

# MrKonkori

۱) دو نفر در یک آزمایشگاه، در ۵ روز متوالی همزمان شروع به کار کردند. امتیازات دقت کاری آنان، مطابق جدول زیر است، دقت کاری کدام بیشتر است؟

نفر اول	۷	۹	۸	۹	۷
نفر دوم	۱۰	۸	۶	۷	۹

- ۱) نفر اول      ۲) نفر دوم      ۳) یکسان      ۴) نیاز به اطلاعات بیشتر

۲) اگر داده‌های آماری ۱۱، ۱۵، ۱۷، ۱۶، ۱۴، ۹، ۱۱، ۱۲، ۱۵، ۱۸، ۱۴ را با نمودار جعبه‌ای نشان دهیم، انحراف معیار داده‌های داخل جعبه کدام است؟

- ۱) ۱٫۱      ۲) ۱٫۲      ۳) ۱٫۲۵      ۴) ۱٫۳

۳) در آزمایشگاهی ۵ موش سفید و ۳ موش سیاه نگهداری می‌شوند. به تصادف متوالیاً سه موش از بین آن‌ها انتخاب می‌شود. با کدام احتمال، اولین موش سفید و سومین موش سیاه است؟

- ۱)  $\frac{11}{56}$       ۲)  $\frac{17}{56}$       ۳)  $\frac{13}{56}$       ۴)  $\frac{15}{56}$

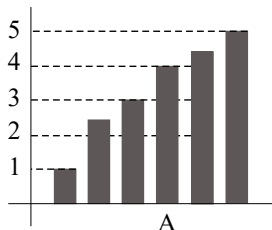
۴) از بین ۵ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه سه مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم چقدر احتمال دارد هر سه مهره هم رنگ باشند؟

- ۱)  $\frac{11}{28}$       ۲)  $\frac{11}{112}$       ۳)  $\frac{11}{56}$       ۴)  $\frac{11}{168}$

۵) میانگین ۱۰ عدد مساوی ۱۲ شده است. اگر یک عدد را کنار بگذاریم میانگین ۹ عدد باقی مانده مساوی ۱۱ می‌شود. عددی را که کنار گذاشته شده است کدام است؟

- ۱) ۲۱      ۲) ۲۰      ۳) ۱۲      ۴) ۱۱

۶) در مقایسه‌ی سطح زیر کشت غله‌ای در شش استان نمودار میله‌ای مقابل رسم شده است در نمودار دایره‌ای زاویه‌ی مرکزی متناظر استان A چند درجه است؟ (قسمت غیر صحیح هر دو میله ۰/۵ است)



- ۱) ۹۶      ۲) ۷۲      ۳) ۸۰      ۴) ۶۴

۷) گروه خونی افراد کدام نوع متغیر است؟

- ۱) کمی - گسسته      ۲) کیفی - ترتیبی      ۳) کمی - پیوسته      ۴) کیفی - اسمی



۸ در جدول فراوانی زیر، اگر میانگین داده‌ها ۱۸٫۴ باشد، در نمودار دایره‌ای زاویه‌ی مربوط به بازه (۲۱، ۲۵) چند درجه است؟

حدود دسته	۹ - ۱۳	۱۳ - ۱۷	۱۷ - ۲۱	۲۱ - ۲۵	۲۵ - ۲۹
فراوانی	۳	۴	۷	$x$	۱

۶۰ (۴)

۸۰ (۳)

۷۵ (۲)

۹۰ (۱)

۹ در آزمایشگاهی ۳ موش سفید و ۵ موش سیاه نگهداری می‌شوند. اگر به‌طور تصادفی ۴ موش از بین آن‌ها جهت آزمایشی برداشته شوند، با کدام احتمال فقط یکی از موش‌های مورد آزمایش، سفید است؟

$\frac{3}{5}$  (۴)

$\frac{3}{7}$  (۳)

$\frac{2}{5}$  (۲)

$\frac{2}{7}$  (۱)

۱۰ در پرتاب دو تاس احتمال آنکه مجموع دو تاس ۶ باشد چقدر است؟

$\frac{3}{36}$  (۴)

$\frac{4}{36}$  (۳)

$\frac{6}{36}$  (۲)

$\frac{5}{36}$  (۱)

۱۱ در پرتاب دو تاس احتمال آنکه مجموع دو تاس از ۷ کمتر باشد کدام است؟

$\frac{5}{12}$  (۴)

$\frac{7}{12}$  (۳)

$\frac{1}{2}$  (۲)

$\frac{1}{3}$  (۱)

۱۲ خانواده‌ای دارای چهار فرزند است می‌دانیم که دو فرزند اول آن‌ها پسر است. احتمال آن که دو فرزند دیگر این خانواده دختر باشد کدام است؟

$\frac{3}{8}$  (۴)

$\frac{5}{16}$  (۳)

$\frac{1}{4}$  (۲)

$\frac{3}{16}$  (۱)

۱۳ اگر میانگین داده‌های  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  برابر ۵ و واریانس آن‌ها برابر صفر باشد میانگین داده‌های  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  و  $(c + d)$  و  $(a + b)$  کدام است؟ (با کمی تغییر)

۸ (۴)

$\frac{40}{3}$  (۳)

$\frac{20}{3}$  (۲)

۱۰ (۱)

۱۴ در کدام بررسی، اندازه‌ی نمونه برابر اندازه‌ی جامعه است؟

(۴) با متغیر کیفی

(۳) نمونه تصادفی

(۲) دسته بندی

(۱) سرشماری

۱۵ اگر میانگین داده‌های  $x_1 - 1, x_2 - 2, \dots, x_n - n$  برابر  $\bar{x}$  باشد میانگین داده‌های  $x_1 + 1, x_2 + 2, \dots, x_n + n$  کدام است؟

$2\bar{x}$  (۴)

$\bar{x} + \frac{n+1}{2}$  (۳)

$\bar{x} + \frac{n(n+1)}{2}$  (۲)

$\bar{x} + n + 1$  (۱)

۱۶ سه تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که مجموع اعداد رو شده برابر ۸ باشد کدام است؟

$\frac{19}{216}$  (۴)

$\frac{7}{72}$  (۳)

$\frac{11}{36}$  (۲)

$\frac{5}{24}$  (۱)



۱۷) تاسی طوری ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد در یک بار پرتاب آن متناسب با عکس آن عدد می باشد. احتمال رو شدن عدد ۴ در یک بار پرتاب این تاس کدام است؟

۱)  $\frac{10}{49}$

۲)  $\frac{4}{49}$

۳)  $\frac{5}{49}$

۴)  $\frac{20}{147}$

۱۸) اگر  $S = \{1, 2, 3, 4\}$  فضای نمونه ای یک تجربه ی تصادفی باشد  $P(\{2, 3\}) = \frac{2}{3}$ ،  $P(\{2, 4\}) = \frac{1}{2}$

و  $P(2) = \frac{1}{3}$  در این صورت  $P(1)$  کدام است؟

۱)  $\frac{1}{6}$

۲)  $\frac{1}{3}$

۳)  $\frac{2}{6}$

۴)  $\frac{1}{2}$

۱۹) اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد ناسازگار و  $P(A) = \frac{1}{5}$  و  $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$ ،  $P(B)$  کدام است؟

۱)  $\frac{2}{5}$

۲)  $\frac{4}{5}$

۳)  $\frac{1}{3}$

۴)  $\frac{1}{2}$

۲۰) اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد باشند  $P(B) + P(A - B)$  برابر است با:

۱)  $P(A)$

۲)  $P(A \cup B)$

۳)  $P(B)$

۴)  $P(A \cap B)$

۲۱) اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد از یک فضای نمونه ای باشند آنگاه  $P(A \cup B') - P(A \cap B)$  کدام است؟

۱)  $P(B)$

۲)  $P(A')$

۳)  $P(B')$

۴)  $P(A)$

۲۲) دو کارت به تصادف و بدون جایگذاری از بین ۹ کارت به شماره های ۱ تا ۹ انتخاب می کنیم. اگر مجموع رقم های دو کارت زوج باشد. احتمال آن که هر دو رقم فرد باشند کدام است؟

۱)  $\frac{1}{2}$

۲)  $\frac{3}{4}$

۳)  $\frac{3}{8}$

۴)  $\frac{5}{8}$

۲۳) احتمال زنده ماندن در یک عمل پیوند برابر  $\frac{5}{8}$  است احتمال این که بدن او پس از یک ماه پیوند را قبول نکند

$\frac{3}{8}$  است. احتمال زنده ماندن یک بیمار پیوندی پس از این دو مرحله چقدر است؟

۱)  $\frac{2}{3}$

۲)  $\frac{1}{10}$

۳)  $\frac{4}{7}$

۴)  $\frac{5}{8}$

۲۴) اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد مستقل باشند و  $P(A) = \frac{2}{7}$  و  $P(A \cup B) = \frac{4}{7}$ ،  $P(B)$  کدام است؟

۱)  $\frac{3}{7}$

۲)  $\frac{25}{7}$

۳)  $\frac{2}{7}$

۴)  $\frac{15}{7}$

۲۵) در تیراندازی با یک تفنگ خاص احتمال اصابت گلوله به هدف ۹۰ درصد است. اگر هنگام استفاده از این تفنگ

تیراندازی را آن قدر ادامه دهیم تا گلوله به هدف اصابت نماید، احتمال آن که دقیقاً ۳ گلوله مصرف شود کدام است؟

۱)  $\frac{27}{100}$

۲)  $\frac{27}{100}$

۳)  $\frac{9}{1000}$

۴)  $\frac{9}{100}$

۲۶) اگر  $P(E) = \frac{1}{4}$  و  $P(F|E) = \frac{1}{2}$  و  $P(E|F) = \frac{1}{3}$  باشد در این صورت  $P(F)$  کدام است؟

۱)  $\frac{1}{8}$

۲)  $\frac{2}{3}$

۳)  $\frac{3}{8}$

۴)  $\frac{1}{3}$



۲۷) احتمال قبول شدن سه نفر در کنکور به ترتیب ۵۰ و ۶۰ و ۷۰ درصد است احتمال آن که دست کم یکی از این سه نفر در کنکور قبول شود کدام است؟

- ۱) ۹۲%    ۲) ۹۶%    ۳) ۹۰%    ۴) ۹۴%

۲۸) سکه‌ای را آنقدر پرتاب می‌کنیم تا یک رو ظاهر می‌گردد احتمال آن که تعداد فردی پرتاب لازم باشد کدام است؟

- ۱)  $\frac{2}{3}$     ۲)  $\frac{1}{2}$     ۳)  $\frac{1}{4}$     ۴)  $\frac{3}{4}$

۲۹) یک جفت تاس همگن را آنقدر می‌ریزیم تا مجموع ۷ بیاید. احتمال آن که دو بار ریختن لازم باشد کدام است؟

- ۱)  $\frac{1}{36}$     ۲)  $\frac{3}{36}$     ۳)  $\frac{7}{36}$     ۴)  $\frac{5}{36}$

۳۰) تاس همگنی را آنقدر می‌ریزیم تا ۶ بیاید احتمال این که کمتر از ۴ بار ریختن لازم باشد کدام است؟

- ۱)  $\frac{91}{216}$     ۲)  $\frac{92}{216}$     ۳)  $\frac{93}{216}$     ۴)  $\frac{94}{216}$

۳۱) جدول زیر چگونگی توزیع کارمندان اداره ای را نشان می‌دهد احتمال این که کارمندی از این اداره مرد یا لیسانس باشد کدام است؟

غیر لیسانس	لیسانس	مدرک/جنسیت
30	10	زن
40	20	مرد

- ۱)  $\frac{4}{7}$     ۲)  $\frac{5}{7}$     ۳)  $\frac{6}{7}$     ۴)  $\frac{7}{7}$

۳۲) سکه‌ای را ۲۰۰ مرتبه می‌اندازیم. احتمال آن که حداکثر ۲ مرتبه پشت بیاید کدام است؟

- ۱)  $\frac{20100}{2^{200}}$     ۲)  $\frac{19900}{2^{200}}$     ۳)  $\frac{20101}{2^{200}}$     ۴)  $\frac{19901}{2^{200}}$

۳۳) احتمال این که سه نفر به نام های  $A, B, C$  هدفی را بزنند به ترتیب مساوی  $\frac{1}{6}$  و  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{1}{3}$  است هر یک از آن سه یک بار به هدف تیراندازی می‌کند. احتمال این که فقط یکی به هدف بزند کدام است؟

- ۱)  $\frac{6}{31}$     ۲)  $\frac{31}{72}$     ۳)  $\frac{30}{72}$     ۴)  $\frac{37}{72}$

۳۴) اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد از یک فضای نمونه ای  $S$  باشند پیشامد «تنها یکی از دو پیشامد  $A$  یا  $B$  رخ دهد» کدام است؟

- ۱)  $(A \cap B)'$     ۲)  $(A \cup B)'$     ۳)  $A' \cup B$     ۴)  $(A - B) \cup (B - A)$

۳۵) در یک جعبه، ۱۰ ترانزیستور که ۴ تای آن‌ها خراب است وجود دارد ۳ ترانزیستور به تصادف یکی پس از دیگری انتخاب می‌کنیم احتمال این که هر سه سالم باشند کدام است؟

- ۱)  $\frac{3}{10}$     ۲)  $\frac{4}{6}$     ۳)  $\frac{3}{6}$     ۴)  $\frac{1}{6}$





۳۶ خانواده‌های  $A$  و  $B$  هر کدام دارای ۳ فرزند هستند، احتمال آن که تعداد دخترهای خانواده  $A$  از تعداد دخترهای خانواده  $B$  بیشتر باشد؟

- ①  $\frac{17}{32}$  ②  $\frac{7}{32}$  ③  $\frac{9}{32}$  ④  $\frac{11}{32}$

۳۷ اگر  $P(A - B) = \frac{2}{17}$  و  $P(B - A) = \frac{10}{17}$  و  $P(B) = 3P(A)$  باشد آنگاه  $P(A \cup B)$  چقدر است؟

- ①  $\frac{12}{17}$  ②  $\frac{16}{17}$  ③  $\frac{15}{17}$  ④  $\frac{14}{17}$

۳۸ شخص  $A$  یک تاس و شخص  $B$  دو تاس پرتاب می کند احتمال آن که مجموع دو تاسی که  $B$  پرتاب می کند برابر تاس  $A$  باشد کدام است؟

- ①  $\frac{15}{216}$  ②  $\frac{5}{216}$  ③  $\frac{3}{216}$  ④  $\frac{10}{216}$

۳۹ اگر ده جفت کفش به روی هم ریخته شود و از بین آن ها دو لنگه به تصادف انتخاب کنیم آن گاه احتمال این که دو لنگه متعلق به یک جفت باشند برابر است با:

- ①  $\frac{1}{10}$  ②  $\frac{1}{20}$  ③  $\frac{1}{19}$  ④  $\frac{1}{400}$

۴۰ شش عدد متمایز از مجموعه  $\{1, 2, \dots, 10\}$  به تصادف انتخاب می کنیم احتمال این که عدد ۳ و فقط یک عدد کوچکتر از ۳ در بین این ۶ عدد باشد کدام است؟

- ①  $\frac{1}{60}$  ②  $\frac{1}{6}$  ③  $\frac{1}{3}$  ④  $\frac{1}{2}$

۴۱ داده‌های آماری در ۴ دسته با درصد فراوانی نسبی آن‌ها بیان شده است. میانگین این داده‌ها کدام است؟

مرکز دسته	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۱۶٫۸ ②	۱۶٫۵ ①
درصد فراوانی نسبی	۱۵	۳۰	۲۵	$\alpha$	۱۷٫۱ ④	۱۷ ③

۴۲ واریانس ۱۱ داده ی آماری صفر است. اگر داده های ۲۴، ۱۶ و ۲۶ به آن ها اضافه شود، میانگین داده ها تغییر نمی کند، انحراف معیار ۱۴ داده ی حاصل کدام است؟

- ① ۰٫۷۵ ② ۱٫۲۵ ③ ۱٫۵ ④ ۲

۴۳ در آزمایشگاهی ۵ موش سفید و ۶ موش سیاه موجود است. به تصادف ۳ موش از بین آن ها خارج می کنیم. با کدام احتمال لااقل یکی از موش ها سفید است؟

- ①  $\frac{8}{11}$  ②  $\frac{9}{11}$  ③  $\frac{28}{33}$  ④  $\frac{29}{33}$



۴۴ شرکتی ۱۶۰ کارمند دارد که مدارک تحصیلی آنان با ۶ کد متمایز مشخص شده‌اند. در نمودار دایره ای، زاویه ی مرکزی هر گروه با واحد درجه مطابق جدول روبه رو است. تعداد کارکنان با کد ۴ کدام است؟

کد	۱	۲	۳	۴	۵	۶
زاویه ی مرکزی	۲۷	۴۵	۹۹	$\alpha$	۵۴	۱۸

۵۸ (۴)

۵۶ (۳)

۵۴ (۲)

۵۲ (۱)

۴۵ در جدول فراوانی مقابل واریانس داده ها کدام است؟

مرکز دسته	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴
فراوانی	۴	۳	۹	۷	۲

۱۲٫۳۶ (۴)

۱۲٫۲۴ (۳)

۱۱٫۹۶ (۲)

۱۱٫۷۲ (۱)

۴۶ چهار رقم ۳ و ۲ و ۱ و ۰ را به تصادف در کنار هم قرار می دهیم تا عددی چهار رقمی حاصل شود با کدام احتمال یک عدد چهار رقمی مضرب ۶، حاصل می شود؟

 $\frac{5}{9}$  (۴) $\frac{4}{9}$  (۳) $\frac{5}{12}$  (۲) $\frac{1}{3}$  (۱)

۴۷ در داده های آماری دسته بندی شده، مساحت نمودار مستطیلی آن را  $S$  و سطح زیر نمودار چندبر فراوانی را که دو سر آن بر روی محور افقی باشد،  $S'$  می نامیم، نسبت  $\frac{S'}{S}$  چگونه است؟

۴ اظهار نظر نمی توان کرد.

۳ برابر ۱

۲ بزرگ تر از ۱

۱ کوچک تر از ۱

۴۸ در یک خانواده ی سه فرزندی، می دانیم یکی از فرزندان پسر است. با کدام احتمال دو فرزند دیگر، دختر است؟

۴ ۸

۳ ۷

۲ ۷

۱ ۸

۴۹ در ۱۲ داده ی آماری مجموع تمام داده ها ۷۲ و مجموع مجزورات آن ها ۴۸۰ می باشد. ضریب تغییرات این داده ها کدام است؟

 $\frac{1}{4}$  (۴) $\frac{1}{3}$  (۳) $\frac{2}{9}$  (۲) $\frac{2}{5}$  (۱)

۵۰ در جدول فراوانی تجمعی زیر میانگین داده ها، کدام است؟

مرکز دسته		۸	۹	۱۰	۱۱
فراوانی تجمعی	۸	۲۴	۴۴	۶۸	۸۰

۹٫۵ (۴)

۹٫۴ (۳)

۹٫۳ (۲)

۹٫۲ (۱)

۵۱ در ۱۵۰ داده ی آماری با میانگین ۱۲، به دو برابر هر یک از داده ها ۳ واحد اضافه می کنیم. تا داده های جدیدی حاصل شود. ضریب تغییرات داده های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده های قبلی است؟

 $\frac{8}{9}$  (۴)

۸ (۳)

 $\frac{5}{6}$  (۲) $\frac{7}{9}$  (۱)

۵۲ در کیسه ای ۵ مهره با شماره های ۱ تا ۵ وجود دارد. این مهره ها را به طور تصادفی پی در پی بدون جای گذاری خارج می کنیم. با کدام احتمال دو مهره با شماره ی فرد متوالیاً خارج نمی شوند؟

۰٫۲۵ (۴)

۰٫۲ (۳)

۰٫۱۵ (۲)

۰٫۱ (۱)



۵۲ در جعبه‌ای ۹ مهره ی سفید و ۹ مهره ی سیاه موجود است. دو مهره متوالیاً و بدون جای گذاری از آن بیرون می آوریم. با کدام احتمال بدون توجه به اولین مهره، دومین مهره ی خارج شده سفید است؟

- ①  $\frac{5}{14}$       ②  $\frac{2}{7}$       ③  $\frac{2}{5}$       ④  $\frac{3}{5}$

۵۴ در یک بیمارستان ۵ نوزاد در یک روز متولد شده‌اند. با کدام احتمال لااقل دو نفر از آنان دختر است؟

- ①  $\frac{5}{16}$       ②  $\frac{7}{8}$       ③  $\frac{7}{16}$       ④  $\frac{13}{16}$

۵۵ مجموع ۸ داده ی آماری برابر ۸۰ ضریب تغییرات آن ها ۰٫۵ می باشد، مجموع مربعات این داده ها کدام است؟

- ① ۲۴۰      ② ۳۲۰      ③ ۳۶۰      ④ ۴۵۰

۵۶ در رسم نمودار درصد فراوانی تجمعی داده های پیوسته ی دسته بندی شده، دو نقطه ی متوالی (۴۴، ۵۵) و (۴۷، ۶۷) از روی جدول رسم شده اند. اگر فراوانی کل ۷۵ باشد، چند داده بین ۴۴ و ۴۷ قرار دارد؟

- ① ۸      ② ۹      ③ ۱۰      ④ ۱۲

۵۷ با توجه به جدول آماری دسته بندی شده زیر، مقدار ضریب تغییرات داده های  $x$  کدام است؟

$x - 44$	-3	-1	1	3	5
فراوانی	4	7	5	3	1

- ① ۰٫۰۵      ② ۰٫۰۸      ③ ۰٫۱      ④ ۰٫۲

۵۸ نمرات آزمون مهارت فنی دو کارگر  $A$  و  $B$  به صورت زیر است:

$B : 16, 14, 17, 14, 17, 18$

دقت عمل کدام بیش تر است؟

- ①  $A$       ②  $B$       ③ یکسان      ④ غیر پیش بینی

۵۹ در جدول فراوانی مطلق، میانگین داده ها کدام است؟

حدود دسته	۱۳ - ۱۷	۱۷ - ۲۱	۲۱ - ۲۵	۲۵ - ۲۹	۲۹ - ۳۳
فراوانی	۳	۴	۵	۲	۱

- ① ۲۱٫۴      ② ۲۱٫۶      ③ ۲۱٫۷      ④ ۲۱٫۸

۶۰ میانگین محیط مربع هایی برابر ۸۴ و میانگین مساحت این مربع ها ۴۹۰ می باشند. ضریب تغییرات در طول ضلع این مربع ها، کدام است؟

- ① ۰٫۲۵      ② ۰٫۲۷      ③ ۰٫۲۸      ④ ۰٫۳۳

۶۱ در پرتاب ۳ تاس با هم با کدام احتمال حداقل یک رقم روشده مضرب ۳ است؟

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{1}{9}$       ③  $\frac{26}{27}$       ④  $\frac{19}{27}$



۶۲ در طبقه بندی مقابل، درصد فراوانی نسبی دسته ی سوم کدام است؟

	$A$	$B$		$D$	$E$
زاویه در نمودار دایره‌ای	$37^\circ$	$85^\circ$	$x$	$100^\circ$	$84^\circ$

۵۴ (۴)

۳۰ (۳)

۱۵ (۲)

۸ (۱)

۶۳ در دسته بندی مقابل، میانگین کدام است؟

حدود دسته	۱۶۱ - ۱۶۷	۱۶۷ - ۱۷۳	۱۷۳ - ۱۷۹	۱۷۹ - ۱۸۵
فراوانی تجمعی	۷	۱۶	۲۷	۴۰

۱۷۷٫۵ (۴)

۱۷۵٫۵ (۳)

۱۷۴٫۵ (۲)

۱۷۳٫۵ (۱)

۶۴ در فضای نمونه ای  $S$ ، احتمال یک پیشامد ۱۰ عضوی برابر  $\frac{1}{7}$  است.  $S$  چند عضو دارد؟

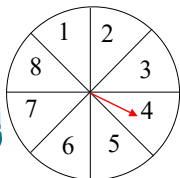
۴۲ (۴)

۷۰ (۳)

۳۵ (۲)

۱۴ (۱)

۶۵ عقربه ی شکل مقابل، پس از حرکت به تصادف در یکی از ۸ ناحیه می ایستد. با کدام احتمال این عقربه عددی فرد و اول را نشان می دهد؟



۸ (۴)

 $\frac{1}{4}$  (۳)

۸ (۲)

 $\frac{1}{2}$  (۱)

۶۶ در فضای نمونه ای ۸ عضوی  $S$ ، اگر دو پیشامد  $A = \{1, 2, 3, 7\}$  و  $B = \{2, 4, 5, 7\}$  را در نظر بگیریم،  $P(A - B)$  کدام است؟

 $\frac{1}{4}$  (۴) $\frac{1}{2}$  (۳)

۰ (۲)

۸ (۱)

۶۷ خانواده ای دارای ۳ فرزند است. اگر حداقل ۲ پسر داشته باشند، با کدام احتمال فرزند سوم آن ها دختر است؟

 $\frac{1}{6}$  (۴) $\frac{1}{4}$  (۳) $\frac{1}{3}$  (۲) $\frac{1}{2}$  (۱)

۶۸ یک جفت تاس را پرتاب می کنیم، اگر بدانیم مجموع ارقام ظاهر شده ۸ است، با کدام احتمال هر دو رقم فرد هستند؟

 $\frac{1}{2}$  (۴) $\frac{2}{5}$  (۳) $\frac{1}{4}$  (۲) $\frac{1}{3}$  (۱)

۶۹ در دسته بندی مقابل، زاویه ی متناظر با دسته ی وسط در نمودار دایره ای کدام است؟

مرکز دسته	۳	۵	۷	۹	۱۱
درصد فراوانی نسبی	۱۱٫۵	۱۷	$x$	۲۸٫۵	۲۰٫۵

۳۰۰° (۴)

۳۰۰° (۳)

۱۰۰° (۲)

۰° (۱)



۷۰) داده‌های آماری جدول زیر را نصف کرده، سپس ۲ واحد از آن‌ها کم می‌کنیم. میانگین داده‌های جدید کدام است؟

ساقه	برگ
۲	۱ ۱ ۵
۳	۲ ۳ ۴ ۷ ۸
۴	۱ ۶

۱۴٫۴ (۲)

۱۵٫۴ (۱)

۱۵٫۲ (۴)

۱۴٫۲ (۳)

۷۱) در جدول فراوانی تجمعی مقابل، زاویه ی متناظر با دسته ی وسط در نمودار دایره‌ای کدام است؟

حدود دسته	۱۱ - ۱۴	۱۴ - ۱۷	۱۷ - ۲۰	۲۰ - ۲۳	۲۳ - ۲۶
فراوانی تجمعی	۷	۲۲	۵۱	۷۳	۹۰

۲۹° (۴)

۱۱۶° (۳)

۱۷۶° (۲)

۲۰۴° (۱)

۷۲) میانگین طول اضلاع ۱۰ مربع، برابر ۴ و مجموع مساحت‌های آنها برابر ۲۴۰ است. انحراف معیار طول اضلاع این مربع‌ها چقدر است؟

 $\sqrt{2}$  (۴)

۴ (۳)

 $2\sqrt{2}$  (۲)

۸ (۱)

۷۳) در جدول زیر، داده‌های آماری در ۴ دسته با فراوانی نسبی بیان شده‌اند. میانگین آن‌ها کدام است؟

دسته	۶ - ۱۰	۱۰ - ۱۴	۱۴ - ۱۸	۱۸ - ۲۲
فراوانی نسبی	۰٫۱۵	$x$	۰٫۲۵	۰٫۴۰

۱۵٫۷ (۴)

۱۵٫۵ (۳)

۱۵٫۶ (۲)

۱۵٫۴ (۱)

۷۴) در ۱۰ داده‌ی آماری مثبت، مجموع مجزورات داده‌ها، ۸۰۰ و انحراف معیار ۴ است. مجموع تمام داده‌ها کدام است؟

۱۰۸ (۴)

۸۰ (۳)

۹۶ (۲)

۶۰ (۱)

۷۵) واریانس داده‌های جدول مقابل کدام است؟

حدود دسته	۱۵ - ۱۷	۱۷ - ۱۹	۱۹ - ۲۱	۲۱ - ۲۳	۲۳ - ۲۵
فراوانی	۳	۲	۴	۶	۱

۶ (۴)

۸ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۷۶) مجموع مربعات ۱۰ داده‌ی آماری ۴۱۰ و میانگین آن‌ها ۵ است. ضریب تغییرات این داده‌ها کدام است؟

۰٫۸ (۴)

۱٫۲ (۳)

۲٫۸ (۲)

۳٫۲ (۱)

۷۷) در پرتاب دو سکه و یک تاس با هم، چقدر احتمال دارد حداقل یک سکه رو و عدد تاس زوج بیاید؟

 $\frac{1}{8}$  (۴) $\frac{3}{4}$  (۳) $\frac{1}{8}$  (۲) $\frac{1}{4}$  (۱)

۷۸) در نمودار ساقه و برگ مقابل، واریانس داده‌های بیشتر از میانه کدام است؟

ساقه	برگ
۳	۱ ۴ ۵ ۵
۴	۰ ۲ ۳ ۳
۵	۱ ۱ ۲

۱۲٫۶ (۲)

۱۰ (۱)

۱۶٫۸ (۴)

۱۴٫۴ (۳)



۷۹ در پرتاب دو تاس با هم، اگر مجموع اعداد ظاهر شده ۷ باشد، با کدام احتمال حداقل یکی از اعداد ظاهر شده مضرب ۳ است؟

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{2}{3}$

۸۰ ۶۰ درصد مردم به سینما و ۷۵ درصد آن‌ها به فوتبال علاقمند هستند. با کدام احتمال یک نفر حداقل به یکی از این دو علاقمند است؟

- ① ۰٫۷۵      ② ۰٫۸۵      ③ ۰٫۹۵      ④ ۰٫۹

۸۱ از بین ۴ دانش آموز ریاضی و ۳ دانش آموز تجربی، ۳ نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال همگی از یک رشته هستند؟

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{7}$       ③  $\frac{1}{5}$       ④  $\frac{1}{4}$

۸۲ در پرتاب دو سکه و یک تاس با کدام احتمال حداقل یک سکه رو و تاس بیشتر از ۴ می‌آید؟

- ①  $\frac{1}{12}$       ②  $\frac{1}{24}$       ③  $\frac{1}{6}$       ④  $\frac{1}{4}$

۸۳ کدام متغیرها به ترتیب کیفی اسمی و کمی پیوسته هستند؟

- ① رنگ اتومبیل، تعداد داوطلبان      ② میزان تحصیلات، درصد کنکور  
③ رنگ چشم، هزینه تولید      ④ شدت آلودگی هوا، نوع آلاینده‌ی هوا

۸۴ در نمودار دایره‌ای مربوط به داده‌های جدول روبه‌رو، زاویه‌ی مربوط به دسته‌ی وسط،  $108^\circ$  است. فراوانی کل کدام است؟

نماینده دسته	۳۳	۲۹	۲۵	۲۱	
فراوانی تجمعی	$a$	۴۴	۳۲	۱۷	۷

- ① ۴۸      ② ۵۰      ③ ۵۴      ④ ۶۰

۸۵ در نمودار جعبه‌ای ۳۱ داده‌ی آماری، میانگین دنباله‌های سمت چپ و راست به ترتیب ۱۷ و ۲۶ و میانگین داده‌های دیگر، ۲۰ است. میانگین کل این داده‌ها کدام است؟

- ① ۲۰٫۲۷      ② ۲۰٫۴۷      ③ ۲۰٫۶۸      ④ ۲۰٫۸۸

۸۶ اگر داده‌های ۲۷، ۲۵، ۲۴، ۲۱، ۲۰، ۱۸، ۱۷، ۱۵، ۱۴، ۱۴، ۱۲، ۱۱ در ۴ دسته با طول مساوی طبقه‌بندی شوند، فراوانی تجمعی دسته‌ی سوم کدام است؟

- ① ۱۰      ② ۹      ③ ۸      ④ ۷

۸۷ در یک نمودار دایره‌ای، زاویه‌ی مرکزی مربوط به یک دسته برابر  $135^\circ$  است. درصد فراوانی نسبی این دسته کدام است؟

- ① ۱۲      ② ۲۵٫۵      ③ ۴۲      ④ ۳۷٫۵



۸۸ میانگین داده‌های جدول زیر کدام است؟

دسته	۱۰ - ۱۴	۱۴ - ۱۸	۱۸ - ۲۲	۲۲ - ۲۶	۲۶ - ۳۰
فراوانی تجمعی	۳	۸	۱۵	۱۷	۲۰

۱۹٫۴ (۴)

۱۸٫۶ (۳)

۱۹٫۸ (۲)

۱۸٫۲ (۱)

۸۹ در دسته‌بندی داده‌های آماری، دو نقطه‌ی متوالی (۱۴، ۳۵) و (۱۷، ۴۳) در نمودار درصد فراوانی تجمعی وجود دارد. اگر فراوانی کل ۷۵ باشد، چند داده در فاصله‌ی (۱۴، ۱۷) قرار دارند؟

۱۲٫۵ (۴)

۱۲ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

۹۰ در نمودار ساقه و برگ مقابل، میانگین داده‌های بیشتر از مد و کمتر از میانه کدام است؟

ساقه	برگ
۲	۰ ۱ ۵ ۵
۳	۲ ۴ ۶ ۷
۴	۱ ۳ ۴ ۸ ۹
۵	۰ ۲ ۵ ۹

۳۴ (۱)

۳۴٫۲۵ (۲)

۳۴٫۵ (۳)

۳۴٫۷۵ (۴)

۹۱ داده‌های آماری ۱۳، ۱۲، ۱۱، ۱۹، ۱۸، ۲۲، ۹، ۲۰، ۱۴، ۱۹، ۲۳، ۱۴، ۱۵ را با نمودار جعبه‌ای

نشان می‌دهیم. واریانس داده‌های داخل جعبه تقریباً کدام است؟

۵٫۷۱ (۴)

۵٫۳۲ (۳)

۴٫۸۱ (۲)

۴٫۴۲ (۱)

۹۲ اگر واریانس داده‌های  $2x_1 + 3$ ،  $2x_2 + 3$ ،  $\dots$ ،  $2x_n + 3$  برابر ۴ باشد، انحراف معیار داده‌های

$-3x_1 + 2$ ،  $-3x_2 + 2$ ،  $\dots$ ،  $-3x_n + 2$  کدام است؟

$\frac{3}{2}$  (۴)

$\frac{9}{4}$  (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

۹۳ اگر  $P(A) = \frac{2}{5}$ ،  $P(B) = \frac{1}{3}$  و  $P(A \cup B) = \frac{3}{5}$  باشد، حاصل  $P(B - A)$  کدام است؟

$\frac{2}{15}$  (۴)

$\frac{1}{15}$  (۳)

$\frac{2}{5}$  (۲)

$\frac{1}{5}$  (۱)

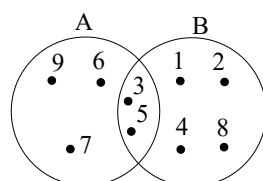
۹۴ ۴۰ درصد زن‌های تعیین کننده‌ی RH خون، منفی‌اند. با کدام احتمال یک نفر RH مثبت دارد؟

۰٫۸۴ (۴)

۰٫۳۶ (۳)

۰٫۶ (۲)

۰٫۴ (۱)



۹۵ در پیشامدهای روبه‌رو، مقدار  $P(B|A)$  کدام است؟

$\frac{2}{5}$  (۲)

$\frac{1}{4}$  (۴)

$\frac{1}{5}$  (۱)

$\frac{3}{4}$  (۳)



۹۶) آزمایش‌های انجام شده روی دو شخص  $A$ ,  $B$  نشان می‌دهد که احتمال بهبود شخص  $A$  پس از عمل جراحی پیوند کلیه ۸۰ درصد و احتمال بهبود شخص  $B$  پس از عمل جراحی پیوند کلیه ۶۰ درصد است. اگر این دو نفر تحت عمل پیوند کلیه قرار بگیرند، چقدر احتمال دارد یکی از این دو نفر بهبود یابند؟

$$\frac{12}{25} \text{ (۴)}$$

$$\frac{16}{25} \text{ (۳)}$$

$$\frac{23}{25} \text{ (۲)}$$

$$\frac{24}{25} \text{ (۱)}$$

۹۷) میانگین داده‌های جدول روبه‌رو کدام است؟

حدود دسته	۶۳ - ۶۵	۶۵ - ۶۷	۶۷ - ۶۹	۶۹ - ۷۱
فراوانی تجمعی نسبی	۰٫۱	۰٫۴	۰٫۷۵	$x$

$$۶۷٫۷ \text{ (۴)}$$

$$۶۷٫۶ \text{ (۳)}$$

$$۶۷٫۵ \text{ (۲)}$$

$$۶۷٫۴ \text{ (۱)}$$

۹۸) کارمندان اداره‌ای مطابق جدول زیر توزیع شده‌اند. احتمال آن که کارمند مردی مدرک دانشگاهی نداشته باشد، چقدر است؟

		جنسیت	
		زن	مرد
دانشگاهی	دانشگاهی	20	25
	کمتر از دانشگاهی	70	85

$$\frac{15}{22} \text{ (۲)}$$

$$\frac{25}{110} \text{ (۱)}$$

$$\frac{17}{22} \text{ (۴)}$$

$$\frac{19}{22} \text{ (۳)}$$

۹۹) اگر پیشامدهایی دوبه‌دو ناسازگار باشند به طوری که

$P(A) + P(B) = \frac{3}{8}$ ,  $P(B) + P(C) = \frac{3}{16}$  و  $P(A) + P(C) = \frac{3}{16}$  مقدار  $P(A \cup B \cup C)$  کدام است؟

$$\frac{1}{8} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{8} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (۲)}$$

$$\frac{3}{16} \text{ (۱)}$$

۱۰۰) در یک جدول توزیع فراوانی با ۹ دسته، درصد فراوانی تجمعی در طبقات چهارم و پنجم به ترتیب ۴۹ و ۶۱ است. زاویه‌ی متناظر با دسته‌ی وسط در نمودار دایره‌ای کدام است؟

$$۴۳٫۲ \text{ (۴)}$$

$$۴۲٫۸ \text{ (۳)}$$

$$۴۲٫۶ \text{ (۲)}$$

$$۴۲٫۲ \text{ (۱)}$$

۱۰۱) از جعبه‌ی مقابل ۳ مهره به طور متوالی و بدون جایگذاری برمی‌داریم، احتمال آنکه هر ۳ مهره هم‌رنگ باشند، کدام است؟

۴	۵
قرمز	سبز آبی

$$\frac{۴^۳ + ۳^۳ + ۵^۳}{۱۲^۳} \text{ (۴)}$$

$$\frac{۵ \times ۴ \times ۳}{۱۲^۳} \text{ (۳)}$$

$$\frac{۵}{۴۴} \text{ (۲)}$$

$$\frac{۳}{۴۴} \text{ (۱)}$$

۱۰۲) اگر  $\frac{2}{3} P(A \cap B) = P(A \cup B) = 2P(A)$  مقدار  $P(B - A)$  کدام است؟

$$\frac{1}{12} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{3} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{6} \text{ (۱)}$$





۱۰۳ در ظرفی ۶ مهره با شماره‌های ۱ تا ۶ داریم. مهره‌ها را یکی پس از دیگری به تصادف و بدون جایگذاری خارج می‌کنیم. با کدام احتمال هیچ دو مهره‌ی زوج متوالی خارج نمی‌شوند؟

- ①  $\frac{1}{20}$       ②  $\frac{1}{10}$       ③  $\frac{1}{4}$       ④  $\frac{1}{5}$

۱۰۴ در نمودار دایره‌ای ۸۰ داده، زاویه‌ی متناظر با ۵ دسته به صورت جدول داده شده است. فراوانی تجمعی دسته‌ی وسط کدام است؟

دسته	اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم
زاویه	۷۲	۹۹	$\alpha$	۴۵	۲۷

- ① ۵۰      ② ۶۰      ③ ۷۰      ④ ۶۴

۱۰۵ در ۸۰۰ داده‌ی آماری دسته‌بندی شده فراوانی نسبی دسته‌ی اول ۰٫۱۱۲۵ است. اگر ۲۰۰ داده بزرگ‌تر از میانه به این داده‌ها افزوده شود، فراوانی نسبی دسته‌ی اول داده‌های جدید کدام است؟

- ① ۰٫۱      ② ۰٫۰۹      ③ ۰٫۰۹۹      ④ ۰٫۱۱۲۵

۱۰۶ در ۷ داده‌ی آماری با واریانس ۱۰، سه داده‌ی آماری ۱۱ و ۱۴ و ۲۰ را اضافه می‌کنیم و میانگین تغییر نمی‌کند. واریانس کل ۱۰ داده کدام است؟

- ① ۱۰٫۹      ② ۱۱      ③ ۱۱٫۱      ④ ۱۱٫۲

۱۰۷ اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد از فضای نمونه‌ای  $S$  باشند به طوری که احتمال وقوع پیشامدهای  $A$  و  $B$  به ترتیب ۰٫۴۵ و ۰٫۲۵ و این دو پیشامد ناسازگارند باشند. در یک آزمایش تصادفی با کدام احتمال هر دو پیشامد رخ نمی‌دهند؟

- ① ۰٫۳      ② ۰٫۷      ③ ۰٫۵۵      ④ ۰٫۷۵

۱۰۸ اگر ۴۰ درصد ژن‌های تعیین کننده عامل  $RH$  خون منفی باشد، با کدام احتمال در خانواده‌ای اولین فرزند با  $RH$  منفی فرزند دوم آن‌ها است؟

- ① ۰٫۸۴      ② ۰٫۱۲۵۶      ③ ۰٫۱۳۴۴      ④ ۰٫۲۶۸۸

۱۰۹ متغیر تصادفی کیفی دارای ۵ حالت است اگر در نمودار دایره‌ای، زاویه‌ی مربوط به یک حالت خاص ۳۶۰ درجه باشد درصد فراوانی نسبی آن دسته کدام است؟

- ① ۱۷٫۵      ② ۱۸      ③ ۲۲٫۵      ④ ۲۴

۱۱۰ پیشامدهای  $A$  و  $B$  از فضای نمونه‌ای  $S$  ناسازگارند، کدام رابطه نادرست است؟

- ①  $P(A' \cap B) = 0$       ②  $P(A' \cup B') = 1$       ③  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$       ④  $P(A' \cap B) = P(B)$

۱۱۱ در یک خانواده‌ی ۴ فرزند، فضای نمونه‌ای چند عضو دارد؟

- ① ۴      ② ۸      ③ ۱۲      ④ ۱۶



۱۱۲ دو تاس را با هم می ریزیم، با کدام احتمال عدد یکی از تاسها ۵ یا مجموع دو عدد رو شده برابر ۵ است؟

④  $\frac{7}{18}$

③  $\frac{5}{12}$

②  $\frac{5}{9}$

①  $\frac{4}{9}$

۱۱۳ اگر ۴۰ درصد ژن های تعیین کننده عامل  $RH$  خون منفی باشد. با کدام احتمال دو فرزند از لحاظ خونی دارای

یک نوع  $RH$  هستند؟

④  $0,3528$

③  $0,4056$

②  $0,3656$

①  $0,7312$

۱۱۴ اگر  $A = \{2, 3, 4, 6\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$  با فضای نمونه ای  $S = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$  باشند،

$P(A' \cup B')$  کدام است؟

④  $\frac{4}{9}$

③  $\frac{2}{3}$

②  $\frac{5}{9}$

①  $\frac{1}{3}$

۱۱۵ اگر  $A$  و دو پیشامد ناسازگار باشند کدام رابطه نادرست است؟

②  $P(A \cap B) = 0$

①  $P(A' \cup B') = 1$

④  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

③  $P(A' \cap B') = 0$

۱۱۶ در یک جامعه ی ۲۰۰ نفری گروه خونی افراد در جدول زیر است. اگر تنها یک فرد از بین آنها انتخاب شود با

کدام احتمال گروه خونی وی  $O$  یا  $AB$  است؟

گروه خونی	$A$	$B$	$AB$	$O$
فراوانی	۴۵	۶۵	۵۴	۳۶

④  $0,45$

③  $0,55$

②  $0,61$

①  $0,73$

۱۱۷ از بین ۴ کتاب ریاضی متمایز و ۳ کتاب ادبی متمایز به تصادف ۳ کتاب برداشته شود با کدام احتمال دو کتاب

انتخابی ریاضی است؟

④  $\frac{12}{35}$

③  $\frac{18}{35}$

②  $\frac{6}{35}$

①  $\frac{7}{35}$

۱۱۸ اگر انحراف معیار ۱۰ داده ی آماری برابر ۳ و مجموع مربعات این داده ها ۵۸۰ باشد، میانگین این داده ها

کدام است؟

④ ۵۸

③ ۴۹

② ۷

① ۶

۱۱۹ در جدول فراوانی تجمعی داده های دسته بندی شده ی زیر، مساحت زیر منحنی چندبر فراوانی کدام است؟

حدود دسته	۱۰ - ۱۴	۱۴ - ۱۸	۱۸ - ۲۲	۲۲ - ۲۶	۲۶ - ۳۰
فراوانی تجمعی	۸	۲۰	۲۷	۳۵	۴۰

④ ۱۶۰

③ ۱۵۰

② ۱۴۴

① ۱۳۴

۱۲۰ در جدول زیر انحراف از میانگین تعدادی داده ی آماری دسته بندی شده، مشخص شده است. فراوانی مطلق

دسته ی چهارم چقدر است؟

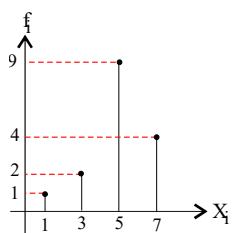
انحراف از میانگین $(x_i - \bar{x})$	-۵	-۳	-۲	۱	۴	۶
فراوانی مطلق	۴	۵	۳	$a$	۲	۵

④ ۹

③ ۶

② ۳

① ۲



۱۲۱) واریانس داده‌های آماری با نمودار میله‌ای مقابل کدام است؟

۱٫۷۵ (۲)

۱٫۲۵ (۱)

۲٫۵ (۴)

۲٫۲۵ (۳)

۱۲۲) در ساختن یک کلمه‌ی ۶ حرفی با حروف کلمه‌ی PANAMA، احتمال آن که حروف A یک در میان

باشند، کدام است؟

$\frac{1}{3}$  (۴)

$\frac{1}{4}$  (۳)

$\frac{1}{10}$  (۲)

$\frac{1}{6}$  (۱)

۱۲۳) تاسی را دو بار پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم عدد تاس در مرتبه‌ی اول بیش‌تر از عدد تاس در مرتبه‌ی دوم نباشد، احتمال این که حاصل ضرب اعداد رو شده، عددی فرد باشد کدام است؟

$\frac{3}{5}$  (۴)

$\frac{2}{5}$  (۳)

$\frac{1}{7}$  (۲)

$\frac{1}{7}$  (۱)

۱۲۴) خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است. اگر فرزند اول و چهارم هم‌جنس باشند، احتمال آن که ۳ فرزند این خانواده پسر باشند، کدام است؟

$\frac{1}{2}$  (۴)

$\frac{1}{4}$  (۳)

$\frac{1}{8}$  (۲)

$\frac{1}{16}$  (۱)

۱۲۵) از کنار هم قرار دادن ارقام متمایز ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ یک عدد سه رقمی بدون تکرار ارقام می‌سازیم. احتمال این که این عدد زوج باشد، کدام است؟

$\frac{1}{2}$  (۴)

$\frac{1}{8}$  (۳)

$\frac{3}{5}$  (۲)

$\frac{1}{3}$  (۱)

۱۲۶) در یک جدول فراوانی داده‌ها با ۷ دسته با طول یکسان، کران پایین دسته‌ی اول ۶ و کران پایین دسته‌ی ششم ۳۶ است. مرکز دسته‌ی سوم کدام است؟

۲۱٫۵ (۴)

۲۱ (۳)

۲۰ (۲)

۱۸٫۵ (۱)

۱۲۷) در داده‌های آماری با نمودار سابقه و برگ زیر، میزان پراکندگی داده‌های بیش‌تر از مد و کم‌تر از چارک سوم به ازای یک واحد از میانگین کدام است؟

ساقه	برگ			
۲	۵	۵	۵	۵
۳	۶	۸	۸	
۴	۴	۶	۶	۷

$\frac{1}{11}$  (۲)

$\frac{1}{10}$  (۱)

$\frac{1}{13}$  (۴)

$\frac{1}{12}$  (۳)

۱۲۸) واریانس ۱۱ داده‌ی آماری صفر است. اگر داده‌های ۲۴، ۱۶ و ۲۶ به آن‌ها اضافه شود، میانگین داده‌ها تغییر نمی‌کند، انحراف معیار ۱۴ داده‌ی حاصل کدام است؟

۲ (۴)

۴ (۳)

۱٫۲۵ (۲)

۰٫۷۵ (۱)



۱۲۹) در کیسه‌ای ۳ مهره سیاه، ۴ مهره قرمز و ۳ مهره آبی وجود دارد. از این کیسه ۳ مهره به تصادف با هم خارج می‌کنیم. احتمال این که حداقل دو مهره انتخابی هم‌رنگ نباشد، کدام است؟

- ①  $\frac{1}{20}$       ②  $\frac{39}{60}$       ③  $\frac{19}{20}$       ④  $\frac{21}{60}$

۱۳۰) سکه‌ی سالمی را ۵ بار می‌اندازیم، احتمال این که حاصل همه‌ی پرتاب‌ها یکسان نباشند، کدام است؟

- ①  $\frac{31}{32}$       ②  $\frac{1}{8}$       ③  $\frac{15}{16}$       ④  $\frac{1}{16}$

۱۳۱) در داده‌های ۲۵، ۱۹، ۱۸، ۱۷، ۲۲، ۲۱، ۱۵، ۱۸، ۲۰، ۲۳، ۲۴، واریانس داده‌های بزرگ‌تر از مد و کوچک‌تر از چارک سوم کدام است؟

- ① ۱، ۱۱      ② ۲، ۲۵      ③ ۲، ۵      ④ ۱، ۲۵

۱۳۲) در یک دسته بندی داده‌ها، کران پایین دسته‌ی دوم و مرکز دسته‌ی هشتم به ترتیب برابر ۷، ۳۳ است اگر داده‌ها را در ۱۲ طبقه دسته بندی کرده باشیم کران بالای دسته‌ی آخر چقدر است؟

- ① ۴۷      ② ۵۷      ③ ۵۱      ④ ۴۳

۱۳۳) مطالعات ژنتیکی نشان داده است که ۴۰ درصد ژن‌های تعیین‌کننده‌ی  $RH$  خون منفی هستند، احتمال این که فرزند اول و سوم  $RH$  خون منفی داشته باشند، چقدر است؟

- ①  $0.7056$       ②  $(0.84)^2(0.16)^2$       ③  $0.256$       ④  $(0.84)^2(0.16)^2$

۱۳۴) ۲۰ داده‌ی آماری با میانگین  $\bar{x}$  و واریانس ۶ داریم. چند داده‌ی مساوی با میانگین، باید به آن‌ها اضافه کنیم تا واریانس کل داده‌ها ۴ شود؟

- ① ۵      ② ۱۰      ③ ۶      ④ ۸

۱۳۵) در یک خانواده‌ی ۴ فرزند اگر خانواده حداقل دو پسر داشته باشد، احتمال آن که تعداد فرزندان پسر و دختر برابر باشند، چقدر است؟

- ①  $\frac{3}{5}$       ②  $\frac{1}{8}$       ③  $\frac{6}{11}$       ④  $\frac{1}{2}$

۱۳۶) در کیسه‌ای ۲ مهره سفید و  $k$  مهره سیاه داریم. دو مهره به تصادف پشت سر هم و با جایگذاری از کیسه انتخاب می‌کنیم. اگر احتمال غیرهم‌رنگ بودن مهره‌ها ۴۸ درصد باشد،  $k$  کدام است؟

- ① ۲      ② ۳      ③ ۴      ④ ۵

۱۳۷) اگر داده‌های یک دسته در نمودار دایره‌ای زاویه‌ی  $108^\circ$  را به خود اختصاص دهد و مجموع کل مساحت‌ها در نمودار مستطیلی برابر ۵۰ باشد، مساحت مستطیل مربوط به این دسته از داده‌ها در نمودار مستطیلی کدام است؟

- ① ۲۵      ② ۳۰      ③ ۲۰      ④ ۱۵



- ۱۳۸ در یک دسته‌بندی آماری طبقه‌ی چهارم به صورت  $(۵, ۵, ۴, ۵]$  است. اگر فراوانی تجمعی دسته‌ی سوم و چهارم به ترتیب ۷ و ۱۲ باشد، نقطه‌ی متناظر طبقه‌ی چهارم در نمودار چندبر فراوانی کدام است؟
- ۱  $(۵, ۷)$  ۲  $(۶, ۵)$  ۳  $(۵, ۵)$  ۴  $(۱۲, ۵)$

- ۱۳۹ اگر اعداد نمودار ساقه و برگ مقابل را با نمودار جعبه‌ای نمایش دهیم، در این صورت میانگین اعداد داخل جعبه چقدر است؟

ساقه	برگ
۱	۲ ۲ ۳
۲	۳ ۴ ۴
۳	۰ ۱ ۱

۲۲٫۸ ۲

۲۲٫۶ ۱

۴۰ ۴

۲۲٫۲ ۳

- ۱۴۰ برای انتخاب تصادفی یک نفر، از بین صد نفر (که با شماره‌های ۱ تا ۱۰۰ مشخص شده‌اند)، به روش اعداد تصادفی، شماره‌ی ۵۱ انتخاب شده است، عدد تصادفی کدام می‌تواند باشد؟

۰٫۵۰۳ ۴

۰٫۵۱۲ ۳

۰٫۵۲۱ ۲

۰٫۴۹۵ ۱

- ۱۴۱ میانگین و انحراف معیار داده‌های آماری  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}, \dots$  به ترتیب ۴ و ۱ می‌باشد. ضریب تغییرات داده‌های آماری  $x_1 + 4, x_2 + 4, x_3 + 4, \dots, x_{10} + 4$  کدام است؟

۱ ۴

۰٫۱۲۵ ۳

۰٫۲۵ ۲

۰٫۵ ۱

- ۱۴۲ اگر میانگین داده‌های  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}, \dots$  برابر ۱۲ باشد، میانگین داده‌های  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}, \dots, x_{16}, ۸$  چقدر از میانگین قبلی بیش‌تر است؟

۰ ۴

۲ ۳

۲٫۴ ۲

۱٫۴۴ ۱

- ۱۴۳ ۱۰ داده آماری با انحراف معیار ۱ و میانگین ۵ و ۱۰ داده دیگر با انحراف معیار ۲ و میانگین ۶ را با یکدیگر ترکیب می‌کنیم. واریانس این ۲۰ داده جدید کدام است؟

۲٫۷۵ ۴

۲ ۳

۳٫۲۵ ۲

۳ ۱

- ۱۴۴ کدام مورد نادرست است؟

۱ مهمترین بخش آمار، عمل نمونه‌گیری است.

۲ اعداد تصادفی در ماشین حساب اعدادی نامنفی و کمتر از یک هستند.

۳ در طراحی پرسش‌نامه بهتر است از سؤالات هدایت کننده استفاده کنیم.

۴ نتایج حاصل از اندازه‌گیری یا بررسی یک نمونه را «داده» می‌گوییم.

- ۱۴۵ قرار است برای تحقیق در مورد موضوع خاصی از دانش‌آموزان یک دبیرستان، نمونه‌گیری شود. در انتخاب اعضای نمونه کدام صحیح است؟

۲ از هر کلاس، یک نفر انتخاب شود.

۱ افراد به طور تصادفی انتخاب شوند.

۴ افراد متناسب با موضوع مورد تحقیق انتخاب شوند.

۳ تمامی افراد از یک کلاس انتخاب شوند.



۱۴۶ می‌خواهیم از لیست دانش‌آموزان یک کلاس ۳۵ نفره، فردی را به تصادف به عنوان نماینده‌ی کلاس انتخاب کنیم و برای این کار از ماشین حساب استفاده می‌کنیم. اگر ماشین حساب عدد  $۰٫۳۳۱$  را نشان دهد، شماره‌ی دانش‌آموز انتخاب شده در لیست کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۳۴ (۲)

۳۳ (۱)

۱۴۷ در یک دبیرستان، کدام نمی‌تواند یک متغیر تصادفی باشد؟

رنگ دیوار کلاس‌های دبیرستان (۲)

تعداد دبیران دبیرستان (۱)

دانش‌آموزان دبیرستان (۴)

پایه‌های تحصیلی دبیرستان (۳)

۱۴۸ در یک جدول توزیع فراوانی شامل ۹ طبقه، حد پایین دسته‌ی چهارم ۱۵ و مرکز دسته‌ی هفتم  $۳۹٫۵$  می‌باشد. دامنه‌ی تغییرات داده‌های این جدول کدام است؟

۷۲ (۴)

۵۴ (۳)

۵۷ (۲)

۶۳ (۱)

۱۴۹ در نمودار جعبه‌ای ۳۱ داده‌ی آماری، میانگین داده‌های سمت چپ چارک اول و سمت راست چارک سوم به ترتیب ۱۲ و ۲۱ می‌باشد. اگر میانگین داده‌های داخل و روی جعبه ۱۵ باشد میانگین کل این داده‌ها کدام است؟

۱۵٫۷۶ (۴)

۱۵٫۶۷ (۳)

۱۵٫۵۴ (۲)

۱۵٫۴۵ (۱)

۱۵۰ در ۵۰ داده‌ی آماری کوچکترین داده‌ها ۱۹، بزرگ‌ترین آن‌ها ۴۹ است اگر این داده‌ها در ۷ طبقه دسته‌بندی شوند نشان دسته‌ی وسط کدام است؟

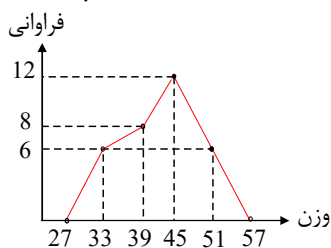
۳۵٫۵ (۴)

۳۵ (۳)

۳۴٫۵ (۲)

۳۴ (۱)

۱۵۱ با توجه به نمودار چند بر فراوانی مقابل که مربوط به وزن دانش‌آموزان یک کلاس بر حسب کیلوگرم است، کدام گزینه قطعاً صحیح است؟



تعداد دسته‌ها برابر ۶ است. (۱)

تعداد داده‌های بزرگتر یا مساوی ۴۵، برابر ۱۸ است. (۲)

تعداد داده‌های کمتر از ۳۳ و تعداد داده‌های بیشتر از ۵۱، با هم برابرند. (۳)

دامنه‌ی تغییرات داده‌ها، کوچکتر یا مساوی ۲۴ است. (۴)

۱۵۲ تعدادی از داده‌های آماری در جدول تنظیم شده است. اگر

دسته‌ها	۰ - ۲	۲ - ۴	۴ - ۶	۶ - ۸
فراوانی	۲	$n + ۳$	۴	$n - ۱$

میانگین این داده‌ها در دسته‌ی (۴، ۶] قرار داشته باشد حداقل عدد طبیعی  $n$  کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

۱۵۳ با توجه به جدول آماری دسته‌بندی شده‌ی زیر، مقدار تقریبی ضریب تغییرات داده‌های  $x$  کدام است؟

$x - ۴۴$	-۳	-۱	۱	۳	۵
فراوانی	۴	۷	۵	۳	۱

۰٫۰۸ (۲)

۰٫۰۵ (۱)

۰٫۲ (۴)

۰٫۱ (۳)



۱۵۴) داده های ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷ مفروض است. اگر بزرگترین و کوچکترین این داده ها را حذف کنیم، آنگاه نسبت انحراف معیار داده های باقیمانده به انحراف معیار داده های اولیه کدام است؟

- ۱)  $\frac{1}{2}$       ۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       ۳)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       ۴) ۱

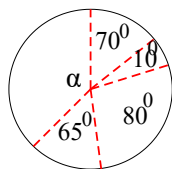
۱۵۵) میانگین و انحراف معیار ۱۸ داده‌ی آماری به ترتیب ۲۵ و ۳ می‌باشد. اگر داده‌های ۲۰، ۲۷ و ۲۸ به آنان افزوده شود، واریانس ۲۱ داده‌ی جدید کدام است؟

- ۱) ۹,۲۵      ۲) ۹,۳۶      ۳) ۹,۵۲      ۴) ۹,۶۳

۱۵۶) نوع آلاینده‌ی هوا چگونه متغیری است؟

- ۱) کمی گسسته      ۲) کمی پیوسته      ۳) کیفی اسمی      ۴) کیفی ترتیبی

۱۵۷) افراد یک جامعه، به ۵ گروه سنی تقسیم شده‌اند که نمودار دایره‌ای آنها با زاویه‌ی مرکزی بر حسب درجه رسم شده است. گروه سنی با زاویه‌ی مرکزی  $\alpha$ ، شامل چند درصد این جامعه است؟



- ۱) ۲۳      ۲) ۳۲,۵      ۳) ۳۶      ۴) ۳۷,۵

۱۵۸) در جعبه‌ای ۷ مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی سیاه و ۲ مهره‌ی قرمز موجود است. به تصادف ۴ مهره از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال یک مهره‌ی قرمز و حداقل ۲ مهره‌ی سفید، خارج شده است؟

- ۱)  $\frac{30}{91}$       ۲)  $\frac{77}{143}$       ۳)  $\frac{40}{143}$       ۴)  $\frac{50}{143}$

۱۵۹) جمع‌آوری داده‌ها به کدام طریق مورد قبول نیست؟

- ۱) مصاحبه      ۲) مشاهده      ۳) انجام آزمایش      ۴) پرسش هدایت‌کننده

۱۶۰) میانگین ۵۰ داده‌ی دسته‌بندی شده‌ی زیر با روش سریع کدام است؟

	۱۱۰	۱۱۶	۱۲۲	۱۲۸	۱۳۴
F	۵	۸	۱۵	۱۲	۱۰

- ۱) ۱۲۳,۶۲      ۲) ۱۲۳,۶۸      ۳) ۱۲۴,۰۲      ۴) ۱۲۴,۰۶

۱۶۱) از بین سه کارت سفید و ۴ کارت سبز یکسان به تصادف یک کارت بدون جاگذاری بیرون می‌آوریم، سپس کارت دوم را خارج می‌کنیم. با کدام احتمال هر دو کارت هم‌رنگ هستند؟

- ۱)  $\frac{5}{14}$       ۲)  $\frac{5}{14}$       ۳)  $\frac{7}{14}$       ۴)  $\frac{7}{14}$

۱۶۲) دو تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم تا برای اولین بار هر دو عدد رو شده زوج باشند. با کدام احتمال حداکثر در سه پرتاب نتیجه حاصل می‌شود؟

- ۱)  $\frac{27}{64}$       ۲)  $\frac{37}{64}$       ۳)  $\frac{19}{32}$       ۴)  $\frac{39}{64}$



۱۶۳) جدول زیر، مقادیر انحراف از میانگین داده‌های آماری دسته‌بندی شده را مشخص می‌کند. فراوانی مطلق در

دسته‌ی ششم چه قدر است؟

انحراف از میانگین	-۴	-۲	-۱	۰		۲	۳
فراوانی مطلق	۵	۱۱	۹	۴	۸	$x$	۳

۱۷ (۴)

۱۶ (۳)

۱۵ (۲)

۱۴ (۱)

۱۶۴) در یک خانواده‌ی دو فرزند، می‌دانیم یکی از فرزندان پسر است. با کدام احتمال این خانواده فرزند دختر

دارد؟

$\frac{3}{4}$  (۴)

$\frac{2}{3}$  (۳)

$\frac{1}{2}$  (۲)

$\frac{1}{3}$  (۱)

۱۶۵) فراوانی رشته تحصیلی ۱۶۵ دانشجوی، در ۵ رشته با نمودار دایره‌ای نشان داده می‌شود، اگر زاویه‌ی مربوط به

یک رشته‌ی خاص ۲۴ درجه باشد فراوانی مطلق در این رشته کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۵ (۳)

۱۲ (۲)

۱۱ (۱)

اگر واریانس

حدود دسته	۵ - ۷	۷ - ۹	۹ - ۱۱	۱۱ - ۱۳	۱۳ - ۱۵
فراوانی	۳	۲	$a$	۶	۱

۱۶۶) در داده‌هایی با جدول فراوانی

برابر ۶ باشد، فراوانی دسته‌ی سوم، کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۱۶۷) جدول زیر فراوانی نسبی داده‌های دسته‌بندی شده است، با تعیین  $\alpha$ ، مقدار واریانس کدام است؟

مرکز دسته	۸	۱۲	۱۶	۲۰
فراوانی دسته	۰٫۱	۰٫۲۵	۰٫۲	$\alpha$

۱۶٫۸ (۲)

۱۶٫۵ (۱)

۱۷٫۶ (۴)

۱۷٫۲ (۳)

۱۶۸) در جدول فراوانی تجمعی داده‌های دسته‌بندی شده به شکل زیر، زاویه‌ی مرکزی متناسب با فراوانی مطلق

دسته‌ی وسط در نمودار دایره‌ای، ۹۰ درجه است. فراوانی مطلق دسته‌ی چهارم کدام است؟

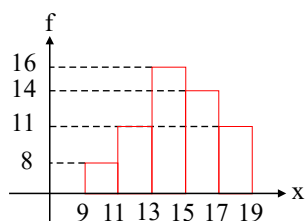
حدود دسته	۱۲ - ۱۴	۱۴ - ۱۶	۱۶ - ۱۸	۱۸ - ۲۰	۲۰ - ۲۲
فراوانی تجمعی	۶	۱۷	$x$	۴۸	۶۰

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۱۵ (۲)

۱۴ (۱)



۱۶۹) با توجه به نمودار مستطیلی روبه‌رو، میانگین داده‌های آماری کدام است؟

۱۴٫۳ (۲)

۱۴٫۲ (۱)

۱۴٫۵ (۴)

۱۴٫۴ (۳)

۱۷۰) اگر میانگین داده‌های دسته‌بندی شده، برابر ۱۶ باشد، با تعیین فراوانی دسته‌ی چهارم مقدار واریانس کدام

است؟

نماینده دسته	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰
فراوانی	۵	۷	۱۰	$a$	۳

۵٫۷۴ (۴)

۵٫۵۵ (۳)

۴٫۹۲ (۲)

۴٫۸۵ (۱)





۱۷۱) بر روی هر یک از چند کارت یکسان اعداد سه رقمی حاصل از جایگشت ترکیبات مجموعه‌ی اعداد  $\{۲, ۴, ۵, ۶, ۷\}$  را نوشته، به تصادف یک کارت از بین آنها بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال دو رقم از اعداد این کارت‌ها فرد می‌باشند؟

- ۱)  $\frac{۲}{۵}$       ۲)  $\frac{۲۵}{۵۰}$       ۳)  $\frac{۳}{۵۰}$       ۴)  $\frac{۴}{۵۰}$

۱۷۲) اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد از فضای نمونه‌ی  $S$  باشند و  $P(A) = P(B) = \frac{۶}{۷}$  و  $P(A|B) = \frac{۸}{۷}$ ، در این صورت  $P(A|B')$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{۳}{۷}$       ۲)  $\frac{۲}{۷}$       ۳)  $\frac{۵}{۷}$       ۴)  $\frac{۷}{۷}$

۱۷۳) ده کتاب ریاضی مختلف و ۳ کتاب فیزیک متفاوت را در یک ردیف قرار می‌دهیم. احتمال این که هیچ دو کتاب فیزیکی کنار هم نباشند، چقدر است؟

- ۱)  $\frac{۹۹۰}{۱۳!}$       ۲)  $\frac{۵}{۵۲}$       ۳)  $\frac{۱۶۵}{۱۳!}$       ۴)  $\frac{۱۵}{۲۶}$

۱۷۴) اگر  $P(A|B) = \frac{۳}{۵}$  و  $P(B|A) = \frac{۲}{۶}$  و  $P(A) + P(B) = \frac{۶}{۷}$  باشد،  $P(A|B')$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{۳۶}{۹۵}$       ۲)  $\frac{۱۸}{۹۵}$       ۳)  $\frac{۲۱}{۱۶۰}$       ۴)  $\frac{۲۱}{۸۰}$

۱۷۵) اگر  $P(A) = \frac{۱}{۵}$  و  $P(B) = \frac{۱}{۲}$  و  $P(A|B) = \frac{۱}{۴}$  آن گاه  $P(A' \cup B')$  برابر ..... است.

- ۱)  $\frac{۸}{۸}$       ۲)  $\frac{۸}{۸}$       ۳)  $\frac{۱۹}{۲۰}$       ۴)  $\frac{۵}{۶}$

۱۷۶) در ظرفی ۲ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی قرمز قرار دارد. ۴ مرتبه مهره‌ای از ظرف خارج کرده و پس از مشاهده به ظرف برمی‌گردانیم. با چه احتمالی تعداد مهره‌های سفید و قرمز خارج شده از ظرف با هم برابر است؟

- ۱)  $\frac{۱۰۸}{۶۲۵}$       ۲)  $\frac{۲۱۶}{۶۲۵}$       ۳)  $\frac{۳۲۴}{۶۲۵}$       ۴)  $\frac{۵۴}{۶۲۵}$

۱۷۷) در خانواده‌ای با شش فرزند با چه احتمالی آخرین فرزند، سومین پسر خانواده است؟

- ۱)  $\frac{۱}{۳۲}$       ۲)  $\frac{۳}{۳۲}$       ۳)  $\frac{۵}{۳۲}$       ۴)  $\frac{۷}{۳۲}$

۱۷۸) در یک اتوبوس ۵ مرد و ۴ زن وجود دارد. این اتوبوس شروع به حرکت می‌کند. اگر ۱ نفر در ایستگاه اول، ۱ نفر در ایستگاه دوم و مابقی در آخرین ایستگاه پیاده شوند، احتمال آن که همه‌ی مردها در یک ایستگاه پیاده شده

- ۱)  $\frac{۱}{۵}$       ۲)  $\frac{۲}{۵}$       ۳)  $\frac{۱}{۶}$       ۴)  $\frac{۱}{۴}$

باشند، کدام است؟  
۴

باشند؟

- ۱)  $\frac{۲۴۲}{۳۴۳}$       ۲)  $\frac{۲۱۰}{۳۴۳}$       ۳)  $\frac{۲۱۱}{۳۴۳}$       ۴)  $\frac{۱۲۰}{۳۴۳}$



۱۸۰ تمام اعداد سه رقمی (با ارقام متمایز) را که می توان با رقم های ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ ساخت، روی کارت های مشابه نوشته و در یک کیسه قرار می دهیم. سپس یکی از این کارت ها را به تصادف خارج می کنیم، احتمال آن که عدد روی کارت عددی زوج و بزرگ تر از ۳۰۰ باشد، چه قدر است؟

- ۱) ۰٫۳۲      ۲) ۰٫۳۶      ۳) ۰٫۳۸      ۴) ۰٫۴۸

۱۸۱ دو پیشامد  $A$  و  $B$  مستقل از یکدیگر هستند. اگر  $P(B') = \frac{3}{4}$  و  $P(A') = \frac{2}{3}$ ، حاصل  $P(A \cup B)$  چند برابر  $P(A \cap B)$  است؟

- ۱) ۱      ۲) ۴      ۳) ۶      ۴) ۱۲

۱۸۲ خانواده ای دارای ۴ فرزند است. احتمال آن که تعداد فرزندان پسر در این خانواده، عددی فرد باشد، کدام است؟

- ۱)  $\frac{1}{2}$       ۲)  $\frac{7}{28}$       ۳)  $\frac{17}{128}$       ۴)  $\frac{59}{128}$

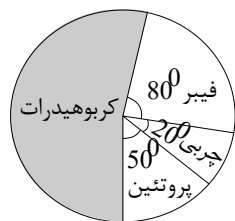
۱۸۳ کلمه ی پنج حرفی با حروف کلمه ی "حفاظت" می نویسیم. احتمال این که در این کلمه حرف وسط نقطه دار باشد، کدام است؟

- ۱) ۰٫۴      ۲) ۰٫۶      ۳) ۰٫۵      ۴) ۰٫۳

۱۸۴ اگر  $P(A|B') = P(B) = ۰٫۲$ ، آن گاه  $P(A - B)$  کدام است؟

- ۱) ۰٫۱۶      ۲) ۰٫۱۳      ۳) ۰٫۲۶      ۴) ۰٫۰۴

۱۸۵ نمودار دایره ای زیر سهم وزنی ترکیبات تشکیل دهنده ی یک بسته غذای کنسرو شده را نشان می دهد. چند



گرم کربوهیدرات در بسته ی ۴۸۰ گرمی از این محصول وجود دارد؟

- ۱) ۲۸۰      ۲) ۳۰۰      ۳) ۲۵۰      ۴) ۲۴۰

۱۸۶ جدول فراوانی تجمعی تعدادی داده ی آماری به صورت زیر است. اگر زاویه ی مرکزی هر یک از دسته های

سوم و آخر در نمودار دایره ای ۹۰° باشد، فراوانی مطلق دسته ی سوم کدام است؟

مرکز دسته	۲	۵	۸	۱۱	۱۴	۸	۷
فراوانی تجمعی	۵	y	۱۸	۲۱	x	۱۲	۱۰

۱۸۷ اطلاعات مربوط به دو دسته ی اول در دسته بندی تعدادی داده ی آماری که در دسته هایی با طول های مساوی

دسته بندی شده اند، به صورت زیر است. با توجه به جدول، کران بالای دسته ی چهارم کدام است؟

مرکز دسته	دسته ها	۱۸	۱۶
۴		۱۵	۱۱
$d$	$[۵, c)$		



۱۸۸ مساحت سطح زیر نمودار چندبر فراوانی جدول زیر ۱۵۰ است.  $a + b$  کدام است؟

حدود دسته‌ها	$[0, 10)$	$[10, 20)$	$[20, 30)$	$[30, 40)$	$[40, 50]$
فراوانی مطلق	۳	$a$	۵	$b$	۱

۴ (۴)

۵ (۳)

۶ (۲)

۷ (۱)

۱۸۹ تاسی را پرتاب می‌کنیم. اگر زوج بیاید، سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم. اگر فرد بیاید، دوباره تاس پرتاب می‌کنیم. این عمل را آن قدر ادامه می‌دهیم تا مجاز به پرتاب سکه شویم. با کدام احتمال حداکثر بعد از پرتاب سوم تاس، سکه رو می‌آید؟

۸ (۴)

 $\frac{9}{16}$  (۳)

۸ (۲)

 $\frac{7}{16}$  (۱)

۱۹۰ تاسی را ۵ بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آنکه اعداد ظاهر شده، تشکیل یک دنباله‌ی هندسی دهند، کدام است؟

 $\frac{7}{6^4}$  (۴) $\frac{1}{6^4}$  (۳) $\frac{29}{6^5}$  (۲) $\frac{17}{6^5}$  (۱)

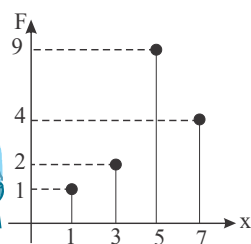
۱۹۱ واریانس داده‌های آماری با نمودار میله‌ای مقابل، کدام است؟

۱,۷۵ (۲)

۱,۲۵ (۱)

۲,۵ (۴)

۲,۲۵ (۳)



۱۹۲ ضریب تغییرات سن دانش‌آموزان در یک مدرسه ۳٫۰ است. ضریب تغییرات سن این دانش‌آموزان ۴ سال دیگر کدام عدد می‌تواند باشد؟

۰٫۴۲ (۴)

۰٫۲۵ (۳)

۰٫۳۴ (۲)

۰٫۳۲ (۱)

۱۹۳ واریانس داده‌های ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۷, ۹, ۱۳, ۵, ۳, ۱ می‌باشد؟

 $\frac{1}{16}$  (۴) $\frac{1}{4}$  (۳) $\frac{1}{2}$  (۲) $\frac{1}{9}$  (۱)

۱۹۴ در بررسی مربوط به ۶ نمره‌ی یک دانش‌آموز، دامنه‌ی تغییرات و میانگین به ترتیب ۱۱ و ۷٫۵ شده است. اگر نمرات در نیمه‌ی بعد از میانه، اعداد زوج متوالی باشند. مد نمرات که در نیمه‌ی اول داده‌ها قرار دارد و فراوانی آن ۳ می‌باشد، کدام است؟

۷ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

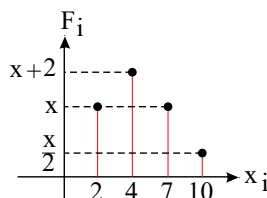
۱۹۵ در نمودار میله‌ای زیر، فراوانی نسبی داده‌ی ۲، برابر ۲٫۵ است. میانگین این داده‌ها کدام است؟

۵ (۲)

۴٫۵ (۱)

۶ (۴)

۵٫۵ (۳)





۱۹۶ از مجموعه‌ی  $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ ، به تصادف سه عدد انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه مجموع اعداد انتخاب شده، عددی زوج باشد، کدام است؟

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{17}{120}$       ③  $\frac{19}{40}$       ④  $\frac{1}{2}$

۱۹۷ خانواده‌ای پنج فرزند دارد. می‌دانیم فرزند اول آن‌ها پسر است. احتمال اینکه خانواده دو پسر دیگر داشته باشد، کدام است؟

- ①  $\frac{2}{5}$       ②  $\frac{3}{5}$       ③  $\frac{1}{8}$       ④  $\frac{1}{8}$

۱۹۸ در ۵۰ داده‌ی آماری مجموع تمام داده‌ها برابر ۱۰۰ و مجموع مجذورات این داده‌ها برابر ۲۷۲ می‌باشد ضریب تغییرات کدام است؟

- ① ۰٫۳      ② ۰٫۴      ③ ۰٫۵      ④ ۰٫۶

۱۹۹ در جدول فراوانی مقابل، میانگین به صورت  $\bar{x} = 12 + 2a$  محاسبه شده است  $a$  کدام است؟

	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	
$F$	۲	۵	۵	۹	۳	

- ① ۰٫۲۵      ② ۰٫۳۶      ③ ۰٫۴۵      ④ ۰٫۵۴

۲۰۰ مجموع ۸ داده‌ی آماری برابر ۴۸ و ضریب تغییرات آن‌ها ۰٫۵ می‌باشد. مجموع مربعات این داده‌ها کدام است؟

- ① ۲۴۰      ② ۳۲۰      ③ ۳۶۰      ④ ۴۵۰

۲۰۱ در رسم نمودار درصد فراوانی تجمعی داده‌های پیوسته و دسته‌بندی شده، دو نقطه‌ی متوالی (۴۴، ۵۵) و (۴۷، ۶۷) از روی جدول رسم شده‌اند. اگر فراوانی کل ۷۵ باشد، چند داده بین ۴۴ و ۴۷ قرار دارد؟

- ① ۸      ② ۹      ③ ۱۰      ④ ۱۲

۲۰۲ پانزده داده‌ی آماری با واریانس ۱۲ و ده داده‌ی آماری دیگر با واریانس  $\frac{7}{6}$  را با هم ترکیب می‌کنیم اگر میانگین هر دو گروه یکسان باشند، انحراف معیار ۲۵ داده‌ی حاصل کدام است؟

- ①  $3\frac{1}{2}$       ②  $3\frac{2}{3}$       ③  $3\frac{2}{5}$       ④  $3\frac{5}{8}$

۲۰۳ داده‌های آماری ۱۸، ۷، ۲۰، ۱۶، ۱۷، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۷، ۲۱، ۱۲، ۱۳ را با نمودار جعبه‌ای نشان می‌دهیم. واریانس داده‌های داخل جعبه تقریباً کدام است؟

- ① ۴٫۵۹      ② ۴٫۹۵      ③ ۵٫۲۴      ④ ۵٫۷۱

۲۰۴ داده‌های آماری به صورت ساقه و برگ زیر است. اگر به تمام داده‌ها ۴ واحد اضافه کنیم و سپس بر ۵ تقسیم کنیم میانگین داده‌های جدید کدام است؟

ساقه	برگ				
	۸	۸	۹		
	۰	۱	۴	۵	
۷	۱	۲	۲	۵	۷

- ① ۱۴      ② ۱۵٫۲      ③ ۱۵٫۸      ④ ۱۶

124 (1)

۱۳۴ (۲)

۱۴۹ (۳)

169 (F)

$$\frac{1}{3} \text{ (1)}$$

3 ②

۱ (۳)

9 

قدر است؟

$x_i$				۶
زاویه‌ی مرکزی	$۸۰^\circ$	$۴۰^\circ$	$۸۰^\circ$	$\alpha$

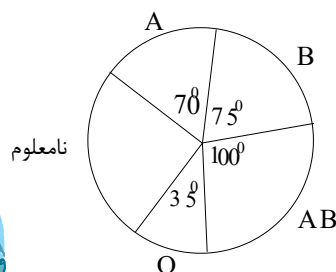
① صفر

7 (2)

2 ③

3 (F)

آنان تعیین نشده است. چند نفر از آنها، دارای نوع خون  $B$  هستند ؟



۲۵ (۱)

۳۰ (۲)

۳۶ (۳)

$f_0$  

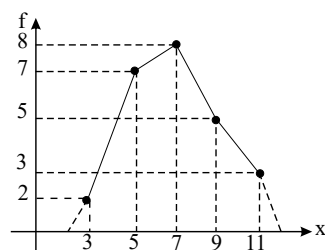
میانگین داده‌های داخل و روی جعبه ۲۵ می‌باشد. میانگین کل این داده‌ها کدام است؟

۲۵,۱ ①

۲۶ (۲)

۲۶,۱ (۳)

۲۶,۲ (۴)

 $\mu_{\Delta}$  ①

1, 1 (2)

۴,۹۲ (۳)

Q.12 (F)

o/k ①

○, ٢١ (٢)

○, 52 (3)

0/6 (4)

1,25 (1)

1,5 (2)

۲,۲۵ (۳)

۲,۵ (۴)

$$\begin{array}{r} 1 \\ 3 \overline{) 3} \end{array}$$
$$\frac{7}{12} \text{ (2)}$$

2 | 3

$$\frac{u}{1u} \quad \textcircled{f}$$



۲۱۴ اگر برای دو پیشامد مستقل  $A$  و  $B$ ،  $P(B) = \frac{12}{25}$  و  $P(A \cup B) = \frac{17}{25}$  باشد،  $P(A - B)$  کدام است؟

- ①  $\frac{1}{5}$       ②  $\frac{4}{25}$       ③  $\frac{3}{25}$       ④  $\frac{2}{25}$

۲۱۵ احتمال آن که از سه موش انتخاب شده از ۶ موش سفید و ۵ موش سیاه، هر سه موش سفید باشند، کدام است؟

- ①  $\frac{1}{8}$       ②  $\frac{4}{33}$       ③  $\frac{5}{32}$       ④  $\frac{5}{33}$

۲۱۶ خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است. اگر بدانیم فرزند اول دختر است، آن گاه با کدام احتمال این خانواده حداقل دو دختر دارد ولی همگی فرزندان دختر نیستند؟

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{3}{4}$       ③  $\frac{1}{8}$       ④  $\frac{1}{8}$

۲۱۷ مهره‌ی یکسان با شماره‌های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ در کیسه‌ای وجود دارند. اگر سه مهره را با هم و به تصادف از کیسه خارج کنیم با کدام احتمال مجموع اعداد نوشته شده روی این مهره‌ها عددی زوج است؟

- ①  $\frac{16}{35}$       ②  $\frac{17}{35}$       ③  $\frac{18}{35}$       ④  $\frac{19}{35}$

۲۱۸ هر یک از کشورهای  $A, B, C, D$  دارای ۵ شناگر می‌باشند؛ با چه احتمالی ۴ شناگری که برای مسابقات المپیک انتخاب می‌شوند دارای سه ملیت متفاوتند؟

- ①  $\frac{200}{969}$       ②  $\frac{200}{323}$       ③  $\frac{50}{969}$       ④  $\frac{50}{323}$

۲۱۹ ۳۰ درصد مردم روزنامه‌ی  $A$  و ۴۰ درصد روزنامه‌ی  $B$  مطالعه و هیچ فردی هر دو روزنامه را مطالعه نمی‌کند. احتمال این که روزنامه‌ی  $A$  رویدادی را پوشش دهد  $\frac{2}{3}$  و احتمال این که روزنامه‌ی  $B$  پوشش دهد  $\frac{3}{4}$  است. احتمال این که فردی از این رویداد اطلاع نیابد، کدام است؟

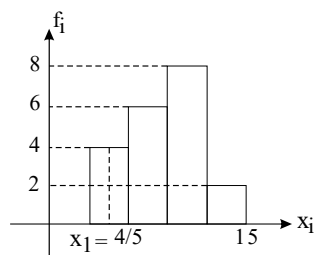
- ①  $\frac{1}{5}$       ②  $\frac{3}{10}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{4}{5}$

۲۲۰ کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- ① تعداد اعضای نمونه را اندازه‌ی نمونه می‌گوییم.  
 ② اگر تمام افراد جامعه را مورد مطالعه قرار دهیم، سرشماری کرده‌ایم.  
 ③ در دسترس نبودن تمام اعضای جامعه از مشکلات سرشماری است.  
 ④ اولین اقدام در رسیدن به اطلاعات عددی، جمع‌آوری داده است.



۲۲۱) نمودار مستطیلی داده‌هایی به صورت زیر است. اگر  $x_i$  مرکز دسته‌ی اول باشد سطح زیر نمودار چندبر فراوانی و محور داده‌ها کدام است؟



۶۳ (۲)

۶۰ (۱)

۶۹ (۴)

۶۶ (۳)

۲۲۲) جعبه‌ای شامل ۳ مهره‌ی زرد، ۴ مهره‌ی سبز و ۶ مهره‌ی بنفش است. از این جعبه به طور متوالی و بدون جایگذاری ۲ مهره بر می‌داریم. احتمال اینکه مهره‌ی دوم سبز باشد، کدام است؟

$\frac{4}{13}$  (۴)

$\frac{1}{4}$  (۳)

$\frac{1}{3}$  (۲)

$\frac{3}{13}$  (۱)

۲۲۳) در یک خانواده‌ی ۴ فرزند، می‌دانیم حداقل یکی از فرزندان پسر است. احتمال آنکه این خانواده دقیقاً ۳ پسر داشته باشد، کدام است؟

$\frac{4}{15}$  (۴)

$\frac{1}{5}$  (۳)

$\frac{1}{3}$  (۲)

$\frac{1}{4}$  (۱)

۲۲۴) خانواده‌ای دارای ۷ فرزند است. اگر بدانیم ۲ فرزند اول این خانواده پسر هستند، احتمال آنکه این خانواده حداقل ۵ پسر داشته باشد، کدام است؟

$\frac{4}{32}$  (۴)

$\frac{5}{16}$  (۳)

$\frac{1}{2}$  (۲)

$\frac{5}{32}$  (۱)

۲۲۵) درون ظرفی ۶ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی سیاه وجود دارد. در مرحله‌ی اول ۲ مهره با هم و بدون جایگذاری از ظرف خارج می‌کنیم و در مرحله‌ی دوم ۱ مهره‌ی دیگر از ظرف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال فقط در یکی از مرحله‌ها، ۱ مهره‌ی سفید خارج می‌شود؟

$\frac{11}{30}$  (۴)

$\frac{2}{5}$  (۳)

$\frac{3}{10}$  (۲)

$\frac{1}{3}$  (۱)

۲۲۶) ۷ نفر که دو برادر در بین آن‌ها حضور دارند مفروضند. از بین آن‌ها ۵ نفر را انتخاب می‌کنیم و در یک ردیف کنار هم می‌نشانیم. با چه احتمالی دو برادر در ابتدا و انتهای ردیف نشسته‌اند؟

$\frac{1}{21}$  (۴)

$\frac{1}{42}$  (۳)

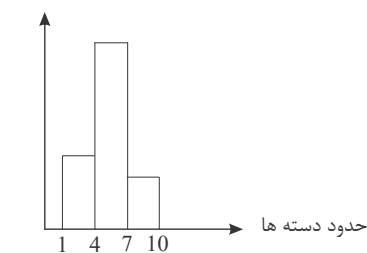
$\frac{1}{35}$  (۲)

۷ (۱)



۲۲۷) شکل زیر، نمودار مستطیلی مربوط به ۱۵۰ داده‌ی آماری را در ۳ دسته نشان می‌دهد. اگر فراوانی نسبی دسته ی دوم برابر ۰٫۷ و نسبت ارتفاع مستطیل اول به ارتفاع مستطیل سوم  $\frac{۳}{۲}$  باشد؛ چند داده در دسته‌ی سوم موجود

است؟



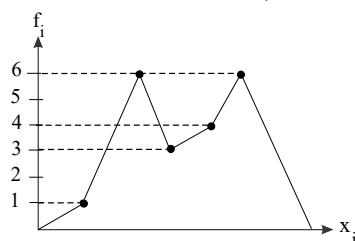
۱) ۱۵

۲) ۱۸

۳) ۲۱

۴) ۲۴

۲۲۸) اگر مساحت زیر نمودار چندبر فراوانی زیر ۱۰۰ باشد، آن گاه واریانس این داده‌ها کدام است؟



۱) ۴۴

۲) ۴۳٫۵

۳) ۴۳

۴) ۴۲٫۵

۲۲۹) جعبه‌ای شامل ۴ مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی سیاه است. از داخل جعبه، ابتدا یک مهره با جایگذاری بر می‌داریم. سپس دو مهره‌ی دیگر یکی پس از دیگری و بدون جایگذاری خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دومین مهره‌ی سفید، بلافاصله بعد از اولین مهره‌ی سیاه خارج می‌شود؟

۱)  $\frac{۵}{۴۲}$

۲)  $\frac{۱۰}{۶۳}$

۳)  $\frac{۵}{۵۴}$

۴)  $\frac{۱۰}{۸۱}$

۲۳۰) در مطالعات ژنتیکی نشان داده شده است که ۴۰ درصد زن‌های تعیین‌کننده عامل  $RH$  خون منفی‌اند. در یک خانواده دو فرزندی، با چه احتمالی  $RH$  خون حداقل یکی از فرزندان مثبت است؟

۱) ۰٫۹۴۴

۲) ۰٫۸۴

۳) ۰٫۹۷۴۴

۴) ۰٫۸۶۴

۲۳۱) اگر  $P(A|B) = \frac{۲}{۵}$  و  $P(B|A) = \frac{۱}{۳}$ ، حاصل  $\frac{P(B)}{P(A)}$  کدام است؟

۱)  $\frac{۵}{۶}$

۲)  $\frac{۲}{۱۵}$

۳)  $\frac{۱۵}{۲}$

۴)  $\frac{۲}{۳}$

۲۳۲) جدول زیر، فراوانی تجمعی ۲۰ داده‌ی آماری را نشان می‌دهد. اگر زاویه‌ی مرکزی مربوط به دسته با مرکز ۱۳، در نمودار دایره‌ای ۹۰ درجه باشد، واریانس داده‌ها کدام است؟

حدود دسته	۸ - ۱۰	۱۰ - ۱۲	۱۲ - ۱۴	۱۴ - ۱۶	۱۶ - ۱۸
فراوانی تجمعی	۴	۷	$x$	۱۷	۲۰

۱) ۶٫۸

۲) ۷٫۲

۳) ۷٫۸

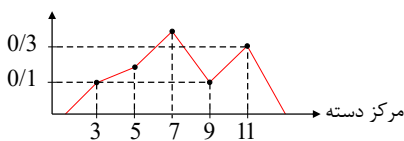
۴) ۸٫۲





۲۳۳) نمودار چندبر فراوانی ۱۲۰ داده‌ی آماری در شکل زیر رسم شده است. اگر زاویه‌ی مربوط به دسته‌ی سوم

فراوانی نسبی



در نمودار دایره‌ای  $126^\circ$  باشد، فراوانی مطلق دسته‌ی دوم کدام است؟

۱۸ (۲)

۱۲ (۱)

۲۲ (۴)

۱۶ (۳)

۲۳۴) از بین ۵ سکه‌ی اصل و ۴ سکه‌ی تقلبی، ۴ سکه به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر در بین سکه‌های انتخابی،

سکه تقلبی موجود باشد، چه قدر احتمال دارد تنها یک سکه‌ی تقلبی در بین سکه‌ها باشد؟

$\frac{7}{11}$  (۴)

$\frac{4}{11}$  (۳)

$\frac{64}{121}$  (۲)

$\frac{40}{121}$  (۱)

۲۳۵) با توجه به جدول زیر، ضریب تغییرات کدام است؟

حدود دسته	$[1,5 - 4,5)$	$[4,5 - 7,5)$	$[7,5 - 10,5)$	$[10,5 - 13,5]$
فراوانی تجمعی	۴	۷	۹	۱۰
	$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴)	$\frac{1}{2}$ (۳)	$\frac{\sqrt{6}}{2}$ (۲)	$\frac{3}{2}$ (۱)

۲۳۶) در جعبه‌ای ۳ کارت سفید، ۴ کارت سبز و ۲ کارت بنفش موجود است. اگر از این جعبه به طور متوالی و با

جایگذاری ۲ کارت برداریم. احتمال آنکه کارت‌ها هم‌رنگ باشند کدام است؟

$\frac{10}{27}$  (۴)

$\frac{29}{81}$  (۳)

$\frac{31}{81}$  (۲)

$\frac{32}{81}$  (۱)

۲۳۷) با توجه به جدول زیر، زاویه‌ی مربوط به دسته‌ی سوم در نمودار دایره‌ای چند درجه است؟

طبقات	۱ - ۵	۵ - ۹	۹ - ۱۳	۱۳ - ۱۷	۱۷ - ۲۱
درصد فراوانی نسبی	۱۵	۲۱	$x$	۱۰	۳۹

$54^\circ$  (۴)

$78^\circ$  (۳)

$30^\circ$  (۲)

$45^\circ$  (۱)

۲۳۸) اگر از هر یک از داده‌های آماری متمایز، ۷ واحد کم کنیم، ضریب تغییرات آن‌ها دو برابر می‌شود. میانگین

داده‌های اولیه کدام است؟

۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

۹ (۲)

۷ (۱)

۲۳۹) قطر تنه‌ی درختان یک باغ، کدام نوع متغیر است؟

کیفی اسمی (۴)

کیفی ترتیبی (۳)

کمی گسسته (۲)

کمی پیوسته (۱)

۲۴۰) در دسته‌بندی ۱۳۵ داده‌ی آماری در ۱۵ طبقه، حدود دسته‌ی چهارم به صورت  $(74, 77]$  است. اگر این

داده‌ها در ۹ طبقه دسته‌بندی شوند، کران پایین دسته‌ی آخر، کدام است؟

۱۰۵ (۴)

۱۰۲ (۳)

۹۸ (۲)

۹۵ (۱)



۲۴۱) کارکنان یک کارخانه از نظر سطح مهارت به ۶ طبقه دسته‌بندی شده‌اند که درصد فراوانی تجمعی آن‌ها در جدول زیر داده شده است. در نمودار دایره‌ای، زاویه‌ی مربوط به بیشترین فراوانی مطلق چند درجه است؟

سطح مهارت	۱	۲	۳	۴	۵	۶
درصد فراوانی تجمعی	۱۰	۲۵	۵۵	۸۰	۹۲	۱۰۰

- ۱)  $96^\circ$  ۲)  $108^\circ$  ۳)  $115^\circ$  ۴)  $120^\circ$

۲۴۲) در نمودار جعبه‌ای ۲۰ داده‌ی آماری، میانگین داده‌های دنباله‌ی سمت چپ برابر میانگین داده‌های دنباله‌ی سمت راست است. انحراف معیار کدام است؟

- ۱) صفر ۲)  $0.05$  ۳) ۱ ۴) جذر میانه

۲۴۳) میزان آلودگی هوا، کدام نوع متغیر است؟

- ۱) کمی - گسسته ۲) کمی - پیوسته ۳) کیفی - ترتیبی ۴) کیفی - اسمی

۲۴۴) داده‌های آماری در ۸ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. بازه‌ی دسته چهارم به صورت  $[26, 29)$  می‌باشد. اگر این داده‌ها در ۶ طبقه دسته‌بندی شوند، مرکز دسته‌ی پنجم کدام است؟

- ۱) ۳۴ ۲)  $34.5$  ۳) ۳۵ ۴)  $35.5$

۲۴۵) در داده‌های آماری ۱۳، ۱۲، ۱۲، ۱۱، ۹، ۸، ۸، ۶، ۶، ۴، ۳، ۳ داده‌های کم‌تر از چارک اول و بیش‌تر از چارک سوم را حذف کنید. ضریب تغییرات داده‌های باقی‌مانده کدام است؟

- ۱)  $0.15$  ۲)  $0.17$  ۳)  $0.21$  ۴)  $0.25$

۲۴۶) در ۹۶ داده‌ی آماری، کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین داده‌ها به ترتیب ۳۹ و ۷۵ می‌باشند. اگر این داده‌ها در ۹ طبقه دسته‌بندی شوند، کران بالا در دسته‌ی ششم، کدام است؟

- ۱) ۵۹ ۲) ۶۱ ۳) ۶۲ ۴) ۶۳

۲۴۷) ضریب تغییرات داده‌های آماری  $1.35$  می‌باشد. به ۲ برابر این داده‌های آماری، عدد  $\frac{1}{4}$  میانگین آن‌ها افزوده شده است. ضریب تغییرات داده‌های جدید، کدام است؟

- ۱)  $0.96$  ۲)  $1.08$  ۳)  $1.15$  ۴)  $1.2$

۲۴۸) در بین یک سری داده‌ی آماری، کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین داده ۴۱ و ۶۲ است. این داده‌ها در ۷ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. به طوری که ۲۷ درصد داده‌ها کمتر از ۵۰ و ۵۸ درصد آن‌ها بیشتر یا مساوی ۵۳ می‌باشد. اگر فراوانی کل ۱۶۰ باشد، فراوانی مطلق دسته‌ی وسط کدام است؟

- ۱) ۲۴ ۲) ۴۸ ۳) ۳۲ ۴) ۴۰

۲۴۹) میانگین داده‌های جدول زیر کدام است؟

مرکز دسته‌ها	۱	۴	۷	۱۰
درصد فراوانی نسبی	۲۵	۱۸	$a$	۴۷

- ۱)  $5.43$  ۲)  $7.12$  ۳)  $6.37$  ۴)  $6.32$



۲۵۰ در یک کلاس ۲۰ نفره دو برادر حضور دارند. می‌خواهیم از میان دانش‌آموزان این کلاس یک گروه ۳ نفره انتخاب کنیم. چه قدر احتمال دارد حداقل یکی از این دو برادر در گروه انتخابی باشد؟

$$\frac{289}{380} \quad (4)$$

$$\frac{91}{380} \quad (3)$$

$$\frac{27}{95} \quad (2)$$

$$\frac{69}{95} \quad (1)$$

۲۵۱ در کیسه‌ای ۴ مهره‌ی آبی و ۳ مهره‌ی قرمز وجود دارد. از این کیسه ۳ مهره‌ی پی‌درپی و بدون جای‌گذاری و به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال این که مهره‌های اول و سوم هم‌رنگ باشند، کدام است؟

$$\frac{5}{14} \quad (4)$$

$$\frac{3}{14} \quad (3)$$

$$\frac{1}{7} \quad (2)$$

$$\frac{1}{7} \quad (1)$$

۲۵۲ خانواده‌ای دارای دو فرزند است. اگر بدانیم که حداقل یکی از این فرزندان پسر است، احتمال آن که این خانواده فرزند دختر داشته باشد، چقدر است؟

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

۲۵۳ در جعبه‌ای ۵ مهره‌ی سبز، ۴ مهره‌ی بنفش و ۱ مهره‌ی زرد وجود دارد. به تصادف از این جعبه ۳ مهره بر می‌داریم. احتمال آنکه از هر رنگ دقیقاً یک مهره انتخاب کرده باشیم، چقدر است؟

$$\frac{5}{12} \quad (4)$$

$$\frac{1}{8} \quad (3)$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{6} \quad (1)$$

۲۵۴ در داده‌های ۲۰، ۱۷، ۲۱، ۲۳، ۲۲، ۲۰، ۱۵، ۱۷، ۱۸، ۲۱، ۲۴ و ۲۰، میانگین مقادیر چارک اول، میانه و مد تقریباً کدام است؟

$$18,93 \quad (4)$$

$$20,61 \quad (3)$$

$$19,16 \quad (2)$$

$$18,31 \quad (1)$$

۲۵۵ در جدول فراوانی زیر، واریانس داده‌ها کدام است؟

مرکز دسته	۵۲	۵۵	۵۸	۶۱	۶۴
فراوانی تجمعی	۴	۷	۱۶	۲۳	۲۵

$$\frac{314}{25} \quad (4)$$

$$\frac{312}{25} \quad (3)$$

$$\frac{308}{25} \quad (2)$$

$$\frac{306}{25} \quad (1)$$

۲۵۶ یک سری داده‌ی آماری به ۱۲ دسته با طول یکسان دسته‌بندی شده‌اند. حدود دسته‌ی اول (۱۷، ۲۱) است. اگر مجدداً این داده‌ها به ۸ دسته با طول یکسان دسته‌بندی شوند، مرکز دسته‌ی سوم در دسته‌بندی جدید کدام است؟ (در هر دو دسته‌بندی، کران پایین دسته‌ی اول و کران بالای دسته‌ی آخر به ترتیب کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین داده‌ها هستند.)

$$32,5 \quad (4)$$

$$32 \quad (3)$$

$$31,5 \quad (2)$$

$$31 \quad (1)$$



۲۵۷ ضریب تغییرات داده‌های جدول زیر کدام است؟

$x_i$	۱	۲	۳	۴	۵
$f_i$	۳	۲	۳	۱	۱

۴  $\sqrt{0.75}$

۳  $\sqrt{0.66}$

۲  $\frac{\sqrt{1.5}}{2.5}$

۱  $\frac{\sqrt{1.65}}{2.5}$

۲۵۸ اگر  $P(A \cap B) = 0.2$  و  $P(B') = 0.4$ ، حاصل  $P(A' | B)$  چقدر است؟

۴  $\frac{2}{3}$

۳  $\frac{1}{2}$

۲  $0.08$

۱  $0.6$

۲۵۹ هشتاد داده‌ی آماری در ۷ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. اگر ۲۰ داده‌ی جدید به این جدول افزوده شود فراوانی

نسبی دسته‌ی وسط تغییر نمی‌کند. نسبت افزایش داده‌های دسته‌ی مذکور به فراوانی مطلق قبلی آن کدام است؟

۴  $\frac{1}{6}$

۳  $\frac{1}{4}$

۲  $\frac{1}{5}$

۱  $\frac{1}{8}$

۲۶۰ داده‌های آماری ۱۸، ۷، ۲۰، ۱۶، ۱۷، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۷، ۲۱، ۱۳، ۱۲ را با نمودار جعبه‌ای نشان می‌دهیم.

واریانس داده‌های داخل جعبه تقریباً کدام است؟

۴  $5.71$

۳  $5.24$

۲  $4.95$

۱  $4.59$

۲۶۱ هشت داده‌ی آماری با میانگین ۱۱ و انحراف معیار  $\sqrt{10}$  داریم. اگر یک داده‌ی جدید با مقدار ۲ به آن‌ها

اضافه شود واریانس کل ۹ داده‌ی حاصل تقریباً کدام است؟

۴  $16.9$

۳  $14.7$

۲  $12.2$

۱  $10$

۲۶۲ اگر قیمت اجناس با انحراف معیار  $\sqrt{10}$ ، طی یک سال ۱۰٪ افزایش یابد، واریانس قیمت‌های جدید چقدر

است؟

۴  $\frac{\sqrt{10}}{10}$

۳  $1.21$

۲  $12.1$

۱  $10$

۲۶۳ در جعبه‌ای ۳ مهره‌ی سفید، ۴ مهره‌ی سبز و ۲ مهره‌ی قرمز موجود است. از این جعبه، به‌طور متوالی و بدون

جایگذاری ۳ مهره بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال مهره‌ی اول سبز است و مهره‌ی دوم قرمز نیست؟

۴  $\frac{1}{3}$

۳  $\frac{28}{81}$

۲  $\frac{1}{9}$

۱  $\frac{7}{18}$

۲۶۴ اگر مجموع انحرافات داده‌های جدول داده شده از عدد ۵، صفر باشد، ضریب تغییرات این داده‌ها چه قدر

است؟

حدود دسته	$[1, 3)$	$[3, 5)$	$[5, 7)$	$[7, 9]$
فراوانی تجمعی	۴	۷	$a + 7$	$a + 8$

۴  $\frac{\sqrt{3}}{5}$

۳ ۳

۲  $\sqrt{3}$

۱  $0.6$



۲۶۵ سه تاس همگن را می ریزیم. اگر هر سه تاس فرد آمده باشد، احتمال آن که حداقل دو تاس یکسان ظاهر شده باشد، کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{26}{27} \quad (۲)$$

$$\frac{7}{9} \quad (۱)$$

۲۶۶ جدول مقابل درصد نمرات داوطلبی با ضرایب متفاوت است. اگر حداقل میانگین برای پذیرش ۷۵ باشد. حداقل نمره ی ادبیات وی برای پذیرش کدام است؟

اختصاصی	زبان	معارف	ادبیات فارسی	درس
۷۰	۸۱	۹۰	?	درصد نمره
۸	۳	۲	۴	ضریب

$$۷۴ \quad (۴)$$

$$۷۳ \quad (۳)$$

$$۷۲ \quad (۲)$$

$$۷۱ \quad (۱)$$

۲۶۷ با توجه به جدول آماری دسته بندی شده ی مقابل، انحراف معیار داده های  $x$  کدام است؟

$x - ۱۰$	۳۱	۳۳	۳۵	۳۷	۳۹
فراوانی تجمعی	۴	۱۱	۱۶	۱۹	۲۰

$$\frac{\sqrt{14}}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{15}}{2} \quad (۳)$$

$$\sqrt{6} \quad (۲)$$

$$\sqrt{5} \quad (۱)$$

۲۶۸ در کیسه ای ۵ مهره ی سفید و ۳ مهره ی سیاه و ۲ مهره ی قرمز وجود دارد. سه مهره به تصادف از کیسه خارج می کنیم. با کدام احتمال فقط دو مهره ی خارج شده، هم رنگ هستند؟

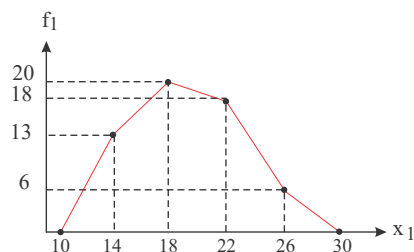
$$\frac{31}{60} \quad (۴)$$

$$\frac{79}{120} \quad (۳)$$

$$\frac{37}{60} \quad (۲)$$

$$\frac{41}{120} \quad (۱)$$

۲۶۹ از داده های آماری با نمودار چندبر فراوانی مقابل، سه داده ی ۱۵، ۱۷ و ۱۹ حذف شده است. در نمودار دایره ای داده های جدید، بزرگ ترین زاویه ی مرکزی نظیر دسته ها چند درجه است؟



$$120^\circ \quad (۴)$$

$$(۱)$$

$$(۲)$$

$$(۳)$$

۲۷۰ میانگین ۹ داده آماری برابر ۲۰ می باشد. کدام داده آماری به این مجموعه اضافه شود تا میانگین آن ها برابر

۲۵ شود؟

$$۷۵ \quad (۴)$$

$$۷۰ \quad (۳)$$

$$۵۵ \quad (۲)$$

$$۵۰ \quad (۱)$$

آمار و احتمال



۲۷۱ مقدار  $a$  از جدول مقابل کدام است؟

$x_i - \bar{x}$	-۲	-۱	۰	۲	۳
فراوانی تجمعی	۴	۷	۹	۱۰	$a$

۱۳٫۵ (۴)

۱۳ (۳)

۱۰٫۵ (۲)

۱۰ (۱)

۲۷۲ داده‌های آماری در ۸ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. بازهٔ دستهٔ اول به صورت  $[۲۶, ۲۹)$  می‌باشد اگر این داده‌ها در

۶ طبقه دسته‌بندی شوند، مرکز دستهٔ پنجم کدام است؟

۴۵ (۴)

۴۴٫۵ (۳)

۴۴ (۲)

۴۳٫۵ (۱)

۲۷۳ داده‌های آماری به ۱۲ طبقه، دسته‌بندی شده‌اند، حدود دستهٔ اول به صورت  $[۲۳, ۲۶)$  می‌باشد. اگر این

داده‌ها به ۹ طبقه دسته‌بندی شوند، مرکز دستهٔ وسط کدام است؟

۴۲ (۴)

۴۱٫۵ (۳)

۴۱ (۲)

۴۰٫۵ (۱)

۲۷۴ کارکنان یک کارخانه از نظر سطح مهارت به ۶ طبقه دسته‌بندی شده‌اند، که درصد فراوانی تجمعی آن‌ها در

جدول زیر داده شده است. در نمودار دایره‌ای، زاویهٔ مربوط به بیش‌ترین فراوانی مطلق چند درجه است؟

سطح مهارت	۱	۲	۳	۴	۵	۶
درصد فراوانی تجمعی	۱۰	۲۵	۵۵	۸۰	۹۲	۱۰۰

۱۲۰° (۴)

۱۱۵° (۳)

۱۰۸° (۲)

۹۶° (۱)

۲۷۵ فراوانی تجمعی داده‌های آماری دسته‌بندی شدهٔ زیر، داده شده است. میانگین کدام است؟

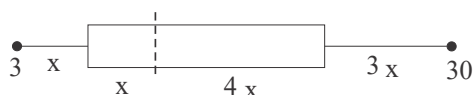
حدود دسته	۵-۷			۱۱-۱۳
فراوانی تجمعی	۳	۷	۸	۱۰

۹ (۴)

۸٫۴ (۳)

۷٫۵ (۲)

۸ (۱)



۲۷۶ نمودار جعبه‌ای یک مجموعهٔ آماری به صورت زیر است، میانگین

چارک اول و میانه و چارک سوم کدام است؟

۱۲٫۵ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰٫۵ (۲)

۱۰ (۱)

۲۷۷ واریانس داده‌های مثبت  $x$ ،  $۳x$ ،  $۴x$ ،  $۴x$  برابر  $۱۳٫۵$  شده است. میانگین آن‌ها کدام است؟

۱۲ (۴)

۹ (۳)

۶ (۲)

۳ (۱)

۲۷۸ اگر میانگین و انحراف معیار داده‌های زیر برابر باشند،  $a$  کدام است؟

$a + ۱$ ،  $a + ۲$ ،  $a + ۵$ ،  $a + ۸$ ،  $a + ۴$

۶ (۴)

۶٫۴ (۳)

۵ (۲)

۵٫۴ (۱)

۲۷۹ واریانس ۴ دادهٔ آماری صفر است. اگر داده‌های ۸ و ۳ و ۴ به آن‌ها اضافه شود، میانگین داده‌ها تغییر نمی‌کند،

واریانس کدام است؟

۴ (۴)

۳٫۲ (۳)

۳ (۲)

۲٫۸ (۱)



۲۸۰ در یک جامعه آماری همه داده‌ها در سه برابر واریانس ضرب شده است، ضریب تغییرات چه تغییری می‌نماید؟

- ۱ افزایش ۲ کاهش ۳ ثابت ۴ اطلاعات کافی نیست

۲۸۱ میانگین و انحراف معیار ۱۲ داده آماری به ترتیب ۱۵ و ۴ می‌باشد. اگر چهار داده ۲۰ و ۱۳ و ۱۰ و ۱۷ به مجموعه داده‌ها اضافه شود، واریانس کدام است؟

- ۱ ۱۵ ۲ ۱۵٫۶۲۵ ۳ ۱۶ ۴ ۱۶٫۶۲۵

۲۸۲ اگر واریانس و میانگین داده‌های آماری  $2x_1, 2x_2, \dots, 2x_n$  به ترتیب برابر ۱۶ و ۱۲ باشد، آنگاه ضریب تغییرات داده‌های  $\frac{x_1}{2} + 1, \frac{x_2}{2} + 1, \dots, \frac{x_n}{2} + 1$  کدام است؟

- ۱ ۰٫۲۵ ۲ ۱ ۳ ۲ ۴ ۱٫۵

۲۸۳ میانگین محیط دایره‌هایی  $10\pi$  و میانگین مساحت آنها  $34\pi$  می‌باشد. ضریب تغییرات شعاع دایره‌ها کدام است؟

- ۱  $\frac{3}{5}$  ۲  $\frac{1}{5}$  ۳ ۱ ۴  $\frac{6}{5}$

۲۸۴ زاویه مرکزی متناظر با یک طبقه در نمودار دایره  $120^\circ$  می‌باشد. اگر فراوانی کل داده‌ها  $18x$  باشد، فراوانی متناظر با زاویه مورد نظر کدام است؟

- ۱  $3x$  ۲  $6x$  ۳  $x$  ۴  $\frac{x}{3}$

۲۸۵ احتمال آن که علی در درس ریاضی قبول شود  $\frac{1}{2}$  و احتمال آن که علی یا محمد در درس ریاضی قبول شوند  $\frac{7}{9}$  است. احتمال آن که محمد در درس ریاضی قبول شود، کدام است؟

- ۱  $\frac{2}{9}$  ۲  $\frac{3}{9}$  ۳  $\frac{4}{9}$  ۴  $\frac{5}{9}$

۲۸۶ میانگین و واریانس داده‌های  $x_1, x_2, \dots, x_6$  به ترتیب ۱۵ و ۵ می‌باشد. اگر به این داده‌ها دو عدد ۱۰ و ۲۰ را اضافه کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های اولیه می‌شود؟

- ۱  $\frac{3}{2}$  ۲  $\sqrt{2}$  ۳  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  ۴  $\sqrt{\frac{5}{2}}$

۲۸۷ احتمال این که شخصی گروه خونی O داشته باشد، ۶۵ درصد و احتمال این که اضافه وزن داشته باشد، ۶۰ درصد است. با کدام احتمال شخص گروه خونی O دارد ولی اضافه وزن ندارد؟

- ۱ ۲۵ درصد ۲ ۳۹ درصد ۳ ۴۰ درصد ۴ ۲۶ درصد

۲۸۸ در داده‌های مقابل میانه کدام است؟

۵, ۱۵, ۴۰, ۱۲, ۶, ۵, ۶, ۶

- ۱ ۶ ۲ ۹ ۳ ۱۲ ۴ ۱۳



۲۸۹ اختلاف مقادیر ۷ داده از میانگین آن‌ها اعداد صحیح متمایز و متوالی هستند، انحراف معیار داده‌ها چه قدر است؟

①  $\sqrt{2}$

② ۲

③  $2\sqrt{2}$

④ ۴

۲۹۰ خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است. احتمال آنکه جنسیت همه فرزندان این خانواده یکسان باشد چقدر است؟

①  $\frac{1}{256}$

②  $\frac{1}{2}$

③  $\frac{1}{8}$

④  $\frac{1}{4}$





## پاسخنامه تشریحی

۱ در ابتدا میانگین امتیازات دو نفر را بدست می آوریم.

$$\bar{x}_1 = \frac{7+9+8+9+7}{5} = 8, \quad \bar{x}_2 = \frac{10+8+6+7+9}{5} = 8$$

حال که میانگین ها برابر است دقت کاری نفری بیشتر است که ضریب تغییراتش کمتر باشد.

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \frac{(7-8)^2 + (9-8)^2 + (8-8)^2 + (9-8)^2 + (7-8)^2}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\sigma_2^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \frac{(10-8)^2 + (8-8)^2 + (6-8)^2 + (7-8)^2 + (9-8)^2}{5} = \frac{10}{5}$$

چون میانگین ها برابر هستند بنابراین ضریب تغییرات نسبت مستقیم با واریانس دارد پس دقت نفر اول بیشتر است.

$$\sigma_1^2 < \sigma_2^2 \Rightarrow CV_1 < CV_2$$

۲ داده ها را از کوچک به بزرگ مرتب می کنیم.

۱۶=چارک سوم و ۱۱=چارک اول  $\rightarrow$   $\underbrace{\quad\quad\quad}_{\text{میانه}}, \underbrace{14}_{\text{میانه}}, \underbrace{\quad\quad\quad}$

داده های داخل جعبه عبارتند از: ۱۵، ۱۴، ۱۴، ۱۲، می توانیم برای راحتی کار از همه داده ها ۱۱ واحد کم کنیم (انحراف معیار تغییر نمی کند) و داده های جدید عبارتند از: ۴، ۳، ۳، ۱، ۴.

$$\bar{x} = \frac{1+3+3+4+4}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{5} \left( (1-3)^2 + (3-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (4-3)^2 \right)$$

$$= \frac{6}{5} = 1.2 \Rightarrow \sigma = \sqrt{1.2} \approx 1.1$$

۳ دو حالت داریم:

۱) موش اول سفید و موش دوم سفید و موش سوم سیاه

$$\frac{3}{8} \times \frac{3}{7} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{28}$$

۲) موش اول سفید و موش دوم سیاه و موش سوم سیاه

$$\frac{3}{8} \times \frac{2}{7} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{56}$$

$$P = \frac{5}{28} + \frac{5}{56} = \frac{15}{56} \text{ پس}$$

روش دوم: چون در تست به رنگ موش دوم اشاره نشده است فرض می کنیم موشی که به رنگ آن اشاره نشده است را انتخاب نکرده ایم و تنها می خواهیم دو موش را پشت سرهم (متوالیاً) انتخاب کنیم یعنی موش دوم تأثیری در حل مسئله ندارد



$$(اولی سفید و دومی سیاه) = \frac{-}{8} \times \frac{-}{7} = \frac{15}{56}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$n(S) = \binom{8}{3} = \frac{8 \times 7 \times 6}{6} = 56$$

هر ۳ مهره هم رنگ باشند یعنی هر ۳ سفید یا هر ۳ سیاه باشند.

$$n(A) = \binom{5}{3} + \binom{3}{3} = 10 + 1 = 11$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{11}{56} \text{ است.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ داده های  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$  را در نظر می گیریم.

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{10}}{10} = 12 \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = 120$$

فرض می کنیم داده ی  $x_1$  را کنار گذاشته ایم.

$$\frac{x_2 + x_3 + \dots + x_{10}}{9} = 11 \Rightarrow x_2 + x_3 + \dots + x_{10} = 99$$

بنابراین  $x_1 = 120 - 99 = 21$  است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶

در ابتدا جمع ارتفاع میله ها و یا به عبارت دیگر، تعداد کل داده ها ( $N$ ) را بدست می آوریم.

$$N = 1 + 2.5 + 3 + 4 + 4.5 + 5 = 20 \rightarrow d_i = \frac{360}{N} \times F_i = \frac{360}{20} \times 4 = 72^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ گروه خونی، قابل اندازه گیری نیست و ترتیب خاصی در آن وجود ندارد، بنابراین کیفی اسمی است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ مراکز دسته ها به ترتیب ۱۱، ۱۵، ۱۹، ۲۳، ۲۷ می باشد.

برای راحتی در محاسبات از تمام داده ها ۱۹ واحد کم می کنیم.

$$\bar{x} - 19 = \frac{((3 \times (-8)) + (4 \times (-4)) + (7 \times 0) + (x \times 4) + (1 \times 8))}{15 + x}$$

$$\rightarrow -0.6 = \frac{(-24 - 16 + 4x + 8)}{15 + x} \rightarrow -0.6 = \frac{-32 + 4x}{x + 15}$$

$$d_i = \frac{360}{N} \times F_i = \frac{360}{15 + 5} \times 5 = 90^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹

$$n(S) = \binom{8}{4} = \frac{8!}{4!4!} = 70$$



$$\Rightarrow n(A) = \binom{3}{1} \times \binom{5}{3} = 3 \times 10 = 30$$

پس  $P(A) = \frac{30}{70} = \frac{3}{7}$  است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$$n(S) = 6^2 = 36$$

$$A = \{(1, 5), (5, 1), (2, 4), (4, 2), (3, 3)\} \Rightarrow n(A) = 5$$

پس  $P(A) = \frac{5}{36}$  است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

$$n(S) = 6^2 = 36$$

$$\Rightarrow n(A) = 15$$

$$2 \Rightarrow (1, 1)$$

پس  $P(A) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$  است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

$$S_{\text{جدید}} = \{PPPD, PPDP, PPDD, PPPP\} \Rightarrow n(S) = 4, \quad A = \{PPDD\} \Rightarrow n(A) = 1$$

پس  $P(A) = \frac{1}{4}$  است.

چون واریانس داده ها صفر است پس تمام داده ها برابرند از طرفی چون میانگین ۵ است بنابراین :  $a = b = c = d = 5$

$$\bar{x} = \frac{a + b + c + d + c + d + a + b}{6} = \frac{40}{6} = \frac{20}{3}$$

در سرشماری، تمام افراد جامعه را مورد مطالعه قرار می دهیم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

$$\bar{x} = \frac{x_1 - 1 + x_2 - 2 + \dots + x_n - n}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n - (1 + 2 + 3 + \dots + n)}{n}$$

$$= \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n - \frac{n(n+1)}{2}}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} - \frac{n+1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \bar{x} + \frac{n+1}{2}$$

حال، میانگین خواسته شده را بدست می آوریم:



$$\text{میانگین} = \frac{x_1 + 1 + x_2 + 2 + \dots + x_n + n}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n + (1 + 2 + \dots + n)}{n}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n + \frac{n(n+1)}{2}}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} + \frac{n+1}{2} \\ &= \bar{x} + \frac{n+1}{2} + \frac{n+1}{2} = \bar{x} + n + 1 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

$$n(S) = 6^3 = 216$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{جابجایی} \\ 1, 1, 6 \longrightarrow \frac{1}{2!} = 3 \\ \text{جابجایی} \\ 1, 2, 5 \longrightarrow \frac{1}{3!} = 6 \\ \text{جابجایی} \\ 1, 3, 4 \longrightarrow \frac{1}{3!} = 6 \\ \text{جابجایی} \\ 2, 2, 4 \longrightarrow \frac{1}{2!} = 3 \\ \text{جابجایی} \\ 2, 3, 3 \longrightarrow \frac{1}{2!} = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow n(A) = 21$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{21}{216} = \frac{7}{72} \text{ است.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

$$\text{صورت سوال یعنی اینکه } x = P(1) = \frac{x}{2}, P(2) = \frac{x}{3}, P(3) = \frac{x}{4}, P(4) = \frac{x}{5}, P(5) = \frac{x}{6} \text{ است.}$$

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1 \Rightarrow x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} + \frac{x}{6} = 1$$

$$\times 60 \Rightarrow 60x + 30x + 20x + 15x + 12x + 10x = 60 \Rightarrow 147x = 60 \Rightarrow x = \frac{60}{147}$$

$$P(4) = \frac{x}{4} \Rightarrow P(4) = \frac{\frac{60}{147}}{\frac{4}{1}} = \frac{5}{49}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

$$P(\{2, 4\}) = P(2) + P(4) \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + P(4) \Rightarrow P(4) = \frac{1}{6}$$

$$P(\{2, 3\}) = P(2) + P(3) \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{1}{3} + P(3) \Rightarrow P(3) = \frac{1}{3}$$

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) = 1 \Rightarrow P(1) + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1 \Rightarrow P(1) = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\text{چون } A \text{ و } B \text{ ناسازگارند } P(A \cap B) = 0 \text{ می باشد پس:}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{1}{5} + P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{2}{5}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

می دانیم:

$$P(B) + P(A - B) = P(B) + P(A) - P(A \cap B) = P(A \cup B)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱

$$P(A - B) = P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B), \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\begin{aligned} P(A \cup B') - P(A \cap B) &= B' - P(A \cap B') - P(A \cap B) \\ &= B' - P(A - B) - P(A \cap B) \\ &= B' - (P(A) - P(A \cap B)) - P(A \cap B) = P(B') \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲

هرگاه پی در پی و بدون جایگزینی انتخاب می کنیم و ترتیب، مهم نباشد می توانید فرض کنید که با هم انتخاب کرده ایم.

۹ کارت به شماره های ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹ موجود است.

چون می دانیم مجموع دو کارت زوج بوده پس هر دو کارت زوج یا هر دو کارت فرد بوده اند. پس تعداد اعضای فضای نمونه ای جدید به صورت زیر است:

$$\binom{5}{2} + \binom{4}{2} = 10 + 6 = 16$$

حال از بین حالات فوق حالات مطلوب آن هایی هستند که هر دو فرد باشند یعنی تعداد حالات مطلوب  $\binom{5}{2}$  یا همان ۱۰ می باشد.

$$\text{پس } P(A) = \frac{10}{16} = \frac{5}{8} \text{ است.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳

( در عمل زنده بماند و بدن پس از یک ماه پیوند را قبول کند )

$$= P(\text{در عمل زنده مانده باشد} \mid \text{بدن پس از یک ماه پیوند را قبول کند}) \cdot P(\text{در عمل زنده بماند}) = (0.5)(1 - 0.2) = 0.4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴ اگر  $P(B) = x$  باشد.

$$0.4 = 0.2 + x - 0.2x \Rightarrow 0.2 = 0.8x \Rightarrow x = \frac{1}{4} = 0.25$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵ یعنی دفعات اول و دوم گلوله به هدف اصابت نکند ولی دفعه سوم گلوله به هدف اصابت کند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

$$P(F|E) = \frac{P(E \cap F)}{P(E)}, \quad P(E|F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)}$$

دو رابطه را بر هم تقسیم می کنیم:



$$\frac{1}{P(E|F)} = \frac{1}{P(E)} \Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{P(F)}{\frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{3}{1} = 4P(F) \Rightarrow P(F) = \frac{3}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷

(هیچ کدام قبول نشوند)  $1 - P$  (حداقل یک نفر قبول شود)

$$= 1 - (1 - 0.5)(1 - 0.6)(1 - 0.7) = 1 - (0.5)(0.4)(0.3) = 0.94$$

یعنی در همان دفعه‌ی اول رو ظاهر شود یا دفعه‌ی اول و دفعه‌ی دوم رو ظاهر نشود و دفعه‌ی سوم رو ظاهر شود یا دفعه‌ی اول و دفعه‌ی دوم و دفعه‌ی سوم رو ظاهر نشود و دفعه‌ی چهارم رو ظاهر نشود و دفعه‌ی پنجم رو ظاهر شود و

$$\text{احتمال} = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \frac{1}{2} + \dots$$

عبارت فوق مجموع جملات یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول  $\frac{1}{2}$  و قدرنسبت  $\frac{1}{2}$  است.

$$S = \frac{a_1}{1 - q} = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1$$

یعنی دفعه‌ی اول مجموع ۷ نباشد و دفعه‌ی دوم مجموع ۷ باشد ابتدا احتمال آن که مجموع دو عدد رو شده ۷ باشد را حساب می‌کنیم.

$$n(S) = 6^2 = 36$$

$$\text{مجموع} = 7 \Rightarrow A = \{(1, 6)(6, 1)(2, 5)(5, 2)(3, 4)(4, 3)\} \rightarrow n(A) = 6$$

پس احتمال آن که مجموع دو عدد رو شده ۷ باشد  $\frac{6}{36}$  یا  $\frac{1}{6}$  است و احتمال آن که مجموع دو عدد رو شده ۷ نباشد  $1 - \frac{1}{6}$  یا  $\frac{5}{6}$  است.

$$\text{پس } P(A) = \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{5}{36} \text{ است.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰ احتمال آمدن عدد ۶ در هر بار پرتاب تاس  $\frac{1}{6}$  و احتمال نیامدن آن  $\frac{5}{6}$  است.

$$\frac{1}{6} : \text{دفعه‌ی اول شش بیاید}$$

$$\frac{5}{6} \times \frac{1}{6} : \text{دفعه اول شش نیاید و دفعه دوم شش بیاید}$$

$$\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} : \text{دفعه اول شش نیاید و دفعه دوم شش نیاید و دفعه سوم شش بیاید}$$

$$\text{احتمال} = \frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6} \times \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{6} + \frac{5}{36} + \frac{25}{216} = \frac{91}{216}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۱ دقت کنید این اداره ۱۰۰ کارمند دارد



$$P(\text{مرد و لیسانس}) = P(\text{مرد}) + P(\text{لیسانس}) - P(\text{مرد و لیسانس}) = \frac{60}{100} + \frac{30}{100} - \frac{20}{100} = \frac{70}{100} = 0.7$$

اگر سکه‌ای را  $n$  بار یا  $n$  سکه را با هم پرتاب کنیم، احتمال آنکه دقیقاً  $k$  بار رو (پشت) بیاید برابر  $\frac{\binom{n}{k}}{2^n}$  است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۲)

احتمال آنکه حداکثر ۲ مرتبه پشت بیاید یعنی ۰ یا ۱ یا ۲ بار پشت بیاید.

$$P(A) = \frac{\binom{200}{0} + \binom{200}{1} + \binom{200}{2}}{2^{200}} = \frac{1 + 200 + \frac{200 \times 199}{2}}{2^{200}} = \frac{201 + 19900}{2^{200}} = \frac{20101}{2^{200}}$$

حالات مطلوب به صورت زیر هستند (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۳)

$A, B', C'$  یا  $A', B, C'$  یا  $A', B', C$

$$\left(\frac{1}{6} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{5}{6} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{3}\right) = \frac{6}{72} + \frac{10}{72} + \frac{15}{72} = \frac{31}{72}$$

یعنی  $A$  رخ دهد و  $B$  رخ ندهد یا  $B$  رخ دهد و  $A$  رخ ندهد.  $((A - B) \cup (B - A))$  (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۴)

در جعبه، ۴ ترانزیستور خراب و ۶ ترانزیستور سالم وجود دارد. (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۵)

$$P(\text{هر سه سالم}) = P(\text{اولی سالم}) \times P(\text{دومی سالم}) \times P(\text{سومی سالم}) = \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} = \frac{1}{6}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۳۶)

$$\underbrace{\frac{\binom{3}{1}}{2^3}}_{A \text{ یک دختر}} \times \underbrace{\frac{\binom{3}{0}}{2^3}}_{B \text{ بدون دختر}} + \underbrace{\frac{\binom{3}{2}}{2^3}}_{A \text{ دو دختر}} \times \underbrace{\frac{\binom{3}{0} + \binom{3}{1}}{2^3}}_{B, \text{ هیچ یا یک دختر}} + \underbrace{\frac{\binom{3}{3}}{2^3}}_{A \text{ سه دختر}} \times \underbrace{\frac{\binom{3}{0} + \binom{3}{1} + \binom{3}{2}}{2^3}}_{B, \text{ هیچ یا یک یا دو دختر}}$$

$$= \frac{3}{8} \times \frac{1}{8} + \frac{3}{8} \times \frac{4}{8} + \frac{1}{8} \times \frac{7}{8} = \frac{22}{64} = \frac{11}{32}$$

دقت کنید که اگر خانواده‌ای دارای  $n$  فرزند باشد، احتمال آن که دقیقاً  $k$  فرزند پسر (دختر) باشد از رابطه‌ی  $P(A) = \frac{\binom{n}{k}}{2^n}$  بدست می‌آید.

روش اول: (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۷)

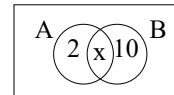
می‌دانیم:  $P(B - A) = P(B) - P(A \cap B)$  ,  $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

$$\left. \begin{aligned} P(A - B) = \frac{2}{17} &\rightarrow P(A) - P(A \cap B) = \frac{2}{17} \\ P(B - A) = \frac{10}{17} &\rightarrow P(B) - P(A \cap B) = \frac{10}{17} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{معادله ی بالا را در منفی ضرب می کنیم}} P(B) - P(A) = \frac{8}{17}$$

$$\xrightarrow{P(B)=3P(A)} 2P(A) = \frac{8}{17} \Rightarrow P(A) = \frac{4}{17}, P(B) = \frac{12}{17}, P(A \cap B) = \frac{2}{17}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{4}{17} + \frac{12}{17} - \frac{2}{17} = \frac{14}{17}$$

روش دوم:



$$P(B) = 3P(A) \Rightarrow \frac{10 + x}{17} = \frac{3(2 + x)}{17}$$

$$P(A \cup B) = \frac{2 + x + 10}{17} = \frac{2 + 2 + 10}{17} = \frac{14}{17}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۸

$$n(S) = 6^3 = 216$$

برای مثال یعنی اگر تاس  $A$ ، ۲ بیاید دو عدد تاس های  $B$ ، ۱، ۱ باشند.

$$A = \left\{ (6, 2, 4), (6, 4, 2), (6, 3, 3) \right\} \Rightarrow n(A) = 15$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{15}{216} \text{ است.}$$

تعداد کل حالات برابر تعداد حالات انتخاب ۲ لنگه از ۲۰ لنگه می باشد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۹

$$n(S) = \binom{20}{2} = \frac{20 \times 19}{2} = 190$$

تعداد حالات مطلوب برابر تعداد حالات انتخاب ۱ جفت از ۱۰ جفت می باشد.

$$n(A) = \binom{10}{1} = 10$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{10}{190} = \frac{1}{19} \text{ است.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۰

$$n(S) = \binom{10}{6} = \frac{10!}{6!4!} = 210$$

خود ۳ که باید باشد از بین ۱ و ۲ هم که یکی باید باشد و از بین اعداد ۴ تا ۱۰ هم باید ۴ تا انتخاب کنیم.

$$n(A) = \binom{2}{1} \binom{7}{4} = 2 \times 35 = 70$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{70}{210} = \frac{1}{3} \text{ است.}$$

مجموع همه درصد فراوانی های نسبی همواره برابر ۱۰۰ درصد است. لذا داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۱

$$15 + 30 + 25 + \alpha = 100 \Rightarrow \alpha = 30$$

در نتیجه جدول فراوانی نسبی این داده های آماری، به صورت زیر است:

مرکز دسته $x_i$	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱
نسب $\frac{F_i}{N}$	۰٫۱۵	۰٫۳۰	۰٫۲۵	۰٫۳۰

دقت کنید میانگین برابر است با مجموع حاصلضرب مرکز هر دسته در فراوانی نسبی آن دسته. برای راحتی در محاسبات از تمام داده ها ۲۰ واحد کم می کنیم.

$$\bar{x} - 20 = (-8 \times 0.15) + (-5 \times 0.3) + (-2 \times 0.25) + (3 \times 0.3) \Rightarrow \bar{x} - 20 = -2.9 \Rightarrow \bar{x} = 17.1$$





۴۲) چون واریانس این ۱۱ داده‌ی آماری برابر صفر است، در نتیجه تمام داده‌ها با هم برابرند.

میانگین سه داده‌ی اضافه شده ۲۲ =  $\frac{۲۶ + ۱۶ + ۲۴}{۳} = \frac{۶۶}{۳}$  است و چون با اضافه شدن این سه داده، میانگین ۱۴ داده تغییر نکرده است پس میانگین ۱۴ داده نیز برابر ۲۲ است. چون می‌دانیم در بین ۱۴ داده، ۱۱ داده با هم برابرند می‌توانیم همه‌ی آن ۱۱ داده را ۲۲ در نظر بگیریم.

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \\ &= \frac{1}{۱۴} (۱۱(۲۲ - ۲۲)^2 + (۲۴ - ۲۲)^2 + (۱۶ - ۲۲)^2 + (۲۶ - ۲۲)^2) \\ &= \frac{1}{۱۴} (۰ + ۴ + ۳۶ + ۱۶) = \frac{۵۶}{۱۴} = ۴ \rightarrow \sigma = ۲\end{aligned}$$

۴۳) ۱ ۲ ۳ ۴

$$\begin{aligned}n(S) &= \binom{۱۱}{۳} = \frac{۱۱ \times ۱۰ \times ۹}{۶} = ۱۶۵ \\ &\text{(هر سه موش سیاه باشند)} \quad P = 1 - P(\text{حداقل یکی از موش ها سفید باشد}) \\ &= 1 - \frac{\binom{۶}{۳}}{۱۶۵} = 1 - \frac{\frac{۶ \times ۵ \times ۴}{۶}}{۱۶۵} = 1 - \frac{۲۰}{۱۶۵} = 1 - \frac{۴}{۳۳} = \frac{۲۹}{۳۳}\end{aligned}$$

۴۴) مجموع همه‌ی زوایای مرکزی برابر با  $۳۶۰^\circ$  است، پس داریم:

$$۲۷ + ۴۵ + ۹۹ + \alpha + ۵۴ + ۱۸ = ۳۶۰ \Rightarrow ۲۴۳ + \alpha = ۳۶۰ \Rightarrow \alpha = ۱۱۷^\circ$$

مجموع فراوانی‌ها برابر با  $N = ۱۶۰$  می‌باشد، اگر  $F_f$  فراوانی مطلق گروه چهارم باشد داریم:

$$d_i = \frac{۳۶۰}{N} \times F_i \Rightarrow ۱۱۷ = \frac{۳۶۰}{۱۶۰} F_f \Rightarrow F_f = \frac{۱۶۰ \times ۱۱۷}{۳۶۰} = ۵۲$$

۴۵) ۱ ۲ ۳ ۴

برای راحتی در محاسبات از تمام داده‌ها ۱۸ واحد کم می‌کنیم و دقت کنید که واریانس تغییری نمی‌کند.

$$\begin{aligned}- &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i = \frac{1}{۲۵} ((۴ \times (-۶)) + (۳ \times (-۳۱)) + (۹ \times ۰) + (۷ \times ۳) + (۲ \times ۶)) \\ &= \frac{1}{۲۵} (-۲۴ - ۹ + ۲۱ + ۱۲) = ۰\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i (x_i - \bar{x})^2 \\ &= \frac{1}{۲۵} (۴(-۶ - ۰)^2 + ۳(-۳ - ۰)^2 + ۹(۰ - ۰)^2 + ۷(۳ - ۰)^2 + ۲(۶ - ۰)^2)\end{aligned}$$



$$= \frac{1}{25}(144 + 27 + 63 + 72) = \frac{306}{25} = 12,24$$

با: تعداد حالات انجام تجربه‌ی تصادفی که همان چیدن چهار رقم ۳ و ۲ و ۱ و ۰ به تصادف در کنار هم است، برابر است (۴۶) ۱ ۲ ۳ ۴

$$n(S) = \boxed{3} \times \boxed{3} \times \boxed{2} \times \boxed{1} = 18$$

برای آن که عددی چهار رقمی مضرب ۶ باشد، باید هم زوج و هم بر ۳ بخش پذیر باشد. شرط آن که عددی بر ۳ بخش پذیر باشد آن است که مجموع ارقامش بر ۳ قابل قسمت باشد. چون همواره مجموع ارقام ۳ و ۲ و ۱ و ۰ برابر ۶ است، پس این عدد چهار رقمی همواره بر ۳ بخش پذیر می باشد. لذا باید تنها تعداد اعداد زوج را پیدا کنیم تا عدد مضرب ۶ شود. تعداد اعداد چهار رقمی زوج برابر است با:

$$\left. \begin{array}{l} \boxed{3} \times \boxed{2} \times \boxed{1} \times \boxed{1} = 6 \text{ رقم یکان صفر باشد} \\ \boxed{2} \times \boxed{2} \times \boxed{1} \times \boxed{1} = 4 \text{ رقم یکان صفر نباشد} \end{array} \right\} \Rightarrow n(A) = 6 + 4 = 10$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} \text{ است.}$$

همواره مساحت زیر نمودار مستطیلی و نمودار چندبر فراوانی که دو سر آن روی محور قرار داشته باشند، با هم (۴۷) ۱ ۲ ۳ ۴

$$\text{برابرند. پس: } S' = 1$$

یعنی در این خانواده سه فرزندی حداقل یک فرزند پسر است. پس در این خانواده حالتی که هر ۳ فرزند دختر باشند وجود ندارد. (۴۸) ۱ ۲ ۳ ۴

$$n(S) = 2^3 - 1 = 7$$

$$DDP \Rightarrow n(A) = \frac{1}{2!} = 3 \text{ تعداد حالت مطلوب یعنی این خانواده دارای دو دختر باشد:}$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{1}{7} \text{ است.}$$

(۴۹) ۱ ۲ ۳ ۴

$$\bar{x} = \frac{72}{12} = 6$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 = \frac{480}{12} - (6)^2 = 40 - 36 = 4 \rightarrow \sigma = 2$$

$$C_V = \frac{\sigma^2}{\bar{x}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

ابتدا فراوانی مطلق دسته‌ها را بدست می آوریم (اختلاف فراوانی تجمعی دو دسته‌ی  $i$ ام و  $(i+1)$ ام، فراوانی مطلق دسته‌ی  $(i+1)$ ام را می دهد). (۵۰) ۱ ۲ ۳ ۴

مرکز دسته	۸	۹	۱۰	۱۱
فراوانی مطلق	۸	۱۶	۲۰	۲۴



$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i \Rightarrow \bar{x} = \frac{7 \times 8 + 8 \times 16 + 9 \times 20 + 10 \times 24 + 11 \times 12}{80} = 9.2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۱

اگر هریک از داده‌ها را دو برابر کنیم انحراف معیار و میانگین نیز دو برابر می‌شوند و وقتی ۳ واحد به آن‌ها اضافه کنیم، انحراف معیار تغییر نکرده و به میانگین ۳ واحد اضافه می‌شود.

$$CV_{\text{قدیم}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow \frac{2\sigma}{2\bar{x} + 3} = \frac{2}{2\bar{x} + 3} = \frac{24}{27} = \frac{8}{9}$$

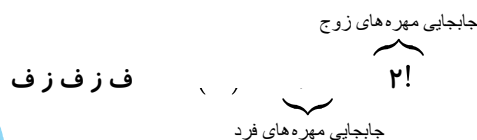
۱ ۲ ۳ ۴ ۵۲

روش اول:

$$P(\text{پنجمی فرد}) \times P(\text{چهارمی زوج}) \times P(\text{سومی فرد}) \times P(\text{دومی زوج}) \times P(\text{اولی فرد}) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{12}{120} = 0.1$$

روش دوم:

$$n(S) = 5!$$



$$P(A) = \frac{1}{5!} = \frac{1}{120} \text{ پس}$$

روش اول: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۳

$P$  (اولی سیاه و دومی سفید) یا  $P$  (اولی سفید و دومی سفید)

$$\text{احتمال مطلوب} = \left( \frac{6}{15} \times \frac{5}{14} \right) + \left( \frac{9}{15} \times \frac{6}{14} \right) = \frac{6}{15 \times 14} + \frac{6}{15 \times 14} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

روش دوم: چون نمی‌دانیم مهره‌ی اول خارج شده چه رنگی است فرض می‌کنیم اصلاً مهره‌ای خارج نشده است پس احتمال سفید بودن می‌شود

$$\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۴ لااقل دو دختر یعنی دو دختر یا سه دختر یا چهار دختر یا پنج دختر، برای این منظور از پیشامد متمم استفاده می‌کنیم.

$$P(\text{لااقل دو دختر}) = 1 - P(\text{یک دختر یا هیچ دختر}) = 1 - \left( \frac{5}{32} + \frac{1}{32} \right) = 1 - \frac{6}{32} = \frac{13}{16}$$

$$\text{دقت کنید: } \begin{cases} DPPPP \rightarrow \frac{1}{4!} = 5 \text{ تعداد حالات یک دختر} \end{cases}$$

$$\bar{x} = \frac{48}{8} = 6 \text{ با توجه به این که مجموع ۸ داده ی آماری ۴۸ است، بنابراین میانگین آن ها برابر است با ۶}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1}{6} \Rightarrow \sigma = \frac{1}{6} \Rightarrow \sigma = \frac{1}{6} \times 6 = 3 \rightarrow \sigma^2 = 3^2 = 9$$



$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 - (\bar{x})^2 \rightarrow 9 = \frac{1}{8} (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_8) - 36$$

$$\rightarrow 45 = \frac{1}{8} (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_8) \rightarrow x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_8 = 360$$

با توجه به این که نمودار درصد فراوانی تجمعی از دو نقطه ی متوالی (۴۴، ۵۵) و (۴۷، ۶۷) عبور می کند، بنابراین

درصد فراوانی نسبی داده های بین دو داده ی ۴۴ و ۴۷ برابر است با  $12 = 67 - 55$ . با توجه به این که فراوانی کل ۷۵ است، داریم:

$$47 \text{ و } 44 \text{ بین داده های } = \frac{12}{100} \times 75 = 9$$

وقتی از داده ها ۴۴ واحد کم می کنیم از میانگین نیز ۴۴ واحد کم می شود ولی انحراف معیار تغییر نمی کند.

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n F_i x_i \rightarrow \bar{x} - 44 = \frac{1}{20} ((4 \times (-3)) + (7 \times (-1)) + (5 \times 1) + (3 \times 3) + (1 \times 5))$$

$$\bar{x} - 44 = \frac{1}{20} (-12 - 7 + 5 + 9 + 5)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n F_i (x_i - \bar{x})^2 \rightarrow \sigma^2 = \frac{1}{20} (4(-3)^2 + 7(-1)^2 + 5(1)^2 + 3(3)^2 + 1(5)^2)$$

$$= \frac{1}{20} (36 + 7 + 5 + 27 + 25) = \frac{100}{20} = 5 \rightarrow \sigma = \sqrt{5}$$

$$C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{5}}{44} \sim \frac{2.2}{44} = 0.05$$

در ابتدا میانگین دقت این دو کارگر را به دست می آوریم:

$$\bar{x}_A = \frac{15 + 14 + 15 + 16 + 17 + 19}{6} = \frac{96}{6} = 16, \quad \bar{x}_B = \frac{16 + 14 + 17 + 14 + 17 + 18}{6} = \frac{96}{6} = 16$$

$$\sigma_A^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{6} (1 + 4 + 1 + 0 + 1 + 9) = \frac{16}{6} = \frac{8}{3} \rightarrow \sigma_A = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}}$$

$$\sigma_B^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{6} (0 + 4 + 1 + 4 + 1 + 4) = \frac{14}{6} = \frac{7}{3} \rightarrow \sigma_B = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$$

می دانیم  $C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}}$  است و چون  $\sigma_{V_A} > \sigma_{V_B}$  است پس دقت کاری B از A بیش تر است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۹

مراکز دسته ها به ترتیب برابر ۱۵ و ۱۹ و ۲۳ و ۲۷ و ۳۱ می باشند.

برای راحتی در محاسبات از تمام داده ها ۲۳ واحد کم می کنیم.

$$\bar{x} - 23 = \frac{1}{15} ((3 \times (-8)) + (4 \times (-4)) + (5 \times 0) + (2 \times 4) + (1 \times 8))$$

$$\rightarrow \bar{x} - 23 = \frac{1}{15} (-24 - 16 + 8 + 8) \rightarrow \bar{x} - 23 = -\frac{24}{15} \rightarrow \bar{x} - 23 = -1.6 \rightarrow \bar{x} = 21.4$$

طول اضلاع مربع را  $x_1, x_2, \dots, x_N$  در نظر می گیریم، میانگین محیط مربع ها برابر ۸۴ است (مجموع محیط مربع

ها تقسیم بر تعدادشان) پس داریم:



$$\bar{x} = \frac{4x_1 + 4x_2 + \dots + 4}{N} \rightarrow 84 = \frac{4(x_1 + x_2 + \dots + )}{N} \rightarrow \frac{x_1 + x_2 + \dots +}{N} = 21 \rightarrow \text{میانگین اضلاع} = \bar{x} = 21$$

میانگین مساحت مربع‌ها برابر ۴۹۰ است (مجموع مساحت مربع‌ها تقسیم بر تعدادشان) پس داریم:

$$\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N} = 490 \rightarrow \sum_{i=1}^N x_i^2 = 490$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 \Rightarrow \sigma^2 = 490 - 441 = 49 \Rightarrow \sigma = 7$$

$$C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{7}{21} = 0.33$$

اعداد ۳ و ۶ مضرب ۳ هستند پس احتمال ظاهر شدن مضرب ۳ برابر  $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$  است. پس داریم:

$$P(\text{هیچ کدام مضرب ۳ نباشند}) = 1 - P(\text{یکی مضرب ۳}) = 1 - \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = 1 - \frac{8}{27} = \frac{19}{27}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۲

مجموع زوایا در نمودار دایره‌ای  $360^\circ$  می‌باشد.

$$\text{جمع زوایه‌ها} = 360^\circ \Rightarrow x = 360 - 306 = 54^\circ$$

$$d_i = \frac{360}{N} \times F_i \rightarrow 54 = 360 f_i \rightarrow f_i = \frac{54}{360}$$

$$\text{نسبی فراوانی} = \frac{54}{360} \times 100 = 15$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۳ مراکز دسته‌ها و فراوانی مطلق دسته‌ها را بدست می‌آوریم:

مرکز دسته	۱۶۴	۱۷۰	۱۷۶	۱۸۲
فراوانی مطلق	۷	۹	۱۱	۱۳

برای راحتی در محاسبات از تمام داده‌ها ۱۷۶ واحد کم می‌کنیم.

$$\bar{x} - 176 = \frac{1}{40}((7 \times (-21)) + (9 \times (-6)) + (11 \times 0) + (13 \times 6))$$

$$\bar{x} - 176 = \frac{1}{40}(-84 - 54 + 78) \rightarrow \bar{x} = 176 - 1.5 \rightarrow \bar{x} = 174.5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۴

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \Rightarrow \frac{10}{7} = \frac{n(A)}{n(S)} \Rightarrow n(S) = 35$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۵

$$n(S) = 8 \quad \text{و} \quad A = \{3, 5, 7\} \rightarrow n(A) = 3$$

پس  $P(A) = \frac{3}{8}$  است.



۱ ۲ ۳ ۴ ۶۶

$\{1, 3\}$  = اعضای که در  $A$  هست ولی در  $B$  نیست

$$\Rightarrow n(A - B) = 2 \xrightarrow{n(S)=8} P(A - B) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۷ فضای نمونه‌ای برای خانواده‌ی سه فرزندی با شرط حداقل ۲ پسر، ۴ عضوی است:

$$S_{\text{جدید}} = \{ \text{پپ، پپ، دپ، دپ، دپ، دپ} \}$$

در یک حالت، فرزند سوم دختر است.

$$\text{پس } P(A) = \frac{1}{4} \text{ است.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۸ حالت هایی که در آن‌ها مجموع ارقام ظاهر شده، ۸ هستند عبارتند از:

$$S_{\text{جدید}} = \{(2, 6), (6, 2), (3, 5), (5, 3), (4, 4)\} \rightarrow n(S) = 5$$

$$A = \{(3, 5), (5, 3)\} \rightarrow n(A) = 2$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{2}{5} \text{ است.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۹ مجموع درصد فراوانی‌های نسبی برابر ۱۰۰ است:

$$11,5 + 17 + x + 28,5 + 20,5 = 100 \Rightarrow 77,5 + x = 100 \Rightarrow x = 22,5$$

$$\text{پس داریم: } \text{درصد فراوانی نسبی دسته‌ی وسط} = \frac{22,5}{N} \times 100 \rightarrow 22,5 = \frac{N}{100} \times 100 \rightarrow \frac{22,5}{N} = \frac{100}{100}$$

$$d_p = \frac{22,5}{N} \times 360 = \frac{22,5}{100} \times 360 = 81^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۰

$$= = \frac{21 + 21 + 25 + 32 + 33 + 34 + 37 + 38 + 41 + 46}{10} = \frac{328}{10} = 32,8$$

حال، کافی است که میانگین را نصف کرده و سپس دو واحد از آن کم کنیم.

$$\frac{32,8}{2} - 2 = 16,4 - 2 = 14,4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۱

فراوانی تجمعی آخرین طبقه در جدول، برابر تعداد کل داده‌ها ( $N$ ) یعنی ۹۰ است و اختلاف فراوانی تجمعی دو دسته‌ی  $i$ ام و  $(i + 1)$ ام، فراوانی مطلق دسته‌ی  $(i + 1)$ ام را می‌دهد یعنی فراوانی مطلق دسته‌ی وسط برابر ۲۹ است.

$$d_p = \frac{29}{N} \times 360 = \frac{29}{90} \times 360 = 29 \times 4 = 116^\circ$$

زاویه‌ی متناظر با دسته‌ی وسط در نمودار دایره‌ای

$$\text{اگر } x_i \text{ طول ضلع مربع باشد در این صورت } \sum_{i=1}^N x_i^2 = 240 \text{ و } \bar{x} = 4 \text{ است.} \quad ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۲$$



$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 = \left( \frac{240}{10} \right) - (4)^2 = 24 - 16 = 8 \Rightarrow \sigma = 2\sqrt{2}$$

مجموع فراوانی‌های نسبی داده‌های آماری برابر یک است پس  $x = 0.2$  می‌باشد. (۱) (۲) (۳) (۴) (۷۳)

مرکز دسته	۸	۱۲	۱۶	۲۰
فراوانی نسبی	۰٫۱۵	۰٫۲۰	۰٫۲۵	۰٫۴۰

میانگین، برابر مجموع حاصل ضرب فراوانی نسبی هر دسته در مرکز آن دسته می‌باشد.

$$\bar{x} = (0.15 \times 8) + (0.20 \times 12) + (0.25 \times 16) + (0.40 \times 20) = 1.2 + 2.4 + 4 + 8 = 15.6$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۷۴)

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 \rightarrow 16 = \frac{800}{10} - (\bar{x})^2 \rightarrow \bar{x}^2 = 64 \rightarrow \bar{x} = 8$$

$$\Rightarrow \frac{x_1 + \dots + x_{10}}{10} = 8 \Rightarrow x_1 + \dots + x_{10} = 80$$

مراکز دسته‌ها به ترتیب برابر ۱۶ و ۱۸ و ۲۰ و ۲۲ و ۲۴ می‌باشند. برای راحتی کار در محاسبات از تمام داده‌ها (۱) (۲) (۳) (۴) (۷۵)

۲۰ واحد کم می‌کنیم و دقت کنید که واریانس تغییر نمی‌کند.

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i = \frac{1}{16} ((3 \times (-4)) + (2 \times (-2)) + (4 \times 0) + (6 \times 2) + (1 \times 4)) = \frac{1}{16} (-12 - 4 + 12 + 4) = 0$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{16} (3(-4-0)^2 + 2(-2-0)^2 + 4(0-0)^2 + 6(2-0)^2 + 1(4-0)^2)$$

$$= \frac{1}{16} (48 + 8 + 24 + 16) = \frac{96}{16} = 6$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۷۶)

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 = \frac{1}{10} (410) - 5^2 = 41 - 25 = 16 \Rightarrow \sigma = 4$$

$$C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{4}{5} = 0.8$$

اگر پیشامد رو آمدن حداقل یک سکه را با  $A$  و پیشامد زوج آمدن عدد تاس را با  $B$  نمایش دهیم، داریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۷۷)

$$\{(r, r), (r, p), (p, r), (p, p)\} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{2^2} = \frac{3}{4}$$

$$B = \{2, 4, 6\} \Rightarrow P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

چون  $A$  و  $B$  مستقل هستند، داریم:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$



۷۸) ۱ ۲ ۳ ۴ در یازده داده‌ی نمودار ساقه و برگ، داده‌ی ششم یعنی ۴۲، میانه است و داده‌های بیشتر از میانه عبارتند از:

$$\bar{x} = \frac{۴۳ + ۴۳ + ۵۱ + ۵۱ + ۵۲}{۵} = \frac{۲۴۰}{۵} = ۴۸$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{۵} ((۴۳ - ۴۸)^2 + (۴۳ - ۴۸)^2 + (۵۱ - ۴۸)^2 + (۵۱ - ۴۸)^2 + (۵۲ - ۴۸)^2)$$

$$= \frac{1}{۵} (۵۰ + ۱۸ + ۱۶) = \frac{۸۴}{۵} = ۱۶٫۸$$

۷۹) ۱ ۲ ۳ ۴

$$S_{\text{جدید}} = \{(۱, ۶), (۶, ۱), (۵, ۲), (۲, ۵), (۴, ۳), (۳, ۴)\} \rightarrow n(S) = ۶$$

در ۴ حالت از ۶ حالت فوق، حداقل یکی از اعداد ظاهر شده، مضرب ۳ است.

$$\text{پس } P(A) = \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳} \text{ است.}$$

۸۰) ۱ ۲ ۳ ۴

$$= ۰٫۶۰ + ۰٫۷۵ - ۰٫۶۰ \times ۰٫۷۵ = ۰٫۹۰$$

دقت کنید  $A, B$  دو پیشامد مستقل هستند.

۸۱) ۱ ۲ ۳ ۴

$$n(S) = \binom{7}{2} = ۳۵$$

$$\Rightarrow n(A) = \binom{۳}{۳} + \binom{۴}{۳} = ۱ + ۴ = ۵$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{۵}{۳۵} = \frac{۱}{۷} \text{ است.}$$

۸۲) ۱ ۲ ۳ ۴ در پرتاب دو سکه احتمال حداقل یک رو برابر  $\frac{۳}{۴}$  است. احتمال اینکه تاس بیشتر از ۴ باشد نیز  $\frac{۲}{۶}$  است.

$$A_1 = \{\text{رر، رپ، پپ}\}$$

$$A_2 = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{۳}{۴} \times \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۴}$$

پس طبق قانون پیشامدهای مستقل داریم:

۸۳) ۱ ۲ ۳ ۴ رنگ چشم، متغیر کیفی اسمی و هزینه‌ی تولید، متغیر کمی پیوسته هستند.

۸۴) ۱ ۲ ۳ ۴ اختلاف فراوانی تجمعی دو دسته‌ی  $i$ ام و  $(i+1)$ ام، فراوانی مطلق دسته‌ی  $(i+1)$ ام را می‌دهد، یعنی فراوانی

مطلق دسته‌ی وسط برابر  $۱۷ - ۳۲$  است.





$$d_i = \frac{360}{N} \times F_i \rightarrow 108 = \frac{360}{N} \times 15 \rightarrow N = 50$$

در ۳۱ داده، داده‌ی شانزدهم میانه است. سپس در ۱۵ داده‌ی اول داده‌ی هشتم چارک اول بوده و در ۱۵ داده‌ی دوم نیز داده‌ی هشتمی چارک سوم است، پس در هر دنباله ۷ داده داریم و رو و درون جعبه هم ۱۷ داده هست.

$$\text{میانگین ۷ داده} = 17 \rightarrow \text{مجموع ۷ داده} = 7 \times 17 = 119$$

$$\text{میانگین ۷ داده} = 26 \rightarrow \text{مجموع ۷ داده} = 7 \times 26 = 182$$

$$\text{میانگین ۱۷ داده} = 20 \rightarrow \text{مجموع ۱۷ داده} = 17 \times 20 = 340$$

$$\text{میانگین کل داده‌ها} = \frac{119 + 182 + 340}{31} = \frac{641}{31} = 20,68$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۵

$$C = \frac{16}{4} = 4 : \text{طول دسته} \Rightarrow R = 27 - 11 = 16$$

پس دسته‌ها عبارتند از:

$$[11, 15), [15, 19), [19, 23), [23, 27]$$

پس فراوانی تجمعی دسته‌ی سوم یعنی تعداد داده‌های کمتر از ۲۳، که برابر ۹ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۶

$$d_i = \frac{360}{N} \times F_i \rightarrow 135 = \frac{360}{N} F_i \rightarrow \text{فراوانی نسبی} = \frac{135}{360} = \frac{3}{8}$$

$$\text{درصد فراوانی نسبی دسته‌ی ۸م} = \frac{3}{8} \times 100 = \frac{3}{8} \times 100 = 37,5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۸ مراکز دسته‌ها و فراوانی مطلق دسته‌ها را بدست می‌آوریم.

مرکز دسته	۱۲	۱۶	۲۰	۲۴	۲۸
فراوانی مطلق	۳	۵	۷	۲	۳

برای سادگی در محاسبات از تمام داده‌ها ۲۰ واحد کم می‌کنیم.

$$\bar{x} - 20 = \frac{1}{20} ((3 \times (-8)) + (5 \times (-4)) + (7 \times 0) + (2 \times 4) + (3 \times 8))$$

$$\rightarrow \bar{x} - 20 = \frac{1}{20} (-24 - 20 + 0 + 8 + 24) \rightarrow \bar{x} - 20 = -0,6 \rightarrow \bar{x} = 19,4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۹

$$\text{درصد داده‌های بین ۱۴ و ۱۷} = 43 - 35 = 8$$

$$\text{درصد فراوانی نسبی} = \frac{F_i}{\text{تعداد کل داده‌ها}} \times 100 \rightarrow 8 = \frac{F_i}{75} \times 100 \rightarrow F_i = \frac{8 \times 75}{100} = 6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۰ مد داده‌ها برابر ۲۵ است و چون ۱۷ داده داریم، داده‌ی نهم یعنی ۴۱ میانه است، پس میانگین داده‌های

۳۷، ۳۶، ۳۴، ۳۲ را باید حساب کنیم.



$$\bar{x} = \frac{32 + 34 + 36 + 37}{4} = \frac{139}{4} = 34,75$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۱

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ می‌نویسیم.

$$9, 11, 12, 13, 14, 14, 15, 18, 19, 19, 20, 22, 23 \rightarrow \begin{cases} Q_1 = \frac{12 + 13}{2} = 12,5 \\ Q_3 = \frac{19 + 20}{2} = 19,5 \end{cases}$$

بنابراین داده‌های ۱۹ و ۱۹ و ۱۸ و ۱۵ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۳ داخل جعبه قرار می‌گیرند.

$$\bar{x} = \frac{13 + 14 + 14 + 15 + 18 + 19 + 19}{7} = 16$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \\ &= \frac{1}{7} \left( (13 - 16)^2 + (14 - 16)^2 + (14 - 16)^2 + (15 - 16)^2 + (18 - 16)^2 + (19 - 16)^2 + (19 - 16)^2 \right) \\ &= \frac{1}{7} (9 + 4 + 4 + 1 + 4 + 9 + 9) = \frac{40}{7} \simeq 5,71 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۲

۳ واحد از داده‌ها کم می‌کنیم (واریانس تغییر نمی‌کند)

$$2x_1 + 3, 2x_2 + 3, \dots, 2x_n + 3 \Rightarrow \sigma^2 = 4$$

$$2x_1, 2x_2, \dots, 2x_n \Rightarrow \sigma^2 = 4$$

تمام داده‌ها را در  $\frac{1}{2}$  ضرب می‌کنیم (واریانس  $\frac{1}{4}$  برابر می‌شود)

$$\rightarrow x_1, x_2, \dots, x_n \Rightarrow \sigma^2 = 1 \Rightarrow \sigma = 1$$

داده‌ها (۳-) برابر شده‌اند و با ۲ جمع شده‌اند پس انحراف معیار  $| -3 |$  برابر می‌شود یعنی  $3 \times 1 = 3$  (جمع شدن داده‌ها با عدد ۲ تأثیری روی انحراف معیار ندارد)

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۳ ابتدا با استفاده از فرمول  $P(A \cup B)$ ، مقدار  $P(A \cap B)$  را به دست می‌آوریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{2}{5} + \frac{1}{3} - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{5} + \frac{1}{3} - \frac{3}{5} = \frac{6 + 5 - 9}{15} = \frac{2}{15}$$

حال  $P(B - A)$  برابر است با:

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} - \frac{2}{15} = \frac{5 - 2}{15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۴

$$P(RH^-) = 0,4 \times 0,4 = 0,16$$

$$P(RH^+) = 1 - 0,16 = 0,84$$

برای منفی شدن RH خون باید ۲ تا ژن منفی داشته باشیم:

پس احتمال مثبت شدن RH خون برابر است با:

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۵ طبق فرمول احتمال شرطی داریم:



$$P(B|A) = \frac{n(A)}{n(\{9, 6, 7, 3, 5\})} = \frac{2}{5}$$

تعداد عضوهای مشترک، دو تا و تعداد اعضای  $A$ ، پنج تا است.

پیشامد بهبود  $A$  را با  $A$  و پیشامد بهبود  $B$  را با  $B$  نمایش می‌دهیم. منظور سوال ۱ ۲ ۳ ۴ ۹۶ است:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

با توجه به این که  $B, A$  دو پیشامد مستقل هستند، پس:  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

با جایگذاری در رابطه‌ی فوق داریم:

$$P(A \cup B) = \frac{8}{10} + \frac{6}{10} - \frac{48}{100} = \frac{92}{100} = \frac{23}{25}$$

اختلاف فراوانی تجمعی نسبی دو دسته‌ی  $i$ ام و  $(i+1)$ ام، فراوانی نسبی دسته‌ی  $(i+1)$ ام را می‌دهد بنابراین ۱ ۲ ۳ ۴ ۹۷

فراوانی‌های نسبی به ترتیب عبارتند از  $0.1$  و  $0.3$  و  $0.35$  و  $0.25$  و فراوانی نسبی دسته‌ی آخر به علت آن که مجموع فراوانی‌های نسبی برابر یک است مساوی  $0.25$  است.

مرکز $x$	۶۴	۶۶	۶۸	۷۰
فراوانی نسبی	۰٫۱	۰٫۳	۰٫۳۵	۰٫۲۵

می‌دانیم میانگین برابر است با مجموع حاصل ضرب فراوانی‌های نسبی در مرکز دسته‌ها. برای راحتی در محاسبات از تمام داده‌ها  $68$  واحد کم می‌کنیم.

$$\bar{x} - 68 = 0.1(-4) + 0.3(-2) + 0 + 0.25(2) \rightarrow \bar{x} - 68 = -0.5 \rightarrow \bar{x} = 67.5$$

تعداد کارمندان مرد برابر  $110 = 85 + 25$  نفر است و احتمال آن که تحصیلات دانشگاهی نداشته باشد برابر ۱ ۲ ۳ ۴ ۹۸

$$\text{است با: } \frac{85}{110} = \frac{17}{22}$$

اگر سه تساوی داده شده را با هم جمع کنیم، خواهیم داشت: ۱ ۲ ۳ ۴ ۹۹

$$2P(A) + 2P(B) + 2P(C) = \frac{12}{16} \xrightarrow{\div 2} P(A) + P(B) + P(C) = \frac{3}{8}$$

از طرفی با توجه به این که سه پیشامد  $A, B, C$  دوه‌دو ناسازگارند، داریم:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) = \frac{3}{8}$$

اختلاف درصد فراوانی تجمعی نسبی دو دسته‌ی  $i$ ام و  $(i+1)$ ام، درصد فراوانی نسبی دسته‌ی  $(i+1)$ ام را می‌دهد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۰

$$12 = 61 - 49 = 12 = \frac{12}{N} \times 100 \Rightarrow \frac{12}{N} = \frac{12}{100}$$

$$d_5 = \frac{12}{N} \times 360 = \frac{12}{100} \times 360 = 43.2^\circ$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۱

$$P(\text{هر سه هم رنگ}) = \frac{4}{12} \times \frac{3}{11} \times \frac{2}{10} + \frac{3}{12} \times \frac{2}{11} \times \frac{1}{10} + \frac{5}{12} \times \frac{4}{11} \times \frac{3}{10} = \frac{3}{44}$$

هر ۳ قرمز      هر ۳ آبی      هر ۳ سبز

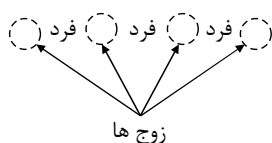
۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۲

$$4P(A \cap B) = \frac{2}{3} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{6}; \quad P(A \cup B) = \frac{2}{3}; \quad 2P(A) = \frac{2}{3} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{3}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{1}{3} + P(B) - \frac{1}{6} \rightarrow P(B) = \frac{1}{2}$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۳



فضای نمونه‌ای این آزمایش  $n(S) = 6!$  است.

برای اینکه هیچ دو مهره‌ی زوج متوالی خارج نشوند، باید آن‌ها را در فضاهای خالی مقابل قرار دهیم:

$$n(A) = \binom{4}{3} \times 3! \times 3! \quad \text{و سپس زوج‌ها و فردها را جابه‌جا می‌کنیم:}$$

$$P(A) = \frac{\binom{4}{3} \times 3! \times 3!}{6!} = \frac{1}{5} \quad \text{پس}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۴

مجموع زاویه‌ها در نمودار دایره‌ای  $360^\circ$  است، پس داریم:

$$72 + 99 + \alpha + 45 + 27 = 360 \Rightarrow \alpha = 117^\circ$$

پس جمع زاویه‌ها تا دسته‌ی وسط  $72 + 99 + 117 = 288$  درجه است یعنی:

$$\frac{360}{N} F_1 + \frac{360}{N} F_2 + \frac{360}{N} F_3 = 288$$

$$\frac{360}{N} (F_1 + F_2 + F_3) = 288 \Rightarrow \frac{360}{80} \times x = 288 \Rightarrow x = 64$$

فراوانی تجمعی دسته‌ی وسط

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۵

$$\text{فراوانی مطلق طبقه‌ی اول} = \frac{F_1}{800} \Rightarrow 0.1125 = \frac{F_1}{800} \Rightarrow F_1 = 90$$

چون میانه، میانگین داده‌های ۴۰۰ و ۴۰۱ ام است، لذا داده‌های اضافه شده هیچ کدام در دسته‌ی اول قرار ندارد، پس:

$$\text{فراوانی نسبی دسته‌ی اول داده‌های جدید} = \frac{90}{800 + 200} = \frac{90}{1000} = 0.09$$

$$\bar{x} = \frac{20 + 14 + 11}{3} = 15 \quad \text{چون میانگین سه داده‌ی اضافه شده ۱۵ است و با اضافه کردن این سه داده، میانگین}$$

تغییر نکرده است، بنابراین میانگین ۷ داده نیز برابر ۱۵ است.



$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \rightarrow 10 = -((x_1 - 15)^2 + (x_2 - 15)^2 + \dots + (x_7 - 15)^2)$$

$$\rightarrow (x_1 - 15)^2 + (x_2 - 15)^2 + \dots + (x_7 - 15)^2 = 70$$

$$\sigma_{\text{جدید}}^2 = -((x_1 - 15)^2 + \dots + (x_7 - 15)^2 + (11 - 15)^2 + (14 - 15)^2 + (20 - 15)^2)$$

$$= \frac{70 + 16 + 1 + 25}{10} = \frac{112}{10} = 11.2$$

$$(A \cup B)' = A' \cap B' \quad \text{می دانیم: } 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 107$$

$$P(A' \cap B') = P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B))$$

$$= 1 - (0.45 + 0.25) = 0.3$$

$$\text{احتمال اینکه فرزندی دارای RH خون منفی باشد } 0.16 = \frac{40}{100} \times \frac{40}{100} \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 108$$

RH خون منفی باشند)

باتوجه به صورت سوال یعنی فرزند اول دارای RH خون مثبت و فرزند دوم دارای RH خون منفی است یعنی

$$\text{احتمال مطلوب} = (1 - 0.16)(0.16) = 0.1344$$

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 109$$

$$d_i = \frac{360}{N} F_i \rightarrow 63 = 360 f_i \rightarrow f_i = 0.175 \quad \text{فراوانی نسبی: } 0.175$$

$$17.5 = 0.175 \times 100 = \text{فراوانی نسبی} = \text{درصد فراوانی نسبی}$$

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 110$$

$$1 \text{ گزینه: } P(A' \cap B) = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = P(B)$$

$$2 \text{ گزینه: } P(A' \cup B') = P((A \cap B)') = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0 = 1$$

$$3 \text{ گزینه: } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B)$$

$$4 \text{ گزینه: } P(A' \cap B) = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = P(B)$$

$$\text{در خانواده‌ی چهار فرزندی تعداد عضوهای فضای نمونه ای } 16 = 2^4 = n(S) \text{ است. } 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 111$$

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 112$$

$$n(S) = 2^4 = 16$$

$$A = \{(1, 5)(5, 1)(2, 5)(5, 2)(3, 5)(5, 3)(4, 5)(5, 4)(5, 6)(6, 5)\} \rightarrow n(A) = 10$$

$$B = \{(1, 4)(4, 1)(2, 3)(3, 2)\} \rightarrow n(B) = 4$$



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{10}{36} + \frac{4}{36} - 0 = \frac{14}{36} = \frac{7}{18}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۳

برای آنکه فرزندی دارای RH خون منفی باشد هم پدر و هم مادر باید دارای RH منفی باشند.

$$P(RH^-) = \frac{40}{100} \times \frac{40}{100} = 0,16, \quad P(RH^+) = 1 - 0,16 = 0,84$$

(اولی RH<sup>-</sup> و دومی RH<sup>-</sup>) یا (اولی RH<sup>+</sup> و دومی RH<sup>+</sup>)

$$\text{احتمال مطلوب} = (0,84)(0,84) + (0,16)(0,16) = 0,7312$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B' \quad \text{می دانیم: } 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 114$$

$$P(A' \cup B') = P((A \cap B)') = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{3}{9} = \frac{2}{3}$$

دقت کنید  $A \cap B = \{3, 4, 6\}$  می باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۵

$$(A \cup B)' = A' \cap B' \quad \text{می دانیم:}$$

$$P(A' \cap B') = P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) = 1 - P(A) - P(B)$$

پس گزینه ی سوم نادرست است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۶

$$P(O \cup AB) = P(O) + P(AB) - P(O \cap AB) = \frac{36}{200} + \frac{54}{200} - 0 = \frac{90}{200} = 0,45$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۷

$$n(S) = \binom{7}{3} = \frac{7 \times 6 \times 5}{6} = 35$$

$$n(A) = \underbrace{\binom{6}{2}}_{\text{دو ریاضی}} \times \underbrace{\binom{3}{1}}_{\text{یک ادبی}} = 6 \times 3 = 18$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{18}{35} \text{ است.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱۸

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 \Rightarrow 9 = \frac{580}{10} - (\bar{x})^2 \rightarrow \bar{x}^2 = 58 - 9 = 49 \rightarrow \bar{x} = 7$$

چون مساحت زیر چندبر فراوانی با مساحت هیستوگرام یا نمودار مستطیلی برابر است، با توجه به برابری طول

دسته ها باید طول دسته را در فراوانی مطلق دسته ها ضرب کنیم، با توجه به موجود بودن فراوانی تجمعی دسته ی آخر که با تعداد کل داده ها

برابر است داریم:

$$S = 4 \times (F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5) = 4 \times 40 = 160$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۰

می دانیم مجموع انحرافات از میانگین برابر صفر می باشد.

$$\sum_{i=1}^8 F_i(x_i - \bar{x}) = 0 \Rightarrow (-5 \times 4) + ((-3) \times 5) + ((-2) \times 3) + a + (4 \times 2) + (6 \times 5) = 0$$

$$\Rightarrow -20 - 15 - 6 + a + 8 + 30 = 0 \Rightarrow a = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۱ از نمودار می توانیم به جدول زیر برسیم:

مرکز دسته	۱	۳	۵	۷
فراوانی	۱	۲	۹	۴

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i = \frac{1}{16} ((1 \times 1) + (2 \times 3) + (9 \times 5) + (4 \times 7)) = \frac{80}{16} = 5$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{16} (1(1-5)^2 + 2(3-5)^2 + 9(5-5)^2 + 4(7-5)^2)$$

$$= \frac{1}{16} (16 + 8 + 16) = \frac{40}{16} = 2.5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۲ تعداد اعضای فضای نمونه‌ای ساختن یک کلمه‌ی ۶ حرفی بدون توجه به معنای آن با حروف کلمه‌ی

PANAMA، عبارت است از:

$$n(S) = \frac{1}{3!} = 120$$

حال برای آن که حروف A، یک در میان باشند، داریم:

$$APANAM \rightarrow 3! = 6 \} \rightarrow n(A) = 12$$

(دقت کنید جابجایی حروف چون عین هم هستند اهمیت ندارد).

$$\text{پس } P(A) = \frac{12}{120} = \frac{1}{10} \text{ است.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۳ تعداد کل حالت‌ها در دو بار پرتاب تاس برابر  $6 \times 6 = 36$  حالت است. ۶ حالت از این حالت‌ها در دو پرتاب

یکسان هستند، پس ۳۰ حالت باقی می‌ماند. در نصف این ۳۰ حالت عدد پرتاب دوم بیش‌تر از عدد پرتاب اول است، پس تعداد حالت‌هایی که عدد پرتاب اول بیش‌تر از عدد پرتاب دوم نباشد برابر است با:

حال تعداد حالت‌هایی که حاصل ضرب اعداد رو شده، عددی فرد باشد را می‌یابیم (توجه کنید که باید هر دو عدد رو شده فرد باشد). این حالت‌ها به صورت زیر هستند:

$$A = \{(1, 1), (1, 3), (1, 5), (3, 3), (3, 5), (5, 5)\} \Rightarrow n(A) = 6$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{6}{21} = \frac{2}{7} \text{ است.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۴

$$S_{\text{چند}} = \left\{ PDDP, PDPP, PPDP, PPPP, DPPD, DPDD, DDPD, DDDD \right\} \Rightarrow n(S) = 8$$



پس  $P(A) = \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$  است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۵

(خانه‌ی اول صفر قرار نمی‌گیرد)  $n(S) = 4 \times 4 \times 3 = 48$  تعداد اعضای فضای نمونه‌ای (کل اعداد سه رقمی)

به خاطر وجود رقم صفر، تعداد حالات پیشامد مطلوب (عدد زوج سه رقمی بدون تکرار ارقام) برابر است با:

$$\left. \begin{array}{l} \text{رقم یکان صفر باشد: } 4 \times 3 \times 1 = 12 \\ \text{رقم یکان دو یا چهار باشد: } 3 \times 3 \times 2 = 18 \end{array} \right\} \Rightarrow n(A) = 12 + 18 = 30$$

پس  $P(A) = \frac{30}{48} = \frac{5}{8}$  است.

کران پایین دسته‌ی ششم و کران بالای دسته‌ی پنجم برابر ۳۶ است. بنابراین برای پنج دسته‌ی اول می‌توان نتیجه گرفت: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۶

$$R = \text{Max} - \text{Min} = 36 - 6 = 30 \rightarrow C = \frac{30}{5} = 6$$

$$\text{حدود دسته‌ی اول: } x_1 = \frac{12 + 6}{2} = 9 \quad \text{مرکز دسته‌ی اول}$$

$$x_3 = 9 + 2 \times 6 = 21 \quad \text{مرکز دسته‌ی سوم}$$

در یازده داده‌ی نمودار، داده‌ی نهم یعنی ۴۶ چارک سوم است و ۲۵ چون بیشترین فراوانی را دارد مد می‌باشد. پس داده‌های بیش‌تر از مد و کم‌تر از چارک سوم عبارتند از: ۳۶, ۳۸, ۳۸, ۴۴ ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۷

$$= \frac{36 + 38 + 38 + 44}{4} = \frac{156}{4} = 39$$

میزان پراکندگی به ازای یک واحد از میانگین یعنی همان ضریب تغییرات داده‌ها، بنابراین ضریب تغییرات را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{4} ((36 - 39)^2 + (38 - 39)^2 + (38 - 39)^2 + (44 - 39)^2) \\ &= \frac{9 + 1 + 1 + 25}{4} = \frac{36}{4} = 9 \Rightarrow \sigma = 3 \Rightarrow C_V = \frac{3}{39} = \frac{1}{13} \end{aligned}$$

چون واریانس ۱۱ داده‌ی آماری برابر صفر است، پس همه‌ی داده‌ها با هم برابرند و اگر یازده داده را  $a$  در نظر بگیریم، میانگین آنها نیز  $a$  است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۸

$$\underbrace{24, 16, 26}_{11 \text{ داده}}, \Rightarrow \bar{x} = \frac{11a + 66}{14} = a \Rightarrow 14a = 11a + 66 \rightarrow 3a = 66 \rightarrow a = 22$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{11} \left( \sum_{i=1}^{11} (x_i - \bar{x})^2 + (24 - 22)^2 + (16 - 22)^2 + (26 - 22)^2 \right) \\ &= \frac{1}{14} (0 + 4 + 36 + 16) = \frac{56}{14} = 4 \Rightarrow \sigma = 2 \end{aligned}$$

اگر  $A$  پیشامد آن باشد که حداقل دو مهره هم‌رنگ نباشد، آنگاه  $A'$  پیشامد آن است که هر ۳ مهره‌ی انتخابی هم‌رنگ است، پس داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۹





هر ۳ سیاه یا هر ۳ قرمز یا هر ۳ آبی = هر ۳ مهره هم رنگ

$$n(A') = \binom{3}{3} + \binom{4}{3} + \binom{3}{3} = 1 + 4 + 1 = 6$$

$$P(A') = \frac{6}{\binom{3+4+3}{3}} = \frac{n(\quad)}{n(S)} = \frac{6}{120} = \frac{1}{20} \rightarrow P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{1}{20} = \frac{19}{20}$$

۱۳۰) پیشامد  $A$  را پیشامد این که همه‌ی پرتاب‌ها یکسان نباشد، فرض می‌کنیم. تنها در دو حالت زیر همه‌ی پرتاب‌ها یکسان هستند:

(شیر، شیر، شیر، شیر) و (خط، خط، خط، خط)

پس برای محاسبه‌ی «احتمال این که حاصل همه‌ی پرتاب‌ها یکسان نباشد» از متمم استفاده می‌کنیم:

$$P(A) = 1 - P(A') \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{2}{2^4} = \frac{15}{16}$$

۱۳۱) ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم.

۲۳ = چارک سوم و ۱۸ = مد

$$\bar{x} = \frac{19 + 20 + 21 + 22}{4} = 20.5$$

بنابراین باید واریانس داده‌های ۲۲ و ۲۱ و ۲۰ و ۱۹ را بدست آوریم.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{1}{4} ((19 - 20.5)^2 + (20 - 20.5)^2 + (21 - 20.5)^2 + (22 - 20.5)^2)$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{1}{4} (2.25 + 0.25 + 0.25 + 2.25) = \frac{5}{4} = 1.25$$

۱۳۲) اگر کران پایین، کران بالا و مرکز دسته‌ی  $i$ ام را به ترتیب با  $a_i$ ،  $b_i$ ،  $x_i$  و طول دسته را با  $C$  نمایش دهیم خواهیم داشت:

$$\begin{cases} x_1 = a_1 + \frac{C}{2} = 33 \xrightarrow{a_1=7} 7 + \frac{13C}{2} = 33 \rightarrow \frac{13C}{2} = 26 \rightarrow C = 4 \\ a_1 = a_2 + 6C \\ b_{12} = a_{12} + C \\ a_{12} = a_2 + 10C \rightarrow b_{12} = a_2 + 11C = 7 + (11 \times 4) = 51 \end{cases}$$

۱۳۳) برای این که فرزندی  $RH$  خون منفی داشته باشد هم پدر و هم مادر باید ژن منفی داشته باشند. بنابراین احتمال

این که فرزند با  $RH$  خون منفی داشته باشیم  $0.4 \times 0.4 = 0.16$  و احتمال داشتن فرزند با  $RH$  خون مثبت  $1 - 0.16 = 0.84$  است.

حال احتمال این که فرزند اول و سوم  $RH$  منفی داشته باشند برابر است با:

$$0.16 \times 0.16 = 0.0256$$

دقت کنید چون نوع  $RH$  فرزندان دیگر مهم نیست در محاسبات وارد نکردیم.

۱۳۴) ۱ ۲ ۳ ۴

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \Rightarrow 6 = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2 \rightarrow \sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2 = 120$$

توجه کنید که وقتی تعدادی داده‌ی مساوی با میانگین ( $\bar{x}$ ) اضافه می‌کنیم، میانگین و  $\sum (x_i - \bar{x})^2$  بدون تغییر می‌ماند.



$$\sigma^2 = \frac{20+x}{20+x} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \Rightarrow 4 = \frac{120}{20+x} \Rightarrow 80 + 4x = 120 \rightarrow x = 10$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۵

$\left(\begin{smallmatrix} 4 \\ 2 \end{smallmatrix}\right)$  یا  $\frac{1}{2!2!}$  (PPDD) حالت: خانواده دارای دو پسر است.

$\left(\begin{smallmatrix} 4 \\ 3 \end{smallmatrix}\right)$  یا  $\frac{1}{3!}$  (PPPD) حالت: خانواده دارای سه پسر است.

$\left(\begin{smallmatrix} 4 \\ 4 \end{smallmatrix}\right)$  یا ۱ (PPPP) حالت: خانواده دارای چهار پسر است.

تعداد کل حالات فضای نمونه‌ای جدید برابر مجموع سه حالت فوق است:

$$n(S) = \left(\begin{smallmatrix} 4 \\ 2 \end{smallmatrix}\right) + \left(\begin{smallmatrix} 4 \\ 3 \end{smallmatrix}\right) + \left(\begin{smallmatrix} 4 \\ 4 \end{smallmatrix}\right) = 6 + 4 + 1 = 11$$

اگر بخواهیم تعداد پسرها و دخترها در خانواده برابر باشند، خانواده باید ۲ فرزند پسر داشته باشد یعنی  $\left(\begin{smallmatrix} 4 \\ 2 \end{smallmatrix}\right) = 6$ .

$$P(A) = \frac{6}{11} \text{ پس } P(A) \text{ است.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۶ احتمال غیرهمرنگ بودن مهره‌ها برابر است با:

اولی سفید، دومی سیاه یا بالعکس

$$P(A) = 2 \times \frac{48}{(k+2)(k+2)} = \frac{48}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{4k}{(k+2)^2} = \frac{12}{25} \Rightarrow 25k = 3(k+2)^2 \Rightarrow 3k^2 - 13k + 12 = 0$$

$$\Rightarrow (3k-4)(k-3) = 0 \Rightarrow k = \frac{4}{3} \text{ یا } k = 3 \text{ (می‌توانید از راه } \Delta \text{ هم ریشه‌ها را حساب کنید)}$$

مقدار  $k = 3$  قابل قبول است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۷

$$d_i = \frac{360}{N} \times F_i \Rightarrow 108 = \frac{360}{N} \times F_i \Rightarrow \frac{108}{360} = \frac{F_i}{N} \rightarrow \text{فراوانی نسبی دسته‌ی نام}$$

$$\frac{12}{50} = \frac{x}{50} \rightarrow x = 15 \text{ مساحت کل مستطیل‌ها}$$

$$x_f = \frac{4,5 + 5,5}{2} = 5 \text{ مرکز دسته‌ی چهارم برابر است با: } 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 138$$

فراوانی مطلق دسته‌ی چهارم برابر ۵ = ۱۲ - ۷ است. پس نقطه‌ی متناظر با طبقه‌ی چهارم در نمودار چندبر فراوانی، نقطه‌ی (۵, ۵) است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۹ با مرتب کردن اعداد داریم:

۱۲, ۱۲, ۱۳, ۲۳, ۲۴, ۲۴, ۳۰, ۳۱, ۳۱

بنابراین میانه‌ی اعداد، عدد ۲۴ و چارک اول و سوم به ترتیب ۱۲٫۵ و ۳۰٫۵ می‌باشد. بنابراین اعداد داخل جعبه عبارتند از:

۱۳, ۲۳, ۲۴, ۲۴, ۳۰ که میانگین آنها برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{13 + 23 + 24 + 24 + 30}{5} = \frac{114}{5} = 22,8$$



۱۴۰ هر یک از گزینه‌ها را در ۱۰۰ ضرب می‌نماییم و پس از حذف اعشار، به جواب حاصل یک واحد اضافه می‌کنیم. مشاهده می‌شود که گزینه‌ی «۴» می‌تواند صحیح باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۱

به داده‌ها ۴ واحد اضافه شده است، انحراف معیار تغییر نمی‌کند و به میانگین ۴ واحد اضافه می‌شود.

$$CV_{\text{قدیم}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow CV_{\text{جدید}} = \frac{\sigma}{\bar{x} + 4} = \frac{\sigma}{4 + 4} = \frac{\sigma}{8} = 0,125$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۲

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10}}{10} = 12 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10} = 120$$

$$\bar{y} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10} + 8 + 16}{10 + 2} = \frac{120 + 24}{12} = \frac{144}{12} = 12 \Rightarrow \bar{y} - \bar{x} = 0$$

۱۴۳ با توجه به رابطه  $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2$  در هر گروه از داده‌ها، مجموع مربعات داده‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} (a_i)^2}{10} - 5^2 \Rightarrow \sum_{i=1}^{10} (a_i)^2 = 260 \\ 2^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} (b_i)^2}{10} - 6^2 \Rightarrow \sum_{i=1}^{10} (b_i)^2 = 400 \end{array} \right.$$

حال مجموع مربعات ۲۰ داده و میانگین آن‌ها را خواهیم داشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^{20} (x_i)^2 = 260 + 400 = 660 \\ \bar{x} = \frac{10 \times 5 + 10 \times 6}{20} = \frac{5 + 6}{2} = \frac{11}{2} \end{array} \right.$$

پس داریم:

$$\sigma^2 = \frac{660}{20} - \left(\frac{11}{2}\right)^2 = 33 - 30,25 = 2,75$$

۱۴۴ در طراحی پرسش‌نامه نباید از سؤالات هدایت کننده استفاده کنیم.

۱۴۵ روش انتخاب نمونه باید به گونه‌ای باشد که امکان انتخاب هر فرد به عنوان عضوی از نمونه امکان‌پذیر باشد و قبل از انتخاب نمونه، نتوانیم با اطمینان درباره‌ی حضور یا عدم حضور عده‌ای در نمونه قضاوت کنیم. بنابراین انتخاب باید به صورت تصادفی صورت گیرد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۶

$$0,331 \times 35 = 11,585 \xrightarrow{\text{حذف اعشار}} 11 \xrightarrow{+1} 12$$

۱۴۷ چون در مورد دانش‌آموزان دبیرستان، به هیچ موضوع خاصی اشاره نشده است، پس نمی‌تواند متغیر تصادفی باشد.



۱۴۸ ۱ ۲ ۳ ۴ اگر  $C$  طول دسته‌ها باشد، آنگاه:

$$C = \frac{24,5}{3,5} = 7$$

باتوجه به تعداد دسته‌ها، داریم:

$$C = n \rightarrow R = nC = 9 \times 7 = 63$$

۱۴۹ ۱ ۲ ۳ ۴ ۷ داده بعد از چارک سوم، ۷ داده قبل از چارک اول و ۱۷ داده روی جعبه و داخل جعبه قرار دارند.

مجموع تمام داده‌ها

$$\text{میانگین} = \frac{\text{تعداد کل داده‌ها}}{486} = \frac{156,71}{31}$$

۱۵۰ ۱ ۲ ۳ ۴

$$R = \text{Max} - \text{Min} = 49 - 19 = 30, \quad C = \frac{30}{n} \Rightarrow C = \frac{30}{4,3} \approx 7$$

با داشتن کمترین داده و طول دسته، دسته‌ی چهارم به صورت  $[31,9, 36,2]$  می‌شود.

$$\text{مرکز دسته} = \frac{36,2 + 31,9}{2} = 34,05$$

۱۵۱ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به نمودار چند بر فراوانی، دسته بندی داده‌ها به صورت زیر است:

حدود دسته	۳۰ - ۳۶	۳۶ - ۴۲	۴۲ - ۴۸	۴۸ - ۵۴
فراوانی دسته	۶	۸	۱۲	۶

بنابراین کمترین داده، حداقل برابر ۳۰ و بیشترین داده، حداکثر برابر ۵۴ است و در نتیجه دامنه‌ی تغییرات داده‌ها، کوچکتر یا مساوی ۲۴ است. گزینه‌ی ۱ قطعاً نادرست است و در مورد درستی یا نادرستی گزینه‌های ۲ و ۳، در حالت کلی و بدون داشتن داده‌ها، نمی‌توان نظر داد.

۱۵۲ ۱ ۲ ۳ ۴

مراکز دسته‌ها به ترتیب برابر ۱ و ۳ و ۵ و ۷ می‌باشد.

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i = \frac{(1 \times 2) + 3(n+3) + (5 \times 4) + 7(n-1)}{2 + (n+3) + 4 + (n-1)} \Rightarrow \bar{x} = \frac{2n+8}{n+4}$$

$$4 \leq \bar{x} < 6 \Rightarrow 4 \leq \frac{2n+8}{n+4} < 6 \xrightarrow{\times(n+4)} 4n+16 \leq 5n+12 < 6n+24$$

$$\begin{cases} 4n+16 \leq 5n+12 \\ 5n+12 < 6n+24 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} n \geq 4$$

بنابراین حداقل مقدار طبیعی  $n$  برابر ۴ می‌باشد.

۱۵۳ ۱ ۲ ۳ ۴ از داده‌ها ۴۴ واحد کم شده است بنابراین میانگین این داده‌ها را حساب کرده و سپس ۴۴ واحد به آن اضافه می‌کنیم.

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i \rightarrow \bar{x} = \frac{1}{20} ((4 \times (-3)) + (7 \times (-1)) + (5 \times 1) + (3 \times 3) + (1 \times 5))$$



$$\rightarrow \bar{x} = \frac{1}{20}(-12 - 7 + 5 + 9 + 5) = 0 \rightarrow \bar{x}_{\text{اولیه}} = 44$$

وقتی از داده‌ها ۴۴ واحد کم شود واریانس و انحراف معیار تغییری نمی‌کنند بنابراین واریانس را با همان میانگین صفر حساب می‌کنیم.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{20}(4(-3-0)^2 + 7(-1-0)^2 + 5(1-0)^2 + 3(3-0)^2 + 1(5-0)^2)$$

$$= \frac{1}{20}(36 + 7 + 5 + 27 + 25) = \frac{1}{20}(100) = 5 \rightarrow \sigma = \sqrt{5} \rightarrow \sigma_{\text{اولیه}} = \sqrt{5}$$

$$C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{5}}{44} \simeq \frac{2.2}{44} = 0.05$$

میانگین داده‌های اولیه برابر ۴ است. با حذف دو داده‌ی ۱ و ۷، میانگین باز هم برابر ۴ خواهد بود. اگر انحراف معیار داده‌های اولیه را با  $\sigma_1$  و انحراف معیار داده‌های باقیمانده را با  $\sigma_2$  نشان دهیم، داریم:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \Rightarrow \sigma_1^2 = \frac{(-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2}{7}$$

$$= \frac{28}{7} = 4 \Rightarrow \sigma_1 = 2$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \Rightarrow \sigma_2^2 = \frac{(-2)^2 + (-1)^2 + 1^2 + 2^2}{5} = \frac{10}{5} = 2 \Rightarrow \sigma_2 = \sqrt{2}$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ بنابراین داریم:}$$

چون انحراف معیار برابر ۳ است پس واریانس ۹ می‌باشد. (۱۵۵)

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \rightarrow 9 = \frac{1}{18} \sum_{i=1}^{18} (x_i - 25)^2 \rightarrow \sum_{i=1}^{18} (x_i - 25)^2 = 9 \times 18 = 162$$

میانگین ۳ داده‌ی جدید اضافه شده ۲۵ است  $(\frac{28 + 27 + 20}{3} = \frac{75}{3} = 25)$  یعنی در ۲۱ داده‌ی جدید میانگین همان ۲۵ است و تغییر نمی‌کند.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{21} (x_i - \bar{x})^2$$

$$\rightarrow \sigma^2 = \frac{1}{21} \left( \sum_{i=1}^{18} (x_i - 25)^2 + (20 - 25)^2 + (27 - 25)^2 + (28 - 25)^2 \right)$$

$$\rightarrow \sigma^2 = \frac{1}{21}(162 + 25 + 4 + 9) = \frac{200}{21} = 9.52$$

کیفی اسمی است. توجه کنید در این سوال میزان آلایندگی هوا که کمی پیوسته است سوال نشده است. (۱۵۶)

(۱۵۷)

جمع زوایا در نمودار دایره‌ای،  $360^\circ$  است.

$$\alpha + 70 + 10 + 80 + 65 = 360^\circ \rightarrow \alpha = 135^\circ$$



$$۱۳۵^\circ = \frac{۱۳۵}{۳۶۰} \times ۱۰۰ = ۳۷,۵$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۸

$$n(S) = \binom{۱۴}{۴} = \frac{۱۴ \times ۱۳ \times ۱۲ \times ۱۱ \times ۱۰!}{۴! ۱۰!} = \frac{۲۴ \times ۱۰!}{۲۴ \times ۱۰!} = ۱۰۰۱$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{یک قرمز} \rightarrow \binom{۲}{۱} = ۲ \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow n(A) = ۲ \times ۱۴۰ = ۲۸۰$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{سه سفید یا دو سفید و یک سیاه} \rightarrow \binom{۷}{۲} \binom{۵}{۱} + \binom{۷}{۳} = ۱۰۵ + ۳۵ = ۱۴۰ \end{array} \right.$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{۲۸۰}{۱۰۰۱} = \frac{۴۰}{۱۴۳} \text{ می باشد.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۹ در جمع آوری داده‌ها نباید از پرسش‌های هدایت کننده استفاده کنیم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۰ برای راحتی در محاسبات از تمام داده‌ها ۱۲۰ واحد کم می‌کنیم.

$x_i - ۱۲۰$	-۱۰	-۴	۲	۸	۱۴
$F_i$	۵	۸	۱۵	۱۲	۱۰

$$\bar{x} - ۱۲۰ = \frac{1}{۵۰}((-۱۰ \times ۵) + (-۴ \times ۸) + (۲ \times ۱۵) + (۸ \times ۱۲) + (۱۴ \times ۱۰))$$

$$= \frac{1}{۵۰}(-۵۰ - ۳۲ + ۳۰ + ۹۶ + ۱۴۰) = \frac{۱۸۴}{۵۰} = ۳,۶۸ \rightarrow \bar{x} = ۱۲۰ + ۳,۶۸ = ۱۲۳,۶۸$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۱ برای آنکه هر دو کارت هم‌رنگ باشند، باید هر دو سفید یا هر دو سبز باشند، پس داریم:

دومی سبز و اولی سبز یا دومی سفید و اولی سفید

$$P = \left(-\frac{۲}{۷} \times \frac{۲}{۶}\right) + \left(-\frac{۳}{۷} \times \frac{۳}{۶}\right) = \frac{۶}{۴۲} + \frac{۱۲}{۴۲} = \frac{۱۸}{۴۲} = \frac{۳}{۷}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۲ در هر پرتاب احتمال آنکه هر دو تاس زوج باشند، برابر با  $\frac{۳}{۶} \times \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۴}$  است و لذا احتمال آنکه هر دو تاس

زوج نباشند،  $\frac{۳}{۴} = ۱ - \frac{۱}{۴}$  است. اگر  $A_i$  پیشامد این باشد که در پرتاب  $i$  ام نتیجه حاصل شده باشد، یعنی در  $(i-1)$  پرتاب قبلی هر دو

تاس زوج نبوده و در پرتاب  $i$  ام هر دو تاس زوج ظاهر شده است، پس  $P(A_i) = \left(\frac{۳}{۴}\right)^{i-1} \left(\frac{۱}{۴}\right)$  بنابراین احتمال آنکه حداکثر در ۳ پرتاب

نتیجه حاصل شود، برابر است با:

$$P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) = \frac{1}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{9}{64} = \frac{37}{64}$$

یا به زبان ساده تر:

$$\frac{1}{4} : \text{پرتاب اول هر دو زوج باشند}$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{4} : \text{پرتاب اول هر دو زوج نباشند و پرتاب دوم هر دو زوج باشند}$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} : \text{پرتاب اول و پرتاب دوم هر دو زوج نباشند و پرتاب سوم هر دو زوج باشند}$$



پس  $P(A) = \frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{9}{64} = \frac{37}{64}$  است.

انحراف از میانگین داده‌ی  $x_i$  برابر  $\bar{x}$  است و همواره مجموع انحراف از میانگین کل داده‌ها صفر است یعنی

$$\sum_{i=1}^N F_i(x_i - \bar{x}) = 0 \text{ می‌باشد.}$$

$$(-4 \times 5) + (-2 \times 11) + (-1 \times 9) + (0 \times 4) + (1 \times 8) + 2x + (3 \times 3) = 0 \rightarrow -34 + 2x = 0 \Rightarrow x = 17$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۴

$$\text{جدید} = \{(P, P), (P, D), (D, P)\} \rightarrow n(S) = 3$$

$$A = \{(P, D), (D, P)\} \rightarrow n(A) = 2$$

پس  $P(A) = \frac{2}{3}$  است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۵

$$di = \frac{360}{N} \times F_i \Rightarrow 24 = \frac{360}{165} \times F_i \Rightarrow F_i = 11$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۶

مراکز دسته‌ها به ترتیب برابر ۶ و ۸ و ۱۰ و ۱۲ و ۱۴ می‌باشند.

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i = \frac{((3 \times 6) + (2 \times 8) + (a \times 10) + (6 \times 12) + (1 \times 14))}{12 + a} = \frac{72 + 6a}{12 + a} = 10$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{(3(6 - 10)^2 + 2(8 - 10)^2 + a(10 - 10)^2 + 6(12 - 10)^2 + 1(14 - 10)^2)}{12 + a}$$

$$= \frac{(48 + 8 + 0 + 24 + 16)}{12 + a} = \frac{96}{12 + a} = 6 \rightarrow 72 + 6a = 96 \rightarrow 6a = 24 \rightarrow a = 4$$

مجموع فراوانی‌های نسبی  $N$  داده‌ی آماری برابر یک می‌باشد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۷

میانگین داده‌ها را می‌توان از مجموع حاصلضرب فراوانی نسبی هر دسته در مرکز آن دسته بدست آورد.

$$\bar{x} = (0,1 \times 8) + (0,25 \times 12) + (0,2 \times 16) + (0,45 \times 20) = 16$$

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^N f_i (x_i - \bar{x})^2 = 0,1(8 - 16)^2 + 0,25(12 - 16)^2 + 0,2(16 - 16)^2 + 0,45(20 - 16)^2$$

توجه کنید که واریانس را بر حسب فراوانی نسبی بدین گونه بدست می‌آورند.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{N} (x_1 - \bar{x})^2 + \frac{1}{N} (x_2 - \bar{x})^2 + \dots = f_1 (x_1 - \bar{x})^2 + f_2 (x_2 - \bar{x})^2 + \dots$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۸

$$17 - x = \text{فراوانی تجمعی دسته‌ی دوم} - \text{فراوانی تجمعی دسته‌ی سوم} = \text{فراوانی مطلق دسته‌ی سوم}$$

فراوانی تجمعی دسته‌ی آخر برابر تعداد کل داده‌ها یعنی ۶۰ است.



$$d_i = \frac{360}{N} \times F_i \rightarrow 90 = \frac{360}{60}(x - 17) \rightarrow x = 32$$

$$\text{فراوانی مطلق دسته‌ی چهارم} = 48 - x = 48 - 32 = 16$$

۱۶۹ از روی نمودار مستطیلی، جدول فراوانی به این صورت می‌باشد:

حدود دسته‌ها	[9, 11)	[11, 13)	[13, 15)	[15, 17)	[17, 19)
مرکز دسته‌ها	10	12	14	16	18
فراوانی مطلق	8	11	16	14	11

برای راحتی در محاسبات از تمام داده‌ها 14 واحد کم می‌کنیم:

$$\bar{x} - 14 = \frac{1}{60}((8 \times (-4)) + (11 \times (-2)) + (16 \times 0) + (14 \times 2) + (11 \times 4))$$

$$\rightarrow \bar{x} - 14 = \frac{1}{60}(-32 - 22 + 28 + 44) \rightarrow \bar{x} - 14 = \frac{18}{60}$$

$$= \frac{18}{60} \rightarrow \bar{x} - 14 = 0.3 \rightarrow \bar{x} = 14.3$$

۱۷۰ با توجه به اینکه میانگین برابر 16 می‌باشد داریم:

	12	14	16	18	20
$x_i - \bar{x}$	-4	-2	0	2	4
فراوانی مطلق	5	7	10	a	3

مجموع اختلاف داده‌ها از میانگین برابر صفر می‌باشد پس:

$$(5 \times (-4)) + (7 \times (-2)) + (10 \times 0) + (a \times 2) + (3 \times 4) = 0 \rightarrow -20 - 14 + 2a + 12 = 0 \rightarrow a = 11$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i (x_i - \bar{x})^2$$

$$= \frac{1}{5+7+10+11+3}((5 \times 16) + (7 \times 4) + (10 \times 0) + (11 \times 4) + (3 \times 16)) = \frac{1}{36}(200) = 5.55$$

۱۷۱ پیشامد حالات مطلوب است.

ابتدا 3 رقم از 5 رقم را انتخاب، سپس به 3! حالت با آن‌ها عدد سه رقمی می‌سازیم.

$$n(S) = \binom{5}{3} \times 3!$$

$$n(A) = \underbrace{\binom{2}{2}}_{\text{انتخاب دو رقم فرد}} \times \underbrace{\binom{3}{1}}_{\text{انتخاب یک رقم زوج}} \times \underbrace{3!}_{\text{جابجایی سه رقم انتخابی}}$$

$$P(A) = \frac{\binom{2}{2} \times \binom{3}{1} \times 3!}{\binom{5}{3} \times 3!} = 0.3 \text{ پس}$$



$$P(A - B) = P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{0.12}{1 - P(B)} = \frac{0.12}{1 - 0.6} = \frac{0.12}{0.4} = 0.3$$

۱۳ کتاب داریم پس جایجایی آنها می شود  $n(S) = 13!$

کتاب‌های ریاضی به !۰ حالت جابه‌جایی شوند مطابق شکل، ۱۱ جای خالی داریم که باید با انتخاب ۳ جای از ۱۱ جا، کتاب‌های فیزیک را در

$$(\_R\_R \quad R\_R\_R\_R\_R\_R\_R\_R\_R)\_{\times \times \times}$$

$$P(A) = \frac{10! \times \binom{11}{3} \times 3!}{13!} = \frac{15}{26} \text{ پس}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \circ_{\circ} \mathfrak{r} \Rightarrow P(A \cap B) = \circ_{\circ} \mathfrak{r} P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{1}{\mathfrak{r}} P(A \cap B) \\ P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \circ_{\circ} \mathfrak{r} \Rightarrow P(A \cap B) = \circ_{\circ} \mathfrak{r} P(A) \Rightarrow P(A) = \mathfrak{d} P(A \cap B) \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow P(A) + P(B) = \frac{25}{3} P(A \cap B) = 0,6 \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{9}{125}$$

$$P(A|B') = \frac{\overbrace{P(A \cap B')}^{P(A-B)}}{P(B')} = \frac{\overbrace{P(A)}^{\Delta P(A \cap B)} - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \frac{\frac{36}{125}}{1 - \frac{10}{3}P(A \cap B)} = \frac{\frac{36}{125}}{\frac{95}{125}} = \frac{36}{95}$$

$$\boxed{(A \cap B)' = A' \cup B'} \text{ می دانیم:}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

$$P(A' \cup B') = P((A \cap B)') = 1 - P(A \cap B) = \frac{1}{2}$$

یعنی ۲ مهره‌ی سفید و ۲ مهره‌ی قرمز خارج شوند  $\frac{۲}{۵} \times \frac{۲}{۵} \times \frac{۳}{۵} \times \frac{۳}{۵}$  و چون مهره‌ها را با جایگزینی خارج

می‌کنیم جابجائی آنها نیز مهم است یعنی  $(WWRR)$  پس احتمال مطلوب است برابر است با:



$$\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{1}{2!2!} = \frac{1}{5^4 \times 4} = \frac{216}{625}$$

۱۷۷) صورت مسأله یعنی اینکه احتمال آن که از ۵ فرزند اول ۲ تا پسر و ۳ تا دختر بوده و فرزند ششم، پسر باشد را حساب کنید.

PPDDD

$$P(A) = \frac{2!3!}{2^5} \times \frac{1}{2} = \frac{10}{32} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{32}$$

↓  
احتمال پسر بودن فرزند ششم

۱۷۸) ۱ ۲ ۳ ۴

$$n(S) = \binom{9}{1} \times \binom{8}{1} = 9 \times 8 = 72$$

طبق صورت مسأله باید در ایستگاه اول و ایستگاه دوم حتماً زن پیاده شود (چون قرار است همه مردها در یک ایستگاه پیاده شوند).

$$n(A) = \binom{4}{1} \binom{3}{1} = 4 \times 3 = 12$$

پس  $P(A) = \frac{12}{72} = \frac{1}{6}$  است.

۱۷۹) ۱ ۲ ۳ ۴

فضای نمونه ای برابر  $n(S) = 7^4$  است. پس  $P(A) = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{7^4} = \frac{120}{343}$  است.

۱۸۰) ابتدا تعداد تمام اعداد سه رقمی را که می توان با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ ساخت را بدست می آوریم:

$$n(S) = \boxed{5} \times \boxed{5} \times \boxed{4} = 100 \text{ (خانه ی اول صفر قرار نمی گیرد)}$$

حال تعداد اعداد زوج بزرگتر از ۳۰۰ را بدست می آوریم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{رقم یکان صفر باشد} \quad \boxed{3} \times \boxed{4} \times \boxed{1} = 12 \text{ (خانه ی اول ۳ یا ۴ یا ۵ قرار می گیرد)} \\ \text{رقم یکان ۲ باشد} \quad \boxed{3} \times \boxed{4} \times \boxed{1} = 12 \text{ (} \\ \text{رقم یکان ۴ باشد} \quad \rightarrow \boxed{2} \times \boxed{4} \times \boxed{1} = 8 \text{ (خانه ی اول ۳ یا ۵ قرار می گیرد)} \end{array} \right\} \rightarrow n(A) = 32$$

پس  $P(A) = \frac{32}{100}$  است.

۱۸۱) ۱ ۲ ۳ ۴

$$P(A') = \frac{2}{3} \rightarrow P(A) = \frac{1}{3}, \quad P(B') = \frac{3}{4} \rightarrow P(B) = \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow P(A \cup B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}, \quad P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$



$$\text{پس: } \frac{1}{P(A \cap B)} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{12}} = 6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۲

$$n(S) = 2^7 = 128$$

$$\left. \begin{array}{l} PPPPPDD \rightarrow \frac{1}{5!2!} = 21 \\ PPPDDDD \rightarrow \frac{1}{4!3!} = 35 \\ PDDDDDD \rightarrow \frac{1}{6!} = 7 \end{array} \right\} \rightarrow n(A) = 1 + 21 + 35 + 7 = 64$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{64}{128} = \frac{1}{2} \text{ است.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۳

$$n(S) = 5! = 120 \text{ تعداد کل کلمات ۵ حرفی}$$

این کلمه دارای سه حرف نقطه دار است که قرار است در وسط کلمه قرار گیرند.

$$\begin{array}{c} \{ف،ظ،ت\} \\ \uparrow \\ \boxed{4} \times \boxed{3} \times \boxed{3} \times \boxed{2} \times \boxed{1} \rightarrow n(A) = 72 \end{array}$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{72}{120} = \frac{3}{5} = 0.6 \text{ است.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۴

$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} \rightarrow 0.2 = \frac{P(A \cap B')}{1 - P(B)} \rightarrow 0.2 = \frac{P(A \cap B')}{1 - 0.2} \rightarrow P(A - B) = 0.16$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۵ چون مجموع زوایا در نمودار دایره‌ای  $360^\circ$  می‌باشد پس به راحتی می‌توان زاویه‌ی متناظر با کربوهیدرات را پیدا کرد.

$$d_i = \frac{360}{N} F_i \rightarrow 210 = \frac{360}{480} F_i \rightarrow F_i = \frac{480 \times 210}{360} = 280 \text{ گرم}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۶ با توجه به جدول داده شده، جدول فراوانی مطلق به صورت زیر است و توجه کنید اختلاف فراوانی تجمعی دو دسته ی  $i$ ام و  $(i+1)$ ام، فراوانی مطلق دسته ی  $(i+1)$ ام را می‌دهد.

مرکز دسته	۲	۵	۱۱	۱۴
فراوانی مطلق	۵	$y - 5$	$18 - y$	۳
				$x - 21$

تعداد کل داده‌ها  $x$  می‌باشد (فراوانی تجمعی دسته‌ی آخر)

$$90^\circ = \text{زاویه‌ی مرکزی دسته‌ی آخر} \rightarrow \frac{360}{N} \times F_i = 90 \rightarrow \frac{360}{x} (x - 21) = 90 \rightarrow \frac{x - 21}{x} = 1$$



یعنی تعداد کل داده‌ها ۲۸ است.  $x = 28 \rightarrow 3x = 84 \rightarrow 4x - 84 = x \rightarrow x = 28$

$$\frac{360}{N} \times F_i = 90 \rightarrow \frac{360}{28}(18 - y) = 90$$

$$\rightarrow \frac{18 - y}{7} = 1 \rightarrow 18 - y = 7 \rightarrow y = 11$$

فراوانی مطلق دسته‌ی سوم

دقت کنید کران بالای دسته‌ی اول همان کران پائین دسته‌ی دوم می‌باشد یعنی ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۷

$$\text{مرکز دسته‌ی اول} = 4 \rightarrow \frac{a+b}{2} = 4 \rightarrow \frac{a+5}{2} = 4 \rightarrow a+5 = 8 \rightarrow a = 3$$

پس دسته‌ی اول به صورت (۳، ۵) و طول دسته برابر ۲ می‌باشد. اگر  $C$  بیانگر طول دسته باشد برای پیدا کردن کران بالای دسته‌ی چهارم بدین صورت عمل می‌کنیم:

$$3C + \text{کران بالای دسته‌ی اول} = b + 3(2) = 5 + 6 = 11$$

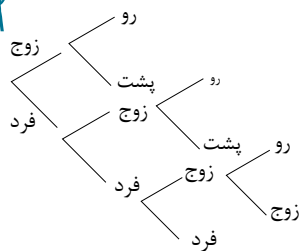
مساحت زیرنمودار چندبر فراوانی با مجموع مساحت مستطیل‌ها در نمودار مستطیلی برابر است. مجموع مساحت ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۸

مستطیل‌ها در نمودار مستطیلی از رابطه‌ی  $S = N \cdot C$  بدست می‌آید که  $N$  تعداد کل داده‌ها و  $C$  طول دسته‌ها می‌باشد.

$$S = \underbrace{(3 + a + 5 + b + 1)}_{\text{جمع فراوانی‌های مطلق (N)}} \times 10 = 150 \rightarrow a + b + 9 = 15 \rightarrow a + b = 6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۹

برای حل این سوال از نمودار درختی استفاده می‌کنیم.



$$\text{احتمال مطلوب} = P(\text{سکه رو}) \cdot P(\text{تاس زوج}) \cdot P(\text{تاس فرد}) + P(\text{سکه رو}) \cdot P(\text{تاس زوج}) \cdot P(\text{تاس فرد}) + P(\text{سکه رو}) \cdot P(\text{تاس زوج}) \cdot P(\text{تاس فرد}) + P(\text{سکه رو}) \cdot P(\text{تاس زوج}) \cdot P(\text{تاس فرد})$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{7}{16}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۰

فضای نمونه برابر  $n(S) = 6^5$  است.

برای آنکه اعداد ظاهر شده در پرتاب تاس‌ها تشکیل یک دنباله‌ی هندسی بدهند تنها حالت ممکن آن است که هر ۵ عدد ظاهر شده یکسان

باشند (دنباله‌ی هندسی با قدر نسبت ۱) که شش حالت دارد. پس  $P(A) = \frac{6}{6^5}$  است.

از روی نمودار میله‌ای داده شده، می‌توانیم به جدول زیر برسیم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۱

مرکز دسته‌ها ( $x_i$ )	۱	۳	۵	۷
فراوانی مطلق ( $F_i$ )	۱	۲	۹	۴



$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum F_i x_i = \frac{1}{16} (1 + 6 + 45 + 28) = \frac{80}{16} = 5$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i (x_i - \bar{x})^2$$

$$= \frac{1}{16} (1(1-5)^2 + 2(3-5)^2 + 9(5-5)^2 + 4(7-5)^2) = \frac{1}{16} (16 + 8 + 0 + 16) = \frac{40}{16} = 2.5$$

۱۹۲) می‌دانیم  $CV = \frac{s}{\bar{x}}$  می‌باشد اگر به داده‌ها ۴ واحد اضافه کنیم انحراف معیار تغییر نمی‌کند. ولی به میانگین ۴

واحد اضافه می‌شود بنابراین ضریب تغییرات کاهش می‌یابد. یعنی گزینه‌ای درست است که از ۳ کمتر باشد و گزینه‌ی سوم این شرط را دارد.

۱۹۳) ۱ ۲ ۳ ۴

$$1, 2, 3, 4, 5, 7 \rightarrow \sigma_{\text{قدیم}}^2 = K$$

این داده‌ها دو برابر شده‌اند و از یک کم شده‌اند تا داده‌های ۱، ۳، ۵، ۷، ۹، ۱۳ به دست آمده‌اند پس واریانس ۴ برابر می‌شود  $\sigma_{\text{جدید}}^2 = 4K$

$$\text{بنابراین: } \frac{\sigma_{\text{قدیم}}^2}{\sigma_{\text{جدید}}^2} = \frac{1}{4K} = \frac{1}{4} \text{ است.}$$

توجه کنید اگر همه‌ی داده‌ها را با عدد ثابتی جمع کنیم واریانس تغییر نمی‌کند و اگر همه‌ی داده‌ها را  $K$  برابر کنیم واریانس  $K^2$  برابر می‌شود.

۱۹۴) ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به صورت سوال می‌توان گفت که نمرات این دانش‌آموز بدین صورت است:

$$\underbrace{\quad}_{\text{مد}}, \underbrace{\quad}_{\text{داده‌های زوج متوالی}}$$

دامنه

$$\left. \begin{aligned} \text{میانگین} &= 7.5 \rightarrow \frac{3a + 6b + 6}{6} = 7.5 \rightarrow 3a + 6b = 39 \rightarrow a + 2b = 13 \\ &\rightarrow a = 3, b = 5 \end{aligned} \right\}$$

۱۹۵) ۱ ۲ ۳ ۴ جدول مربوط به نمودار میله‌ای داده شده، به این صورت است.

	۲	۴	۷	۱۰
$F_i$	$x$	$x + 2$	$x$	$\frac{x}{2}$

فراوانی نسبی داده‌ی ۲ برابر ۲۵٪ است بنابراین داریم:

$$\text{فراوانی نسبی} = \frac{25}{100} = \frac{x}{x + x + 2 + x + \frac{x}{2}} \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{\frac{7x}{2} + 2}{\frac{7x}{2} + 2}$$

$$\rightarrow 4x = \frac{7x}{2} + 2 \xrightarrow{\times 2} 8x = 7x + 4 \rightarrow x = 4$$

بنابراین جدول، به صورت زیر بازنویسی می‌شود.

	۲	۴	۷	۱۰
$F_i$	۴	۶	۴	۲



$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i = \frac{1}{16} ((4 \times 2) + (6 \times 4) + (4 \times 7) + (2 \times 10)) = \frac{1}{16} (8 + 24 + 28 + 20) = \frac{80}{16} = 5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۶

$$n(S) = \binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{6} = 120$$

برای آنکه مجموع سه عدد، زوج باشد دو حالت وجود دارد:

$$\begin{cases} \text{هر سه عدد زوج باشند} \rightarrow \binom{5}{3} = 10 \\ \text{دو عدد فرد و دیگری زوج باشد} \rightarrow \binom{5}{2} \binom{5}{1} = 50 \end{cases} \rightarrow n(A) = 60$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} \text{ است.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۷ صورت سوال یعنی، احتمال اینکه در یک خانوادگی ۴ فرزندی، دو فرزند پسر باشند را به دست آورید.

$$n(S) = 2^4 = 16 \text{ و } PPDD \rightarrow n(A) = \frac{1}{2!2!} = 6$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8} \text{ است.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۸

$$\text{میانگین این داده‌ها برابر ۲ است. } \bar{x} = \frac{100}{50}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 \rightarrow \sigma^2 = \frac{272}{50} - (2)^2 = \frac{136}{25} - 4 = \frac{36}{25} \rightarrow \sigma = \frac{6}{5}$$

$$c_V = \frac{\frac{6}{5}}{2} = \frac{6}{10} = 0.6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۹

برای راحتی در محاسبات از داده‌ها ۱۲ واحد کم می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i \rightarrow \bar{x} - 12 = \frac{1}{24} ((2 \times (-4)) + (5 \times (-2)) + (5 \times 0) + (9 \times 2) + (3 \times 4)) \\ \rightarrow \bar{x} - 12 &= \frac{1}{24} (-8 - 10 + 0 + 18 + 12) \rightarrow \bar{x} - 12 = \frac{12}{24} \rightarrow \bar{x} = 12 + \frac{1}{2} \\ \rightarrow 12.5 &= 12 + 2a \rightarrow 2a = 0.5 \rightarrow a = 0.25 \end{aligned}$$



$$\bar{x} = \frac{48}{8} = 6, C_V = \frac{5}{6} \rightarrow \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{5}{6} \rightarrow \sigma = 3$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 \rightarrow 9 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{8} - 36 \rightarrow 45 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{8} \rightarrow \sum_{i=1}^N x_i^2 = 360$$

۲۰۱ ۱ ۲ ۳ ۴ چون نمودار درصد فراوانی تجمعی از دو نقطه‌ی متوالی (۴۴, ۵۵) و (۴۷, ۶۷) می‌گذرد بنابراین درصد فراوانی نسبی داده‌های بین دو داده‌ی ۴۴ و ۴۷ برابر ۱۲ = ۵۵ - ۴۳ است. (اختلاف درصد فراوانی تجمعی نسبی دو دسته  $i$ ام و  $(i+1)$ ام. درصد فراوانی نسبی دسته‌ی  $(i+1)$ ام را می‌دهد).

$$\text{درصد فراوانی نسبی} = \frac{\text{فراوانی مطلق}}{\text{تعداد کل داده‌ها}} \times 100 \rightarrow 12 = \frac{\text{فراوانی مطلق}}{75} \times 100 \rightarrow \text{فراوانی مطلق} = \frac{75 \times 12}{100} = 9$$

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \rightarrow 12 = \frac{1}{18} \sum_{i=1}^{15} (x_i - \bar{x})^2 \rightarrow \sum_{i=1}^{15} (x_i - \bar{x})^2 = 180$$

$$\sigma_2^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \rightarrow 7,6 = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 \rightarrow \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = 76$$

باتوجه به اینکه میانگین هر دو دسته، یکسان است پس وقتی آنها را با هم ترکیب کنیم میانگین تغییر نمی‌کند و فقط تعداد داده‌ها، ۲۵ می‌شود.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \rightarrow \sigma^2 = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{25} (180 + 76) = \frac{256}{25}$$

$$\rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{256}{25}} = \frac{16}{5} = 3,2$$

۷, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۲, ۱۳, ۱۶, ۱۷, ۱۷, ۱۸, ۲۰, ۲۱

میانگین

$$\text{چارک اول} = \frac{10 + 11}{2} = 10,5 \quad \text{و} \quad \text{چارک سوم} = \frac{17 + 18}{2} = 17,5$$

بنابراین داده‌های داخل جعبه، داده‌های بین ۱۰,۵ و ۱۷,۵ هستند یعنی:

۱۱, ۱۲, ۱۲, ۱۳, ۱۶, ۱۷, ۱۷



$$\bar{x} = \frac{11+12+12+13+16+17+17}{7} = \frac{98}{7} = 14$$

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \\ &= \frac{1}{7} \left( (11-14)^2 + (12-14)^2 + (12-14)^2 + (13-14)^2 + (16-14)^2 + (17-14)^2 + (17-14)^2 \right) \\ &= \frac{1}{7} (9 + 4 + 4 + 1 + 4 + 9 + 9) = \frac{40}{7} \sim 5.71\end{aligned}$$

۲۰۴ ابتدا میانگین داده‌ها را حساب می‌کنیم. ۱ ۲ ۳ ۴

$$\bar{x} = \frac{58 + 58 + 59 + 60 + 61 + 64 + 65 + 71 + 72 + 72 + 75 + 77}{12} = 66$$

اگر به تمام داده‌ها ۴ واحد اضافه کنیم و بر ۵ تقسیم کنیم همین عملیات بر روی میانگین نیز انجام می‌شود.

$$\bar{x}_{\text{جديد}} = \frac{66 + 4}{5} = \frac{70}{5} = 14$$

۲۰۵ طول اضلاع مربع‌ها را با  $x_i$  و تعداد مربع‌ها را  $N$  در نظر می‌گیریم در این صورت مساحت مربع‌ها برابر ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} \text{ و میانگین مساحت مربع‌ها برابر } \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} \text{ است.}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 \rightarrow 5 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - 144 \rightarrow \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} = 149$$

۲۰۶ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\begin{aligned}\text{داده‌های اول : } \begin{cases} \bar{x} = \frac{1+1+1+2+3}{5} = \frac{8}{5} \\ \sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{5} \left( \frac{9}{25} + \frac{9}{25} + \frac{9}{25} + \frac{4}{25} + \frac{49}{25} \right) = \frac{80}{125} \end{cases} \\ \text{داده‌های دوم : } \begin{cases} \bar{x} = \frac{1+2+3+3+3}{5} = \frac{12}{5} \\ \sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{5} \left( \frac{49}{25} + \frac{4}{25} + \frac{9}{25} + \frac{9}{25} + \frac{9}{25} \right) = \frac{80}{125} \end{cases}\end{aligned}$$

پس نسبت واریانس‌ها برابر یک می‌باشد.

۲۰۷ جمع زوایا در نمودار دایره‌ای برابر  $360^\circ$  است. ۱ ۲ ۳ ۴

$$80 + 40 + 80 + \alpha = 360^\circ \quad 160^\circ$$

مشخص است که فراوانی داده‌ی ۶ از بقیه بیشتر است پس مد، عدد ۶ است.

$$d = \frac{360}{N} \times F_i \rightarrow d = 360 f_i \rightarrow f_i = \frac{d}{360}$$

فراوانی نسبی هر دسته برابر تقسیم زاویه‌ی آن دسته بر  $360$  است و می‌دانیم میانگین برابر است با مجموع حاصل ضرب فراوانی نسبی هر

دسته در  $x_i$





$$\bar{x} = \frac{80}{360} \times 1 + \frac{40}{360} \times 2 + \frac{80}{360} \times 4 + \frac{160}{360} \times 6 = \frac{1440}{360} = 4$$

اختلاف میانگین و مد برابر ۲ است.

جمع زوایا در نمودار دایره‌ای برابر  $360^\circ$  است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۰۸)

$$70 + 75 + 100 + 35 + x = 360^\circ \rightarrow x = 80^\circ$$

$$d_i = \frac{360}{N} F_i \rightarrow 80 = \frac{360}{N} \times 32 \rightarrow N = \frac{360 \times 32}{80} = 144$$

تعداد کل افراد : ۱۴۴

$$d_i = \frac{360}{N} F_i \rightarrow 75 = \frac{360}{144} F_i \rightarrow F_i = \frac{75 \times 144}{360} = 30$$

البته پس از پیدا کردن زاویه‌ی  $80^\circ$  می‌توان، با یک تناسب مسئله را حل کرد.

زاویه                      تعداد

$80^\circ$                       ۳۲

$$75^\circ \quad x \rightarrow F_B = \frac{32 \times 75}{80} = 30$$

داده‌ی دوازدهم، میانه است. داده‌ی ششم، چارک اول و داده‌ی هجدهم، چارک سوم می‌باشند. بنابراین ۱۳ داده (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۰۹)

داخل و روی جعبه هستند و دنباله‌ی سمت چپ و سمت راست هر کدام شامل ۵ داده می‌باشند.

$$108 = 5 \times 21.6 \rightarrow \text{مجموع داده‌های سمت چپ} = 21.6 = \text{میانگین داده‌های سمت چپ}$$

$$165 = 5 \times 33 \rightarrow \text{مجموع داده‌های سمت راست} = 33 = \text{میانگین داده‌های سمت راست}$$

$$325 = 13 \times 25 \rightarrow \text{مجموع داده‌های داخل و روی جعبه} = 25 = \text{میانگین داده‌های داخل و روی جعبه}$$

$$\text{میانگین کل داده‌ها} = \frac{108 + 165 + 325}{23} = \frac{598}{23} = 26$$

در نمودار چند بر فراوانی، طول نقاط نشان دهنده‌ی مرکز دسته و عرض نقاط نشان دهنده‌ی فراوانی مطلق دسته‌ها (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۱۰)

هستند.

مرکز دسته	۳	۹	۱۱
فراوانی مطلق	۲	۷	۸

برای راحتی در محاسبات از تمام داده‌ها ۷ واحد کم می‌کنیم و واضح است که واریانس تغییر نمی‌کند.

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i = \frac{1}{25} ((2 \times (-4)) + (7 \times (-2)) + (8 \times 0) + (5 \times 2) + (3 \times 4)) = \frac{0}{25} = 0$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{25} (2(-4 - 0)^2 + 7(-2 - 0)^2 + 8(0 - 0)^2 + 5(2 - 0)^2 + 3(4 - 0)^2)$$

$$= \frac{1}{25} (32 + 28 + 0 + 20 + 48) = \frac{128}{25} = 5.12$$

ابتدا ضریب تغییرات داده‌های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ را حساب می‌کنیم. (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۱۱)

$$= \frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5}{5} = \frac{15}{5} = 3$$



$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{5} ((1-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2)$$

$$= \frac{1}{5} (4 + 1 + 0 + 1 + 4) = \frac{10}{5} = 2 \rightarrow \sigma = \sqrt{2} \sim 1,4$$

$$C_V = \frac{1,4}{3}$$

حال اگر داده ها را ۱۲ برابر کنیم میانگین و انحراف معیار نیز ۱۲ برابر می شوند و اگر ۶ واحد به داده ها اضافه کنیم، انحراف معیار تغییر نمی کند و به میانگین ۶ واحد اضافه می شود.

$$C_{V_{\text{جدید}}} = \frac{16,8}{(12 \times 3) + 6} = \frac{16,8}{42} = 0,4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۲

میانگین برابر  $\frac{100}{40} = 2,5$  است.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i)^2 - (\bar{x})^2 \rightarrow \sigma^2 = \frac{340}{40} - (2,5)^2 = 8,5 - 6,25 = 2,25$$

$$\rightarrow \sigma = \sqrt{2,25} = 1,5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۳ اگر پیشامد  $A$ ، آن باشد که سکه پشت بیاید و پیشامد  $B$  آن باشد که تاس، عدد ۵ بیاید، آن گاه پیشامدهای  $A$  و

$B$  مستقل اند پس:

$$P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} - \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{6}\right) = \frac{6+2-1}{12} = \frac{7}{12}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۴

$$\rightarrow \frac{17}{25} = P(A) + \frac{12}{25} - \frac{12}{25} P(A) \rightarrow \frac{1}{5} = \frac{13}{25} P(A) \rightarrow P(A) = \frac{5}{13}$$

$$\text{از طرفی: } P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \rightarrow P(A \cap B) = \frac{5}{13} \times \frac{12}{25} = \frac{12}{65}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{5}{13} - \frac{12}{65} = \frac{13}{65} = \frac{1}{5}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۵

$$n(S) = \binom{11}{3} = \frac{11 \times 10 \times 9}{6} = 165$$

$$n(A) = \binom{6}{3} = \frac{6 \times 5 \times 4}{6} = 20$$



پس  $P(A) = \frac{20}{165} = \frac{4}{33}$  است.

۲۱۶) وقتی گفته می‌شود این خانواده، حداقل دارای دو دختر باشد یعنی این خانواده دارای ۲ یا ۳ یا ۴ دختر باشد و چون فرزند اول، دختر است و گفته شده که همه فرزندان، دختر نباشند یعنی احتمال اینکه از سه فرزند (فرزندان دوم و سوم و چهارم) یک یا دو فرزند دختر باشد را باید حساب کنید.

$$n(S) = 2^3 = 8$$

$$\left. \begin{array}{l} DPP \rightarrow \frac{1}{2!} = 3 \\ DDP \rightarrow \frac{1}{2!} = 3 \end{array} \right\} \rightarrow n(A) = 6$$

پس  $P(A) = \frac{3}{8} = \frac{3}{4}$  است.

۲۱۷) فضای نمونه‌ی آزمایش  $n(S) = \binom{7}{3} = \frac{7 \times 6 \times 5}{6} = 35$  است. دقت کنید مجموع سه عدد، وقتی زوج است که هر سه زوج باشند یا دو تای آنها فرد و یکی از آنها زوج باشد. (از ۱ تا ۷ چهار عدد فرد و سه عدد زوج وجود دارد).

$$n(A) = \binom{3}{3} + \binom{4}{2} \binom{3}{1} = 1 + 18 = 19$$

پس  $P(A) = \frac{19}{35}$  است.

۲۱۸) ۱ ۲ ۳ ۴

در کل ۲۰ شناگر وجود دارند.

$$n(S) = \binom{20}{4} = \frac{20!}{4!16!} = 4845$$

ابتدا سه کشور را انتخاب می‌کنیم و از این سه کشور انتخاب شده، از یکی دو شناگر و از دو کشور دیگر از هر کدام یک شناگر انتخاب می‌کنیم که خود این کار ۳ حالت دارد. (برای مثال شما سه کشور A و B و C را انتخاب می‌کنید. می‌توانید از A دو نفر و از B و C از هر کدام یک نفر انتخاب کنید یا از B دو نفر و از A و C از هر کدام یک نفر را انتخاب کنید یا از C دو نفر و از A و B از هر کدام یک نفر را انتخاب کنید)

$$n(A) = \binom{4}{3} \binom{5}{2} \binom{5}{1} \binom{5}{1} \times 3 = 3000$$

پس  $P(A) = \frac{3000}{4845} = \frac{200}{323}$  است.

۲۱۹) ۱ ۲ ۳ ۴ با فرض اینکه فرد، روزنامه بخواند داریم:



$$\Rightarrow \text{احتمال مطلوب} = \left( \frac{3}{10} \times \frac{1}{3} \right) + \left( \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{2}{10}$$

از طرفی  $\frac{70}{100}$  مردم، روزنامه می‌خوانند و  $\frac{30}{100}$  مردم روزنامه نمی‌خوانند، پس احتمال اینکه فردی از رویداد رخ داده‌ای اطلاع نیابد برابر

است.  $\frac{2}{10} + \frac{30}{100} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$



۲۲۰) ۱ ۲ ۳ ۴ اولین اقدام در رسیدن به اطلاعات عددی، اندازه گیری است.

۲۲۱) ۱ ۲ ۳ ۴ مساحت زیر چندبر فراوانی با مساحت نمودار مستطیلی برابر است. بنابراین باید مساحت زیر نمودار مستطیلی را حساب کنید.

$$4.5 + \frac{C}{2} + 3C = 15 \rightarrow -C = 10.5 \rightarrow 7C = 21 \rightarrow C = 3$$

$$\text{مساحت زیر نمودار مستطیلی} = N \cdot C = (4 + 6 + 8 + 2)(3) = 20 \times 3 = 60$$

۲۲۲) ۱ ۲ ۳ ۴ روش اول:

$$P(\text{مهره‌ی دوم سبز}) = P(\text{مهره‌ی اول سبز}) \times P(\text{مهره‌ی دوم سبز}) + P(\text{مهره‌ی اول غیر سبز}) \times P(\text{مهره‌ی دوم سبز})$$

$$= \left( \frac{4}{13} \times \frac{3}{12} \right) + \left( \frac{9}{13} \times \frac{4}{12} \right) = \frac{4}{12 \times 13} = \frac{4}{13}$$

روش دوم: چون حرفی از رنگ مهره‌ی اول برداشته شده، نشده است پس فرض می‌کنیم آن را اصلاً از جعبه خارج نکرده‌ایم. یعنی:  $\frac{4}{13}$  (سبز)  $P$  است.

۲۲۳) ۱ ۲ ۳ ۴ چون حداقل یکی از فرزندان پسر است بنابراین حالتی که هر ۴ فرزند دختر باشند وجود ندارد پس فضای نمونه‌ی جدید  $15 = 2^4 - 1$  می‌شود.

$$\text{پسر دقیقاً ۳} \rightarrow PPPD \rightarrow n(A) = \frac{4}{3!} = 4$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{4}{15} \text{ است.}$$

۲۲۴) ۱ ۲ ۳ ۴ باتوجه به اینکه ۲ فرزند اول این خانواده پسر هستند و می‌خواهیم که این خانواده حداقل ۵ پسر داشته باشد بنابراین در پنج فرزند بعدی باید حداقل ۳ پسر وجود داشته باشد.

$$n(S) = 2^5 = 32$$

$$\text{حداقل ۳ پسر} \rightarrow PPPDD \text{ یا } PPPPD \text{ یا } PPPPP \rightarrow n(A) = \frac{1}{3!2!} + \frac{1}{4!} + 1 = 10 + 5 + 1 = 16$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{16}{32} = \frac{1}{2} \text{ است.}$$

۲۲۵) ۱ ۲ ۳ ۴ وقتی گفته می‌شود که فقط در یکی از مرحله‌ها، یک مهره‌ی سفید خارج می‌شود یعنی:

(۱) فقط در مرحله‌ی اول، یک مهره‌ی سفید خارج می‌شود و در مرحله‌ی دوم، سفید خارج نمی‌شود.

(۲) در مرحله‌ی اول، سفید خارج نمی‌شود و در مرحله‌ی دوم، فقط یک مهره‌ی سفید خارج می‌شود.

$$1) \frac{\frac{6}{1} \frac{4}{1}}{\binom{10}{2}} \times \frac{\overbrace{5 \text{ سفید و } 3 \text{ سیاه}}^3}{\underbrace{\text{سفید خارج نشود}}_3} = \frac{24}{45} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{15}$$

یک سفید خارج شود



$$2) \frac{\binom{4}{2}}{\binom{10}{2}} \times \frac{\overbrace{6}^{6 \text{ سفید و } 2 \text{ سیاه}}}{\underbrace{6}_{\text{سفید خارج شود}}} = \frac{6}{45} \times \frac{6}{8} = \frac{6}{8 \times 45}$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{3}{8 \times 45} = \frac{3}{8 \times 15} = \frac{3}{120} \text{ است.}$$

۲۲۶) برای محاسبه‌ی فضای نمونه‌ای ابتدا ۵ نفر را از بین ۷ نفر انتخاب کرده و سپس جابجایی این ۵ نفر را حساب می‌کنیم.

$$n(S) = \binom{7}{5} \times 5! = 21 \times 120$$

برای اینکه دو برادر در ابتدا و انتهای ردیف باشند باید دو برادر حتماً در افراد انتخاب شده باشند. برای این منظور باید ۳ نفر را از بین ۵ نفر باقی‌مانده انتخاب کنیم و سپس جابجایی این سه نفر را حساب کنیم و در ضمن جابجایی دو برادر با یکدیگر را نیز فراموش نکنیم.

$$n(A) = \binom{5}{3} \times 3! \times 2! = 120$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{1}{21 \times 120} \text{ است.}$$

۲۲۷) فراوانی مطلق را با  $F_i$  و فراوانی نسبی را با  $f_i$  نشان می‌دهیم. مجموع فراوانی‌های نسبی  $N$  داده‌ی آماری برابر

یک می‌باشد پس  $f_1 + f_3 = 0.3$  و چون نسبت ارتفاع مستطیل اول به ارتفاع مستطیل سوم برابر  $\frac{3}{2}$  است پس  $\frac{F_1}{F_3} = \frac{3}{2}$  است.

$$\frac{F_1}{F_3} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{F_1}{\frac{N}{2}} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{f_1}{f_3} = \frac{3}{2} \rightarrow f_1 = \frac{3}{2} f_3$$

$$f_1 + f_3 = \frac{3}{10} \rightarrow \frac{3}{2} f_3 + f_3 = \frac{3}{10} \rightarrow \frac{5}{2} f_3 = \frac{3}{10} \rightarrow f_3 = \frac{3}{25}$$

$$f_3 = \frac{3}{25} \rightarrow \frac{3}{25} = \frac{F_3}{150} \rightarrow F_3 = \frac{3 \times 150}{25} = 18$$

۲۲۸) مساحت زیر نمودار نمودار چندبر فراوانی برابر با مساحت نمودار مستطیلی است.

$$\text{مساحت زیر نمودار چندبر فراوانی} = N \cdot C \rightarrow 100 = (1 + 6 + 3 + 4 + 6)C \rightarrow 100 = 20C$$

$$\rightarrow C = 5 \rightarrow \begin{array}{c|ccccc} \text{مرکز دسته‌ها} & 5 & 10 & 15 & 20 & 25 \\ \hline \text{فراوانی} & 1 & 6 & 3 & 4 & 6 \end{array}$$

برای راحتی در محاسبات از تمام داده‌ها ۱۵ واحد کم می‌کنیم که البته واریانس تغییر نمی‌کند (اگر به تمام داده‌های آماری مقداری ثابت را اضافه یا کم کنیم واریانس تغییر نمی‌کند)

$$\begin{array}{c|ccccc} \text{مرکز دسته‌ها} & -10 & -5 & 0 & 5 & 10 \\ \hline \text{فراوانی} & 1 & 6 & 3 & 4 & 6 \end{array}$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i = \frac{1}{20} (-10 - 30 + 0 + 20 + 60) = \frac{40}{20} = 2$$



$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i (x_i - \bar{x})^2$$

$$= \frac{1}{20} \left( 1(-10 - 2)^2 + 6(-5 - 2)^2 + 3(0 - 2)^2 + 4(5 - 2)^2 + 6(10 - 2)^2 \right) = \frac{870}{20} = \frac{87}{2} = 43,5$$

۲۲۹ برای آنکه دومین مهره سفید، بلافاصله بعد از اولین مهره سیاه خارج شود، باید مهره اول سفید و مهره دوم سیاه و مهره سوم سفید خارج شده باشند.

$$\text{احتمال مطلوب} = \underbrace{\quad}_{\text{مهره اول سفید}} \times \underbrace{\quad}_{\text{مهره دوم سیاه}} \times \underbrace{\quad}_{\text{مهره سوم سفید}} = \frac{10}{81}$$

(۴ سفید و ۵ سیاه)      (۴ سفید و ۵ سیاه)      (۴ سفید و ۴ سیاه)

۲۳۰ برای آنکه RH خون فردی منفی باشد دو ژن منفی داشته باشد.

$$P(RH^-) = \frac{40}{100} \times \frac{40}{100} = 0,16$$

(RH خون هر دو فرزند منفی باشد)  $= 1 - P(RH \text{ حداقل یکی از فرزندان مثبت باشد})$

$$= 1 - (0,16)(0,16) = 0,9744$$

۲۳۱ ۱ ۲ ۳ ۴

$$P(A|B) = \frac{2}{5} \rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{2}{5}$$

$$P(B|A) = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم}} \frac{\frac{2}{5}}{\frac{1}{3}} = \frac{2}{5} \rightarrow \frac{6}{5} \rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{5}{6}$$

۲۳۲ ۱ ۲ ۳ ۴

$$d_i = \frac{360}{N} \times F_i \rightarrow 90 = \frac{360}{20} (x - 7) \rightarrow 5 = x - 7 \rightarrow x = 12$$

باتوجه به اطلاعات داده شده می‌توانیم جدول را باتوجه به مرکز دسته و فراوانی مطلق بنویسیم.

مرکز دسته	۹	۱۱	۱۳	۱۵	۱۷
فراوانی مطلق	۴	۳	۵	۵	۳

برای راحتی در محاسبات می‌توانیم از تمام داده‌ها ۱۳ واحد کم کنیم که تأثیری روی واریانس ندارد.

$$\text{میانگین} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i = \frac{1}{20} ((4 \times (-4)) + (3 \times (-2)) + (5 \times 0) + (5 \times 2) + (3 \times 4)) = 0$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{20} (4(-4 - 0)^2 + 3(-2 - 0)^2 + 5(0 - 0)^2 + 5(2 - 0)^2 + 3(4 - 0)^2)$$

$$= \frac{1}{20} (64 + 12 + 0 + 20 + 48) = \frac{144}{20} = \frac{36}{5} = 7,2$$



توجه کنید که اختلاف فراوانی تجمعی دو دسته ی  $i$ ام و  $(i + 1)$ ام، فراوانی مطلق دسته ی  $(i + 1)$ ام را می دهد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۳

$$d_i = \frac{360}{N} f_i \rightarrow d_i = 360 \cdot \underbrace{f_i}_{\text{فراوانی نسبی}} \rightarrow 126 = 360 \cdot f_i \rightarrow f_i = \frac{126}{360} = 0,35$$

فراوانی نسبی سوم: ۰٫۳۵

می دانیم که مجموع فراوانی های نسبی  $N$  داده ی آماری برابر یک می باشد.

$$\text{فراوانی نسبی دسته ی دوم} = \frac{\text{تعداد کل داده ها}}{100} \rightarrow \frac{15}{100} = \frac{x}{120} \rightarrow x = 18$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۴

$$\text{فضای نمونه ای جدید} = \underbrace{\binom{4}{1} \binom{5}{3}}_{\text{یک تقلبی و سه اصل}} + \underbrace{\binom{4}{2} \binom{5}{2}}_{\text{دو تقلبی و دو اصل}} + \underbrace{\binom{4}{3} \binom{5}{1}}_{\text{سه تقلبی و یک اصل}} + \underbrace{\binom{4}{4}}_{\text{چهار تقلبی}} = 40 + 60 + 20 + 1 = 121$$

$$\text{تنها یک سکه ی تقلبی} = \binom{4}{1} \binom{5}{3} = 40$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{40}{121} \text{ است.}$$

البته دقت کنید فضای نمونه ای جدید را می توان از رابطه ی  $\frac{5}{4} \cdot 9$  نیز به دست آورد. (کل حالات منهای حالاتی که هر ۴ سکه اصل هستند).

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۵ ابتدا مرکز دسته ها را بدست می آوریم.

مرکز دسته ها	۳	۶	۹	۱۲
فراوانی مطلق	۴	۳	۲	۱

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Fixi = \frac{1}{10} ((4 \times 3) + (3 \times 6) + (2 \times 9) + (1 \times 12)) = \frac{60}{10} = 6$$

$$\sigma = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Fixi(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{10} (4(3 - 6)^2 + 3(6 - 6)^2 + 2(9 - 6)^2 + 1(12 - 6)^2)$$

$$= \frac{1}{10} (36 + 0 + 18 + 36) = \frac{90}{10} = 9 \rightarrow \sigma = 3$$

$$C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۶ منظور از متوالی و با جایگذاری این است که یک کارت را برداشته و پس از دیدن، دوباره آن را به جعبه برمی گردانیم.



$$\text{احتمال آنکه کارت ها هم رنگ باشند} = \underbrace{\left(\frac{3}{9} \times \frac{3}{9}\right)}_{\text{هر دو سفید}} + \underbrace{\left(\frac{4}{9} \times \frac{4}{9}\right)}_{\text{هر دو سبز}} + \underbrace{\left(\frac{2}{9} \times \frac{2}{9}\right)}_{\text{هر دو بنفش}} = \frac{9}{81} + \frac{16}{81} + \frac{4}{81} = \frac{29}{81}$$

۲۳۷) در یک جدول فراوانی، مجموع درصد فراوانی های نسبی داده ها برابر ۱۰۰ است. ۱ ۲ ۳ ۴

$$15 + 21 + x + 10 + 39 = 100 \rightarrow x = 15 \rightarrow \frac{15}{N} \times 100 = 15 \rightarrow \frac{15}{100} = \frac{15}{100}$$

درصد فراوانی نسبی دسته ی سوم

$$d_i = \frac{360}{N} \times F_i \rightarrow d_3 = \frac{360}{N} \times 360 = \frac{15}{100} \times 360 = 54^\circ$$

۲۳۸) اگر از هر یک از داده های آماری ۷ واحد کم کنیم، انحراف معیار تغییر نمی کند ولی از میانگین ۷ واحد کم می شود. ۱ ۲ ۳ ۴

$$\left. \begin{array}{l} CV_{\text{قدیم}} = \frac{s}{\bar{x}} \\ CV_{\text{جدید}} = \frac{s - 7}{\bar{x} - 7} \end{array} \right\} \rightarrow CV_{\text{جدید}} = 2 CV_{\text{قدیم}} \rightarrow \frac{1}{\bar{x} - 7} = 2 \frac{1}{\bar{x}} \rightarrow \frac{1}{\bar{x} - 7} = \frac{2}{\bar{x}} \rightarrow 2\bar{x} - 14 = \bar{x} \rightarrow \bar{x} = 14$$

۲۳۹) قطر تنه ی درختان، هر عدد حقیقی مثبتی می تواند باشد، پس از نوع کمی پیوسته است. ۱ ۲ ۳ ۴

۲۴۰) ۱ ۲ ۳ ۴

تعداد دسته ها  $n = 15$

$$C = 77 - 74 = 3 \Rightarrow \text{دامنه ی تغییرات} = R = n \cdot C = 3 \times 15 = 45$$

از طرفی داریم:

$$(15 - 4)C = 77 + 11 \times 3 = 110$$

باید دانست که با تغییر طول دسته یا تعداد دسته ها، دامنه ی تغییرات تغییر نمی کند.

حال با تغییر تعداد طبقات داریم:

$$C' = \frac{45}{n'} = \frac{45}{9} = 5$$

$$-C' = 110 - 5 = 105 = \text{کران پایین دسته ی آخر}$$

۲۴۱) ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا با استفاده از درصد فراوانی تجمعی، درصد فراوانی نسبی دسته ها را بدست می آوریم.

سطح مهارت	۱					
درصد فراوانی تجمعی	۱۰					
درصد فراوانی نسبی	۱۰	$25 - 10 = 15$	$55 - 25 = 30$	$80 - 55 = 25$	$92 - 80 = 12$	$100 - 92 = 8$

بنابراین دسته ی سوم با درصد فراوانی ۳۰ دارای بیشترین فراوانی است.

به کمک نسبت تناسب می توان زاویه ی مرکزی متناظر با این دسته را در نمودار دایره ای محاسبه کرد:

$$\frac{100}{360} = \frac{30}{x} \rightarrow x = \frac{360 \times 30}{100} = 108^\circ$$

توجه کنید اختلاف درصد فراوانی تجمعی دو دسته ی  $i$ ام و  $(i + 1)$ ام، درصد فراوانی نسبی دسته ی  $(i + 1)$ ام را می دهد.





$$\text{میانۀ} = \frac{x_{10} + x_{11}}{2}$$

در ۲۰ داده‌ی آماری، میانۀ برابر با میانگین داده‌های دهم و یازدهم است:

$$Q_1 = \frac{x_5 + x_6}{2}$$

چارک اول، میانۀ ی ۱۰ داده‌ی اول است، یعنی برابر با میانگین داده‌های پنجم و ششم:

$$Q_3 = \frac{x_{15} + x_{16}}{2}$$

و چارک سوم، میانۀ ی ۱۰ داده‌ی آخر است، یعنی برابر با میانگین داده‌های پانزدهم و شانزدهم:

$$\underbrace{x_1, \dots, x_5}_{\text{دنبالۀ ی چپ}}, \quad x_6, \dots, x_{10}, \quad x_{11}, \dots, x_{15}, \quad \underbrace{x_{16}, \dots, x_{20}}_{\text{دنبالۀ ی راست}}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$Q_1 \quad Q_2 \quad Q_3$$

بنا به فرض، میانگین دنبالۀ ی سمت چپ و دنبالۀ ی سمت راست با هم برابر است، پس:

$$\frac{x_1 + \dots + x_5}{5} = \frac{x_{16} + \dots + x_{20}}{5} \Rightarrow x_1 + \dots + x_5 = x_{16} + \dots + x_{20}$$

اما می‌دانیم داده‌های دنبالۀ ی چپ همواره کوچک‌تر یا مساوی داده‌های دنبالۀ ی راست‌اند. پس:

$$x_1 + \dots + x_5 \leq x_{16} + \dots + x_{20}$$

پس حالت تساوی تنها زمانی رخ می‌دهد که همه‌ی داده‌ها با هم برابر باشند، یعنی:  $x_1 = x_6 = \dots = x_{10} = x_{11} = \dots = x_{20}$ . بنابراین در این داده‌ها، شاخص‌های پراکندگی از جمله انحراف معیار، برابر صفر است.

۲۴۳ ۱ ۲ ۳ ۴ میزان آلودگی هوا قابل اندازه‌گیری و بیان به صورت ارقام است. البته سؤال دارای اشکال است. زیرا اگر آلودگی هوا را به صورت دیگری بیان کنیم: (مثلاً زیاد - متوسط - کم) یا حتی مثلاً بگوییم آلودگی هوا امروز کم‌تر از دیروز است، آن‌گاه نوع متغیر مورد مطالعه کیفی خواهد بود!

$$\text{طول دسته} = C = 29 - 26 = 3, \quad C_n \rightarrow 3 = n \rightarrow R = 24$$

اگر داده‌ها در ۶ طبقه دسته‌بندی شوند آن‌گاه طول دسته‌ها تغییر خواهد کرد ولی اختلاف بین بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین داده‌ها یعنی دامنه، تغییر نمی‌کند.

$$C_{\text{جدید}} = \frac{24}{6} = 4$$

در حالت اولیه کران پایین دسته‌ی اول ۱۷ بوده است زیرا:

$$3C + \text{کران پایین دسته‌ی اول} = \text{کران پایین دسته‌ی چهارم}$$

$$\rightarrow 26 = x + 3(3) \Rightarrow 26 = x + 9 \Rightarrow x = 26 - 9 = 17 = \text{کران پایین دسته‌ی اول}$$

پس دسته‌بندی جدید (با طول دسته‌ی ۴) به صورت زیر خواهد بود:

$$[17 - 21), [21 - 25), [25 - 29), [29 - 33), [33 - 37), \dots$$

مرکز دسته‌ی پنجم برابر است با:

$$\text{مرکز دسته‌ی پنجم} = \frac{33 + 37}{2} = \frac{70}{2} = 35$$



داده‌ها از کوچک به بزرگ مرتب شده داده شده‌اند.

نیمه‌ی اول داده‌ها      نیمه‌ی دوم داده‌ها

تعداد داده‌ها ۱۲ تا است. در هر سری شش داده داریم که میانه‌ی شش داده برابر با نصف مجموع دو داده‌ی وسط است. پس داریم:

$$Q_1 = \frac{4 + 6}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

میانه‌ی نیمه‌ی اول داده‌ها = چارک اول

$$Q_3 = \frac{11 + 12}{2} = \frac{23}{2} = 11,5$$

میانه‌ی نیمه‌ی دوم داده‌ها = چارک سوم

طبق گفته‌ی مسأله از بین داده‌ها، اعداد کم‌تر از ۵ و بیش‌تر از ۱۱٫۵ را حذف می‌کنیم که اعداد باقی‌مانده عبارتند از:

حالا ضریب تغییرات آن‌ها را می‌خواهیم. ابتدا میانگین را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{2(6) + 2(8) + 9 + 11}{6} = \frac{48}{6} = 8$$

حال، واریانس و سپس انحراف معیار را حساب می‌کنیم:

$$\sigma^2 = \frac{2(6-8)^2 + 2(8-8)^2 + (9-8)^2 + (11-8)^2}{6} = \frac{8 + 0 + 1 + 9}{6} = \frac{18}{6} = 3$$

$$\sigma = \sqrt{3}$$

انحراف معیار

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3}{8} \cong \frac{1,7}{8} \cong 0,21$$

$$R = Max - Min = 75 - 39 = 36$$

$$C = \frac{36}{n} = \frac{36}{9} = 4 \Rightarrow \text{کران بالای دسته‌ی اول} = 39 + 4 = 43$$

$$C + 5C = 43 + 5(4) = 43 + 20 = 63$$

کران بالای دسته‌ی اول = کران بالای دسته‌ی ششم

طبق صورت سوال  $CV_{\text{قدیم}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 1,35$

داده‌های قدیم:  $x_1, x_2, x_3, \dots$

داده‌های جدید:  $2x_1 + \frac{\sigma}{4}, 2x_2 + \frac{\sigma}{4}, 2x_3 + \frac{\sigma}{4}, \dots$

داده‌ها دو برابر شده‌اند بنابراین انحراف معیار و میانگین نیز دو برابر می‌شوند و چون به داده‌ها  $\frac{\sigma}{4}$  اضافه شده است به میانگین نیز  $\frac{\sigma}{4}$  اضافه

می‌شود ولی انحراف معیار تغییری نمی‌کند.

$$CV_{\text{جدید}} = \frac{\frac{2\sigma}{1+\frac{\sigma}{4}}}{\frac{2\bar{x}}{1+\frac{\sigma}{4}}} = \frac{\frac{2\sigma}{1+\frac{\sigma}{4}}}{\frac{2\bar{x}}{1+\frac{\sigma}{4}}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1,35}{1} = 1,35$$



$$R = \text{Max} - \text{Min} = 62 - 41 = 21, \quad C = \frac{21}{n} \rightarrow C = \frac{21}{7} = 3$$

$$\underbrace{[41, 44), [44, 47), [47, 50)}_{27 \text{ درصد داده ها}}, \quad \underbrace{[50, 53), [53, 56), [56, 59), [59, 62]}_{58 \text{ درصد داده ها}}$$

بنابراین ۱۵ درصد کل داده ها (۱۵۰ - ۲۷ - ۵۸ = ۱۵) در دسته‌ی وسط قرار می‌گیرند.

$$\text{فراوانی مطلق دسته‌ی وسط} = \frac{150}{100} \times 160 = 24$$

۲۴۹ ۱ ۲ ۳ ۴ در هر جامعه‌ی آماری، مجموع درصدهای فراوانی نسبی برابر ۱۰۰ است. پس:

$$25 + 18 + a + 47 = 100 \rightarrow a = 10$$

حال، جدول داده شده را برحسب فراوانی نسبی می‌نویسیم:

مرکز دسته‌ها	۱	۴	۷	۱۰
فراوانی نسبی	۰٫۲۵	۰٫۱۸	۰٫۱	۰٫۴۷

میانگین برابر است با مجموع حاصل ضرب مراکز دسته‌ها در فراوانی نسبی آن دسته‌ها.

$$\bar{x} = (0.25 \times 1) + (0.18 \times 4) + (0.1 \times 7) + (0.47 \times 10) = 0.25 + 0.72 + 0.7 + 4.7 = 6.37$$

۲۵۰ ۱ ۲ ۳ ۴ این مسأله را به روش متمم حل می‌کنیم یعنی ابتدا احتمال اینکه هیچ کدام از این دو برادر در گروه نباشند را حساب کرده و سپس آن را از یک کم می‌کنیم.

$$P(\text{هیچ کدام از دو برادر در گروه نباشند}) = 1 - P(\text{حداقل یکی از دو برادر در گروه باشد}) = 1 - \frac{\binom{18}{3}}{\binom{20}{3}}$$

توجه کنید که ابتدا این دو برادر را کنار می‌گذاریم و سپس از بین ۱۸ نفر باقی‌مانده ۳ نفر را انتخاب می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \rightarrow P &= 1 - \frac{\frac{18 \times 17 \times 16}{6}}{\frac{20 \times 19 \times 18}{6}} = 1 - \frac{18 \times 17 \times 16}{20 \times 19 \times 18} = 1 - \frac{17 \times 16}{20 \times 19} \\ &= 1 - \frac{68}{95} = \frac{27}{95} \end{aligned}$$

توجه کنید که  $\binom{n}{3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$  است.

۲۵۱ ۱ ۲ ۳ ۴ چون رنگ مهره‌ی دوم اهمیتی ندارد، پس فرض می‌کنیم مهره‌ی دوم خارج نشده است و مسأله را به این صورت حل می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \text{احتمال مطلوب} &= P(\text{اولی آبی و دومی آبی}) + P(\text{اولی قرمز و دومی قرمز}) = \left(-\frac{3}{7} \times \frac{3}{6}\right) + \left(-\frac{2}{7} \times \frac{2}{6}\right) \\ &= \frac{12}{42} + \frac{6}{42} = \frac{18}{42} = \frac{3}{7} \end{aligned}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵۲

فضای نمونه‌ای جدید

$$\{PD, DP\} \rightarrow n(A) = ۲$$

پس  $P(A) = \frac{۲}{۳}$  است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵۳

$$n(S) = \binom{۱۰}{۳} = \frac{۱۰ \times ۹ \times ۸}{۶} = ۱۲۰ \text{ فضای نمونه‌ای این آزمایش}$$

$$n(A) = \binom{۵}{۱} \times \binom{۴}{۱} \times \binom{۱}{۱} = ۵ \times ۴ \times ۱ = ۲۰$$

$$P(A) = \frac{۲۰}{۱۲۰} = \frac{۱}{۶} \text{ پس } \binom{n}{۳} = \frac{n(n-1)(n-۲)}{۶} \text{ است و توجه کنید که}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵۴

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم.

$$۱۵, ۱۷, \underbrace{\quad, ۲۰, ۲۰, ۲۰, ۲۱, \quad}_{Q_3=۲۱,۵}, ۲۳, ۲۴$$

$Q_1=۱۷,۵$

چارک اول برابر ۱۷٫۵، مد برابر ۲۰ و میانه نیز برابر ۲۰ است و میانگین این سه مقدار برابر است با:

$$\frac{۱۷,۵ + ۲۰ + ۲۰}{۳} = \frac{۵۷,۵}{۳} = ۱۹,۱۶$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵۵

ابتدا جدول را براساس فراوانی مطلق می‌نویسیم.

مرکز دسته	۵۲	۵۵	۵۸	۶۱	۶۴
فراوانی مطلق	۴	۳	۹	۷	۲

از تمام مراکز دسته‌ها ۵۸ واحد کم می‌کنیم تا محاسبه راحت‌تر شود و دقت کنید اگر از تمام داده‌ها مقدار ثابتی کم شود واریانس تغییر نمی‌کند.

مرکز دسته	-۶	-۳	۰	۳	۶
فراوانی مطلق	۲	۷	۹	۳	۴

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i = \frac{1}{۲۵} (-۲۴ - ۹ + ۰ + ۲۱ + ۱۲) = ۰$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{۲۵} (۴(۳۶) + ۳(۹) + ۹(۰) + ۷(۹) + ۲(۳۶)) = \frac{۱۴۴ + ۲۷ + ۶۳ + ۷۲}{۲۵} = \frac{۳۰۶}{۲۵}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵۶

$$R = ۴ \times ۱۲ = ۴۸ \text{ (دامنه‌ی تغییرات)} \Rightarrow ۲۱ - ۱۷ = ۴ \text{ : طول دسته‌ها}$$

$$\text{طول دسته‌های جدید} = \frac{۴۸}{۸} = ۶ \Rightarrow [۲۹, ۳۵)$$

$$\Rightarrow \text{مرکز دسته‌ی سوم جدید} = \frac{۳۵ + ۲۹}{۲} = ۳۲$$



$$\bar{x} = \frac{1 \times 3 + 2 \times 2 + 3 \times 3 + 4 \times 1 + 5 \times 1}{3 + 2 + 3 + 1 + 1} = \frac{25}{10} = 2,5$$

$$\sigma^2 = \frac{3 \times (1 - 2,5)^2 + 2 \times (2 - 2,5)^2 + 3 \times (3 - 2,5)^2 + (4 - 2,5)^2 + (5 - 2,5)^2}{10}$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{1,65} \Rightarrow C \cdot V = \frac{\sqrt{1,65}}{2,5}$$

$$P(B \cap A') = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) \quad \text{می دانیم: } ۱ \quad ۲ \quad ۳ \quad ۴ \quad ۲۵۸$$

$$P(A' | B) = \frac{P(B \cap A')}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,6 - 0,2}{0,6} = \frac{0,4}{0,6} = \frac{2}{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = \text{فراوانی مطلق دسته‌ی وسط قبل از تغییر} \\ a = \text{تعداد داده‌های افزایش یافته در دسته‌ی وسط} \\ N + 20 = 100 = \text{تعداد کل داده‌های جامعه بعد از تغییر} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{فراوانی مطلق} = \frac{\text{تعداد کل داده‌ها}}{\text{فراوانی نسبی}}} \left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{80} = \text{فراوانی نسبی دسته‌ی وسط قبل از تغییر} \\ \frac{x+a}{100} = \text{فراوانی نسبی دسته‌ی وسط بعد از تغییر} \end{array} \right.$$

در سوال گفته شده است که فراوانی نسبی دسته‌ی وسط تغییر نکرده است و باید  $x$  را پیدا کنیم

$$\frac{x}{80} = \frac{x+a}{100} \rightarrow 100x = 80x + 80a \rightarrow 20x = 80a \rightarrow \frac{20}{80} = \frac{1}{4}$$

۷, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۲, ۱۳, ۱۶, ۱۷, ۱۷, ۱۸, ۲۰, ۲۱  
} میانه

چارک اول برابر ۱۰,۵ و  $\frac{10+11}{2} = 10,5$  و چارک سوم برابر ۱۷,۵ و  $\frac{17+18}{2} = 17,5$  است. بنابراین داده‌های بین ۱۰,۵ و ۱۷,۵ داخل جعبه قرار می‌گیرند. یعنی:

$$\bar{x} = \frac{11 + 12 + 12 + 13 + 16 + 17 + 17}{7} = \frac{98}{7} = 14$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$$

$$= \frac{1}{7} \left( (11 - 14)^2 + (12 - 14)^2 + (12 - 14)^2 + (13 - 14)^2 + (16 - 14)^2 + (17 - 14)^2 + (17 - 14)^2 \right)$$

$$= \frac{1}{7} (9 + 4 + 4 + 1 + 9 + 9) = \frac{40}{7} \approx 5,71$$



$$\bar{x} = 11 \rightarrow \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_8}{8} = 11 \rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_8 = 88 \rightarrow \sum_{i=1}^8 x_i = 88$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^8 x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 \rightarrow 10 = \frac{\sum_{i=1}^8 x_i^2}{8} - 121 \rightarrow \frac{\sum_{i=1}^8 x_i^2}{8} = 131 \rightarrow \sum_{i=1}^8 x_i^2 = 1048$$

با اضافه کردن داده‌ی جدید  $x = 2$  داریم:

$$\text{مجموع داده‌ها در حالت جدید} = 88 + 2 = 90 \rightarrow \sum_{i=1}^9 x_i = 90$$

$$\text{مجموع مربعات داده‌ها در حالت جدید} = 1048 + 2^2 = 1052 \rightarrow \sum_{i=1}^9 x_i^2 = 1052$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^9 x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 \rightarrow \sigma^2 = \frac{1052}{9} - \left(\frac{90}{9}\right)^2 = \frac{1052}{9} - 100 = \frac{152}{9} \sim 16.9$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶۲ قیمت اجناس را به ترتیب  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$  می‌نامیم اگر قیمت اجناس ۱۰ درصد افزایش یابد قیمت

اجناس بدین صورت می‌شود:

$$x_1 + \frac{10}{100}x_1, x_2 + \frac{10}{100}x_2, \dots, x_N + \frac{10}{100}x_N \rightarrow \frac{11}{10}x_1, \frac{11}{10}x_2, \dots, \frac{11}{10}x_N$$

داده‌ها در  $\frac{11}{10}$  ضرب شده‌اند. بنابراین انحراف معیار نیز در  $\frac{11}{10}$  ضرب می‌شود.

$$\sigma_{\text{جدید}} = \frac{11}{10} \times \sqrt{10} \rightarrow \sigma_{\text{جدید}}^2 = \left(\frac{11}{10} \sqrt{10}\right)^2 = \frac{121}{100} \times 10 = 12.1$$

توجه کنید که اگر تمام داده‌های آماری در عدد ثابتی مانند  $k$  ضرب شوند انحراف معیار در  $|k|$  ضرب می‌شود.

$$P(\text{مهره‌ی اول سبز است و مهره‌ی دوم قرمز نیست}) = \frac{4}{9} \times \frac{\overbrace{6}^{\text{۳ سبز و ۳ سفید}}}{\underbrace{72}_{\text{۳ سبز و ۳ سفید و ۲ قرمز}}} = \frac{24}{72} = \frac{1}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶۴ ابتدا جدول داده شده را برحسب مرکز دسته‌ها و فراوانی مطلق می‌نویسیم. (اختلاف فراوانی تجمعی دو دسته‌ی  $i$ ام

و  $(i+1)$ ام، فراوانی مطلق دسته‌ی  $(i+1)$ ام را می‌دهد.)

مرکز دسته‌ها	۲	۴	۶	۸
فراوانی مطلق	۴	۳	$a$	۱

طبق فرض سؤال، میانگین برابر ۵ است.

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i \rightarrow 5 = \frac{1}{a+8} (8 + 12 + 6a + 8) \rightarrow 5a + 40 = 28 + 6a \rightarrow a = 12$$

اکنون جدول را بر اساس  $\bar{x} - x_i$  می‌نویسیم.



$x_i - \bar{x}$	-۳	-۱	۱	۳
فراوانی مطلق	۴	۳	۱۲	۱

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i (x_i - \bar{x})^2 \rightarrow \sigma^2 = \frac{1}{20} (4(-3)^2 + 3(-1)^2 + 12(1)^2 + 1(3)^2) = \frac{1}{20} (36 + 3 + 12 + 9)$$

$$= \frac{60}{20} = 3 \rightarrow \sigma = \sqrt{3}$$

$$C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow C_V = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

۲۶۵ فضای نمونه‌ی جدید برابر  $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = ۲۷$  است. ۱ ۲ ۳ ۴

(عدد هر سه تاس متمایز باشد به شرط آنکه عدد تاس‌ها فرد باشد)  $P = ۱ - P$  (حداقل دو تاس یکسان باشد به شرط آنکه عدد تاس‌ها فرد باشد)

$$= 1 - \frac{3 \times 2 \times 1}{27} = 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$$

۲۶۶ وقتی گفته می‌شود که حداقل میانگین برای پذیرش ۷۵ است یعنی  $\bar{x} \geq ۷۵$  است. ۱ ۲ ۳ ۴

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i \rightarrow \frac{1}{4+2+3+1} (4x + (2 \times 90) + (3 \times 81) + (1 \times 70)) \geq 75$$

$$\rightarrow \frac{1}{10} (4x + 180 + 243 + 70) \geq 75 \rightarrow \frac{4x + 493}{10} \geq 75$$

$$\rightarrow 4x + 493 \geq 750 \rightarrow 4x \geq 750 - 493 \rightarrow 4x \geq 257 \rightarrow x \geq \frac{257}{4} \rightarrow x \geq 64.25$$

بنابراین حداقل نمره‌ی ادبیات باید ۶۴ باشد.

۲۶۷ جدول آماری را براساس فراوانی مطلق می‌نویسیم و برای راحتی در محاسبات از تمام داده‌ها ۳۵ واحد کم می‌کنیم. ۱ ۲ ۳ ۴

توجه کنید اگر از تمام داده‌های آماری تعدادی مقداری کم کنیم انحراف معیار تغییری نمی‌کند و در ضمن اختلاف فراوانی جمع‌ی دو دسته‌ی  $i$ ام و  $(i+1)$ ام، فراوانی مطلق دسته‌ی  $(i+1)$ ام را می‌دهد.

$x - ۳۵$	-۴	-۲	۰	۲	۴
فراوانی مطلق	۴	۷	۵	۳	۱

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i = \frac{1}{20} (4 \times (-4) + 7(-2) + (5 \times 0) + (3 \times 2) + (1 \times 4)) = -\frac{20}{20} = -1$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{20} (4(-4+1)^2 + 7(-2+1)^2 + 5(0+1)^2 + 3(2+1)^2 + 1(4+1)^2)$$

$$= \frac{1}{20} (36 + 7 + 5 + 27 + 25) = \frac{100}{20} = 5 \rightarrow \sigma = \sqrt{5}$$

۲۶۸ ۱ ۲ ۳ ۴

$$n(S) = \binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{6} = ۱۲۰$$



$$n(A) = \underbrace{\binom{1}{1} \binom{1}{1}}_{\text{دو سفید}} + \underbrace{\binom{1}{1} \binom{1}{1}}_{\text{دو سیاه}} + \underbrace{\binom{1}{1} \binom{1}{1}}_{\text{بقیه‌ی رنگ‌ها}} = ۵۰ + ۲۱ + ۸ = ۷۹$$

پس  $P(A) = \frac{۷۹}{۱۲۰}$  است.

۲۶۹ پس از حذف سه داده‌ی ۱۵ و ۱۷ و ۱۹ جدول فراوانی جدید به این صورت در می‌آید.

مركز دسته	۱۴	۱۸	۲۲	۲۶
فراوانی مطلق	۱۲	۱۸	۱۸	۶

بزرگترین زاویه در نمودار دایره‌ای مربوط به دسته‌ای است که فراوانی آن از همه بیشتر است.

$$d_i = \frac{۳۶۰}{N} \times F_i \rightarrow d_i = \frac{۳۶۰}{۱۲ + ۱۸ + ۱۸ + ۶} \times ۱۸ = \frac{۳۶۰}{۵۴} \times ۱۸ = ۱۲۰^\circ$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_9}{9} = ۲۰ \text{ برای ۹ داده آماری داریم: } ۲۷۰$$

فرض کنید عدد مورد نظر  $a$  باشد، پس داریم:  $x_1 + \dots + x_9 = ۱۸۰$

$$\bar{x}' = \frac{۱۸۰ + a}{۱۰} = ۲۵ \rightarrow ۱۸۰ + a = ۲۵۰ \rightarrow a = ۷۰$$

۲۷۱ ابتدا با استفاده از جدول فراوانی مطلق هر دسته داده را محاسبه می‌نماییم

$x_i - \bar{x}$	-۲	-۱	۰	۲	۳
فراوانی تجمعی	۴	۷	۹	۱۰	
فراوانی مطلق	۴	۳	۲	۱	$a - ۱۰$

توجه داشته باشید مجموع انحراف از میانگین صفر است پس می‌توان نوشت:

$$\sum f_i(x_i - \bar{x}) = ۰ \rightarrow ۴(-۲) + ۳(-۱) + ۲(۰) + ۱ \times (۲) + (a - ۱۰) \times ۳ = ۰ \rightarrow a = ۱۳$$

۲۷۲ ابتدا باید دامنه تغییرات را محاسبه نماییم، ۸ طبقه وجود دارد و طول هر دسته ۳ واحد است پس داریم:

$$R = ۸ \times ۳ = ۲۴$$

حال باید اطلاعات در ۶ طبقه دسته‌بندی شوند و باید طول دسته جدید را محاسبه نماییم.

$$C = \frac{۲۴}{۶} = ۴$$

دسته اول در دسته‌بندی جدید  $[۲۶, ۳۰]$  می‌باشد و مرکز دسته اول  $x_1 = ۲۸$  است. طبق رابطه زیر مرکز دسته پنجم را محاسبه می‌نماییم.

$$x_n = x_m + (n - m) \times C$$

$$x_5 = x_1 + (۵ - ۱) \times ۴ = ۲۸ + ۱۶ = ۴۴$$

۲۷۳ ابتدا باید دامنه تغییرات داده‌ها را محاسبه نماییم. ۱۲ طبقه داریم که طول هر طبقه ۳ واحد است.

$$\text{دامنه تغییرات} = ۱۲ \times ۳ = ۳۶$$

حال اگر داده‌ها به ۹ طبقه تقسیم شود داریم:





$$C = \frac{36}{9} = 4 \quad \text{طول دسته}$$

دسته پنجم وسط قرار می‌گیرد و می‌توان از رابطه زیر برای محاسبه مرکز دسته پنجم استفاده کرد.

$$x_n = x_m + (n - m) \times C$$

ضمناً اگر از ابتدای بازه نصف طول دسته به جلو حرکت کنیم به مرکز دسته می‌رسیم، پس مرکز دسته اول برابر  $x_1 = 25$  است.

$$x_5 = x_1 + (5 - 1) \times C = 25 + (4) \times 4 = 41$$

ابتدا باتوجه به جدول درصد فراوانی تجمعی، جدول درصد فراوانی مجموعه را محاسبه می‌نماییم. (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۷۴)

سطح مهارت	۱	۲	۳	۴	۵
درصد فراوانی	۱۰	۱۵	۳۰	۲۵	۱۲

بیشترین فراوانی مربوط به دسته سوم است و می‌توان زاویه مربوطه را با رابطه زیر محاسبه کرد:

$$\frac{30}{100} = \frac{\theta_i}{360^\circ} \rightarrow \theta_i = \frac{3}{10} \times 360^\circ = 108^\circ$$

ابتدا با استفاده از جدول مرکز دسته و فراوانی مطلق هر دسته را محاسبه می‌نماییم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۷۵)

حدود دسته	۶	۸	۱۰	۱۲
فراوانی مطلق	۳	۴	۱	۲

$$\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_n x_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{3 \times 6 + 4 \times 8 + 1 \times 10 + 2 \times 12}{3 + 4 + 1 + 2} = 8.4$$

ابتدا باتوجه به نمودار دامنه تغییرات را محاسبه می‌نماییم. (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۷۶)

$$R = 30 - 3 = 27 \rightarrow x + x + 4x + 3x = 27 \rightarrow 9x = 27 \rightarrow x = 3$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{چارک اول } Q_1 = 3 + x = 3 + 3 = 6 \\ \text{میانه } Q_2 = 3 + x + x = 3 + 6 = 9 \\ \text{چارک سوم } Q_3 = 3 + 6x = 3 + 6 \times (3) = 21 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{میانگین} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{3} = \frac{36}{3} = 12$$

ابتدا باید میانگین داده‌ها را محاسبه نماییم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۷۷)

$$\bar{x} = \frac{4x + 4x + 3x + x}{4} = \frac{12x}{4} = 3x$$

$$\sigma^2 = \frac{x^2 + x^2 + 0 + 4x^2}{4} = 13.5 \rightarrow 6x^2 = 54 \rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} x = - \\ x = 3 \end{cases} \text{ ق ق}$$

$$\bar{x} = 3x \xrightarrow{x=3} \bar{x} = 9$$

ابتدا باید میانگین مجموعه را محاسبه کنیم (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۷۸)

$$\bar{x} = \frac{a + 1 + a + 2 + a + 5 + a + 8 + a + 4}{5} = a + 4$$

$$\sigma^2 = \frac{9 + 4 + 1 + 6 + 0}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

میانگین سه عدد ۸ و ۳ و ۴ برابر ۵ می‌باشد، چون میانگین تغییری نکرده است، پس میانگین همه اعداد اولیه ۵ (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۷۹)



است. باتوجه به اینکه واریانس داده‌ها صفر است همه آنها با هم برابر بوده و مساوی مقدار میانگین ۵ می‌باشد. پس داریم:

$$5, 5, 5, 5, 4, 3, 8 \rightarrow \bar{x} = 5$$

$$\sigma^2 = \frac{4 \times 0^2 + 1 + 4 + 9}{5} = \frac{14}{5} = 2.8$$

پس می‌توان گفت میانگین و انحراف معیار جدید  $3\sigma^2$  برابر خواهند شد. ابتدا باید بررسی کنیم با ضرب کردن یک مقدار ثابت در همه داده‌ها میانگین و انحراف معیار چه تغییراتی می‌نمایند. (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۸۰)

$$x_i \rightarrow ax_i \begin{cases} \bar{x}_2 = a\bar{x}_1 \\ \sigma_2 = |a| \sigma_1 \end{cases}$$

پس می‌توان گفت میانگین و انحراف معیار جدید  $3\sigma^2$  برابر خواهند شد.

$$cv_1 = \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} \rightarrow cv_2 = \frac{\sigma_2}{\bar{x}_2} = \frac{3\sigma^2 \times \sigma_1}{3\sigma^2 \times \bar{x}_1} = \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} = cv_1$$

لذا ضریب تغییرات ثابت می‌ماند.

ابتدا باید میانگین چهار داده جدید را محاسبه نماییم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۸۱)

$$\bar{x} = \frac{20 + 13 + 10 + 17}{4} = \frac{60}{4} = 15$$

حال میانگین کل داده‌ها برابر است همان عدد قبلی چون میانگین اعداد قبلی هم همان ۱۵ بوده است.

$$\text{کل} = 15$$

از طرفی داریم:

$$\sigma = 4 \rightarrow \sigma^2 = 16$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{12} (x_i - 15)^2}{12} = 16 \rightarrow \sum_{i=1}^{12} (x_i - 15)^2 = 12 \times 16$$

لذا برای مجموعه ۱۶ داده آماری داریم

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{12 \times 16 + (20 - 15)^2 + (13 - 15)^2 + (10 - 15)^2 + (17 - 15)^2}{16} \\ &= \frac{192 + 25 + 4 + 25 + 4}{16} = \frac{250}{16} = 15.625 \end{aligned}$$

باتوجه به اطلاعات سوال داریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۸۲)

$$2x_1, 2x_2, \dots, 2x_n \begin{cases} \sigma'^2 = 16 \\ \bar{x}' = 12 \end{cases}$$

اگر داده‌ها را در  $\frac{1}{4}$  ضرب نماییم داریم:

$$\frac{x_1}{2}, \frac{x_2}{2}, \dots, \frac{x_n}{2} \begin{cases} \sigma''^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times 16 = 1 \\ \bar{x}'' = \frac{1}{4} \times 12 = 3 \end{cases}$$

حال اگر داده‌های مرحله بالا را با یک جمع کنیم، داریم:

$$\frac{x_1}{2} + 1, \frac{x_2}{2} + 1, \dots, \frac{x_n}{2} + 1 \begin{cases} \sigma'''^2 = 1 \\ \bar{x}''' = 3 + 1 = 4 \end{cases}$$



پس ضریب تغییرات برابر است با:

$$cv'' = \frac{1}{x''} = \frac{1}{4}$$

۲۸۳ ۱ ۲ ۳ ۴ باتوجه به اطلاعات مسئله داریم:

میانگین شعاع  $\bar{R} = 5$  :  $\bar{R} = 5 \rightarrow \bar{R} = 10\pi \rightarrow \bar{R} = 2\pi \times \bar{R} = 2\pi \times 5 = 10\pi$  میانگین محیطها

$$\bar{\sigma} = \pi \bar{R}^2 = \pi \times 5^2 = 25\pi \rightarrow \bar{R}^2 = 25 \rightarrow \frac{\sum R_i^2}{N} = 25$$

حال واریانس شعاع دایرهها برابر است:

$$\sigma^2 = \frac{\sum R_i^2}{N} - (\bar{R})^2 = 25 - (5)^2 = 25 - 25 = 0$$

$$\sigma = 0 \rightarrow cv = \frac{0}{5} = 0$$

۲۸۴ ۱ ۲ ۳ ۴ زاویه متناظر با هر دسته از رابطه زیر بدست می آید:

$$\alpha_i = \frac{f_i}{N} \times 360^\circ \rightarrow 120^\circ = \frac{f_i}{18x} \times 360^\circ \rightarrow 18x = f_i \times 3 \rightarrow f_i = 6x$$

۲۸۵ ۱ ۲ ۳ ۴ قبول شدن علی در درس ریاضی را پیشامد  $A$  و قبول شدن محمد در درس ریاضی را پیشامد  $B$  در نظر می گیریم،

احتمال قبولی علی یا محمد  $P(A \cup B) = 0.7$  است، بنابراین:

قبولی علی در درس ریاضی مستقل از قبولی محمد است، پس:

$$\Rightarrow \frac{1}{2}P(B) = 0.2 \Rightarrow P(B) = 0.4$$

۲۸۶ ۱ ۲ ۳ ۴ با استفاده از داده های اولیه داریم

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^6 x_i}{6} = 15 \rightarrow \sum_{i=1}^6 x_i = 90$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})^2}{6} = 5 \rightarrow \sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})^2 = 30$$

حال دو عدد ۱۰ و ۲۰ را به مجموعه اضافه می نماییم، باید میانگین جدید را محاسبه نماییم

$$\bar{x}' = \frac{90 + 20 + 10}{8} = \frac{120}{8} = 15$$

$$\sigma'^2 = \frac{\sum_{i=1}^6 (x_i - 15)^2 + (20 - 15)^2 + (10 - 15)^2}{8} = \frac{30 + 25 + 25}{8}$$



$$= \frac{10}{1} = 10 \rightarrow \sigma' = \sqrt{10}$$

حال ضریب داده‌های جدید را بر قدیم تقسیم می‌نماییم.

$$\frac{CV}{CV} = \frac{\frac{\sqrt{10}}{15}}{\frac{\sqrt{5}}{15}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \sqrt{2}$$

گروه خونی و اضافه وزن نسبت به هم مستقل می‌باشند. (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۸۷)

$$P(O \text{ گروه خونی}) = P(A) = \frac{65}{100}$$

$$P(\text{اضافه وزن}) = P(B) = \frac{60}{100}$$

$$P(B') = 1 - P(B) = 1 - \frac{60}{100} = \frac{40}{100}$$

$$P(A \cap B') = P(A) \cdot P(B') = \frac{65}{100} \times \frac{40}{100} = \frac{26}{100}$$

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۸۸)

۵, ۵, ۶, ۶, ۶, ۱۲, ۱۵, ۴۰

$$\text{میانگین} = \frac{6 + 6}{2} = 6$$

چون تعداد داده‌ها زوج است، پس:

با توجه به این که مجموع اختلاف‌ها از میانگین برابر صفر است، نتیجه می‌گیریم که این هفت عدد عبارتند از: (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۸۹)

$$x_i - \bar{x} = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{3^2 + 2^2 + 1^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2}{7}} = \sqrt{4} = 2$$

توجه داشته باشید که تولد هر فرزند مستقل از فرزند دیگر است و اگر هر پیشامد  $A$  و  $B$  مستقل باشند داریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۹۰)

برای یکی بودن جنسیت فرزندان هر چهار فرزند یا باید دختر باشند یا پسر، لذا می‌توان نوشت:

یکی بودن جنسیت

$$P(\overset{\uparrow}{C}) = \underbrace{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}_{\text{هر ۴ فرزند پسر}} + \underbrace{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}_{\text{هر ۴ فرزند دختر}} = \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{8}$$



# پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴

۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴

۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴
۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴

۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۱۹	۱	۲	۳	۴
۱۲۰	۱	۲	۳	۴
۱۲۱	۱	۲	۳	۴
۱۲۲	۱	۲	۳	۴
۱۲۳	۱	۲	۳	۴
۱۲۴	۱	۲	۳	۴
۱۲۵	۱	۲	۳	۴
۱۲۶	۱	۲	۳	۴
۱۲۷	۱	۲	۳	۴
۱۲۸	۱	۲	۳	۴
۱۲۹	۱	۲	۳	۴
۱۳۰	۱	۲	۳	۴
۱۳۱	۱	۲	۳	۴
۱۳۲	۱	۲	۳	۴
۱۳۳	۱	۲	۳	۴
۱۳۴	۱	۲	۳	۴
۱۳۵	۱	۲	۳	۴
۱۳۶	۱	۲	۳	۴
۱۳۷	۱	۲	۳	۴
۱۳۸	۱	۲	۳	۴
۱۳۹	۱	۲	۳	۴
۱۴۰	۱	۲	۳	۴



۱۴۱	۱	۲	۳	۴
۱۴۲	۱	۲	۳	۴
۱۴۳	۱	۲	۳	۴
۱۴۴	۱	۲	۳	۴
۱۴۵	۱	۲	۳	۴
۱۴۶	۱	۲	۳	۴
۱۴۷	۱	۲	۳	۴
۱۴۸	۱	۲	۳	۴
۱۴۹	۱	۲	۳	۴
۱۵۰	۱	۲	۳	۴
۱۵۱	۱	۲	۳	۴
۱۵۲	۱	۲	۳	۴
۱۵۳	۱	۲	۳	۴
۱۵۴	۱	۲	۳	۴
۱۵۵	۱	۲	۳	۴
۱۵۶	۱	۲	۳	۴
۱۵۷	۱	۲	۳	۴
۱۵۸	۱	۲	۳	۴
۱۵۹	۱	۲	۳	۴
۱۶۰	۱	۲	۳	۴
۱۶۱	۱	۲	۳	۴
۱۶۲	۱	۲	۳	۴
۱۶۳	۱	۲	۳	۴
۱۶۴	۱	۲	۳	۴
۱۶۵	۱	۲	۳	۴
۱۶۶	۱	۲	۳	۴
۱۶۷	۱	۲	۳	۴
۱۶۸	۱	۲	۳	۴
۱۶۹	۱	۲	۳	۴
۱۷۰	۱	۲	۳	۴
۱۷۱	۱	۲	۳	۴
۱۷۲	۱	۲	۳	۴
۱۷۳	۱	۲	۳	۴
۱۷۴	۱	۲	۳	۴
۱۷۵	۱	۲	۳	۴
۱۷۶	۱	۲	۳	۴
۱۷۷	۱	۲	۳	۴
۱۷۸	۱	۲	۳	۴
۱۷۹	۱	۲	۳	۴
۱۸۰	۱	۲	۳	۴
۱۸۱	۱	۲	۳	۴
۱۸۲	۱	۲	۳	۴
۱۸۳	۱	۲	۳	۴
۱۸۴	۱	۲	۳	۴
۱۸۵	۱	۲	۳	۴
۱۸۶	۱	۲	۳	۴
۱۸۷	۱	۲	۳	۴
۱۸۸	۱	۲	۳	۴
۱۸۹	۱	۲	۳	۴
۱۹۰	۱	۲	۳	۴
۱۹۱	۱	۲	۳	۴
۱۹۲	۱	۲	۳	۴
۱۹۳	۱	۲	۳	۴
۱۹۴	۱	۲	۳	۴
۱۹۵	۱	۲	۳	۴
۱۹۶	۱	۲	۳	۴
۱۹۷	۱	۲	۳	۴
۱۹۸	۱	۲	۳	۴
۱۹۹	۱	۲	۳	۴
۲۰۰	۱	۲	۳	۴
۲۰۱	۱	۲	۳	۴
۲۰۲	۱	۲	۳	۴
۲۰۳	۱	۲	۳	۴
۲۰۴	۱	۲	۳	۴
۲۰۵	۱	۲	۳	۴
۲۰۶	۱	۲	۳	۴
۲۰۷	۱	۲	۳	۴
۲۰۸	۱	۲	۳	۴
۲۰۹	۱	۲	۳	۴
۲۱۰	۱	۲	۳	۴
۲۱۱	۱	۲	۳	۴
۲۱۲	۱	۲	۳	۴
۲۱۳	۱	۲	۳	۴
۲۱۴	۱	۲	۳	۴
۲۱۵	۱	۲	۳	۴
۲۱۶	۱	۲	۳	۴
۲۱۷	۱	۲	۳	۴
۲۱۸	۱	۲	۳	۴
۲۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۲۹	۱	۲	۳	۴
۲۳۰	۱	۲	۳	۴
۲۳۱	۱	۲	۳	۴
۲۳۲	۱	۲	۳	۴
۲۳۳	۱	۲	۳	۴
۲۳۴	۱	۲	۳	۴
۲۳۵	۱	۲	۳	۴
۲۳۶	۱	۲	۳	۴
۲۳۷	۱	۲	۳	۴
۲۳۸	۱	۲	۳	۴
۲۳۹	۱	۲	۳	۴
۲۴۰	۱	۲	۳	۴
۲۴۱	۱	۲	۳	۴
۲۴۲	۱	۲	۳	۴
۲۴۳	۱	۲	۳	۴
۲۴۴	۱	۲	۳	۴
۲۴۵	۱	۲	۳	۴
۲۴۶	۱	۲	۳	۴
۲۴۷	۱	۲	۳	۴
۲۴۸	۱	۲	۳	۴
۲۴۹	۱	۲	۳	۴
۲۵۰	۱	۲	۳	۴
۲۵۱	۱	۲	۳	۴
۲۵۲	۱	۲	۳	۴
۲۵۳	۱	۲	۳	۴
۲۵۴	۱	۲	۳	۴
۲۵۵	۱	۲	۳	۴
۲۵۶	۱	۲	۳	۴
۲۵۷	۱	۲	۳	۴
۲۵۸	۱	۲	۳	۴
۲۵۹	۱	۲	۳	۴
۲۶۰	۱	۲	۳	۴
۲۶۱	۱	۲	۳	۴
۲۶۲	۱	۲	۳	۴
۲۶۳	۱	۲	۳	۴
۲۶۴	۱	۲	۳	۴
۲۶۵	۱	۲	۳	۴
۲۶۶	۱	۲	۳	۴
۲۶۷	۱	۲	۳	۴
۲۶۸	۱	۲	۳	۴
۲۶۹	۱	۲	۳	۴
۲۷۰	۱	۲	۳	۴
۲۷۱	۱	۲	۳	۴
۲۷۲	۱	۲	۳	۴
۲۷۳	۱	۲	۳	۴
۲۷۴	۱	۲	۳	۴
۲۷۵	۱	۲	۳	۴
۲۷۶	۱	۲	۳	۴
۲۷۷	۱	۲	۳	۴
۲۷۸	۱	۲	۳	۴
۲۷۹	۱	۲	۳	۴
۲۸۰	۱	۲	۳	۴



۲۸۱ ۱ ۲ ۳ ۴

۲۸۲ ۱ ۲ ۳ ۴

۲۸۳ ۱ ۲ ۳ ۴

۲۸۴ ۱ ۲ ۳ ۴

۲۸۵ ۱ ۲ ۳ ۴

۲۸۶ ۱ ۲ ۳ ۴

۲۸۷ ۱ ۲ ۳ ۴

۲۸۸ ۱ ۲ ۳ ۴

۲۸۹ ۱ ۲ ۳ ۴

۲۹۰ ۱ ۲ ۳ ۴