0$$

$$\xrightarrow{r^0=A} A^{12} - 15A - 16 = 0 \Rightarrow (A - 16)(A + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 16 \Rightarrow r = \pm 4 \\ A = -1 \Rightarrow \begin{cases} r^0 = -1 \end{cases} \end{cases}$$

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸۱

$$\begin{cases} a_1 q = \frac{1}{2\sqrt{2}} \\ - = - = - = \frac{-}{\lambda} \end{cases} \Rightarrow q^3 = \frac{-\frac{1}{\lambda}}{\frac{1}{2\sqrt{2}}} = \frac{-1}{\lambda} \times 2\sqrt{2} = \frac{-2}{\lambda} = \frac{-\sqrt{2^3}}{2^3}$$

$$\Rightarrow q = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

$$a_1 q = \frac{1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow a_1 \times \frac{-\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow a_1 = \frac{1}{2\sqrt{2}} \times \frac{2}{-\sqrt{2}} = \frac{-1}{2}$$

$$a_n = \frac{-1}{2} \times \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1} = \frac{\sqrt{2}}{16} \Rightarrow \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1} = \frac{-2}{\lambda} \Rightarrow \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1} = -\frac{\sqrt{2}}{2^3}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{-2^{\frac{1}{2}}}{2}\right)^{n-1} = -\frac{2^{\frac{1}{2}}}{2^3} \Rightarrow \left(-2^{\frac{1}{2}-1}\right)^{n-1} = -2^{\frac{1}{2}-3}$$

$$\Rightarrow \left(-2^{-\frac{1}{2}}\right)^{n-1} = -2^{-\frac{5}{2}} \Rightarrow \frac{-n+1}{2} = \frac{-5}{2} \Rightarrow -n+1 = -5 \Rightarrow n = 6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸۲

	۱					n
	۱					
تعداد چوب کبریت ها	۴	$4 + (3 \times 4) \times 1$	$4 + (3 \times 4) \times 2$	\dots	$4 + (3 \times 4) \times (n-1)$	$4 + 12n - 12 = 12n - 8$



$$= 12n - 8 - (4n - 3) = 12n - 8 - 4n + 3 = 8n - 5$$

در مرحله n ام

$$8n - 5 = 91 \Rightarrow 8n = 96 \Rightarrow n = 12$$

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸۳

در یک دنباله حسابی، با جمله اول a_1 و قدرنسبت d ، جمله عمومی دنباله از رابطه $a_n = a_1 + (n - 1)d$ به دست می آید.

$$\begin{cases} + & + & = -3 \\ a_4 + a_5 + a_6 = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} + & + d + & + 2d = -3 \\ a_1 + 3d + a_1 + 4d + a_1 + 5d = 24 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a_1 + 12d = 24 \\ + d = -1 \end{cases}$$

$$a_1 + d = -1 \Rightarrow a_1 + 3 = -1 \Rightarrow a_1 = -4$$

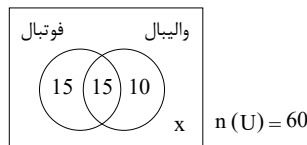
$$a_n = -4 + (n - 1) \times 3$$

$$a_{21} = -4 + (21 - 1) \times 3 = -4 + 20 \times 3 = -4 + 60 = 56$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸۴

می دانیم: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

با رسم نمودار ون داریم:



$$x = 60 - (15 + 15 + 10) = 20$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸۵

می دانیم: در دنباله هندسی با جمله اول a_1 و قدرنسبت q ، جمله عمومی دنباله برابر است با $a_n = a_1 q^{n-1}$

$$\begin{cases} a_1 + a_2 = 9 \\ a_3 + a_4 = 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + a_1 q = 9 \\ a_1 q^2 + a_1 q^3 = 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1(1 + q) = 9 \\ a_1 q^2(1 + q) = 36 \end{cases} \Rightarrow \frac{a_1 q^2(1 + q)}{a_1(1 + q)} = 4$$

$$\Rightarrow q^2 = 4 \Rightarrow q = \pm 2 \xrightarrow{\text{جملات مثبت}} q = 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸۶

می دانیم: مجموع زوایای داخلی دوزنقه برابر است با: 360°

در یک دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدرنسبت d ، جمله عمومی دنباله برابر است با: $a_n = a_1 + (n - 1)d$

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, a_1 + 3d$$



$$a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d = 360 \Rightarrow \begin{cases} 4 + 6d = \\ a_1 + 3d = 120 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 + 6d = \\ 4a_1 + 12d = 480 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6d = 120 \Rightarrow d = 20 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸۷

$$A_1 = (0, 2)$$

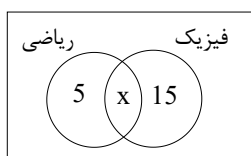
$$A_2 = \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

$$A_3 = \left(\frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right) \Rightarrow A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10} = \left(\frac{9}{10}, \frac{11}{10}\right)$$

⋮

$$A_{10} = \left(\frac{9}{10}, \frac{11}{10}\right)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸۸



۲۵ نفر وضعیت معلوم ندارند. بنابراین در بهترین حالت حداکثر $30 = 25 + 5$ نفر در ریاضی مهارت دارند.

$$x = 45 - (5 + 15) = 25$$

تعداد افرادی که در ریاضی مهارت دارند مطابق شکل برابر $30 = 25 + 5$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸۹

مرحله	۱	۲	۳	...	n
تعداد پاره خط	$5 \times 1 + 1 = 6$	$5 \times 2 + 1 = 11$	$5 \times 3 + 1 = 16$...	$5n + 1$

$$5n + 1 = 46 \rightarrow n = 9$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹۰

$$1 + x, x, 1 - x, \dots \Rightarrow x^2 = (1 + x)(1 - x) \Rightarrow x^2 = 1 - x^2$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

از آنجا که قدرنسبت مثبت است، $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ را می‌پذیریم:



دنباله هندسی: $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$ قدرنسبت $= r = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{2 + \sqrt{2}}{2}}$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} \times \frac{2 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = \frac{2 - 2}{4 - 2} = \frac{2(\sqrt{2} - 1)}{2} = \sqrt{2} - 1$$

حکم: $\frac{t_v}{t_\delta} = \frac{t_1 r^6}{t_1 r^4} = r^2 = (\sqrt{2} - 1)^2 = 2 - 2\sqrt{2} + 1 = 3 - 2\sqrt{2}$



پاسخنامه کاپری

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴

۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴

۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴
۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴

۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۱۹	۱	۲	۳	۴
۱۲۰	۱	۲	۳	۴
۱۲۱	۱	۲	۳	۴
۱۲۲	۱	۲	۳	۴
۱۲۳	۱	۲	۳	۴
۱۲۴	۱	۲	۳	۴
۱۲۵	۱	۲	۳	۴
۱۲۶	۱	۲	۳	۴
۱۲۷	۱	۲	۳	۴
۱۲۸	۱	۲	۳	۴
۱۲۹	۱	۲	۳	۴
۱۳۰	۱	۲	۳	۴
۱۳۱	۱	۲	۳	۴
۱۳۲	۱	۲	۳	۴
۱۳۳	۱	۲	۳	۴
۱۳۴	۱	۲	۳	۴
۱۳۵	۱	۲	۳	۴
۱۳۶	۱	۲	۳	۴
۱۳۷	۱	۲	۳	۴
۱۳۸	۱	۲	۳	۴
۱۳۹	۱	۲	۳	۴
۱۴۰	۱	۲	۳	۴



۱۴۱	۱	۲	۳	۴
۱۴۲	۱	۲	۳	۴
۱۴۳	۱	۲	۳	۴
۱۴۴	۱	۲	۳	۴
۱۴۵	۱	۲	۳	۴
۱۴۶	۱	۲	۳	۴
۱۴۷	۱	۲	۳	۴
۱۴۸	۱	۲	۳	۴
۱۴۹	۱	۲	۳	۴
۱۵۰	۱	۲	۳	۴
۱۵۱	۱	۲	۳	۴
۱۵۲	۱	۲	۳	۴
۱۵۳	۱	۲	۳	۴
۱۵۴	۱	۲	۳	۴
۱۵۵	۱	۲	۳	۴
۱۵۶	۱	۲	۳	۴
۱۵۷	۱	۲	۳	۴
۱۵۸	۱	۲	۳	۴
۱۵۹	۱	۲	۳	۴
۱۶۰	۱	۲	۳	۴
۱۶۱	۱	۲	۳	۴
۱۶۲	۱	۲	۳	۴
۱۶۳	۱	۲	۳	۴
۱۶۴	۱	۲	۳	۴
۱۶۵	۱	۲	۳	۴
۱۶۶	۱	۲	۳	۴
۱۶۷	۱	۲	۳	۴
۱۶۸	۱	۲	۳	۴
۱۶۹	۱	۲	۳	۴
۱۷۰	۱	۲	۳	۴
۱۷۱	۱	۲	۳	۴
۱۷۲	۱	۲	۳	۴
۱۷۳	۱	۲	۳	۴
۱۷۴	۱	۲	۳	۴
۱۷۵	۱	۲	۳	۴

۱۷۶	۱	۲	۳	۴
۱۷۷	۱	۲	۳	۴
۱۷۸	۱	۲	۳	۴
۱۷۹	۱	۲	۳	۴
۱۸۰	۱	۲	۳	۴
۱۸۱	۱	۲	۳	۴
۱۸۲	۱	۲	۳	۴
۱۸۳	۱	۲	۳	۴
۱۸۴	۱	۲	۳	۴
۱۸۵	۱	۲	۳	۴
۱۸۶	۱	۲	۳	۴
۱۸۷	۱	۲	۳	۴
۱۸۸	۱	۲	۳	۴
۱۸۹	۱	۲	۳	۴
۱۹۰	۱	۲	۳	۴
۱۹۱	۱	۲	۳	۴
۱۹۲	۱	۲	۳	۴
۱۹۳	۱	۲	۳	۴
۱۹۴	۱	۲	۳	۴
۱۹۵	۱	۲	۳	۴
۱۹۶	۱	۲	۳	۴
۱۹۷	۱	۲	۳	۴
۱۹۸	۱	۲	۳	۴
۱۹۹	۱	۲	۳	۴
۲۰۰	۱	۲	۳	۴
۲۰۱	۱	۲	۳	۴
۲۰۲	۱	۲	۳	۴
۲۰۳	۱	۲	۳	۴
۲۰۴	۱	۲	۳	۴
۲۰۵	۱	۲	۳	۴
۲۰۶	۱	۲	۳	۴
۲۰۷	۱	۲	۳	۴
۲۰۸	۱	۲	۳	۴
۲۰۹	۱	۲	۳	۴
۲۱۰	۱	۲	۳	۴

۲۱۱	۱	۲	۳	۴
۲۱۲	۱	۲	۳	۴
۲۱۳	۱	۲	۳	۴
۲۱۴	۱	۲	۳	۴
۲۱۵	۱	۲	۳	۴
۲۱۶	۱	۲	۳	۴
۲۱۷	۱	۲	۳	۴
۲۱۸	۱	۲	۳	۴
۲۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۲۹	۱	۲	۳	۴
۲۳۰	۱	۲	۳	۴
۲۳۱	۱	۲	۳	۴
۲۳۲	۱	۲	۳	۴
۲۳۳	۱	۲	۳	۴
۲۳۴	۱	۲	۳	۴
۲۳۵	۱	۲	۳	۴
۲۳۶	۱	۲	۳	۴
۲۳۷	۱	۲	۳	۴
۲۳۸	۱	۲	۳	۴
۲۳۹	۱	۲	۳	۴
۲۴۰	۱	۲	۳	۴
۲۴۱	۱	۲	۳	۴
۲۴۲	۱	۲	۳	۴
۲۴۳	۱	۲	۳	۴
۲۴۴	۱	۲	۳	۴
۲۴۵	۱	۲	۳	۴

۲۴۶	۱	۲	۳	۴
۲۴۷	۱	۲	۳	۴
۲۴۸	۱	۲	۳	۴
۲۴۹	۱	۲	۳	۴
۲۵۰	۱	۲	۳	۴
۲۵۱	۱	۲	۳	۴
۲۵۲	۱	۲	۳	۴
۲۵۳	۱	۲	۳	۴
۲۵۴	۱	۲	۳	۴
۲۵۵	۱	۲	۳	۴
۲۵۶	۱	۲	۳	۴
۲۵۷	۱	۲	۳	۴
۲۵۸	۱	۲	۳	۴
۲۵۹	۱	۲	۳	۴
۲۶۰	۱	۲	۳	۴
۲۶۱	۱	۲	۳	۴
۲۶۲	۱	۲	۳	۴
۲۶۳	۱	۲	۳	۴
۲۶۴	۱	۲	۳	۴
۲۶۵	۱	۲	۳	۴
۲۶۶	۱	۲	۳	۴
۲۶۷	۱	۲	۳	۴
۲۶۸	۱	۲	۳	۴
۲۶۹	۱	۲	۳	۴
۲۷۰	۱	۲	۳	۴
۲۷۱	۱	۲	۳	۴
۲۷۲	۱	۲	۳	۴
۲۷۳	۱	۲	۳	۴
۲۷۴	۱	۲	۳	۴
۲۷۵	۱	۲	۳	۴
۲۷۶	۱	۲	۳	۴
۲۷۷	۱	۲	۳	۴
۲۷۸	۱	۲	۳	۴
۲۷۹	۱	۲	۳	۴
۲۸۰	۱	۲	۳	۴



۲۸۱ ۱ ۲ ۳ ۴

۲۸۲ ۱ ۲ ۳ ۴

۲۸۳ ۱ ۲ ۳ ۴

۲۸۴ ۱ ۲ ۳ ۴

۲۸۵ ۱ ۲ ۳ ۴

۲۸۶ ۱ ۲ ۳ ۴

۲۸۷ ۱ ۲ ۳ ۴

۲۸۸ ۱ ۲ ۳ ۴

۲۸۹ ۱ ۲ ۳ ۴

۲۹۰ ۱ ۲ ۳ ۴