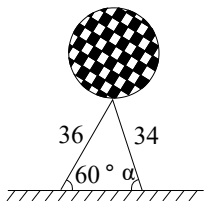


MrKonkori

۱) یک بالن اطلاع رسانی مطابق شکل زیر توسط دو طناب به طول های ۳۴ و ۳۶ متر به زمین بسته شده است. مقدار سینوس زاویه ی α تقریباً کدام است؟ ($\sqrt{3} \simeq 1.7$)



۰٫۸۷ (۲)

۰٫۸۵ (۱)

۰٫۹ (۴)

۰٫۸۸ (۳)

۲) حاصل عبارت $\frac{2\cos^2 45^\circ + 4\sin^2 60^\circ}{2 - 3\cot 30^\circ \times \tan 30^\circ}$ کدام است؟

$\frac{4}{3}$ (۴)

$-\frac{1}{2}$ (۳)

۵ (۲)

-۴ (۱)

۳) اگر $\tan \theta = \frac{a+3}{b}$ و $\cot \theta = \frac{2}{a-1}$ باشد، کدام رابطه بین a و b برقرار است؟ ($a \neq 1, b \neq 0$)

$a = \frac{b+6}{b-2}$ (۴)

$b = \frac{a^2 + 2a - 3}{2}$ (۳)

$a = \frac{b+3}{b}$ (۲)

$b = \frac{a+3}{a-1}$ (۱)

۴) اگر $\tan x = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{4\cos x - \sin x}{\sin x + \cos x}$ کدام است؟

$\frac{4}{3}$ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

۵) شش ضلعی منتظمی در داخل دایره‌ای به شعاع ۳ محاط شده است. مساحت بین شش ضلعی و دایره‌ی محیطی کدام است؟ ($\pi = 3$)

$27 \left(\frac{\sqrt{3}-1}{4} \right)$ (۴)

$27 \left(\frac{3-\sqrt{3}}{2} \right)$ (۳)

$27 \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2} \right)$ (۲)

$27 \left(\frac{2-\sqrt{3}}{2} \right)$ (۱)

۶) حاصل $(\sin 45^\circ - \cos 60^\circ)(\sin 30^\circ + \cos 45^\circ)$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۷) حاصل عبارت $\frac{\tan^2 60^\circ - 2\tan^2 45^\circ}{\sin 30^\circ + \sqrt{2}\cos 45^\circ}$ کدام است؟

$\frac{2}{4}$ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)



۸ اگر $A = \frac{\cot 30^\circ - 2 \sin 60^\circ + \tan 45^\circ}{\tan^2 30^\circ - \frac{1}{2} \cos 60^\circ + \cot 45^\circ}$ باشد، حاصل $\frac{13A}{2}$ کدام است؟! (۱)

(۴) $\frac{1}{6}$

(۳) ۶

(۲) $\frac{13}{12}$

(۱) $\frac{12}{13}$

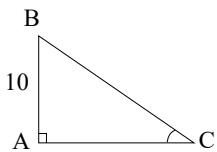
۹ حاصل عبارت $\sin 45^\circ + \cos 30^\circ + \sqrt{2} \sin 90^\circ + \tan 60^\circ$ کدام است؟ (۱)

(۴) $\frac{2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{2}$

(۲) $\frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{2}$

(۱) $\frac{3\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{2}$



۱۰ مساحت مثلث ABC کدام است؟ $\left(\cos C = \frac{\sqrt{46}}{7} \right)$ (۱)

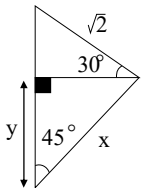
(۴) $50\sqrt{\frac{3}{46}}$

(۳) $100\sqrt{\frac{3}{46}}$

(۲) $50\sqrt{\frac{46}{3}}$

(۱) $100\sqrt{\frac{46}{3}}$

۱۱ در شکل مقابل مقدار $x + y$ برابر با کدام گزینه است؟! (۱)



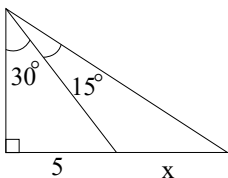
(۲) $\frac{3\sqrt{2} + \sqrt{5}}{2}$

(۱) $\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{6}}{2}$

(۴) $\frac{3\sqrt{2} + \sqrt{5}}{4}$

(۳) $\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{6}}{4}$

۱۲ اگر وتر مثلث بزرگ را در شکل مقابل y بنامیم، حاصل $x + y$ کدام است؟! (۱)

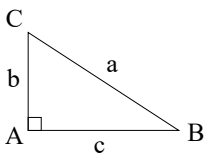


(۲) $5(-2\sqrt{3} + 1)$

(۱) $5(2\sqrt{3} - 1)$

(۴) $5(-\sqrt{3} + 1 - 2\sqrt{\frac{3}{2}})$

(۳) $5(\sqrt{3} - 1 + 2\sqrt{\frac{3}{2}})$



۱۳ مثلث قائم الزاویه ABC در رأس A قائمه است؛ حاصل $\frac{\tan^2 C}{\frac{1}{\sin B} \times \cot B}$ کدام است؟ (۱)

(۲) $\cos C$

(۱) $\sin C$

(۴) $\cot C$

(۳) $\tan C$

۱۴ مثلث قائم الزاویه ABC در رأس A قائمه است؛ حاصل $\frac{\sin\left(\frac{2(B+C)}{3}\right)}{\cos\left(\frac{(B+C)}{3}\right)}$ کدام است؟ (۱)

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۱) ۱



۱۵) اگر A و B به صورت زیر داده شده باشند، حاصل $A + B$ کدام است؟

$$A = \frac{\sin 45}{\sin 90} \times \frac{\sin 46}{\sin 91} \times \dots \times \frac{\sin 89}{\sin 134} \times \frac{\sin 90}{\sin 135}$$

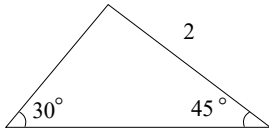
$$B = \frac{\cos 1}{\cos 135} \times \frac{\cos 2}{\cos 136} \times \dots \times \frac{\cos 44}{\cos 178} \times \frac{\cos 45}{\cos 179}$$

۲ (۴)

-۱ (۳)

۰ (۲)

۱ (۱)



۱۶) ارتفاع نظیر بزرگترین ضلع مثلث مقابل کدام است؟

$$\sqrt{2} \quad (۲)$$

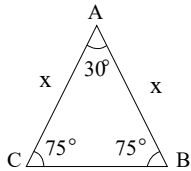
۱ (۱)

$$2 \quad (۴)$$

$$\sqrt{3} \quad (۳)$$

۱۷) در مثلث متساوی الساقین ABC ، $AB = AC$ و $\hat{B} = 75^\circ$ و مساحت مثلث ۱۸ واحد است. مجموع طول دو

ساق کدام است؟

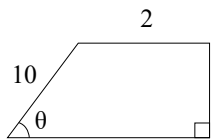


$$\sqrt{72} \quad (۲)$$

۶ (۱)

$$12 \quad (۴)$$

$$12\sqrt{2} \quad (۳)$$



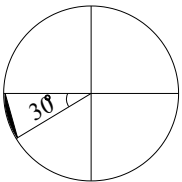
$$18 \quad (۴)$$

۱۸) اگر $\sin \theta = \frac{3}{5}$ باشد، آنگاه مساحت دوزنقه‌ی روبرو کدام است؟

$$36 \quad (۳)$$

$$24 \quad (۲)$$

$$12 \quad (۱)$$



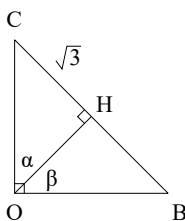
$$\frac{9}{4} \quad (۴)$$

۱۹) در دایره‌ی مقابل، به شعاع ۳ واحد، مساحت قسمت رنگی کدام است؟

$$\frac{3}{4}(\pi - 3) \quad (۳)$$

$$\frac{3\pi}{4} - 1 \quad (۲)$$

$$\frac{3\pi}{4} \quad (۱)$$



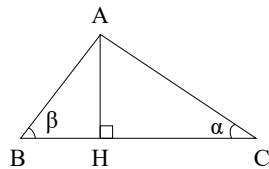
$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (۴)$$

۲۰) اگر $BC = 3$ باشد، (OC^2) کدام است؟

$$3\sqrt{3} \quad (۳)$$

$$3 \quad (۲)$$

$$\sqrt{3} \quad (۱)$$



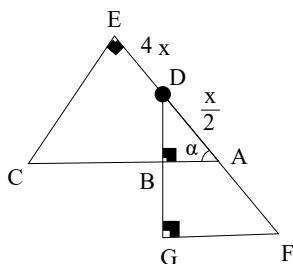
۲۱) در شکل مقابل $\frac{BH}{AC}$ کدام است؟

$$\tan \beta \times \cos \alpha \quad (۲)$$

$$\cot \beta \times \sin \alpha \quad (۱)$$

$$\tan \beta \cot \alpha \quad (۴)$$

$$\cot \alpha \cos \beta \quad (۳)$$



۲۲) اگر $AC = 16AB$ باشد، $\cos \alpha$ کدام است؟

$$\frac{1}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{5} \quad (۳)$$



۲۳ کدام یک از زوایای زیر، در ناحیه‌ای متفاوت با زوایای سایر گزینه‌ها واقع است؟

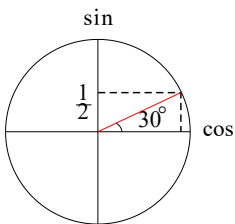
- ۱۰۰ (۱) ۱۳۰ (۲) ۱۶۰ (۳) ۱۹۰ (۴)

۲۴ مقدار $\frac{2 \cos 15^\circ + 2 \tan 135^\circ}{\text{کدام است؟}}$

- ۱ (۱) ۰ (۲) -۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

۲۵ باتوجه به دایره مثلثاتی مقابل، مقدار $\cos^2 33^\circ$ کدام است؟

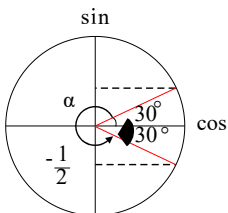
- $\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)



۲۶ اگر $\sin \alpha = -\frac{1}{2}$ باشد و انتهای کمان روبرو به زاویه α در ربع چهارم باشد، آنگاه

$\cot \alpha$ کدام است؟

- $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $-\sqrt{3}$ (۴)



۲۷ اگر $\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\cos \alpha$ و $\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sin \alpha$ باشد، آنگاه α در کدام ربع قرار دارد؟

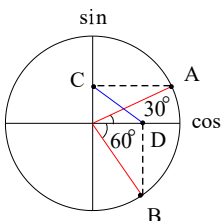
- چهارم (۱) سوم (۲) دوم (۳) اول (۴)

۲۸ علامت کدام یک از گزینه‌های زیر با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟

- $\sin 75^\circ$ (۱) $\cos 345^\circ$ (۲) $\tan 195^\circ$ (۳) $\cot 130^\circ$ (۴)

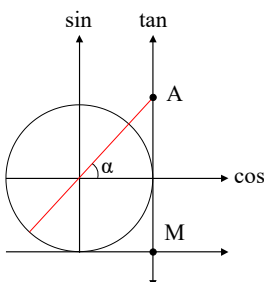
۲۹ طول پاره خط CD کدام است؟

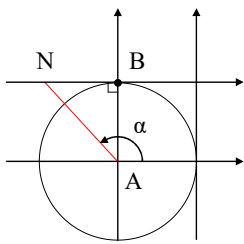
- $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴)



۳۰ اگر $\tan \alpha = 8$ باشد، طول پاره خط AM کدام است؟

- ۳ (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴)





۳۱) اگر $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ باشد، طول پاره خط AN کدام است؟

۲) $\frac{3}{2}$

۴) $-\frac{3}{4}$

۱) $\frac{2}{3}$

۳) $\frac{4}{3}$

۳۲) اگر α در ربع دوم باشد و $\cos \alpha = \frac{m+2}{3}$ باشد، حدود m کدام است؟

۴) $-5 \leq m \leq -2$

۳) $-1 \leq m \leq 1$

۲) $-3 < m < 0$

۱) $-5 < m < -2$

۳۳) اگر $270^\circ < \alpha < 360^\circ$ باشد و $\cot \alpha = 3m - 2$ باشد، حدود m کدام است؟

۴) $m < \frac{2}{3}$

۳) $m < \frac{3}{2}$

۲) $m > \frac{3}{2}$

۱) $m > \frac{2}{3}$

۳۴) اگر $120^\circ \leq \alpha \leq 150^\circ$ باشد و $\cos \alpha = 2m - 1$ باشد آنگاه حدود تغییرات m کدام است؟

۴) $\frac{1-\sqrt{3}}{4} \leq m \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$

۳) $\frac{2-\sqrt{3}}{4} \leq m \leq \frac{1}{4}$

۲) $\frac{1+\sqrt{3}}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$

۱) $-1 \leq m \leq 1$

۳۵) اگر $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ باشد، محدوده‌ی عبارت $A = 1 + \sin^2 \alpha$ کدام است؟

۴) $-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq \sin \alpha \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$

۲) $\frac{3}{2} \leq A \leq 2$

۱) $\frac{2}{3} \leq A \leq \frac{3}{2}$

۳۶) مجموع بیشترین و کمترین مقدار عبارت $-2 + \cos \alpha$ کدام است؟

۴) $\frac{2}{3}$

۳) $-\frac{1}{3}$

۲) ۲

۱) $\frac{3}{2}$

۳۷) به ازای مقادیر دلخواه α ، حاصل نسبت بیشترین به کمترین مقدار ممکن برای عبارت $A = \frac{4\cos^2 \alpha - 1}{3}$ کدام است؟

۴) $-\frac{1}{3}$

۳) ۱

۲) ۳

۱) -۳

۳۸) اگر داشته باشیم $|\sin \alpha| > |\cot \alpha| > |\cos \alpha|$ ؛ α کدام یک از مقادیر زیر می‌تواند باشد؟

۴) 34°

۳) 17°

۲) 3°

۱) 24°

۳۹) کدام یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟

۴) $\cos 145^\circ < \cos 14^\circ$

۳) $\sin 145^\circ > \sin 14^\circ$

۲) $\cot 37^\circ > \cot 27^\circ$

۱) $\tan 2^\circ > \tan 21^\circ$

۴۰) کدام گزینه نادرست است؟

۴) $\cot 11^\circ > \cot 6^\circ$

۳) $\tan 225^\circ > \tan 3^\circ$

۲) $\cos 3^\circ > \cos 14^\circ$

۱) $\sin 134^\circ > \sin 45^\circ$



۴۱) اگر α و β هر دو در ربع سوم باشند و $\cos \alpha = \frac{-1}{2}$ و $\cos \beta = \frac{-1}{4}$ باشد، کدام رابطه زیر برقرار است؟

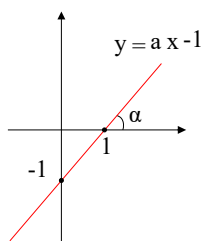
- ۱) $\alpha = 2\beta$ ۲) $\beta = 2\alpha$ ۳) $\alpha > \beta$ ۴) $\beta > \alpha$

۴۲) ساده شده عبارت $\frac{|2 - \cos \alpha| - |2 + \cos \alpha|}{|3 - \sin \alpha| - |3 + 2 \sin \alpha|}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{2}{3} \tan \alpha$ ۲) $\frac{3}{2} \tan \alpha$ ۳) $\frac{2}{3} \cot \alpha$ ۴) $\frac{3}{2} \cot \alpha$

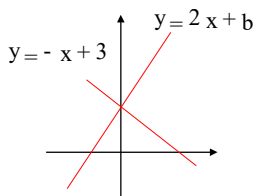
۴۳) خطی که از نقطه $(2, 5)$ می‌گذرد و عرض از مبدأ آن ۳ است، با جهت مثبت محور طول‌ها چه زاویه‌ای می‌سازد؟

- ۱) 30° ۲) 45° ۳) 60° ۴) 90°



۴۴) در شکل زیر $\sin \alpha$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۴) $\frac{1}{4}$



۴۵) در شکل زیر b کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۶) ساده شده عبارت $\frac{1}{1 + \cos 20^\circ} + \frac{1}{1 - \cos 20^\circ}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۳) $\frac{4}{\sin^2 20^\circ}$ ۴) $\frac{2}{\cos^2 20^\circ}$

۴۷) اگر $\cot \alpha = \frac{5}{3}$ و α در ربع سوم باشد، حاصل $3 \sin \alpha + 2 \cos \alpha$ کدام است؟

- ۱) $\frac{-19}{\sqrt{34}}$ ۲) $\frac{19}{34}$ ۳) $\frac{\sqrt{19}}{34}$ ۴) $\sqrt{\frac{19}{34}}$

۴۸) مقدار $\frac{(1 - \tan \alpha)(2 + 2 \cot \alpha)}{(3 - 3 \cot \alpha)(1 + \tan \alpha)}$ کدام است؟

- ۱) -۱ ۲) ۱ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $-\frac{2}{3}$

۴۹) اگر $A = \sin \alpha - \cos \beta$ و $B = \sin \alpha + \cos \beta$ و $C = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta$ باشد، حاصل $AB + C$ کدام

است؟

- ۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۰ ۴) ۲



۵۰ اگر $\tan \alpha = 3$ باشد، حاصل $\frac{\alpha}{1 - \sin^2 \alpha} + 1$ کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۰

۵۱ ساده شده عبارت $\frac{\alpha}{1 - \sin^2 \alpha}$ کدام است؟

- ۱) $1 + \cot^2 \alpha$ ۲) $1 + \tan^2 \alpha$ ۳) $\sin^2 \alpha$ ۴) $\cos^2 \alpha$

۵۲ حاصل $\frac{1 + \sin^2 20^\circ + \sin^2 70^\circ}{1 + \tan 20^\circ \tan 70^\circ}$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

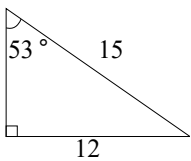
۵۳ اگر داشته باشیم $\begin{cases} \sin^2 \alpha = a \\ \cos^2 \alpha = b \end{cases}$ کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) $a + b = 1$ ۲) $\frac{1}{b} + 1 = \frac{1}{b}$ ۳) $b^2 + ab - b = 0$ ۴) $1 + \frac{1}{a} = a$

۵۴ پارسا برای اندازه گیری نسبت های مثلثاتی زاویه ی 53° ، ابتدا یک مثلث قائم الزاویه با یک زاویه ی 53° رسم

کرد. بعد با اندازه گیری طول دو ضلع مثلث به شکل زیر، توانست $\sin 53^\circ$ را محاسبه کند. اگر او می خواست

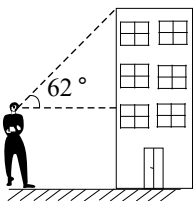
$\tan 37^\circ$ را محاسبه کند، کدام گزینه را به دست می آورد؟



- ۱) $\frac{3}{5}$ ۲) $\frac{4}{5}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{4}{3}$

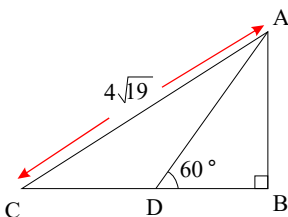
۵۵ مطابق شکل زیر، شخصی با قد 200 cm در فاصله ی افقی 5 m از یک ساختمان قرار دارد. اگر این شخص با

زاویه ی 62° نسبت به افق، لبه ی بالای ساختمان را ببیند، ارتفاع ساختمان چند متر است؟ ($\tan 62^\circ \simeq 2$)



- ۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) 7.5 ۴) 4.5

۵۶ اگر در مثلث ABC از شکل زیر، $AB = 4\sqrt{3}$ باشد، مساحت مثلث ACD کدام است؟



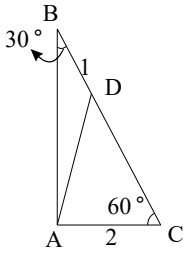
- ۱) $8\sqrt{3}$ ۲) $12\sqrt{3}$ ۳) $24\sqrt{3}$ ۴) $28\sqrt{3}$

۵۷ مقدار عددی عبارت مثلثاتی $A = 2\sin^2 30^\circ - \cos 60^\circ + \tan 45^\circ \sin^2 60^\circ$ کدام است؟

- ۱) صفر ۲) 1.25 ۳) 0.75 ۴) 0.8



۵۸ در مثلث زیر، اگر مساحت مثلث ABC برابر $۲\sqrt{۳}$ باشد، مساحت مثلث ABD برابر کدام گزینه است؟
($BD = 1$)



$$\frac{3\sqrt{3}}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۲)$$

$$\sqrt{3} \quad (۱)$$

۵۹ در کدام یک از گزینه‌ها، همه‌ی مقادیر داده شده تعریف شده هستند؟

$$\cot ۲۷^\circ, \frac{1}{\sin ۱۸^\circ}, \tan 0^\circ \quad (۲)$$

$$\cot ۱۸^\circ, \frac{1}{\cos 0^\circ}, \tan ۳۶^\circ \quad (۱)$$

$$\cot ۹^\circ, \frac{1}{\cos ۱۸^\circ}, \tan ۹^\circ \quad (۴)$$

$$\cot ۹^\circ, \frac{1}{\cos 0^\circ}, \tan ۱۸^\circ \quad (۳)$$

۶۰ حاصل عبارت $\frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}$ کدام است؟

$$۲ \sin \theta \quad (۴)$$

$$\frac{۲}{\cos^2 \theta} \quad (۳)$$

$$\cos \theta \quad (۲)$$

$$۴ \cot \theta \cos \theta \quad (۱)$$

۶۱ نقطه‌ی P روی محیط دایره‌ی مثلثاتی و در ربع چهارم قرار دارد. کدام گزینه می‌تواند مختصات نقطه‌ی P باشد؟

$$\left(\frac{\sqrt{5}}{3}, -\frac{۲}{3}\right) \quad (۴)$$

$$\left(-\frac{۷}{۸}, -\frac{۷}{۸}\right) \quad (۳)$$

$$\left(-\frac{۱}{۳}, \frac{۲\sqrt{۲}}{۳}\right) \quad (۲)$$

$$\left(\frac{۲}{5}, -\frac{۳}{5}\right) \quad (۱)$$

۶۲ کدام یک از نامساوی‌های زیر درست است؟

$$\cos(-۹۰^\circ) < \cos ۱۵۰^\circ \quad (۴)$$

$$\sin ۱۵۰^\circ > \sin ۱۰^\circ \quad (۳)$$

$$\cos ۱۰^\circ < \cos ۷۰^\circ \quad (۲)$$

$$\sin ۱۰^\circ > \sin ۷۰^\circ \quad (۱)$$

۶۳ اگر در مثلث ABC داشته باشیم $\cos(\hat{A} - \hat{B}) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \hat{C}\right) = ۲$ ، نوع مثلث ABC کدام است؟

$$\text{قائم الزاویه متساوی الساقین} \quad (۲)$$

$$\text{قائم الزاویه غیر متساوی الساقین} \quad (۱)$$

$$\text{مختلف الاضلاع با یک زاویه بزرگتر از } ۹۰^\circ \quad (۴)$$

$$\text{متساوی الاضلاع} \quad (۳)$$

۶۴ اگر $\cot^2 \alpha = ۵a$ ، $\cos^2 \alpha = \frac{۲}{a}$ و a عددی حقیقی و مثبت باشد، حاصل $\cot^2 \alpha - \cos^2 \alpha$ کدام است؟

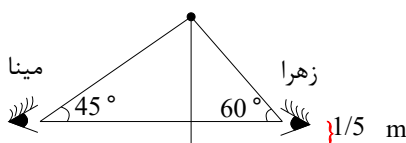
$$\frac{a}{۳} \quad (۴)$$

$$۱۰ \quad (۳)$$

$$۳ \quad (۲)$$

$$۳a \quad (۱)$$

۶۵ زهرا و مینا که قد هر کدام $۱/۵$ متر است، به فاصله‌ی $۲۷ + ۹\sqrt{۳}$ متری از یکدیگر در یک نمایشگاه ایستاده اند. بین این دو نفر یک تیرک قرار دارد. زهرا و مینا سر تیرک را مطابق شکل با زاویه‌های ۶۰° و ۴۵° نسبت به افق



$$۱۵/۵ \quad (۲)$$

$$۲۸/۵ \quad (۴)$$

$$۲۰ \quad (۱)$$

$$۲۷ \quad (۳)$$

می‌بینند. ارتفاع تیرک چقدر است؟



۶۶) اگر نقطه‌ی $P(x_p, \frac{1}{p})$ روی دایره‌ی مثلثاتی و در ربع دوم باشد و θ زاویه‌ای باشد که OP با جهت مثبت محور x ها می‌سازد، آن گاه $A = \sin \theta + \tan^2 \theta$ کدام است؟ (مبدأ مختصات است.)

- ۱) $\frac{1}{6}$ ۲) $\frac{-2\sqrt{3}+3}{6}$ ۳) $\frac{-2\sqrt{3}+1}{3}$ ۴) $\frac{5}{6}$

۶۷) حاصل عبارت $A = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + (\sqrt{2} \sin \alpha \cos \alpha)^2$ همواره کدام است؟

- ۱) -1 ۲) صفر ۳) 1 ۴) $1 + \tan^2 \alpha$

۶۸) اگر α زاویه‌ای در دایره‌ی مثلثاتی، $\cot \alpha = \sqrt{n-1}$ و $\cos \alpha = \sqrt{1-m^2}$ باشد، رابطه‌ی بین m و n کدام است؟ (عبارت‌ها تعریف شده‌اند.)

- ۱) $m = n^2$ ۲) $m = n^3$ ۳) $n = m^3$ ۴) $n = m^2$

۶۹) معادله‌ی خطی که با جهت مثبت محور x ها زاویه‌ی 60° می‌سازد و عرض از مبدأ آن 2 است، کدام است؟

- ۱) $y = 2 - \sqrt{3}x$ ۲) $y - \sqrt{3}x = 2$ ۳) $y + \sqrt{3}x = 3$ ۴) $y = 3 + \sqrt{3}x$

۷۰) حاصل عبارت $A = \frac{1 + \tan^2 60^\circ + \sin^2 60^\circ}{\cot 45^\circ + \cos^2 30^\circ}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{19}{7}$ ۲) $\frac{1+2\sqrt{3}}{3}$ ۳) $\frac{3+2\sqrt{3}}{4}$ ۴) $\frac{7}{4}$

۷۱) ساده شده‌ی عبارت $\frac{\cos^2 17^\circ}{\sin 17^\circ - \sin^2 17^\circ} - 1$ عبارت کدام است؟

- ۱) $\sin 17^\circ$ ۲) $\cos 17^\circ$ ۳) $\frac{1}{\sin 17^\circ}$ ۴) $\frac{1}{\cos 17^\circ}$

۷۲) در مثلث قائم الزاویه $\triangle ABC$ که در رأس A قائمه است. حاصل عبارت $\left(\sin^2 A + \cos^2 A \right) - 1$ کدام است؟

- ۱) 3 ۲) 2 ۳) 1 ۴) صفر

۷۳) اگر $A = \cos^2 15^\circ + \cos^2 25^\circ + \cos^2 35^\circ + \cos^2 45^\circ + \cos^2 55^\circ + \cos^2 65^\circ + \cos^2 75^\circ$ باشد، مقدار عددی $2A$ کدام است؟!

- ۱) 5 ۲) 7 ۳) 9 ۴) 11

۷۴) اگر $\frac{\cot^2 \alpha + 11}{\cot^3 \alpha + \cot \alpha} = \frac{7}{15}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\cot^2 \alpha + 11}{\sin \alpha + 1 + \sin^3 \alpha}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{7}{15}$ ۲) $\frac{15}{7}$ ۳) $\frac{30}{17}$ ۴) 2



۷۵) اگر $3 = 3 \sin \alpha + 2 \sin \alpha$ باشد، آنگاه مقدار $\cot \alpha$ کدام است؟!

- ۱) ۷ ۲) ۷ ۳) ۷ ۴) -۷

۷۶) اگر $3 \sin^2 x - 2 \cos^2 x = 3$ باشد، آنگاه x کدام زاویه می تواند باشد؟

- ۱) صفر ۲) ۳۰ ۳) ۶۰ ۴) ۹۰

۷۷) اگر $\frac{3 \sin^2 x + 5 \cos^2 x + 3}{4 \cos^2 x - 2 \sin^2 x + 1} = 3$ باشد، مقدار $\tan^2 x$ کدام است؟

- ۱) $\frac{7}{9}$ ۲) $\frac{7}{7}$ ۳) $\frac{7}{7}$ ۴) $\frac{7}{3}$

۷۸) اگر $\tan \alpha + \cot \alpha = 2$ باشد، $\tan \alpha - \cot \alpha$ کدام است؟!

- ۱) $\frac{3}{2}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) صفر

۷۹) ساده شده عبارت $\left((\tan^2 \alpha - \sin^2 \alpha) - \cos^2 \alpha \right) \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} \right)$ کدام است؟

- ۱) $\sin^2 \alpha$ ۲) $\cos^2 \alpha$ ۳) $\frac{1}{\sin^2 \alpha}$ ۴) $\frac{1}{\cos^2 \alpha}$

۸۰) اگر α زاویه واقعی در ربع دوم باشد، ساده شده عبارت $(\sin \alpha + 1) \sqrt{1 + \sin \alpha}$ کدام است؟!

- ۱) $-\cos \alpha$ ۲) $\sin \alpha$ ۳) $-\sin \alpha$ ۴) $\cos \alpha$

۸۱) اگر $\sqrt{\sin^4 \alpha + 4 \cos^2 \alpha} = 0$ باشد، $\sin \alpha$ کدام است؟!

- ۱) ۱ ۲) $\sqrt{\frac{1}{3}}$

۴) هیچ مقداری برای $\sin \alpha$ به دست نمی آید.

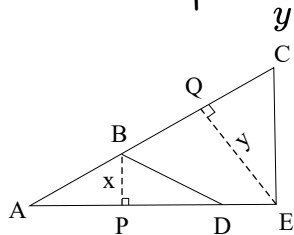
- ۳) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

۸۲) اگر $\frac{\sin^2 \alpha - \sin^4 \alpha}{|\cos \alpha|} = \sin \alpha$ و $\frac{\sin^2 \alpha - \sin^4 \alpha}{|\sin \alpha|} = -\cos \alpha$ باشد زاویه α متعلق به کدام ربع است؟

- ۱) چهارم ۲) سوم ۳) دوم ۴) اول



۸۳ اگر در شکل مقابل $AD = ۸$ ، $DE = ۴$ ، $AB = ۶$ و $BC = ۱۰$ باشد، نسبت کدام است؟



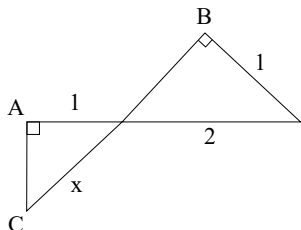
$$\frac{۵}{۹} \quad (۲)$$

$$\frac{۴}{۵} \quad (۴)$$

$$\frac{۱}{۴} \quad (۱)$$

$$\frac{۲}{۳} \quad (۳)$$

۸۴ در شکل مقابل دو زاویه A, B قائمه اند. مقدار x کدام است؟



$$\frac{۲\sqrt{۳}}{۳} \quad (۲)$$

$$\frac{۳}{۲} \quad (۴)$$

$$\sqrt{\frac{۳}{۲}} \quad (۱)$$

$$\frac{۴}{۳} \quad (۳)$$

۸۵ ارتفاع مثلث قائم الزاویه ABC است که در رأس \hat{A} قائمه است و HK ارتفاع مثلث AHB می باشد.

کدام دو مثلث متشابه نیستند؟

$$AHK, ABH \quad (۴)$$

$$AHK, BHK \quad (۳)$$

$$AHC, AHB \quad (۲)$$

$$ABC, AKC \quad (۱)$$

۸۶ در مثلث قائم الزاویه ای، سینوس یکی از زاویه ها $\frac{۵}{۷}$ ، و اندازه ی وتر ۱۴ واحد است. کوچکترین ضلع مثلث

کدام است؟

$$۵\sqrt{۲} \quad (۴)$$

$$۴\sqrt{۶} \quad (۳)$$

$$۳\sqrt{۷} \quad (۲)$$

$$۲\sqrt{۳} \quad (۱)$$

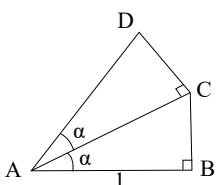
۸۷ در مثلث قائم الزاویه $\triangle ABC$ ، $\hat{A} = ۹۰^\circ$ و $AB = ۲AC$ است، $\sin \hat{B}$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{۳}}{۲} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{۳}}{۳} \quad (۳)$$

$$\frac{۲\sqrt{۵}}{۵} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{۵}}{۵} \quad (۱)$$



$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad (۴)$$

$$\cos \alpha + \tan \alpha \quad (۱)$$

$$\cos^2 \alpha \quad (۳)$$

۸۸ در شکل مقابل طول ضلع AD کدام است؟

۸۹ در مثلث قائم الزاویه $\triangle ABC$ ، زاویه \hat{A} قائمه و $\tan \hat{A} = \frac{۵}{۱۲}$ است. مقدار $\cos \hat{A} + \cos \hat{B} + \cos \hat{C}$

کدام است؟

$$\frac{۱۲}{۱۳} \quad (۴)$$

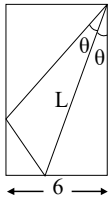
$$\frac{۷}{۱۳} \quad (۳)$$

$$\frac{۱۷}{۱۳} \quad (۲)$$

$$\frac{۳۰}{۱۳} \quad (۱)$$



۹۰) یک برگ کاغذ مستطیل شکل به پهنای ۶ را به مطابق شکل تا کرده ایم به طوری که یکی از گوشه ها بر ضلع مقابل منطبق شده است. طول خط تایی کاغذ (L) بر حسب زاویه θ کدام است؟



۱) $\frac{6}{\sin \theta (1 + \cos 2\theta)}$

۲) $\frac{6}{\cos \theta}$
۳) $\frac{6}{\cos \theta \times \sin 2\theta}$

۴) $\frac{6}{\cos \theta}$

۹۱) حاصل $\sin^2 30^\circ + \cos 60^\circ - \sin 90^\circ$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$

۲) $\frac{1}{4}$

۳) $\frac{1}{2}$

۴) $-\frac{1}{2}$

۹۲) حاصل $1 + \cot^2 60^\circ$ کدام است؟

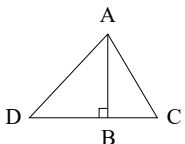
۱) $1 + \tan^2 45^\circ$

۲) $1 - \tan^2 30^\circ$

۳) $1 + \tan^2 30^\circ$

۴) $2 + \tan^2 45^\circ$

۹۳) در شکل زیر $AD = \sqrt{2} AB$ ، $AB = \sqrt{3}$ ، $AC = 2BC = 2$ ، اندازه زاویه $\hat{C}D$ کدام است؟



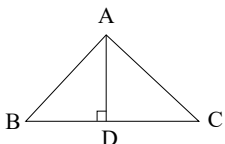
۱) 105°

۲) 135°

۳) 120°

۴) 75°

۹۴) در شکل زیر $AD = \sqrt{3}$ ، $AD = 2$ ، و $AD = \sqrt{2}$ است. زاویه $\hat{A}D$ چند برابر زاویه $\hat{B}D$ است؟



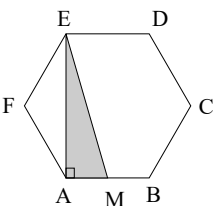
۱) 3

۲) 2

۳) $\frac{7}{3}$

۴) $\frac{7}{2}$

۹۵) در شکل مقابل، طول هر ضلع شش ضلعی منتظم، ۲۰ و M وسط AB است مساحت مثلث AME کدام است؟



۱) $400\sqrt{3}$

۲) $200\sqrt{3}$

۳) $300\sqrt{3}$

۴) $100\sqrt{3}$

۹۶) در مثلث $\triangle ABC$ اگر $\hat{A} = 60^\circ$ و $\hat{B} = 30^\circ$ باشد، طول نیمساز (AD) چند برابر طول BC است؟

۱) $\frac{4}{\sqrt{3}}$

۲) $\frac{4}{3}$

۳) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

۴) $\frac{2}{3}$

۹۷) مساحت مثلث متوازی الاضلاع $\triangle ABC$ به طول ضلع a کدام می تواند باشد؟ ($a \in N$)

۱) $\sqrt{3}$

۲) $\sqrt{2}$

۳) 2

۴) $\sqrt{5}$



۹۸ در متوازی الاضلاعی اندازه دو قطر ۱۲ و ۸ است و زاویه بین دو قطر 135° است مساحت متوازی الاضلاع چند برابر $\sqrt{2}$ است؟

۳۲ (۴)

۳۶ (۳)

۲۴ (۲)

۱۸ (۱)

۹۹ اگر $m = 2 \cos 3x + 1$ باشد و $|x| < 20^\circ$ ، مقادیر m در کدام بازه است؟

(۲, ۳) (۴)

[۲, ۳] (۳)

(۱, ۲) (۲)

[۱, ۲] (۱)

۱۰۰ در بازه‌ی $30^\circ < x < 45^\circ$ کدام نامساوی نادرست است؟

$\sqrt{\sin x} < \sqrt{\cos x}$ (۲)

$\sqrt{\sin x} > \sqrt{\cos x}$ (۱)

$\cos x - \sin x \geq 0$ (۴)

$\frac{1}{2} < \sin x + \cos x < \sqrt{2}$ (۳)

۱۰۱ اگر $120^\circ \leq x \leq 225^\circ$ باشد، کدام گزینه درست است؟

$1 < \cos x < \frac{-1}{2}$ (۴)

$\frac{-1}{2} \leq \cos x \leq 0$ (۳)

$\frac{-\sqrt{2}}{2} \leq \cos x \leq \frac{-1}{2}$ (۲)

$-1 \leq \cos x \leq \frac{-\sqrt{2}}{2}$ (۱)

۱۰۲ حدود k برای آنکه معادله‌ی $\sin x = k$ در فاصله‌ی $60^\circ \leq x \leq 120^\circ$ دارای جواب باشد، کدام است؟

$k > \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{2} \leq k \leq 1$ (۳)

$-1 \leq k \leq 1$ (۲)

$\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

۱۰۳ اگر $45^\circ < x < 108^\circ$ و $\sin x = \frac{m}{2}$ ، حدود m کدام است؟

$1 \leq m < \sqrt{2}$ (۴)

$\sqrt{2} < m \leq 2$ (۳)

$m > \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲)

$m \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

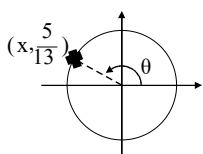
۱۰۴ اگر $\cos \theta = -\frac{2}{3}$ و $\tan \theta \cos \theta > 0$ باشد، انتهای کمان θ در کدام ربع مثلثاتی است؟

چهارم (۴)

سوم (۳)

دوم (۲)

اول (۱)



$-2,4$ (۴)

$2,4$ (۳)

$-\frac{5}{12}$ (۲)

$\frac{5}{12}$ (۱)

۱۰۶ مطابق شکل هواپیمای دشمن موازی سطح زمین در ارتفاع ۷۲۰ متری در حال حرکت است. اگر پدافند هوایی

(نقطه‌ی O) این هواپیما را در دو لحظه‌ی مختلف با زاویه‌های α و β مشاهده کند. به طوری که $\tan \alpha = 0,3$ و

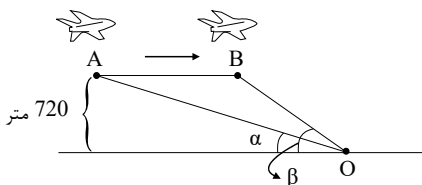
$\tan \beta = 0,4$ ، هواپیما در این مدت چند متر حرکت کرده است؟

۵۲۰ (۲)

۴۰۰ (۱)

۸۰۰ (۴)

۶۰۰ (۳)





۱۰۷ اگر $a \in \mathbb{R} - \{0\}$ و $\cos x = \sqrt{\frac{\cot x}{\cot x - a^2}}$ باشد، x در کدام ربع است؟

- اول ① دوم ② سوم ③ چهارم ④

۱۰۸ در مثلث ABC ، رابطه $\tan(\hat{B} + 30^\circ) \tan(\hat{C} + 30^\circ) = 1$ برقرار است. با توجه به این رابطه کدام گزینه صحیح است؟

- ① $\hat{A} = 150^\circ$ ② $\hat{A} = 120^\circ$ ③ $\hat{A} = 60^\circ$ ④ $\hat{A} = 30^\circ$

۱۰۹ اگر $\cos x = \frac{1}{10}$ و x در ربع اول باشد، $\sin x$ کدام است؟

- ① $\frac{9}{10}$ ② $\frac{3\sqrt{11}}{10}$ ③ $\frac{1}{10}$ ④ $\frac{9\sqrt{11}}{10}$

۱۱۰ حاصل عبارت $\cos \theta (\cos \theta + \sin \theta \tan \theta)$ کدام است؟

- ① $\cos^2 \theta$ ② ۲ ③ ۱ ④ $\sin^2 \theta$

۱۱۱ ساده شده عبارت $(1 - \cos \theta)(1 + \sin \theta \cot \theta) - \tan \theta \cot \theta$ کدام است؟

- ① $\sin^2 \theta$ ② $-\sin^2 \theta$ ③ $\cos^2 \theta$ ④ $-\cos^2 \theta$

۱۱۲ اگر $m = 3 \cot \theta$ و θ زاویه ای در ناحیه سوم مثلثاتی باشد، حاصل عبارت $A = \sqrt{m^2 + 9}$ کدام است؟

- ① $\frac{3}{\cos \theta}$ ② $-(3 \cot \theta + 3)$ ③ $3 \cos \theta$ ④ $\frac{3}{\sin \theta}$

۱۱۳ حاصل عبارت $A = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + \frac{1}{\tan \alpha + \cot \alpha}$ کدام است؟

- ① ۱ ② $\sin \alpha + \cos \alpha$ ③ $2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$ ④ $1 + \cos^2 \alpha$

۱۱۴ مقدار $A = \sqrt{1 - 2 \sin x \cos x} - \sqrt{1 + 2 \sin x \cos x}$ به ازای $x = 200^\circ$ کدام است؟

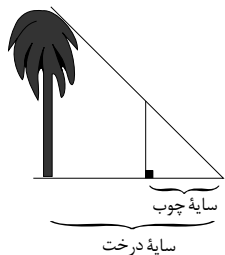
- ① $2 \sin 200^\circ$ ② $2 \cos 200^\circ$ ③ $-2 \sin 200^\circ$ ④ $-2 \cos 200^\circ$

۱۱۵ برای محاسبه ارتفاع یک درخت، از یک قطعه چوب به طول یک متر که به صورت عمودی موازی درخت

قرار دارد استفاده کرده ایم، به طوری که سایه چوب مطابق شکل منطبق بر سایه درخت است. در صورتی که طول

سایه چوب ۴ متر و طول سایه درخت ۳۲ متر باشد، ارتفاع درخت چند متر است؟

- ① ۶ ② ۸ ③ ۱۰ ④ ۱۲



۱۱۶ حاصل عبارت $\cos^2 \theta (1 + 2 \tan^2 \theta) + (\cos \theta - 1)(\cos \theta + 1)$ کدام است؟

- ① -۱ ② صفر ③ ۱ ④ ۲



۱۱۷ حاصل عبارت $(\frac{1}{\cos \theta} - 1)(\frac{1}{\cos \theta} + 1)$ کدام است؟

- ۱ $\tan^2 \theta$ ۲ $\cot^2 \theta$ ۳ $\frac{1}{\sin^2 \theta}$ ۴ $\frac{1}{\cos^2 \theta}$

۱۱۸ ساده شده‌ی عبارت $(1 - \sin^2 \theta)(1 - \tan^2 \theta)$ کدام است؟

- ۱ $2 \cot^2 \theta$ ۲ $2 \tan^2 \theta$ ۳ $1 - 2 \cos^2 \theta$ ۴ $1 - 2 \sin^2 \theta$

۱۱۹ حاصل $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 2 \tan \alpha \cos^2 \alpha$ کدام است؟

- ۱ ۱ ۲ $\tan \alpha$ ۳ $1 + \cot \alpha$ ۴ ۰

۱۲۰ حاصل $(\frac{1}{1 - \sin \theta} + \frac{1}{1 + \sin \theta}) - 2 \tan^2 \theta$ کدام است؟

- ۱ -۱ ۲ صفر ۳ ۱ ۴ ۲

۱۲۱ حاصل عبارت $\frac{\sin^4 x + \cos^4 x}{\sin^2 x \cos^2 x} - (\tan x + \cot x)^2$ کدام است؟

- ۱ -۲ ۲ ۲ -۱ ۳ -۱ ۴ صفر

۱۲۲ اگر $\tan x = \frac{3}{4}$ باشد، آنگاه حاصل $A = \frac{4}{\cos x} - \frac{3}{\sin x}$ کدام است؟

- ۱ صفر ۲ -۱ ۳ $\frac{3}{4}$ ۴ ۱

۱۲۳ در صورتی که $\frac{3}{2} = \frac{\tan \theta}{\sin \theta - \cos \theta}$ باشد، مقدار $\tan \theta$ برابر با کدام است؟

- ۱ ۴ ۲ ۳ ۳ ۲ ۴ ۱

۱۲۴ حاصل $\frac{1}{1 + \tan^2 \theta}$ کدام است؟

- ۱ $\sin \theta$ ۲ $\cos \theta$ ۳ $\sin \theta \times \cos \theta$ ۴ $\sin \theta + \cos \theta$

۱۲۵ حاصل $(1 - \sin^2 \theta)(1 + \tan^2 \theta)$ کدام است؟

- ۱ صفر ۲ ۱ ۳ $\cos^2 \theta$ ۴ $\cot^2 \theta$

۱۲۶ اگر مثلث ABC در \hat{C} قائمه و $\sin \hat{A} = \frac{2}{3}$ باشد، آنگاه $\tan \hat{B}$ کدام است؟

- ۱ $\frac{3}{5}$ ۲ $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ۳ $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ۴ $\frac{\sqrt{5}}{2}$

۱۲۷ اگر $x = \frac{2}{\sin \alpha}$ و $y = 3 \cot \alpha$ باشد، مقدار $9x^2$ کدام است؟

- ۱ $4 + 9y^2$ ۲ $9 + 4y^2$ ۳ $36 - 4y^2$ ۴ $36 + 4y^2$



۱۲۸) با فرض $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ، حاصل عبارت $\sin^4 \theta - \cos^4 \theta + \frac{1}{1 + \tan^2 \theta}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{3}$

۲) $\frac{4}{9}$

۳) $\frac{1}{2}$

۴) $\frac{2}{3}$

۱۲۹) به ازای کدام مقدار A ، تساوی $\frac{1}{\cos^4 x} + \frac{A}{\cos^2 x} = \tan^4 x - 1$ یک اتحاد است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) -۱

۴) -۲

۱۳۰) اگر $\tan x = \frac{2ab}{a^2 - b^2}$ باشد که در آن $a > b > 0$ و $0^\circ < x < 90^\circ$ است، آنگاه $\sin x$ برابر با کدام است؟

۱) a

۲) $\frac{a^2 - b^2}{2a}$

۳) $\frac{a^2 - b^2}{2ab}$

۴) $\frac{1}{a^2 + b^2}$

۱۳۱) اگر $\sin x + \cos x = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\sin^3 x + \cos^3 x$ است؟

۱) $\frac{13}{27}$

۲) $\frac{13}{81}$

۳) $\frac{17}{27}$

۴) $\frac{17}{81}$

۱۳۲) اگر $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3}{5}$ باشد، حاصل $\sin^6 x + \cos^6 x$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{5}$

۲) $\frac{2}{3}$

۳) $\frac{2}{5}$

۴) $\frac{1}{7}$

۱۳۳) حاصل کدام گزینه با $\tan 10^\circ$ برابر است؟

۱) $\tan(-10^\circ)$

۲) $\cot 100^\circ$

۳) $\tan 170^\circ$

۴) $\tan 190^\circ$

۱۳۴) اگر $\sin \theta = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$ و انتهای کمان θ در ربع چهارم دایره مثلثاتی باشد مقدار $\sin(270^\circ - \theta)$ کدام است؟

۱) $-\frac{1}{3}$

۲) $\frac{1}{3}$

۳) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

۴) $-\frac{\sqrt{2}}{3}$

۱۳۵) مقدار ماکزیمم $|5 \sin x - 3|$ کدام است؟

۱) ۲

۲) ۳

۳) π

۴) ۸

۱۳۶) اگر $\tan x + \frac{1}{\tan x} = k - 1$ باشد، حدود k برای آنکه معادله جواب داشته باشد کدام است؟

۱) $-1 < k < 3$

۲) $k \leq -1$ یا $k \geq 3$

۳) $k > 2$

۴) $k < -\frac{1}{2}$



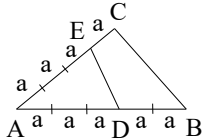
۱۳۷ اگر $\sin x + \frac{1}{\sin x} = 2$ باشد آنگاه مقدار عبارت $\sin^2 x + \cos^2 x$ کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۱ ۳) $2 - \sqrt{2}$ ۴) $\sqrt{2} - 1$

۱۳۸ خط $3y - \sqrt{3}x = 5$ با جهت مثبت محور افقی چه زاویه‌ای می‌سازد؟

- ۱) 30° ۲) 45° ۳) 60° ۴) 90°

۱۳۹ در شکل زیر، مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث ADE است؟

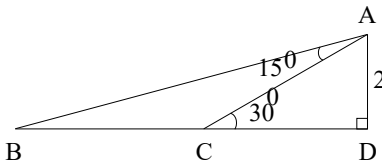


- ۱) $\frac{20}{9}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{3}{5}$ ۴) $\frac{4}{5}$

۱۴۰ اگر $3\sin\alpha + 2\cos\beta = 5$ ، آنگاه $\sin^2\beta + \cos^2\alpha$ کدام است؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۵ ۴) ۲۵

۱۴۱ در شکل زیر، مساحت مثلث ABC کدام است؟



- ۱) $4\frac{\sqrt{3}}{3}$ ۲) ۴

- ۳) $4\sqrt{3}$ ۴) $4\tan 15^\circ$

۱۴۲ اگر ضلع زاویه‌ی θ ، دایره‌ی مثلثاتی را در ربع سوم در نقطه‌ی P قطع کند و $\cos\theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ باشد،

مختصات نقطه‌ی P و $\cot\theta$ به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

- ۱) $-1, (-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ ۲) $1, (-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ ۳) $-1, (-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ ۴) $1, (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$

۱۴۳ خط l به معادله‌ی $(m-1)y + (2m-1)x = 1$ با جهت مثبت محور x ها زاویه‌ی 45° می‌سازد. این

خط محور y ها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

- ۱) $-\frac{1}{3}$ ۲) -3 ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{1}{3}$

۱۴۴ حدود x کدام می‌تواند باشد تا $\sin x \cdot \cos x < 0$ باشد؟

- ۱) $180^\circ < x < 360^\circ$ ۲) $270^\circ < x < 360^\circ$ یا $90^\circ < x < 180^\circ$ ۳) $180^\circ < x < 270^\circ$ یا $0^\circ < x < 90^\circ$ ۴) $90^\circ < x < 270^\circ$

۱۴۵ حاصل عبارت زیر همواره برابر با کدام گزینه است؟

$$1 - \sin\alpha \cdot \cos\alpha = ?$$

- ۱) $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha$ ۲) $\sin^2\alpha - \cos^2\alpha$ ۳) $(\sin\alpha - \cos\alpha)^2 + \sin\alpha \cos\alpha$ ۴) $(\sin\alpha + \cos\alpha)^2$



۱۴۶ حاصل عبارت A کدام است؟ ($\cos \theta \neq 0$)
 $A = (1 + \sin \theta) \left(\frac{1}{\cos \theta} + \tan \theta \right) (1 - \sin \theta)^2$

- ۱ $\tan \theta \sin \theta$ ۲ $\cos^2 \theta$ ۳ $\frac{1}{\cos \theta}$ ۴ $\cos^3 \theta$

۱۴۷ اگر $\tan 50^\circ = a$ باشد، مساحت متوازی الاضلاعی که قطرهای آن ۸ و ۱۲ واحد و زاویه بین قطرهای آن 50° می باشد، چند واحد مربع است؟

- ۱ $\frac{96}{a} \sqrt{1 - a^2}$ ۲ $\frac{96a}{\sqrt{1 + a^2}}$ ۳ $\frac{48}{a} \sqrt{1 - a^2}$ ۴ $\frac{48a}{\sqrt{1 + a^2}}$

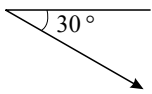
۱۴۸ حاصل $\frac{2 \sin 30^\circ \cos 30^\circ}{1 - \cos 60^\circ}$ کدام است؟

- ۱ $\cos 45^\circ$ ۲ $\cot 30^\circ$ ۳ $\sin 60^\circ$ ۴ $\cot 60^\circ$

۱۴۹ مساحت یک شش ضلعی منتظم برابر $54\sqrt{3}$ است. طول ضلع این شش ضلعی کدام است؟

- ۱ $3\sqrt{3}$ ۲ $6\sqrt{3}$ ۳ ۳ ۴ ۶

۱۵۰ یک موشک از ارتفاع ۲۰۰۰ متری با زاویه 30° نسبت به افق به سمت زمین شلیک می شود. در صورتی که زاویه تغییر نکند، پس از پیمودن چند متر این موشک به زمین برخورد می کند؟



- ۱ ۲۰۰۰ ۲ $2000\sqrt{3}$ ۳ ۴۰۰۰ ۴ $4000\sqrt{3}$

۱۵۱ مساحت مثلث قائم الزاویه ABC که در آن $\widehat{B} = 90^\circ$ ، از کدام یک از رابطه های زیر به دست نمی آید؟

- ۱ $S = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin \widehat{C}$ ۲ $S = \frac{1}{2} \times AC \times BC \times \cos \widehat{A}$ ۳ $S = \frac{1}{2} \times BC \times AC \times \tan \widehat{C}$ ۴ $S = \frac{1}{2} \times AC \times BC \times \cot \widehat{A}$

۱۵۲ در مثلث قائم الزاویه ABC ، $\widehat{C} = 90^\circ$ و $\frac{12}{13}$ و $BC = 10$ می باشد. محیط مثلث ABC کدام است؟

- ۱ ۴۸ ۲ ۶۰ ۳ ۷۰ ۴ ۷۲

۱۵۳ اضلاع متوازی الاضلاعی به طول ۱۱ و ۱۲ واحد است. در صورتی که زاویه بین این دو ضلع 120° باشد، مساحت متوازی الاضلاع کدام است؟

- ۱ $22\sqrt{3}$ ۲ $66\sqrt{3}$ ۳ $22\sqrt{2}$ ۴ $66\sqrt{2}$

۱۵۴ اگر قطر کوچک یک شش ضلعی منتظم برابر با $2\sqrt{3}$ باشد، مساحت شش ضلعی منتظم کدام است؟

- ۱ ۶ ۲ $6\sqrt{3}$ ۳ ۱۲ ۴ $12\sqrt{3}$



۱۵۵ در مثلث ABC ، زاویه B حاده بوده و $AB = ۸$ و $BC = ۱۳$ است. در صورتی که مساحت مثلث $۲۶\sqrt{۳}$ باشد، اندازه‌ی زاویه‌ی B چقدر است؟

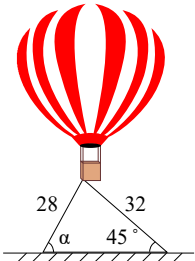
۷۵° (۴)

۶۰° (۳)

۴۵° (۲)

۳۰° (۱)

۱۵۶ یک بالن مطابق شکل زیر، توسط دو طناب به طول‌های ۲۸ و ۳۲ متر به زمین بسته شده است. مقدار سینوس



زاویه‌ی α کدام است؟ ($\sqrt{۲} \simeq ۱٫۴$)

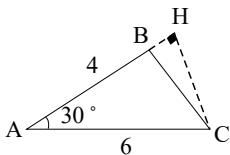
۰٫۸ (۲)

۰٫۷۵ (۱)

۰٫۹ (۴)

۰٫۸۵ (۳)

۱۵۷ در مثلث ABC ، $\hat{A} = ۳۰^\circ$ و $AC = ۶$ و $AB = ۴$ است. در این صورت طول ارتفاع CH کدام است؟



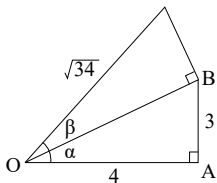
$۳\sqrt{۲}$ (۲)

۳ (۱)

$۳\sqrt{۳}$ (۴)

۴ (۳)

۱۵۸ با توجه به شکل زیر، حاصل عبارت $\tan \alpha + \cot \beta$ کدام است؟



$\frac{۲۹}{۱۲}$ (۴)

$\frac{۲۹}{۱۵}$ (۳)

$\frac{۱۳}{۲۵}$ (۲)

$\frac{۲۷}{۲۰}$ (۱)

۱۵۹ اگر قطر بزرگ یک شش ضلعی منتظم برابر با ۶ باشد، مساحت شش ضلعی منتظم کدام است؟

$۲۴\sqrt{۳}$ (۴)

$۱۸\sqrt{۳}$ (۳)

$\frac{۲۷}{۲}\sqrt{۳}$ (۲)

$۲۷\sqrt{۳}$ (۱)

۱۶۰ در مثلث ABC اگر $AB = ۱۰$ ، $\cos \hat{B} = \frac{\sqrt{۱۵}}{۴}$ و مساحت مثلث ۲۰ باشد، BC کدام است؟

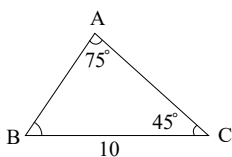
۱۴ (۴)

۱۲ (۳)

۱۸ (۲)

۱۶ (۱)

۱۶۱ در مثلث زیر طول ضلع AC کدام است؟



$۵(\sqrt{۳} + ۱)$ (۲)

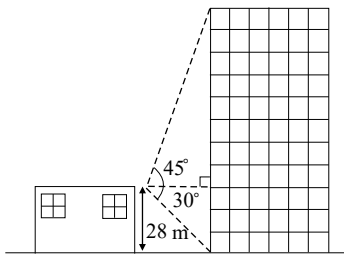
$۵(\sqrt{۳} - ۱)$ (۱)

$۵\sqrt{۶}(\sqrt{۳} + ۱)$ (۴)

$۵\sqrt{۶}(\sqrt{۳} - ۱)$ (۳)



۱۶۲ در شکل مقابل اگر ارتفاع ساختمان کوتاه‌تر ۲۸ متر باشد، ارتفاع برج چند متر است؟



۱) $29\sqrt{3}$

۲) $28\sqrt{3}$

۳) $28(1 + \sqrt{3})$

۴) ۵۶

۱۶۳ اگر $\tan \alpha = -\frac{5}{6}$ باشد، حاصل $(\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1)(1 - \frac{1}{\cos^2 \alpha})$ کدام است؟

۱) ۱

۲) $-\frac{25}{36}$

۳) -۱

۴) $-\frac{36}{25}$

۱۶۴ اگر $0 < m < 2$ و $\frac{m}{2}$ باشد، α در کدام ناحیه مثلثاتی واقع است؟

۱) اول یا دوم

۲) سوم یا چهارم

۳) دوم یا سوم

۴) اول یا چهارم

۱۶۵ اگر $\frac{2}{\sin x} + \frac{3}{\cos x} = 0$ باشد، مقدار $\tan x - \cot x$ کدام است؟

۱) $\frac{13}{6}$

۲) $\frac{5}{6}$

۳) $-\frac{5}{6}$

۴) $-\frac{13}{6}$

۱۶۶ اگر $\tan \theta = a$ باشد، حاصل $\frac{1}{1 + \cot^2 \theta} - \sin^2 \theta + \cos^2 \theta$ بر حسب a کدام است؟ ($a \neq 0$)

۱) a^2

۲) $a^2 + 1$

۳) $\frac{1}{a^2 + 1}$

۴) $\frac{1}{a^2}$

۱۶۷ اگر $\sin x + \cos x = \frac{2}{3}$ باشد، آنگاه حاصل $A = (1 - \sin x)(1 - \cos x)$ کدام است؟

۱) $-\frac{1}{18}$

۲) $\frac{1}{18}$

۳) $\frac{1}{81}$

۴) $-\frac{1}{81}$

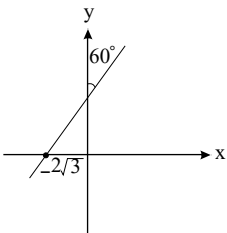
۱۶۸ معادله خط زیر کدام است؟

۱) $x = \sqrt{3}(y - 2)$

۳) $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 2$

۲) $3y + \sqrt{3}x = -6$

۴) $x = \frac{\sqrt{3}}{3}y + 2$



۱۶۹ اگر $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ و $\sin \alpha + \cos \alpha < 0$ باشد، در این صورت $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2$ کدام است؟

۱) $\frac{25}{49}$

۲) $\frac{49}{25}$

۳) ۱

۴) $\frac{7}{5}$



۱۷۰ نقطه‌ی $P(\frac{1}{3}, \frac{\sqrt{8}}{3})$ روی دایره‌ی مثلثاتی قرار دارد. تانژانت زاویه‌ای که OP با راستای مثبت محور x می‌سازد، چقدر است؟ (مبدأ مختصات است)

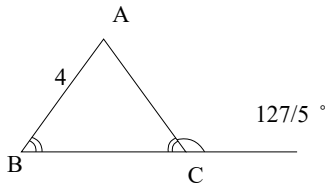
$$\frac{\sqrt{8}}{3} \quad \textcircled{4}$$

$$\frac{\sqrt{8}}{8} \quad \textcircled{3}$$

$$\frac{\sqrt{8}}{9} \quad \textcircled{2}$$

$$\sqrt{8} \quad \textcircled{1}$$

۱۷۱ در شکل زیر، مساحت مثلث متساوی‌الساقین ABC چند واحد مربع است؟ ($\sin 75^\circ = 0.96$)



$$7.68 \quad \textcircled{2}$$

$$15.36 \quad \textcircled{1}$$

$$6.86 \quad \textcircled{4}$$

$$3.84 \quad \textcircled{3}$$

۱۷۲ حاصل $\frac{1}{1 + \cot \alpha}$ کدام است؟

$$\cos \alpha \quad \textcircled{4}$$

$$\sin \alpha \quad \textcircled{3}$$

$$\cot \alpha \quad \textcircled{2}$$

$$\tan \alpha \quad \textcircled{1}$$

۱۷۳ حاصل عبارت $A = \frac{x}{1 + \tan^2 x} + \frac{x}{1 + \cot^2 x}$ کدام است؟

$$\tan^2 x + \cot^2 x \quad \textcircled{4}$$

$$\text{صفر} \quad \textcircled{3}$$

$$2 \quad \textcircled{2}$$

$$1 \quad \textcircled{1}$$

۱۷۴ خط d با جهت مثبت محور x زاویه 30° می‌سازد و محور طول‌ها را در $x = -3$ قطع می‌کند. خط d از کدام یک از نقاط زیر عبور نمی‌کند؟

$$(3, 2\sqrt{3}) \quad \textcircled{4}$$

$$(-\sqrt{3}, \sqrt{3}-1) \quad \textcircled{3}$$

$$(3\sqrt{3}, \sqrt{3}+3) \quad \textcircled{2}$$

$$(\sqrt{3}, 2\sqrt{3}) \quad \textcircled{1}$$

۱۷۵ اگر زاویه‌ای در ربع سوم مثلثاتی باشد به طوری که $\sin \theta = -\frac{2}{3}$ ، آنگاه مقدار $\cot \theta + \tan \theta$ کدام است؟

$$0.7\sqrt{5} \quad \textcircled{4}$$

$$0.9\sqrt{5} \quad \textcircled{3}$$

$$2.8\sqrt{5} \quad \textcircled{2}$$

$$1.2\sqrt{5} \quad \textcircled{1}$$

۱۷۶ اگر $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ و $\cos \alpha = \frac{1-2m}{3}$ باشد، حدود m کدام بازه است؟

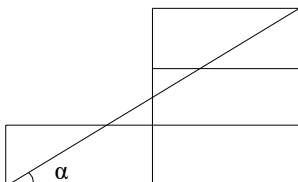
$$(-2, 2) \quad \textcircled{4}$$

$$(-1, 0) \quad \textcircled{3}$$

$$(\frac{1}{2}, 2) \quad \textcircled{2}$$

$$(0, \frac{1}{4}) \quad \textcircled{1}$$

۱۷۷ در شکل مقابل، هر کاشی یک مستطیل 1×2 است. مقدار $\cos \alpha$ چه عددی است؟



$$\frac{4}{5} \quad \textcircled{2}$$

$$\frac{3}{5} \quad \textcircled{1}$$

$$\frac{9}{25} \quad \textcircled{4}$$

$$\frac{16}{25} \quad \textcircled{3}$$



انتهای کمان در کدام ناحیه قرار دارد؟

اگر ۱۷۸

چهارم ۴

سوم ۳

دوم ۲

اول ۱

اگر ۱۷۹ $\cot x = \frac{a^2 - 1}{1 - a}, \tan x = \frac{a^2 - 1}{a}$ مقدار a کدام است؟

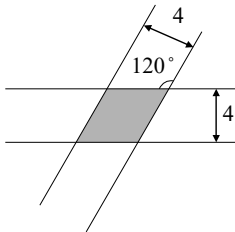
$-\frac{3}{2}$ ۴

$\frac{3}{2}$ ۳

$-\frac{1}{2}$ ۲

$\frac{1}{2}$ ۱

۱۸۰ در شکل مقابل، خطوط موازی به فاصله‌ی ۴ از یکدیگر می‌باشند. مساحت قسمت هاشورخورده کدام است؟



$\frac{16\sqrt{3}}{3}$ ۲

$\frac{8\sqrt{3}}{3}$ ۱

$\frac{48\sqrt{3}}{3}$ ۴

$\frac{32\sqrt{3}}{3}$ ۳

۱۸۱ اگر $\tan \beta < \cot \beta, \tan \alpha > \cot \alpha$ آنگاه α, β کدام می‌توانند باشند؟

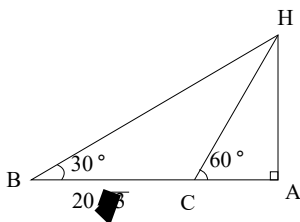
$\alpha = 20^\circ, \beta = 10^\circ$ ۴

$\alpha = 10^\circ, \beta = 20^\circ$ ۳

$\alpha = 50^\circ, \beta = 40^\circ$ ۲

$\alpha = 40^\circ, \beta = 50^\circ$ ۱

۱۸۲ در شکل مقابل، اندازه‌ی AH کدام است؟



۲۰ ۲

۶۰ ۱

۴۰ ۴

۳۰ ۳

۱۸۳ اگر $\sin \theta = -\frac{3}{5}$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $A = \frac{1}{\sin \theta \cos \theta}$ کدام است؟

قابل تعیین نیست. ۴

$-\frac{5}{3}$ ۳

$\frac{5}{48}$ ۲

$-\frac{5}{48}$ ۱

۱۸۴ حاصل عبارت تعریف شده $(\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha)(1 + \tan^2 \alpha) + \tan^2 \alpha$ کدام است؟

۳ ۴

۲ ۳

۱ ۲

صفر ۱

۱۸۵ حاصل عبارت تعریف شده A کدام است؟

$$A = \frac{1}{1 + \cos x} + \frac{1}{1 + \sin x} + \tan x + \cot x$$

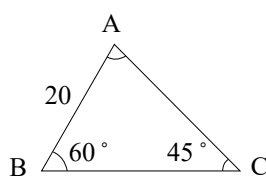
$\sin x + \cos x$ ۴

۱ ۳

$\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}$ ۲

۲ ۱

۱۸۶ در شکل مقابل طول ضلع AC کدام است؟

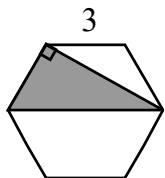


$20\sqrt{2}$ ۲

$20\sqrt{3}$ ۱

$10\sqrt{6}$ ۴

$20\sqrt{6}$ ۳



۱۸۷ مساحت قسمت هاشورخورده در شش ضلعی منتظم مقابل چقدر است؟

۳√۳ (۴)

۳ (۳)

$\frac{9\sqrt{3}}{2}$ (۲)

$\frac{9}{2}$ (۱)

۱۸۸ شخصی از پایین یک برج ۵۰ متری، بالای یک برج دیگر را نسبت به افق با زاویه 60° می‌بیند. سپس از بالای همان برج ۵۰ متری، بالای آن برج دیگر را با زاویه 30° می‌بیند. اگر با چشم‌پوشی از قد شخص، چشم ناظر را هم سطح زمین در نظر بگیریم، ارتفاع برج دیگر چند متر است؟ (ارتفاع برج دیگر بیشتر از ۵۰ متر است.)

۸۵ (۴)

۸۰ (۳)

۷۵ (۲)

۶۵ (۱)

۱۸۹ اگر $\tan 24^\circ = \sqrt{3}$ باشد، حاصل $\frac{1}{1 + \cos 24^\circ}$ کدام است؟

$\sqrt{3}$ (۴)

$-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲)

$-\sqrt{3}$ (۱)

۱۹۰ اگر $\cot \alpha = 2$ و $\cos \alpha < 0$ باشد، حاصل $\sqrt{5}(\cos \alpha - 2 \sin \alpha)$ کدام است؟

۳ (۴)

صفر (۳)

-۴ (۲)

-۵ (۱)

۱۹۱ حاصل $(\frac{1}{\cos x} - \tan x)(\frac{1}{1 - \sin x} - 1)$ با فرض با معنی بودن هر کسر کدام است؟

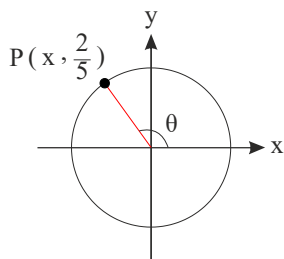
$\cot x$ (۴)

$-\cot x$ (۳)

$-\tan x$ (۲)

$\tan x$ (۱)

۱۹۲ اگر انتهای کمان روبه‌رو زاویه θ روی دایرهٔ مثلثاتی مطابق شکل روبه‌رو، نقطه‌ای به مختصات $P(x, \frac{2}{5})$ باشد،



$\cot \theta$ چند برابر $\sqrt{21}$ است؟

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

$-\frac{2}{21}$ (۴)

$\frac{2}{21}$ (۳)

۱۹۳ حاصل عبارت $\frac{1}{1 - \sin 15^\circ} - \frac{1}{1 + \sin 15^\circ}$ کدام است؟

$\cos^2 15^\circ$ (۴)

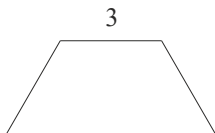
$\cos 15^\circ$ (۳)

$\cos^2 15^\circ$ (۲)

$\sin^2 15^\circ$ (۱)



۱۹۴ اگر دوزنقه مقابل از نصف نمودن یک شش ضلعی منتظم به وجود آمده باشد، در این صورت مساحت آن کدام است؟



۲۷√۲ (۴)

۲۷√۳ / ۴ (۳)

۲۷√۳ / ۲ (۲)

۲۷√۳ (۱)

۱۹۵ اگر داشته باشیم $\cos \alpha + \cot \alpha < 0$ و $\cos^3 \alpha \cdot \cot \alpha > 0$ آنگاه انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی قرار می‌گیرد؟

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

۱۹۶ خط با شیب مثبت و عرض از مبدأ یک و خط L_2 با شیب مثبت و عرض از مبدأ ۵، محور عرض‌ها را به ترتیب در نقاط A و B قطع می‌کنند. خطوط L_1 و L_2 یکدیگر را در نقطه C قطع می‌کنند به طوری که $AC = 13$ است. اگر مساحت مثلث ABC ۲۴ باشد، شیب خط L_1 کدام است؟

۵ / ۱۳ (۴)

۵ / ۱۲ (۳)

۱۲ / ۱۳ (۲)

۱۲ / ۵ (۱)

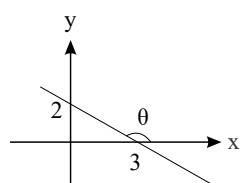
۱۹۷ اگر برای زوایای α ، β و θ تساوی $\sin \theta = \frac{\cos \beta - 2 \sin \alpha}{5}$ برقرار باشد، $\sin \theta$ برابر با کدام مقدار نمی‌تواند باشد؟

-۷ / ۱۰ (۴)

-۱ / ۲ (۳)

۱ / ۳ (۲)

-۷ (۱)



۱۹۸ با توجه به شکل مقابل، مقدار $\cos \theta$ کدام است؟

-۴ / ۹ (۲)

-۵ / ۹ (۱)

-۳ / √۱۳ (۴)

-۲ / √۱۳ (۳)

۱۹۹ اگر α در ناحیه دوم و $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ باشد، معادله خطی که محور x ها را در نقطه‌ای به طول $\frac{1}{2}$ قطع کند و با جهت مثبت آن زاویه α بسازد، کدام است؟

۴y = 3 - 6x (۴)

۵y = 12x - 6 (۳)

۵y = 6 - 12x (۲)

۴y = 6x - 3 (۱)

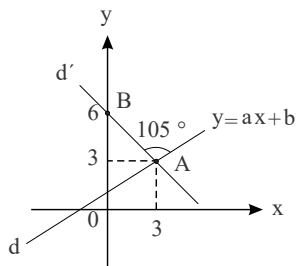
۲۰۰ ساده شده عبارت $(1 + \tan \alpha)(1 + \cot \alpha) - \frac{1}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}$ کدام است؟

-۲ (۴)

-۱ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)



۲۰۱ در شکل مقابل مقدار $b(a+1)$ کدام است؟

۱۵
۴ (۲)

۶- (۱)

۳
۴ (۴)

۲ (۳)

۲۰۲ مقدار عبارت $A = (\tan 5^\circ - \cot 5^\circ)(\tan 6^\circ - \cot 6^\circ) \dots (\tan 81^\circ - \cot 81^\circ)$ کدام است؟

صفر (۴)

$-4\sqrt{6}$ (۳)

$81\sqrt{5}$ (۲)

$\frac{81}{7}$ (۱)

۲۰۳ اگر $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$ ، $\cos \alpha < 0$ و $\sin \alpha < 0$ باشد، حاصل عبارت $A = \sqrt{8 \cos \alpha - 2 \sin \alpha}$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}}{10}$ (۴)

$-\frac{\sqrt{2}}{10}$ (۳)

$\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۲)

$-\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۱)

۲۰۴ اگر انتهای کمان مربوط به زاویه α در ناحیه چهارم مثلثاتی و $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$ باشد، مقدار $\cos \alpha \cdot \cot \alpha$ کدام است؟

$-\frac{8}{5}$ (۴)

$\frac{8}{5}$ (۳)

$\frac{16}{15}$ (۲)

$-\frac{16}{15}$ (۱)

۲۰۵ اگر $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ و $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$ ، مقدار $\cos \alpha - \sin \alpha$ کدام است؟

$-\frac{1}{5}$ (۴)

$\frac{1}{5}$ (۳)

$-\frac{7}{5}$ (۲)

$\frac{7}{5}$ (۱)

۲۰۶ در مثلث قائم الزاویه ABC ، زاویه A قائمه و $\tan C = \frac{5}{12}$ است. حاصل $\cos B + \cos C$ کدام است؟

$\frac{17}{12}$ (۴)

$\frac{12}{17}$ (۳)

$\frac{17}{13}$ (۲)

$\frac{13}{17}$ (۱)

۲۰۷ مساحت یک ۶ ضلعی منتظم برابر با $12\sqrt{3}$ است. محیط آن برابر است با:

۲۴ (۴)

$12\sqrt{3}$ (۳)

$12\sqrt{2}$ (۲)

۱۲ (۱)

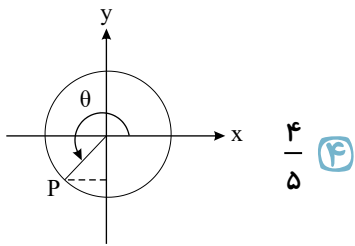
۲۰۸ اگر $\cos x = \frac{\sqrt{5}}{3}$ و انتهای کمان x در ربع چهارم دایره مثلثاتی باشد، مقدار $\cot x$ کدام است؟

$-\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۴)

$-\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۱)



۲۰۹ در دایرهٔ مثلثاتی زیر $y_P = \frac{-3}{5}$ است. $\cot \theta$ چقدر است؟

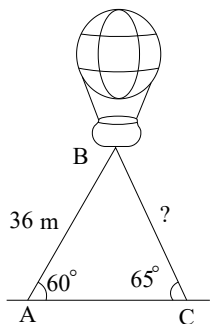
۱ $\frac{3}{4}$

۲ $\frac{4}{3}$

۳ $\frac{5}{4}$

۴ $\frac{4}{5}$

۲۱۰ یک بالن مطابق شکل زیر با دو طناب به زمین بسته شده است. طول طناب اول ۳۶ متر است. طول طناب دوم چقدر است؟ ($\sin 65^\circ \simeq 0.9$)

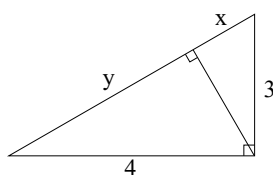


۱ $\frac{40\sqrt{3}}{3}$

۲ $20\sqrt{3}$

۴ $\frac{50\sqrt{3}}{3}$

۳ $18\sqrt{3}$



۲۱۱ در شکل زیر، نسبت x به y کدام است؟

۱ $\frac{16}{9}$

۲ $\frac{9}{5}$

۳ $\frac{9}{16}$

۴ $\frac{5}{9}$

۲۱۲ فرض کنیم $\cos \beta = \frac{-4}{5}$ باشد، $180^\circ - \beta$ در کدام ربع‌های می‌تواند قرار بگیرد؟ ($0^\circ < \beta < 360^\circ$)

۴ اول یا دوم

۳ دوم یا سوم

۲ اول یا چهارم

۱ سوم یا چهارم

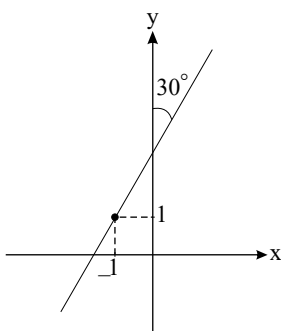
۲۱۳ مطابق شکل زیر، عرض از مبدأ خطی که با جهت مثبت محور y زاویهٔ 30° بسازد و از نقطهٔ $(-1, 1)$ بگذرد، کدام است؟

۱ $y = \frac{2\sqrt{3}}{3} + 1$

۲ $y = 2\sqrt{3} + 1$

۳ $y = 2\sqrt{3} - 1$

۴ $y = \sqrt{3} + 1$



۲۱۴ خطی که زاویهٔ آن با جهت مثبت محور x ها 45° باشد و از نقطهٔ $(2, 3)$ عبور کند، محور طول‌ها را با چه طولی قطع می‌کند؟

۱ صفر

۲ ۱

۳ -۱

۴ -۵

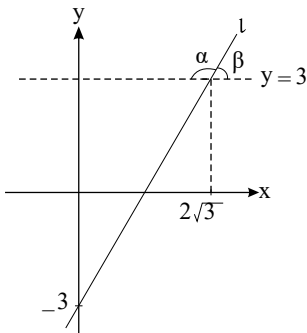


۲۱۵ اگر نقطه P انتهای کمان مربوط به زاویه α روی دایره مثلثاتی و $\tan \alpha = \frac{\sqrt{6}}{12}$ باشد، مختصات نقطه P کدام می‌تواند باشد؟

- ① $(\frac{\sqrt{6}}{12}, 1)$ ② $(\frac{1}{5}, \frac{2\sqrt{6}}{5})$ ③ $(1, \frac{\sqrt{6}}{12})$ ④ $(\frac{2\sqrt{6}}{5}, \frac{1}{5})$

۲۱۶ نقطه P بر روی دایره مثلثاتی و در ناحیه چهارم قرار دارد. اگر عرض نقطه P برابر $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ باشد، در این صورت کتانژانت زاویه‌ای که پاره خط PO با جهت مثبت محور x می‌سازد، کدام است؟ (نقطه O مبدأ مختصات است.)

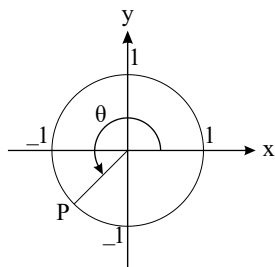
- ① $-\sqrt{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $-\sqrt{3}$ ④ $-\frac{\sqrt{3}}{3}$



۲۱۷ با توجه به نمودار زیر، زاویه α چند برابر زاویه β است؟

- ① ۲ ② ۳ ③ ۴ ④ ۵

۲۱۸ در شکل زیر، اگر $\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ باشد، حاصل عبارت $A = \frac{\sqrt{3} \tan \theta - 4 \sin \theta}{\cot \theta}$ کدام است؟

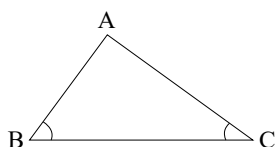


- ① $2\sqrt{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $3\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{3}$

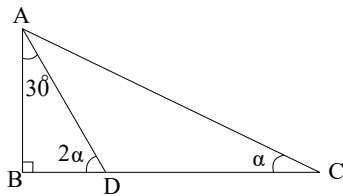
۲۱۹ حاصل عبارت $A = (\frac{\tan 30^\circ}{\cot^2 30^\circ - 1})(\frac{1}{\cos^4 45^\circ})$ کدام است؟

- ① $\frac{\sin 30^\circ}{2}$ ② $2 \sin 60^\circ$ ③ $\frac{\tan 60^\circ}{2}$ ④ $2 \cot 45^\circ$

۲۲۰ در شکل زیر، $\sin B = \frac{2}{3}$ ، $AB = 30$ و $\cos C = \frac{3}{5}$ است. در این صورت طول AC کدام است؟



- ① ۲۰ ② ۲۵ ③ ۳۵ ④ ۴۰



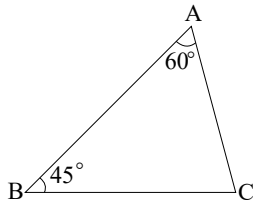
۲۲۱) در شکل زیر، اگر $AD = DC$ باشد، حاصل $\frac{\triangle ADC}{\triangle ABD}$ کدام است؟

۲ $\sqrt{3}$ (۲)

۲ (۱)

۴ $\sqrt{3}$ (۴)

۳ (۳)



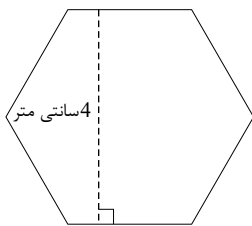
۲۲۲) در شکل زیر، اگر $AC = 10\sqrt{3}$ باشد، آن گاه اندازه ضلع BC کدام است؟

۱۵ $\sqrt{2}$ (۲)

۱۵ (۱)

۲۰ (۴)

۱۵ $\sqrt{3}$ (۳)



۲۲۳) مساحت شش ضلعی منتظم شکل زیر کدام است؟

۲۴ $\sqrt{3}$ (۲)

۱۶ $\sqrt{3}$ (۱)

$\frac{9\sqrt{3}}{32}$ (۴)

۸ $\sqrt{3}$ (۳)

۲۲۴) مساحت پنج ضلعی منتظم به طول ضلع a کدام گزینه است؟

$(\sin 54^\circ = \cos 36^\circ = 0.8, \sin 36^\circ = \cos 54^\circ = 0.6)$

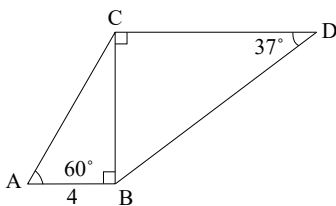
$\frac{5}{3}a^2$ (۴)

$\frac{10}{3}a^2$ (۳)

$\frac{5}{6}a^2$ (۲)

$\frac{3a^2}{2}$ (۱)

۲۲۵) در شکل زیر، اگر $AB = 4$ و $\cot 37^\circ \simeq \frac{4}{3}$ باشد، طول CD تقریباً کدام است؟



$\frac{15\sqrt{3}}{2}$ (۲)

$\frac{16\sqrt{3}}{5}$ (۱)

$\frac{15\sqrt{3}}{5}$ (۴)

$\frac{16\sqrt{3}}{3}$ (۳)

۲۲۶) حاصل $\frac{\cos - \sin - \tan}{\cos 0^\circ - \cot 27^\circ + \cot 9^\circ}$ کدام است؟

-۲ (۴)

صفر (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

۲۲۷) یک موشک در ارتفاع ۲۰ متری از سطح زمین با زاویه 30° درجه نسبت به افق پرتاب می‌شود. پس از طی

۳۰۰۰ متر با همین زاویه، ارتفاع موشک از سطح زمین چند متر خواهد بود؟

۱۵۲۰ (۴)

۱۵۰۰ (۳)

۱۵۴۰ (۲)

۱۵۶۰ (۱)



۲۲۸ اگر $\sin \alpha = 3m + 2$ ، $\alpha = 30^\circ$ و $0 < \alpha < \frac{\pi}{6}$ و حدود تمامی مقادیر ممکن برای m بازه (a, b) باشد، $b - a$ کدام است؟

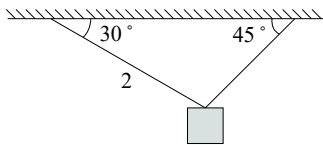
۴ $\frac{2}{3}$

۳ $\frac{1}{2}$

۲ $\frac{1}{6}$

۱ $\frac{1}{3}$

۲۲۹ جسمی را مطابق شکل، به وسیله دو طناب نگه داشته‌ایم. اگر طول یکی از طناب‌ها ۲ واحد باشد، طول طناب دیگر کدام است؟



۲ $\frac{1}{2}$

۴ $2\sqrt{2}$

۱ $\frac{1}{2}$

۳ $\sqrt{2}$

۲۳۰ اگر x در ربع اول دایره مثلثاتی و $\cos x = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار $2 \tan x - 5 \cot x$ برابر کدام است؟

۴ $2\sqrt{5}$

۳ ۰

۲ $\sqrt{5}$

۱ $-\sqrt{5}$

۲۳۱ معادله خطی که محور طول‌ها (x ها) را در نقطه‌ای به طول ۱ - قطع می‌کند و با جهت مثبت محور طول‌ها زاویه 60° می‌سازد، کدام است؟

۴ $y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$

۳ $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}$

۲ $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}$

۱ $y = \sqrt{3}x - \sqrt{3}$

۲۳۲ اگر $\sin \alpha \cdot \cos \alpha < 0$ و رابطه $\sqrt{1 + \tan^2 \alpha} - \frac{1}{\cos \alpha} = 0$ برقرار باشد، انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی واقع است؟

۴ چهارم

۳ سوم

۲ دوم

۱ اول

۲۳۳ اگر $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{3}$ ، آنگاه حاصل $\tan \theta + \cot \theta$ کدام است؟

۴ $\frac{4}{9}$

۳ $\frac{9}{4}$

۲ $\frac{8}{9}$

۱ ۸

۲۳۴ تانژانت زاویه حاده بین دو ضلع از مثلثی به طول اضلاع ۶ و ۸ واحد، برابر ۷۵٪ است. مساحت مثلث کدام است؟

۴ ۲۳٫۲

۳ ۱۹٫۲

۲ ۱۸

۱ ۱۴٫۴

۲۳۵ اگر $90^\circ < x < 45^\circ$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $A = \sqrt{\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x}} - 4 + \cot x$ کدام است؟

۴ $2 \cot x - \tan x$

۳ $2 \tan x - \cot x$

۲ $\cot x$

۱ $\tan x$



۲۳۶ چه تعداد از عبارت‌های زیر همواره درست است؟

الف $\frac{1}{\sin \theta} \times \tan \theta = \frac{1}{\sin \theta}$

ب $\frac{1}{\cos x} - \frac{1}{\sin x} = \tan x$

ج $\frac{1}{\cos \alpha} + \cot \alpha =$

د $\sin^4 \theta - \cos^4 \theta = \sin^2 \theta - \cos^2 \theta$

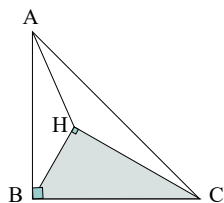
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۳۷ در هرم شکل مقابل، $H\hat{B}C = 75^\circ$ و $A\hat{C}B = 60^\circ$ است. اگر طول ضلع HB برابر $\frac{\sqrt{2}}{2}$ باشد، اندازه AB کدام است؟



($\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$)

۳ - $\sqrt{3}$ (۲)

$\sqrt{3} - 1$ (۱)

۳ + $\sqrt{3}$ (۴)

$1 + \sqrt{3}$ (۳)

۲۳۸ اگر $\frac{\theta - 1}{\tan \theta - 1} - \frac{1}{\cos^2 \theta} = \sqrt{2}$ و انتهای کمان θ در ربع سوم دایره مثلثاتی باشد، $\sin \theta$ کدام است؟

$-\frac{\sqrt{6}}{3}$ (۴)

$-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳)

$-\frac{\sqrt{6}}{2}$ (۲)

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱)

۲۳۹ اگر $\tan \alpha = \sqrt{7}$ باشد، حاصل $\frac{\sqrt{20} \sin \alpha}{(\sqrt{5} - 1) \sin \alpha + \sqrt{7} \cos \alpha}$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۴۰ اگر $\sin x + \cos x = \frac{2}{5}$ باشد، حاصل عبارت $A = \tan x + \cot x$ کدام است؟

$\frac{50}{29}$ (۴)

$\frac{29}{50}$ (۳)

$-\frac{50}{21}$ (۲)

$-\frac{21}{50}$ (۱)

۲۴۱ کدام اتحاد مثلثاتی صحیح است؟ (عبارت‌ها تعریف شده هستند.)

$2 \cos^2 \theta = (1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)$ (۲)

$1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ (۱)

$\frac{1}{\cos \theta} - \tan \theta = \frac{1}{1 - \sin \theta}$ (۴)

$\frac{1}{1 + \sin \theta} = \frac{1}{\cos \theta}$ (۳)

۲۴۲ ساده شده عبارت $A = (\cos^4 \theta - \sin^4 \theta)^2 (1 + \tan^2 \theta)^2 - (\tan^2 \theta - 1)^2$ کدام است؟

صفر (۴)

$2 \tan^4 \theta$ (۳)

$2(\tan^4 \theta + 1)$ (۲)

$\tan^4 \theta - 1$ (۱)



۲۴۳) چه تعداد از موارد زیر، یک اتحاد مثلثاتی را نشان می دهند؟ (عبارت ها تعریف شده هستند.)

الف) $\theta - \theta = 2$

ب) $\theta - \theta = \theta$

پ) $\cos^2 \theta - \cot^2 \theta = \cot^2 \theta \cos^2 \theta$

۴) صفر

۳) ۱

۲) ۲

۱) ۳

۲۴۴) حاصل عبارت $A = \frac{1}{\cos^6 x} - \frac{3 \tan^2 x}{\cos^2 x}$ همواره کدام است؟ (عبارت ها تعریف شده هستند.)

۴) $1 + \tan^6 x$

۳) $1 + \tan^4 x$

۲) $1 + \tan^3 x$

۱) $1 + \tan^2 x$

۲۴۵) در مثلث متساوی الساقین ABC ، AB و AC دو ساق مثلث و اندازه زاویه B برابر 75° است. اگر مساحت

این مثلث ۲۵ واحد مربع باشد، اندازه ساق AB کدام است؟

۴) ۱۰

۳) ۲۵

۲) ۲۰

۱) ۱۵

۲۴۶) اگر $\tan \theta + \cot \theta < 0$ باشد، آن گاه θ در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

۴) دوم یا چهارم

۳) اول یا چهارم

۲) سوم یا چهارم

۱) اول یا دوم

۲۴۷) اگر خط $3x - 4y = 12$ با جهت مثبت محور x زاویه α را بسازد، آن گاه مقدار $\cos \alpha$ کدام است؟

۴) $\frac{1}{2}$

۳) $\frac{3}{4}$

۲) $\frac{4}{5}$

۱) $\frac{3}{5}$

۲۴۸) عبارت $A = \frac{(1 - \sin^2 \alpha)(1 + \sin^2 \alpha) + (1 - \cos^2 \alpha)(1 + \cos^2 \alpha) - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}$ همواره

با کدام گزینه برابر است؟ (عبارت تعریف شده است.)

۴) $1 + \tan \alpha$

۳) $1 - \tan \alpha$

۲) $1 + \tan^2 \alpha$

۱) $1 - \tan^2 \alpha$

۲۴۹) اگر داشته باشیم $\tan \theta < 0$ و $\cos \theta \cot \theta < 0$ ، زاویه θ در کدام ناحیه مثلثاتی واقع شده است؟

۴) چهارم

۳) سوم

۲) دوم

۱) اول

۲۵۰) حاصل عبارت تعریف شده $\frac{1}{\sin^2 \alpha} - \cot \alpha (\cot \alpha + \tan \alpha)$ کدام گزینه است؟

۴) ۱

۳) صفر

۲) -۱

۱) $\sin \alpha$

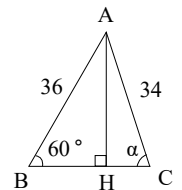


پاسخ نامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

ارتفاع AH را رسم می کنیم و در مثلث قائم الزاویه $\triangle AHC$ ، سینوس را تشکیل می دهیم:

$$\triangle AHC : \sin \alpha = \frac{AH}{AC} = \frac{AH}{34}$$



برای محاسبه ی سینوس α ، مقدار AH باید معلوم شود؛ به سراغ مثلث $\triangle AHB$ می رویم:

$$\triangle AHB : \sin 60^\circ = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AH = AB \times \sin 60^\circ = 36 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3} \simeq 18 \times 1.7$$

حال با این مقدار بدست آمده برای AH ، سینوس α را محاسبه می کنیم:

$$\sin \alpha = \frac{18 \times 1.7}{34} = \frac{18}{20} = 0.9$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ و } \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ می دانیم:}$$

$$\frac{2 - 3 \cot \theta}{2 - 3 \times 1} = \frac{2 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 4 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{-1} = \frac{2 \times \frac{1}{2} + 4 \times \frac{3}{4}}{-1} = \frac{1 + 3}{-1} = -4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳ می دانیم که $\tan \theta$ و $\cot \theta$ معکوس هم هستند؛ یعنی:

$$\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{\frac{2}{a-1}} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{a-1}{2} \Rightarrow 2a + 6 = ab - b$$

آرایش گزینه ها نشان می دهد که باید a را بر حسب b و یا b را بر حسب a بدست آوریم.

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a - ab = -6 - b \Rightarrow a(2 - b) = -6 - b \Rightarrow a = \frac{-6 - b}{2 - b} = \frac{6 + b}{b - 2} \\ 2a + 6 = b(a - 1) \Rightarrow b = \frac{2a + 6}{a - 1} \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴ چون در فرض مسئله مقدار $\tan x$ داده شده است، صورت و مخرج را بر $\cos x$ تقسیم می کنیم تا $\tan x$ بدست

آید:

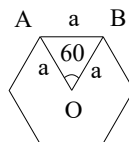


$$\frac{\sin x + \cos x}{\tan x + 1} = \frac{\frac{\sin x}{\cos x} + \cos x}{\frac{\sin x}{\cos x} + 1} = \frac{\frac{\sin x + \cos^2 x}{\cos x}}{\frac{\sin x + \cos x}{\cos x}} = \frac{\sin x + \cos^2 x}{\sin x + \cos x}$$

$$= \frac{\sin x + \cos^2 x}{\sin x + \cos x} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 1$$

هر شش ضلعی منتظم به ضلع a ، شامل ۶ مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a است.

$$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \times a \times a \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times a \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

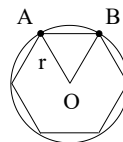


پس مساحت ۶ ضلعی عبارتست از:

$$S_{\text{شش ضلعی}} = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 \stackrel{a=3}{=} \frac{27\sqrt{3}}{2}$$

از طرفی در دایره، شعاع برابر با OA است داریم:

$$r = OA = a \Rightarrow S_{\text{دایره}} = \pi r^2 = \pi a^2 \stackrel{\pi=3}{=} 3a^2 \stackrel{a=3}{=} 27$$



و تفاضل این مساحت عبارتست از:

$$27 - \frac{27\sqrt{3}}{2} = 27 \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 27 \left(\frac{2 - \sqrt{3}}{2} \right)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \right) \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \right)$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 - \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{2-1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{(\sqrt{3})^2 - 2(1)^2}{\frac{1}{2} + \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)} = \frac{3 - 2}{\frac{1}{2} + 1} = \frac{1}{\frac{1}{2} + 1} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$A = \frac{\sqrt{3} - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + 1} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{3} + 1}{\frac{3}{4} - \frac{1}{4} + 1} = \frac{1}{\frac{3-1+4}{4}} = \frac{1}{\frac{6}{4}} = \frac{12}{6} = 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵



$$A = \frac{12}{13} \Rightarrow \frac{13A}{2} = \frac{13}{2} \times \frac{12}{13} = 6$$

1 2 3 4 9

$$\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{2} + \sqrt{3} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{2}$$

1 2 3 4 10

$$\sin C = \sqrt{1 - \cos^2 C} = \sqrt{1 - \frac{46}{49}} = \sqrt{\frac{3}{49}} = \frac{3}{7}$$

$$\sin C = \frac{10}{BC} = \frac{3}{7} \Rightarrow BC = \frac{70}{\sqrt{3}}$$

$$S = \frac{1}{2} AB \times BC \times \sin B$$

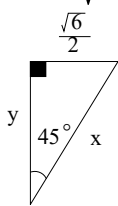
می‌دانیم سینوس و کسینوس دو زاویه متمم با هم برابرند؛ در مثلث ABC :

$$= 90^\circ, \quad + \quad + \quad = 180^\circ \Rightarrow \quad + \quad = 90^\circ \Rightarrow \sin B = \cos C$$

$$S = \frac{1}{2} \times 10 \times \frac{70}{\sqrt{3}} \times \frac{46}{7} = 50 \sqrt{\frac{46}{3}}$$

1 2 3 4 11

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\text{مجاور}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{مجاور} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$



$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{x} \rightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{y}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$x + y = \sqrt{3} + \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{6}}{2}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

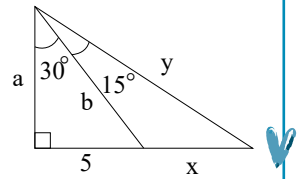
$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} = \frac{a}{b} \Rightarrow b = 10$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{10} \Rightarrow a = 5\sqrt{3}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{5\sqrt{3}}{y} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow y = 10\sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\sin 45^\circ = \frac{x + 5}{10\sqrt{\frac{3}{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x + 5 = 5\sqrt{3} \rightarrow x = 5\sqrt{3} - 5$$

$$x + y = 5\sqrt{3} - 5 + 10\sqrt{\frac{3}{2}} = 5(\sqrt{3} - 1 + 2\sqrt{\frac{3}{2}})$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

$$\sin B = \frac{a}{c} \rightarrow \frac{1}{\sin B} = \frac{c}{a}$$

$$\cot B = \frac{a}{b}$$

$$\frac{\tan^2 C}{\frac{1}{\sin B} \times \cot B} = \frac{\frac{c^2}{b^2}}{\frac{c}{b} \times \frac{a}{b}} = \frac{\frac{c^2}{b^2}}{\frac{ac}{b^2}} = \frac{c}{a} = \sin C$$

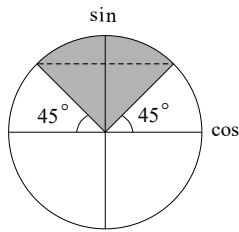
$$A + B + C = 180^\circ \xrightarrow{\hat{A}=90^\circ} B + C = 90^\circ \Rightarrow \frac{B+C}{3} = 30^\circ$$

$$2 \frac{(B+C)}{3} = 60^\circ$$

$$\frac{\sin\left(\frac{2(B+C)}{3}\right)}{\cos\left(\frac{(B+C)}{3}\right)} = \frac{\cos 30^\circ}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 1$$

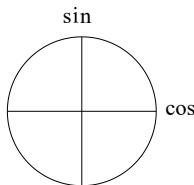
۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

باتوجه به دایره مثلثاتی:



$$\sin 90 = \sin 90$$

$$\Rightarrow A = \frac{\sin 135}{\sin 134} \times \frac{\sin 134}{\sin 133} \times \dots \times \frac{\sin 132}{\sin 131} = 1$$

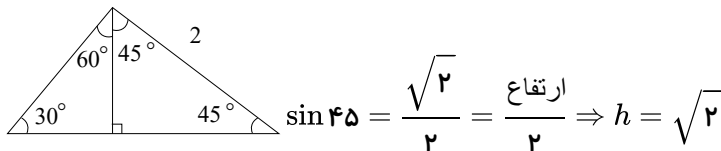


$$\cos 45 = -\cos 135 \Rightarrow B = -1$$

پس از بازنویسی به صورت $\frac{\sin 135}{\cos 179} \times \frac{\sin 179}{\cos 178} \times \dots \times \frac{\sin 132}{\cos 131} = 1$ با کسر که هر کدام برابر ۱- هستند مواجه می شویم که حاصلضرب تمام آن ها برابر با ۱- می شود.

$$\Rightarrow A + B = 1 + (-1) = 1 - 1 = 0$$

۱۶ با رسم ارتفاع خواهیم داشت:



۱۷ ۱ ۲ ۳ ۴

$$S = \frac{1}{2}x \times x \times \sin 30$$

$$18 = \frac{1}{2}x^2 \times \frac{1}{2} \Rightarrow 18 = \frac{x^2}{4} \Rightarrow x^2 = 72 \Rightarrow x = \sqrt{72}$$

$$x + x = 2x = 2\sqrt{72} = 2 \times \sqrt{36 \times 2} = 2 \times 6\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$$

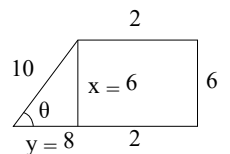
۱۸ با تقسیم شکل به یک مثلث و یک مستطیل خواهیم داشت:

$$\sin \theta = \frac{x}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow x = 6$$

$$x^2 + y^2 = 10^2 \Rightarrow 36 + y^2 = 100 \Rightarrow y^2 = 64 \Rightarrow y = 8$$

$$S_{\text{دوازنه}} = S_{\text{مثلث}} + S_{\text{مستطیل}} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 + 6 \times 2$$

$$S = 24 + 12 = 36$$



۱۹ با محاسبه ی مساحت این بخش از دایره و کم کردن مساحت مثلث از آن، مساحت قسمت رنگی بدست می آید:

$$\frac{360}{360} = 1 \rightarrow \frac{S_{\text{دایره}}}{\pi r^2} = S = \frac{\pi r^2}{12} = \frac{9\pi}{12} = \frac{3\pi}{4}$$

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 \times \sin 30 = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{9}{4}$$



$$S = \frac{3\pi}{4} - \frac{9}{4} = \frac{3}{4}(\pi - 3)$$

۲۰. $\cos C$ را دو مثلث $\triangle OBC$ و $\triangle OHC$ می‌نویسیم:

$$\triangle OBC : \cos C = \frac{BC}{OC}$$

$$\triangle OHC : \cos C = \frac{CH}{OC}$$

$$\cos C = \frac{BC}{OC} = \frac{CH}{OC} \Rightarrow OC^2 = BC \cdot CH$$

$$OC^2 = 3 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

۲۱. ۱ ۲ ۳ ۴

$$\sin \alpha = \frac{AH}{AC} \Rightarrow \cot \beta \times \sin \alpha = \frac{AH}{AC} \times \frac{AC}{AH} = 1$$

$$\cot \beta = \frac{AH}{AC}$$

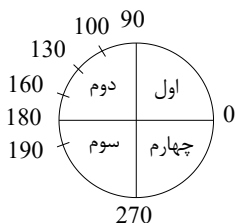
۲۲. $\cos \alpha$ را با استفاده از دو مثلث قائم الزاویه $\triangle ABD$ و $\triangle AEC$ می‌نویسیم:

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ABD : \cos \alpha = \frac{AB}{\frac{x}{2}} \\ \triangle AEC : \cos \alpha = \frac{\frac{3x}{2}}{AC} \end{array} \right\} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{AB}{\frac{x}{2}} = \frac{\frac{3x}{2}}{AC} \Rightarrow AB \cdot AC = \frac{9x^2}{4}$$

$$16AB = AC \Rightarrow AB \cdot 16AB = \frac{9x^2}{4} \Rightarrow 16AB^2 = \frac{9x^2}{4} \xrightarrow{\sqrt{\quad}} 4AB = \frac{3x}{2}$$

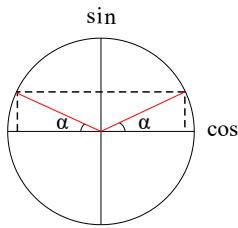
$$\Rightarrow AB = \frac{3x}{8} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{AB}{\frac{x}{2}} = \frac{\frac{3x}{8}}{\frac{x}{2}} = \frac{3}{4}$$

۲۳. ۱ ۲ ۳ ۴



در دایره‌ی مثلثاتی می‌بینیم که گزینه‌های ۱ و ۲ و ۳ همگی در بازه‌ی 90° تا 180° هستند و در ربع دوم قرار می‌گیرند اما گزینه‌ی ۴ در این بازه نیست.

۲۴. $\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$ و $\cos \alpha = -\cos(180^\circ - \alpha)$ با توجه به دایره مثلثاتی: ۱ ۲ ۳ ۴



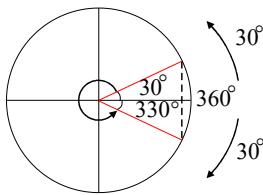
$$\sin 12^\circ = \sin(180^\circ - 12^\circ) = \sin 6^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 15^\circ = -\cos(180^\circ - 3^\circ) = -\cos 3^\circ = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 135^\circ = \frac{\sin 135^\circ}{\cos 135^\circ} = \frac{\sin(180^\circ - 45^\circ)}{-\cos 45^\circ} = -\tan 45^\circ = -1$$

$$\frac{2 \cos 15^\circ + 2 \tan 135^\circ}{-\sqrt{3} - 2} = \frac{3 + 2}{-(\sqrt{3} + 2)} = -1$$

با نمایش 33° روی دایره مثلثاتی می‌بینیم که 3° و 33° کسینوس‌های مشابه دارند. (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۵)



$$\cos 33^\circ = \cos 3^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos^2 33^\circ = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

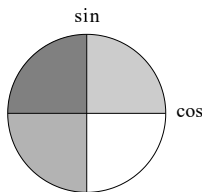
باتوجه به اینکه α در ربع چهارم است و $\sin \alpha = \frac{-1}{2}$ داریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۶)

$$\frac{-1}{2} = -\sin 3^\circ = (\sin 36^\circ - 3^\circ) = \sin 33^\circ = \sin \alpha \Rightarrow \alpha = 33^\circ$$

مطابق دایره مثلثاتی:

$$\Rightarrow \cos 33^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cot 33^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{-1}{2}} = -\sqrt{3}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۲۷)



$$\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{\sin^2 \alpha} = |\sin \alpha| = \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha > 0$$

$$\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{\cos^2 \alpha} = |\cos \alpha| = -\cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha < 0$$

$$\begin{cases} \cos \alpha < 0 \\ \sin \alpha > 0 \end{cases} \Rightarrow \alpha \text{ ربع دوم}$$

باتوجه به ناحیه هر یک از زوایا و دایره مثلثاتی: (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۸)

ربع اول
الف) $\sin 75^\circ \rightarrow \sin 75^\circ > 0$

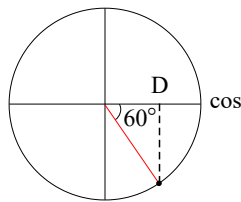
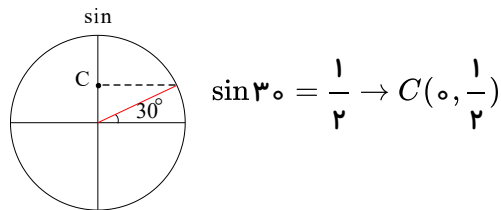
ربع چهارم
ب) $\cos 345^\circ \rightarrow \cos 345^\circ > 0$

ربع سوم
ج) $\tan 195^\circ \rightarrow \frac{\sin 195^\circ}{\cos 195^\circ} \rightarrow \frac{\sin 195^\circ}{\cos 195^\circ} > 0$



$$\text{د) } \cot 13^\circ \xrightarrow{\text{ربع دوم}} \frac{1}{\sin 13^\circ} \xrightarrow{\text{ربع دوم}} \frac{1}{\sin 13^\circ} > 0 \Rightarrow \cot 13^\circ < 0$$

۲۹ با بدست آوردن مختصات نقاط D و C از روی نسبت های مثلثاتی، طول پاره خط CD را بدست می آوریم:



$$\cos(36^\circ - 6^\circ) = \cos 6^\circ = \frac{1}{2} \rightarrow D(\frac{1}{2}, 0)$$

$$|CD| = \sqrt{(x_D - x_C)^2 + (y_D - y_C)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{2}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰

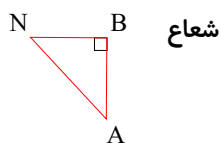
$$A \text{ مختصات : } A \begin{vmatrix} 1 \\ \tan \alpha \end{vmatrix} \Rightarrow A \begin{vmatrix} 1 \\ 8 \end{vmatrix}$$

$$M \text{ مختصات : } M \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \end{vmatrix}$$

$$|AM| = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} = \sqrt{(1 - 1)^2 + ((-1) - 8)^2} = \sqrt{0 + (-9)^2} = 9$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۱

در مثلث $\triangle ABN$ داریم: (قائم الزاویه)



$$AN = \text{وتر}$$

داریم:

$$AN^2 = AB^2 + NB^2 = 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow AN = \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} = \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۲

در ربع دوم باتوجه به دایره مثلثاتی؛ $-1 < \cos \alpha < 0$

$$-1 < \frac{\dots}{\dots} < 0 \xrightarrow{\times 3} -3 < m + 2 < 0 \xrightarrow{-2} -5 < m < -2$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۳۳

α در ربع چهارم:

$$3m - 2 < 0 \rightarrow 3m < 2 \rightarrow m < \frac{2}{3}$$

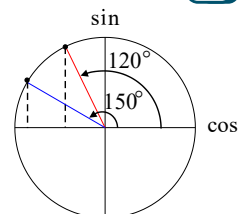
$$120^\circ \leq \alpha \leq 150^\circ$$

$$\frac{-\sqrt{3}}{2} \leq \cos \alpha \leq \frac{-1}{2}$$

$$\frac{-\sqrt{3}}{2} \leq 2m - 1 \leq \frac{-1}{2}$$

$$\xrightarrow{+1} \frac{2 - \sqrt{3}}{2} \leq 2m \leq \frac{1}{2} \xrightarrow{\div 2} \frac{2 - \sqrt{3}}{4} \leq m \leq \frac{1}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۴



۱ ۲ ۳ ۴ ۳۵

$$45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} \leq \sin \alpha \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq \sin^2 \alpha \leq 1$$

$$\xrightarrow{+1} \frac{3}{2} \leq \sin^2 \alpha + 1 \leq 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۶

$$\frac{1}{-2 + \cos \alpha} = \frac{1}{-2 + \cos \alpha} + \frac{1}{-2 + \cos \alpha} = 1 + \frac{1}{-2 + \cos \alpha}$$

$$-1 \leq \cos \alpha \leq 1 \xrightarrow{-2} -3 \leq -2 + \cos \alpha \leq -1 \xrightarrow{\text{معکوس}} -1 \leq \frac{1}{-2 + \cos \alpha} \leq \frac{-1}{3}$$

$$\xrightarrow{+1} 0 \leq \frac{1}{-2 + \cos \alpha} + 1 \leq \frac{2}{3} \rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{Max} = \frac{2}{3} \\ \text{min} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow M + m = \frac{2}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۷

$$-1 \leq \cos \alpha \leq 1 \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} 0 \leq \cos^2 \alpha \leq 1 \xrightarrow{\times 4} 0 \leq 4\cos^2 \alpha \leq 4$$

$$\xrightarrow{-1} -1 \leq 4\cos^2 \alpha - 1 \leq 3 \xrightarrow{\div 3} \frac{-1}{3} \leq \frac{4\cos^2 \alpha - 1}{3} \leq 1 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Min} = -\frac{1}{3} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{-1} = -3$$

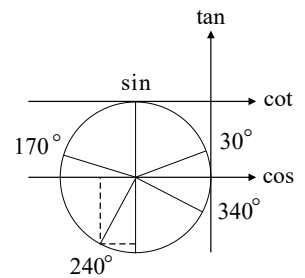
باتوجه به دایره مثلثاتی: $|\sin 240^\circ| > |\cot 240^\circ| > |\cos 240^\circ|$ ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۸



$$\sin 24^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 24^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cot 24^\circ = \frac{1}{\tan 24^\circ} = \frac{1}{-\frac{\sqrt{3}}{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$



بررسی سایر گزینه ها:

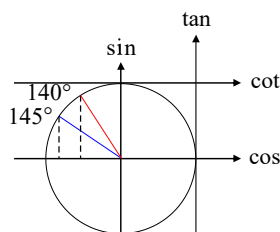
(ب)

(ج)

(د) $|\sin 34^\circ| < |\cot 34^\circ|$

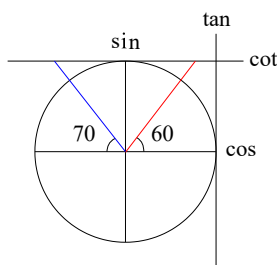
۱ ۲ ۳ ۴ ۳۹

باتوجه به دایره مثلثاتی:



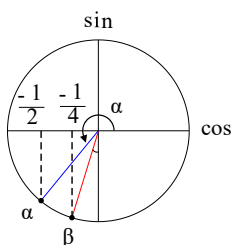
۱ ۲ ۳ ۴ ۴۰

باتوجه به دایره مثلثاتی می بینیم که $\cot 11^\circ < \cot 6^\circ$



۱ ۲ ۳ ۴ ۴۱

با توجه به دایره مثلثاتی واضح است که $\beta > \alpha$ اما هرگز $\beta = 2\alpha$ نیست.



۱ ۲ ۳ ۴ ۴۲ از آنجا که $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$ و $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$ پس همواره عبارت های $3 - \sin \alpha$ ، $3 + \sin \alpha$

$2 + \cos \alpha$ ، $2 - \cos \alpha$ مثبت هستند.

$$\frac{2 - \cos \alpha - 2 - \cos \alpha}{3 - \sin \alpha - 3 - 2 \sin \alpha} = \frac{-2 \cos \alpha}{-3 \sin \alpha} = \frac{2}{3} \cot \alpha$$

در نتیجه:



۱ ۲ ۳ ۴ ۴۳

$$y = ax + b \rightarrow y = ax + 3 \xrightarrow{(2,5)} 5 = 2a + 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۴

$$y = ax - 1 \xrightarrow{(1,0)} 0 = a - 1 \rightarrow a = 1 \rightarrow \tan \alpha = 1 \rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

مختصات محل تلاقی در هر دو معادله صدق می کند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۵

$$\left. \begin{array}{l} x = 0 \\ y = b \end{array} \right\} \Rightarrow b = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۶

$$\frac{1}{1 + \cos 2\theta} + \frac{1}{1 - \cos 2\theta} = \frac{2 - 2\cos 2\theta + 2 + 2\cos 2\theta}{(1 + \cos 2\theta)(1 - \cos 2\theta)} = \frac{4}{1 - \cos^2 2\theta} = \frac{4}{\sin^2 2\theta}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۷

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{25}{9} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \frac{34}{9} = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{\frac{34}{9}} \rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{34}}$$

$$\cot \alpha = \frac{5}{3} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{5}{3} \sin \alpha$$

$$3 \sin \alpha + 2 \cos \alpha = 3 \sin \alpha + 2 \left(\frac{5}{3} \sin \alpha \right) = 3 \sin \alpha + \frac{10}{3} \sin \alpha$$

$$= \frac{19}{3} \sin \alpha = \frac{19}{3} \times \frac{-3}{\sqrt{34}} = \frac{-19}{\sqrt{34}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۸

$$\frac{(1 - \tan \alpha)(2 + 2 \cot \alpha)}{(3 - 3 \cot \alpha)(1 + \tan \alpha)} = \frac{2(1 - \cot \alpha)(1 + \tan \alpha)}{3(1 - \cot \alpha)(1 + \tan \alpha)}$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{1 - \tan \alpha + \cot \alpha - 1}{1 + \tan \alpha - \cot \alpha - 1} = \frac{2}{3} \times \frac{1 - \tan \alpha + \cot \alpha - 1}{1 + \tan \alpha - \cot \alpha - 1}$$



$$= \frac{2}{3} \times \tan \alpha - \cot \alpha = \frac{2}{3} \times \frac{1}{(\tan \alpha - \cot \alpha)} = \frac{2}{3} \times -1 = \frac{-2}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۹

$$AB = (\sin \alpha - \cos \beta)(\sin \alpha + \cos \beta) = \alpha - \beta$$

$$AB + C = \alpha - \beta + \alpha - \beta = \alpha + \alpha - (\beta + \beta) = 1 - 1 = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۰

$$\frac{\alpha}{1 - \sin^2 \alpha} + 1 = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + 1 = \tan^2 \alpha + 1 = 3^2 + 1 = 10$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۱

$$\frac{\alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{\frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۲

سینوس و کسینوس زوایای متمم با یکدیگر برابر است. پس: $\sin 70^\circ = \cos 20^\circ$, $\cos 70^\circ = \sin 20^\circ$

$$\frac{1 + 20^\circ + 70^\circ}{1 + \tan 20^\circ \tan 70^\circ} = \frac{1 + \sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ}{1 + \frac{1}{\cos 20^\circ} \times \frac{1}{\cos 70^\circ}} = \frac{1}{1 + 1} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۳

گزینه ۱: $a + b = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \checkmark$

گزینه ۲: $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow 1 + \frac{1}{b} = \frac{1}{b} \checkmark$

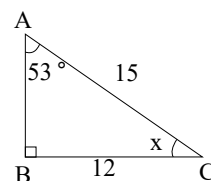
گزینه ۳: $\frac{1}{b} = \frac{1}{b} \Rightarrow b = ab + b^2 \rightarrow ab + b^2 - b = 0 \checkmark$

گزینه ۴: $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \neq a$

در این مثلث یک زاویه 90° و دیگری 53° است؛ پس زاویه ی دوم که آن را x می نامیم عبارتست از: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۴

$$x = 180^\circ - (90^\circ + 53^\circ) = 180^\circ - 143^\circ = 37^\circ$$

و این همان زاویه ایست که می خواهیم تانژانت آن را محاسبه کنیم:



$$\tan x = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}$$

برای این منظور باید ضلع مقابل به \hat{C} یعنی AB را محاسبه کنیم:

$$15^2 = AB^2 + 12^2 \Rightarrow 225 = AB^2 + 144 \Rightarrow AB^2 = 225 - 144 = 81$$

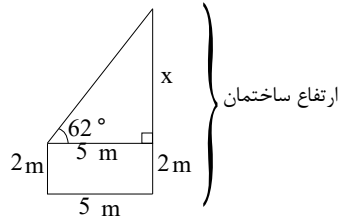


$$\Rightarrow AB = \sqrt{81} = 9$$

$$\Rightarrow \tan \hat{\alpha} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۵

شکل هندسی این مسئله بصورت روبه رو است:



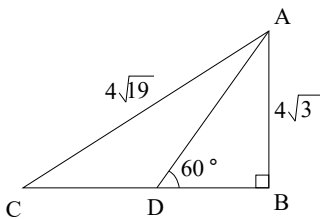
اگر x را محاسبه کنیم، ارتفاع ساختمان بصورت $x + 2$ متر بدست خواهد آمد؛ از تانژانت 62° که در مسئله داده شده شروع می کنیم:

$$\tan 62^\circ \simeq 2 = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \Rightarrow \frac{x}{5} = 2 \Rightarrow x = 2 \times 5 = 10$$

متر $x + 2 = 10 + 2 = 12$ ارتفاع ساختمان

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۶

شکل را ببینید:



برای محاسبه مساحت مثلث $\triangle ACD$ باید ارتفاع AB و قاعده CD معلوم باشد. $AB = 4\sqrt{3}$ است؛ می ماند CD که برای محاسبه آن چنین عمل می کنیم:

$$\triangle ABC : AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow (4\sqrt{19})^2 = (4\sqrt{3})^2 + BC^2 \Rightarrow 16 \times 19 = 16 \times 3 + BC^2$$

$$\Rightarrow BC^2 = 16 \times 19 - 16 \times 3 = 16(19 - 3) = 16 \times 16 \xrightarrow{\sqrt{}} BC = 16$$

$$\triangle ABD : \tan 60^\circ = \frac{AB}{BD} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{BD} \Rightarrow BD = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 4$$

$$S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \times AB \times CD = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 12 = 6 \times 4\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۷

مقادیر $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $\tan 45^\circ = 1$ ، $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ ، $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ را در A جایگزین می کنیم:



$$A = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} + 1 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 2 \times \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{3}{4} = 0,75$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۸

$$\triangle ABC : \tan 60^\circ = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{AB}{2} \Rightarrow AB = 2\sqrt{3}$$

مساحت مثلث $\triangle ABD$ عبارتست از:

$$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times AB \times BD \times \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 1 \times \sin 30^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۹ مقادیر $\cot 180^\circ$ و $\tan 90^\circ$ تعریف نشده‌اند و $\sin 180^\circ = 0$ بوده و در نتیجه $\frac{1}{\sin 180^\circ}$ تعریف نشده است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۰

$$\frac{1}{1 - \sin \theta} - \frac{1}{1 + \sin \theta} = \frac{(1 + \sin \theta)^2 - (1 - \sin \theta)^2}{(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta)}$$

$$= \frac{1 + 2\sin \theta + \sin^2 \theta - (1 - 2\sin \theta + \sin^2 \theta)}{1 - \sin^2 \theta} = \frac{1 + 2\sin \theta + \sin^2 \theta - 1 + 2\sin \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$= \frac{4}{\cos^2 \theta} = \frac{4}{1} \times \frac{1}{\cos \theta} \times \frac{1}{\cos \theta} = 4 \tan \theta \times \frac{1}{\cos \theta} = \frac{4}{\cos \theta}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۱ نقطه‌ی P روی دایره‌ی مثلثاتی قرار دارد، هرگاه طول آن برابر $\cos \theta$ و عرض آن برابر با $\sin \theta$ باشد؛ یعنی

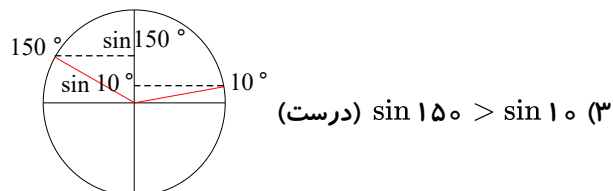
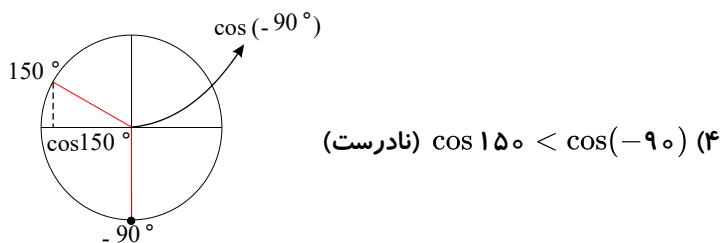
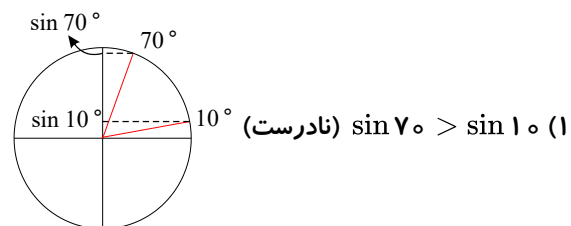
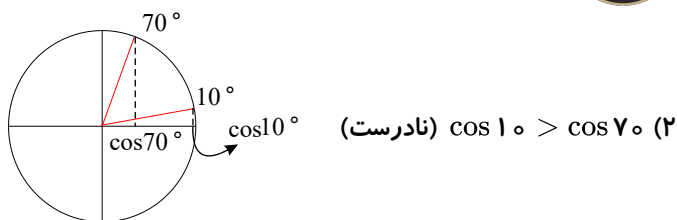
مختصات آن به فرم $P \Big|_{\sin \theta}$ باشد؛ در نتیجه باید بین طول و عرض آن رابطه‌ی $x^2 + y^2 = 1$ برقرار باشد.

علاوه بر آن در ربع چهارم دایره‌ی مثلثاتی، سینوس منفی و کسینوس مثبت است.

با شرایط فوق، از بین گزینه‌ها فقط گزینه‌ی چهارم در شرایط مسئله صدق می‌کند.

$$P \begin{cases} \frac{\sqrt{5}}{3} > 0 \\ -\frac{2}{3} < 0 \end{cases}, \quad \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{5}{9} + \frac{4}{9} = \frac{9}{9} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۲ گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:



بیشترین مقدار سینوس و کسینوس برابر ۱ است. بنابراین مجموع این دو نسبت زمانی ۲ است که هر یک برابر با ۱ باشند:

$$\sin\left(\frac{B}{2} + C\right) = 1 \Rightarrow \frac{B}{2} + C = 90^\circ \Rightarrow C = 90^\circ - \frac{B}{2}$$

$$A + B + C = 180^\circ \Rightarrow B + B + 90^\circ - \frac{B}{2} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2B - \frac{B}{2} = 180^\circ - 90^\circ \Rightarrow 1.5B = 90^\circ \Rightarrow B = \frac{90^\circ}{1.5} = 60^\circ \Rightarrow \hat{C} = 60^\circ$$

پس مثلث متساوی الاضلاع است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۴

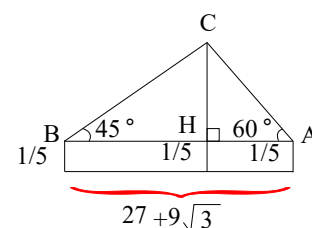
$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \quad \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\cot^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} - \cos^2 \alpha = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha (1 - \sin^2 \alpha)}{\sin^2 \alpha}$$

$$= \cos^2 \alpha \times \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{2}{a} \times 5a = 10$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۵

$$\left. \begin{aligned} \cot 60^\circ &= \frac{AH}{CH} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AH}{CH} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{3} CH \\ \cot 45^\circ &= \frac{BH}{CH} \Rightarrow 1 = \frac{BH}{CH} \Rightarrow BH = CH \end{aligned} \right\} \oplus$$



$$AB = CH + \frac{\sqrt{3}}{3} CH = CH \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{3} CH$$

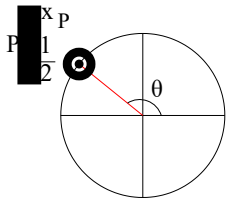


$$AB = 27 + 9\sqrt{3} \rightarrow 27 + 9\sqrt{3} = \frac{3 + \sqrt{3}}{3} CH \Rightarrow CH = \frac{3(27 + 9\sqrt{3})}{3 + \sqrt{3}} = \frac{3 \times 9(3 + \sqrt{3})}{3 + \sqrt{3}} = 27$$

$$\text{ارتفاع تیرک} = 27 + 1,5 = 28,5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۶

اگر نقطه‌ی P نقطه‌ای روی دایره‌ی مثلثاتی باشد، $y_p = \sin \theta$ و $x_p = \cos \theta$ خواهد بود.



دایره را ببینید:

داریم:

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow x_p^2 + y_p^2 = 1 \xrightarrow{y_p = \frac{1}{2}} x_p^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1$$

$$\Rightarrow x_p^2 + \frac{1}{4} = 1 \Rightarrow x_p^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow \begin{cases} x_p = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ x_p = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

چون P در ربع دوم است، مقدار منفی را می‌پذیریم.

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{1}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan^2 \theta = \frac{1}{3}$$

$$A = \sin \theta + \tan^2 \theta = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۷

برای هر زاویه‌ی x داریم: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$$A = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$\Rightarrow A = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 = 1^2 = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۸

$$\alpha + \alpha = 1$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$



$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \\ \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \end{cases}$$

چون $\cos \alpha$ در مسئله بصورت یک رادیکال داده شده و مثبت است، مقدار مثبت را می‌پذیریم:

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - m^2} \xrightarrow{(\cdot)^2} 1 - \sin^2 \alpha = 1 - m^2 \Rightarrow \sin^2 \alpha = m^2$$

$$\begin{aligned} \text{از طرفی: } 1 + \cot^2 \alpha &= \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \left(\sqrt{n-1} \right)^2 = \frac{1}{m^2} \\ \Rightarrow 1 + n - 1 &= \frac{1}{m^2} \Rightarrow n = \frac{1}{m^2} \Rightarrow m^2 = \frac{1}{n} \Rightarrow m^3 = n \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۹

شیب خطی که باجهت مثبت محور x ها زاویه‌ی θ بسازد برابر $\tan \theta$ است

معادله‌ی خطی که با شیب m از نقطه (x_0, y_0) بگذرد، عبارتست از $y - y_0 = m(x - x_0)$

$$\text{شیب خط} = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

عرض از مبدأ ۲ است. یعنی خط از نقطه‌ی $(0, 2)$ می‌گذرد.

$$\text{معادله‌ی خط: } y - 2 = \sqrt{3}(x - 0)$$

$$y = \sqrt{3}x + 2 \Rightarrow y - \sqrt{3}x = 2$$

$$\cot 45^\circ = 1, \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \tan 60^\circ = \sqrt{3}, \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۰ می‌دانیم:

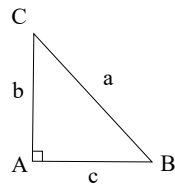
$$A = \frac{1 + (\sqrt{3})^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{1 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{1 + 3 + \frac{3}{4}}{1 + \frac{3}{4}} = \frac{\frac{4+12+3}{4}}{\frac{4+3}{4}} = \frac{19}{7}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۱

$$\begin{aligned} \frac{\cos^2 17^\circ}{\sin 17^\circ - \sin^2 17^\circ} - 1 &= \frac{\cos^2 17^\circ - \sin 17^\circ + \sin^2 17^\circ}{\sin 17^\circ - \sin^2 17^\circ} = \frac{1 - \sin 17^\circ}{\sin 17^\circ - \sin^2 17^\circ} \\ &= \frac{1 - \sin 17^\circ}{\sin 17^\circ (1 - \sin 17^\circ)} = \frac{1}{\sin 17^\circ} \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۲

با توجه به شکل روبرو داریم:



$$\cos \widehat{C} = \frac{b}{a}, \cos \widehat{B} = \frac{c}{a}$$

$$1 - (\cos^2 B + \cos^2 C) = 1 - \left(\frac{c^2}{a^2} + \frac{b^2}{a^2} \right) = 1 - \left(\frac{b^2 + c^2}{a^2} \right)$$

$$\xrightarrow{\text{فیثاغورث}} \frac{b^2 + c^2}{a^2} = 1 \rightarrow 1 - 1 = 0$$

۷۳ می دانیم زوایای متمم، سینوس و کسینوس برابر هم دارند. ۱ ۲ ۳ ۴

$$\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$$

اگر طرفین را به توان دو برسانیم نتیجه می شود که $\sin^2 \alpha = \cos^2(90^\circ - \alpha)$ خواهیم داشت:

$$A = 15^\circ + 15^\circ + 15^\circ + 15^\circ + 15^\circ + 15^\circ + 15^\circ = 105^\circ$$

$$= \underbrace{15^\circ + 15^\circ}_1 + \underbrace{15^\circ + 15^\circ}_1 + \underbrace{15^\circ + 15^\circ}_1 + \cos^2 45^\circ =$$

$$1 + 1 + 1 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2} \Rightarrow 2A = 7$$

۷۴ با تقسیم عبارت ها بر $\sin^3 \alpha$ داریم: ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{\sin \alpha + 1 \cdot \sin^3 \alpha}{\sin^3 \alpha} = \frac{\sin \alpha + 1 \cdot \sin^3 \alpha}{\sin^3 \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\sin^3 \alpha} + \frac{1 \cdot \sin^3 \alpha}{\sin^3 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} + 1$$

$$= \frac{\cot \alpha (1 + \sin^2 \alpha)}{\frac{1}{\sin^2 \alpha} + 1} = \frac{\cot \alpha (1 + \cot^2 \alpha)}{(1 + \cot^2 \alpha) + 1} = \frac{\cot \alpha + \cot^3 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha} = \frac{15}{7}$$

۷۵ ۱ ۲ ۳ ۴

$$3 \cos \alpha - 5 \sin \alpha = 9 \sin \alpha + 6 \cos \alpha$$

$$\rightarrow -2 \cos \alpha = 14 \sin \alpha \rightarrow \frac{14}{\sin \alpha} = \frac{14}{-2} \Rightarrow \cot \alpha = -7$$

۷۶ ۱ ۲ ۳ ۴

$$3 \sin x - 2 \cos x = 3 \sin x - 2(1 - \sin^2 x)$$

$$= 3 \sin^2 x - 2 + 2 \sin^2 x = 5 \sin^2 x - 2 = 3 \Rightarrow 5 \sin^2 x = 5 \Rightarrow \sin^2 x = 1 \Rightarrow \sin x = \pm 1$$

با توجه به گزینه ها:



$$\sin x = 1 \rightarrow x = 90^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۷

$$\frac{3x + 5x + 3}{3\cos^2 x - 2\sin^2 x + 1} = 3 \rightarrow 3\sin^2 x + 5\cos^2 x + 3 = 12\cos^2 x - 2\sin^2 x + 3$$

$$\rightarrow 9\sin^2 x = 8\cos^2 x \rightarrow \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{8}{9} \Rightarrow \tan^2 x = \frac{8}{9}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۸

$$\tan \alpha + \cot \alpha = 2 \rightarrow \tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha} = 2$$

$$\frac{1}{\tan \alpha} = 2 \rightarrow \alpha + 1 = 2 \quad \alpha \rightarrow \alpha + 1 - 2\tan \alpha = 0$$

$$(\tan \alpha - 1)^2 = 0 \rightarrow \tan \alpha - 1 = 0 \rightarrow \tan \alpha = 1 \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۹

$$\left(\tan^2 \alpha - (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) \right) \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} \right) = (\tan^2 \alpha - 1) \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} \right)$$

$$= \left(\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - 1 \right) \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} \right) = \frac{\alpha - \alpha}{\cos^2 \alpha} \times \frac{1}{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

صورت و مخرج عبارت زیر رادیکال را در $1 + \sin \alpha$ ضرب می کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۸۰

$$\sqrt{\frac{1}{1 + \sin \alpha} \times \frac{1}{1 + \sin \alpha}} = \sqrt{\frac{(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha)}{(1 + \sin \alpha)^2}} = \sqrt{\frac{1 - \sin^2 \alpha}{(1 + \sin \alpha)^2}}$$

$$\sqrt{\frac{\cos^2 \alpha}{(1 + \sin \alpha)^2}} = \frac{\cos \alpha}{|1 + \sin \alpha|} \xrightarrow{\alpha \text{ در ربع دوم}} \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha}$$

$$(1 + \sin \alpha) \left(\frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} \right) = \cos \alpha$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۱

$$\sqrt{\sin^2 \alpha + 2\cos^2 \alpha} = \sqrt{\sin^2 \alpha + 2(1 - \sin^2 \alpha)} = \sqrt{\sin^2 \alpha + 2 - 2\sin^2 \alpha}$$

$$= \sqrt{(\sin^2 \alpha - 2)^2} = |\sin^2 \alpha - 2| = 0 \rightarrow \sin^2 \alpha = 2 \rightarrow \sin \alpha = \pm \sqrt{2}$$

امکان ندارد.



۱ ۲ ۳ ۴ ۸۲

$$\sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \sqrt{\sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \alpha)} = \sqrt{\sin^2 \alpha \times \cos^2 \alpha} = |\sin \alpha| |\cos \alpha|$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha}}{|\sin \alpha|} &= \frac{0}{|\sin \alpha|} = 0 = |\cos \alpha| = -\cos \alpha \rightarrow \text{ربع دوم و سوم} \\ \frac{\sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha}}{|\cos \alpha|} &= \frac{0}{|\cos \alpha|} = 0 = |\sin \alpha| = \sin \alpha \rightarrow \text{ربع اول و دوم} \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{ربع دوم } \alpha$$

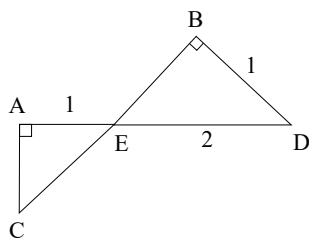
۱ ۲ ۳ ۴ ۸۳

$$\left\{ \begin{aligned} \hat{P} &= \hat{Q} = 90^\circ \\ \text{بنا بر حالت دو زاویه مساوی} \end{aligned} \right. \rightarrow \triangle ABP \sim \triangle AEQ$$

با نوشتن نسبت تشابه بین اجزای متناظر دو مثلث داریم:

$$\frac{AE}{AB} = \frac{EQ}{AQ} \rightarrow \frac{y}{4+8} = \frac{y}{12} \rightarrow y = \frac{1}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۴



رابطه فیثاغورث را در مثلث $\triangle EBD$ می‌نویسیم:

$$(EB)^2 + 1^2 = 2^2 \Rightarrow (EB)^2 + 1 = 4 \rightarrow EB = \sqrt{3}$$

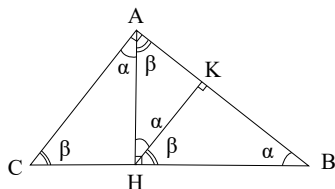
$$\left\{ \begin{aligned} \hat{A} &= \hat{B} = 90^\circ \\ \text{بنا به حالت دو زاویه مساوی} \end{aligned} \right. \rightarrow \triangle EBD \sim \triangle EAC$$

نسبت تشابه در دو مثلث:

$$\frac{DE}{EB} = \frac{EB}{EA} \rightarrow \frac{x}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۵

با توجه به شکل مقابل و زوایای داخلی مثلث‌ها داریم:

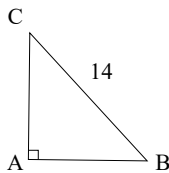


$$۲) \left\{ \begin{aligned} \hat{A} &= \hat{A} \quad \hat{C} = 90^\circ \\ \hat{A} &= \hat{H} = \hat{C} = \hat{H} = \alpha \end{aligned} \right. \xrightarrow{\text{دو زاویه مساوی}} \triangle AHB \sim \triangle AHC$$

$$۳) \left\{ \begin{aligned} \hat{K} &= \hat{H} = \hat{B} = \hat{B} = \beta \\ \hat{K} &= \hat{H} = \hat{B} = \hat{B} = \beta \end{aligned} \right. \xrightarrow{\text{دو زاویه مساوی}} \triangle AHK \sim \triangle BHK$$



$$\left. \begin{array}{l} \hat{K} = \hat{A}HB = 90^\circ \\ \hat{K} \hat{H} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{دو زاویه مساوی}} \triangle AKH \sim \triangle ABH$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۸۶

با فرض $\hat{C} = \frac{1}{7}$

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{7} \rightarrow AC = 10$$

$$AB^2 + 100 = 196 \rightarrow AB^2 = 96 \rightarrow AB = 4\sqrt{6}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۷

فیثاغورس:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2$$

$$BC^2 = x^2 + 4x^2$$

$$BC^2 = 5x^2$$

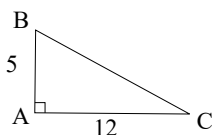
$$BC = \sqrt{5}x$$

$$\sin \hat{C} = \frac{AB}{BC} = \frac{x}{x\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۸

$$\triangle ABC \text{ در مثلث } \cos \alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{AC} \Rightarrow AC \times \cos \alpha = 1 \Rightarrow AC = \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$\triangle ADC \text{ در مثلث } \cos \alpha = \frac{AD}{AC} = \frac{1}{AD} \Rightarrow AD \times \cos \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} \Rightarrow AD = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۸۹

با فرض مثلث متقابل و نوشتن رابطه‌ی فیثاغورث در آن داریم:

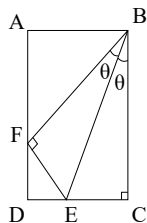
$$5^2 + 12^2 = (BC)^2 \Rightarrow 25 + 144 = 169 = (BC)^2 \Rightarrow BC = 13$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = 90^\circ \rightarrow \cos \hat{A} = 0 \\ \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{13} \\ \cos \hat{C} = \frac{AC}{BC} = \frac{12}{13} \end{array} \right\} \rightarrow \cos \hat{A} + \cos \hat{B} + \cos \hat{C} = 0 + \frac{5}{13} + \frac{12}{13} = \frac{17}{13}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۹۰

در مثلث $\triangle BCE$ داریم:



$$\sin \theta = \frac{CE}{BE} = \frac{CE}{L} \Rightarrow CE = L \sin \theta$$

در چهار ضلعی $BCEF$ داریم:

$$\hat{F} + 90 + 2\theta + 90 = 360$$

$$= 180 - 2\theta$$

$$\hat{D}F = 180 - (180 - 2\theta) \Rightarrow \hat{D}F = 2\theta$$

در مثلث $\triangle DEF$ داریم:

$$\hat{F} = \hat{C} = 90^\circ \} \xrightarrow[\text{تساوی دو زاویه}]{\text{بنا به حالت}} \triangle EFB \sim \triangle EBC \Rightarrow EF = CE$$

$$\cos \hat{D}F = \frac{CE}{EF} \xrightarrow[EF=CE]{CE=L \sin \theta} \cos 2\theta = \frac{L \sin \theta}{L \sin \theta} \rightarrow DE = L \sin \theta \cos 2\theta$$

نتیجه می گیریم:

$$L = \frac{6}{\sin \theta (1 + \cos 2\theta)}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۱

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} \rightarrow \sin^2 30^\circ = \frac{1}{4}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 1 = \frac{1 + 2 - 4}{4} = \frac{-1}{4}$$

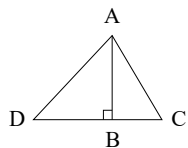
۱ ۲ ۳ ۴ ۹۲

$$\cot 60^\circ = \frac{\cos 60^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{\cos 30^\circ}{\sin 30^\circ} = \tan 30^\circ \Rightarrow 1 + \cot^2 60^\circ = 1 + \tan^2 30^\circ$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۹۳

در مثلث قائم الزاویه ABC :



$$\sin \hat{B}C = \frac{AC}{BC} = \frac{1}{2} \rightarrow \sin \hat{B}AC = \sin 30^\circ$$

$$\hat{B}AC = 30^\circ$$

در مثلث قائم الزاویه $\triangle ABD$:

$$AD = \sqrt{2} AB \rightarrow \frac{AD}{AB} = \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{1}$$

$$\cos \hat{D}AB = \frac{AB}{AD} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos 45^\circ \rightarrow \hat{D}AB = 45^\circ$$

$$\hat{D}C = \hat{D}B + \hat{B}C = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۴

برای زاویه \hat{A}_r :

$$\tan \hat{A}_r = \frac{AD}{CD} = \sqrt{3} \rightarrow \hat{A}_r = 60^\circ$$

یا می توان نوشت:

$$\frac{AD}{AC} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{1}{2}$$

$$\cos \hat{A}_r = \frac{AC}{AD} = \frac{2}{1} \rightarrow \hat{A}_r = 60^\circ$$

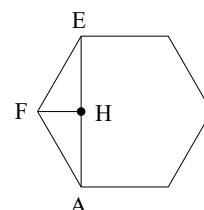
برای زاویه \hat{A}_1 :

$$AD = \sqrt{2} \rightarrow \frac{AD}{AB} = \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{1}$$

$$\cos \hat{A}_1 = \frac{AB}{AD} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \hat{A}_1 = 45^\circ$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{A}_r = 60^\circ \rightarrow \hat{C} = 30^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{A}_r = 45^\circ + 60^\circ = 105^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \frac{\hat{B}C}{\hat{A}_1 D} = \frac{105^\circ}{30^\circ} = \frac{7}{2}$$

با در نظر گرفتن H مثلث EAF متساوی الساقین است پس FH هم نیمساز است، هم



۱ ۲ ۳ ۴ ۹۵

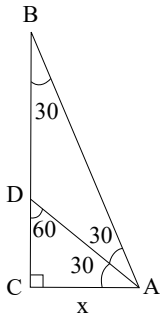
میانه و هم ارتفاع:



$$\sin \widehat{EFH} = \frac{EH}{EF} \rightarrow \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{EH}{2} \rightarrow EH = 1 \cdot \sqrt{3}$$

$$EA = 2EH = 2 \times 1 \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot \sqrt{3}$$

$$S_{\triangle EAM} = \frac{EA \times AM}{2} = \frac{2 \cdot \sqrt{3} \times 1}{2} = 1 \cdot \sqrt{3}$$



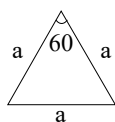
$$\tan \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{BC}{AC} = \sqrt{3} \Rightarrow BC = \sqrt{3}x$$

$$\cos \widehat{ADC} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{AD}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \frac{AD}{\sqrt{3}x} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AD = \frac{2}{\sqrt{3}}x$$

$$BC = \frac{\frac{2x}{\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{3}x}{1}} = \frac{2x}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}x} = \frac{2}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۶

فرض کنیم $x = AC$



$$S = \frac{a \times a \times \sin 60^\circ}{2} = \frac{a^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۷

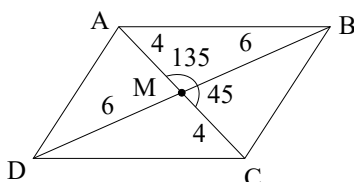
راه اول: اعداد طبیعی را امتحان می کنیم:

$$a_1 \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$a = 2 \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 = \sqrt{3} \quad \text{گزینه ۱}$$

راه دوم: تنها گزینه ای که مضرب طبیعی $\frac{\sqrt{3}}{4}$ باشد گزینه ۱ یعنی $\sqrt{3}$ است که بالطبع $a = 2$ می شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۸



$$S_{ABCD} = S_{\triangle AMD} + S_{\triangle ABM} + S_{\triangle BMC} + S_{\triangle CMD}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{\triangle AMD} = S_{\triangle BMC} \\ S_{\triangle ABM} = S_{\triangle CMD} \end{array} \right. \quad \text{مثلث های هم مساحت}$$



$$S_{ABCD} = 2S_{\triangle AMB} + 2S_{\triangle ABC}$$

$$\sin 135^\circ = \sin(180^\circ - 135^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$S_{\triangle AMB} = \frac{AM \times MB \times \sin 135^\circ}{2} = \frac{4 \times 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = 6\sqrt{2}$$

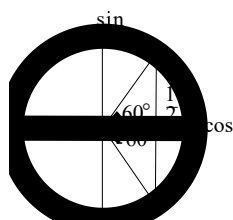
$$S_{\triangle BMC} = \frac{BM \times MC \times \sin 45^\circ}{2} = \frac{6 \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = 6\sqrt{2}$$

$$S_{ABCD} = 12\sqrt{2} + 12\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۹

$$|x| < 20^\circ \rightarrow -20^\circ < x < 20^\circ \rightarrow -60^\circ < 3x < 60^\circ$$

با توجه به دایره مثلثاتی داریم:

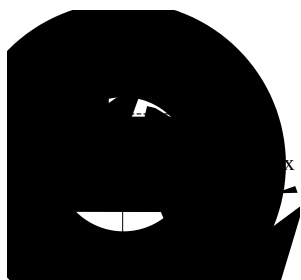


$$-1 < \cos(3x) \leq 1$$

$$2 < m \leq 3 \rightarrow m = (2, 3]$$

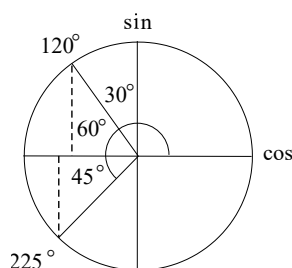
در نیمه اول ناحیه اول $(0, 45^\circ)$ همواره مقدار $\cos x$ بزرگتر از $\sin x$ است و چون همواره عددی بین ۰ و ۱ هستند اگر از طرفین جذر بگیریم جهت نامساوی عوض می شود بنابراین داریم:

$$30^\circ < x < 45^\circ \Rightarrow \sin x < \cos x \Rightarrow \sqrt{\sin x} > \sqrt{\cos x}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۱

با توجه به شکل:



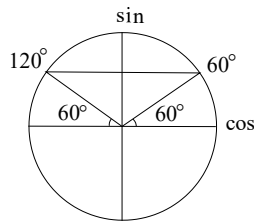
$$\cos 120^\circ = \frac{-1}{2}$$

$$-1 \leq \cos x \leq \frac{-1}{2}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۲

باتوجه به شکل:

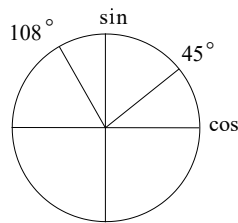


$$\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \sin x \leq 1$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \leq k \leq 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۳

با توجه به شکل داریم:



$$\frac{\sqrt{2}}{2} < \sin x \leq 1$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} < m \leq 1$$

$$\sqrt{2} < m \leq 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۴

$$\left. \begin{array}{l} \cos \theta = \frac{-2}{3} \rightarrow \cos \theta < 0 \rightarrow \text{ربع دوم یا سوم} \\ \tan \theta \cos \theta > 0 \xrightarrow{\cos \theta < 0} \tan \theta < 0 \rightarrow \text{ربع دوم یا چهارم} \end{array} \right\} \rightarrow \text{ربع دوم}$$

مختصات هر نقطه مانند P که روی دایره ی مثلثاتی باشد، عبارتست از:

$$P \Big|_{y = \sin \theta}$$

پس در نقطه ی $P \Big|_{\frac{5}{13}}$ ، $\sin \theta$ برابر با $\frac{5}{13}$ است. برای یافتن کتانژانت θ ، چنین عمل می کنیم:

$$1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta} \Rightarrow 1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\frac{25}{169}} = \frac{169}{25}$$

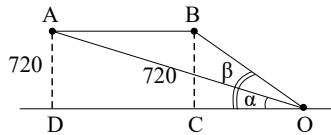
$$\Rightarrow \cot^2 \theta = \frac{169}{25} - 1 \Rightarrow \cot^2 \theta = \frac{169 - 25}{25} = \frac{144}{25}$$

$$\sqrt{} \rightarrow \cot \theta = \pm \frac{}{} \xrightarrow{\text{ربع دوم}} \cot \theta = \frac{-12}{5} = -2.4$$

$$\tan \theta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \quad \text{در هر مثلث قائم الزاویه}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۶

شکل را چنین تکمیل می کنیم:



$$\triangle OAD : \tan \alpha = 0,3$$

$$\Rightarrow \frac{720}{OD} = 0,3 \Rightarrow OD = \frac{720}{0,3} = 2400$$

$$\triangle OBC : \tan \beta = 0,4 \Rightarrow \frac{720}{OC} = 0,4$$

$$\Rightarrow OC = \frac{720}{0,4} = 1800$$

مسافت طی شده:

$$\Rightarrow AB = OD - OC = 2400 - 1800 = 600$$

(I) $\cos x > 0$ } ربع اول مثبت است: با توجه به اینکه حاصل رایکال همواره عبارتی مثبت است: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۷

و با به توان ۲ رساندن طرفین تساوی داریم:

$$x = \frac{\cot x}{\cot x - a^2} \xrightarrow{*} 0 \leq \frac{\cot x}{\cot x - a^2} \leq 1$$

$$1) \frac{\cot x}{\cot x - a} \leq 1 \Rightarrow \frac{\cot x}{\cot x - a^2} - 1 \leq 0 \rightarrow \frac{\cot x}{\cot x - a^2} - \frac{\cot x - a^2}{\cot x - a^2} \leq 0 \rightarrow \frac{\cot x - \cot x + a^2}{\cot x - a^2} \leq 0$$

$$\rightarrow \frac{a^2}{\cot x - a^2} \leq 0 \xrightarrow{a^2 \geq 0} \cot x - a^2 < 0$$

$$2) \frac{\cot x}{\cot x - a^2} \geq 0 \xrightarrow{\cot x - a^2 < 0} \cot x \leq 0 \text{ } \{ \text{ناحیه دوم} \} \text{ (II)}$$

$I \cap II$
→ ناحیه چهارم

$$* : 0 \leq \cos^2 x \leq 1$$

برای دو زاویه متمم α و β داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۸

$$\tan \alpha = \cot \beta \rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{\tan \beta}$$

$$\tan(B + 30^\circ) \tan(C + 30^\circ) = 1 \rightarrow \tan(B + 30^\circ) = \frac{1}{\tan(C + 30^\circ)}$$

$$\rightarrow (B + 30^\circ) + (C + 30^\circ) = 90^\circ \rightarrow B + C + 60^\circ = 90^\circ \rightarrow B + C = 30^\circ$$

$$A + B + C = 180^\circ \rightarrow A + 30^\circ = 180^\circ \rightarrow A = 150^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۹

$$x + x = 1$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}$$



$$\sin x = \pm \sqrt{\frac{99}{100}} \xrightarrow[\text{ربع اول}]{x} \sin x = \sqrt{\frac{99}{100}} = \frac{3\sqrt{11}}{10}$$

1 2 3 4 110

$$\cos \theta (\cos \theta + \sin \theta \tan \theta) = \cos^2 \theta + \sin \theta \cos \theta \tan \theta$$

$$\cos \theta + \sin \theta \cos \theta \frac{1}{\cos \theta} = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

1 2 3 4 111

$$(1 - \cos \theta)(1 + \sin \theta \cot \theta) - \tan \theta \cot \theta = (1 - \cos \theta) \left(1 + \sin \theta \frac{1}{\sin \theta} \right) - \frac{1}{\cos \theta \sin \theta}$$

$$= (1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta) - 1 = 1 - \cos^2 \theta - 1 = -\cos^2 \theta$$

1 2 3 4 112

$$1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

$$A = \sqrt{(3 \cot \theta)^2 + 9} = \sqrt{9 \cot^2 \theta + 9} = \sqrt{9(1 + \cot^2 \theta)}$$

$$= 3 \sqrt{1 + \cot^2 \theta} = 3 \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \theta}} = 3 \times \frac{1}{\sin \theta} \left. \vphantom{\frac{1}{\sin \theta}} \right\} \begin{array}{l} \text{ناحیه ی سوم: } \theta \end{array} \Rightarrow A = 3 \times \frac{1}{-\sin \theta} = \frac{1}{\sin \theta}$$

1 2 3 4 113

$$A = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\frac{1}{\cos \alpha} + \frac{1}{\sin \alpha}} = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}}$$

$$= \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1$$

1 2 3 4 114

$$\begin{array}{l} \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad (1) \\ \sqrt{x^2} = |x| \quad (2) \end{array}$$

$$A = \sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x} - \sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x}$$

$$= \sqrt{(\sin x - \cos x)^2} - \sqrt{(\sin x + \cos x)^2} = |\sin x - \cos x| - |\sin x + \cos x|$$

زاویه ی 200° در ربع سوم است و کسینوس آن از سینوس آن کوچک تر است (چون منفی تر است):



$$\cos 200^\circ < \sin 200^\circ \Rightarrow \sin 200^\circ - \cos 200^\circ > 0 \Rightarrow \underbrace{\sin 200^\circ - \cos 200^\circ}_{+} = \sin 200^\circ - \cos 200^\circ$$

از طرفی $\sin 200^\circ$ و $\cos 200^\circ$ هر دو منفی هستند:

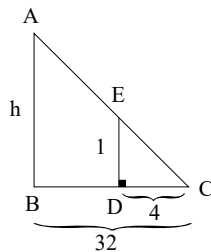
$$\cos 200^\circ < 0 \Rightarrow \sin 200^\circ + \cos 200^\circ < 0 \Rightarrow \underbrace{\sin 200^\circ + \cos 200^\circ}_{-} = -\sin 200^\circ - \cos 200^\circ$$

پس داریم:

$$= \sin 200^\circ - \cos 200^\circ + \sin 200^\circ + \cos 200^\circ = 2 \sin 200^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۵

به شکل مقابل توجه کنید:



دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle CDE$ متشابهند و داریم:

$$\frac{BC}{AB} = \frac{CD}{CE} \Rightarrow \frac{4}{h} = \frac{1}{32} \Rightarrow h = \frac{32}{1} = 32$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۶

$$\cos^2 \theta (1 + 2 \tan^2 \theta) + (\cos \theta - 1)(\cos \theta + 1) = 2 \cos^2 \theta (1 + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}) + \cos^2 \theta - 1 =$$

$$\theta + 2 \quad \theta + \quad \theta - 1 = 2 \quad \theta + 2 \quad \theta - 1$$

$$= 2(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) - 1 = 2 - 1 = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۷

$$(\frac{1}{\cos \theta} - 1)(\frac{1}{\cos \theta + 1}) = \frac{1}{\cos^2 \theta} - 1 = \frac{1 - \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \tan^2 \theta$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۸

$$(1 - \sin^2 \theta)(1 - \sin^2 \theta) = (1 - \sin^2 \theta)(1 - \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}) = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$= (1 - \sin^2 \theta) - \sin^2 \theta = 1 - 2 \sin^2 \theta$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۹

$$- \sqrt{2} \tan \alpha \quad \alpha =$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \sqrt{2} \sin \alpha \cos \alpha - \sqrt{2} \frac{\cos^2 \alpha}{\cos \alpha} = 1 + \sqrt{2} \sin \alpha \cos \alpha - \sqrt{2} \sin \alpha \cos \alpha = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۰

$$\left(\frac{1}{1 - \sin \theta} + \frac{1}{1 + \sin \theta} \right) - \sqrt{2} \tan^2 \theta = \left(\frac{1}{(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta)} \right) - \sqrt{2} \tan^2 \theta$$

$$= \left(\frac{1}{1 - \sin^2 \theta} \right) - \sqrt{2} \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} - \sqrt{2} \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} =$$

$$\frac{1 - \sqrt{2} \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{1(1 - \sin^2 \theta)}{\cos^2 \theta} = \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۱

$$\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} -$$

$$\frac{x}{\sin^2 x \cos^2 x} + \frac{x}{\sin^2 x \cos^2 x} - \left(\cos x + \frac{1}{\sin x} \right)^2 =$$

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} - \left(\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} + 2 \cos x \times \frac{1}{\sin x} \right)$$

$$= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} - 2 = -2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۲

$$\tan x = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \frac{1}{\sin x} = \frac{1}{\cos x}$$

$$\frac{1}{\cos x} - \frac{1}{\sin x} = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۳

$$\frac{1}{\sin \theta - \cos \theta} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \sqrt{2} \sin \theta = \sqrt{2} \sin \theta - \sqrt{2} \cos \theta$$

$$\rightarrow \sin \theta = \sqrt{2} \cos \theta \rightarrow \frac{1}{\cos \theta} = \tan \theta = \sqrt{2}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۴

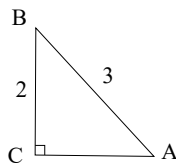
$$\frac{\tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{\tan \theta}{\frac{1}{\cos^2 \theta}} = \tan \theta \times \cos^2 \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \times \cos^2 \theta = \sin \theta \cos \theta$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۵

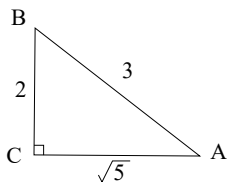
$$(1 - \sin^2 \theta)(1 + \tan^2 \theta) = (\cos^2 \theta) \left(\frac{1}{\cos^2 \theta} \right) = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۶

با فرض مثلث روبرو:



$$\sin A = \frac{2}{3}$$



$$\hat{\text{tg}} B = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\cos^2 A = 1 - \sin^2 A = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9} \rightarrow \cos A = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

روش دوم: AC را از رابطه فیثاغورث نیز می توان بدست آورد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۷

$$x = \frac{2}{\sin \alpha} \rightarrow \frac{x}{2} = \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$y = 3 \cot \alpha \rightarrow \frac{y}{3} = \cot \alpha$$

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha \rightarrow \left(\frac{x}{2} \right)^2 = 1 + \left(\frac{y}{3} \right)^2 \Rightarrow \frac{x^2}{4} = 1 + \frac{y^2}{9} \xrightarrow{\times 36} 9x^2 = 36 + 4y^2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۸

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \rightarrow \sin^2 = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\sin^2 \theta - \cos^2 \theta + \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \sin^2 \theta - \cos^2 \theta + \frac{1}{\frac{1}{\cos^2 \theta}}$$

$$= \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2 = \frac{4}{9} - \frac{9}{81} + \frac{1}{3} = \frac{4}{9} - \frac{1}{9} + \frac{1}{3} = \frac{4 - 1 + 3}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$



$$\frac{1}{\cos^f x} + \frac{A}{\cos^r x} = \tan^f x - 1 \rightarrow \frac{1}{\cos^f x} + \frac{A}{\cos^r x} = \frac{\sin^f x}{\cos^f x} - 1$$

$$\xrightarrow{\times \cos^f x} 1 + A \quad x = \quad x - \quad x \rightarrow$$

$$1 + A \cos^r x = (\sin^r x - \cos^r x) \overbrace{(\sin^r x + \cos^r x)}^1$$

$$1 + A \quad x = \quad x - \quad x \rightarrow 1 - \quad x + A \quad x = - \quad x$$

$$\cos^r x + A \cos^r x = -\cos^r x \rightarrow \cos^r x (1 + A) = -\cos^r x$$

$$\cot x = \frac{1}{\tan x} \rightarrow \cot x = \frac{1}{\frac{a^r - b^r}{2ab}} = \frac{a^r - b^r}{2ab}$$

$$\frac{1}{\sin^r x} = 1 + \cot^r x \Rightarrow \frac{1}{\sin^r x} = 1 + \left(\frac{a^r - b^r}{2ab} \right)^r =$$

$$1 + \frac{a^f + b^f - 2a^r b^r}{2a^r b^r} = \frac{a^f + b^f + 2a^r b^r}{2a^r b^r} \Rightarrow \sin^r x = \frac{2a^r b^r}{a^f + b^f + 2a^r b^r}$$

$$\sin^r x = \frac{(\quad)}{(a^r + b^r)^r} \Rightarrow \sin x = \pm \frac{\quad}{a^r + b^r} \xrightarrow{\text{ربع اول}} \sin x > 0 \rightarrow \sin x = \frac{\quad}{a^r + b^r}$$

$$\sin x + \cos x = \frac{\quad}{\quad} \xrightarrow{\text{توان 2}} \sin^r x + \cos^r x + 2 \sin x \cos x = \frac{1}{9}$$

$$1 + 2 \sin x \cos x = \frac{1}{9} \rightarrow 2 \sin x \cos x = \frac{-8}{9} \rightarrow \sin x \cos x = \frac{-4}{9}$$

$$\sin^r x + \cos^r x = (\sin x + \cos x)(\sin^r x + \cos^r x - \sin x \cos x) = \frac{1}{3} \left(1 - \left(\frac{-4}{9} \right) \right) = \frac{1}{3} \times \frac{13}{9} = \frac{13}{27}$$

$$\sin^r x + \cos^r x = 1 \xrightarrow{(\quad)^r} \sin^f x + \cos^f x + 2 \sin^r x \cos^r x = 1$$

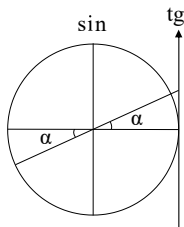
$$\frac{3}{5} + 2 \sin^r x \cos^r x = 1 \rightarrow 2 \sin^r x \cos^r x = \frac{2}{5} \rightarrow \sin^r x + \cos^r x = \frac{1}{5}$$



$$x + x (x +) (x + x - x x)$$

$$= 1 \times \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{5} \right) = \frac{2}{5}$$

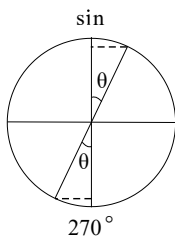
$$* : a^r + b^r = (a^r + b^r)(a^r + b^r - a^r b^r)$$



$$\tan 10^\circ = \tan(180^\circ + 10^\circ) = \tan 190^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۳

با توجه دایره مثلثاتی داریم:



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۴

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$$

$$\cos \theta = \pm \frac{\theta}{\text{ربع چهارم}} \rightarrow \cos \theta = \frac{1}{3}$$

$$\sin(270^\circ - \theta) = -\sin(90^\circ - \theta) = -\cos \theta = \frac{-1}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۵

$$\xrightarrow{-3} -1 \leq 5 \sin x - 3 \leq 2 \rightarrow |5 \sin x - 3| \leq 1 \Rightarrow \text{Max} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۶

می دانیم:

$$\begin{cases} a > 0 \rightarrow 2 \leq a + \frac{1}{a} \\ a < 0 \rightarrow a + \frac{1}{a} \leq -2 \end{cases}$$

داریم:

$$\begin{cases} \tan x > 0 \rightarrow 2 \leq \tan x + \frac{1}{\tan x} : 2 \leq k - 1 \rightarrow 3 \leq k \\ \tan x < 0 \rightarrow \tan x + \frac{1}{\tan x} \leq -2 : k - 1 \leq -2 \rightarrow k \leq -1 \end{cases}$$

$$\sin x = a \quad \text{فرض کنیم} \quad ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۷$$

$$a + \frac{1}{a} = 2 \xrightarrow{\times a} a(a + \frac{1}{a}) = 2a$$

$$a^2 + 1 = 2a \rightarrow a^2 + 1 - 2a = 0 \rightarrow (a - 1)^2 = 0 \rightarrow a = 1$$



$$\sin x = 1 \rightarrow \cos x = 0 \rightarrow \sin^3 x + \cos^5 x = 1^3 + 0^5 = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۸

شیب هر خط برابر است با تانژانت زاویه‌ای که آن خط با جهت مثبت محور x ها می‌سازد.

$$3y = \sqrt[3]{3x + 5} \xrightarrow{\div 3} y = \underbrace{\frac{\sqrt[3]{3}}{3}}_{\text{شیب}} x + \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sqrt[3]{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

سینوس زاویه بین آن‌ها \times حاصلضرب دو ضلع $\times \frac{1}{2} =$ مساحت مثلث

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۹

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{\frac{1}{2} \times 5a \times 4a \times \sin A}{\frac{1}{2} \times 3a \times 2a \times \sin A} = \frac{20}{9}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۰

بیشترین مقدار $\sin \theta$ و $\cos \theta$ برابر با

$$\sin \alpha \text{ و } \cos \beta \text{ بیشترین مقدار خود را اختیار کرده اند.} \Rightarrow \begin{cases} \cos \beta = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left\{ \right.$$

$$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 0^2 + 0^2 = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۱

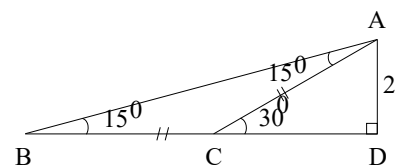
$$\triangle ADC : \sin 30^\circ = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AC = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

$$\triangle ADC : \hat{C} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\triangle ABD : \hat{B} = 90^\circ - \hat{C} = 90^\circ - (60^\circ + 15^\circ) = 15^\circ$$

پس مثلث ABC متساوی الساقین است و شکل به صورت زیر خواهد بود:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \times AD = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۲ شکل زیر را تشکیل می‌دهیم:

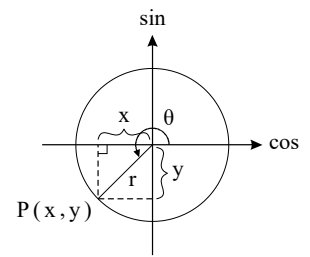


$$x = \cos \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x^2 + y^2 = r^2 \xrightarrow{r=1} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + y^2 = 1$$

$$\Rightarrow y^2 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{\text{ناحیه ی سوم}} y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow P(x, y) = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \Rightarrow \cot \theta = \frac{x}{y} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}}{-\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$$



اگر خطی با جهت مثبت محور x ها زاویه α بسازد، شیب آن $\tan \alpha$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۳

$$\xrightarrow{\times(m-1)} y = -\frac{2m-1}{m-1}x + \frac{1}{m-1}$$

$$\text{شیب خط} = -\frac{2m-1}{m-1} = \tan 45^\circ = 1 \Rightarrow -2m+1 = m-1 \Rightarrow -3m = -2 \Rightarrow m = \frac{2}{3}$$

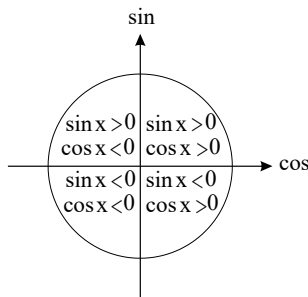
پس معادله ی خط بصورت زیر در می آید:

$$-\frac{1}{3}y + \frac{1}{3}x = 1 \xrightarrow{x=0} -\frac{1}{3}y = 1 \Rightarrow y = -3$$

محل تقاطع خط با محور y ها: $y = -3$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۴

در ربع دوم یا چهارم واقع است $\Rightarrow \cos x, \sin x$ مختلف علامت اند $\Rightarrow \sin x \cos x < 0$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۵

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$1 - \sin \alpha \cos \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha \cos \alpha$$

$$= (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + \sin \alpha \cos \alpha$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۶

$$\theta + \theta = 1$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$



$$\underbrace{1}_{\text{مزدوج}} \cos \theta \quad \cos \theta \underbrace{1}_{\text{مزدوج}}$$

$$= \underbrace{(1 - \theta)}_{\cos^2 \theta} \left(\frac{1}{\cos \theta} \right) (1 - \sin \theta) = \frac{\overbrace{\cos^2 \theta (1 + \sin \theta) (1 - \sin \theta)}^{\text{مزدوج}}}{\cos \theta} = \cos \theta \times \cos^2 \theta = \cos^3 \theta$$

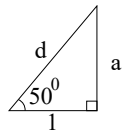
مساحت مثلثی به اضلاع a و b که زاویه بین آنها θ است از رابطه $S = \frac{1}{2}ab \sin \theta$ به دست می آید

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۷

با رسم یک مثلث قائم الزاویه و با توجه به این که $\tan 50^\circ = \frac{a}{1}$ داریم:

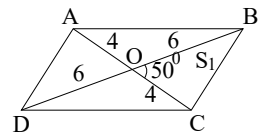
$$d = \sqrt{a^2 + 1}$$

$$\sin 50^\circ = \frac{a}{\sqrt{a^2 + 1}}$$



$$S_1 = S_{BCO} = \frac{1}{2} (4)(6) \sin 50^\circ = 12 \times \left(\frac{a}{\sqrt{1 + a^2}} \right)$$

$$S_{ABCD} = 4S_1 = 4 \times \frac{12a}{\sqrt{1 + a^2}} = \frac{48a}{\sqrt{1 + a^2}}$$



$$\cot 30^\circ = \sqrt{3}, \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}, \quad \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

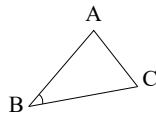
می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۸

$$\frac{2 \sin 30^\circ \cos 30^\circ}{1 - \cos 60^\circ} = \frac{2 \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3} = \cot 30^\circ$$

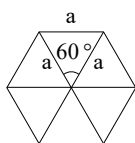
راه حل اول: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۹

نکته: مساحت مثلث برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin \hat{B}$$



مطابق شکل روبه رو، مساحت هر شش ضلعی منتظم، ۶ برابر مساحت یک متساوی الاضلاع است، پس اگر طول شش ضلعی را a در نظر بگیریم، خواهیم داشت:



$$S = 6 \times \frac{1}{2} \times a \times a \times \sin 60^\circ = 3a^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

مساحت شش ضلعی برابر $54\sqrt{3}$ است، بنابراین:

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 = 54\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 36 \Rightarrow a = 6$$

راه حل دوم:



نکته: مساحت هر مثلث متساوی الاضلاع با ضلع a برابر $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ است.

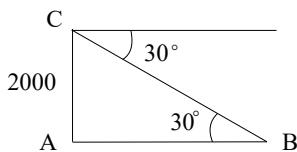
یکی شش ضلعی منتظم از ۶ مثلث متساوی الاضلاع تشکیل شده است. بنابراین مطابق نکته داریم:

$$6 \times \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 54\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 36 \Rightarrow a = 6$$

در هر مثلث قائم الزاویه، سینوس هر زاویه‌ی حاده برابر است با $\frac{\text{طول ضلع مقابل}}{\text{طول وتر}}$
سینوس زاویه 30° برابر با $\frac{1}{2}$ است.

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۰

شکل زیر را برای مسیر موشک تشکیل می‌دهیم.

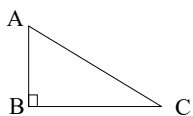


مطابق شکل، مسافتی که موشک طی می‌کند تا به زمین برخورد کند، برابر طول BC است؛ و وتر مثلث قائم الزاویه ABC است. پس نسبت مثلثاتی مناسب برای زاویه B ، سینوس است، چون هم ضلع روبرو به آن معلوم است و هم طول وتر را وارد محاسبات می‌کند:

$$\sin B = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{2000}{BC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2000}{BC} \Rightarrow BC = 4000$$

نکته: در مثلث قائم الزاویه ABC داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۱

$$\text{مساحت: } S = \frac{1}{2} AB \times BC$$



$$\sin \hat{A} = \frac{BC}{AC}, \quad \cos \hat{A} = \frac{AB}{AC}, \quad \cot \hat{A} = \frac{AB}{BC}, \quad \tan \hat{A} = \frac{BC}{AB}$$

باتوجه به نکته داریم:

$$۱) \sin \hat{A} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow BC = AC \times \sin \hat{A}$$

$$S = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin \hat{A} \text{ با جایگذاری در فرمول مساحت داریم:}$$

$$۲) \cos \hat{A} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AB = AC \times \cos \hat{A}$$

$$S = \frac{1}{2} BC \times AC \times \cos \hat{A} \text{ با جایگذاری در فرمول مساحت داریم:}$$

$$۳) \tan \hat{A} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow BC = AB \times \tan \hat{A}$$

$$S = \frac{1}{2} AB^2 \times \tan \hat{A} \text{ با جایگذاری در فرمول مساحت داریم:}$$

$$۴) \cot \hat{A} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow AB = BC \times \cot \hat{A}$$

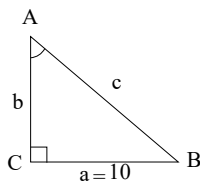
با جایگذاری در فرمول مساحت داریم:



پس گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ رابطه‌های درستی برای مساحت بوده و گزینه‌ی ۳ رابطه‌ای نادرست است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۲

می‌دانیم: در هر مثلث قائم‌الزاویه: $\cos \alpha = \frac{\text{طول ضلع مجاور}}{\text{طول وتر}}$



$$\cos \hat{A} = \frac{\text{طول ضلع قائمه‌ی مجاور به زاویه‌ی A}}{\text{طول وتر}} = \frac{12}{13} \Rightarrow b = \frac{12}{13}c \quad (1)$$

طبق رابطه‌ی فیثاغورس داریم:

$$c^2 = a^2 + b^2 \xrightarrow{(1)} c^2 = (10)^2 + \left(\frac{12}{13}c\right)^2$$

$$c^2 = 100 + \frac{144}{169}c^2 \Rightarrow 169c^2 = 16900 + 144c^2 \Rightarrow 25c^2 = 16900$$

$$\Rightarrow c^2 = \frac{16900}{25} = \frac{169 \times \cancel{100}^4}{\cancel{25}^1} \Rightarrow c = 13 \times 2 = 26$$

$$\xrightarrow{(1)} b = \frac{12}{13} \times 26 = 24 \Rightarrow \left\{ \right.$$

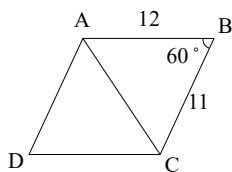
$$\text{محیط مثلث} = 10 + 24 + 26 = 60$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۳ می‌دانیم:

در هر متوازی‌الاضلاع، زوایای مجاور، مکمل‌اند.

(مساحت هر مثلث از رابطه‌ی (زاویه‌ی بین آن‌ها \sin حاصل ضرب دو ضلع $\times \frac{1}{2}$ بدست می‌آید)

شکل زیر را برای مسئله رسم می‌کنیم و دقت می‌کنیم که زاویه‌ی حاده متوازی‌الاضلاع 60° است (یعنی مکمل 120°).



$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin \hat{B} = \frac{1}{2} \times 12 \times 11 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 33\sqrt{3}$$

مساحت متوازی‌الاضلاع، دو برابر مساحت مثلث $\triangle ABC$ است:

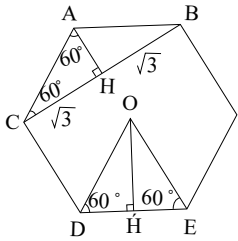
$$S = 2 \times 33\sqrt{3} = 66\sqrt{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۴ می‌دانیم:

مساحت هر مثلث عبارت‌اند از: (زاویه‌ی بین آن دو ضلع \sin حاصل ضرب دو ضلع $\times \frac{1}{2}$)



$$\left. \begin{aligned} CH &= \frac{1}{2}BC = \sqrt{3} \\ CH &= AC \sin 60^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow AC = 2$$



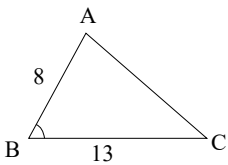
متساوی الاضلاع $\triangle ODE$: $OD = DE = AC = 2 \Rightarrow OH' = OD \sin 60^\circ = \sqrt{3}$

$$S_{\triangle ODE} = \frac{1}{2} OH' \times DE = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 2 = \sqrt{3}$$

مساحت شش ضلعی منتظم $= 6 \times S_{\triangle ODE} = 6\sqrt{3}$

(مساحت هر مثلث عبارت اند از: (زاویه‌ی بین آن دو ضلع $\times \sin$ حاصل ضرب دو ضلع $\times \frac{1}{2}$) می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۵

شکل زیر را در نظر می‌گیریم:

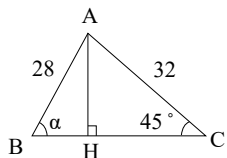


$$S = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin \hat{B} \Rightarrow 26\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 8 \times 13 \times \sin \hat{B} \Rightarrow 26\sqrt{3} = 52 \sin \hat{B}$$

$$\Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{26\sqrt{3}}{52} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ \Rightarrow \hat{B} = 60^\circ$$

در هر مثلث قائم‌الزاویه داریم: $\sin \alpha = \frac{\text{طول ضلع روبه‌رو}}{\text{طول وتر}}$ می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۶

ارتفاع AH را رسم می‌کنیم، با استفاده از نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویه‌ی AHC داریم:



$$\sin \hat{C} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow \sin 45^\circ = \frac{AH}{32} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{AH}{32} \Rightarrow AH = 16\sqrt{2}$$

از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABH نیز داریم:

$$\sin \hat{B} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{16\sqrt{2}}{28} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{16 \times 1.4}{28} = 0.8$$



میدانیم: مساحت هر مثلث از رابطه‌ی روبرو بدست می‌آید: (زاویه‌ی بین آن دو ضلع) $\times \sin$ حاصل ضرب دو ضلع $\times \frac{1}{2}$

مساحت مثلث را از دو طریق محاسبه می‌کنیم:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times \sin 30^\circ = 6$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CH = \frac{1}{2} \times 4 \times CH = 2CH$$

$$\Rightarrow 2CH = 6 \Rightarrow CH = 3$$

در هر مثلث قائم‌الزاویه: $\cot \alpha = \frac{\text{طول ضلع مجاور}}{\text{طول ضلع مقابل}}$, $\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}$ می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۸

با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث OAB داریم:

$$OA^2 + AB^2 = OB^2 \Rightarrow 4^2 + 3^2 = OB^2 \Rightarrow OB = 5$$

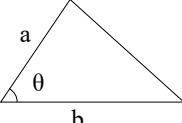
به همین طریق در مثلث قائم‌الزاویه OBC نیز داریم:

$$OB^2 + BC^2 = OC^2 \Rightarrow BC^2 = OC^2 - OB^2 \Rightarrow BC^2 = 34 - 25 \Rightarrow BC = 3$$

در نتیجه:

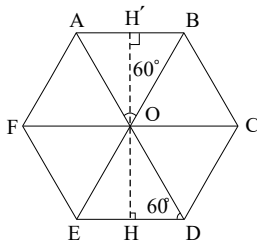
$$\tan \alpha = \frac{3}{4} = \frac{3}{OA}, \cot \beta = \frac{5}{BC} = \frac{5}{3} \Rightarrow \tan \alpha + \cot \beta = \frac{3}{4} + \frac{5}{3} = \frac{29}{12}$$

می‌دانیم: مساحت هر مثلث دلخواه به شکل روبرو عبارتست از:



$$S = \frac{1}{2} \times a \times b \times \sin \theta$$

هر شش ضلعی منتظم از ۶ مثلث متساوی‌الاضلاع تشکیل شده است.



$$BE = 6 \Rightarrow BO = AO = \frac{BE}{2} = 3$$

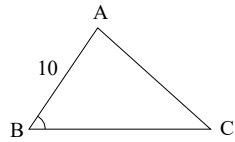
$$\Rightarrow \text{مساحت ۶ ضلعی منتظم} = 6 \times \left(\frac{1}{2} \times AO \times BO \times \sin 60^\circ \right) = 6 \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{27}{2} \sqrt{3}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۰

می‌دانیم: برای هر زاویه دلخواه x داریم: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
مساحت هر مثلث دلخواه برابر است با نصف حاصل ضرب دو ضلع ضرب در سینوس زاویه بین آن‌ها.

مثلث حاصل، به صورت زیر است:



برای زاویه B داریم:

$$\left. \begin{aligned} \cos \hat{B} &= \frac{15}{4} \\ \sin^2 \hat{B} + \cos^2 \hat{B} &= 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sin^2 \hat{B} + \left(\frac{\sqrt{10}}{4} \right)^2 = 1 \Rightarrow \sin^2 \hat{B} + \frac{15}{16} = 1$$

$$\Rightarrow \sin^2 \hat{B} = 1 - \frac{15}{16} = \frac{1}{16} \xrightarrow{\sqrt{\cdot}} \sin \hat{B} = \pm \frac{1}{4} \xrightarrow{0 < \hat{B} < 180^\circ} \sin \hat{B} = \frac{1}{4}$$

از طرفی:

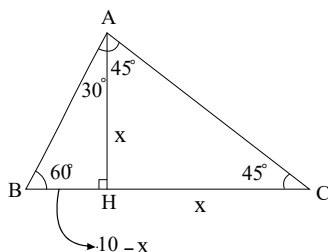
$$S = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin \hat{B} \Rightarrow 20 = \frac{1}{2} \times 10 \times BC \times \frac{1}{4} \Rightarrow 20 = \frac{5}{4} BC \Rightarrow BC = \frac{20}{\frac{5}{4}} \Rightarrow BC = 16$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۱

$$\tan \alpha = \frac{\text{طول ضلع مقابل}}{\text{طول ضلع مجاور}}, \quad \sin \alpha = \frac{\text{طول ضلع مقابل}}{\text{طول وتر}}$$

می‌دانیم: در هر مثلث قائم‌الزاویه داریم:

ارتفاع AH را رسم می‌کنیم و CH را x می‌نامیم؛ واضح است که طول BH برابر با $10 - x$ خواهد بود.
داریم:



$$AH = CH = x$$

$$\tan 30^\circ = \frac{BH}{AH} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{10 - x}{x} \Rightarrow \frac{\sqrt{3} + 3}{3} = \frac{10}{x} \Rightarrow x = \frac{30}{3 + \sqrt{3}} = 5(3 - \sqrt{3})$$

$$\Rightarrow AC = \frac{5(3 - \sqrt{3})}{\sin 45^\circ} = \frac{5(3 - \sqrt{3})}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 5(3\sqrt{2} - \sqrt{6}) = 5(\sqrt{18} - \sqrt{6}) = 5\sqrt{6}(\sqrt{3} - 1)$$

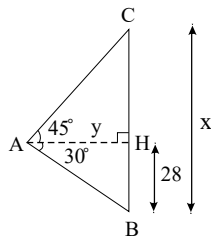
۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۲

$$\tan \alpha = \frac{\text{طول ضلع مقابل}}{\text{طول ضلع مجاور}} \quad \text{در هر مثلث قائم‌الزاویه:}$$

می‌دانیم:



ارتفاع برج را x در نظر می‌گیریم و داریم:



$$\tan 30^\circ = \frac{28}{y} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{28}{y} \Rightarrow y = 28\sqrt{3}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{CH}{y} \Rightarrow 1 = \frac{CH}{y} \Rightarrow CH = y = 28\sqrt{3}$$

$$x = BC = BH + CH = 28 + 28\sqrt{3} = 28(1 + \sqrt{3})$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۳

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \quad 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}, \quad \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$$

می‌دانیم:

راه حل اول:

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{-\frac{5}{6}} = -\frac{6}{5}$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \left(-\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \frac{25}{36}$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \left(-\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \frac{36}{25}$$

پس:

$$\left(\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1\right)\left(1 - \frac{1}{\cos^2 \alpha}\right) = \left(1 + \frac{36}{25} - 1\right)\left(1 - \left(1 + \frac{25}{36}\right)\right) = \frac{36}{25} \times \left(-\frac{25}{36}\right) = -1$$

راه دوم:

$$\begin{cases} 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1 = \cot^2 \alpha \\ 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 - \frac{1}{\cos^2 \alpha} = -\tan^2 \alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1\right)\left(1 - \frac{1}{\cos^2 \alpha}\right) = -\tan^2 \alpha \cot^2 \alpha = -1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۴ مقدار $\sin x$ را روی ناساوی $2 < m < \infty$ می‌سازیم:

$$\infty < m < 2 \xrightarrow{\times(-1)} -2 < -m < \infty \xrightarrow{\div 2} -1 < -\frac{m}{2} < \infty \xrightarrow{+1} \infty < \underbrace{-\frac{m}{2} + 1}_{\sin \alpha} < 1$$

$\Rightarrow \infty < \sin \alpha < 1 \Rightarrow \alpha$ در ربع اول یا دوم واقع است.



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۵

می دانیم:

$$\cot x = \frac{1}{\tan x}, \quad \tan x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\frac{2}{\sin x} + \frac{3}{\cos x} = 0 \Rightarrow \frac{2}{\sin x} = -\frac{3}{\cos x} \Rightarrow 2 \cos x = -3 \sin x \Rightarrow \cos x = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \tan x = -\frac{2}{3} \Rightarrow \cot x = \frac{1}{\tan x} = -\frac{3}{2}$$

پس:

$$\tan x - \cot x = -\frac{2}{3} - \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{2}{3} + \frac{3}{2} = \frac{-4 + 9}{6} = \frac{5}{6}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۶

می

دانیم:

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1, \quad 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}, \quad 1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

$$\frac{1}{1 + \cot^2 \theta} - \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \frac{1}{\frac{1}{\sin^2 \theta}} + (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)$$

$$= \sin^2 \theta + (\underbrace{\dots \theta + \dots \theta}_1) \left(\frac{1}{\theta} - \dots \theta \right) = \theta + \dots \theta - \dots \theta = \theta$$

$$\frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \tan^2 \theta = 1 + a^2 \Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{1}{1 + a^2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۷

می

دانیم:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin x + \cos x = \frac{(\quad)^2}{\dots} \rightarrow \underbrace{\dots x + \dots x}_1 + 2 \sin x \cos x = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow 2 \sin x \cos x = \frac{4}{9} - 1 = -\frac{5}{9} \xrightarrow{\div 2} \sin x \cos x = -\frac{5}{18}$$

$$= 1 - (\sin x + \cos x) + \sin x \cos x = 1 - \frac{2}{3} + \left(-\frac{5}{18}\right) = \frac{1}{18}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۸

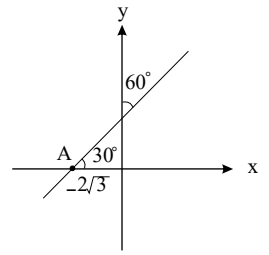
می دانیم: شیب خط برابر است با تانژانت زاویه‌ای که خط با جهت مثبت محور x ها می سازد.

مطابق شکل، ابتدا شیب خط را به دست می آوریم:



$$m = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}, A = (-2\sqrt{3}, 0)$$

$$\text{معادله خط: } y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + h \xrightarrow{\text{نقطه } A} 0 = \frac{\sqrt{3}}{3} \times (-2\sqrt{3}) + h$$



$$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2 \Rightarrow \sqrt{3}y = x + 2\sqrt{3} \Rightarrow x = \sqrt{3}y - 2\sqrt{3} \Rightarrow x = \sqrt{3}(y - 2)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۹

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad \text{می دانیم:}$$

$\tan \alpha$ در ناحیه های اول و سوم مثبت است. در ناحیه اول $\sin \alpha$ و $\cos \alpha$ مثبت هستند. پس انتهای زاویه α در ناحیه اول نیست، چون $\sin \alpha + \cos \alpha < 0$. بنابراین انتهای زاویه α باید در ناحیه سوم قرار داشته باشد. در نتیجه خواهیم داشت:

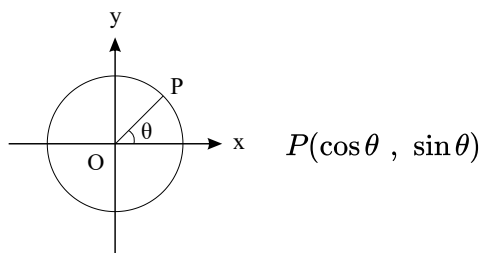
$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{1}{\frac{25}{16}} \xrightarrow{\cos \alpha < 0} \cos \alpha = -\frac{4}{5}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \cos \alpha \times \tan \alpha = -\frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = -\frac{3}{5}$$

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \left(-\frac{3}{5} - \frac{4}{5}\right)^2 = \left(-\frac{7}{5}\right)^2 = \frac{49}{25}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۰

۱- اگر نقطه P روی دایره مثلثاتی قرار داشته باشد، مختصات آن عبارتست از:



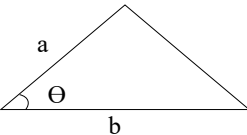
$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$P\left(\frac{1}{3}, \frac{\sqrt{8}}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} \cos \theta = \frac{1}{3} \\ \sin \theta = \frac{\sqrt{8}}{3} \end{cases}$$

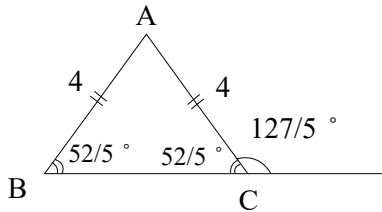
$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{\sqrt{8}}{3}}{\frac{1}{3}} = \sqrt{8}$$



می دانیم: در مثلث متساوی الساقین، زوایای مجاور به قاعده با هم برابرند.
مساحت هر مثلث دلخواه به فرم روبرو برابر است با:



$$S = \frac{1}{2} \times a \times b \times \sin \theta$$



ابتدا اندازه زاویه A را به دست می آوریم:

$$\Rightarrow AB = AC = 4$$

$$C = 180^\circ - 127.5^\circ = 52.5^\circ \xrightarrow{\hat{B} = \hat{C}} \hat{B} = 52.5^\circ$$

$$= - (+) = - (+) =$$

از طرفی:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A}$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times 0.96 = 7.68$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}, \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \text{می دانیم: } 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 172$$

$$\frac{1}{1 + \cot \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\cos \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha)}{\sin \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha)} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \tan \alpha$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1, 1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}, 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \quad \text{می دانیم: } 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 173$$

$$A = \frac{x}{1 + \tan^2 x} + \frac{x}{1 + \cot^2 x} = \frac{\tan^2 x}{\frac{1}{\cos^2 x}} + \frac{\cot^2 x}{\frac{1}{\sin^2 x}} = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

می دانیم: شیب خط برابر است با تانژانت زاویه ای که خط با جهت مثبت محور x می سازد.

$$\text{شیب} = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \text{معادله خط: } y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + h$$

خط محور



x ها را در $x = -3$ قطع می‌کند، یعنی نقطه $(-3, 0)$ روی خط قرار دارد. این مختصات را در معادله خط قرار می‌دهیم:

$$\begin{aligned} \frac{x=-3}{y=0} \rightarrow 0 &= \frac{\sqrt{3}}{3} \times (-3) + h \Rightarrow -\sqrt{3} + h = 0 \Rightarrow h = \sqrt{3} \end{aligned}$$

پس معادله خط به صورت زیر است:

$$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$$

و از میان نقاط داده شده، مختصات گزینه ۱ در معادله صدق نمی‌کند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۵

می‌دانیم: $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

در ربع سوم دایره مثلثاتی، کسینوس منفی است.

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \frac{4}{9} + \cos^2 \theta = 1$$

$$\Rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9} \xrightarrow{\text{ربع سوم}} \cos \theta = \pm \frac{\sqrt{5}}{3} \rightarrow \cos \theta = -\frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{-\frac{\sqrt{5}}{3}}{-\frac{2}{3}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \\ \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{-\frac{\sqrt{5}}{3}}{-\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cot \theta + \tan \theta = \frac{2\sqrt{5}}{5} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{4\sqrt{5} + 5\sqrt{5}}{10} = \frac{9\sqrt{5}}{10} = 0,9\sqrt{5}$$

بازه $(18^\circ, 27^\circ)$ ربع سوم دایره مثلثاتی است و در این بازه داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۶

$$-1 < \cos \alpha < 0 \Rightarrow -1 < \frac{1-2x}{3} < 0 \xrightarrow{\times 3} -3 < 1-2x < 0 \xrightarrow{-1} -4 < -2x < -1$$

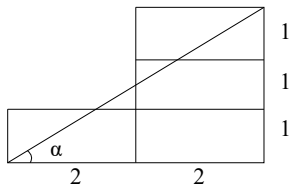
$$\xrightarrow{\times (-\frac{1}{2})} 2 > x > \frac{1}{2} \Rightarrow x \in \left(\frac{1}{2}, 2\right)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۷

در مثلث قائم‌الزاویه برای هر زاویه حاده α داریم: $\tan \alpha = \frac{\text{طول ضلع مقابل}}{\text{طول ضلع مجاور}}$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

می‌دانیم:



$$\tan \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 1 + \frac{9}{16} = \frac{16+9}{16} = \frac{25}{16} \xrightarrow{\text{معکوس}} \cos^2 \alpha = \frac{16}{25}$$

$$\sqrt{} \rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{4}{5} \xrightarrow{\text{حاده } \alpha} \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷۸

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

در ربع سوم دایره مثلثاتی، مقادیر سینوس و کسینوس منفی هستند.

می‌دانیم:

$$\cos \alpha \cot \alpha < 0 \Rightarrow \cos \alpha \times \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} < 0 \Rightarrow \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} < 0 \Rightarrow \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} < 0 \Rightarrow \sin \alpha < 0$$

در ربع سوم دایره مثلثاتی، مقادیر سینوس و کسینوس منفی هستند.

$$\sin \alpha \cos \alpha > 0 \xrightarrow{\sin \alpha < 0} - \times \cos \alpha > 0 \Rightarrow \cos \alpha < 0$$

ناحیه‌ای از دایره که سینوس و کسینوس در آن منفی هستند، ناحیه سوم است.

$$\tan x \times \cot x = 1 \quad \text{می‌دانیم:} \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 179$$

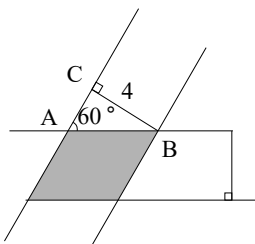
$$\tan x \times \cot x = \frac{a^2 - 1}{a} \times \frac{1}{1 - a} = 1 \Rightarrow \frac{a^2 - 1}{a(1 - a)} = 1 \Rightarrow \frac{a^2 - 1}{a(1 - a)} = 1$$

$$\Rightarrow -2(a - 1) = 1 \Rightarrow -2a - 2 = 1 \Rightarrow -2a = 3 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۰

می‌دانیم: طول ارتفاع \times طول قاعده = مساحت متوازی الاضلاع

ابتدا اندازه ضلع متوازی الاضلاع را می‌یابیم:



$$\triangle ABC : \sin 60^\circ = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4}{AB} \Rightarrow AB = \frac{8}{\sqrt{3}}$$

بنابراین طول ضلع این متوازی الاضلاع برابر $\frac{8}{\sqrt{3}}$ است. با توجه به اینکه ارتفاع آن برابر ۴ می‌باشد، نتیجه می‌گیریم مساحت این

متوازی الاضلاع برابر است با:

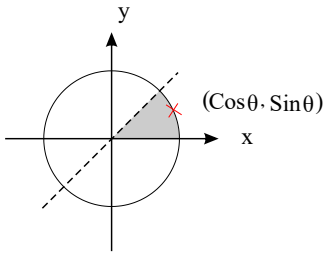
$$S = \frac{8}{\sqrt{3}} \times 4 = \frac{32}{\sqrt{3}} = \frac{32\sqrt{3}}{3}$$

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}, \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۱

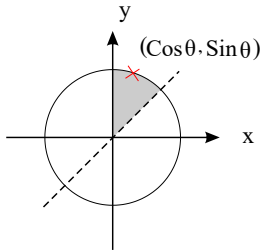


تمامی زوایای داده شده در گزینه‌ها در ربع اول می‌باشد، پس فقط به بررسی این ناحیه می‌پردازیم:
در نیمه اول ربع اول ($0^\circ < \theta < 45^\circ$)، داریم:



$$\sin \theta < \cos \theta \Rightarrow \sin^2 \theta < \cos^2 \theta \xrightarrow{\div \sin \theta \cos \theta > 0} \frac{\sin \theta}{\cos \theta} < \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \Rightarrow \tan \theta < \cot \theta$$

همچنین در نیمه دوم ربع اول ($45^\circ < \theta < 90^\circ$)، داریم:



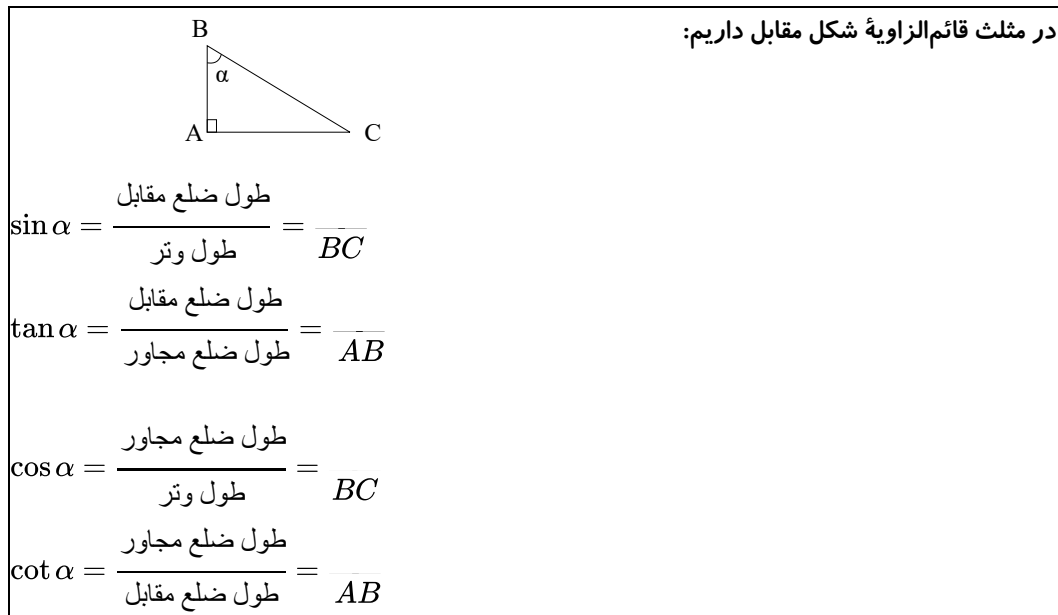
$$\sin \theta > \cos \theta \Rightarrow \sin^2 \theta > \cos^2 \theta \xrightarrow{\div \sin \theta \cos \theta > 0} \frac{\sin \theta}{\cos \theta} > \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \Rightarrow \tan \theta > \cot \theta$$

با توجه به اینکه $\tan \alpha > \cot \alpha$ و $\tan \beta < \cot \beta$ نتیجه می‌گیریم α در نیمه دوم و β در نیمه اول ربع اول است. یعنی $\alpha > 45^\circ$ و $\beta < 45^\circ$ ، با توجه به گزینه‌ها، گزینه ۲ پاسخ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۲

در مثلث قائم‌الزاویه شکل مقابل داریم:

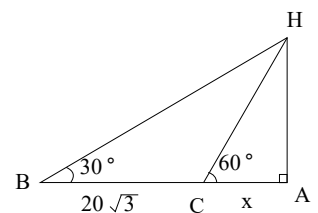
می‌دانیم:



فرض کنیم $AC = x$ به کمک تعریف نسبت‌های مثلثاتی داریم:

$$\triangle AHB : \tan 30^\circ = \frac{AH}{AB} = \frac{AH}{20\sqrt{3} + x} \Rightarrow AH = (20\sqrt{3} + x) \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 20 + \frac{x\sqrt{3}}{3}$$

$$\triangle AHC : \tan 60^\circ = \frac{AH}{AC} = \frac{AH}{x} \Rightarrow AH = x\sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{AH}{\sqrt{3}}$$



با جایگذاری این مقدار در (*) داریم:



$$AH = 20 + \frac{AH}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{2}{3}AH = 20 \Rightarrow AH = 30$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۳

می دانیم: $\tan \theta = \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta}, \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

$$A = \frac{\cos \theta + \sin \theta}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta \cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\sin \theta \cos \theta}$$

$$\Rightarrow A = \frac{\theta + \sin \theta}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{\theta + \sin \theta}{\sin \theta \cos^2 \theta} \Rightarrow A = \frac{1}{\sin \theta} + \frac{1}{\cos^2 \theta} \quad (I)$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta \Rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$$

$$\xrightarrow{(I)} A = \frac{1}{-\frac{3}{5}} + \frac{1}{\frac{16}{25}} = -\frac{5}{3} + \frac{25}{16} = \frac{-80 + 75}{48} = -\frac{5}{48}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۴

می دانیم: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b), 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cot^2 \theta}, \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$

$$\begin{aligned} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)(1 + \tan^2 \alpha) + \tan^2 \alpha &= (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \underbrace{\left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \right)}_1 + \tan^2 \alpha \\ &= \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + \tan^2 \alpha = 1 - \tan^2 \alpha + \tan^2 \alpha = 1 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۵

می دانیم: $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}, \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}, (a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

$$\begin{cases} \frac{1 + \cos x}{1 - \cos^2 x} = \frac{\sin x(1 - \cos x)}{\sin^2 x} = \frac{1}{\sin x} \\ \frac{1 + \sin x}{1 - \sin^2 x} = \frac{\cos x(1 + \sin x)}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos x} \end{cases}$$

$$A = \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin x} = \frac{2}{\sin x} + \frac{2}{\cos x}$$

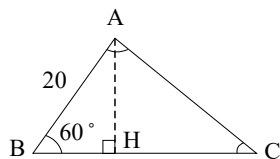
۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۶

راه اول:

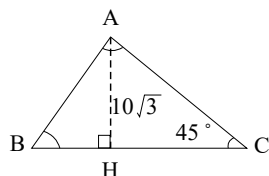


می دانیم: $\sin \theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$ $\cos \theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}$

با رسم ارتفاع AH داریم:



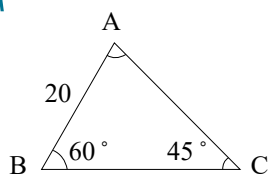
$$\sin 60^\circ = \frac{AH}{20} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AH = 10\sqrt{3}$$



$$\sin 45^\circ = \frac{AH}{AC} = \frac{10\sqrt{3}}{AC} \Rightarrow AC = \frac{20\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{20\sqrt{6}}{2} = 10\sqrt{6}$$

راه دوم:

می دانیم: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin \theta$ (θ : زاویه بین AB , AC)



$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times AC \times BC \times \sin 45^\circ$$

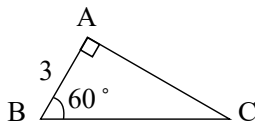
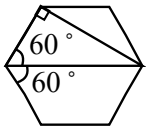
$$\Rightarrow AB \times \sin 60^\circ = BC \times \sin 45^\circ \Rightarrow 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = BC \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow BC = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$BC = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{20\sqrt{6}}{2} = 10\sqrt{6}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۷

می دانیم: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin \theta$ (θ : زاویه بین AB , AC)
مجموع زوایای داخلی n ضلعی منتظم $= (n - 2) \times 180^\circ$

هر زاویه داخلی $= 120^\circ \Rightarrow \frac{720^\circ}{6} = 120^\circ$ مجموع زوایای داخلی ۶ ضلعی منتظم



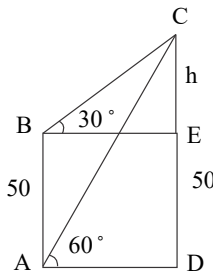
$$\cos 60^\circ = \frac{3}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow BC = 6$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 3 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۸

می دانیم:

$$\tan \theta = \frac{\text{متقابل}}{\text{مجاور}}$$



$$\triangle ACD : \tan 60^\circ = \frac{h + 50}{AD} \Rightarrow AD = \frac{h + 50}{\tan 60^\circ}$$

$$\triangle BCE : \tan 30^\circ = \frac{h}{BE} \Rightarrow BE = \frac{h}{\tan 30^\circ}$$

در شکل مقابل در دو مثلث $\triangle BCE$ و $\triangle ACD$ داریم:

$$AD = BE \Rightarrow \frac{h + 50}{\tan 60^\circ} = \frac{h}{\tan 30^\circ} \Rightarrow \frac{h + 50}{\sqrt{3}} = \frac{h}{\frac{1}{\sqrt{3}}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}h = \frac{\sqrt{3}}{3}(h + 50) \Rightarrow h = \frac{h}{3} + \frac{50}{3} \Rightarrow h - \frac{h}{3} = \frac{50}{3} \Rightarrow \frac{2h}{3} = \frac{50}{3} \Rightarrow 2h = 50 \Rightarrow h = 25$$

ارتفاع ساختمان بلندتر: $h + 50 = 25 + 50 = 75$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۹

$$1 + \tan^2 24^\circ = \frac{1}{\cos^2 24^\circ} \Rightarrow 1 + (\sqrt{3})^2 = 1 + 3 = 4 = \frac{1}{\cos^2 24^\circ} \Rightarrow \cos^2 24^\circ = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \cos 24^\circ = \pm \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{در ربع سوم}} \cos 24^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\sin^2 24^\circ = 1 - \cos^2 24^\circ \Rightarrow \sin^2 24^\circ = 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \sin 24^\circ = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{\text{در ربع سوم}} \sin 24^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$\frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = -\sqrt{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۰

می دانیم: $\begin{cases} \sin \theta < 0 \\ \cos \theta < 0 \end{cases}$ ، $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ ، $1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$

$$\frac{1}{\sin^2 \theta} = 1 + \cot^2 \theta \xrightarrow{\cot \theta = 2} \frac{1}{\sin^2 \theta} = 1 + 2^2 \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 \theta} = 5$$

$$\Rightarrow \sin^2 \theta = \frac{1}{5} \Rightarrow \sin \theta = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\begin{cases} \cos \theta < 0 \end{cases} \Rightarrow \theta \text{ ربع سوم} \Rightarrow \sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta \Rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos \theta = \pm \frac{2}{\sqrt{5}} \xrightarrow{\theta \text{ ربع سوم}} \cos \theta = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\sqrt{5}(\cos \theta - 2 \sin \theta) = \sqrt{5}\left(-\frac{2}{\sqrt{5}} - 2\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\right) = \sqrt{5}\left(\frac{-2}{\sqrt{5}} + \frac{2}{\sqrt{5}}\right) = \sqrt{5}(0) = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۱

می دانیم: $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{\cos x} - \tan x\right)\left(\frac{1}{1 - \sin x}\right) &= \left(\frac{1}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x}\right)\left(\frac{1}{1 - \sin x}\right) \\ &= \left(\frac{1 - \sin x}{\cos x}\right)\left(\frac{1}{1 - \sin x}\right) = \frac{1}{\cos x} = \sec x \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۲

می دانیم: مختصات نقطه $A(x, y)$ متناظر با زاویه θ روی دایره مثلثاتی به صورت $\begin{cases} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \\ \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \end{cases}$ است

داریم:

$$\sin \theta = -$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta \Rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \frac{4}{25} = \frac{25 - 4}{25} = \frac{21}{25}$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \pm \frac{\sqrt{21}}{5} \xrightarrow{\theta \text{ ربع سوم}} \cos \theta = -\frac{\sqrt{21}}{5}$$



$$\cot = \frac{1}{\sin \theta} = \frac{\frac{-\sqrt{2}}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{-\sqrt{21}}{2} = \frac{-1}{2} \times \sqrt{21} = \frac{-\sqrt{21}}{2}$$

راه دوم:

$$1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

می دانیم:

$$\frac{1}{\frac{4}{25}} = 1 + \cot^2 \theta \Rightarrow \frac{25}{4} = 1 + \cot^2 \theta \Rightarrow \cot^2 \theta = \frac{25}{4} - \frac{4}{4} = \frac{21}{4} \Rightarrow \cot \theta = \frac{-\sqrt{21}}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۳

$$1 - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta$$

می دانیم:

داریم:

$$\frac{1 - \sin 15^\circ}{1 + \sin 15^\circ} = \frac{(1 + \sin 15^\circ)^2 - (1 - \sin 15^\circ)^2}{1 - \sin^2 15^\circ}$$

$$= \frac{1 + \sin^2 15^\circ + 2 \sin 15^\circ - (1 + \sin^2 15^\circ - 2 \sin 15^\circ)}{\cos^2 15^\circ} = \frac{4 \sin 15^\circ}{\cos^2 15^\circ}$$

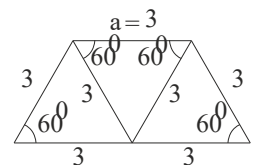
۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۴

می دانیم:

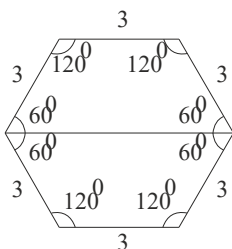
$$\sin \alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}, \cos \alpha = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}, \text{مجموع زوایای داخلی } n \text{ ضلعی منتظم} = (n - 2) \times 180^\circ$$

راه حل اول: دوزنقه داده شده همان نصف شش ضلعی منتظم است که از سه مثلث متساوی الاضلاع تشکیل شده است. پس مساحت آن برابر است با:

$$S = 3 \times \frac{1}{2} (a \times a \times \sin 60^\circ) = 3 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{4}$$

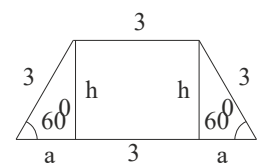


راه دوم: با توجه به شکل روبرو داریم:



$$\sin 60^\circ = \frac{h}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{a}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$



دوزنقه موردنظر از دو مثلث به ارتفاع h و قاعده a و یک مستطیل به طول ۳ و عرض h تشکیل می شود بنابراین برای بدست آوردن



مساحت آن، مساحت هر قسمت را محاسبه و در نهایت با هم جمع می‌کنیم:

$$S = \underbrace{2}_{\text{مثلث}} \times \underbrace{(- \times a \times h)}_{\text{مساحت هر مثلث}} + \underbrace{(3 \times h)}_{\text{مساحت مستطیل}} = \frac{3}{2} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} + 3 \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \left(\frac{3}{2} + \frac{6}{2} \right)$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2} \left(\frac{9}{2} \right) = \frac{27\sqrt{3}}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۵

می‌دانیم: $\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$, ربع دوم $\left\{ \begin{array}{l} \cos \theta < 0 \end{array} \right.$

راه اول:

$$\cos^3 \alpha \cdot \cot \alpha > 0 \Rightarrow \cos^3 \alpha \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} > 0 \Rightarrow \frac{\alpha}{\sin \alpha} > 0 \xrightarrow{\cos^3 \alpha > 0} \sin \alpha > 0$$

$$(I) \quad \sin \alpha > 0 \Rightarrow \frac{1}{\sin \alpha} > 0 \Rightarrow 1 + \frac{1}{\sin \alpha} > 0$$

$$\cos \alpha + \cot \alpha < 0 \Rightarrow \cos \alpha + \frac{1}{\sin \alpha} < 0 \Rightarrow \cos \alpha \left(1 + \frac{1}{\sin \alpha} \right) < 0 \xrightarrow{(I)} \cos \alpha < 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos \alpha < 0 \\ \sin \alpha > 0 \end{array} \right. \Rightarrow \text{ربع دوم } \alpha$$

راه حل دوم:

$$\cos^3 \alpha \times \cot \alpha > 0 \rightarrow \underbrace{\quad}_{\text{هم علامت}} \quad (I)$$

$$\cos \alpha + \cot \alpha < 0 \xrightarrow{(I)} \underbrace{\quad}_{\text{هر دو منفی}}$$

چون $\cos \alpha$ و $\cot \alpha$ هر دو منفی هستند، پس α در ناحیه دوم مثلثاتی قرار می‌گیرد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۶

می‌دانیم:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \theta \quad (\theta : \text{زاویه بین } AC, AB)$$

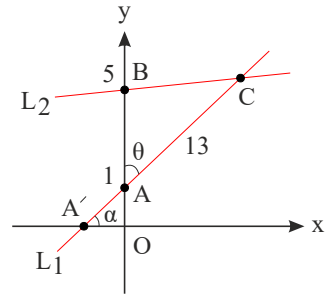
$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

شیب خطی که با جهت مثبت محور x زاویه α می‌سازد $\tan \alpha =$

می‌دانیم مساحت مثلث از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \theta \Rightarrow 24 = \frac{1}{2} (5 - 1) \times 13 \times \sin \theta \Rightarrow \sin \theta = \frac{12}{13}$$



در مثلث $AA'O$ داریم:

$$\begin{cases} \hat{A} = \theta, \sin \theta = \frac{AA'}{AA'} \Rightarrow \sin \theta = \cos \alpha = \frac{12}{13} \\ \hat{A}' = \alpha, \cos \alpha = \frac{AA'}{AA'} \end{cases}$$

با توجه به اینکه شیب خط برابر است با تانژانت زاویه خط با جهت مثبت محور x ها، بنابراین کافیت $\tan \alpha$ را به دست آوریم:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \xrightarrow{\tan \alpha > 0} \tan \alpha = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{12}{13}\right)^2} - 1} = \frac{5}{12}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۷

می دانیم:

برای هر زاویه α و β می دانیم:

$$\xrightarrow{(I)+(II)} -3 \leq \cos \beta - 2 \sin \alpha \leq 3 \xrightarrow{\times \frac{1}{5}} -\frac{3}{5} \leq \underbrace{\frac{\cos \beta - 2 \sin \alpha}{5}}_{\sin \theta} \leq \frac{3}{5}$$

$$-\frac{3}{5} \leq \sin \theta \leq \frac{3}{5}$$

با توجه به حدود بدست آمده برای $\sin \theta$ ، نمی تواند $-\frac{7}{10}$ باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۸

میدانیم:

شیب خط برابر است با تانژانت زاویه ای که خط با جهت مثبت محور x می سازد

شیب خط گذرا از نقاط (x_1, y_1) و (x_2, y_2) برابر است با

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \tan^2 \theta$$

با توجه به شکل، خط از دو نقطه $(0, 2)$ و $(3, 0)$ می گذرد، بنابراین:



$$m = \frac{-2}{0-3} = \frac{-2}{3}$$

$$m = \tan \theta = \frac{-2}{3}$$

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow 1 + \left(\frac{-2}{3}\right)^2 = 1 + \frac{4}{9} = \frac{13}{9} = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{9}{13}$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \pm \frac{3}{\sqrt{13}} \xrightarrow{\text{ربع دوم } \theta} \cos \theta = -\frac{3}{\sqrt{13}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۹

می دانیم: شیب خطی که با جهت شیب محور x زاویه α بسازد برابر است با

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad \text{ناحیه دوم } \alpha \\ y - y_0 = m(x - x_0) : (x_0, y_0) \text{ گذرا از نقطه} \end{array} \right.$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2 = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{5}{13} \xrightarrow{\text{ربع دوم } \alpha} \cos \alpha = -\frac{5}{13}$$

$$m = \tan \alpha = \frac{\frac{12}{13}}{-\frac{5}{13}} = -\frac{12}{5}$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \xrightarrow{m = \frac{-12}{5}} y - 0 = \frac{-12}{5} \left(x - \frac{1}{2}\right)$$

$(x_0, y_0) = \left(\frac{1}{2}, 0\right)$

$$\Rightarrow y = \frac{-12x}{5} + \frac{6}{5} \Rightarrow 5y = -12x + 6 \Rightarrow 5y = 6 - 12x$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۰

می دانیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \\ \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} \\ (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab \end{array} \right.$$

$$(1 + \tan \alpha)(1 + \cot \alpha) - \frac{1}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} = (1 + \tan \alpha)\left(1 + \frac{1}{\tan \alpha}\right) - \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha}$$

$$= 1 + \tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha} + \frac{1}{\tan \alpha} - \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} = 1 + \frac{1}{\tan \alpha} + 1 - \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha}$$

$$= 2 + \frac{1}{\frac{\cos^2 \alpha}{\tan \alpha}} - \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} = 2 + \frac{1}{\cos^2 \alpha} \times \frac{1}{\sin \alpha} - \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha}$$

$$= 2 + \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} - \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} = 2$$

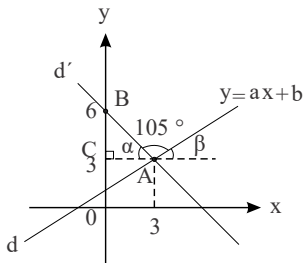


۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۱

می‌دانیم: شیب خطی که با جهت مثبت محور x زاویه α بسازد برابر است با $m = \tan \alpha$

معادله خط با شیب m و عرض از مبدأ b برابر است با $y = mx + b$

مطابق شکل زیر، در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:



$$\tan \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{3} = 1 \xrightarrow{\text{حاد است}} \alpha = 45^\circ$$

زاویه‌ای که خط d با جهت مثبت محور x می‌سازد را به دست می‌آوریم:

$$\alpha + 105^\circ + \beta = 180^\circ \xrightarrow{\alpha=45^\circ} \beta = 30^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۲

می‌دانیم:

$$\tan 45 = \cot 45 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$A = (\tan 5 - \cot 5) \underbrace{(\tan 6 - \cot 6) \dots (\tan 45 - \cot 45)}_{\text{صفر}} \dots (\tan 81 - \cot 81) = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۳

$$\tan \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{1}{\frac{1}{\sin \alpha}} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$A = \sqrt{\frac{5 \times \frac{1}{\cos \alpha} - 2 \cos \alpha}{1 \cos \alpha - 2 \sin \alpha}} = \sqrt{\frac{\frac{5}{\cos \alpha} - 2 \cos \alpha}{1 \cos \alpha - 2 \sin \alpha}} = \sqrt{\frac{\frac{15}{\cos \alpha} - \frac{14}{\cos \alpha}}{\frac{56}{\cos \alpha} - \frac{1}{\cos \alpha}}} = \sqrt{\frac{\frac{-\cos \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{56 - 1}{\cos \alpha}}} = \sqrt{\frac{1}{55}} = \sqrt{\frac{2}{100}} = \frac{\sqrt{2}}{10}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۴

می‌دانیم:

$$\alpha \text{ ربع چهارم} \left\{ \begin{array}{l} 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \\ \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} \end{array} \right.$$



$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \frac{9}{16}} = \frac{1}{\frac{16}{16} + \frac{9}{16}} = \frac{1}{\frac{25}{16}} = \frac{16}{25}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{16}{25}} = \pm \frac{4}{5} \quad \begin{matrix} \text{ربع چهارم } \alpha \\ \cos \alpha > 0 \end{matrix} \rightarrow \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{-\frac{3}{4}} = -\frac{4}{3}$$

$$\cos \alpha \cdot \cot \alpha = \frac{4}{5} \times \frac{-4}{3} = \frac{-16}{15}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1, \quad 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$90^\circ < \alpha < 180^\circ \rightarrow \text{ربع دوم} \{ \sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0 \}$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۵

$$\frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \tan^2 \theta \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \frac{9}{16} = \frac{16}{16} + \frac{9}{16} = \frac{25}{16}$$

$$\cos^2 \theta = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos \theta = \pm \sqrt{\frac{16}{25}} = \pm \frac{4}{5} \quad \begin{matrix} \text{ربع سوم } \alpha \\ \cos \theta < 0 \end{matrix} \rightarrow \cos \theta = -\frac{4}{5}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \left(-\frac{4}{5}\right)^2 = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$$

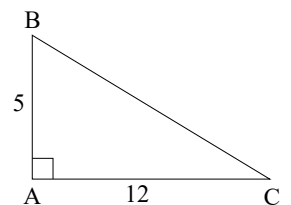
$$\sin^2 \theta = \frac{9}{25} \Rightarrow \sin \theta = \pm \sqrt{\frac{9}{25}} = \pm \frac{3}{5} \quad \begin{matrix} \text{ربع سوم } \alpha \\ \sin \theta < 0 \end{matrix} \rightarrow \sin \theta = -\frac{3}{5}$$

$$\cos \theta - \sin \theta = \frac{-4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{-7}{5}$$

در مثلث قائم الزاویه ABC با فرض $AB = 5$ و $AC = 12$ مطابق شکل داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۶

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow BC = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$$

$$\begin{cases} \cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{13} \\ \cos C = \frac{AC}{BC} = \frac{12}{13} \end{cases} \Rightarrow \cos B + \cos C = \frac{5}{13} + \frac{12}{13} = \frac{17}{13}$$



$$\frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

یک ۶ ضلعی منتظم به ضلع a ، از ۶ مثلث متساوی الاضلاع تشکیل شده است که مساحت هر کدام از آنها ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۷

است؛ بنابراین داریم:

$$\text{مساحت ۶ ضلعی منتظم} = 6 \left(\frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \right) = \frac{3}{2} a^2 \sqrt{3} \Rightarrow \frac{3}{2} a^2 \sqrt{3} = 12 \sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 8 \Rightarrow a = 2\sqrt{2}$$

$$\text{محیط ۶ ضلعی منتظم} = P : 6a = 6(2\sqrt{2}) = 12\sqrt{2}$$

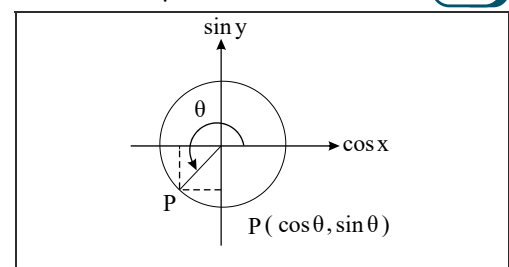


۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۸

$$\cos x = \frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow \sin x = \pm \sqrt{1 - \frac{5}{9}} = \pm \sqrt{\frac{4}{9}} = \pm \frac{2}{3} \xrightarrow[\sin x < 0]{\text{ربع چهارم } x} \sin x = -\frac{2}{3}$$

$$\cot x = \frac{\frac{\sqrt{5}}{3}}{-\frac{2}{3}} = -\frac{\sqrt{5}}{2}$$

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۹



$$y_P = \frac{-3}{5}$$

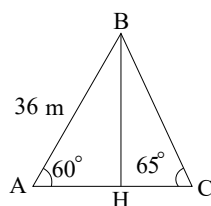
$$\cos \theta = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \pm \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \pm \sqrt{\frac{16}{25}} = \pm \frac{4}{5} \xrightarrow[\cos \theta < 0]{\text{ربع سوم } \theta} \cos \theta = -\frac{4}{5}$$

$$\cot \theta = \frac{\frac{-3}{5}}{-\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$$

$$\sin \theta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}$$

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۰

با رسم ارتفاع BH داریم:

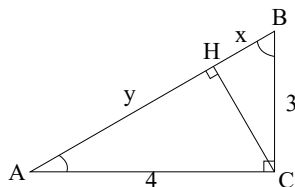


$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BH}{36} \Rightarrow BH = 18\sqrt{3}$$

$$\sin 65^\circ = \frac{BH}{BC} \Rightarrow 0.9 = \frac{18\sqrt{3}}{BC} \Rightarrow BC = \frac{18\sqrt{3}}{0.9} = 18\sqrt{3} \times \frac{10}{9} = 20\sqrt{3}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}$$

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۱



با نوشتن رابطه فیثاغورس در مثلث ABC داریم:

$$AB^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow AB = 5 \Rightarrow x + y = 5 \quad (I)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \triangle ABC : \cos \hat{B} = \frac{3}{5} \\ \triangle BCH : \cos \hat{B} = \frac{x}{5} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{x}{5} \Rightarrow x = \frac{9}{5} \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I), (II)} \frac{9}{5} + y = 5 \Rightarrow y = 5 - \frac{9}{5} = \frac{25 - 9}{5} = \frac{16}{5}$$

$$y = \frac{\frac{9}{5}}{\frac{16}{5}} = \frac{9}{16}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۲

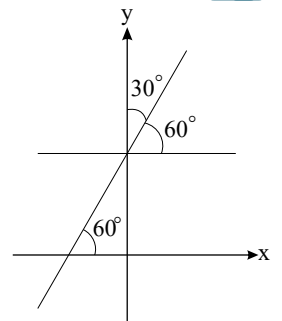
$$\cos \beta < 0 \rightarrow \begin{cases} \text{ربع چهارم} & -90^\circ < 180^\circ - \beta < 0^\circ \\ \text{ربع دوم} & 90^\circ < \beta < 180^\circ \end{cases}$$

$$\text{ربع سوم} \Rightarrow 180^\circ < \beta < 270^\circ \Rightarrow 0^\circ < 180^\circ - \beta < 90^\circ \Rightarrow \text{ربع اول}$$

شیب خطی که با جهت مثبت محور x زاویه θ بسازد، برابر است با: $\tan \theta$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۳ می‌دانیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \tan 60^\circ = \sqrt{3} \Rightarrow y = \sqrt{3}x + b \xrightarrow{(-1,1)} 1 = -\sqrt{3} + b \Rightarrow b = \sqrt{3} + 1 \end{array} \right.$$



شیب خطی که با جهت مثبت محور x زاویه θ بسازد، برابر است با: $\tan \theta$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۴ می‌دانیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \tan 45^\circ = 1 \Rightarrow y = x + b \xrightarrow{(2,3)} 3 = 2 + b \Rightarrow b = 1 \end{array} \right.$$

$$y = x + 1 \xrightarrow{(x,0)} x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۵ در دایره مثلثاتی شعاع $r = 1$ است و لذا مجموع مجذور طول و عرض هر نقطه‌ای روی دایره مثلثاتی برابر یک

می‌شود، یعنی $x^2 + y^2 = 1$ در گزینه «۱» و «۳» این حالت برقرار نیست پس یکی از گزینه‌های «۲» یا «۴» جواب است. از طرفی در دایره

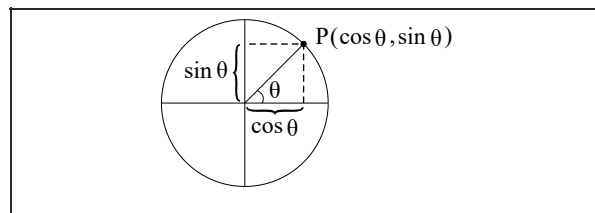
مثلثاتی اگر نقطه (x_P, y_P) مختصات انتهای کمان مربوط به زاویه α باشد، آن گاه $\tan \alpha = \frac{y_P}{x_P}$ است. پس:



$$\text{غ.ق. ۲: } \left(\frac{1}{5}, \frac{2\sqrt{6}}{5}\right) \Rightarrow \tan \alpha = \frac{y_P}{x_P} = \frac{\frac{2\sqrt{6}}{5}}{\frac{1}{5}} = 2\sqrt{6}$$

$$\text{غ.ق. ۴: } \left(\frac{2\sqrt{6}}{5}, \frac{1}{5}\right) \Rightarrow \tan \alpha = \frac{y_P}{x_P} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{2\sqrt{6}}{5}} = \frac{1}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{12} \checkmark$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۶



می دانیم:

$$\sin \theta = \frac{-\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \cos \theta = \pm \sqrt{1 - \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \pm \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \pm \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\xrightarrow{\text{ربع چهارم } \theta} \cos \theta = \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\cot \theta = \frac{\frac{\sqrt{6}}{3}}{\frac{-\sqrt{3}}{3}} = -\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = -\sqrt{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۷

$$y = ax + b \rightarrow \begin{cases} (2\sqrt{3}, 3) \Rightarrow 3 = 2\sqrt{3}a - 3 \Rightarrow 6 = 2\sqrt{3}a \Rightarrow a = \frac{6}{2\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \end{cases}$$

$$y = \sqrt{3}x - 3 \rightarrow \tan \beta = \sqrt{3} \Rightarrow \beta = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 120^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{120^\circ}{60^\circ} = 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۸

$$\cos \theta = \frac{-\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{\text{ربع سوم } \theta} \sin \theta = -\sqrt{1 - \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^2} = -\sqrt{1 - \frac{3}{4}} = -\sqrt{\frac{1}{4}} = -\frac{1}{2}$$

$$\tan \theta = \frac{\frac{-1}{2}}{\frac{-\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \sqrt{3}$$



$$A = \frac{\sqrt{3} \tan \theta - 2 \sin \theta}{\cot \theta} = \frac{\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 2 \times (-\frac{1}{2})}{\sqrt{3}} = \frac{1+2}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۹

$$\begin{cases} \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \\ \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \cot 30^\circ = \sqrt{3} \Rightarrow \cot^2 30^\circ = 3 \Rightarrow \cot^2 30^\circ - 1 = 3 - 1 = 2 \end{cases}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin^2 60^\circ = \frac{3}{4}$$

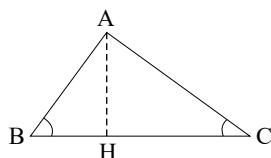
$$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \cos^2 45^\circ = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos^2 45^\circ = \frac{1}{2}$$

$$A = \left(\frac{\tan 30^\circ}{\cot^2 30^\circ - 1} \right) \left(\frac{\sqrt{3}}{\cos^2 45^\circ} \right) = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{2} \times \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6} \times 3 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{\tan 60^\circ}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۰

با رسم ارتفاع AH داریم:



$$\sin \hat{A} = \frac{AH}{AB} = \frac{2}{3} \Rightarrow AH = 2$$

$$\cos \hat{A} = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin^2 C = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Rightarrow \sin C = \pm \frac{4}{5} \xrightarrow{\hat{C} < 90^\circ} \sin C = \frac{4}{5}$$

$$\sin C = \frac{2}{AC} = \frac{4}{5} \Rightarrow AC = 2.5$$

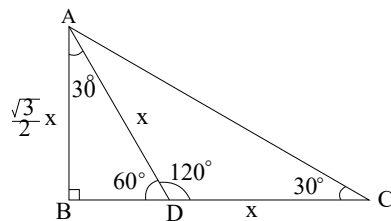
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin B$$

$$\sin 120^\circ = \sin 60^\circ$$

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۱



اگر $AD = DC = x$ باشد، آنگاه داریم:



$$S_{\triangle ABD} : 90^\circ + 30^\circ + 2\alpha = 180^\circ \Rightarrow 2\alpha = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$S_{\triangle ABD} : \cos 30^\circ = \frac{AB}{x} \Rightarrow AB = \frac{\sqrt{3}}{2}x$$

$$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}AD \cdot AB \cdot \sin A = \frac{1}{2} \times x \times \frac{\sqrt{3}}{2}x \times \sin 30^\circ = \frac{3}{8}x^2$$

$$S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}AD \cdot DC \cdot \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \times x \times x \times \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2$$

$$\frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}x^2}{\frac{3}{8}x^2} = 2$$

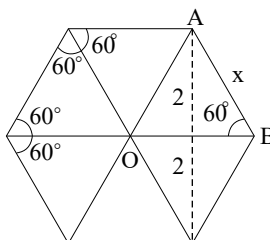
همان طور که می دانیم مساحت مثلث ABC را می توان از روابط زیر پیدا کرد. (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۲۲)

$$\begin{cases} S = \frac{1}{2}AB \times AC \times \sin 60^\circ \\ S = \frac{1}{2}AB \times BC \times \sin 45^\circ \end{cases} \Rightarrow AC \times \sin 60^\circ = BC \times \sin 45^\circ$$

$$\Rightarrow 10\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = BC \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 30 = \sqrt{2}BC \Rightarrow BC = \frac{30}{\sqrt{2}} \Rightarrow BC = 15\sqrt{2}$$

اندازه هر زاویه داخلی یک n ضلعی منتظم برابر است با: $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$ می دانیم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۲۳)

اندازه هر زاویه داخلی یک ۶ ضلعی منتظم برابر است با:



$$\theta = \frac{4 \times 180^\circ}{6} = 120^\circ$$

$$\sin 60^\circ = \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \times x \times x \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times \frac{2\sqrt{3}}{3} \times \frac{2\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$



مساحت ۶ ضلعی منتظم برابر است با:

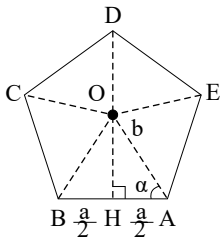
$$S_{\text{ضلعی ۶}} = 6S_{\triangle OAB} = 6 \times \frac{4\sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3}$$

اندازه هر زاویه داخلی یک n ضلعی منتظم برابر است با: $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۴

$$\hat{AOB} = \frac{360^\circ}{6} = 72^\circ$$

$$\hat{AOH} = \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$$



$$\alpha = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$$

$$\cos 54^\circ = \frac{\frac{a}{2}}{b} = \frac{6}{10} \Rightarrow \frac{a}{2} = 0.6b \Rightarrow b = \frac{a}{1.2}$$

$$\text{مساحت مثلث } AOB = \frac{1}{2}ab \sin 54^\circ = \frac{1}{2}a \times \frac{a}{1.2} \times \frac{8}{10} = \frac{a^2}{3}$$

$$\text{مساحت پنج ضلعی منتظم} = 5 \times \text{مساحت مثلث } AOB = \frac{5}{3}a^2$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha}, \quad \tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}$$

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۵

$$\tan 30^\circ = \frac{BC}{4} = \sqrt{3} \Rightarrow BC = 4\sqrt{3}$$

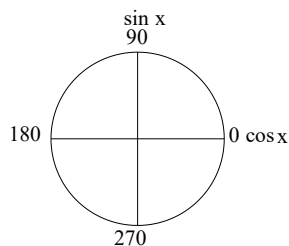
$$\tan 37^\circ = \frac{1}{\cot 37^\circ} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$$

$$\tan 67^\circ = \frac{BC}{CD} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{4\sqrt{3}}{CD} \Rightarrow CD = \frac{16\sqrt{3}}{3}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۶

با توجه به دایره مثلثاتی داریم:



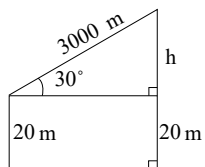
$$\Rightarrow \begin{cases} \cos 0^\circ = 1 \\ \sin 90^\circ = 1 \\ \tan 0^\circ = \frac{\sin 0^\circ}{\cos 0^\circ} = \frac{0}{1} = 0 \\ \cot 90^\circ = \frac{\cos 90^\circ}{\sin 90^\circ} = \frac{0}{1} = 0 \\ \cos 180^\circ = -1 \\ \sin 270^\circ = -1 \\ \tan 180^\circ = \frac{\sin 180^\circ}{\cos 180^\circ} = \frac{0}{-1} = 0 \\ \cot 270^\circ = \frac{\cos 270^\circ}{\sin 270^\circ} = \frac{0}{-1} = 0 \end{cases}$$

$$\frac{\cos 0^\circ - \sin 90^\circ - \tan 180^\circ}{\cos 0^\circ - \cot 270^\circ + \cot 90^\circ} = \frac{1 - 1 - 0}{1 - 0 + 0} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۷

می‌دانیم: $\sin \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}$

با رسم شکل داریم:



$$\Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{h}{3000} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{3000} \Rightarrow h = 1500m$$

ارتفاع از سطح زمین = $1500 + 20 = 1520m$

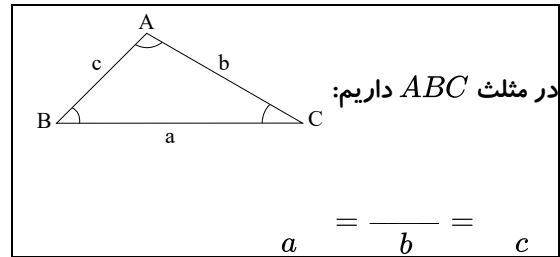
۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۸

$$\begin{aligned} & \frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{3} \\ & \frac{1}{6} < \sin \alpha < \frac{1}{3} \\ & \frac{1}{6} < 3m + 2 < \frac{1}{3} \\ & -\frac{11}{6} < 3m < -\frac{5}{6} \\ & -\frac{11}{18} < m < -\frac{5}{18} \Rightarrow m \in \left(-\frac{11}{18}, -\frac{5}{18}\right) \Rightarrow b - a = -\frac{1}{18} - \left(-\frac{5}{18}\right) = \frac{-1 + 5}{18} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9} \end{aligned}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۹

می دانیم:



$$\frac{\sin 45^\circ}{2} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{2 \times \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۰

می دانیم:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x \Rightarrow \sin x = \pm \sqrt{1 - \cos^2 x} = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2}$$

$$= \pm \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \pm \sqrt{\frac{5}{9}} = \pm \frac{\sqrt{5}}{3} \xrightarrow[\sin x > 0]{\substack{x \text{ ربع اول} \\ \sin x > 0}} \sin x = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\cot x = \frac{1}{\tan x} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$2 \tan x - 5 \cot x = 2 \times \frac{\sqrt{5}}{2} - 5 \times \frac{2\sqrt{5}}{5} = \sqrt{5} - 2\sqrt{5} = -\sqrt{5}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۱

می دانیم:

شیب خطی که با جهت مثبت محور x زاویه α می سازد؛ برابر است با: $\tan \alpha$

$$\begin{cases} \tan 60^\circ = \sqrt{3} = a \\ y = ax + b \xrightarrow{(-1,0)} 0 = -\sqrt{3} + b \Rightarrow b = \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۲

می دانیم:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

$$\sqrt{1 + \tan^2 \alpha} - \frac{1}{\cos \alpha} = 0 \Rightarrow \sqrt{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha} \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} = \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{1}{\cos \alpha} \right| = \frac{1}{\cos \alpha} \Rightarrow \cos \alpha > 0 \quad (I)$$

$$\sin \alpha \cos \alpha < 0 \xrightarrow{I} \sin \alpha < 0 \quad (II)$$

$$(I), (II) : \begin{cases} \cos \alpha > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{ربع چهارم } \alpha$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۳

$$\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{9} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow 1 - 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{9} \Rightarrow 2 \sin \theta \cos \theta = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \Rightarrow \sin \theta \cos \theta = \frac{4}{9}$$

$$\tan \theta + \cot \theta = \frac{\theta}{\cos \theta} + \frac{\theta}{\sin \theta} = \frac{\theta + \theta}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{1}{\frac{4}{9}} = \frac{9}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۴

می دانیم:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \alpha$$

$$\tan \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow 1 + \tan^2 \alpha = 1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 1 + \frac{9}{16} = \frac{25}{16} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{16}{25}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{16}{25}} \xrightarrow{\cos \alpha > 0} \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \pm \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \pm \sqrt{\frac{9}{25}} = \pm \frac{3}{5} \xrightarrow{\sin \alpha > 0} \sin \alpha = \frac{3}{5}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \frac{3}{5} = 14.4$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۵

می دانیم:

$$\begin{aligned} 1 + \tan^2 \alpha &= \frac{1}{\cos^2 \alpha} \\ 1 + \cot^2 \alpha &= \frac{1}{\sin^2 \alpha} \\ \tan \alpha \cot \alpha &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} - 2} + \cot x \\ &= \sqrt{(1 + \cot^2 x) + (1 + \tan^2 x) - 2} + \cot x \\ &= \sqrt{\cot^2 x + \tan^2 x + 2 - 2} + \cot x = \sqrt{\cot^2 x + \tan^2 x - 2} + \cot x \\ &= \sqrt{\cot^2 x + \tan^2 x - 2 \tan x \cot x} + \cot x = \sqrt{(\cot x - \tan x)^2} + \cot x \\ &= |\cot x - \tan x| + \cot x \stackrel{45^\circ < x < 90^\circ}{\substack{\cot x < \tan x}} = \tan x - \cot x + \cot x = \tan x \end{aligned}$$

بررسی سایر گزینه ها: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۶

الف) نادرست زیرا:

$$\frac{1}{\sin \theta} \times \tan \theta = \frac{1}{\sin \theta} \times \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos \theta}$$

ب) درست زیرا:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\cos x} - \frac{1}{1 + \sin x} &= \frac{1 + \sin x - \cos x}{\cos x(1 + \sin x)} = \frac{1 + \sin x - \cos x}{\cos x(1 + \sin x)} \\ &= \frac{\sin x + \sin^2 x}{\cos x(1 + \sin x)} = \frac{\sin x(1 + \sin x)}{\cos x(1 + \sin x)} = \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x \end{aligned}$$

ج) درست زیرا:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\cos \alpha} + \cot \alpha &= \frac{1}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} \\ &= \frac{\cos \alpha (\frac{1}{\cos \alpha} + \cos \alpha)}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1 + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha} \end{aligned}$$

د) درست زیرا:

$$\sin^2 \theta - \cos^2 \theta = (\underbrace{\sin \theta + \cos \theta}_{=1})(\sin \theta - \cos \theta) = \sin \theta - \cos \theta$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۷

$$\triangle HBC : H \quad C = \quad , B \quad C = \quad \Rightarrow H \quad B =$$

$$\Rightarrow \sin(\widehat{H \hat{B}}) = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} \Rightarrow \sin 45^\circ = \frac{HB}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{BC}$$



$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{2} = \frac{2}{2BC} \Rightarrow BC = \frac{2}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{2} \Rightarrow BC = \sqrt{3}+1$$

$$\triangle ABC : \tan(\hat{A} \hat{B}) = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{AB}{\sqrt{3}+1} \Rightarrow AB = 3 + \sqrt{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۸

$$\frac{\theta-1}{\tan \theta-1} - \frac{1}{\cos^2 \theta} = 2$$

$$x^2-1 = (x-1)(x^2+x+1)$$

$$1 - \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

می دانیم:

$$\frac{(\tan \theta - 1)(\tan^2 \theta + \tan \theta + 1)}{(\tan \theta - 1)} - (1 + \tan^2 \theta) = \sqrt{2}$$

$$\cancel{\tan^2 \theta} + \tan \theta \cancel{+ 1} - \cancel{1} - \cancel{\tan^2 \theta} = \sqrt{2} \Rightarrow \tan \theta = \sqrt{2}$$

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow 1 + 2 = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow \frac{1}{3} = \cos^2 \theta \Rightarrow \cos \theta = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\begin{array}{l} \theta \text{ ربع سوم} \\ \cos \theta < 0 \end{array} \rightarrow \cos \theta = \frac{-\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \left(\frac{-\sqrt{3}}{3}\right)^2 = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin \theta = \pm \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\begin{array}{l} \theta \text{ ربع سوم} \\ \sin \theta < 0 \end{array} \rightarrow \sin \theta = -\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{6}}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۹

$$\tan \alpha = \sqrt{5} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{5} \cos \alpha$$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{20} \sin \alpha}{(\sqrt{5}-1) \sin \alpha + \sqrt{5} \cos \alpha} &= \frac{\sqrt{20} \times \sqrt{5} \cos \alpha}{(\sqrt{5}-1) \sqrt{5} \cos \alpha + \sqrt{5} \cos \alpha} = \frac{\sqrt{5} \cos \alpha \times \sqrt{20}}{\sqrt{5} \cos \alpha (\sqrt{5}-1+1)} \\ &= \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}} = 2 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴۰

$$(\sin x + \cos x)^2 = \frac{4}{25} \Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = \frac{4}{25}$$

$$\Rightarrow 1 + 2 \sin x \cos x = \frac{4}{25} \Rightarrow 2 \sin x \cos x = \frac{-21}{25} \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{-21}{50}$$



$$A = \tan x + \cot x = \frac{x}{\cos x} + \frac{x}{\sin x} = \frac{x + x}{\sin x \cos x} = \frac{1}{\sin x \cos x} = \frac{-50}{21}$$

بررسی گزینه‌ها: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴۱

۱) نادرست: $1 + \sin^2 \theta = 1 + \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{\theta + \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{1}{\sin^2 \theta}$

۲) نادرست: $(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta) = 1 - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta$

۳) درست: $\frac{1}{1 + \sin \theta} = \frac{\text{طرفین وسطین}}{\cos \theta} \rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$

۴) نادرست: $\frac{1}{\cos \theta} - \tan \theta = \frac{1}{\cos \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta}$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴۲

($\theta - \theta (1 + \theta - (\theta - 1$

$$= \left((\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \left(\frac{\theta - \theta}{1} \right) \right)^2 \left(\frac{1}{\cos^2 \theta} \right)^2 - (\tan^2 \theta - 1)^2$$

$$= \left(\frac{\theta - \theta}{\cos^2 \theta} \right)^2 - (\tan^2 \theta - 1)^2 = (1 - \tan^2 \theta)^2 - (-1 + \tan^2 \theta)^2 = 0$$

بررسی گزینه‌ها: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴۳

الف) درست زیرا:

$$\sin^2 \theta - \cos^2 \theta = \left(\frac{\theta - \theta}{1} \right) (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) = \sin^2 \theta - \cos^2 \theta$$

$$= \theta - (1 - \theta) = \theta - 1 + \theta = 2\theta - 1$$

ب) درست زیرا:

$$\tan^2 \theta - \sin^2 \theta = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} - \sin^2 \theta = \frac{\theta - \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$= \frac{\theta(1 - \theta)}{\cos^2 \theta} = \frac{\theta \times \theta}{\cos^2 \theta} = \sin^2 \theta \tan^2 \theta$$

پ) نادرست زیرا:

$$\sec^2 \theta - \cot^2 \theta = \sec^2 \theta - \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{\theta - \theta}{\sin^2 \theta}$$



$$= \frac{\cos^2 \theta (\sin^2 \theta - 1)}{\sin^2 \theta} = -\frac{\cos^2 \theta \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = -\cot^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x \quad \text{می دانیم: } \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{4} \quad \boxed{244}$$

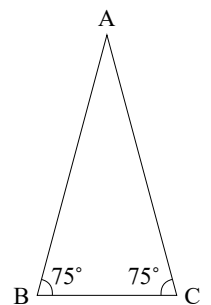
$$A = \left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)^2 - 2 \tan^2 x \left(\frac{1}{\cos^2 x}\right) = (1 + \tan^2 x)^2 - 2 \tan^2 x (1 + \tan^2 x)$$

$$A = 1 + 2 \tan^2 x + \tan^4 x - 2 \tan^2 x - 2 \tan^4 x = 1 + \tan^4 x$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \hat{A} \quad \text{می دانیم: } \boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{4} \quad \boxed{245}$$

$$\begin{cases} 25 = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin \hat{A} & \xrightarrow{AB=AC} 25 = \frac{1}{2} (AB)^2 \times \frac{1}{2} \\ \hat{A} = 180^\circ - (75^\circ + 75^\circ) = 30^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow AB^2 = 100 \Rightarrow AB = 10$$



$$\boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{4} \quad \boxed{246}$$

$$\tan \theta + \cot \theta < 0 \rightarrow \frac{1}{\cos \theta} + \frac{1}{\sin \theta} < 0 \rightarrow \frac{\theta + \theta}{\sin \theta \cos \theta} < 0 \rightarrow \frac{1}{\sin \theta \cos \theta} < 0$$

$$\rightarrow \sin \theta \cos \theta < 0 \rightarrow \begin{cases} \sin \theta > 0, \cos \theta < 0 \rightarrow (\text{ربع دوم}) \\ \sin \theta < 0, \cos \theta > 0 \rightarrow (\text{ربع چهارم}) \end{cases}$$

$$\boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{4} \quad \boxed{247}$$

شیب خطی که با جهت مثبت محور x زاویه θ سازد برابر است با: $\tan \theta$ می دانیم:

$$3x - 4y = 12 \rightarrow 4y = 3x - 12 \rightarrow y = \frac{3}{4}x - 3$$

$$\tan \alpha = \frac{3}{4} \rightarrow 1 + \tan^2 \alpha = 1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 1 + \frac{9}{16} = \frac{25}{16} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{16}{25} \rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{4}{5}$$

$$\boxed{1} \boxed{2} \boxed{3} \boxed{4} \quad \boxed{248}$$

$$A = \frac{(1 - \alpha)(1 + \alpha) + (1 - \alpha)(1 + \alpha) - 2}{\cos^2 \alpha} = \frac{1 - \alpha + 1 - \alpha - 2}{\cos^2 \alpha} = \frac{2 - (\alpha + \alpha)}{\cos^2 \alpha} = \frac{2 - 2\alpha}{\cos^2 \alpha}$$



$$= \frac{2-1}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴۹

۱) $\tan \theta < 0 \Rightarrow \frac{1}{\cos \theta} < 0 \Rightarrow \cos \theta$ و $\sin \theta$ غیر هم علامتند $\Rightarrow \theta$ در ربع دوم یا چهارم است.

۲) $\cos \theta \times \cot \theta < 0 \Rightarrow \cos \theta \times \frac{\theta}{\sin \theta} < 0 \Rightarrow \frac{\theta}{\sin \theta} < 0 \Rightarrow \sin \theta$ منفی است.

\Rightarrow از بین ربع های دوم و چهارم، ربع چهارم را می پذیریم.

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha$$

می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵۰

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} - \cot \alpha (\cot \alpha + \tan \alpha) = (1 + \cot^2 \alpha) - \cot^2 \alpha - 1 = 0$$



پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴

۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴

۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴
۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴

۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۱۹	۱	۲	۳	۴
۱۲۰	۱	۲	۳	۴
۱۲۱	۱	۲	۳	۴
۱۲۲	۱	۲	۳	۴
۱۲۳	۱	۲	۳	۴
۱۲۴	۱	۲	۳	۴
۱۲۵	۱	۲	۳	۴
۱۲۶	۱	۲	۳	۴
۱۲۷	۱	۲	۳	۴
۱۲۸	۱	۲	۳	۴
۱۲۹	۱	۲	۳	۴
۱۳۰	۱	۲	۳	۴
۱۳۱	۱	۲	۳	۴
۱۳۲	۱	۲	۳	۴
۱۳۳	۱	۲	۳	۴
۱۳۴	۱	۲	۳	۴
۱۳۵	۱	۲	۳	۴
۱۳۶	۱	۲	۳	۴
۱۳۷	۱	۲	۳	۴
۱۳۸	۱	۲	۳	۴
۱۳۹	۱	۲	۳	۴
۱۴۰	۱	۲	۳	۴



۱۴۱	۱	۲	۳	۴
۱۴۲	۱	۲	۳	۴
۱۴۳	۱	۲	۳	۴
۱۴۴	۱	۲	۳	۴
۱۴۵	۱	۲	۳	۴
۱۴۶	۱	۲	۳	۴
۱۴۷	۱	۲	۳	۴
۱۴۸	۱	۲	۳	۴
۱۴۹	۱	۲	۳	۴
۱۵۰	۱	۲	۳	۴
۱۵۱	۱	۲	۳	۴
۱۵۲	۱	۲	۳	۴
۱۵۳	۱	۲	۳	۴
۱۵۴	۱	۲	۳	۴
۱۵۵	۱	۲	۳	۴
۱۵۶	۱	۲	۳	۴
۱۵۷	۱	۲	۳	۴
۱۵۸	۱	۲	۳	۴
۱۵۹	۱	۲	۳	۴
۱۶۰	۱	۲	۳	۴
۱۶۱	۱	۲	۳	۴
۱۶۲	۱	۲	۳	۴
۱۶۳	۱	۲	۳	۴
۱۶۴	۱	۲	۳	۴
۱۶۵	۱	۲	۳	۴
۱۶۶	۱	۲	۳	۴
۱۶۷	۱	۲	۳	۴
۱۶۸	۱	۲	۳	۴

۱۶۹	۱	۲	۳	۴
۱۷۰	۱	۲	۳	۴
۱۷۱	۱	۲	۳	۴
۱۷۲	۱	۲	۳	۴
۱۷۳	۱	۲	۳	۴
۱۷۴	۱	۲	۳	۴
۱۷۵	۱	۲	۳	۴
۱۷۶	۱	۲	۳	۴
۱۷۷	۱	۲	۳	۴
۱۷۸	۱	۲	۳	۴
۱۷۹	۱	۲	۳	۴
۱۸۰	۱	۲	۳	۴
۱۸۱	۱	۲	۳	۴
۱۸۲	۱	۲	۳	۴
۱۸۳	۱	۲	۳	۴
۱۸۴	۱	۲	۳	۴
۱۸۵	۱	۲	۳	۴
۱۸۶	۱	۲	۳	۴
۱۸۷	۱	۲	۳	۴
۱۸۸	۱	۲	۳	۴
۱۸۹	۱	۲	۳	۴
۱۹۰	۱	۲	۳	۴
۱۹۱	۱	۲	۳	۴
۱۹۲	۱	۲	۳	۴
۱۹۳	۱	۲	۳	۴
۱۹۴	۱	۲	۳	۴
۱۹۵	۱	۲	۳	۴
۱۹۶	۱	۲	۳	۴

۱۹۷	۱	۲	۳	۴
۱۹۸	۱	۲	۳	۴
۱۹۹	۱	۲	۳	۴
۲۰۰	۱	۲	۳	۴
۲۰۱	۱	۲	۳	۴
۲۰۲	۱	۲	۳	۴
۲۰۳	۱	۲	۳	۴
۲۰۴	۱	۲	۳	۴
۲۰۵	۱	۲	۳	۴
۲۰۶	۱	۲	۳	۴
۲۰۷	۱	۲	۳	۴
۲۰۸	۱	۲	۳	۴
۲۰۹	۱	۲	۳	۴
۲۱۰	۱	۲	۳	۴
۲۱۱	۱	۲	۳	۴
۲۱۲	۱	۲	۳	۴
۲۱۳	۱	۲	۳	۴
۲۱۴	۱	۲	۳	۴
۲۱۵	۱	۲	۳	۴
۲۱۶	۱	۲	۳	۴
۲۱۷	۱	۲	۳	۴
۲۱۸	۱	۲	۳	۴
۲۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۲۴	۱	۲	۳	۴

۲۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۲۹	۱	۲	۳	۴
۲۳۰	۱	۲	۳	۴
۲۳۱	۱	۲	۳	۴
۲۳۲	۱	۲	۳	۴
۲۳۳	۱	۲	۳	۴
۲۳۴	۱	۲	۳	۴
۲۳۵	۱	۲	۳	۴
۲۳۶	۱	۲	۳	۴
۲۳۷	۱	۲	۳	۴
۲۳۸	۱	۲	۳	۴
۲۳۹	۱	۲	۳	۴
۲۴۰	۱	۲	۳	۴
۲۴۱	۱	۲	۳	۴
۲۴۲	۱	۲	۳	۴
۲۴۳	۱	۲	۳	۴
۲۴۴	۱	۲	۳	۴
۲۴۵	۱	۲	۳	۴
۲۴۶	۱	۲	۳	۴
۲۴۷	۱	۲	۳	۴
۲۴۸	۱	۲	۳	۴
۲۴۹	۱	۲	۳	۴
۲۵۰	۱	۲	۳	۴