

# MrKonkori

۱) ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم  $x^2 + ax + b = 0$  یک واحد از ریشه‌های معادله‌ی  $3x^2 + 7x + 1 = 0$  بیشتر است.  $b$  کدام است؟

- ۱) -۲    ۲) -۱    ۳)  $\frac{2}{3}$     ۴)  $\frac{4}{3}$

۲) به ازای کدام مقدار  $a$ ، سه خط به معادلات  $y + 2x = 0$ ،  $2y + ax + 5 = 0$ ،  $y + 3x = a$  همگی از یک نقطه می‌گذرند؟

- ۱) -۱    ۲) ۱    ۳) ۲    ۴) نشدنی

۳) در معادله‌ی  $x^2 + 4x - 1 = 0$  حاصل  $\left(\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2}\right)^2$  کدام است؟

- ۱) ۱۹۶    ۲) ۲۸۹    ۳) ۳۲۴    ۴) ۸۱

۴) نقطه‌ی  $A(7, 6)$  رأس یک متوازی الاضلاع است که دو ضلع آن منطبق بر دو خط به معادلات  $2y - 3x = 11$  و  $3y + 4x = 8$  می‌باشند. مختصات وسط قطر آن کدام است؟

- ۱) (۴, ۳)    ۲) (۳, ۴)    ۳) (۳, ۵)    ۴) (۱, ۵)

۵) اگر هریک از ریشه‌های معادله‌ی  $3x^2 + ax + b = 0$  دو برابر معکوس هر ریشه از معادله‌ی  $4x^2 - 7x + 3 = 0$  باشد،  $a$  کدام است؟

- ۱) -۱۴    ۲) -۱۲    ۳) -۸    ۴) -۶

۶) در معادله‌ی  $x^2 - 5x - 1 = 0$  حاصل  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$  کدام است؟ ( $x_1, x_2$  ریشه‌های معادله هستند)

- ۱) ۱۱۰    ۲) ۱۴۰    ۳) -۱۴۰    ۴) -۱۱۰

۷) در معادله‌ی درجه‌ی دوم  $x^2 - \left(\frac{1}{a^4} + a^2\right)x + \frac{1}{a^2} = 0$  حاصل  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$  کدام است؟

- ۱)  $a^8 + \frac{1}{a^8}$     ۲)  $a^4 + \frac{1}{a^2}$     ۳)  $a^4 + \frac{1}{a^4}$     ۴)  $a^6 + \frac{1}{a^6}$

۸) خطی که از نقاط  $(-1, 1)$  و  $(2, 2)$  می‌گذرد با محورهای مختصات چه مساحتی می‌سازد؟

- ۱) ۲    ۲)  $\frac{16}{3}$     ۳) ۴    ۴)  $\frac{8}{3}$



۹ به ازای کدام مقادیر  $a$  معادله  $۲x^۲ + ax + a - \frac{۳}{۲} = ۰$  دارای دو ریشه‌ی حقیقی متمایز است؟

- ۱  $a > ۶$  یا  $a < ۲$  ۲  $a > ۴$  یا  $a < ۳$  ۳  $۲ < a < ۶$  ۴  $۳ < a < ۴$

۱۰ یک خط از دسته خطوط به معادله  $(k+1)y + ۲kx - k + ۱ = ۰$  برخط گذرنده بر دو نقطه‌ی  $(۲, -۱)$  و  $(۸, ۳)$  عمود است، معادله‌ی آن خط کدام است؟

- ۱  $۲y + ۳x = ۴$  ۲  $۲y + ۳x = ۱$  ۳  $۲y - ۳x = -۵$  ۴  $۳y - ۲x = -۵$

۱۱ دسته خطوطی که از نقطه‌ی  $A(۱, ۱)$  می‌گذرند کدامشان بر خط  $y = x + ۱$  عمود است؟

- ۱  $y = -x - ۱$  ۲  $y = x + ۱$  ۳  $y = x - ۱$  ۴  $y = -x + ۳$

۱۲ دو نقطه بر خط به معادله  $y = x - ۱$  قرار دارند، که فاصله این نقاط از خط به معادله  $۲x - ۳y = ۵$  برابر  $\sqrt{۱۳}$  است. طول این دو نقطه، کدام است؟

- ۱  $-۱۵, ۹$  ۲  $-۱۵, ۱۱$  ۳  $۱۱, -۹$  ۴  $-۱۱, ۱۵$

۱۳ به ازای کدام مقدار  $m$ ، ریشه‌های حقیقی معادله  $mx^۲ + ۳x + m^۲ = ۲$ ، معکوس یک دیگرند؟

- ۱  $-۲$  ۲  $-۱$  ۳  $۱$  ۴  $۲$

۱۴ مجموع مربعات دو عدد صحیح متوالی ۹۲۵ است. مجموع این دو عدد کدام است؟

- ۱  $۴۱$  ۲  $۴۳$  ۳  $۴۵$  ۴  $۴۷$

۱۵ معادله  $(k^۲ + ۱)x^۲ - (k+1)x - ۱ = ۰$  به ازای جمیع مقادیر  $k$ :

- ۱ دو ریشه‌ی مثبت دارد. ۲ دو ریشه‌ی منفی دارد. ۳ دو ریشه‌ی مختلف علامت دارد. ۴ دو ریشه‌ی مضاعف دارد.

۱۶ اگر معادله‌ی درجه‌ی دوم  $x^۲ - ۴x + k = ۰$  دارای دو ریشه‌ی حقیقی متمایز  $x'$  و  $x''$  باشد، کدام درست است؟

- ۱  $x'x'' > ۴$  ۲  $x'x'' > -۴$  ۳  $x'x'' < -۴$  ۴  $x'x'' < ۴$

۱۷ کدام یک از معادلات زیر به ازای جمیع مقادیر  $k$  دو ریشه‌ی حقیقی منفی دارد؟

- ۱  $x^۲ + kx + k^۲ + ۱ = ۰$  ۲  $x^۲ + (k+1)x + k - ۲ = ۰$  ۳  $x^۲ - (k^۲ + ۱)x + k^۲ = ۰$  ۴  $x^۲ + (k^۲ + ۳)x + k^۲ + ۲ = ۰$

۱۸ معادله  $(x^۲ + ۲)^۲ - ۴(x^۲ + ۲) + ۳ = ۰$  چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟

- ۱  $۴$  ۲  $۲$  ۳  $۱$  ۴  $۰$



۱۹ اگر معادله ی  $(x-a)(x-b)+1=0$  دو ریشه ی حقیقی داشته باشد. کدام معادله دو ریشه ی حقیقی دارد؟

- ۱  $(x-a)(x+b)+2=0$       ۲  $(b-x)(x-a)-2=0$   
 ۳  $(x-a)(x-b)+2=0$       ۴  $(x-a)(x-b)-2=0$

۲۰ معادله ی درجه ی دومی با ضرایب گویا که یکی از ریشه های آن  $\sqrt{5}-3$  باشد. کدام است؟

- ۱  $x^2-6x-4=0$       ۲  $x^2-6x+4=0$       ۳  $x^2-6x+5=0$       ۴  $x^2-3x+1=0$

۲۱ اگر به هر یک از جواب های معادله ی  $x^2-x-1=0$  یک واحد اضافه کنیم. به حاصل ضرب آن ها چقدر اضافه می شود؟

- ۱ ۳      ۲ ۲      ۳  $1+\sqrt{2}$       ۴ ۱

۲۲ در معادله ی  $x^2-3x+1=0$  حاصل  $x_1^4+x_2^4+2x_1^2x_2^2$  کدام است؟

- ۱ ۴۹      ۲ ۱۲۱      ۳ ۹      ۴ ۲۵

۲۳ در معادله ی  $x^2-8x+4=0$  حاصل  $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}$  کدام است؟ ( $x_1, x_2$  ریشه های معادله هستند)

- ۱  $2\sqrt{3}$       ۲ ۳      ۳ ۱۲      ۴ ۱۸

۲۴ در مورد معادله ی درجه ی دوم  $(\sqrt{2}+1)x^2-2\sqrt{2}x+\sqrt{2}-1=0$  کدام گزینه درست است؟

- ۱ دو ریشه از  $\frac{1}{p}$  کوچک ترند      ۲ دو ریشه از  $\frac{1}{p}$  بزرگ ترند      ۳ دو ریشه از ۱ کوچک ترند      ۴ دو ریشه ی مثبت دارد

۲۵ معادله ی درجه ی دومی که ریشه هایش عکس ریشه های معادله ی  $5x^2-13x-1=0$  باشد. کدام است؟

- ۱  $-5x^2+13x+1=0$       ۲  $5x^2+13x-1=0$       ۳  $x^2+13x-5=0$       ۴  $x^2-13x+5=0$

۲۶ معادله ی درجه ی دومی که ریشه های آن به ترتیب ۵ واحد بیش تر از ریشه های معادله ی

$$mx^2-2x+1=0 \text{ باشد، کدام است؟}$$

- ۱  $mx^2-2(1+4m)x+11=0$       ۲  $mx^2-2(1+5m)x+25m+11=0$   
 ۳  $mx^2+2(1+4m)x-9=0$       ۴  $mx^2-2(1-5m)x+25m-9=0$

۲۷ در معادله ی  $\sqrt{3+\sqrt{x-x^3}}=\sqrt{3}$  مجموع ریشه ها چقدر است؟

- ۱ ۱      ۲ -۱      ۳ ۰      ۴ ۲

۲۸ محور تقارن منحنی تابع با ضابطه ی  $f(x)=x^2+x+1$  منحنی  $y=\frac{2x-1}{4x}$  را در کدام نقطه قطع می کند؟

- ۱  $(-\frac{1}{2}, -1)$       ۲  $(-\frac{1}{2}, 1)$       ۳  $(\frac{1}{2}, 0)$       ۴  $(\frac{1}{2}, 1)$



۳۹) معادله‌ی وتر مشترک دو سهمی  $y = x^2 - 4x + 5$  و  $y = -x^2 + 2x$  کدام است؟

- ۱)  $2y = 2x + 5$     ۲)  $2y + 2x = 5$     ۳)  $y = 2x + 5$     ۴) وتر مشترک ندارند

۳۰) در معادله‌ی  $x^2 - 3x + 2 = 0$  حاصل  $x_1^8 + x_2^8$  کدام است؟

- ۱) ۲۵۷    ۲) ۱۵۸    ۳) ۱۶۴    ۴) ۶۸

۳۱) کدام تابع ماکسیمم دارد و مینیمم ندارد؟

- ۱)  $y = x^2 - 4x$     ۲)  $y = 4x - 2x^2$     ۳)  $y = x^3 - 2x$     ۴)  $y = x - x^3$

۳۲) کدام تابع مینیمم دارد و ماکسیمم ندارد؟

- ۱)  $y = -2x^2 + 2$     ۲)  $y = 3x^2 + 2x + 1$     ۳)  $y = -\sqrt{6}x^2 + 2$     ۴)  $y = x - x^2$

۳۳) نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = x^2 + bx + 1$  روی محور  $oy$  دارای می نیمم است،  $b$  کدام است؟

- ۱) ۰    ۲) ۱    ۳) ۲    ۴) ۳

۳۴) نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = x^2 + ax + 1$  روی خط  $y = 1$  دارای می نیمم است.  $a$  کدام است؟

- ۱) ۰    ۲) ۱    ۳) -۲    ۴) ۲

۳۵) به ازای کدام مقدار  $m$  فقط یکی از ریشه‌های معادله‌ی  $2x^2 + (m^2 - 1)x + m^2 - 3m + 2 = 0$  برابر

صفر است؟

- ۱) فقط ۲    ۲) فقط ۱    ۳) ۱ و ۲    ۴)  $\pm 1$

۳۶) اگر مجموع ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - (a + 3)x + 3a = 0$  مساوی ۴ باشد. حاصل ضرب ریشه‌ها کدام

است؟

- ۱) ۳    ۲) ۴    ۳) ۶    ۴) ۹

۳۷) اگر  $x'$  و  $x''$  ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - 4x + 2 = 0$  باشند، حاصل  $x'^4 x'' + x''^4 x'$  کدام است؟

- ۱) ۴۰    ۲) ۶۴    ۳) ۷۲    ۴) ۸۰

۳۸) اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - 3x + 1 = 0$  باشند. حاصل  $\sqrt{\beta} + \sqrt{\alpha}$  کدام است؟

- ۱)  $\sqrt{2}$     ۲)  $2\sqrt{2}$     ۳) ۳    ۴)  $3\sqrt{2}$

۳۹) در معادله‌ی  $ax^2 + bx + c = 0$  رابطه‌ی  $x_1^2 \cdot x_2^2 = x_1 + x_2$  بین ریشه‌های معادله برقرار است. کدام

گزینه درست است؟

- ۱)  $b^2 - ac = 0$     ۲)  $c^2 + ab = 0$     ۳)  $c^2 - ab = 0$     ۴)  $ac = 0$

۴۰) به ازای چه مقدار  $m$ ، دو ریشه‌ی معادله‌ی  $3x^2 + 11x - 2m = 7$  عکس و قرینه اند؟

- ۱) ۲    ۲) -۲    ۳) -۵    ۴) ۵





۴۱) به ازای کدام مقدار  $a$  یک ریشه‌ی معادله‌ی  $x^2 - ax + 1 = 0$  ربع ریشه‌ی دیگر است؟

- ①  $\pm 5$       ②  $\pm 2$       ③  $\pm \frac{5}{3}$       ④  $\pm \frac{5}{4}$

۴۲) اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم  $x^2 - 3x - 4 = 0$  باشند. حاصل

$$A = (x_1^2 - 3x_1)^3 + (x_2^2 - 3x_2)^3$$

کدام است؟

- ① ۵۴      ② ۱۰۸      ③ ۲۱۶      ④ ۱۲۸

۴۳) نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = x^2 + 2ax + 3$  بالای محور  $x$  ها است. مقادیر  $a$  در کدام گزینه صدق می‌کند؟

- ①  $a > -\sqrt{3}$       ②  $a < \sqrt{3}$       ③  $a < -\sqrt{3}$  یا  $a > \sqrt{3}$       ④  $-\sqrt{3} < a < \sqrt{3}$

۴۴) به ازای کدام مقدار  $m$  نمودار تابع  $y = x(2x + m - 1) + 1$  بر محور  $x$  ها مماس است؟

- ①  $1 \pm \sqrt{2}$       ②  $1 \pm 2\sqrt{2}$       ③  $\sqrt{2} \pm 1$       ④  $2\sqrt{2} \pm 1$

۴۵) سهمی به معادله‌ی  $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$  محور تقارن خود را با کدام عرض قطع می‌کند؟

- ① ۱      ② ۲      ③  $\frac{3}{2}$       ④ ۳

۴۶) منحنی به معادله‌ی  $y = (x - 1)(x^2 - ax + a)$  محور  $x$  ها را در ۳ نقطه قطع می‌کند. حدود  $a$  کدام است؟

- ①  $0 < a < 4$       ②  $a > 4$  یا  $a < 0$       ③  $-4 < a < 0$       ④  $a > 0$  یا  $a < -4$

۴۷) در معادله‌ی درجه‌ی دوم  $x^2 + 3x - 1 = 0$  حاصل  $x_1^3 - 3x_1^2x_2 + 3x_1x_2^2 - x_2^3$  کدام است؟

- ①  $13\sqrt{13}$       ② ۱۳      ③ ۱۶۹      ④  $169\sqrt{13}$

۴۸) اگر یکی از ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - bx + 1 = 0$  برابر  $\sqrt{7} - 2$  باشد ریشه‌ی دیگر کدام است؟

- ①  $\frac{\sqrt{7} - 3}{3}$       ②  $\frac{2 - \sqrt{7}}{3}$       ③  $\frac{\sqrt{7} + 2}{3}$       ④  $\frac{3 - \sqrt{7}}{3}$

۴۹) در معادله‌ی درجه‌ی دوم  $4x^2 + kx = 21$  اگر مجموع ریشه‌ها برابر  $-2$  باشد. ریشه‌ی کوچک‌تر کدام است؟

- ① ۲      ② ۲      ③ ۲      ④ ۲

۵۰) به ازای کدام مقدار  $k$  در معادله‌ی درجه‌ی دوم  $2x^2 - x + k = 0$  بین ریشه‌ها رابطه‌ی  $x_1 + 2x_2 = 2$  برقرار است؟

- ① ۱۵      ②  $-12$       ③ ۱۴      ④  $-15$



۵۱) اگر ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - px - 1 = 0$  ثلث ریشه‌های معادله‌ی  $2x^2 - 12x - 9q = 0$  باشد. حاصل  $pq$  کدام است؟

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۴      ۴) ۶

۵۲) در معادله‌ی درجه‌ی دوم  $(x-1)^2 + 2\sqrt{3}(x-1) = 6$ ، بزرگ‌ترین جواب  $x$  کدام است؟

- ۱)  $4 - \sqrt{3}$       ۲)  $2 - \sqrt{3}$       ۳)  $\sqrt{3}$       ۴)  $2\sqrt{3}$

۵۳) جواب معادله‌ی  $\frac{a}{x} - \frac{2a}{a-x} = x$  با شرط این که  $a \neq 0$  باشد، کدام است؟

- ۱)  $\frac{a}{3}$       ۲)  $\frac{1}{2}$       ۳)  $\frac{2a}{3}$       ۴)  $\frac{1}{2}$

۵۴) در معادله‌ی درجه‌ی دوم  $4x^2 + ax + 27 = 0$  یک ریشه دو برابر مجذور ریشه‌ی دیگر است. مجموع دو ریشه‌ی مثبت کدام است؟

- ۱) ۴      ۲) ۵      ۳) ۶      ۴) ۸

۵۵) سهمی  $y = x^2 - 2$  را ۲ واحد به سمت راست و ۱ واحد به سمت بالا منتقل می‌کنیم. معادله‌ی سهمی در دستگاه جدید به فرم  $y = x^2 - cx + d$  است. دوتایی  $(c, d)$  کدام است؟

- ۱)  $(4, 3)$       ۲)  $(3, 1)$       ۳)  $(4, 2)$       ۴)  $(4, -1)$

۵۶) نمودار تابع  $y = -3x^2 + 4x - 3$  از کدام نواحی می‌گذرد؟

- ۱) اول و سوم      ۲) دوم و چهارم      ۳) اول و دوم      ۴) سوم و چهارم

۵۷) به ازای کدام مقدار  $m$ ، منحنی به معادله‌ی  $y = (m+1)x^2 - 2x + m - 1$ ، مماس بر محور  $x$  ها و در بالای آن قرار دارد؟

- ۱)  $-2$       ۲)  $-\sqrt{2}$       ۳)  $\sqrt{2}$       ۴) ۲

۵۸) اگر  $a$  و  $b$  ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - 10x + 1 = 0$  باشند، حاصل  $\log a + \log b - \log(a+b)$  کدام است؟

- ۱)  $-2$       ۲)  $-1$       ۳) ۰      ۴) ۱

۵۹) به ازای کدام مقدار  $m$ ، مجموع مربعات ریشه‌های حقیقی معادله‌ی  $mx^2 - (m+3)x + 5 = 0$ ، برابر ۶ می‌باشد؟

- ۱)  $-\frac{9}{5}$       ۲) ۱      ۳)  $-\frac{9}{5}, 1$       ۴)  $-1, \frac{9}{5}$

۶۰) مساحت مثلثی با سه رأس به مختصات  $A(2, 5)$ ،  $B(3, 0)$  و  $C(0, 2)$  کدام است؟

- ۱) ۶      ۲)  $\frac{6}{5}$       ۳) ۷      ۴)  $\frac{7}{5}$



۶۱) به ازای کدام مقادیر  $m$ ، نمودار  $y = (m - 2)x^2 + 3x + m + 2$  پایین محور  $x$  ها و مماس بر آن است؟

- ۱) ۲      ۲) -۲      ۳) ۲      ۴) -۲

۶۲) به ازای کدام مقادیر  $m$ ، هر نقطه از نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = (m - 1)x^2 + m + 2mx$  در زیر

محور ها قرار دارد؟

- ۱)  $m < 1$       ۲)  $m < 0$       ۳)  $0 < m < 1$       ۴)  $m < -1$

۶۳) مجموع ریشه‌های معادله  $\frac{x^2 + 5x}{x^2 - 4} = \frac{x^2 + 5x}{x^2 - 4}$  کدام است؟

- ۱) ۱      ۲) ۴      ۳) ۵      ۴) -۵

۶۴) ریشه‌های معادله  $x^2 - bx + c = 0$  دو واحد بیشتر از ریشه‌های معادله  $x^2 - x - 1 = 0$  هستند.

$b$  کدام است؟

- ۱) ۲      ۲) ۳      ۳) ۵      ۴) ۷

۶۵) دو نقطه روی خط  $y = 2x + 1$  قرار دارند که از نیمساز ربع اول و سوم به فاصله  $4\sqrt{2}$  هستند. طول این

نقاط کدام است؟

- ۱)  $9\sqrt{2}$  و  $-7\sqrt{2}$       ۲)  $9\sqrt{2}$  و  $-9\sqrt{2}$       ۳)  $9\sqrt{2}$  و  $7\sqrt{2}$       ۴)  $8\sqrt{2}$  و  $\pm 8\sqrt{2}$

۶۶) مرکز مربعی، نقطه  $A(1, 4)$  و معادله  $4x - 3y = 1$  ضلع آن است. مساحت این مربع کدام است؟

- ۱)  $3/24$       ۲)  $3/6$       ۳)  $9/64$       ۴)  $12/96$

۶۷) رئوس مثلثی نقاط  $A(3, 1)$ ،  $B(1, 2)$ ،  $C(-1, 4)$  هستند. امتداد ارتفاع  $CH$  محور  $y$ ها را با چه عرضی قطع

می‌کند؟

- ۱) ۴      ۲) ۵      ۳) ۶      ۴) ۷

۶۸) در مثلثی معادله  $AB$  و  $AC$  به ترتیب  $y + x = 2$  و  $4x + 3y = 8$  است. مجموع مختصات راس

$A$  کدام است؟

- ۱) -۲      ۲) ۱      ۳) -۱      ۴) ۲

۶۹) به ازای کدام مقدار  $k$ ، سه خط به معادلات  $2x + y = 5$ ،  $x - 2y = 1$  و  $x + y = k$  در یک نقطه

مقاطع‌اند؟

- ۱)  $1/4$       ۲)  $2/2$       ۳)  $2/6$       ۴)  $2/8$

۷۰) در مثلثی با رئوس  $A(-1, -4)$ ،  $B(-5, 6)$  و  $C(3, 2)$ ، معادله ارتفاع  $AH$  کدام است؟

- ۱)  $y = 2x - 2$       ۲)  $2y + x + 9 = 0$       ۳)  $y = 4x$       ۴)  $y - 2x - 6 = 0$



۷۱) یک راس مربعی، نقطه‌ی  $A(2, -1)$  و یک ضلع آن واقع بر خط  $3x + 4y = 1$  است. مساحت مربع کدام است؟

- ۱)  $0.05$     ۲)  $0.25$     ۳)  $0.01$     ۴)  $0.04$

۷۲) در مثلث با رئوس  $A(3, 2)$ ،  $B(-2, 1)$  و  $C(-1, 6)$ ، شیب ارتفاع  $CH$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{1}{5}$     ۲)  $5$     ۳)  $-\frac{1}{5}$     ۴)  $-5$

۷۳) به ازای کدام مقدار  $m$ ، مجموع معکوس ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم  $x^2 - x - m = 0$  برابر ۴ است؟

- ۱)  $-\frac{1}{2}$     ۲)  $\frac{1}{2}$     ۳)  $-\frac{1}{4}$     ۴)  $\frac{1}{4}$

۷۴) به ازای کدام مقادیر  $m$ ، معادله‌ی درجه‌ی دوم  $x^2 - mx + m - 1 = 0$  دارای دو ریشه‌ی حقیقی متمایز است؟

- ۱)  $m > 2$     ۲)  $R$     ۳)    ۴)  $m \neq 2$

۷۵) نمودار تابع با ضابطه‌ی  $y = x^2 - 2x - 8$  را حداقل چند واحد به سمت راست منتقل کنیم تا هر دو نقطه‌ی تلاقی آن با محور طول‌ها، در  $x$  های نامنفی باشد؟

- ۱)  $1$     ۲)  $2$     ۳)  $4$     ۴)  $8$

۷۶) منحنی نمودار تابع  $y = 2x^2 + bx + 6$  بر قسمت مثبت محور  $x$  ها، مماس است. مقدار  $b$  کدام است؟

- ۱)  $-4\sqrt{3}$     ۲)  $\pm 2\sqrt{3}$     ۳)  $\pm 4\sqrt{3}$     ۴)  $-\sqrt{3}$

۷۷) دو نقطه بر خط  $2x - y = 1$  قرار دارند که از خط  $4x + 3y = 1$  به فاصله‌ی ۲ هستند. مجموع عرض این نقاط کدام است؟

- ۱)  $0.8$     ۲)  $1/6$     ۳)  $-0.4$     ۴)  $1/8$

۷۸) به ازای کدام مقدار  $k$ ، سه خط به معادلات  $x - 6y + k = 0$ ،  $7x + 6y - 1 = 0$  و  $3y + 4x = 0$  در یک نقطه متقاطع‌اند؟

- ۱)  $7$     ۲)  $8$     ۳)  $9$     ۴)  $10$

۷۹) یک ضلع مربع بر خط  $3y - 4x = a$  قرار دارد و محل برخورد قطرهای آن  $O(1, 1)$  است. اگر مساحت این مربع ۴ باشد، مقدار منفی  $a$  کدام است؟

- ۱)  $-4$     ۲)  $-5$     ۳)  $-6$     ۴)  $-7$

۸۰) اگر در معادله‌ی درجه‌ی دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  داشته باشیم  $4a + 2b = -c$  و  $9a + 3b + c = 0$ ، مجموع ریشه‌های این معادله کدام است؟

- ۱)  $5$     ۲)  $6$     ۳)  $4$     ۴)  $8$



۸۱) اگر نمودار  $f$  با ضابطه‌ی  $f(x) = x^2 - 3x + 2m - 5$  خط  $y = 1$  را دقیقاً در یک نقطه قطع کند، مقدار  $m$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{33}{8}$     ۲)  $\frac{33}{4}$     ۳)  $\frac{33}{16}$     ۴)  $\frac{33}{32}$

۸۲) ریشه‌های کدام معادله از دو برابر ریشه‌های معادله‌ی  $2x^2 - 5x + 1 = 0$  یک واحد کمتر است؟

- ۱)  $x^2 - 3x - 1 = 0$     ۲)  $x^2 - 3x - 2 = 0$     ۳)  $2x^2 - 3x + 1 = 0$     ۴)  $2x^2 - x - 2 = 0$

۸۳) به ازای کدام مقدار  $m$  ریشه‌های حقیقی معادله‌ی  $(2-m)x^2 + 3x + m^2 = 0$  معکوس یکدیگرند؟

- ۱) ۱    ۲) -۱, ۲    ۳) -۲    ۴) -۲, ۱

۸۴) ریشه‌های کدام معادله از ریشه‌های معادله‌ی  $3x^2 + 5x = \frac{1}{4}$  به مقدار  $\frac{1}{2}$  بیشتر است؟

- ۱)  $3x^2 - x + 2 = 0$     ۲)  $3x^2 + 2x - 2 = 0$     ۳)  $3x^2 + 2x - 1 = 0$     ۴)  $3x^2 + x - 4 = 0$

۸۵) نقاط  $A(2, 5)$  و  $B(3, -1)$  و  $C(0, 2)$  سه راس مثلثی هستند. مختصات پای ارتفاع  $AH$  کدام است؟

- ۱)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$     ۲)  $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$     ۳)  $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$     ۴)  $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$

۸۶) به ازای کدام مقدار  $m$  رابطه‌ی  $x_1x_2 + x_1 + x_2 = 4$  بین ریشه‌های حقیقی معادله‌ی

$$mx^2 + (2m-1)x = 5$$

- ۱)  $-\frac{2}{3}$     ۲)  $\frac{2}{3}$     ۳)  $-\frac{1}{2}$     ۴) هیچ مقدار  $m$

۸۷) به ازای چه حدودی از  $a$ ، نمودار  $y = ax^2 + 2x + a$  همواره بالای محور  $x$ ها قرار دارد؟

- ۱)  $(1, +\infty)$     ۲)  $(-1, 1)$     ۳)  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

۸۸) اگر ریشه‌های معادله‌ی  $4x^2 + 8x + m - 1 = 0$  نصف ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 + 4x - 1 = 0$  باشند،

$m$  کدام است؟

- ۱) صفر    ۲) ۲    ۳) -۲    ۴) -۱

۸۹) خطی که از نقاط متمایز  $A(m, -1)$ ،  $B(1, 1-2m)$  می‌گذرد، محور  $y$ ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع

کرده است. این خط محور  $x$ ها را با چه طولی قطع می‌کند؟

- ۱) -۲    ۲) ۱    ۳) -۱/۵    ۴) -۲/۵

۹۰) حدود  $m$  کدام باشد تا هیچ نقطه‌ای از تابع  $y = x^2 - 4x + m$  دارای فاصله‌ی ۵ از محور  $x$ ها نباشد؟

- ۱)  $m > 9$     ۲)  $m < -2$     ۳)  $-2 < m < 3$     ۴)  $-5 < m < -2$

۹۱) اگر ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - 7x + c = 0$  از دو برابر ریشه‌های معادله‌ی  $2x^2 + bx + 2 = 0$ ، به اندازه‌ی

یک واحد بیشتر باشند،  $b - c$  کدام است؟

- ۱) -۵    ۲) ۱۵    ۳) -۱۵    ۴) ۵



۹۲ به ازای کدام مجموعه‌ی مقادیر  $k$ ، خط  $y = -2$  در بالاترین نقطه‌ی سهمی  $f(x) = kx^2 + 2\sqrt{2}x + k - 1$  بر سهمی مماس است؟

- ۱)  $\{-1\}$  ۲)  $\{-2\}$  ۳)  $\{-2, 1\}$  ۴)  $\{1\}$

۹۳ اگر  $\alpha, \beta$  ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 + kx + 1 = 0$  باشند، به ازای کدام مقدار  $k$ ، ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - 4x + 1 = 0$  به صورت  $(\sqrt{\alpha}, \sqrt{\beta})$  است؟

- ۱)  $-12$  ۲)  $-14$  ۳)  $-10$  ۴)  $-8$

۹۴ به ازای چند مقدار صحیح  $x$ ، مجموع دو کسر  $\frac{x^2 - 2x + 2}{x^2 - 2x}$ ، برابر کسر  $\frac{x^2 - 2x + 2}{x^2 - 2x}$  می‌شود؟

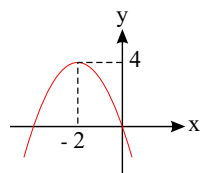
- ۱)  $1$  ۲)  $2$  ۳)  $3$  ۴)  $4$

۹۵ اگر مساحت مثلثی که راس‌های آن نقاط برخورد منحنی به معادله‌ی  $y = x^2 - kx + 1$  با محورهای مختصات است، برابر یک واحد مربع باشد،  $k$  کدام است؟

- ۱)  $\pm 2$  ۲)  $\pm 4$  ۳)  $\pm 2\sqrt{2}$  ۴)  $\pm \sqrt{2}$

۹۶ به ازای کدام مقادیر  $a$ ، نقاط  $(a, 3)$  و  $(6, 4a + 1)$  و مبدأ مختصات در یک راستا قرار می‌گیرند؟

- ۱)  $-2, \frac{9}{4}$  ۲)  $-2, \frac{3}{4}$  ۳)  $-2, -\frac{3}{4}$  ۴)  $2, -\frac{9}{4}$



۹۷ با توجه به نمودار تابع  $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ ، مقدار  $a$  کدام است؟

- ۱)  $1$  ۲)  $-1$  ۳)  $-2$  ۴)  $2$

۹۸ تابع درجه‌ی دوم  $f$ ، محور طول‌ها را در  $3$  و  $-2$  و محور عرض‌ها را در  $1$  قطع می‌کند. مقدار  $f(1)$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{1}{6}$  ۲)  $-\frac{1}{6}$  ۳)  $1$  ۴)  $-\frac{1}{12}$

۹۹ به ازای کدام مقدار  $m$ ، در معادله‌ی  $x^2 + 8mx + 4m + 8 = 0$ ، یکی از جواب‌ها،  $3$  برابر جواب دیگر است؟

- ۱)  $-\frac{2}{3}$  ۲)  $\frac{2}{3}$  ۳)  $-\frac{2}{3}$  ۴)  $-\frac{2}{3}$

۱۰۰ معادله‌ی درجه‌ی دومی که ریشه‌های آن  $3$  برابر معکوس ریشه‌های معادله  $x^2 - 3x + 1 = 0$  باشد، کدام است؟

- ۱)  $x^2 - 9x + 9 = 0$  ۲)  $x^2 - 9x + 3 = 0$  ۳)  $x^2 + 9x - 3 = 0$  ۴)  $x^2 - 9x - 9 = 0$

۱۰۱ اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - 2x - 1 = 0$  باشند، حاصل  $\alpha^2 + \alpha^3 + \beta^2 + \beta^3$  کدام است؟

- ۱)  $4$  ۲)  $20$  ۳)  $18$  ۴)  $22$



۱۰۲) معادله‌ی  $x + \frac{2}{x+1} = 2$  چند جواب دارد؟

- ① صفر      ② ۱      ③ ۲      ④ ۳

۱۰۳) اگر عدد ۳، بین ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم  $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m = 0$  باشد، حدود  $m$  کدام است؟

- ① (۲, ۴)      ② (۳, ۴)      ③ (۲, ۳)      ④  $(\frac{2}{5}, +\infty)$

۱۰۴) جواب‌های معادله‌ی  $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+2}$  چگونه‌اند؟

- ① یک جواب مثبت و یک جواب منفی      ② فقط یک جواب منفی  
③ فقط یک جواب مثبت      ④ معادله جواب حقیقی ندارد.

۱۰۵) مساحت مثلثی که دو ضلع آن واقع بر خطوطی به معادلات  $y+x=2$  و  $2y-x=4$  و ضلع دیگر آن بر محور  $x$  قرار دارد کدام است؟

- ① ۵      ② ۶      ③ ۷      ④ ۸

۱۰۶) معادله‌ی خطی که به موازات نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم بوده و نیمساز ناحیه‌ی دوم را در نقطه‌ای به طول  $x=2$  قطع می‌کند کدام است؟

- ①  $y+x=4$       ②  $y+x=-4$       ③  $y-x=4$       ④  $y-x=-4$

۱۰۷) از نقطه‌ای به طول یک واقع بر خط  $D$  به معادله‌ی  $y=2x+1$ ، خط  $D'$  را طوری رسم می‌کنیم که با خط  $D$  زاویه‌ی  $45^\circ$  بسازد معادله‌ی خط  $D'$  با شیب منفی کدام است؟

- ①  $y+x=4$       ②  $y+2x=5$       ③  $y+3x=5$       ④  $y+3x=6$

۱۰۸) هرگاه نقاط  $A|_{-2}$  و  $C|_2$  دو رأس مقابل لوزی  $ABCD$  باشند معادله‌ی خط قطر  $BD$  این لوزی، محور طول را با کدام طول قطع می‌کند؟

- ① ۱      ② -۱      ③ ۲      ④ -۲

۱۰۹) فاصله‌ی خطی که دو نقطه‌ی  $A|_1$  و  $B|_1$  را به هم وصل می‌کند از خطی که دو نقطه‌ی  $C|_3$  و  $D|_4$  را به هم وصل می‌کند کدام است؟

- ① ۲      ② ۱      ③  $\sqrt{2}$       ④  $2\sqrt{2}$

۱۱۰) خطی که از نقاط  $A|_1$  و  $B|_2$  می‌گذرد نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم را در کدام نقطه قطع می‌کند؟

- ①  $|_2$       ②  $|_{-2}$       ③  $|_1$       ④  $|_{-3}$

۱۱۱) سه ضلع مثلثی به معادلات  $AB: 2y-x=3$  و  $AC: y-2x=5$  و  $BC: 2y+3x=6$  می‌باشند ارتفاع  $AH$  از این مثلث محور طول را با کدام طول قطع می‌کند؟

- ①  $\frac{17}{6}$       ②  $-\frac{17}{6}$       ③  $\frac{15}{6}$       ④  $-\frac{15}{6}$



۱۱۲) مساحت متوازی الاضلاع محدود به خطوطی به معادلات  $y = x + 3$  و  $x = 4$  و محور  $y$  ها و نیمساز ناحیه ی اول برابر کدام است؟

- ۱) ۸      ۲) ۱۲      ۳) ۱۴      ۴) ۱۵

۱۱۳) خطی که از مبدأ مختصات می گذرد و بر خطی که از نقاط  $A|_1$  و  $B|_{-3}$  می گذرد عمود است این خط، خط را با کدام عرض قطع می کند؟

- ۱) -۱      ۲) -۲      ۳) ۸      ۴) -۸

۱۱۴) معادلات سه ضلع مثلثی به صورت  $AB: x + 2y = 3$  و  $AC: y = 2x - 1$  و  $BC: x + y = 4$  است طول ارتفاع  $AH$  کدام است؟

- ۱) ۲      ۲)  $\sqrt{2}$       ۳)  $3\sqrt{2}$       ۴)  $2\sqrt{2}$

۱۱۵) دو نقطه روی نیمساز ربع اول و سوم وجود دارند که از خط  $x + 2y = 0$  به فاصله  $2\sqrt{5}$  هستند اگر این دو نقطه از  $A$  و  $B$  و بنامیم و نقطه  $C$  روی محور عرض به عرض ۳ باشد در این صورت مساحت مثلث  $ABC$  چند واحد مربع است؟

- ۱) ۱۰      ۲) ۲۰      ۳)  $\frac{190}{3}$       ۴)  $\frac{95}{3}$

۱۱۶) نقاط  $A|_2$  و  $B|_2$  و  $C|_5^{-2}$  سه رأس یک مربع هستند مجموع طول و عرض رأس چهارم آن کدام است؟

- ۱) -۳      ۲) -۵      ۳) -۱      ۴) ۱

۱۱۷) نقاط  $A|_{m-1}$  و  $B|_{-4}^5$  و  $C|_{-2}$  رئوس مثلث  $ABC$  هستند که در رأس  $C$  قائمه است. اندازه ی وتر این مثلث کدام است؟

- ۱)  $2\sqrt{10}$       ۲)  $\sqrt{10}$       ۳)  $\sqrt{20}$       ۴)  $2\sqrt{20}$

۱۱۸) فاصله ی دو خط به معادلات  $2x - 3y + a = 0$  و  $4x - 6y + 3 = 0$  برابر  $\sqrt{13}$  می باشد. مجموع مقادیر  $a$  کدام است؟

- ۱) ۳      ۲) ۴      ۳) ۲۶      ۴)  $3/5$

۱۱۹) اگر  $A|_2$  و  $B|_1$  و  $C|_{-2}$  سه رأس مثلث  $ABC$  باشند ارتفاع  $AH$  محور عرض را با چه عرضی قطع می کند؟

- ۱) ۱      ۲) -۱      ۳) ۲      ۴) -۲

۱۲۰) چند خط می توان رسم کرد که از نقطه ی  $A|_2$  بگذرد و با محورهای مختصات در ناحیه ی اول، مثلثی به مساحت  $\frac{9}{2}$  بسازد؟

- ۱) صفر      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) ۴





۱۲۱) اگر خطوط  $y = (k+2)x + 3$  و  $ky - x - 5 = 0$  معادلات قطرهای یک مربع باشند فاصله‌ی محل تلاقی دو قطر مربع از مبدأ مختصات کدام است؟

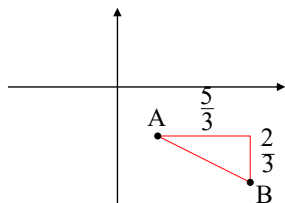
$$\sqrt{19} \quad \textcircled{4}$$

$$\sqrt{18} \quad \textcircled{3}$$

$$\sqrt{17} \quad \textcircled{2}$$

$$\sqrt{15} \quad \textcircled{1}$$

۱۲۲) در شکل زیر شیب خطی که از دو نقطه‌ی  $A, B$  می‌گذرد کدام است؟



$$\frac{2}{5} \quad \textcircled{2}$$

$$\frac{2}{5} \quad \textcircled{1}$$

$$-\frac{2}{5} \quad \textcircled{4}$$

$$-\frac{2}{5} \quad \textcircled{3}$$

۱۲۳) نقاط  $A|_2$  و  $B|_5$  و  $C|_8$  سه رأس یک لوزی هستند. مساحت لوزی کدام است؟

$$3 \quad \textcircled{4}$$

$$24 \quad \textcircled{3}$$

$$12 \quad \textcircled{2}$$

$$6 \quad \textcircled{1}$$

۱۲۴) سه نقطه‌ی  $A|_3$  و  $B|_4$  و  $C|_3$  سه رأس مثلث  $ABC$  می‌باشند. محل برخورد سه ارتفاع مثلث کدام است؟

$$|_1 \quad \textcircled{4}$$

$$|_3 \quad \textcircled{3}$$

$$|_2 \quad \textcircled{2}$$

$$|_3 \quad \textcircled{1}$$

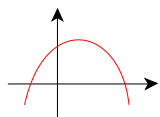
۱۲۵) سه نقطه‌ی  $A|_{-1}$  و  $B|_1$  و  $C|_{-4}$  سه رأس یک مثلث هستند. این مثلث همواره چگونه است؟

۲) متساوی‌الساقین است ولی قائم‌الزاویه نیست.

۱) مختلف‌الاضلاع است.

۴) قائم‌الزاویه است ولی متساوی‌الساقین نیست.

۳) قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین است.



۱۲۶) ضابطه‌ی تابع با نمودار مقابل، مطابق کدام گزینه می‌تواند باشد؟

$$y = -2x^2 + 3x + 5 \quad \textcircled{2}$$

$$y = -x^2 + 5x - 7 \quad \textcircled{1}$$

$$y = -3x^2 - 2x + 4 \quad \textcircled{4}$$

$$y = x^2 - 3x + 2 \quad \textcircled{3}$$

۱۲۷) اگر  $f(2x-1) = 4x^2 - 4x$  باشد. رأس سهمی  $y = f(1+2x)$  کدام نقطه است؟

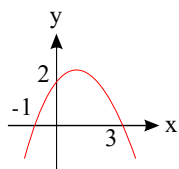
$$S(-\frac{1}{2}, -1) \quad \textcircled{4}$$

$$S(\frac{1}{2}, -1) \quad \textcircled{3}$$

$$S(-\frac{1}{2}, 1) \quad \textcircled{2}$$

$$S(\frac{1}{2}, 1) \quad \textcircled{1}$$

۱۲۸) نمودار تابع  $f(x) = ax^2 + bx + c$  به صورت مقابل بوده و مختصات رأس سهمی  $A|_\beta$  است.  $\alpha\beta$  کدام است؟



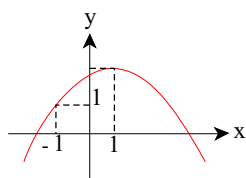
$$\frac{16}{3} \quad \textcircled{4}$$

$$\frac{8}{3} \quad \textcircled{3}$$

$$\frac{4}{3} \quad \textcircled{2}$$

$$\frac{2}{3} \quad \textcircled{1}$$

۱۲۹) در سهمی شکل مقابل به معادله‌ی  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، اگر  $a - b = -3$  آنگاه  $f(1)$  کدام است؟



$$0 \quad \textcircled{2}$$

$$-4 \quad \textcircled{1}$$

$$5 \quad \textcircled{4}$$

$$4 \quad \textcircled{3}$$



۱۳۰ در معادله‌ی درجه‌ی دوم  $x^2 + (k+1)x + k + 4 = 0$ ، اگر حاصل ضرب ریشه‌ها ۲ برابر مجموع ریشه‌ها باشد، آن گاه تابع  $f(x) = kx^2 - 4x + 1$  چگونه است؟

- ۱) ماکسیمم برابر ۳ دارد. ۲) مینیمم برابر ۳ دارد. ۳) ماکسیمم برابر ۱- دارد. ۴) مینیمم برابر ۱- دارد.

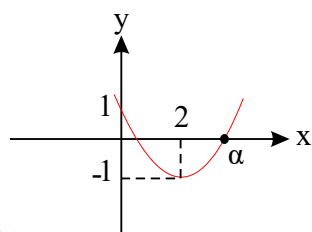
۱۳۱ در مورد معادله‌ی  $2x + 2 - \frac{5}{x^2 - 1} = 2x - 2$ ، کدام گزینه صحیح است؟

- ۱) فقط یک جواب مثبت دارد. ۲) فقط یک جواب منفی دارد. ۳) یک جواب مثبت و یک جواب منفی دارد. ۴) جواب حقیقی ندارد.

۱۳۲ مجموع جواب‌های حقیقی معادله‌ی  $(x^2 + 3x + 1)^2 + x^2 + 3x = 1$  کدام است؟

- ۱) -۳ ۲) -۶ ۳) ۶ ۴) صفر

۱۳۳ با توجه به شکل روبه‌رو که نمودار یک تابع درجه‌ی دو را نشان می‌دهد. مقدار  $\alpha$  کدام است؟



$$\frac{4 + \frac{2}{2}}{2}$$

- ۱) ۳ ۲)  $2 + \sqrt{2}$  ۳)  $2 + \sqrt{2}$  ۴)  $2 + \sqrt{2}$

۱۳۴ در معادله‌ی  $7x^2 - 6x + 1 = 0$  اگر ریشه‌ها  $x_1$  و  $x_2$  باشند، کدام درست است؟

- ۱)  $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} > \sqrt[3]{x_1} + \sqrt[3]{x_2}$  ۲)  $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt[3]{x_1} + \sqrt[3]{x_2}$  ۳)  $x_1(1 + x_2) = 1 - x_2$  ۴)  $x_1 + x_2 > \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$

۱۳۵ در معادله‌ی درجه دوم  $x^2 + 2x - 1 = 0$  حاصل  $x_1^4 + 4x_2^2 - 4x_2$  چقدر است؟

- ۱) ۳۲ ۲) ۳۳ ۳) ۳۱ ۴) ۳۴

۱۳۶ ریشه‌ی مشترک دو معادله‌ی  $x^2 + a(3x + 2) + 3 = 0$  و  $x^2 - 6ax + 20a + 3 = 0$  کدام است؟

( $a \neq 0$ )

- ۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) -۲

۱۳۷ اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 + 5x + 2 = 0$  باشند حاصل  $\frac{\alpha^3}{5\alpha + 2} + \frac{\beta^3}{5\beta + 2}$  کدام است؟

- ۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) -۵ ۴) -۱۰

۱۳۸ مساحت مثلثی با رئوس  $A(1, 1)$  و  $B(2, 3)$  و  $C(k, -1)$  برابر ۳ است. مقادیر  $k$  کدام‌اند؟

- ۱) ۵ یا ۱ ۲) ۳ یا -۱ ۳) ۳ یا -۳ ۴) ۳ یا -۳

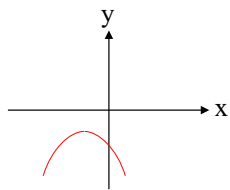
۱۳۹ معادله‌ی دو ضلع از متوازی‌الاضلاع به صورت  $2x + 3y = 7$  و  $x - 2y = 0$  است. اگر  $(-3, 2)$  یکی از

رئوس متوازی‌الاضلاع باشد، کدام یک از نقاط زیر، رأس دیگری از این متوازی‌الاضلاع است؟

- ۱)  $(4, 2)$  ۲)  $(5, -1)$  ۳)  $(-1, 3)$  ۴)  $(-2, -1)$



۱۴۰ به ازای چه حدودی از  $m$ ، نمودار تابع با ضابطه  $y = mx^2 + 4\sqrt{2}x + m - 2$  به صورت مقابل است؟



(۲)  $(-\infty, -1)$

(۱)  $(-\infty, -2)$

(۴)

(۳)  $(4, +\infty)$

۱۴۱ ریشه‌های معادله  $3x^2 + ax + b = 0$  از ریشه‌های معادله  $3x^2 - 4x - 1 = 0$  یک واحد بیشتر

است. کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۴

(۲) ۲

(۱) -۵

۱۴۲ ریشه‌های حقیقی معادله  $ax^2 + 5x + a^2 = 6$  معکوس یکدیگرند. اختلاف این دو ریشه کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۳

(۲)  $\frac{2}{3}$

(۱)  $\frac{1}{2}$

۱۴۳ اگر  $2\alpha + 1$  و  $2\beta + 1$  ریشه‌های معادله  $2x(x + 2) = 3$  باشند، کدام معادله ریشه‌هایش  $\alpha$  و  $\beta$

است؟

(۴)  $3x^2 - 16x + 8 = 0$

(۳)  $3x^2 + 16x + 8 = 0$

(۲)  $8x^2 - x - 3 = 0$

(۱)  $8x^2 + x - 3 = 0$

۱۴۴ مجموع ریشه‌های معادله  $\sqrt{2x+1} = 2 + \sqrt{x-3}$  کدام است؟

(۴) ۲۲

(۳) ۲۰

(۲) ۱۸

(۱) ۱۶

۱۴۵ حاصل ضرب ریشه‌های معادله  $\frac{\sqrt{x^2 - 2x - 3} + 7}{2\sqrt{x^2 - 2x - 3}} = 3$  کدام است؟

(۴) -۶

(۳) ۶

(۲) -۴

(۱) ۴

۱۴۶ مجموع ریشه‌های معادله  $\sqrt{2x + \sqrt{6x^2 + 1}} = x + 1$  کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۴

(۲) ۲

(۱) صفر

۱۴۷ اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x^2 + 5x - 1 = 0$  باشند، حاصل عبارت

کدام است؟  $\frac{\beta + \alpha}{(\alpha^2 + 5\alpha + 4)(\beta^2 + 5\beta + 7)}$

(۴)  $\frac{9}{40}$

(۳)  $\frac{27}{40}$

(۲)  $-\frac{9}{40}$

(۱)  $-\frac{27}{40}$

۱۴۸ در معادله  $2x^2 + ax + 9 = 0$  یک ریشه دو برابر ریشه‌ی دیگر است. مجموع دو ریشه‌ی

مثبت کدام است؟

(۴) ۵

(۳)  $\frac{4}{5}$

(۲) ۴

(۱)  $\frac{3}{5}$



۱۴۹) اگر رأس یک سهمی روی نیمساز ربع اول باشد و محور  $x$  ها را در دو نقطه، به طول های  $۱-$  و  $۳$  قطع کند، آن گاه این سهمی محور  $y$  ها را در نقطه ای با کدام عرض قطع می کند؟

- ۱)  $\frac{۳}{۴}$     ۲)  $-\frac{۳}{۴}$     ۳)  $۳$     ۴)  $-۳$

۱۵۰) اگر  $x = ۲$  یکی از جواب های معادله  $\frac{\quad}{2x} + \frac{\quad}{x(x+4)} = \frac{\quad}{x^2+3x-4}$  باشد، آن گاه جواب دیگر کدام است؟

- ۱)  $۳$     ۲)  $-۳$     ۳)  $۵$     ۴)  $-۵$

۱۵۱) اگر  $x = ۱$  یک جواب معادله  $\frac{\quad}{x+2} + \frac{\quad}{x-2} = \frac{\quad}{x^2-4}$  باشد، جواب دیگر معادله کدام است؟

- ۱) صفر    ۲)  $-۱$     ۳)  $۳$     ۴) معادله جواب دیگری ندارد.

۱۵۲) معادله  $(\quad) = 4x(1 - \frac{\quad}{x-2} - \frac{\quad}{x+2})$ ، چند ریشه ی حقیقی دارد؟

- ۱) صفر    ۲)  $۱$     ۳)  $۲$     ۴)  $۳$

۱۵۳) ریشه های کدام یک از معادلات زیر از ریشه های معادله  $۲x^2 - 4x - 1 = 0$  یک واحد بیشتر است؟

- ۱)  $x^2 - \frac{1}{2}x - 4 = 0$     ۲)  $x^2 - 4x - \frac{1}{2} = 0$     ۳)  $x^2 - 4x + \frac{1}{2} = 0$     ۴)  $۲x^2 - 8x + 10 = 0$

۱۵۴) معادله  $\frac{\quad}{x^2-3x-2} + \frac{\quad}{x^2-3x+2} = \frac{\quad}{-3x}$  دارای چند جواب است؟

- ۱) صفر    ۲)  $۱$     ۳)  $۲$     ۴)  $۳$

۱۵۵) معادله  $\frac{\quad}{x-1} + \frac{\quad}{x+2} = \frac{\quad}{x^2+x-2}$  چند ریشه دارد؟

- ۱) صفر    ۲) یک    ۳) دو    ۴) سه

۱۵۶) اگر نمودار سهمی  $f(x) = ax^2 + 4x + a - 3$ ، محور  $x$  ها را در دو نقطه ی متمایز با طول مثبت قطع کند، راس سهمی به ازای کدام مقادیر  $a$ ، زیر محور  $x$  ها قرار دارد؟

- ۱)  $(-1, 0)$     ۲)  $(-\infty, 0)$     ۳)  $(-\infty, 0)$     ۴)  $(-\frac{1}{2}, 0)$

۱۵۷) دو نقطه بر خطی به معادله  $y = x - 2$  قرار دارند که فاصله ی این نقاط از خط به معادله

$۲x - 3y = ۷$  برابر  $۲\sqrt{13}$  است. مجموع طول های این دو نقطه کدام است؟

- ۱)  $-۱$     ۲)  $-۲$     ۳)  $-۳$     ۴)  $-\frac{۳}{۲}$



۱۵۸ اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله‌ی  $13x^2 - 7x - 1 = 0$  باشند، معادله‌ی درجه‌ی دومی که ریشه‌های آن  $13\alpha^2 - 8\alpha - 1$  و  $13\beta^2 - 8\beta - 1$  باشد، کدام است؟

①  $13x^2 + 7x - 1 = 0$     ②  $-x^2 - 7x + 13 = 0$     ③  $-x^2 + 7x + 13 = 0$     ④  $13x^2 - 7x - 2 = 0$

۱۵۹ از میان مثلث‌هایی که مجموع طول قاعده و ارتفاع وارد بر آن ۱۶ سانتی‌متر است مثلی را اختیار کرده‌ایم که مساحت آن ماکسیمم است مساحت این مثلث چند سانتی‌متر مربع است؟

① ۳۰    ② ۳۲    ③ ۳۴    ④ ۳۶

۱۶۰ اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - 3x + 1 = 0$  باشند، حاصل  $x_1x_2 + x_2x_1$  کدام است؟

① ۱۲۹    ② ۱۲۷    ③ ۱۲۵    ④ ۱۲۳

۱۶۱ معادله‌ی درجه‌ی دومی که ریشه‌های آن ۳ واحد از معکوس ریشه‌های معادله‌ی  $2x^2 - 3x - 1 = 0$  بیش‌تر باشد، کدام است؟

①  $x^2 - 3x - 2 = 0$     ②  $x^2 - 2x - 3 = 0$     ③  $x^2 + 3x - 5 = 0$     ④  $x^2 - 5x - 2 = 0$

۱۶۲ به ازای چند مقدار  $k$ ، مجموعه جواب معادله‌ی  $\frac{\quad}{3x} = \frac{\quad}{4x - x^2}$  تهی است؟

① صفر    ② یک    ③ دو    ④ سه

۱۶۳ در یک مغازه ماهی‌های تزئینی، ماهی‌های آب شور در محلول آب نمک با غلظت ۷ درصد نگهداری می‌شود. به علت تازه کار بودن، کارگرها ۲۰۰ کیلوگرم محلول ۴٪ ساخته شده است. چند کیلوگرم نمک برای ساختن محلول مطلوب نیاز است؟

① ۵    ②  $\frac{500}{93}$     ③ ۶    ④  $\frac{600}{93}$

۱۶۴ مجموع ریشه‌های معادله‌ی  $2\left(3x - \frac{2}{x}\right) - 5\left(3x - \frac{2}{x}\right) + 2 = 0$  کدام گزینه است؟

①  $+\frac{2}{3}$     ②  $\frac{4}{3}$     ③  $\frac{5}{6}$     ④  $-\frac{5}{6}$

۱۶۵ معادله‌ی  $1 = \frac{\quad}{x+5} + \frac{\quad}{x}$  چند جواب دارد؟

① صفر    ② یک    ③ دو    ④ سه

۱۶۶ معادله‌ی  $-4 = \frac{\quad}{t-1} + \frac{\quad}{t^2+t}$  چند جواب دارد؟

① صفر    ② یک    ③ دو    ④ سه



۱۶۷) اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله ی  $\frac{2}{3k-1} = \frac{1}{(3k-1)^2}$  باشد  $\alpha + \beta$  کدام است؟

- ①  $-\frac{5}{6}$       ②  $-\frac{1}{6}$       ③  $+\frac{5}{6}$       ④  $+\frac{1}{6}$

۱۶۸) اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله  $\frac{9}{x^2} + 2x^2 + 9 = 7(x + \frac{1}{x})$  باشد، حاصلضرب آنها کدام است؟

- ①  $-\frac{1}{2}$       ②  $1$       ③  $-\frac{1}{2}$       ④  $-1$

۱۶۹) اگر  $\alpha$  ریشه معادله  $\frac{6}{x^2 - 2x + 4} = \frac{1}{x^2 - 2x + 3} + \frac{1}{x^2 - 2x + 2}$  باشد حاصل  $7\alpha^2 - 5\alpha + 1$  کدام گزینه است؟

- ①  $2$       ②  $-2$       ③  $1$       ④  $3$

۱۷۰) در یک مزرعه ی شالیکاری دو کارگر با هم کار می کنند و کار را در ۱۸ روز تمام می نمایند. اگر هر کدام به تنهایی کار می کردند، کارگر اول ۱۵ روز زودتر از کارگر دوم کار را تمام می کرد. کارگر اول چند روزه کار را تمام می کرد؟

- ①  $25$       ②  $30$       ③  $35$       ④  $45$

۱۷۱) مجموع ریشه های معادله ی  $\frac{1}{x^3 + x^2} = \frac{1}{x^3 + x^2}$  برابر است با:

- ① صفر      ②  $+\sqrt{2}$       ③  $-\sqrt{2}$       ④  $1$

۱۷۲) در معادله ی  $\frac{ax^2 - 2}{x^2 - x} + \frac{1}{x - 1} = \frac{1}{x}$  اگر ..... آن گاه معادله ..... جواب دارد.

- ①  $a \neq 3$ ، دو      ②  $a \neq 3$ ، یک      ③  $a = 3$ ، صفر      ④  $a = 3$ ، بی شمار

۱۷۳) معادله ی  $\sqrt[3]{x} + 2\sqrt[3]{x^2} = 3$  دارای ..... می باشد.

- ① یک ریشه منفی      ② دو ریشه منفی      ③ یک ریشه مثبت - یک منفی      ④ دو ریشه مثبت

۱۷۴) اگر  $\alpha$  ریشه ی معادله ی  $\sqrt{x^2 + 9} = 3 - x^8$  باشد  $\alpha^5 + 4\alpha$  کدام گزینه است؟

- ①  $-1$       ②  $1$       ③ صفر      ④  $2$

۱۷۵) اگر  $a$  ریشه ی معادله ی  $\frac{x}{\sqrt{x+1}+1} + \frac{x}{\sqrt{x+1}-1} = 1$  باشد  $16a^2 + 4a$  کدام است؟

- ①  $+3$       ②  $-3$       ③  $+6$       ④  $-6$

۱۷۶) حاصلضرب ریشه های معادله ی  $\sqrt{x^2 + x + 3} + \sqrt{x^2 + x + 10} = 7$  کدام است؟

- ①  $+\frac{1}{6}$       ②  $-\frac{1}{6}$       ③  $+6$       ④  $-6$



۱۷۷ حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ی  $1 - x = \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$  کدام گزینه است؟

- ۱) ۳      ۲) ۲      ۳) ۱      ۴) صفر

۱۷۸ ریشه‌ی معادله‌ی  $\sqrt{2 - \sqrt{x+1}} - \sqrt{2 + \sqrt{x+1}} = \sqrt{3}$  کدام حالت را دارد؟

- ۱) گنگ و مثبت      ۲) گنگ و منفی      ۳) گویا و مثبت      ۴) گویا و منفی

۱۷۹ معادله‌ی  $2 = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{x}}{x^2 - x} = \sqrt{x - \sqrt{x}}$  چند ریشه دارد؟

- ۱) صفر      ۲) یک      ۳) دو      ۴) سه

۱۸۰ معادله‌ی  $\sqrt{x^4 - x^3 + 9x - 6} + \sqrt{x^3 - 4x} = 0$

- ۱) یک جواب منفی دارد.      ۲) یک جواب مثبت دارد.      ۳) دو جواب دارد.      ۴) سه جواب دارد.

۱۸۱ معادله‌ی  $4\sqrt{1-x^2} = 2\sqrt{\frac{x}{x-3}} + 1\sqrt{\frac{x}{x-3}}$  چند ریشه دارد؟

- ۱) یک      ۲) یک      ۳) دو      ۴) سه

۱۸۲ حاصل ضرب جوابهای معادله‌ی  $2x - \frac{x}{\sqrt{x}+1} = 2 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{9}{4}$       ۲) ۱      ۳) ۲      ۴) صفر

۱۸۳ اگر  $\alpha$  ریشه‌ی معادله‌ی  $\sqrt[5]{x + \sqrt{x-2}} = \sqrt[4]{2-x} + \sqrt[5]{2x-2}$  حاصل  $\alpha^5 + \alpha^3$  کدام گزینه است؟

- ۱) ۱۰      ۲) ۲۰      ۳) ۳۰      ۴) ۴۰

۱۸۴ اگر  $\alpha$  ریشه‌ی معادله‌ی  $|x^2 + x + 1| = 0$  باشد، حاصل  $5\alpha^4 - 15\alpha^3$  کدام است؟

- ۱) ۱۵      ۲) -۱۵      ۳) ۲۰      ۴) -۲۰

۱۸۵ حاصل عبارت  $\sqrt{3 + 2\sqrt{3 + 2\sqrt{3 + 2\sqrt{3 + \dots}}}}$  کدام است؟

- ۱) ۴      ۲) ۳      ۳) ۲      ۴) ۱

۱۸۶ معادله‌ی  $\sqrt[3]{x-5} + \sqrt[3]{x+3} + \sqrt[3]{2-2x} = 0$  دارای چند ریشه می‌باشد؟

- ۱) دو ریشه      ۲) سه ریشه      ۳) یک ریشه      ۴) صفر

۱۸۷ معادله‌ی  $\sqrt[3]{3 + \sqrt{x}} + \sqrt[3]{3 - x} - \sqrt[3]{6} = 0$  دارای ..... می‌باشد.

- ۱) دو ریشه هم علامت      ۲) دو ریشه مختلف علامت      ۳) یک ریشه مثبت      ۴) یک ریشه منفی



۱۸۸) معادله‌ی خط  $(2k-1)x + (k+3)y + 7 = 0$  به ازاء جميع مقادير  $K$  از نقطه‌ی  $A$  عبور می‌نماید.

فاصله‌ی نقطه‌ی  $A$  تا مبدأ مختصات کدام است؟

- ①  $\sqrt{3}$  ② ۲ ③  $\sqrt{5}$  ④  $\sqrt{7}$

۱۸۹) از مبدأ مختصات خطی با شیب  $m$  رسم کرده‌ایم. این خط منحنی  $(x-3)^2 + y^2 = 1$  را در دو نقطه قطع

می‌نماید. حدود  $m$  کدامست؟

- ①  $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$  ②  $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, +\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$  ③  $\left(-\frac{\sqrt{2}}{4}, +\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$  ④  $(-1, +1)$

۱۹۰) از نقطه‌ی  $A(0, 2)$  خطی بر منحنی  $x^2 + y^2 = 1$  مماس کرده‌ایم مجموع شیب خطوط مماس کدام است؟

- ① صفر ② -۱ ③ ۱ ④  $\sqrt{2}$

۱۹۱) دو نقطه‌ی  $A$  و  $B$  واقع بر خط  $2x - y = 0$  از خط به معادله‌ی  $3x = 4y + 5$  به فاصله‌ی ۲ قرار دارند.

طول پاره‌خط  $AB$  کدام است؟

- ①  $\frac{4}{10}$  ②  $3\sqrt{2}$  ③  $4\sqrt{5}$  ④  $\frac{7}{10}$

۱۹۲) دو نقطه‌ی بر خط  $y = x - 2$  قرار دارد که فاصله‌ی آن‌ها تا خط به معادله‌ی  $x + 3y = 1$  برابر  $2\sqrt{10}$

می‌باشد. مجموع طول این دو نقطه کدام است؟

- ①  $\frac{1}{2}$  ②  $-\frac{1}{2}$  ③  $\frac{1}{2}$  ④  $-\frac{1}{2}$

۱۹۳) نقاط  $A(1, 4)$  و  $B(0, 2)$  و  $C(-1, -1)$  سه رأس مثلثی می‌باشند. طول ارتفاع دارد بر ضلع  $AB$  کدام

است؟

- ①  $\sqrt{5}$  ②  $\frac{\sqrt{5}}{5}$  ③  $2\sqrt{5}$  ④  $2\frac{\sqrt{5}}{5}$

۱۹۴) خط  $5x - 12y + 3 = 0$  بر دایره‌ای به مرکز  $(2, 0)$  مماس است. مساحت دایره کدام است؟

- ① ۲ ②  $\pi$  ③  $\frac{1}{2}$  ④  $2\pi$

۱۹۵) نقطه‌ای روی خط  $y = 2x - 1$  وجود دارد که از دو نقطه‌ی  $A(0, 1)$  و  $B(+2, -1)$  به یک فاصله است.

مجموع طول و عرض آن کدام گزینه است؟

- ① ۰ ② -۱ ③ +۱ ④  $\sqrt{5}$

۱۹۶) نقطه‌ی  $M$  روی خط  $y = x + 1$  از دو نقطه‌ی  $A(-3, +1)$  و  $B(0, -1)$  به یک فاصله می‌باشد.

$4(x_M^2 + y_M^2)$  کدام است؟

- ① ۱۵ ② ۲۴ ③ ۳۴ ④ ۱۰





۱۹۷ دایره‌ای محور  $y$  ها را در دو نقطه ۱ و ۵ قطع کرد، و مرکز آن روی نیمساز ناحیه‌ی اول قرار دارد. شعاع دایره کدام است؟

- ۱)  $\sqrt{11}$  ۲)  $\sqrt{13}$  ۳) ۳ ۴)  $\sqrt{14}$

۱۹۸ در مستطیل  $ABCD$  داریم  $A(6, -22)$  و  $B(2006, 178)$  و  $D(8, y)$  محیط مستطیل چند برابر  $\sqrt{101}$  است؟

- ۱) ۴۰۴ ۲) ۲۰۲ ۳) ۲۰۰ ۴) ۴۰۰

۱۹۹ نقطه‌ی  $O(2\alpha, \alpha + 1)$  مرکز دایره‌گذرنده بر دو نقطه  $A(0, 2)$  و  $B(2, 0)$  می‌باشد. شعاع دایره کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳)  $\sqrt{5}$  ۴)  $\sqrt{3}$

۲۰۰ در معادله‌ی  $x^4 + 2ax^2 + b = 0$  که یکی از ریشه‌ها  $\sqrt{\sqrt{3} - 2}$  است. مجموع  $a + b$  کدام گزینه است؟

- ۱) صفر ۲) -۱ ۳) +۱ ۴) ۳

۲۰۱ معادله‌ی  $x^4 - 5x^2 + a = 0$  به ازای چند عدد طبیعی  $a$  دارای ۴ ریشه‌ی حقیقی می‌باشد؟

- ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

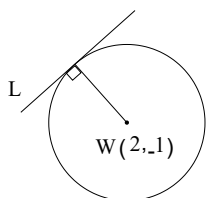
۲۰۲ مجموع ریشه‌های معادله‌ی  $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$  کدام گزینه است؟

- ۱) صفر ۲) ۶ ۳) ۲ ۴) -۲

۲۰۳ اگر دو خط  $2y - 3x = 1$  و  $y = mx + 5$  با هم موازی باشند، مقدار  $m$  کدام است؟

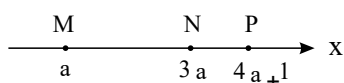
- ۱)  $\frac{2}{3}$  ۲)  $-\frac{2}{3}$  ۳) ۳ ۴) -۳

۲۰۴ خط  $L: 3x - 4y = 0$  بر دایره‌ای به مرکز  $W(2, -1)$  مماس است. شعاع دایره چقدر است؟



- ۱)  $\frac{2}{5}$  ۲) ۲ ۳) ۳ ۴)  $\frac{3}{5}$

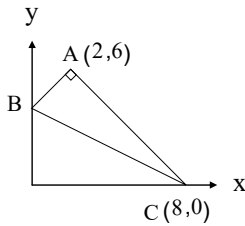
۲۰۵ در شکل مقابل داریم:  $2MN + MP = 22$ ، اندازه‌ی پاره خط  $NP$  کدام است؟



- ۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۰۶ در مثلثی با رئوس  $A(2, 5)$ ،  $B(3, 7)$  و  $C(-1, 5)$  معادله‌ی میانه‌ی وارد بر ضلع  $BC$  کدام است؟

- ۱)  $2x + y = 9$  ۲)  $x + y = 7$  ۳)  $y - x = 3$  ۴)  $x + 2y = 12$



۲۰۷ با توجه به شکل مقابل، عرض نقطه‌ی  $B$  کدام است؟

۴/۵ (۲)

۳/۵ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲۰۸ اگر نقاط  $A(2, 1)$ ،  $B(4, -3)$ ،  $C(6, 5)$  و  $D(a, b)$  مختصات رئوس متوازی‌الاضلاع  $ABCD$  باشند،

حاصل  $ab$  کدام است؟

صفر (۴)

۳۶ (۳)

۲۴ (۲)

۱۰۸ (۱)

۲۰۹ نقاط  $A(7, 5)$  و  $C(3, 9)$  دو رأس مقابل یک مربع هستند. محیط این مربع چقدر است؟

۲۴ (۴)

$4\sqrt{10}$  (۳)

۲۰ (۲)

۱۶ (۱)

۲۱۰ اگر سه نقطه‌ی متمایز  $A(4, 1)$ ،  $B(a+1, 2a-2)$  و  $C(a+3, 2a-5)$  در یک امتداد باشند، مقدار

$a$  کدام است؟

$\frac{17}{7}$  (۴)

$\frac{16}{7}$  (۳)

$\frac{15}{7}$  (۲)

۲ (۱)

۲۱۱ اگر فاصله‌ی نقطه‌ی  $A(a, a-1)$  از خط  $5x - 12y - 12 = 0$  برابر  $\frac{21}{13}$  باشد، حاصل ضرب مقادیر

متمايز کدام است؟

-۴۹ (۴)

-۲۵ (۳)

-۱۶ (۲)

-۹ (۱)

۲۱۲ از نقطه‌ی  $A(3, 2)$  خط  $y = 2x - 4$  را مماس بر دایره‌ای به مرکز  $W(-1, 2)$  رسم کرده‌ایم. فاصله‌ی

$A$  تا نقطه‌ی تماس چند برابر  $\frac{1}{\sqrt{5}}$  است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

۲۱۳ معادله‌ی خطی که محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول ۳- قطع کرده و بر خط  $2x + 3y = -1$  عمود باشد،

کدام است؟

$y - 3x = 2$  (۴)

$3y = 2x + 6$  (۳)

$2y + 3x = 9$  (۲)

$2y = 3x + 9$  (۱)

۲۱۴ دو نقطه‌ی  $A(-4, 7)$  و  $B(1, 5)$  دو سر قطری از دایره هستند. معادله‌ی قطری از دایره که از مبدأ

مختصات می‌گذرد کدام است؟

$2y - 5x = 0$  (۴)

$y - 4x = 0$  (۳)

$5y - 2x = 0$  (۲)

$y + 4x = 0$  (۱)

۲۱۵ اگر قطر یک مربع منطبق بر خط به معادله‌ی  $3x - 4y = 1$  و نقطه‌ی  $A(1, -2)$  یک رأس این مربع

باشد، محیط این مربع کدام است؟

$\sqrt{2}$  (۴)

$4\sqrt{2}$  (۳)

$8\sqrt{2}$  (۲)

$\frac{3}{\sqrt{2}}$  (۱)



۲۱۶ خط  $2x + y = 4$  بر دایره‌ای به مرکز  $O(1, 1)$  مماس است. اگر  $A(1, 2)$  نقطه‌ای روی خط مماس داده شده باشد، طول مماس  $AM$  کدام است؟ ( $M$  نقطه‌ی تماس خط و دایره است).

$$\frac{\sqrt{5}}{5} \quad (4)$$

$$\frac{2\sqrt{5}}{5} \quad (3)$$

$$\sqrt{5} \quad (2)$$

$$2\sqrt{5} \quad (1)$$

۲۱۷ فاصله‌ی نقطه‌ی برخورد دو خط  $y = 3x + 5$  و  $2x + y = -10$  از مبدأ مختصات کدام است؟

$$2\sqrt{5} \quad (4)$$

$$\sqrt{5} \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$25 \quad (1)$$

۲۱۸ اگر دو خط به معادله‌های  $(m+2)y = x + 3$  و  $y = (2m+1)x + 1$  بر هم عمود باشند،  $m$  کدام است؟

$$1 \quad (4)$$

$$-1 \quad (3)$$

$$-\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

۲۱۹ اگر خط به معادله‌ی  $ay + x = b$  بر خط به معادله‌ی  $ax + by = 1$  عمود باشد و از نقطه‌ی  $A(1, -2)$  بگذرد، آنگاه  $a + b$  کدام است؟ ( $a, b \neq 0$ )

$$-2 \quad (4)$$

$$\text{صفر} \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$-1 \quad (1)$$

۲۲۰ سه نقطه‌ی متمایز  $A(3, 2)$ ،  $B(m+1, m)$  و  $C(m^2, m+1)$  روی یک خط قرار دارند. در این صورت عرض از مبدأ خط کدام است؟

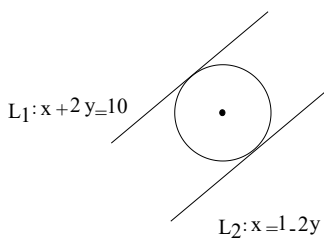
$$1 \quad (4)$$

$$-1 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$-4 \quad (1)$$

۲۲۱ دایره‌ای مطابق شکل، بر دو خط  $L_1$  و  $L_2$  مماس است. مساحت دایره چقدر است؟



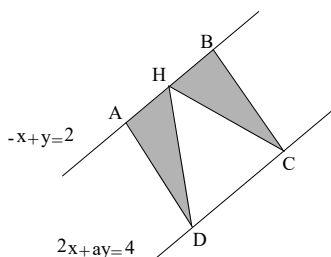
$$\frac{83\pi}{20} \quad (2)$$

$$\frac{3\pi}{20} \quad (4)$$

$$\frac{81\pi}{20} \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{20} \quad (3)$$

۲۲۲ در شکل زیر، چهارضلعی  $ABCD$  مربع و مثلث  $DCH$  متساوی‌الساقین است. مساحت قسمت هاشورخورده کدام است؟



$$\sqrt{8} \quad (2)$$

$$2 \quad (4)$$

$$4 \quad (1)$$

$$8 \quad (3)$$



۲۲۳ نقطه‌ی  $A(-3, 2)$  رأس مربعی است که یک قطر آن منطبق بر خط  $y - x = 4$  است. مساحت این مربع کدام است؟

- ①  $\frac{1}{2}$  ② ۱ ③  $\frac{2}{2}$  ④  $\sqrt{2}$

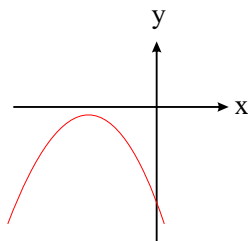
۲۲۴ اگر  $A(x-2, 0)$  و  $B(x, 2x)$  و فاصله‌ی نقطه‌ی  $M$  وسط  $AB$ ، از مبدأ مختصات  $\sqrt{5}$  باشد، مقادیر  $x$  کدام‌اند؟

- ①  $-1, 2$  ②  $-2, 1$  ③  $-1, 3$  ④  $-3, 2$

۲۲۵ مجموعه جواب معادله‌ی  $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+4} = \frac{1}{x-3}$  کدام است؟

- ①  $\{-1, \frac{1}{2}\}$  ②  $\{1, -\frac{1}{2}\}$  ③  $\{-1, -\frac{1}{2}\}$  ④  $\{1, \frac{1}{2}\}$

۲۲۶ شکل زیر مربوط به سهمی به معادله‌ی  $y = ax^2 + bx + c$  است، کدام گزینه صحیح است؟



① یکی از صفرهای تابع، منفی است.

②  $c < 0, b > 0, a < 0$

③  $c > 0, b < 0, a > 0$

④  $bc > 0, a < 0$

۲۲۷ در معادله‌ی  $4x^2 - 8x + c = 0$  یکی از ریشه‌ها ۳ واحد بزرگتر از ریشه‌ی دیگر است. در معادله‌ی  $2x^2 - x + c = 0$  حاصل ضرب ریشه‌ها کدام است؟

- ①  $-\frac{1}{2}$  ②  $\frac{1}{2}$  ③  $-5$  ④  $5$

۲۲۸ اگر  $k$  جواب معادله‌ی  $\sqrt{x+1} - \sqrt{2x-5} = 1$  باشد، جواب معادله‌ی  $\sqrt{x+k} = k$  کدام است؟

- ① ۶ ② ۳ ③ ۱۵ ④ ۹

۲۲۹ مجموعه جواب معادله‌ی  $\sqrt{169 - x^2} = x - 17$  کدام است؟

- ①  $[-13, 13]$  ②  $R$  ③  $[-13, 17]$  ④  $\emptyset$

۲۳۰ اگر  $x = 2$  جواب معادله‌ی  $\frac{(x^2 + 1)^2}{(x + k)^2} = \frac{1}{(k + 2)^2} + 2$  باشد، مقدار  $k$  کدام است؟

- ①  $-5, -1$  ②  $1, -2$  ③  $-5, 1$  ④  $1, 2$

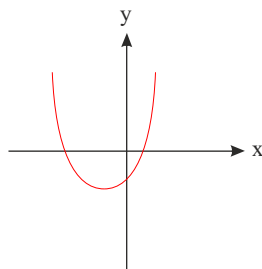
۲۳۱ عدد ۲ ریشه‌ی کدام یک از معادلات زیر است؟

①  $2\sqrt{x+2} + \sqrt{x-1} = 9$  ②  $\sqrt{2x+5} - \sqrt{x-1} = 3$

③  $\sqrt{3x-1} - \sqrt{x-2} = \sqrt{5}$  ④  $\sqrt{5x-1} + x = 6$



۲۳۲ اگر ضابطه سهمی مقابل به صورت  $f(x) = ax^2 + bx + c$  باشد، کدام گزینه درست است؟



- ۱  
۲  
۳  
۴  $abc > 0$

۲۳۳ اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $3x^2 - 21x + 8 = 0$  باشند، حاصل  $\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta$  کدام است؟

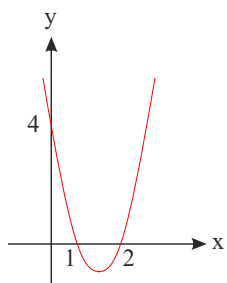
- ۱  $\frac{8}{3}$  ۲ ۴۹ ۳  $\frac{64}{9}$  ۴ ۷

۲۳۴ اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x^2 - 5x + 2 = 0$  باشند، حاصل  $(\alpha + 2)(\beta + 2)$  کدام است؟

- ۱ ۱۲ ۲ ۲۴ ۳ ۲۰ ۴ ۱۶

۲۳۵ «مستطیل طلایی» مستطیلی است که نسبت مجموع طول و عرض آن به طول مستطیل، برابر با نسبت طول به عرض آن باشد. نسبت طول به عرض این مستطیل کدام است؟

- ۱  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$  ۲  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$  ۳  $\frac{\sqrt{5}+2}{2}$  ۴  $\frac{\sqrt{5}-2}{2}$



۲۳۶ شکل مقابل، نمودار تابع  $f(x) = ax^2 + bx + c$  است. مقدار  $f(4)$  کدام است؟

- ۱ ۶ ۲ ۸ ۳ ۱۰ ۴ ۱۲

۲۳۷ اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین ریشه معادله  $x^4 - 20x^2 + 36 = 0$  چند برابر  $\sqrt{2}$  است؟

- ۱ ۸ ۲ ۲ ۳ ۶ ۴ ۴

۲۳۸ اگر  $y + 3x = 12$ ، بیشترین مقدار  $xy$  کدام است؟

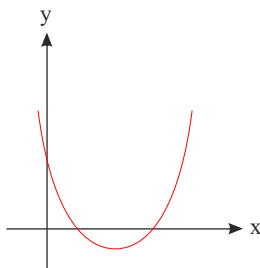
- ۱ ۱۲ ۲ ۲ ۳ ۱۸ ۴ ۲۴

۲۳۹ اگر فاصله دو خط موازی  $y = ax + b$  و  $y = 3x + 1$  برابر  $\frac{10}{2}$  باشد، کمترین مقدار  $a + b$  کدام است؟

- ۱ صفر ۲ -۱ ۳ ۹ ۴ -۹



۲۴۰ اگر شکل مقابل، نمودار تابع  $f(x) = x^2 - mx + m + \frac{5}{4}$  باشد، دقیق‌ترین محدوده‌ی  $m$  کدام است؟



۱  
۲  
۳  
۴  $m > -\frac{5}{4}$

۲۴۱ یک آشپز به همراه شاگردش غذایی را در ۷۲ دقیقه آماده می‌کند. اگر شاگرد بخواهد به تنهایی آن غذا را آماده کند، یک ساعت بیشتر از مدت زمانی طول می‌کشد که آشپز بخواهد آن را به تنهایی آماده کند. شاگرد آشپز آن غذا را به تنهایی در چند ساعت آماده می‌کند؟

۱  $\frac{1}{5}$  ۲ ۳ ۴  $\frac{2}{5}$

۲۴۲ اگر  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی متمایز باشند، خط گذرا از نقاط  $A(b, a)$  و  $B(a, b)$  همواره بر کدام خط عمود است؟

۱  $y + x = 0$  ۲  $y - 2x = 0$  ۳  $y - x = 0$  ۴  $x - 2y = 0$

۲۴۳ دو رأس غیر مجاور یک مربع روی خط به معادله  $3x - 4y = 1$  قرار دارند. اگر نقطه  $(2, 1)$  رأس دیگری از مربع باشد، در این صورت مساحت مربع کدام است؟

۱  $\frac{1}{5}$  ۲  $\frac{2}{25}$  ۳  $\frac{1}{10}$  ۴  $\frac{1}{2}$

۲۴۴ فاصله نقطه  $A(-2m + 1, 3m - 9)$  از دو محور مختصات به یک اندازه است. در این صورت  $OA$  برابر است با:

۱ ۳ یا ۵ ۲  $15\sqrt{2}$  یا  $5\sqrt{2}$  ۳  $15\sqrt{2}$  یا  $3\sqrt{2}$  ۴ ۲ یا ۸

۲۴۵ اگر محور تقارن سهمی به معادله  $y = x^2 - kx + 1$  به صورت  $x = -2$  باشد، کمترین مقدار سهمی کدام است؟

۱ -۳ ۲ -۲ ۳ ۲ ۴ ۳

۲۴۶ خط یک متروی تهران به طول ۶۰ کیلومتر، میدان تجریش را به فرودگاه امام متصل می‌کند. برای انجام یک آزمایش، قطاری این مسیر را از شمال به جنوب با سرعت ثابت  $V$  کیلومتر بر ساعت و بدون توقف طی می‌کند. اگر در مسیر جنوب به شمال از سرعت قطار  $km$  کم شود، زمان بازگشت نیم‌ساعت طولانی‌تر از زمان رفت می‌شود.

سرعت برگشت قطار کدام است؟  $\left( \frac{\text{جابه‌جایی}}{\text{زمان}} = \text{سرعت} \right)$

۱  $km$  ۲  $km$  ۳  $km$  ۴  $km$



۲۴۷) معادله  $\sqrt{x+1} - \sqrt{x+4} = 1$  چند ریشه حقیقی دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۴۸) صفرهای تابع  $f(x) = x^2 - 2mx + 12$  برابر  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{1}{2}$  است. مقدار  $|m - n|$  کدام است؟

- ۱۲ (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴)

۲۴۹) استادیومی به شکل مستطیل با دو نیم‌دایره در دو انتهای آن در حال ساخت است. اگر محیط استادیوم ۱۵۰۰ متر باشد، طول مستطیل چقدر باشد تا مساحت مستطیل حداکثر مقدار ممکن شود؟



- ۷۵۰ (۱) ۳۷۵ (۲)

- $\frac{750}{\pi}$  (۳)  $\frac{375}{\pi}$  (۴)

۲۵۰) خط  $L_1$  با شیب  $m_1 = 2$  محور  $x$  ها را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع می‌کند. اگر خط  $L_2$  محور  $y$  ها را در

نقطه‌ای به عرض ۳ قطع کند و با خط  $L_1$  موازی باشد، در این صورت فاصله دو خط موازی  $L_1$  و  $L_2$  کدام است؟

- $\frac{7\sqrt{5}}{5}$  (۱)  $\sqrt{5}$  (۲)  $\sqrt{13}$  (۳) ۳ (۴)

۲۵۱) حاصل ضرب جواب‌های حقیقی معادله  $(x^2 + 3)^2 - 5x^2 - 11 = 0$  کدام است؟

- ۴ (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۴ (۴)

۲۵۲) اگر داشته باشیم  $A(6, 5)$ ,  $B(4, 1)$  و  $C(-2, -1)$ ، فاصله نقطه  $A$  از عمود منصف پاره خط  $BC$  چند

برابر  $\sqrt{10}$  است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲)  $\frac{9}{10}$  (۳)  $\frac{9}{5}$  (۴)

۲۵۳) ۵۰ گرم از محلولی با غلظت ۶۰ درصد داریم. چند گرم ماده حل شدنی به آن اضافه کنیم تا غلظت محلول به

۸۰ درصد برسد؟

- ۱۰ (۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) ۵۰ (۴)

۲۵۴) اگر فاصله نقطه  $A(a, 1)$  از خط  $3x + 4y - a = 0$  برابر ۵ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای  $a$  کدام

است؟

- $-\frac{1}{2}$  (۱)  $-\frac{1}{2}$  (۲) -۳ (۳) -۴ (۴)

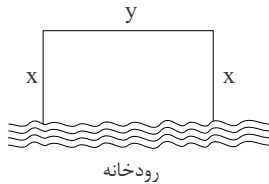
۲۵۵) معادله  $2 + \sqrt{2x^2 - 5x + 2} = x$  چند ریشه حقیقی دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)



۲۵۶ اگر به مرکز  $A(-2, 4)$  دایره‌ای به شعاع ۱ و به مرکز  $B(1, 0)$  دایره‌ای به شعاع ۴ رسم کنیم، این دو دایره یکدیگر را در چند نقطه قطع می‌کنند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) صفر ۴ (۴)



۲۵۷ قرار است در کنار یک رودخانه، محوطه‌ای مستطیل‌شکل ایجاد کنیم. برای این کار لازم است سه ضلع محوطه نرده‌کشی شود. اگر تنها هزینه ۱۰۰ متر نرده را در اختیار داشته باشیم و بخواهیم مساحت این مستطیل بیشترین مقدار ممکن گردد، مقدار  $x$  کدام است؟

- ۲۵ (۱) ۳۰ (۲)  $\frac{100}{3}$  (۳) ۳۵ (۴)

۲۵۸ اگر نمودار تابع درجه دوم  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) فقط از ناحیه اول محورهای مختصات عبور نکند، علامت  $a$ ،  $b$  و  $c$  چگونه‌اند؟

- ۱ (۱)  $a < 0, b < 0, c \geq 0$  (۲)  $a < 0, b \geq 0, c < 0$  (۳)  $a > 0, b \leq 0, c > 0$  (۴)  $a < 0, b < 0, c \leq 0$

۲۵۹ اگر یک جواب معادله  $\frac{\quad}{2x-4} + \frac{\quad}{x^2-4} = \frac{\quad}{x^2-x-6}$  برابر  $x = 5$  باشد، جواب دیگر کدام است؟

- ۱ (۱) -۲ (۲) ۱۱ (۳) ۴ (۴) ۶

۲۶۰ اگر نقاط  $A(3, 4)$  و  $B(-1, 6)$  دو رأس مقابل یک مربع باشند، اندازه مساحت مربع کدام است؟

- ۵ (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴)

۲۶۱ به ازای کدام مقدار  $k$  ریشه‌های معادله  $4x^2 + kx - 5 = 0$  معکوس ریشه‌های معادله  $x(5x + 3) = 4$  است؟

- ۱ (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) -۵ (۴) ۵

۲۶۲ اگر  $A(5, 2)$  و  $C(-3, 4)$  دو سر یک قطر یک مربع باشند، معادله قطر دیگر این مربع کدام است؟

- ۱ (۱)  $4x + y = 1$  (۲)  $4x + y = -1$  (۳)  $4x - y = -1$  (۴)  $4x - y = 1$

۲۶۳ نقاط  $A\left|\begin{smallmatrix} 3 \\ 4 \end{smallmatrix}\right|$ ،  $B\left|\begin{smallmatrix} 1 \\ -2 \end{smallmatrix}\right|$  و  $C$  سه رأس متوازی‌الاضلاع  $ABCD$  هستند. مجموع طول و عرض مختصات رأس  $D$  آن کدام است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۲۶۴ فاصله نقطه  $A(2, 1)$  از نقطه‌ای به طول ۴ روی خط  $3x + 2y = 2$  کدام است؟

- ۲ (۱) ۵ (۲)  $2\sqrt{10}$  (۳)  $\sqrt{10}$  (۴)





۲۶۵ خط  $d$  و  $d'$  بر هم عمودند. خط  $d$  محور  $x$  ها را در نقطه‌ای به طول ۳ و محور  $y$  ها را در نقطه‌ای به عرض  $۳\sqrt{3}$  قطع کرده است. اگر نقطه  $(-\sqrt{3}, -3)$  روی خط  $d'$  قرار داشته باشد، عرض نقطه برخورد دو خط کدام است؟

۴  $\frac{3\sqrt{3}-8}{4}$  (۴)

۴  $\frac{3\sqrt{3}-6}{4}$  (۳)

۴  $\frac{3\sqrt{3}-4}{4}$  (۲)

۴  $\frac{3\sqrt{3}-2}{4}$  (۱)

۲۶۶ اگر نقاط  $A(2, 1)$  و  $B(0, -1)$  و  $C(4, -4)$  رئوس مثلث  $ABC$  باشند، مختصات محل برخورد ارتفاع  $AH$  و ضلع کدام نقطه است؟

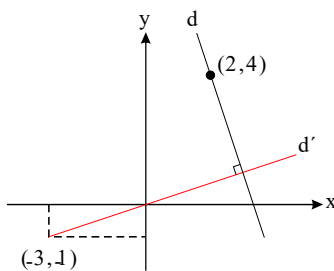
(۴)  $(\frac{8}{25}, \frac{31}{25})$

(۳)  $(-\frac{8}{25}, -\frac{31}{25})$

(۲)  $(-\frac{8}{25}, \frac{31}{25})$

(۱)  $(\frac{8}{25}, -\frac{31}{25})$

۲۶۷ در شکل زیر معادله خط  $d$  کدام است؟



(۴)  $y = -2x + 8$

(۱)

(۲)

(۳)

۲۶۸ عمودمنصف پاره خط  $AB$  که  $A(-2, 1)$  و  $B(2, 7)$  است، محور  $x$  ها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می کند؟

(۴) ۳

(۳) -۱

(۲) ۶

(۱) ۴

۲۶۹ عرض از مبدأ خطی که بر خط  $2y - 3x + 1 = 0$  عمود است و از نقطه‌ای به طول ۲ روی خط می گذرد، کدام است؟

(۴) -۳

(۳)  $\frac{1}{3}$

(۲)  $-\frac{2}{3}$

(۱) ۲

۲۷۰ معادله خطی که از محل برخورد دو خط  $y = 3x + 1$  و  $2x + 3y = 14$  می گذرد و با نیم‌ساز ربع دوم و چهارم موازی است، کدام است؟

(۴)  $-y + x + 3 = 0$

(۳)  $y + x - 3 = 0$

(۲)  $y + x + 5 = 0$

(۱)  $y + x - 5 = 0$

۲۷۱ دو انتهای یکی از قطرهای مستطیلی  $A(1, 7)$  و  $C(-4, 19)$  هستند. در صورتی که زاویه بین دو قطر مستطیل  $30^\circ$  باشد، مساحت مستطیل کدام است؟

(۴)  $\frac{169}{2}$

(۳)  $\frac{169\sqrt{3}}{4}$

(۲) ۱۶۹

(۱)  $\frac{169}{4}$

۲۷۲ نقاط  $A|_1$  و  $B|_{-2}$  و  $C|_1$  رئوس مثلث هستند. نوع مثلث و مساحت آن کدام است؟

(۴) قائم‌الزاویه و ۴

(۳) قائم‌الزاویه و ۶

(۲) متساوی‌الساقین و ۴

(۱) متساوی‌الاضلاع و ۶



۲۷۳) مجموع مقادیر  $m$  به طوری که به ازای آن‌ها دو خط  $mx + (m+1)y = 3$  و  $(m^2 - 1)x + m(m+2)y = 4$  برهم عمود باشند، کدام است؟

- ۱) ۲      ۲)  $-2$       ۳)  $-2$       ۴) صفر

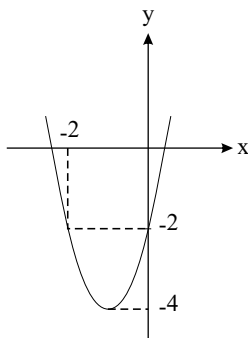
۲۷۴) اگر  $\frac{\alpha}{\alpha+1}$  و  $\frac{\beta}{\beta+1}$  ریشه‌های معادله  $x^2 + 2x - 5 = 0$  باشند، در این صورت  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های کدام معادله می‌باشند؟

- ۱)  $5x^2 - 8x - 7 = 0$       ۲)  $5x^2 + 9x + 7 = 0$       ۳)  $5x^2 + 8x + 2 = 0$       ۴)  $5x^2 + 8x + 7 = 0$

۲۷۵) اگر نقاط برخورد تابع  $f(x) = \frac{1}{5}x^2 + x - \frac{7}{5}$  با محورهای مختصات رئوس یک مثلث باشند، مساحت مثلث مورد نظر کدام است؟

- ۱) ۱۵      ۲) ۶۰      ۳) ۳۰      ۴) ۹۰

۲۷۶) با توجه به شکل زیر که مربوط به تابع درجه دوم  $f$  است، حاصل ضرب ریشه‌های معادله  $f(x) = 0$  کدام است؟



- ۱) ۱      ۲)  $-\frac{2}{3}$       ۳)  $-\frac{2}{3}$       ۴)  $-\frac{2}{3}$

۲۷۷) تعداد جواب‌های معادله  $\frac{x^2 - 1}{x^2 - 1} + \frac{x}{x+1} = \frac{x}{x^2 - x}$  کدام است؟

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) صفر

۲۷۸) اگر دو ماشین چمن‌زنی باهم کار کنند، می‌توانند در ۴ ساعت چمن یک زمین فوتبال را کوتاه کنند. با فرض اینکه سرعت کار یکی از آن‌ها دو برابر دیگری باشد، چند ساعت طول می‌کشد تا ماشین کندتر به تنهایی این کار را انجام دهد؟

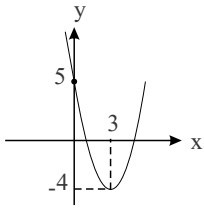
- ۱) ۶      ۲) ۱۰      ۳) ۱۲      ۴) ۱۵

۲۷۹) اگر  $A(-4, -1)$  و  $B(-2, -3)$  دو رأس غیرمجاور یک مربع باشند که مرکز آن روی خط  $my + (m-2)x = 1$  قرار داشته باشد، مساحت مربع چند برابر  $m$  است؟

- ۱) ۲      ۲) ۴      ۳)  $\sqrt{2}$       ۴)  $2\sqrt{2}$



۲۸۰ اگر صفرهای سهمی شکل زیر را  $\alpha$  و  $\beta$  در نظر بگیریم، تعداد صفرهای سهمی  $y = x^2 + \alpha x + \beta$  کدام است؟ ( $\alpha > \beta$ )



- ۱ (۲)  
بی شمار (۴)

- صفر (۱)  
۲ (۳)

۲۸۱ یک سهمی محور  $x$ ها را در نقاط  $x = 1$  و  $x = -3$  و محور  $y$ ها را در  $y = 2$  قطع می کند. در این صورت عرض نقطه ای به طول ۵ روی این سهمی کدام است؟

- (۱)  $-\frac{64}{5}$  (۲)  $-16$  (۳)  $-\frac{16}{3}$  (۴)  $-\frac{64}{3}$

۲۸۲ اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله  $x^2 - 2x - 6 = 0$  باشند، آن گاه حاصل عبارت  $(\alpha^2 - 6)^3 + 8\beta^3$  کدام است؟

- (۱) ۸۸ (۲) ۲۶۴ (۳) ۴۴ (۴) ۳۵۲

۲۸۳ معادله  $\frac{x}{x+1} - x = -1$  چند جواب حقیقی دارد؟

- صفر (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) بی شمار (۴)

۲۸۴ تعداد جواب های معادله  $\sqrt{3x^2 + 2x - 1} + \sqrt{2x + 2 + 3x^2} = 1$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

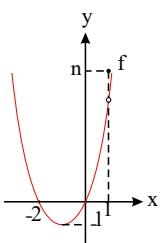
۲۸۵ فاصله دو خط موازی  $y = \frac{a}{6}x + 4$  و  $y = -\frac{b}{3}x - 1$  برابر ۳ است. حاصل  $ab$  کدام است؟

- (۱)  $-16$  (۲) ۱۶ (۳)  $-32$  (۴) ۳۲

۲۸۶ معادله  $mx^2 + (m-4)x - \frac{4}{m} = 0$  با ریشه های  $\alpha$  و  $\beta$  مفروض است. اگر  $\alpha^2 + \beta^2$  برابر ۱ باشد، آن گاه حاصل  $3\alpha^2 - 2\alpha - \beta$  کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱ (۳)  $-5$  (۴)  $-3$

۲۸۷ اگر تابع  $y = f(x)$  با نمودار زیر با تابع  $g(x) = \begin{cases} x^2 + bx + c \\ 4 \end{cases}$  برابر باشد، مقدار



- (۲) ۶ (۴) ۵

- (۱) ۴ (۳) ۳

$n + b + c$  کدام است؟



۲۸۸ دو ضلع مجاور یک مربع روی دو خط به معادلات  $mx + 2y = 3$  و  $x + (m+1)y = 1$  قرار دارند.  $m$  کدام است؟

- ①  $-\frac{2}{3}$       ②  $2$       ③  $\frac{2}{3}$       ④  $-\frac{2}{3}$

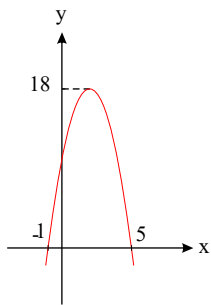
۲۸۹ دایره‌ای به مرکز  $(-1, 2)$  و به مساحت  $9\pi$  بر خط  $4y - 3x = k$  مماس است. مقدار  $k$  کدام می‌تواند باشد؟

- ①  $7$       ②  $-7$       ③  $-4$       ④  $4$

۲۹۰ مجموع مربعات ریشه‌های معادله  $x^2 + 7 = x^2 + 2x = (x-1)^4$  کدام است؟

- ①  $6$       ②  $8$       ③  $10$       ④  $12$

۲۹۱ اگر شکل داده شده نمودار تابع  $f(x) = ax^2 + bx + c$  باشد، آن گاه حاصل عبارت



$A = -3a + \frac{b}{2} - c$  کدام است؟

- ① صفر      ②  $2$       ③  $4$       ④  $-2$

۲۹۲ معادله  $\frac{x^2 + ax + 4}{x^2 - 2x - 3} = 0$  فقط یک ریشه دارد. چند مقدار برای  $a$  ممکن است؟

- ①  $1$       ②  $2$       ③  $3$       ④  $4$

۲۹۳ به ازای چند مقدار  $a$ ،  $x = -1$  جواب معادله  $\sqrt{x^2 + ax + 17} = ax - 2$  است؟

- ① صفر      ②  $1$       ③  $2$       ④  $3$

۲۹۴ دایره‌ای که مرکز آن روی خط  $y = x - 1$  قرار دارد، بر دو خط  $y = \frac{-3}{4}x$  و  $3x + 4y = 6$  مماس است.

فاصله مرکز دایره تا مبدأ مختصات کدام است؟

- ①  $1$       ②  $\sqrt{2}$       ③  $\sqrt{3}$       ④  $2$

۲۹۵ جواب معادله  $\frac{1}{\sqrt{x-3}} - \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$  در کدام بازه قرار دارد؟

- ①  $(0, 3)$       ②  $(3, 6)$       ③  $(-1, 2)$       ④  $(5, 7)$



## پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

معادله ی درجه ی دومی که ریشه هایش  $k$  واحد بیشتر از ریشه های معادله ی  $ax^2 + bx + c = 0$  می باشد به صورت زیر است:

$$a(x - k)^2 + b(x - k) + c = 0$$

پس کافی است  $x$  را به  $x - 1$  تبدیل کنیم.

$$3(x - 1)^2 + 7(x - 1) + 1 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 6x + 3 + 7x - 7 + 1 = 0 \Rightarrow 3x^2 + x - 3 = 0$$

برای مقایسه با  $x^2 + ax + b = 0$  معادله را بر ۳ تقسیم می کنیم.

$$x^2 + \frac{1}{3}x - 1 = 0 \rightarrow a = \frac{1}{3}, b = -1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲ شرط آنکه سه خط در یک نقطه همدیگر را قطع کنند آن است که محل تلاقی دو خط در معادله ی خط سوم صدق کند.

$$\begin{cases} \Rightarrow x = a, y = -2a \end{cases}$$

$$A \left| \begin{array}{c} \text{صدق در خط سوم} \\ 2y + ax + 5 = 0 \end{array} \right. \rightarrow -4a + a^2 + 5 = 0 \Rightarrow a^2 - 4a + 5 = 0$$

این سه خط هیچگاه متقارب نیستند.  $\rightarrow$  ریشه ی حقیقی ندارد  $\rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 16 - 20 = -4 < 0$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳

$$x_1 + x_2 = -\frac{a}{a} = -4, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{a}{a} = -1$$

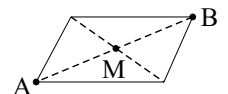
$$\left(\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}\right)^2 = \left(\frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2}\right)^2 = \left(\frac{(-4)^2 - 2(-1)}{-1}\right)^2 = (-18)^2 = 324$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴

مختصات نقطه ی  $A$  در هیچ یک از معادلات دو خط صدق نمی کند پس نقطه  $A$  روی این دو خط قرار ندارد و چون این دو خط، موازی نیستند

کافی است با این دو خط تشکیل دستگاه دهیم تا مختصات نقطه ی  $B$  بدست آید.

$$\begin{cases} 3 \\ -2 \end{cases} \begin{cases} 3y + 4x = 8 \\ -17x = 17 \end{cases} \Rightarrow x = -1, y = 4 \Rightarrow B \left| \begin{array}{c} -1 \\ 4 \end{array} \right.$$



می دانیم نقطه ی  $M$  وسط پاره خط  $AB$  قرار دارد یعنی:

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-1 + 1}{2} = 0, \quad y_M = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{4 + 4}{2} = 4$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۵

روش اول: اگر  $t$  ریشه‌ی معادله‌ی جدید و  $x$  ریشه‌ی معادله‌ی قدیم باشد آن‌گاه:

$$t = \frac{16}{x} \Rightarrow x = \frac{16}{t} \xrightarrow{\text{معادله}} \frac{16}{t^2} - \frac{14}{t} + 3 = 0 \xrightarrow{\times t^2} 16 - 14t + 3t^2 = 0 \rightarrow 3t^2 - 14t + 16 = 0$$

$$\frac{3x^2 + ax + 10 = 0}{\text{مقایسه با } 3x^2 + ax + 10 = 0} \rightarrow a = -14, b = 16$$

روش دوم: ابتدا معادله‌ی درجه‌ی دومی مینویسیم که ریشه‌هایش معکوس ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم داده شده باشد سپس معادله‌ی درجه‌ی دومی می‌نویسیم که ریشه‌هایش دو برابر ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم بدست آمده باشد پس جای  $a$ ،  $c$  را عوض کرده و سپس  $b$  را در ۲ و  $c$  را در ۲ ضرب کنیم.

$$4x^2 - 7x + 3 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 7x + 4 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 14x + 16 = 0$$

این معادله را با  $3x^2 + ax + b = 0$  مقایسه می‌کنیم و داریم:

$$a = -14, b = 16$$

توجه کنید ریشه‌های معادله‌ی  $cx^2 + bx + a = 0$  عکس ریشه‌های معادله‌ی  $ax^2 + bx + c = 0$  است. و ریشه‌های معادله‌ی  $ax^2 + b'x + c' = 0$  برابر ریشه‌های معادله‌ی  $ax^2 + bx + c = 0$  می‌باشند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶

$$P = x_1 \cdot x_2 = a = -1, S = x_1 + x_2 = a = 5$$

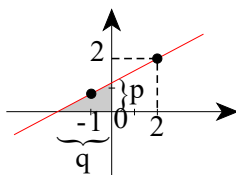
$$\frac{x^3}{x_1^2} + \frac{x^3}{x_2^2} = \frac{x^3 + (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)}{(x_1x_2)^2} = \frac{140}{(x_1x_2)^2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷ چون مجموع ریشه‌ها برابر  $a$  یعنی  $a^2 + \frac{1}{a^4}$  و حاصلضرب ریشه‌ها برابر  $a$  یعنی  $\frac{1}{a^2} \times \frac{1}{a^4} = \frac{1}{a^6}$  می‌باشد پس ریشه‌ها  $a^2$  و  $\frac{1}{a^4}$  می‌باشند در نتیجه داریم:

$$\frac{x^3}{x_1^2} + \frac{x^3}{x_2^2} = \frac{\left( \begin{matrix} \phantom{x} \\ \phantom{x} \end{matrix} \right)}{\left( \begin{matrix} 1 \\ a^4 \end{matrix} \right)} + \frac{\left( \begin{matrix} \phantom{x} \\ \phantom{x} \end{matrix} \right)}{a^2} = a^6 + \frac{1}{a^6}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

ابتدا معادله‌ی خطی که از دو نقطه‌ی  $A$  و  $B$  می‌گذرد را می‌نویسیم.



$$AB: \frac{y - y_A}{x - x_A} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \rightarrow \frac{y - 1}{x + 1} = \frac{2 - 1}{2 - (-1)} = \frac{1}{3} \rightarrow 3y - 3 = x + 1 \rightarrow 3y = x + 4$$

حال عرض از مبدا و طول از مبدا خط را حساب می‌کنیم.



$$x = \cdot \rightarrow y = \frac{4}{3} : q, \quad y = \cdot \rightarrow x = -4 : p$$

$$S = \frac{1}{2}|pq| = \frac{1}{2} \left| -\frac{16}{3} \right| = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

اگر بخواهیم دو ریشه ی متمایز داشته باشیم  $\Delta$  باید بزرگتر از صفر باشد پس داریم:

$$2x^2 + ax + a - \frac{1}{2} = \cdot$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = a^2 - 8a + 12 > 0 \Rightarrow (a - 2)(a - 6) > 0$$

$$\rightarrow \frac{a}{\text{عبارت} < 0} \left| \begin{array}{c} -\infty \\ + \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad + \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \right.$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰ ابتدا شیب خط گذرنده از دو نقطه ی  $A \left| \frac{8}{3} \right.$  و  $B \left| \frac{1}{3} \right.$  را بدست می آوریم.

$$m_{AB} = \frac{-}{x_A - x_B} = \frac{-}{2 - 8} = \frac{-}{-6} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{عمود}} m_{\text{دسته خط}} = -\frac{3}{1}$$

$$m_{\text{دسته خط}} = -\frac{3}{k+1} = -\frac{3}{2} \rightarrow 4k = 3k + 3 \rightarrow k = 3$$

$$k = 3 \xrightarrow{\text{معادله ی دسته خطوط} \div 2} 4y + 6x - 2 = 0 \rightarrow 2y + 3x = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱ گزینه ای درست است که نقطه ی  $A \left| \frac{1}{3} \right.$  در آن صدق کند و در ضمن شیب خط برابر ۱- باشد زیرا:

$$y = x + 1 \rightarrow m = 1 \xrightarrow{\text{عمود}} m' = -1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲ نقطه ی  $A \left| \frac{1}{3} \right.$  را روی خط  $y = x - 1$  در نظر گرفته و فاصله ی آن را از خط  $2x - 3y = 5$  بدست آورده

و مساوی  $\sqrt{13}$  قرار می دهیم.

$$\left\{ \begin{array}{l} A \left| \frac{1}{3} \right. \\ 2x - 3y - 5 = 0 \end{array} \right. \rightarrow AH = \frac{|-\alpha - 2|}{\sqrt{4+9}} = \frac{|-\alpha - 2|}{\sqrt{13}} = \sqrt{13} \rightarrow |-\alpha - 2| = 13$$

$$-\alpha - 2 = 13 \rightarrow \alpha = -15, \quad -\alpha - 2 = -13 \rightarrow \alpha = 11$$

توجه کنید فاصله ی نقطه ی  $A \left| \frac{1}{3} \right.$  از خط به معادله ی  $ax + by + c = 0$  از رابطه ی  $AH = \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  به دست می آید.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳ معادله را به صورت  $mx^2 + 3x + m^2 - 2 = 0$  مرتب می کنیم.

$$x' = \frac{1}{x''} \Rightarrow x'x'' = 1 \Rightarrow \frac{1}{a} = 1 \Rightarrow \frac{m^2 - 2}{m} = 1 \Rightarrow m^2 - 2 = m \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0$$



معادله  
 $m = 2 \rightarrow 2x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 9 - 16 = -7 < 0$  غیر قابل قبول

معادله  
 $m = -1 \rightarrow -x^2 + 3x - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4 = 5 > 0$  قابل قبول

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

دو عدد متوالی را  $x$  و  $x + 1$  در نظر می گیریم.

$$x^2 + (x + 1)^2 = 925 \Rightarrow x^2 + x^2 + 2x + 1 = 925 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 924 = 0$$

$$x^2 + x - 462 = 0 \Rightarrow x_1, x_2 = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 1848}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 21 \\ x_2 = -22 \end{cases} \Rightarrow 21 + (21 + 1) = 43$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

$$P = \frac{a}{(k^2 + 1)^2} < 0$$

چون  $a < 0$ ، بنابراین معادله‌ی فوق دارای دو ریشه‌ی متمایز مختلف علامت است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

برای داشتن دو ریشه‌ی حقیقی متمایز باید  $\Delta > 0$  باشد.  $(b^2 - 4ac > 0)$

$$\Delta = 16 - 4k > 0 \Rightarrow k < 4 \Rightarrow x'x'' = \frac{a}{c} = k \Rightarrow x'x'' < 4$$

۱۷ ۱ ۲ ۳ ۴ شرط آنکه معادله‌ی درجه‌ی دوم دارای دو ریشه‌ی حقیقی منفی باشد آن است که  $\Delta > 0$  و  $a > 0$  و  $a < 0$

باشد (ضرب دو ریشه مثبت و جمع دو ریشه باید منفی باشد) که فقط در گزینه‌ی چهارم صدق می کند.

$$\text{گزینه‌ی چهارم: } \begin{cases} \Delta = b^2 - 4ac = (k^2 + 3)^2 - 4(k^2 + 2) = k^4 + 2k^2 + 1 > 0 \\ = + 2 > 0 \\ - = - - 3 < 0 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

$$(x^2 + 2)^2 - 4(x^2 + 2) + 3 = 0 \xrightarrow{x^2 + 2 = A} A^2 - 4A + 3 = 0$$

$$\Rightarrow (A - 1)(A - 3) = 0 \begin{cases} A = 1 \Rightarrow x^2 + 2 = 1 \Rightarrow x^2 = -1 \Rightarrow \text{ریشه‌ی حقیقی ندارد} \\ A = 3 \Rightarrow x^2 + 2 = 3 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \end{cases}$$

۱۹ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به صورت سؤال  $(x - a)(x - b) = -1$ ، خط  $y = -1$  منحنی  $y = (x - a)(x - b)$  را در دو نقطه

قطع می کند پس هر خط بالای  $y = -1$  منحنی را در دو نقطه قطع می کند. با توجه به گزینه‌ها گزینه‌ی چهارم، خط  $y = 2$  منحنی را در دو نقطه قطع می کند.

۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴ در یک معادله‌ی درجه‌ی دوم با ضرایب گویا اگر یک ریشه‌ی معادله،  $\alpha + \sqrt{\beta}$  باشد ریشه‌ی دیگر





$\alpha - \sqrt{\beta}$  است پس ریشه‌ی دیگر معادله  $3 + \sqrt{5}$  می‌باشد. در نتیجه:

$$x_1 = 3 - \sqrt{5}, x_2 = 3 + \sqrt{5} \Rightarrow \begin{cases} S = x_1 + x_2 = 6 \\ P = x_1 \times x_2 = (3 - \sqrt{5}) \times (3 + \sqrt{5}) = 9 - 5 = 4 \end{cases}$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \rightarrow x^2 - 6x + 4 = 0.$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱

$$x_1 - x - 1 = 0 \rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{a}{a} = 1, \quad x_1 x_2 = \frac{a}{a} = -1$$

$$(x_1 + 1)(x_2 + 1) = x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1 = -1 + 1 + 1 = 1$$

به حاصل ضرب ریشه‌ها، ۲ واحد اضافه شده است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲

$$x^2 - 3x + 1 = 0 \rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{a}{a} = 3, \quad x_1 x_2 = \frac{a}{a} = 1$$

$$x_1^4 + x_2^4 + 2x_1^2 x_2^2 = (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2x_1 x_2 = ((x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2)^2 = (9 - 2)^2 = 49$$

اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله‌ی  $ax^2 + bx + c = 0$  باشند ( $x_1, x_2 > 0$ ) حاصل  $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$  از رابطه‌ی  $\sqrt{S + 2\sqrt{P}}$  به دست می‌آید.

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{a}{a} = 8, \quad P = x_1 \cdot x_2 = \frac{a}{a} = 4$$

$$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{S + 2\sqrt{P}} = \sqrt{8 + 2\sqrt{4}} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

چون مجموع ضرایب معادله صفر است. پس یک ریشه‌ی معادله (۱) و ریشه‌ی دیگر  $a$  است. یعنی  $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$ .

همانطور که مشاهده می‌کنید هر دو ریشه‌ی معادله، مثبت هستند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵

روش اول: اگر ریشه‌ی معادله‌ی جدید را  $y$  و ریشه‌ی معادله‌ی قدیم را  $x$  در نظر بگیریم داریم:

$$y = \frac{x}{x} \Rightarrow x = \frac{y}{y}$$

$$\xrightarrow{\text{معادله}} 5\left(\frac{y}{y}\right)^2 - 13\left(\frac{y}{y}\right) - 1 = 0 \Rightarrow \frac{5}{y^2} - \frac{13}{y} - 1 = 0.$$

$$\xrightarrow{\times y^2} 5 - 13y - y^2 = 0 \Rightarrow y^2 + 13y - 5 = 0.$$

روش دوم: کافی است فقط جای  $a$  و  $c$  را عوض کنید. (ریشه‌های معادله‌ی  $ax^2 + bx + c = 0$  و  $cx^2 + bx + a = 0$  عکس یکدیگر می‌باشند)

$$-x^2 - 13x + 5 = 0 \Rightarrow x^2 + 13x - 5 = 0.$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

معادله‌ی درجه‌ی دومی که ریشه‌هایش  $k$  واحد بیشتر از ریشه‌های معادله‌ی  $ax^2 + bx + c = 0$  می‌باشد به صورت زیر است:



$$a(x-k)^2 + b(x-k) + c = 0$$

پس کافی است  $x$  را به  $x - 5$  تبدیل کنیم.

$$m(x-5)^2 - 2(x-5) + 1 = 0 \rightarrow mx^2 - 10mx + 25m - 2x + 10 + 1 = 0$$

$$\rightarrow mx^2 - 2(5m+1)x + 25m + 11 = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷

$$\sqrt{3} + \sqrt{x-x^3} = \sqrt{3} \Rightarrow 2 \text{ توان } 3 \Rightarrow 3 + \sqrt{x-x^3} = 3$$

$$\Rightarrow \sqrt{x-x^3} = 0 \Rightarrow x-x^3 = 0 \Rightarrow x(1-x)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \end{cases}$$

هر سه  $x$  بدست آمده در معادله صدق می کنند و مجموع ریشه ها صفر است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

$$x = -\frac{1}{2a} = -\frac{1}{2} \text{ محور تقارن}$$

$x$  بدست آمده را در تابع  $y = \frac{1}{4x}$  قرار داده  $y$  را بدست می آوریم.

$$x = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{2(-) - 1}{4(-)} = \frac{-2}{-2} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹ وتر مشترک دو تابع درجه ی دوم، خطی است که محل تلاقی دو منحنی را به هم وصل می کند لذا دو منحنی را برابر هم قرار می دهیم:

$$\begin{cases} y = x^2 - 4x + 5 \\ y = -x^2 + 2x \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 5 = -x^2 + 2x \Rightarrow 2x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow \Delta = 36 - 40 < 0$$

معادله ی تلاقی ریشه ندارد، پس دو منحنی همدیگر را قطع نمی کنند و وتر مشترک ندارند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰ چون مجموع ضرایب برابر صفر است یکی از ریشه ها ۱ و دیگری  $a$  یعنی ۲ است.

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow 1^8 + 2^8 = 1 + 256 = 257$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۱ در تابع درجه ی دوم وقتی ضریب  $x^2$ ، منفی است تابع فقط  $Max$  دارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۲ در تابع درجه ی دوم وقتی ضریب  $x^2$ ، مثبت است تابع فقط  $Min$  دارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۳

هر نقطه ای روی محور عرض قرار دارد طولش صفر است یعنی طول نقطه ی  $S$  برابر صفر می باشد.

$$x = \frac{1}{2a} = 0 \Rightarrow b = 0$$



عرض نقطه‌ی  $S$  برابر یک می باشد.

با توجه به شکل  $y=1$  ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۴

$$y_s = 1 \rightarrow \frac{4 - a^2}{4a} = 1 \Rightarrow \frac{4 - a^2}{4} = 1 \Rightarrow 4 - a^2 = 4 \Rightarrow a = 0$$

اگر فقط یکی از ریشه‌ها برابر صفر باشد باید  $c = 0$  باشد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۵

$$c = 0 \Rightarrow m^2 - 3m + 2 = 0 \Rightarrow (m - 1)(m - 2) = 0 \Rightarrow m = 1, m = 2$$

$$\begin{cases} m = 1 \xrightarrow{\text{معادله}} 2x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \\ m = 2 \xrightarrow{\text{معادله}} 2x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x(2x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases} \end{cases}$$

پس به ازای  $m = 2$  فقط یکی از ریشه‌ها برابر صفر است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۶

$$S = \text{مجموع ریشه‌ها} = -\frac{a}{1} = 4 \Rightarrow a = -4$$

$$P = \text{ضرب ریشه‌ها} = \frac{a}{1} \xrightarrow{a=-4} P = -4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۷

$$x' + x'' = -\frac{a}{1} = 4, \quad x' \cdot x'' = \frac{a}{1} = -4$$

$$x'^4 x'' + x''^4 x' = x' x'' (x'^3 + x''^3) = x' x'' \left( (x' + x'')^3 - 3x' x'' (x' + x'') \right) = -4(64 - 24) = 16$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۸

$$\alpha + \beta = -\frac{a}{1} = 3, \quad \alpha \cdot \beta = \frac{a}{1} = -1$$

چون هر دو ریشه مثبت هستند می توانیم تفکیک کنیم.

$$\sqrt{\beta} + \sqrt{\alpha} \xrightarrow{\sim} \frac{\beta}{\sqrt{\beta}} + \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha}} = \frac{\beta}{\sqrt{\alpha \cdot \beta}} = \frac{3}{\sqrt{-1}} = 3i$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۹

$$x_1 + x_2 = -\frac{a}{1} = 3, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{a}{1} = -1 \Rightarrow x_1 = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i, \quad x_2 = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i \Rightarrow c^2 + ab = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۰

معادله را به صورت  $3x^2 + 11x - 2m - 7 = 0$  مرتب می کنیم.

$$x_1 = \frac{-11 \pm \sqrt{121 - 4(3)(-2m-7)}}{2(3)} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = -1 \Rightarrow \frac{-2m-7}{3} = -1 \Rightarrow -2m-7 = -3 \Rightarrow m = -2$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۴۱

$$x' = \frac{1}{4x''} \Rightarrow \frac{x'}{x''} = \frac{4}{x'}$$

شرط آن که در یک معادله درجه دوم یک ریشه،  $k$  برابر ریشه دیگر باشد (یعنی  $x' = kx''$ ) آن است که داشته باشیم:

$$\frac{ac}{k} = \frac{25}{4} \Rightarrow a = \pm \frac{25}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۲

$x_1, x_2$  ریشه های معادله هستند پس در معادله صدق می کنند.

$$\text{صدق در معادله} \quad x_1 \rightarrow x_1^2 - 3x_1 - 4 = 0 \rightarrow -3 = 4$$

$$\text{صدق در معادله} \quad x_2 \rightarrow x_2^2 - 3x_2 - 4 = 0 \rightarrow x_2^2 - 3x_2 = 4$$

$$A = (x_1^2 - 3x_1)^3 + (x_2^2 - 3x_2)^3 = 4^3 + 4^3 = 64 + 64 = 128$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۳

شرط مثبت بودن یک عبارت درجه دوم آن است که  $a > 0$  و  $\Delta < 0$  باشد.

برقرار است

$$\Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow 4a^2 - 12 < 0 \Rightarrow 4a^2 < 12$$

$$\Rightarrow a^2 < 3 \Rightarrow -\sqrt{3} < a < \sqrt{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۴

$$y = 2x^2 + mx - x + 1 \Rightarrow y = 2x^2 + (m-1)x + 1$$

شرط آنکه منحنی تابع درجه دوم بر محور  $x$  ها مماس باشد آن است که  $\Delta = 0$  باشد.

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (m-1)^2 - 4 = 0$$

$$\Rightarrow (m-1)^2 = 4 \Rightarrow m-1 = \pm\sqrt{4} \Rightarrow m = 1 \pm 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۵

عرض محل تلاقی سهمی با محور تقارنش همان عرض رأس سهمی ( $S$ ) است.

$$\frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۶

$$y = (x-1)(x^2 - ax + a) = 0 \xrightarrow{y=0} x-1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$x^2 - ax + a = 0 \text{ باید } \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow a^2 - 4(1)(a) > 0 \Rightarrow a^2 - 4a > 0$$

$$\Rightarrow a(a-4) > 0 \Rightarrow \begin{array}{c|c} -\infty & +\infty \\ \hline a^2 - 4a < 0 & + \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad + \end{array} \Rightarrow a < 0 \text{ یا } a > 4$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۴۷

می دانیم:  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$$x_1^3 - 3x_1^2x_2 + 3x_1x_2^2 - x_2^3 = (x_1 - x_2)^3 = \left(\frac{\Delta}{|a|}\right)^3$$

$$= \left(\frac{\bar{b}^2 - 4ac}{|1|}\right)^3 = \left(\frac{9 + 4}{1}\right)^3 = (\sqrt{13})^3 = 13\sqrt{13}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۸

$$x_1x_2 = a \Rightarrow (\sqrt{7} - 2)x_2 = 1 \Rightarrow x_2 = \frac{1}{\sqrt{7} - 2}$$

گویا می کنیم

$$\rightarrow x_2 = \frac{1}{\sqrt{7} - 2} \times \frac{\sqrt{7} + 2}{\sqrt{7} + 2} = \frac{\sqrt{7} + 2}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۹

$$x_1 + x_2 = -2 \rightarrow a = -2 \Rightarrow \frac{-k}{4} = -2 \Rightarrow k = 8 \Rightarrow 4x^2 + 8x - 21 = 0$$

$$\Rightarrow (2x - 3)(2x + 7) = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}, x = -\frac{7}{2}$$

البته برای حل معادله‌ی درجه‌ی دوم  $4x^2 + 8x - 21 = 0$  می‌توانید از روش دلتا هم استفاده کنید.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۰

کافی است یک رابطه‌ی دیگر، بین ریشه‌ها بنویسیم و با رابطه‌ی داده شده تشکیل دستگاه دهیم.

$$x_1 + x_2 = -a = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{1}{2} \\ x_1 + 2x_2 = -\frac{1}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{دستگاه}} x_2 = 3 \xrightarrow{\text{صنق در معادله}} 18 - 3 + k = 0 \Rightarrow k = -15$$

معادله‌ی  $2x^2 - 12x - 9q = 0$  مفروض است، می‌خواهیم معادله‌ی درجه‌ی دومی بنویسیم که ریشه‌هایش ثلث

ریشه‌های این معادله باشند. اگر  $y$  ریشه‌ی معادله‌ی جدید و  $x$  ریشه‌ی معادله‌ی قدیم باشد داریم:

$$y = x \xrightarrow{\text{معادله}} x = 3y \rightarrow 2(3y)^2 - 12(3y) - 9q = 0 \Rightarrow 18y^2 - 36y - 9q = 0$$

$$\xrightarrow{\div 18} y^2 - 2y - \frac{1}{2}q = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - \frac{1}{2}q = 0$$

این معادله را با  $x^2 - px - 1 = 0$  مقایسه کرده و داریم:



$$p = 2, q = 2 \Rightarrow pq = 4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۲

۱ -  $x$  را برابر  $t$  قرار می دهیم.

$$x - 1 = t \Rightarrow t^2 + 2\sqrt{3}t - 6 = 0$$

$$\Rightarrow t_{1,2} = \frac{-2\sqrt{3} \pm \sqrt{12 + 24}}{2} = \frac{-2\sqrt{3} \pm 6}{2} = -\sqrt{3} \pm 3$$

$t$  بزرگ تر به صورت  $3 + \sqrt{3}$  است، لذا داریم:

$$t = -\sqrt{3} + 3 \xrightarrow{t=x-1} x - 1 = -\sqrt{3} + 3 \Rightarrow x = 4 - \sqrt{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۳

$$\frac{1}{a-x} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x} \xrightarrow{\times x(a-x)} x^2 - (a-x)^2 = a(a-x) \Rightarrow x^2 - (a^2 - 2ax + x^2) = a^2 - ax$$

$$\Rightarrow x^2 - a^2 + 2ax - x^2 - a^2 + ax = 0 \Rightarrow 2a^2 = 3ax \Rightarrow 3x = 2a \Rightarrow x = \frac{2a}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۴

فرض مسأله آن است که  $\alpha = 2\beta^2$  می باشد.

$$\alpha\beta = a \Rightarrow 2\beta^2 \times \beta = \frac{27}{4} \Rightarrow 2\beta^3 = \frac{27}{4} \Rightarrow \beta^3 = \frac{27}{8} \Rightarrow \beta = \frac{3}{2} \Rightarrow \alpha = 2 \times \frac{9}{4} = \frac{18}{4}$$

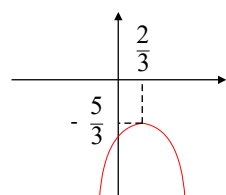
$$\alpha + \beta = \frac{18}{4} + \frac{3}{2} = \frac{18+6}{4} = \frac{24}{4} = 6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۵

$$y = x^2 - 2 \xrightarrow{\text{۲ واحد به سمت راست}} y = (x-2)^2 - 2 \xrightarrow{\text{یک واحد به سمت بالا}} y = (x-2)^2 - 2 + 1$$

$$\Rightarrow y = x^2 - 4x + 3 \Rightarrow (c, d) = (4, 3)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۶



چون  $\Delta$  منفی است ( $16 - 36 = -20$ ) سهمی محور  $x$  را قطع نمی کند و چون ضریب  $x^2$  منفی است دارای  $Max$  است پس حتماً از ناحیه ی سوم و چهارم می گذرد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۷

چون تابع بر محور  $x$  مماس است پس  $\Delta = 0$  است.

$$\Delta = 0 \rightarrow b^2 - 4ac = 0 \rightarrow 4 - 4(m+1)(m-1) = 0$$



$$\rightarrow 4 - 4(m^2 - 1) = 0 \rightarrow m^2 - 1 = 1 \rightarrow m^2 = 2 \rightarrow \begin{cases} m = \sqrt{2} \\ m = -\sqrt{2} \end{cases}$$

از طرفی تابع  $y$  در بالای محور  $x$  ها قرار دارد لذا دارای  $Min$  است. به عبارت دیگر ضریب  $x^2$  باید بزرگ تر از صفر باشد. در نتیجه می توان نوشت:

$$x^2 \text{ ضریب} = m + 1 > 0 \Rightarrow m > -1 \xrightarrow{m = \pm \sqrt{2}} m = \sqrt{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۸

$$\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}, \quad \log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}}, \quad \log_k^{a^n} = n \log_k^a \quad \text{می دانیم:}$$

$$a + b = S = -\frac{1}{a} = 1.0, \quad ab = P = \frac{1}{a} = \frac{1}{1.0}$$

$$\log a + \log b - \log(a + b) = \log \frac{1}{a + b} = \log \frac{1}{1.0} = \log \frac{1}{1.0} = \log 1.0^{-2} = -2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۹ اگر  $x'$  و  $x''$  ریشه های معادله باشند داریم:

$$x' + x'' = -\frac{5}{a} = \frac{5}{m}, \quad x'x'' = \frac{5}{a} = \frac{5}{m}$$

$$\text{فرض مسأله: } x'^2 + x''^2 = 6 \Rightarrow (x' + x'')^2 - 2x'x'' = 6 \Rightarrow \left(\frac{m+3}{m}\right)^2 - \frac{1.0}{m} - 6 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{m^2 + 6m + 9}{m^2} - \frac{1.0}{m} - 6 = 0 \xrightarrow{\times m^2} m^2 + 6m + 9 - 1.0m - 6m^2 = 0$$

$$\Rightarrow 5m^2 + 4m - 9 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} m = 1 \xrightarrow{\text{معادله}} x^2 - 4x + 5 = 0 : \Delta = 16 - 20 < 0 \text{ غ ق} \\ m = -\frac{9}{5} \rightarrow \Delta > 0 \text{ است و نیازی به چک کردن گزینه ها نیست} \end{cases}$$

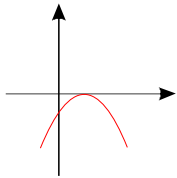
۱ ۲ ۳ ۴ ۶۰ هرگاه مختصات سه رأس یک مثلث را داشته باشیم می توانیم مساحت مثلث را از این رابطه حساب کنیم.

$$S = \frac{1}{2} | (x_1 - x_2)(y_3 - y_1) + (x_2 - x_3)(y_1 - y_2) + (x_3 - x_1)(y_2 - y_3) |$$

$$= \frac{1}{2} | 2(0 - 2) + 3(2 - 5) + 0(5 - 0) | = \frac{1}{2} | -4 - 9 + 0 | = \frac{13}{2} = 6.5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۱

شرط مماس شدن سهمی بر محور از پایین،  $\Delta = 0$  و  $a < 0$  است.



$$\Delta = 3^2 - 4(m-2)(m+2) = 9 - 4(m^2 - 4) = -4m^2 + 25 = 0 \rightarrow m^2 = \frac{25}{4}$$

$$\Rightarrow m = \pm \frac{5}{2} \longrightarrow m = -\frac{5}{2}$$

شرط آنکه عبارت درجه دوم منفی باشد آن است که  $a < 0$  و  $\Delta < 0$  باشد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۶۲

$$(m-1)x^2 + 2mx + m < 0$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \Delta < 0 \Rightarrow (2m)^2 - 4(m-1)m < 0 \Rightarrow 4m^2 - 4m^2 + 4m < 0 \Rightarrow m < 0 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} m < 0$$

ابتدا با مخرج مشترک گیری، عبارت را ساده می کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۶۳

$$\frac{(x+1)(x+2) + (x-1)(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2 + 5x}{x^2 - 4} \Rightarrow \frac{(x^2 + 3x + 2) + (x^2 - 3x + 2)}{x^2 - 4} = \frac{x^2 + 5x}{x^2 - 4}$$

$$\xrightarrow{x \neq \pm 2} 2x^2 + 4 = x^2 + 5x \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow (x-4)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 1, 4$$

دقت کنید هیچ یک از جوابها مخرج را صفر نمی کنند، بنابراین هر دو قابل قبول هستند، پس مجموع ریشه ها ۵ است.

معادله ی درجه ی دومی که ریشه هایش  $k$  واحد بیشتر از ریشه های معادله ی  $ax^2 + bx + c = 0$  می باشد به ۱ ۲ ۳ ۴ ۶۴

صورت زیر است:

$$a(x-k)^2 + b(x-k) + c = 0$$

پس کافی است  $x$  را به  $x-2$  تبدیل کنیم.

$$x^2 - x - 1 = 0 \xrightarrow{x \rightarrow x-2} (x-2)^2 - (x-2) - 1 = 0$$

$$\rightarrow x^2 - 4x + 4 - x + 2 - 1 = 0 \rightarrow x^2 - 5x + 5 = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با } x^2 - bx + c = 0} b = 5$$

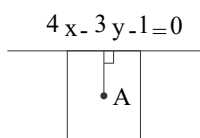
نقطه ی دلخواه  $A(\alpha, 2\alpha + 1)$  را روی خط  $y = 2x + 1$  در نظر می گیریم و فاصله ی آن را از نیمساز ربع اول و ۱ ۲ ۳ ۴ ۶۵

سوم یعنی خط  $y = x$  بدست می آوریم.

$$x - y = 0 \quad \text{فاصله ی نقطه ی } A \text{ از خط } = \frac{\text{طبق فرض}}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = 4\sqrt{2} \rightarrow |\alpha - 1| = 8$$

$$\Rightarrow |\alpha + 1| = 8 \Rightarrow \alpha + 1 = \pm 8 \Rightarrow \alpha = -9 \text{ یا } 7$$

توجه کنید فاصله ی نقطه ی  $A|_{\beta}^*$  از خط به معادله ی  $ax + by + c = 0$  از رابطه ی  $AH = \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  بدست می آید. ۱ ۲ ۳ ۴ ۶۶



فاصله ی مرکز مربع از هر یک از اضلاع آن، نصف طول ضلع است.

$$\text{فاصله ی نقطه ی } A \text{ از خط } (4x - 3y - 1 = 0) = \frac{\text{نصف طول ضلع}}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{9}{5}$$

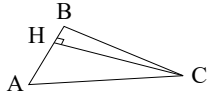
$$\rightarrow \text{طول ضلع} = \frac{18}{5} = 3\frac{3}{5} \Rightarrow \text{مساحت} = (3\frac{3}{5})^2 = 12\frac{9}{25}$$

توجه کنید فاصله ی نقطه ی  $A|_{\beta}^*$  از خط به معادله ی  $ax + by + c = 0$  از رابطه ی  $AH = \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  بدست می آید.





۱ ۲ ۳ ۴ ۶۷



ارتفاع  $CH$  بر ضلع  $AB$  عمود است پس ابتدا شیب ضلع  $AB$  را پیدا می‌کنیم.

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2 - 1}{1 - 3} = -\frac{1}{2} \xrightarrow{CH \perp AB} m_{CH} = 2$$

تلاقی با محور  $y$  ها

$$CH \text{ ارتفاع } \Rightarrow y - 1 = 2(x + 1) \Rightarrow y = 2x + 6 \xrightarrow{x=0} y = 6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۸ رأس  $A$  محل برخورد دو ضلع  $AB$  و  $AC$  است پس کافی است با معادلات داده شده تشکیل دستگاه دهیم تا مختصات نقطه‌ی  $A$  بدست آید.

$$\begin{cases} 3y + 4x = 8 \\ 3y + 4x = 8 \end{cases} \Rightarrow x = 2, y = 0$$

مجموع مختصات رأس = ۲

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۹

ابتدا با دو خط، تشکیل دستگاه داده و محل تلاقی آن‌ها را پیدا می‌کنیم.

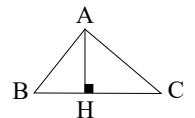
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases} \Rightarrow 5x = 11 \Rightarrow x = \frac{11}{5}, y = \frac{3}{5}$$

باید محل تلاقی دو خط اول در معادله‌ی خط سوم صدق کند.

$$k = x + y = \frac{11}{5} + \frac{3}{5} = \frac{14}{5} = 2.8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۰ ارتفاع  $AH$  از رأس  $A$  بر امتداد  $BC$  عمود است. پس شیب آن قرینه و معکوس شیب  $BC$  است. بنابراین:

$$m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{4 - 1}{-5 - 3} = -\frac{3}{8} \Rightarrow m_{AH} = 2$$

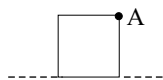


حال معادله‌ی خط گذرا از نقطه‌ی  $A(-1, -4)$  با شیب ۲ را می‌نویسیم:

$$y + 4 = 2(x + 1) \Rightarrow y = 2x - 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۱

مختصات نقطه‌ی داده شده در معادله‌ی خط، صدق نمی‌کند پس نقطه‌ی  $A$  روی ضلع داده شده قرار ندارد.



$$3x + 4y - 1 = 0$$

ضلع مربع

$$\text{فاصله‌ی نقطه‌ی } (2, -1) \text{ از خط} = \frac{1}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{1}{5}$$

مساحت مربع

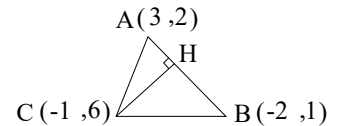
$$= \left(\frac{1}{5}\right)^2 = 0.04$$

توجه کنید فاصله‌ی نقطه‌ی  $A$  از خط به معادله‌ی  $ax + by + c = 0$  از رابطه‌ی  $AH = \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  بدست می‌آید.



۷۲) ارتفاع  $CH$  از راس  $C$  بر ضلع  $AB$  عمود می‌شود. بنابراین شیب آن عکس و قرینه‌ی شیب  $AB$  است. ۱ ۲ ۳ ۴

$$m_{AB} = \frac{-}{x_A - x_B} = \frac{-}{3 - (-2)} = \frac{1}{5} \Rightarrow m_{CH} = \frac{-}{m_{AB}} = -5$$



۷۳) ۱ ۲ ۳ ۴

$$x_1 + x_2 = -\frac{a}{a} = -1, \quad x_1 x_2 = \frac{a}{a} = 1$$

$$\text{مجموع معکوس ریشه ها} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{-1}{1} = -1 \xrightarrow{\text{طبق فرض}} 4 \Rightarrow m = -\frac{1}{4}$$

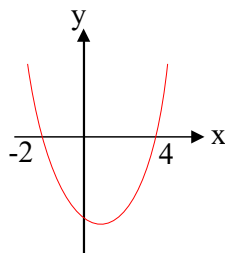
۷۴) باید  $\Delta > 0$  باشد:  $(b^2 - 4ac > 0)$  ۱ ۲ ۳ ۴

$$\Delta = (-m)^2 - 4(m - 1) > 0 \Rightarrow m^2 - 4m + 4 > 0 \Rightarrow (m - 2)^2 > 0$$

این نامساوی همواره برقرار است به غیر از حالتی که  $m = 2$  باشد.

۷۵) ۱ ۲ ۳ ۴

$$y = x^2 - 2x - 8 = (x - 4)(x + 2)$$



نمودار این تابع به شکل زیر است:

نقاط تلاقی این منحنی با محور طول‌ها،  $x = -2$  و  $x = 4$  است. برای اینکه نقاط تلاقی در  $x$ ‌های نامنفی باشد، باید نمودار را حداقل ۲ واحد به سمت راست منتقل کنیم.

۷۶) معادله‌ی  $ax^2 + bx + c = 0$  با شرط  $\Delta = 0$  دارای ریشه‌ی مضاعف است و مقدار این ریشه (طول نقطه‌ی ۱ ۲ ۳ ۴)

تماس) برابر  $x = -\frac{b}{a}$  است.

معادله‌ی  $y = 0$  باید ریشه‌ی مضاعف مثبت داشته باشد:

$$2x^2 + bx + 6 = 0 \xrightarrow{\Delta=0} b^2 - 4(2)(6) = 0 \Rightarrow b^2 = 48 \Rightarrow b = \pm 4\sqrt{3}$$

باید  $2a > 0$  باشد یعنی  $\frac{-b}{4} > 0$  پس  $b = -4\sqrt{3}$

۷۷) نقطه‌ی  $(\alpha, 2\alpha - 1)$  را بر روی خط  $(y = 2x - 1)2x - y = 1$  در نظر می‌گیریم و فاصله‌ی آن را از خط ۱ ۲ ۳ ۴

$4x + 3y - 1 = 0$  به دست می‌آوریم و مساوی ۲ قرار می‌دهیم پس داریم:

$$\frac{|1 \cdot \alpha - 4|}{\sqrt{16 + 9}} = 2 \Rightarrow \frac{|1 \cdot \alpha - 4|}{5} = 2 \Rightarrow |1 \cdot \alpha - 4| = 10$$

$$1 \cdot \alpha - 4 = 10 \Rightarrow \alpha = 14 \Rightarrow (14, 27), \quad 1 \cdot \alpha - 4 = -10 \Rightarrow \alpha = -6 \Rightarrow (-6, -11)$$

بنابراین مجموع عرض‌ها برابر  $-0.4$  می‌باشد.



توجه کنید فاصله ی نقطه ی  $A_1 | \beta$  از خط به معادله ی  $ax + by + c = 0$  از رابطه ی  $AH = \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  بدست می آید.

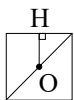
محل برخورد دو خط به معادلات  $3y + 4x = 0$  و  $7x + 6y - 1 = 0$  را می یابیم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۷۸)

$$\begin{cases} 4x + 3y = 0 \\ 7x + 6y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow x = -1, y = \frac{4}{3}$$

این نقطه باید در خط به معادله ی  $x - 6y + k = 0$  هم صدق کند:

$$\begin{array}{l} -1 \\ \frac{4}{3} \end{array} \xrightarrow[\text{صدق}]{x-6y+k=0} -1 - 6\left(\frac{4}{3}\right) + k = 0 \rightarrow -1 - 8 + k = 0 \Rightarrow k = 9$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۷۹)



معادله ی ضلع مربع  $4x - 3y + a = 0$  می باشد و می دانیم فاصله ی مرکز مربع از هر ضلع، نصف طول ضلع است.

$$\text{مساحت} = 4 \Rightarrow \text{طول ضلع} = 2 \Rightarrow \text{نصف ضلع} = 1$$

$$\text{فاصله ی نقطه ی } O \text{ از ضلع مربع} = \frac{|4 - 3 + a|}{\sqrt{(-4)^2 + 3^2}} = \frac{|a + 1|}{5} = 1 \Rightarrow a + 1 = \pm 5 \xrightarrow{a < 0} a = -6$$

توجه کنید فاصله ی نقطه ی  $A_1 | \beta$  از خط به معادله ی  $ax + by + c = 0$  از رابطه ی  $AH = \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  بدست می آید.

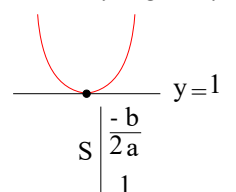
از رابطه ی  $4a + 2b + c = 0$  می توان فهمید که  $x_1 = 2$  یکی از ریشه های معادله ی  $ax^2 + bx + c = 0$  (۱) (۲) (۳) (۴) (۸۰)

است. (توجه کنید که اگر  $x = 2$  ریشه ی معادله ی  $ax^2 + bx + c = 0$  باشد، باید در معادله صدق کند. یعنی باید پس از جایگذاری  $x = 2$  در معادله، تساوی برقرار باشد. یعنی  $4a + 2b + c = 0$  به همین ترتیب، از تساوی  $9a + 3b + c = 0$  می توان فهمید ریشه ی دیگر این معادله،  $x_2 = 3$  است. مجموع ریشه های این معادله برابر است با:  $x_1 + x_2 = 2 + 3 = 5$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۸۱)

با توجه به این که خط  $y = 1$  (خطی افقی) نمودار سهمی را در تنها در یک نقطه قطع می کند، می توان دریافت عرض رأس سهمی برابر ۱ است (به شکل زیر دقت کنید).

$$\frac{\Delta m - 20 - 9}{4a} = 1 \rightarrow \frac{\Delta m - 29}{4} = 1 \rightarrow \Delta m = 33 \rightarrow m = \frac{33}{8}$$



ابتدا معادله ی درجه ی دومی را می نویسیم که ریشه هایش دو برابر ریشه های معادله داده شده باشد و سپس معادله (۱) (۲) (۳) (۴) (۸۲)

ای می نویسیم که ریشه هایش یک واحد کمتر از ریشه های معادله ی نوشته شده باشد. برای نوشتن معادله ی درجه ی دومی که ریشه هایش  $k$  برابر ریشه های معادله ی داده شده ای باشد باید  $b$  را در  $k$  و  $c$  را در  $k^2$  ضرب کنیم و برای نوشتن معادله ی درجه ی دومی که ریشه هایش  $k$  واحد کمتر از ریشه های معادله ی درجه ی دوم داده شده ای باشد، باید  $x$  را به  $x + k$  تبدیل کنیم.



$$2x^2 - 5x + 1 = 0 \xrightarrow{\text{در } b} 2x^2 - 10x + 4 = 0 \xrightarrow{x \rightarrow x+1} 2(x+1)^2 - 10(x+1) + 4 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{در } c} 2x^2 + 4x + 2 - 10x - 10 + 4 = 0 \rightarrow 2x^2 - 6x - 4 = 0 \rightarrow x^2 - 3x - 2 = 0$$

اگر دو ریشه، معکوس یکدیگر باشند حاصل ضربشان یک است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۸۳

$$x'x'' = 1 \rightarrow \frac{1}{a} = 1 \rightarrow \frac{1}{2-m} = 1 \rightarrow m^2 + m - 2 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{1}{a} = -2 \end{cases}$$

$$m = 1 \xrightarrow{\text{معادله}} x^2 + 3x + 1 = 0 : \Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4 > 0 : \text{ق ق}$$

$$m = -2 \xrightarrow{\text{معادله}} 4x^2 + 3x + 4 = 0 : \Delta = b^2 - 4ac = 9 - 64 < 0 : \text{غ ق}$$

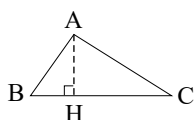
معادله‌ی درجه‌ی دومی که ریشه‌هایش  $k$  واحد بیشتر از ریشه‌های معادله‌ی  $ax^2 + bx + c = 0$  می باشد به صورت زیر است: ۱ ۲ ۳ ۴ ۸۴

$$a(x-k)^2 + b(x-k) + c = 0$$

کافی است در معادله‌ی  $3x^2 + 5x - \frac{1}{4} = 0$  را به  $x - \frac{1}{2}$  تبدیل کنیم.

$$3(x - \frac{1}{2})^2 + 5(x - \frac{1}{2}) - \frac{1}{4} = 0 \rightarrow 3x^2 - 3x + \frac{3}{4} + 5x - \frac{5}{2} - \frac{1}{4} = 0 \rightarrow 3x^2 + 2x - 2 = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۵



کافی است معادلات ارتفاع  $AH$  و ضلع  $BC$  را بنویسیم سپس با آنها تشکیل دستگاه دهیم:

$$BC : \frac{y - y_B}{x - x_B} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} \rightarrow \frac{y - 5}{x - 3} = \frac{-1 - 5}{3 - 3} = -1 \rightarrow y + 1 = -x + 3 \rightarrow y = -x + 2 : BC$$

$$\begin{cases} A(2, 5) \\ m_{BC} = -1 \end{cases} \xrightarrow{AH \perp BC} m_{AH} = 1 \Rightarrow y - 5 = 1(x - 2) \Rightarrow y = x + 3 : AH$$

$$\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = x + 3 \end{cases} \xrightarrow{\text{دستگاه}} y = \frac{5}{2}, x = -\frac{1}{2}$$

معادله‌ی درجه‌ی دوم را مرتب می کنیم:  $mx^2 + (2m-1)x - 5 = 0$  ۱ ۲ ۳ ۴ ۸۶

$$x_1 x_2 + x_1 + x_2 = 4 \rightarrow -\frac{5}{a} + \frac{1-2m}{a} = 4 \rightarrow \frac{m}{a} - \frac{5}{a} = 4$$

$$\xrightarrow{\times m} 1 - 2m - 5 = 4m \rightarrow 6m = -4 \rightarrow m = -\frac{2}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{معادله}} -\frac{2}{3}x^2 - \frac{7}{3}x - 5 = 0 \rightarrow \Delta < 0 : \text{غ ق ق}$$

برای این که عبارت درجه‌ی دوم همواره مثبت باشد، باید: ۱ ۲ ۳ ۴ ۸۷

$$\begin{cases} 2^2 - 4(a)(a) < 0 \Rightarrow 4a^2 > 4 \Rightarrow a^2 > 1 \Rightarrow a < -1 \text{ یا } a > 1 (*) \\ x^2 \text{ ضریب} > 0 \Rightarrow a > 0 (**) \end{cases}$$

از اشتراک  $(*)$ ،  $(**)$  داریم:  $a \in (1, +\infty)$



۸۸) معادله ی  $x^2 + 4x - 1 = 0$  مفروض است، می‌خواهیم معادله ی درجه ی دومی بنویسیم که ریشه‌هایش نصف

ریشه‌های این معادله باشند. اگر  $y$  ریشه ی معادله ی جدید و  $x$  ریشه ی معادله ی قدیم باشد داریم:

$$y = \frac{x}{2} \rightarrow x = 2y \xrightarrow{\text{معادله}} (2y)^2 + 4(2y) - 1 = 0 \rightarrow 4y^2 + 8y - 1 = 0 \rightarrow 4x^2 + 8x - 1 = 0$$

که اگر این معادله را با  $4x^2 + 8x + m - 1 = 0$  مقایسه کنیم داریم:

$$m - 1 = -1 \rightarrow m = 0$$

می‌گذرد را می‌نویسیم:

۸۹) ابتدا معادله ی خطی که از دو نقطه ی

$$\frac{x - x_A}{x_A - x_B} = \frac{x - m}{m - 1} \rightarrow \frac{x - m}{m - 1} = \frac{m - 1}{m - 1} = \frac{m - 1}{m - 1} = 1$$

$$\rightarrow y + 1 = 2x - 2m \rightarrow y = 2x - 2m - 1$$

چون خط، محور  $y$ ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع می‌کند، بنابراین:

$$(0, 3) \in \text{خط} \Rightarrow 3 = 0 - 2m - 1 \Rightarrow m = -2$$

است.

پس معادله ی خط به صورت

حال برای یافتن نقطه ی تقاطع خط با محور  $x$ ها،  $y = 0$  را در معادله ی خط قرار می‌دهیم:

$$0 = 2x + 3 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

۹۰) ۱ ۲ ۳ ۴

$$x^2 - 4x + m = 5 \Rightarrow x^2 - 4x + m - 5 = 0$$

این معادله ی درجه ی دوم نباید ریشه حقیقی داشته باشد.

$$\Delta < 0 \rightarrow b^2 - 4ac < 0 \rightarrow \Delta = 16 - 4(m - 5) < 0 \Rightarrow 4m > 36 \Rightarrow m > 9$$

۹۱) ۱ ۲ ۳ ۴ ریشه‌های معادله ی  $ax^2 + bx + c = 0$  برابر ریشه‌های معادله ی  $ax^2 + bx + c = 0$  می‌باشند،

و ریشه‌های معادله ی  $a(x - k)^2 + b(x - k) + c = 0$  واحد بیشتر از ریشه‌های معادله ی  $ax^2 + bx + c = 0$  می‌باشند.

روش اول:

$$2x^2 + bx + 2 = 0 \xrightarrow{\text{دو برابر}} 2x^2 + 2bx + 4 = 0 \Rightarrow x^2 + bx + 2 = 0$$

$b$  در ۲ و  $c$  در ۲

یک واحد بیشتر

$$\xrightarrow{x \rightarrow x-1} (x-1)^2 + b(x-1) + 4 = 0 \Rightarrow x^2 + 1 - 2x + bx - b + 4 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + (b-2)x - b + 5 = 0 \quad \text{مقایسه با } x^2 - 7x + c = 0$$

$$\text{پس: } b-2 = -7 \Rightarrow b = -5, -b+5 = c \Rightarrow c = 10 \rightarrow b-c = -15$$

روش دوم:

اگر  $y$ ، ریشه ی جدید و  $x$  ریشه ی قدیم باشد داریم:

$$y = 2x + 1 \Rightarrow x = \frac{y-1}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{در معادله قرار می‌دهیم}} 2\left(\frac{y-1}{2}\right)^2 + b\left(\frac{y-1}{2}\right) + 2 = 0 \rightarrow \frac{y^2 - 2y + 1}{2} + \frac{by - b}{2} + 2 = 0$$



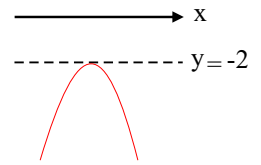
$$y^2 - 2y + 1 + by - b + 4 = 0 \rightarrow y^2 + (b-2)y - b + 5 = 0$$

ادامه‌ی حل مسئله عین روش اول است.

با توجه به شکل زیر بالاترین نقطه‌ی سهمی یا همان عرض ماکسیمم تابع برابر  $-2$  است. در نتیجه:

$$\frac{4a}{4a} = -2 \rightarrow \frac{4k}{4k} = -2 \rightarrow 4k^2 - 4k - 8 = -8k \Rightarrow 4k^2 + 4k - 8 = 0$$

$$\rightarrow k^2 + k - 2 = 0 \Rightarrow (k+2)(k-1) = 0 \Rightarrow k = 1, k = -2$$



اما چون تابع ماکسیمم دارد، باید ضریب  $x^2$  منفی باشد، یعنی:  $k < 0$ . پس تنها  $k = -2$  قابل قبول است.

با توجه به معادله‌ی  $kx + 1 = 0$  داریم:

چون ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - 4x + 1 = 0$  به صورت  $\{\sqrt{-}, \sqrt{\beta}\}$  است. حاصل جمع ریشه‌ها  $S = \alpha + \beta = -\frac{a}{a} = -k$  و حاصل ضرب ریشه‌ها  $P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = 1$

بنابراین:

$$\alpha' = \sqrt{-} + \sqrt{\beta} = \frac{a}{a} = 4 \xrightarrow{\text{توان ۲}} \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} = 16$$

$$\rightarrow -k + 2\sqrt{1} = 16 \Rightarrow -k = 14 \Rightarrow k = -14$$

مجموع دو کسر  $\frac{x^2 - 2x + 2}{x^2 - 2x}$ ،  $\frac{1}{x}$ ،  $\frac{1}{x-2}$  برابر  $\frac{x^2 - 2x + 2}{x^2 - 2x}$  است. این جمله را به زبان ریاضی به صورت معادله‌ی

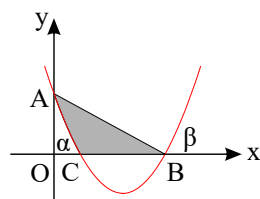
زیر بیان کرده و آن را حل می‌کنیم:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} = \frac{x^2 - 2x + 2}{x^2 - 2x}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 - 2x + 2}{x(x-2)} = \frac{x^2 - 2x + 2}{x(x-2)}$$

$$\Rightarrow (x^2 - x - 2) + (x^2 - x) = x^2 - 2x + 2 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

به نمودار فرضی زیر توجه کنید: باتوجه به شکل در نقطه‌ی برخورد منحنی با محور  $y$ ها،  $x = 0$  است.



نقاط برخورد منحنی با محور  $x$ ها هم، همان ریشه‌های تابع هستند. حال برای محاسبه‌ی مساحت مثلث به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$S = \frac{OA \cdot BC}{2} = \frac{1 \cdot |\alpha - \beta|}{2} \rightarrow S = \frac{|\alpha - \beta|(1)}{2} = \frac{1}{2}$$

چون مساحت مثلث برابر یک است و قدر مطلق تفاضل ریشه‌ها در تابع درجه‌ی دوم برابر  $\frac{\Delta}{|a|}$  است بنابراین:

$$1 = \frac{\Delta}{2} \Rightarrow 2|a| = \sqrt{\Delta} \Rightarrow 2 = \sqrt{k^2 - 4} \Rightarrow 4 = k^2 - 4 \Rightarrow k = \pm 2\sqrt{2}$$

سه نقطه‌ی  $A \left| \frac{a}{3} \right|$ ،  $B \left| \frac{a}{4} + 1 \right|$ ،  $C \left| \frac{a}{4} \right|$  را در نظر می‌گیریم.



شرط هم راستا بودن:  $\frac{-}{x_A - x_B} = \frac{-}{x_B - x_C} \rightarrow \frac{-}{a - 6} = \frac{-}{6 - 0} \rightarrow \frac{4a + 1}{6} = \frac{4a + 1}{6}$

$$\rightarrow 4a^2 + a - 24a - 6 = 12 - 24a \rightarrow 4a^2 + a - 18 = 0$$

$$\rightarrow \Delta = 1 - 4(4)(-18) = 289 \rightarrow a = \frac{9}{4} = 2, -\frac{9}{4}$$

طول رأس سهمی برابر  $x_s = -2$  است و چون تابع درجه‌ی دوم از مبدأ مختصات گذشته پس یکی از نقاط برخورد

تابع با محور  $x$  ها  $x_1 = 0$  است بنابراین محل دیگر برخورد تابع با محور  $x$  ها  $x_2 = -4$  است  $(x_s = \frac{+}{2})$

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2) \rightarrow f(x) = a(x - 0)(x + 4) \rightarrow f(x) = ax(x + 4)$$

چون نقطه‌ی  $\left| \begin{smallmatrix} -2 \\ 4 \end{smallmatrix} \right|$  روی سهمی قرار دارد پس مختصاتش در معادله‌ی سهمی صدق می‌کند.

$$\left| \begin{smallmatrix} -2 \\ 4 \end{smallmatrix} \right| \xrightarrow{\text{صدق}} 4 = -2a(-2 + 4) \rightarrow 4 = -4a \rightarrow a = -1$$

ضابطه‌ی یک تابع درجه‌ی دوم که محور  $x$  ها را در نقاط  $x_1$  و  $x_2$  قطع می‌کند را می‌توان به صورت

$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$  نشان داد. پس ضابطه‌ی این تابع را می‌توان به صورت  $f(x) = a(x - 3)(x + 2)$  نشان داد و چون

تابع، محور عرض را در نقطه‌ای به عرض یک قطع می‌کند پس نقطه‌ی  $\left| \begin{smallmatrix} 1 \\ 1 \end{smallmatrix} \right|$  در تابع صدق می‌کند.

$$\left| \begin{smallmatrix} 1 \\ 1 \end{smallmatrix} \right| \xrightarrow{\text{صدق}} 1 = a(-3)(2) \rightarrow a = -\frac{1}{6}$$

بنابراین ضابطه‌ی تابع درجه‌ی دوم به این صورت است.

$$f(x) = -\frac{1}{6}(x - 3)(x + 2) \rightarrow f(1) = -\frac{1}{6}(-2)(3) = 1$$

شرط آنکه در یک معادله‌ی درجه‌ی دوم، یک ریشه‌ی معادله،  $k$  برابر ریشه‌ی دیگر باشد آن است که داشته باشیم:

$$ac = \frac{b^2}{k}$$

$$\frac{12m + 8}{4m + 8} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{12m^2}{4m + 8} = \frac{1}{3} \rightarrow 12m^2 = 4m + 8 \rightarrow 12m^2 - 4m - 8 = 0$$

$$\xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} m = \frac{-8}{12} = \frac{-2}{3} \end{cases}$$

هر دو جواب بدست آمده قابل قبول هستند چون به ازای آنها  $\Delta > 0$  است.

روش اول: توجه کنید ریشه‌های معادله‌ی  $cx^2 + bx + a = 0$  عکس ریشه‌های معادله‌ی

$ax^2 + bx + c = 0$  است. و ریشه‌های معادله‌ی  $ax^2 + b'x + c' = 0$  برابر ریشه‌های معادله‌ی  $ax^2 + bx + c = 0$  می‌باشند.

$$x^2 - 3x + 1 = 0 \xrightarrow{\text{معکوس (جای } c, a \text{ عوض شود)}} x^2 - 3x + 1 = 0 \xrightarrow{\text{برابر (} b \text{ در } 3, c \text{ در } 3^2 \text{ ضرب شود)}} x^2 - 9x + 9 = 0$$

روش دوم: اگر  $Y$  را ریشه‌ی جدید بنامیم داریم:  $Y = \frac{3}{x}$  که از آن  $x = \frac{3}{Y}$  حاصل می‌شود.



$$\xrightarrow{\text{معادله}} \left(\frac{3}{Y}\right)^2 - 3\left(\frac{3}{Y}\right) + 1 = 0 \rightarrow \frac{9}{Y^2} - \frac{9}{Y} + 1 = 0 \xrightarrow{\times Y^2} 9 - 9Y + Y^2 = 0 \rightarrow Y^2 - 9Y + 9 = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۱

$$\alpha + \beta = -\frac{9}{a} = 9, \alpha\beta = \frac{9}{a} = 1$$

$$\underbrace{\alpha^2 + \beta^2} + \underbrace{\alpha^3 + \beta^3} = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta + (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = 81 - 18 + 729 - 243 = 549$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۲

$$\underbrace{x + \frac{1}{x}} + \frac{1}{x^2 + 1} = 2 \rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} + \frac{1}{x^2 + 1} = 2$$

(هرگاه مجموع دو عدد که عکس یکدیگر می باشند برابر ۲ باشد حتماً آن دو عدد، یک می باشند).

$$\frac{x^2 + 1}{x} = 1 \rightarrow x^2 + 1 = x \rightarrow x^2 - x + 1 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4 = -3 < 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۳

$$x^2 - (2m + 1)x + m(m + 1) = 0 \xrightarrow{\text{تجزیه}} (x - m)(x - (m + 1)) = 0 \rightarrow x = m, x = m + 1$$

باتوجه به صورت سوال داریم:

$$m < 3 < m + 1 \rightarrow \begin{cases} \dots \\ \dots \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} 2 < m < 3 \text{ یا } m \in (2, 3)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۴

$$\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+2} \rightarrow \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{(x-1)(x+2)}$$

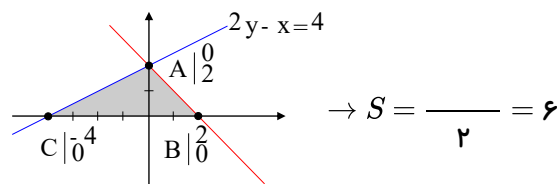
$$\rightarrow \frac{1}{x^2 + x} = \frac{1}{x^2 + x - 2} \rightarrow 3x^2 + 3x = -x^2 - x + 2 \rightarrow 4x^2 + 4x - 2 = 0$$

چون  $a$  منفی است پس معادله‌ی درجه‌ی دوم دارای ۲ ریشه‌ی متمایز مختلف علامت هست و هیچ کدام از این ریشه ۱- و ۰ و ۱ و نمی باشند یعنی مخرج را صفر نمی کنند پس هر دو ریشه قابل قبول هستند.

ابتدا محل برخورد این خطوط را با محورهای مختصات پیدا می کنیم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۵

$$y + x = 2 \rightarrow \begin{cases} y = 0 \rightarrow x = 2 \\ 2y - x = 4 \rightarrow \begin{cases} y = 0 \rightarrow x = -4 \end{cases} \end{cases}$$

سپس با رسم این خطوط، مساحت مثلث را بدست می آوریم.



معادله‌ی خط نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم  $y = x$  است که شیب آن یک می باشد و چون خط باید با نیمساز ناحیه‌ی ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۶

اول و سوم موازی باشد پس شیب خط مطلوب هم، یک می باشد. چون این خط، نیمساز ناحیه‌ی دوم و چهارم ( $y = -x$ ) را در نقطه‌ای به طول  $x = 2$  قطع می کند پس عرض آن  $y = -2$  است.





$$A|_{-2}, m = 1 \rightarrow y - (-2) = 1(x - 2) \rightarrow y + 2 = x - 2 \rightarrow y - x = -4$$

شیب خط  $D$  برابر ۲ می‌باشد و فرض می‌کنیم شیب خط  $D'$  برابر  $m$  باشد. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۰۷)

$$\tan \theta = \left| \frac{1}{1 + mm'} \right| \rightarrow \tan 45^\circ = 1 = \left| \frac{1}{1 + 2m} \right| \rightarrow 1 = \frac{1}{|1 + 2m|}$$

$$\rightarrow |1 + 2m| = |m - 2| \rightarrow \begin{cases} 1 + 2m = m - 2 \rightarrow m = -3 \\ 1 + 2m = -m + 2 \rightarrow m = \frac{1}{3} \end{cases}$$

غ ق ق (شیب منفی مورد نظر است)

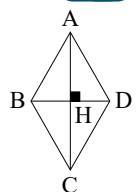
$$y = 2x + 1 \xrightarrow{x=1} y = 3, A|_3$$

حال، با داشتن شیب و نقطه، معادله‌ی خط را می‌نویسیم.

$$y - 3 = -3(x - 1) \rightarrow y - 3 = -3x + 3 \rightarrow y + 3x = 6$$

در لوزی قطرها بر هم عمودند و یکدیگر را نیز نصف می‌کنند. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۰۸)

$$AC \text{ وسط } H \left| \begin{array}{l} \frac{2}{2} = -1 \\ \frac{2}{2} = 0 \end{array} \right.$$



قطر  $BD$  بر قطر  $AC$  عمود است پس کافی است شیب قطر  $AC$  را پیدا کرده و آن را عکس و قرینه کنیم تا شیب قطر  $BD$  بدست آید.

$$m_{AC} = \frac{y_A - y_C}{x_A - x_C} = \frac{2}{1 + 3} = -1 \rightarrow m_{BD} = 1$$

حال، با داشتن نقطه و شیب، معادله‌ی قطر  $BD$  را می‌نویسیم.

$$H|_{-1}, m_{BD} = 1 \rightarrow y - 0 = 1(x + 1) \xrightarrow{y=0} x = -1$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۰۹)

معادلات خطوط  $AB$  و  $CD$  را می‌نویسیم.

$$AB \text{ خط } : \frac{y - y_A}{x - x_A} = \frac{y - y_B}{x - x_B} \rightarrow \frac{y - 2}{x - 1} = \frac{y - 0}{x - (-1)} \rightarrow y = x \rightarrow x - y = 0$$

$$\text{معادله‌ی خط } : \frac{y - y_C}{x - x_C} = \frac{y - y_D}{x - x_D} \rightarrow \frac{y - 3}{x - 1} = \frac{y - 2}{1 - 2} = 1 \rightarrow y - 3 = x - 1 \rightarrow x - y + 2 = 0$$

حال، فاصله این دو خط موازی را از یکدیگر بدست می‌آوریم.

$$d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|0 - 2|}{\sqrt{1 + 1}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\text{توجه کنید برای محاسبه‌ی فاصله‌ی بین دو خط موازی } ax + by + c = 0 \text{ و } ax + by + c' = 0 \text{ از رابطه‌ی } d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ استفاده می‌کنیم.}$$

کافی است ابتدا معادله‌ی خط گذرنده از دو نقطه‌ی  $A$  و  $B$  را بنویسیم و آن را با معادله‌ی نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم ( $y = x$ ) تلاقی دهیم. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۱۰)

سوم ( $y = x$ ) تلاقی دهیم.



$$AB: \frac{x - x_A}{x_A - x_B} = \frac{x - x_A}{x_A - x_B} \rightarrow \frac{x - x_A}{x_A - x_B} = \frac{x - x_A}{x_A - x_B} = 2 \rightarrow y = 2x + 2$$

$$\begin{cases} y = x \\ \text{دستگاه} \end{cases} \rightarrow x = -2, y = -2$$

ارتفاع  $AH$  بر ضلع  $BC$  عمود است پس شیب آن عکس و قرینه‌ی شیب ضلع  $BC$  است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۱۱)

$$2y + 3x = 6 \rightarrow m_{BC} = -\frac{3}{2} \rightarrow m_{AH} = \frac{2}{3}$$

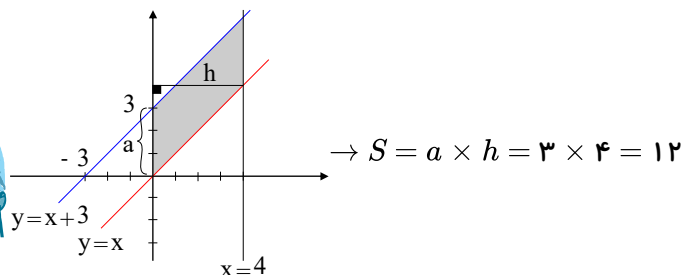
اگر معادلات دو ضلع  $AB$  و  $AC$  را با هم تلاقی دهیم رأس  $A$  بدست می‌آید.

$$\begin{cases} y - 2x = 5 \\ y = x \end{cases} \rightarrow x = -\frac{5}{3}, y = \frac{1}{3}$$

حال، با داشتن نقطه و شیب معادله‌ی ارتفاع  $AH$  را می‌نویسیم.

$$A \left( -\frac{5}{3}, \frac{1}{3} \right), m = \frac{2}{3} \rightarrow y - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \left( x + \frac{5}{3} \right) \xrightarrow{y=0} -\frac{1}{3} = \frac{2}{3}x + \frac{14}{9} \rightarrow \frac{2}{3}x = -\frac{17}{9} \rightarrow x = -\frac{17}{6}$$

بهترین روش برای حل این تست رسم شکل است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۱۲)



ابتدا شیب خطی را که از دو نقطه‌ی  $A|_1$  و  $B|_{-3}$  می‌گذرد را می‌نویسیم. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۱۳)

$$m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{1/3 - (-2)}{-5/3 - (-2)} = 2$$

چون خط مورد نظر بر خط گذرنده از دو نقطه‌ی  $A$  و  $B$  عمود است پس شیب خط مورد نظر برابر  $-1/2$  می‌باشد حال، با داشتن نقطه و شیب، معادله‌ی خط را می‌نویسیم.

$$O|_0, m = -\frac{1}{2} \rightarrow y - 0 = -\frac{1}{2}(x - 0) \xrightarrow{x=4} y = -2$$

از تلاقی دادن معادلات دو ضلع  $AB$  و  $AC$  می‌توانیم مختصات رأس  $A$  را بدست آوریم. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۱۴)

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = x - 1 \end{cases} \rightarrow x = 1, y = 1 \rightarrow A|_1$$

حال، کافی است فاصله‌ی نقطه‌ی  $A$  را از ضلع  $BC$  بدست آوریم.

$$A|_1, x + y - 4 = 0 \rightarrow AH = \frac{|1 + 1 - 4|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

توجه کنید فاصله‌ی نقطه‌ی  $A|_1$  از خط به معادله‌ی  $ax + by + c = 0$  از رابطه‌ی  $AH = \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  بدست می‌آید.



۱۱۵ هر نقطه روی نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم  $(y = x)$  قرار دارد مختصاتش به صورت  $|\alpha|$  می‌باشد حال، کافی است فاصله‌ی نقطه‌ی  $|\alpha|$  را از خط به معادله‌ی  $x + y = 0$  بدست آوریم تا مختصات نقاط  $A$  و  $B$  بدست آیند.

$$2\sqrt{5} = \frac{|\alpha|}{\sqrt{1+4}} \rightarrow 2\sqrt{5} = \frac{|\alpha|}{\sqrt{5}} \rightarrow |\alpha| = 10 \rightarrow |\alpha| = \pm 10 \rightarrow \alpha = \pm \frac{10}{3}$$

حال با داشتن مختصات سه رأس مثلث یعنی  $C \left( \frac{10}{3}, -\frac{10}{3} \right)$  و  $B \left( -\frac{10}{3}, \frac{10}{3} \right)$  و  $A \left( \frac{10}{3}, \frac{10}{3} \right)$  مساحت مثلث را حساب می‌کنیم.

$$\begin{aligned} S_{ABC} &= -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} \frac{10}{3} & \frac{10}{3} & 1 \\ -\frac{10}{3} & \frac{10}{3} & 1 \\ \frac{10}{3} & -\frac{10}{3} & 1 \end{vmatrix} \\ &= -\frac{1}{2} \left[ \frac{10}{3} \left( \frac{10}{3} - 1 \right) - \frac{10}{3} \left( \frac{10}{3} - 1 \right) + \frac{10}{3} \left( \frac{10}{3} + \frac{10}{3} \right) \right] \\ &= -\frac{1}{2} \left[ \frac{10}{3} \left( \frac{7}{3} \right) - \frac{10}{3} \left( \frac{7}{3} \right) + \frac{10}{3} \left( \frac{20}{3} \right) \right] = -\frac{1}{2} \left[ -\frac{70}{9} + \frac{200}{9} \right] = -\frac{1}{2} \left[ \frac{130}{9} \right] = -\frac{65}{9} \end{aligned}$$

توجه کنید فاصله‌ی نقطه‌ی  $A$  از خط به معادله‌ی  $ax + by + c = 0$  از رابطه‌ی  $AH = \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  بدست می‌آید.

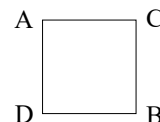
۱۱۶ طول پاره خط‌های  $AB$  و  $AC$  و  $BC$  را پیدا می‌کنیم تا مشخص شود ترتیب قرار گرفتن رئوس، در مربع چگونه است.

$$AB = \sqrt{(1+5)^2 + (2-2)^2} = \sqrt{36+0} = 6$$

$$AC = \sqrt{(1+2)^2 + (2-5)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$$

$$BC = \sqrt{(-5+2)^2 + (2-5)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$$

واضح است که  $AC$  و  $BC$  اضلاع مربع و  $AB$  قطر مربع است. (قطر مربع، از حاصلضرب یک ضلع در  $\sqrt{2}$  بدست می‌آید) یعنی:



$$\begin{cases} x_A + x_B = x_C + x_D \rightarrow 1 + 5 = -2 + x_D \rightarrow x_D = 8 \\ y_A + y_B = y_C + y_D \rightarrow 2 + 2 = 5 + y_D \rightarrow y_D = -1 \end{cases} \rightarrow x_D + y_D = 7$$

۱۱۷

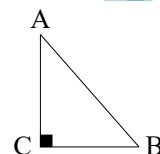
$$m_{AC} = \frac{y_A - y_C}{x_A - x_C} = \frac{m - 1}{m - 1} = 1$$

$$m_{BC} = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} = \frac{5 - 1}{2} = 2$$

$$\xrightarrow{BC \perp AC} m_{AC} \cdot m_{BC} = -1$$

عمود است

چون ضلع  $AC$  بر ضلع  $BC$  عمود است بنابراین حاصلضرب شیب‌هایشان  $-1$  می‌باشد.



$$2m - 2 = -1 \rightarrow -m - 1 = -2m + 2 \rightarrow m = 3$$

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(m - 5)^2 + (m - 1 + 4)^2}$$



$$= \sqrt{(m-5)^2 + (m+3)^2} \stackrel{m=3}{=} \sqrt{4+36} = 2 \quad 10.$$

1 2 3 4 118

$$4x - 6y + 2a = 0 \rightarrow d = \frac{|c - |}{\sqrt{a^2 + b^2}} \rightarrow \sqrt{13} = \frac{26}{\sqrt{16 + 36}}$$

$$\rightarrow \sqrt{13} = \frac{26}{2\sqrt{13}} \rightarrow |3 - 2a| = 26$$

$$3 - 2a = 26 \rightarrow 2a = -23 \rightarrow a = -11/5, \quad 3 - 2a = -26 \rightarrow 2a = 29 \rightarrow a = 14/5$$

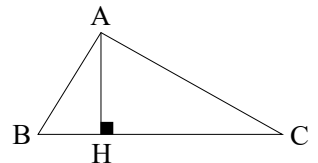
بنابراین مجموع مقادیر  $a$  برابر ۳ است.

توجه کنید برای محاسبه فاصله بین دو خط موازی  $ax + by + c = 0$  و  $ax + by + c' = 0$  از رابطه  $d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  استفاده می کنیم.

1 2 3 4 119

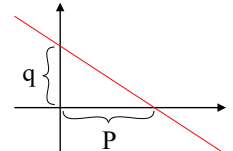
$$m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{3 - 1}{3 - 1} = 1 \xrightarrow{AH \perp BC} m_{AH} = -1, A|_2$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 2 = -1(x + 1) \rightarrow y = -x + 1 \xrightarrow{x=0} y = 1$$



شیب خط مورد نظر را  $m$  در نظر گرفته و معادله خطی را که از نقطه  $A$  می گذرد را می نویسیم.

$$y - 2 = m(x - 1) \rightarrow y = mx - m + 2$$



حال یک بار به  $x$  و یک بار به  $y$  صفر می دهیم. تا محل برخورد خط با محورهای مختصات را به دست آوریم.

$$y = 0 \rightarrow 0 = mx - m + 2 \rightarrow x = \frac{m-2}{m} \rightarrow p = \frac{m-2}{m}$$

$$S = \frac{1}{2} |pq| \xrightarrow{\text{باتوجه به صورت سوال}} \frac{1}{2} = \frac{1}{2} (2 - m) \left( \frac{m-2}{m} \right) \rightarrow 9 = \frac{m-2}{m}$$

$$\rightarrow 9m = -m^2 + 4m - 4 \rightarrow m^2 + 5m + 4 = 0 \rightarrow (m+1)(m+4) = 0$$

بنابراین دو خط با این ویژگی وجود دارند که اگر معادلات آنها خواسته شد به صورت زیر می باشند:

$$m = -4 \rightarrow y = -4x + 4 + 2 \rightarrow y = -4x + 6$$

قطرهای مربع بر هم عمودند پس شیب قطرهای عکس و قرینه هم هستند.

1 2 3 4 121

شرط عمود بودن

$$\frac{1}{mm'} = -1 \rightarrow k + 2 = -k = -1$$

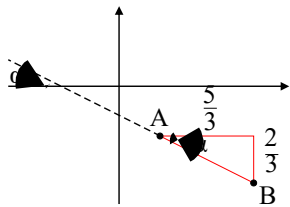
$$ky - x - 5 = 0 \rightarrow m' = \frac{1}{k}$$

حال با معلوم بودن  $k$ ، معادلات دو خط را نوشته و آنها را با هم تلافی می‌دهیم.

$$k = -1 \rightarrow \begin{cases} y = -x + 5 \\ y = -x - 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{دستگاه}} x = -4, y = -1$$

$$A(-4, -1), O(0, 0) \rightarrow AO = \sqrt{(-4)^2 + (-1)^2} = \sqrt{17}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۲



شیب خط عبارت است از تانژانت زاویه‌ای که خط با سمت راست محور طول‌ها تشکیل می‌دهد.

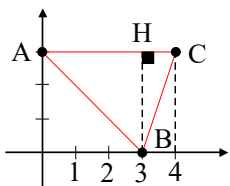
$$\tan \alpha = -m \quad \tan \theta = m \quad \text{پس: } \tan \alpha = -m = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{2}{5} \rightarrow m = -\frac{2}{5}$$

این سه رأس لوزی به هر ترتیبی که باشند با یکدیگر مثلثی تشکیل می‌دهند که مساحت آن نصف مساحت لوزی است پس مساحت مثلث تولید شده توسط این سه رأس را به دست آورده و حاصل را دو برابر می‌کنیم.

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \left| \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right|$$

$$= \frac{1}{2} |6(5 - 8) + 5(8 - 2) + 6(2 - 5)| = \frac{1}{2} |-18 + 30 - 18| = \frac{1}{2} |-6| = 3 \rightarrow S_{\text{لوزی}} = 2 \times 3 = 6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۴



از روی شکل واضح است حتماً محل تلاقی ارتفاع‌ها روی خط  $x = 3$  می‌باشد و در گزینه‌ها تنها نقطه‌ای که طولش برابر ۳ می‌باشد گزینه‌ی ۲ می‌باشد.  
البته راه حل کلی این تست این می‌باشد که معادله‌ی دو ارتفاع دلخواه را نوشته و سپس آنها را با هم تلافی دهیم.

کافی است طول سه ضلع مثلث را حساب کنیم.

$$\left. \begin{aligned} AB &= \sqrt{(0 - 3)^2 + (-1 - 1)^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13} \\ AC &= \sqrt{(0 - 2)^2 + (-1 + 4)^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13} \\ BC &= \sqrt{(3 - 2)^2 + (1 + 4)^2} = \sqrt{1 + 25} = \sqrt{26} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{مثلث متساوی الساقین است.}$$

برای این که مشخص کنیم این مثلث، قائم‌الزاویه است یا خیر باید رابطه‌ی فیثاغورث را چک کنید.

$$(\sqrt{26})^2 = (\sqrt{13})^2 + (\sqrt{13})^2 \rightarrow 26 = 13 + 13 \rightarrow 26 = 26 \rightarrow \text{مثلث قائم‌الزاویه است.}$$

چون شکل دارای  $Max$  است ضریب  $x^2$  باید منفی باشد بنابراین گزینه‌ی سوم حذف می‌شود. تابع درجه دوم



محور  $x$  ها را در دو نقطه به طول های مثبت و منفی قطع کرده است بنابراین حاصلضرب ۲ ریشه یعنی  $a$  باید منفی باشد. بنابراین گزینه ی اول حذف می شود و چون قدرمطلق ریشه ی مثبت از قدرمطلق ریشه ی منفی بزرگتر است جمع ۲ ریشه باید مثبت باشد یعنی  $-a$  باید مثبت باشد بنابراین گزینه ی چهارم حذف می شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۷

ابتدا باید تابع  $f(x)$  را پیدا کنیم.

$$f(2x-1) = 4x^2 - 4x \rightarrow f(2x-1) = 4x^2 - 4x + 1 - 1 \rightarrow f(2x-1) = (2x-1)^2 - 1$$

$$\xrightarrow{2x-1=t} f(t) = t^2 - 1 \rightarrow f(x) = x^2 - 1$$

$$f(1+2x) = (1+2x)^2 - 1 = 4x^2 + 4x$$

$$S \left| \begin{array}{c} - \\ \hline 4a \end{array} \right. \rightarrow S \left| \begin{array}{c} -\frac{4}{8} \\ \hline \frac{-16}{16} \end{array} \right. \rightarrow S \left| \begin{array}{c} -1 \\ \hline -1 \end{array} \right.$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۸

چون تابع درجه ی دوم محور  $x$  ها را در دو نقطه به طول های ۳ و ۱ - قطع کرده است می توان معادله ی آن را به صورت نوشت.

سه می از نقطه ی  $|_2$  می گذرد پس این نقطه در معادله ی سهمی صدق می کند.

$$\xrightarrow{\text{صدق}} 2 = k(1)(-3) \rightarrow k = -\frac{2}{3} \rightarrow f(x) = -\frac{2}{3}(x+1)(x-3)$$

طول رأس سهمی حتماً وسط ۱ - و ۳ قرار دارد پس حتماً طول رأس سهمی برابر یک می باشد.

$$x_4 = 1 \xrightarrow{\text{صدق در معادله ی سهمی}} y = -\frac{2}{3}(2)(-2) = \frac{8}{3} \rightarrow A \left| \frac{8}{3} : \beta \rightarrow \alpha\beta = \frac{8}{3} \right.$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲۹ نقطه ی  $|_1$  روی تابع قرار دارد پس مختصات آن در تابع صدق می کند.

$$\xrightarrow{\text{صدق}} 1 = a - b + c \Rightarrow 1 = -3 + c \Rightarrow c = 4$$

$$\text{طول رأس سهمی} = 1 \rightarrow \frac{1}{2a} = 1 \Rightarrow 2a + b = 0 \xrightarrow{a-b=-3} a = -1, b = 2$$

$$f(x) = -x^2 + 2x + 4 \Rightarrow f(1) = -1 + 2 + 4 = 5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۰

$$x'x'' = 2(x' + x') \rightarrow \frac{1}{a} = 2(-\frac{1}{a}) \rightarrow c = -2b \rightarrow k + 4 = -2k - 2$$

$$\rightarrow 3k = -6 \rightarrow k = -2 \rightarrow f(x) = -2x^2 - 4x + 1$$

چون ضریب درجه ی دوم، منفی است تابع دارای  $Max$  است و  $Max$  تابع همان عرض نقطه ی  $S$  است.



$$\frac{4a}{4a} = \frac{4(-2)}{4(-2)} = \frac{-8}{-8} = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۱

$$\frac{2x-2}{x^2-1} - \frac{5}{2x+2} = \frac{5}{2(x-1)} - \frac{5}{(x+1)(x-1)} = \frac{5}{2(x+1)}$$

$$\xrightarrow{\times 2(x+1)(x-1)} (2x+3)(x+1) - 10 = (2x-3)(x-1)$$

$$\rightarrow 2x^2 + 2x + 3x + 3 - 10 = 2x^2 - 2x - 3x + 3 \rightarrow 10x = 10 \rightarrow x = 1$$

این جواب غیر قابل قبول است چون مخرج را صفر می‌کند (در دامنه‌ی تعریف قرار ندارد) یعنی معادله جواب حقیقی ندارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۲

$$(x^2 + 3x + 1)^2 + x^2 + 3x - 1 = 0 \rightarrow (x^2 + 3x + 1)^2 + x^2 + 3x + 1 - 2 = 0$$

$$\xrightarrow{x^2 + 3x + 1 = A} A^2 + A - 2 = 0 \rightarrow (A+2)(A-1) = 0$$

ریشه‌ی حقیقی ندارد:  $\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 12 < 0$

$A = 1 \rightarrow x^2 + 3x + 1 = 1 \rightarrow x^2 + 3x = 0 \rightarrow x(x+3) = 0 \rightarrow x = 0, x = -3$  مجموعه ریشه‌ها  $-3$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۳ صورت کلی یک تابع درجه‌ی دوم به صورت  $y = ax^2 + bx + c$  می‌باشد و نقطه‌ی  $(-1, 2)$  رأس سهمی است که

در تابع صدق می‌کند و طولش از رابطه‌ی  $x_s = \frac{-b}{2a}$  به دست می‌آید در ضمن نقطه‌ی  $(1, 1)$  نیز روی تابع قرار دارد پس در تابع صدق می‌کند.

$$x_s = \frac{-b}{2a} \rightarrow 2 = \frac{-b}{2a} \rightarrow 4a = -b \text{ و } \left| \begin{array}{l} \text{صدق} \\ 2 \end{array} \right. \rightarrow -1 = 4a + 2b + c \text{ و } \left| \begin{array}{l} \text{صدق} \\ 1 \end{array} \right. \rightarrow 1 = c$$

$$\xrightarrow{4a = -b} -1 = 4a + 2b + c \xrightarrow{c=1} -1 = -b + 2b + 1 \rightarrow b = -2, a = -$$

بنابراین تابع درجه‌ی دوم به صورت  $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$  است و با توجه به شکل،  $x = \alpha$  ریشه‌ی بزرگ‌تر معادله‌ی  $y = 0$  است.

$$y = 0 \xrightarrow{\times 2} x^2 - 4x + 2 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 16 - 8 = 8$$

$$\text{ریشه‌ی بزرگتر} = \frac{4 + \sqrt{8}}{2} = \frac{4 + 2\sqrt{2}}{2} = 2 + \sqrt{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۴ می‌دانیم که  $\frac{x_1 + x_2}{a} = -\frac{b}{a}$  و  $\frac{x_1 x_2}{c} = \frac{1}{a}$  است. اگر این دو رابطه را با هم جمع کنیم خواهیم داشت:

$$x_1 + x_2 + x_1 x_2 = 1 \Rightarrow x_1(1 + x_2) = 1 - x_2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳۵ دقت کنید که  $\frac{x_1 + x_2}{a} = -2$  و  $\frac{x_1 x_2}{c} = -1$  می‌باشد.

$$\xrightarrow{\text{صدق در معادله}} x_1^2 + 2x_1 - 1 = 0 \rightarrow x_1^2 = -2x_1 + 1 \xrightarrow{\text{توان ۲}} x_1^4 = 4x_1^2 + 1 - 4x_1$$



$$x^4 + 4 - 4 = 4 + 1 - 4 + 4 - 4 = 4( \quad + \quad ) - 4( \quad + \quad ) + 1$$

$$= 4((x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2) - 4(x_1 + x_2) + 1 = 4(4 + 2) - 4(-2) + 1 = 33$$

درجه‌ی اول حاصل را حل کنید. (۱۳۶) ۱ ۲ ۳ ۴

$$\begin{cases} x^2 + 3ax + 2a + 3 = 0 \\ x^2 - 6ax + 20a + 3 = 0 \end{cases} \rightarrow 9ax - 18a = 0 \rightarrow 9ax = 18a \rightarrow 9x = 18 \rightarrow x = 2$$

(۱۳۷) ۱ ۲ ۳ ۴

دقت کنید  $\alpha\beta = \frac{2}{a} = 2$  و  $\alpha + \beta = -\frac{5}{a} = -5$  می‌باشند.

$\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله هستند پس در معادله صدق می‌کنند.

$$\alpha \xrightarrow{\text{صدق}} \alpha^2 + 5\alpha + 2 = 0 \Rightarrow 5\alpha + 2 = -\alpha^2$$

$$\beta \xrightarrow{\text{صدق}} \beta^2 + 5\beta + 2 = 0 \Rightarrow 5\beta + 2 = -\beta^2$$

$$\frac{\alpha^3}{5\alpha + 2} + \frac{\beta^3}{5\beta + 2} = \frac{\alpha^3}{-\alpha^2} + \frac{\beta^3}{-\beta^2} = -\alpha\beta^2 - \beta\alpha^2 = -\alpha\beta(\alpha + \beta) = -(2)(-5) = 10$$

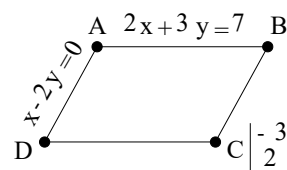
هرگاه مختصات سه رأس مثلث  $ABC$  را داشته باشیم مساحت مثلث از این رابطه به دست می‌آید. (۱۳۸) ۱ ۲ ۳ ۴

$$S = -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \\ k & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\rightarrow 3 = \frac{1}{2} |1(3+1) + 2(-1-1) + k(1-3)|$$

$$\rightarrow 6 = |4 - 4 + 2k| \rightarrow |2k| = 6 \rightarrow 2k = \pm 6 \rightarrow k = \pm 3$$

(۱۳۹) ۱ ۲ ۳ ۴



یک شکل فرضی رسم می‌کنیم. توجه کنید که مختصات نقطه‌ی  $(-3, 2)$  در هیچ‌کدام از خطوط داده شده صدق نمی‌کند پس این نقطه را رأسی در نظر می‌گیریم که روی هیچ‌کدام از این اضلاع نیست. در شکل بالا رأس  $C$  است.

$$A: \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow A(2, 1)$$

حالا معادله‌ی ضلع  $BC$  را می‌نویسیم. نقطه‌ی  $C$  روی این خط است و شیب آن برابر شیب خط  $x - 2y = 0$  یعنی برابر ۲ می‌باشد.

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 2 = \frac{1}{2}(x + 3) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$$

$$B: \begin{cases} x - 2y = 0 \\ y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2} \end{cases} \Rightarrow B(-1, 3)$$

(۱۴۰) ۱ ۲ ۳ ۴

$$Max \rightarrow x^2 < 0 \rightarrow m < 0 : I$$





$$\Delta < 0 \rightarrow b^2 - 4ac < 0 \rightarrow 3^2 - 4m(m-2) < 0 \rightarrow 3^2 - 4m^2 + 8m < 0$$

$$\rightarrow 4m^2 - 8m - 3^2 > 0 \rightarrow m^2 - 2m - 8 > 0 \rightarrow (m-4)(m+2) > 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} m < -2 \text{ یا } m > 4 : II$$

از طرفی طول رأس سهمی یعنی  $\frac{-4}{2a}$  منفی می باشد.

$$\frac{-4}{2a} < 0 \rightarrow \frac{-4}{2m} < 0 \rightarrow m > 0 : III$$

که اشتراک جواب های I و II و III تهی می باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۱

$$3x^2 - 4x - 1 = 0 \xrightarrow{x \rightarrow x-1} 3(x-1)^2 - 4(x-1) - 1 = 0$$

$$\rightarrow 3(x^2 + 1 - 2x) - 4x + 4 - 1 = 0 \rightarrow 3x^2 + 3 - 6x - 4x + 4 - 1 = 0$$

$$\rightarrow 3x^2 - 10x + 6 = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با } 3x^2 + ax + b = 0} a = -10, b = 6$$

دقت کنید که ریشه های معادله  $a(x-k)^2 + b(x-k) + c = 0$  و  $k$  واحد بیشتر از ریشه های معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  است.

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 142 \quad ax^2 + 5x + a^2 - 6 = 0 \text{ می نویسیم (ریشه های معادله ی داده شده}$$

را  $\alpha, \beta$  در نظر می گیریم)

$$\text{فرض مسأله: } \alpha = \frac{a}{\beta} \rightarrow \alpha\beta = 1 \rightarrow \frac{a^2 - 6}{a} = 1 \rightarrow a^2 - a - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (a-3)(a+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=3 \xrightarrow{\text{معادله}} 3x^2 + 5x + 3 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 : \text{غ ق ق} \\ a=-2 \xrightarrow{\text{معادله}} -2x^2 + 5x - 2 = 0 \Rightarrow \Delta > 0 : \text{ق ق} \end{cases}$$

$$\text{تفاضل ریشه ها} = \frac{\Delta}{|a|} = \frac{b^2 - 4ac}{|a|} = \frac{25 - 16}{|-2|} = \frac{9}{2}$$

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 143 \quad 2\alpha + 1 \text{ و } 2\beta + 1 \text{ ریشه های معادله } 2x^2 + 4x - 3 = 0 \text{ می باشند، پس:}$$

$$\begin{cases} (2\alpha + 1) + (2\beta + 1) = -\frac{4}{2} = -2 \Rightarrow \alpha + \beta = -2 \\ (2\alpha + 1)(2\beta + 1) = -\frac{3}{2} \Rightarrow 4\alpha\beta + 2(\alpha + \beta) + 1 = -\frac{3}{2} \rightarrow \alpha\beta = \frac{8}{3} \\ S = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-2}{\frac{8}{3}} = \frac{-16}{8} \\ P = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{3}{8} \end{cases}$$



$$x^2 - 5x + 4 = 0 \rightarrow x^2 - \left(-\frac{16}{3}\right)x + \dots = 0 \xrightarrow{\times 3} 3x^2 + 16x + 12 = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۴

$$\sqrt{2x+1} = 2 + \sqrt{x-3} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 2x+1 = 4 + x - 3 + 4\sqrt{x-3}$$

$$\rightarrow x = 4\sqrt{x-3} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^2 = 16(x-3) \rightarrow x^2 = 16x - 48$$

$$\rightarrow x^2 - 16x + 48 = 0 \rightarrow (x-12)(x-4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 12 \end{cases}$$

بنابراین مجموع ریشه‌ها برابر ۱۶ می‌باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۵

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} = A \rightarrow A + 3 = \frac{1}{2A} \rightarrow 2A^2 + 6A = A + 7 \rightarrow 2A^2 + 5A - 7 = 0$$

$$\xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} A = -\frac{7}{5} \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

$$A = 1 \rightarrow \sqrt{x^2 - 2x - 3} = 1 \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^2 - 2x - 3 = 1 \rightarrow x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-c}{a} = -4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۶

$$\sqrt{2x+1} + \sqrt{6x^2+1} = x+1 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 2x+1 + \sqrt{6x^2+1} = x^2+1+2x$$

$$\rightarrow \sqrt{6x^2+1} = x^2+1 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 6x^2+1 = x^4+1+2x^2 \rightarrow x^4 - 4x^2 = 0$$

$$\rightarrow x^2(x^2 - 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases} \text{ غ ق ق (در معادله صدق نمی‌کند)}$$

بنابراین مجموع ریشه‌ها برابر ۲ می‌باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴۷ از عبارت‌های  $\alpha^2 + 5\alpha$  و  $\beta^2 + 5\beta$  و  $x^2 + 5x$  متوجه می‌شویم که باید ریشه‌های معادله را در معادله صدق

دهیم.

$$\alpha \xrightarrow{\text{صدق در معادله}} \alpha^2 + 5\alpha - 1 = 0 \rightarrow \alpha^2 + 5\alpha = 1$$

$$\beta \xrightarrow{\text{صدق در معادله}} \beta^2 + 5\beta - 1 = 0 \rightarrow \beta^2 + 5\beta = 1$$

در ضمن  $\alpha + \beta = -5$  و  $\alpha\beta = -1$  می‌باشد.

$$\frac{\alpha^3\beta + \alpha\beta^3}{(\alpha^2 + 5\alpha + 4)(\beta^2 + 5\beta + 7)} = \frac{\alpha\beta(\alpha^2 + \beta^2)}{(1+4)(1+7)}$$

$$= \frac{\alpha\beta(-2\alpha\beta)}{(5)(8)} = \frac{-1(25+2)}{40} = \frac{-27}{40}$$



است.

ریشه های معادله ی داده شده را  $\alpha$  و  $\beta$  در نظر می گیریم و طبق فرض

$$\alpha \cdot \beta = \frac{9}{2} \rightarrow 2\beta^2 = \frac{9}{2} \rightarrow \beta^2 = \frac{9}{4} \rightarrow \beta = \pm \frac{3}{2} \xrightarrow[\text{مثبت هستند}]{\text{طبق فرض، ریشه ها}} \beta = \frac{3}{2}, \alpha = 3$$

$$\alpha + \beta = 3 + \frac{3}{2} = \frac{9}{2} = 4.5$$

چون رأس سهمی روی نیمساز ربع اول  $(y = x)$  قرار دارد. بنابراین مختصات آن به صورت  $S|_{\alpha}$  است و چون

سهمی، محور طول را در دو نقطه به طول ۱ و ۳ قطع کرده است طول رأس سهمی دقیقاً وسط ۱ و ۳ است.

$$x_S = \frac{1+3}{2} = 2 \rightarrow S|_{\alpha}$$

$$y = a(x-3)(x+1) \xrightarrow[\text{صدق}]{S|_1} 1 = a(-2)(2) \rightarrow -4a = 1 \rightarrow a = -\frac{1}{4}$$

$$y = \frac{-1}{4}(x-3)(x+1) \xrightarrow{x=0} y = \frac{-1}{4}(-3)(1) = \frac{3}{4}$$

توجه کنید اگر یک سهمی، محور طول را در دو نقطه به طول های  $x_1$  و  $x_2$  قطع می توان معادله ی آن را به صورت  $y = a(x-x_1)(x-x_2)$  نشان داد.

$x = 2$  در معادله صدق می کند: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۰

$$\frac{5-m}{4} + \frac{m-2}{2 \times 6} = \frac{1}{4+6-4} \Rightarrow \frac{5-m}{4} + \frac{m-2}{12} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{15-3m+m-2}{12} = \frac{1}{3} \Rightarrow 12-2m=4 \Rightarrow 2m=8 \Rightarrow m=4$$

توجه کنید که  $x^2 + 3x - 4 = (x+4)(x-1)$  با جایگذاری  $m=4$  در معادله، آن را حل می کنیم:

$$\frac{2x}{2x} + \frac{x(x+4)}{x(x+4)} = \frac{(x+4)(x-1)}{(x+4)(x-1)} \Rightarrow \frac{2x}{2x(x+4)} = \frac{(x-1)}{(x+4)}$$

$$\rightarrow (x+6)(x-1) = 2x^2 \Rightarrow x^2 + 5x - 6 = 2x^2 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=2 \end{cases}$$

ریشه ی معادله است پس در معادله صدق می کند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵۱

$$\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1-2} = \frac{1-a}{1-4} \rightarrow \frac{1-a}{3} - 1 = \frac{-2a \times 3}{1-4} \rightarrow 1-a-3 = -2a \rightarrow a=2$$

$$a=2 \rightarrow \frac{4}{x+2} + \frac{4}{x-2} = \frac{4 \times (x+2)(x-2)}{(x+2)(x-2)} \rightarrow (x-2)^2 + x(x+2) = 4$$

$$\rightarrow x^2 + 4 - 4x + x^2 + 2x = 4 \rightarrow 2x^2 - 2x = 0 \rightarrow 2x(x-1) = 0 \rightarrow x=0, x=1$$

بنابراین جواب دیگر معادله  $x=0$  است.



$$\frac{\quad}{x-2} - \frac{\quad}{x+2} = 4x\left(1 - \frac{\quad}{x+2}\right) \rightarrow \frac{\quad}{x-2} - \frac{\quad}{x+2} = 4x\left(\frac{\quad}{x+2}\right)$$

$$\rightarrow \frac{-}{(x+2)(x-2)} = 4x\left(\frac{4}{x+2}\right) \rightarrow \frac{+4 + 4x - (+4 - 4x)}{(x+2)(x-2)} = \frac{\quad}{x+2} \rightarrow \frac{\quad}{x-2} = 16x$$

$$\rightarrow \frac{\quad}{x-2} - 16x = 0 \rightarrow x\left(\frac{\quad}{x-2} - 16\right) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \frac{\quad}{x-2} = 16 \rightarrow 16x - 32 = 8 \rightarrow 16x = 40 \rightarrow x = \frac{40}{16} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

هر دو جواب بدست آمده قابل قبول هستند زیرا مخرج هیچ کسری را صفر نمی کنند.

۱۵۳) کافی است معادله ی درجه ی دومی بنویسیم که ریشه هایش یک واحد از ریشه های معادله ی درجه ی دوم داده شده

بیشتر باشد برای این کار کافی است که  $x$  را به  $x-1$  تبدیل کنیم.

$$2x^2 - 4x - 1 = 0 \xrightarrow{x \rightarrow x-1} 2(x-1)^2 - 4(x-1) - 1 = 0 \rightarrow 2(x^2 + 1 - 2x) - 4x + 4 - 1 = 0$$

$$\rightarrow 2x^2 + 2 - 4x - 4x + 3 = 0 \rightarrow 2x^2 - 8x + 5 = 0 \rightarrow x^2 - 4x + \frac{5}{2} = 0$$

توجه کنید که ریشه های معادله ی درجه ی دوم  $a(x-k)^2 + b(x-k) + c = 0$  ،  $k$  واحد از ریشه های معادله ی درجه ی دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  بیشتر هستند.

۱۵۴)  $x^2 - 3x$  را برابر  $A$  در نظر می گیریم.

$$\frac{\quad}{A-2} + \frac{\quad}{A+2} = \frac{\quad}{A} \xrightarrow{\times A(A+2)(A-2)} A(A+2) + A(A-2) = (A+2)(A-2)$$

$$\rightarrow A^2 + 2A + A^2 - 2A = A^2 - 4 \rightarrow A^2 = -4$$

بنابراین معادله ی داده شده دارای جواب نمی باشد.

$$\frac{\quad}{x-1} + \frac{\quad}{x+2} = \frac{\quad}{x^2+x-2} \rightarrow \frac{\quad}{x-1} + \frac{\quad}{x+2} = \frac{\quad}{(x+2)(x-1)}$$

$$\xrightarrow{\times (x+2)(x-1)} (x+2)(x+1) + 2x(x-1) = 3x^2 \rightarrow x^2 + x + 2x + 2 + 2x^2 - 2x = 3x^2$$

$$\rightarrow 3x^2 + x + 2 = 3x^2 \rightarrow x = -2$$

این جواب غیر قابل قبول می باشد زیرا مخرج کسر را صفر می کند.

۱۵۶) چون نمودار سهمی، محور  $x$  ها را در دو نقطه با طول های مثبت قطع می کند پس  $\Delta > 0$  و  $a > 0$  (جمع ۲

ریشه) و  $a > 0$  (ضرب دو ریشه) است.

$$I)\Delta > 0 \rightarrow b^2 - 4ac > 0 \rightarrow 16 - 4a(a-3) > 0 \rightarrow 16 - 4a^2 + 12a > 0$$



تعیین علامت

$$\rightarrow 4a^2 - 12a - 16 < 0 \rightarrow a^2 - 3a - 4 < 0 \rightarrow (a - 4)(a + 1) < 0 \rightarrow -1 < a < 4$$

$$II) \frac{a}{a} > 0 \rightarrow \frac{a}{a} > 0 \rightarrow a < 0$$

$$III) \frac{a}{a} > 0 \rightarrow \frac{a}{a} > 0 \rightarrow \frac{a}{a} > 0 \rightarrow \frac{a}{a} > 0 \rightarrow a < 0 \text{ یا } a > 3$$

از اشتراک این سه جواب به  $-1 < a < 0$  می‌رسیم، چون رأس سهمی زیر محور  $x$  ها قرار دارد بنابراین عرض رأس سهمی یعنی

باید منفی باشد.  $4a$

$$\frac{b^2 - 4ac}{4a} < 0 \rightarrow \frac{b^2 - 4ac}{4a} > 0 \rightarrow 4a > 0 \rightarrow a > 0$$

و توجه کنید که  $a > 0$  و  $-1 < a < 0$  اشتراکی با هم ندارند.

نقاط روی خط به معادله  $y = x - 2$  به صورت  $A|_{\alpha - 2}$  می‌باشند. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۵۷)

$$\begin{cases} A| \\ 2x - 3y - 7 = 0 \end{cases} \rightarrow \frac{-\alpha - 1}{\sqrt{4 + 9}} = \frac{-\alpha - 1}{\sqrt{13}} = 2\sqrt{13} \rightarrow |-\alpha - 1| = 26$$

$$\rightarrow \begin{cases} -\alpha - 1 = -26 \rightarrow \alpha = 25 \\ -\alpha - 1 = 26 \rightarrow \alpha = -27 \end{cases} \rightarrow \text{مجموع طول نقاط} = -2$$

توجه کنید فاصله نقطه  $A|_{\beta}$  از خط به معادله  $ax + by + c = 0$  از رابطه  $AH = \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  به دست می‌آید.

$\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم  $13x^2 - 7x - 1 = 0$  هستند پس در معادله صدق می‌کنند. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۵۸)

$$\alpha \xrightarrow{\text{صدق در معادله}} 13\alpha^2 - 7\alpha - 1 = 0, \quad \beta \xrightarrow{\text{صدق در معادله}} 13\beta^2 - 7\beta - 1 = 0$$

$$\begin{cases} 13\alpha^2 - 8\alpha - 1 = 13\alpha^2 - 7\alpha - 1 - \alpha = -\alpha \\ 13\beta^2 - 8\beta - 1 = 13\beta^2 - 7\beta - 1 - \beta = -\beta \end{cases}$$

در حقیقت سوال گفته معادله‌ی درجه‌ی دوم جدیدی بنویسید که ریشه‌هایش قرینه‌ی ریشه‌های معادله‌ی فوق باشد که کافی است علامت  $b$  را قرینه کنید یعنی معادله به صورت  $13x^2 + 7x - 1 = 0$  می‌باشد.

توجه کنید ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم  $ax^2 - bx + c = 0$  قرینه‌ی ریشه‌های معادله‌ی  $ax^2 + bx + c = 0$  می‌باشند.

اگر در این مثلث طول قاعده را  $a$  و ارتفاع وارد بر آن را  $h$  بنامیم در این صورت  $a + h = 16$  است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۵۹)

$$S = \frac{1}{2}ah \rightarrow S(a) = \frac{1}{2}a(16 - a) = -\frac{1}{2}a^2 + 8a \quad \text{تابع درجه‌ی دوم:}$$



$$S_{Max} = \frac{4(-)(.) - 64}{4a} = \frac{4(-\frac{1}{2})}{-2} = \frac{2}{-2} = -1$$

۱۶۰ می دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b), \quad a^5 + b^5 = (a^2 + b^2)(a^3 + b^3) - a^2b^3 - a^3b^2$$

در معادله‌ی درجه‌ی دوم داده شده  $1 = a = 3$  و  $x_1 x_2 = a = 3$  است.

$$\begin{aligned} \dots + \dots &= \underbrace{(x_2^5 + x_1^5)}_1 = x_1 + x_2 = (x_1 + x_2)(x_1 + x_2) - x_1 x_2 - x_1 x_2 \\ &= ((x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2)((x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2(x_1 + x_2)) - x_1^2 x_2^2 (x_2 + x_1) \\ &= (9 - 2)(27 - 9) - 1(9) = (7)(18) - 3 = 126 - 3 = 123 \end{aligned}$$

۱۶۱ ابتدا معادله‌ی درجه‌ی دومی می نویسیم که ریشه هایش عکس ریشه های معادله‌ی داده شده باشد (برای این کار جای  $a$  و  $c$  را عوض می کنیم) و سپس معادله‌ی درجه‌ی دومی می نویسیم که ریشه هایش ۳ واحد بیش تر از ریشه های معادله‌ی نوشته شده باشد و برای این کار  $x$  را به  $x - 3$  تبدیل می کنیم.

$$2x^2 - 3x - 1 = 0 \xrightarrow[\text{جای } c, a \text{ عوض}]{\text{معکوس}} -x^2 - 3x + 2 = 0 \xrightarrow[\text{واحد بیش تر}]{x \rightarrow x-3} -(x-3)^2 - 3(x-3) + 2 = 0$$

$$\rightarrow -(x^2 + 9 - 6x) - 3x + 9 + 2 = 0 \rightarrow -x^2 - 9 + 6x - 3x + 9 + 2 = 0$$

$$\rightarrow -x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow x^2 - 3x - 2 = 0$$

ریشه های معادله‌ی  $cx^2 + bx + a = 0$  معکوس ریشه های معادله‌ی  $ax^2 + bx + c = 0$  هستند و ریشه های معادله‌ی

$$a(x-k)^2 + b(x-k) + c = 0 \text{ واحد بیش تر از ریشه های معادله‌ی } ax^2 + bx + c = 0 \text{ هستند.}$$

۱۶۲ ابتدا معادله را طرفین وسطین کرده و مرتب می نماییم: ۱ ۲ ۳ ۴

$$(k+2)(4x - x^2) = 3x(5 - x) \rightarrow 4(k+2)x - (k+2)x^2 = 15x - 3x^2$$

$$\rightarrow (k-1)x^2 - (4k-7)x = 0 \rightarrow x((x-1)x - (4k-7)) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = \frac{\dots}{k-1} \end{cases}$$

جواب  $x = 0$  غیر قابل قبول است و برای تهی بودن مجموعه جواب معادله باید جواب دیگر معادله هم غیر قابل قبول باشد. این جواب در حالت های زیر غیر قابل قبول است:

۱)  $k = 1$  که در این صورت مخرج کسر  $\frac{\dots}{k-1}$  صفر می شود.

۲) عبارت  $\frac{\dots}{k-1}$  مخرج یکی از کسرهای معادله را صفر می کند.

$$(I) \frac{\dots}{k-1} = 4 \rightarrow 4k - 7 = 4k - 4 \rightarrow -7 = -4 \rightarrow \text{بدون نتیجه}$$



$$(II) \frac{\quad}{k-1} = \cdot \rightarrow k = \frac{7}{4}$$

پس مجموعاً دو مقدار برای  $k$  تعیین شد.

ابتدا میزان نمک موجود در محلول را محاسبه می‌نمائیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۳

$$\frac{4}{100} = \frac{?}{200} \rightarrow ? = 200 \times \frac{4}{100} = 8kg$$

حال برای رسیدن به محلول مطلوب  $x$  کیلوگرم نمک به محلول اضافه می‌نماییم.

$$\frac{\quad}{200+x} = \frac{7}{100} \rightarrow 800 + 100x = 1400 + 7x$$

$$93x = 600 \rightarrow x = \frac{600}{93}kg$$

ابتدا  $t - \frac{3}{x} = 3x$  فرض می‌نمائیم، پس داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۴

$$2t^2 - 5t + 2 = 0 \xrightarrow{\Delta=9} \begin{cases} t_1 = \frac{5+3}{4} = 2 \\ t_2 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

حال برای محاسبه‌ی  $x$  داریم:

$$3x - \frac{1}{x} = 2 \xrightarrow{\times(x)} 3x^2 - 2x - 1 = 0 \rightarrow x_1 = 1, x_2 = -\frac{1}{3}$$

$$3x - \frac{1}{x} = -2 \xrightarrow{\times(x)} 3x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow x_3 = -1, x_4 = \frac{2}{3}$$

پس مجموع ریشه‌ها برابر است با:

$$S = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 + \left(-\frac{1}{3}\right) + \frac{2}{3} + (-1) = \frac{5}{6}$$

می‌توان با تغییر متغیر  $t = \frac{1}{x+5}$  معادله را به فرم دیگری بازنویسی کرد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۵

$$t + \frac{1}{t} = 1 \xrightarrow{\times t} t^2 - t + 1 = 0 \rightarrow \Delta < 0 \rightarrow \text{فاقد ریشه}$$

می‌توان با ساده کردن معادله، معادله را راحت‌تر حل کرد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۶

$$\frac{\quad}{t-1} + \frac{\quad}{t^2+t} = -4 \xrightarrow{t \neq -1} \frac{7}{t-1} + \frac{3}{t^2+t} = -4$$

$$\xrightarrow{\times(t-1)(t+1)} 7(t+1) + 3(t-1) = -4(t+1)(t-1) \rightarrow 10t + 4 = -4t^2 + 4$$



غ ق ق

$$\rightarrow 4t^2 + 1 \cdot t = 0 \rightarrow t(4t + 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

پس معادله یک ریشه دارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۷

$$2 + \frac{1}{3k-1} = \frac{1}{(3k-1)^2}$$

می توان با تغییر متغیر  $t = \frac{1}{3k-1}$  معادله را به فرم دیگری بازنویسی کرد.

$$2 + 5t = -2t^2 \rightarrow 2t^2 + 5t + 2 = 0 \rightarrow \Delta = 25 - 16 = 9$$

$$t_1 = \frac{-5 + \sqrt{9}}{4} = -\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{3k-1} = -\frac{1}{2} \rightarrow 3k-1 = -2 \rightarrow k = \frac{-1}{3}$$

$$t_2 = \frac{-5 - \sqrt{9}}{4} = -2 \rightarrow \frac{1}{3k-1} = -2 \rightarrow -6k + 2 = 1 \rightarrow k = \frac{1}{6}$$

با جایگذاری در معادله واضح است که هر دو ریشه در معادله صدق می نمایند. پس جمع هر دو ریشه برابر است با:

$$\alpha + \beta = \frac{1}{6} - \frac{1}{3} = -\frac{1}{6}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶۸

برای حل ابتدا از اتحاد فرعی استفاده می نماییم:  $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

$$7(x + \frac{1}{x}) = 9 + 2(x^2 + \frac{1}{x^2}) \rightarrow 7(x + \frac{1}{x}) = 9 + 2\left((x + \frac{1}{x})^2 - 2\right)$$

حال تغییر متغیر زیر را اعمال می نماییم:

$$x + \frac{1}{x} = t$$

$$7t = 9 + 2(t^2 - 2) \rightarrow 7t = 9 + 2t^2 - 4 \rightarrow 2t^2 - 7t + 5 = 0$$

مجموع ضرایب معادله ی درجه دو صفر است پس:  $t_1 = 1$ ,  $t_2 = \frac{5}{2}$

حال عبارت  $x + \frac{1}{x}$  را به جای  $t$  قرار می دهیم:

$$t_1 = 1 \rightarrow x + \frac{1}{x} = 1 \xrightarrow{\times x} x^2 - x + 1 = 0 \rightarrow \Delta = -3 < 0 \rightarrow \text{فاقد ریشه}$$

$$t_2 = \frac{5}{2} \rightarrow x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2} \xrightarrow{\times 2x} 2x^2 - 5x + 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = \beta \end{cases} \rightarrow P = \alpha\beta = \frac{1}{2} = 1$$

برای حل می توان عبارت  $x^2 - 2x + 3$  را  $t$  در نظر گرفت و پس معادله را در ک.م.م خارج ضرب کرد:

$$\frac{1}{t-1} + \frac{1}{t} = \frac{6}{t+1}$$





$$\frac{\times(t-1)t(t+1)}{\rightarrow t(t+1) + 2(t-1)(t+1) = 6t(t-1)}$$

$$\rightarrow t^2 + t + 2t^2 - 2 = 6t^2 - 6t \rightarrow 3t^2 - 7t + 2 = 0 \rightarrow \Delta = 25$$

$$t_1 = \frac{7+5}{6} = 2 \rightarrow x^2 - 2x + 3 = 2 \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow x = 1$$

$$t_2 = \frac{7-5}{6} = \frac{1}{3} \rightarrow x^2 - 2x + 3 = \frac{1}{3} \rightarrow x^2 - 2x + \frac{8}{3} = 0 \rightarrow \Delta < 0$$

پس عبارت مورد نظر مسئله برابر است با:

$$7\alpha^2 - 5\alpha + 1 \stackrel{\alpha=1}{=} +3$$

برای حل مسئله باید میزان کار انجام شده در یک روز را در حالت‌های مختلف محاسبه کرد: (۱۷۰) ۱ ۲ ۳ ۴

$$\text{مقدار کار انجام شده در یک روز} \rightarrow \text{هر دو با هم } 18 \text{ روز} = \frac{1}{18}$$

فرض می‌کنیم کارگر اول در  $x$  روز کار را انجام دهد پس:

$$\frac{1}{x} = \text{کار انجام شده بوسیله کارگر اول در یک روز}$$

کارگر دوم در  $x + 15$  روز کار را انجام می‌دهد، پس:

$$\text{مقدار کار انجام شده بوسیله کارگر دوم در یک روز} = \frac{1}{x+15}$$

حال می‌توان معادله‌ی زیر را تشکیل داد:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+15} = \frac{1}{18} \xrightarrow{18x(x+15)} 18(x+15) + 18x = x(x+15)$$

$$\rightarrow 18x + 270 + 18x = x^2 + 15x \rightarrow x^2 - 21x - 270 = 0 \rightarrow (x-30)(x+9) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = 30 \checkmark \\ x = -9 \text{ غیر قابل قبول} \end{cases}$$

برای حل می‌توان معادله را به فرم ساده‌تری تبدیل کرد. (۱۷۱) ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{x^2}{x^2(x+1)} = \frac{1}{x+1}$$

می‌توان عامل را از دو طرف ساده کرد، چون این عامل به دلیل حضور در مخرج کسر الزاماً  $x+1 \neq 0$  می‌باشد.

$$\frac{1}{x^2} = \frac{1}{x+1} \rightarrow x^2 = x+1 \rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

مجموع دو ریشه قرینه‌ی صفر می‌باشد.

برای رسیدن به گزینه‌ی صحیح ابتدا معادله را به فرم ساده‌تری تبدیل می‌نماییم. (۱۷۲) ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{3x^2 - 2}{x(x-1)} = \frac{ax^2 - 2}{x^2 - x}$$

$$\frac{3x^2 - 2}{x^2 - x} = \frac{ax^2 - 2}{x^2 - x}$$



باتوجه به اینکه  $x^2 - x \neq 0$  می‌باشد می‌توان از دو طرف معادله حذف نمود و داریم:

$$3x^2 - 2 = ax^2 - 2$$

حال دو حالت وجود داد:

$$(I) a = 3 \rightarrow 3x^2 - 2 = 3x^2 - 2 \rightarrow \text{بی‌شمار جواب}$$

$$(II) a \neq 3 \rightarrow 3x^2 - 2 = ax^2 - 2 \rightarrow (a - 3)x^2 = 0 \rightarrow x = 0$$

که این ریشه به دلیل اینکه ریشه‌ی مخرج هم می‌باشد قابل قبول نیست و معادله فاقد ریشه است.

برای حل راحت‌تر مسئله ابتدا تغییر متغیر می‌دهیم: (۱۷۳) ۱ ۲ ۳ ۴

$$\sqrt[3]{x} = t \rightarrow t + 2t^2 = 3 \rightarrow 2t^2 + t - 3 = 0$$

مجموع ضرایب معادله صفر است پس داریم:

$$t = 1 \rightarrow t = 1 \rightarrow \sqrt[3]{x} = 1 \rightarrow x = 1$$

$$t = -\frac{3}{2} \rightarrow t = -\frac{3}{2} \rightarrow \sqrt[3]{x} = -\frac{3}{2} \rightarrow x = -\frac{27}{8}$$

باتوجه به توان‌های موجود در معادله با به توان رساندن به معادله‌ی درجه ۱۶ می‌رسیم که قابل حل نمی‌باشد. (۱۷۴) ۱ ۲ ۳ ۴

می‌توان از ایده‌ی دیگری استفاده کرد و آن تعیین  $max$  و  $min$  طرفین معادله است.

$$\min(\sqrt{x^2 + 9}) = ? \quad x^2 \in [0, +\infty) \xrightarrow{+9} x^2 + 9 \in [9, +\infty)$$

$$\rightarrow \sqrt{x^2 + 9} \in [3, +\infty) \rightarrow \min = 3$$

$$\max(9 - x^2) = ? \quad x^2 \in [0, +\infty) \xrightarrow{\times(-)} -x^2 \in (-\infty, 0] \xrightarrow{+9} 9 - x^2 \in (-\infty, 9] \rightarrow \max = 9$$

تساوی فقط زمانی برقرار می‌شود که طرف اول  $min$  و طرف دوم  $max$  باشد پس:

$$\sqrt{x^2 + 9} = 3 \rightarrow x^2 + 9 = 9 \rightarrow x^2 = 0$$

$$\rightarrow x = 0 \rightarrow 9 - x^2 = 9 \rightarrow x^2 = 0 \rightarrow x = 0$$

پس تنها ریشه‌ی معادله  $\alpha = 0$  می‌باشد و عبارت  $\alpha^5 + 4\alpha$  هم صفر است.

بین دو کسر مخرج مشترک می‌گیریم: (۱۷۵) ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{x(\sqrt{x+1}-1) + x(\sqrt{x+1}+1)}{(\sqrt{x+1}+1)(\sqrt{x+1}-1)} = 1$$

$$\frac{x\sqrt{x+1} - x + x\sqrt{x+1} + x}{x+1-1} = 1 \rightarrow \frac{2x\sqrt{x+1}}{x} = 1$$

باتوجه به اینکه  $x \neq 0$  می‌توان عبارت را ساده کرد.

$$2\sqrt{x+1} = 1 \xrightarrow{(\quad)^2} x+1 = \frac{1}{4} \rightarrow x = -\frac{3}{4}$$

ریشه‌ی حاصل در معادله صدق می‌نماید و قابل قبول است. حال عبارت مورد نظر مسئله را محاسبه می‌نمائیم:



$$16a^2 + 4a = 16\left(-\frac{3}{4}\right)^2 + 4\left(-\frac{3}{4}\right) = 9 - 3 = +6$$

۱۷۶ بهتر است با تغییر متغیر معادله فرم ساده‌تری پیدا نماید: ۱ ۲ ۳ ۴

$$x^2 + x + 3 = t \rightarrow \sqrt{t} + \sqrt{t+7} = 7 \rightarrow \sqrt{t+7} = 7 - \sqrt{t}$$

$$\xrightarrow{()^2} t + 7 = t + 49 - 14\sqrt{t} \rightarrow 14\sqrt{t} = 42 \rightarrow \sqrt{t} = 3 \rightarrow t = 9$$

حال به جای عبارت اولیه  $t$  را جایگذاری می‌نمائیم:

$$x^2 + x + 3 = 9 \rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow (x+3)(x-2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \end{cases}$$

با جایگذاری در معادله‌ی اصلی، هر دو ریشه در معادله صدق می‌نماید و حاصل ضرب آنها  $x_1 \times x_2 = -6$  است.

۱۷۷ می‌توان طرف دوم را با اتحاد مزدوج تجزیه نمائیم ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} = (1 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x})$$

حال می‌توان عامل مشترک جداگانه مساوی صفر قرار دارد و آن را از دو طرف حذف کرد:

$$\rightarrow \begin{cases} 1 - \sqrt{x} = 0 \rightarrow \sqrt{x} = 1 \rightarrow x = 1 \\ \frac{1}{1 + \sqrt{x}} = 1 + \sqrt{x} \rightarrow (\sqrt{x} + 1)^2 = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} + 1 = 1 \rightarrow x = 0 = x = 0 \\ \sqrt{x} + 1 = -1 \rightarrow \sqrt{x} = -2 \text{ غ ق} \end{cases}$$

هر دو ریشه  $x = 0$  و  $x = 1$  قابل قبول هستند و در معادله صدق می‌نمایند و حاصلضرب ریشه‌ها صفر می‌باشد.

۱۷۸ باتوجه به این که عبارت‌های زیررادیکال مزدوج یکدیگر هستند بهتر است که هر دو رادیکال یک طرف باشند. ۱ ۲ ۳ ۴

$$\sqrt{2 - \sqrt{x+1}} - \sqrt{2 + \sqrt{x+1}} = 3$$

$$\xrightarrow{()^2} 2 - \sqrt{x+1} + 2 + \sqrt{x+1} - 2\sqrt{(2 - \sqrt{x+1})(2 + \sqrt{x+1})} = 9$$

$$4 - 2\sqrt{4 - (x+1)} = 3 \rightarrow 2\sqrt{3-x} = 1$$

$$\xrightarrow{()^2} 4(3-x) = 1 \rightarrow 3-x = \frac{1}{4} \rightarrow x = \frac{11}{4}$$

با جایگذاری  $x = \frac{11}{4}$  در معادله، مشاهده می‌شود که این ریشه در معادله صدق می‌نماید.

۱۷۹ قدم اول ساده‌سازی عبارت‌های زیر رادیکال است. عبارت زیررادیکال دوم را ساده می‌نمائیم ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{x + \frac{x}{x-2}}{x-2} = \frac{(x + \sqrt{x})(x - \sqrt{x})}{(x + \sqrt{x})(x - \sqrt{x})} = \frac{1}{x - \sqrt{x}}$$

تجزیه با مزدوج

پس می‌توان معادله را به شکل زیر بازنویسی کرد.



$$\sqrt{x - \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x - \sqrt{x}}}{\sqrt{x - \sqrt{x}}} = \sqrt{2} \xrightarrow{\sqrt{x - \sqrt{x}} = t} t + \frac{1}{t} = \sqrt{2}$$

$$\xrightarrow{\times t} t^2 + 1 = \sqrt{2}t \rightarrow t^2 - \sqrt{2}t + 1 = 0 \rightarrow \Delta = -2 < 0$$

باتوجه به  $\Delta < 0$  معادله ریشه ندارد.

باتوجه به اینکه مجموع دو رادیکال فرجه‌ی زوج که، همواره نامنفی هستند صفر شده است، هم اولی باید صفر باشد

هم دومی.

لذا می‌توان ریشه‌های یک بخش را محاسبه کرد و در کل معادله جایگذاری نمود.

$$\sqrt{x^3 - 4x} = 0 \rightarrow x^3 - 4x = 0 \rightarrow x(x - 2)(x + 2) = 0$$

پس سه ریشه‌ی اولیه وجود دارد

حال با جایگذاری متوجه می‌شویم که فقط در معادله صدق می‌نماید.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۱

قبل از حل معادله ابتدا دامنه‌ی معادله را تعیین می‌نمائیم

$$(I) \frac{x}{x-3} \geq 0 \quad \begin{array}{c|ccc} x & -2 & 3 & \\ \hline P & + & - & + \\ & \circ & \circ & \\ & \text{ع} & \text{ع} & \end{array} \quad D_1 = (-\infty, -2] \cup (3, +\infty)$$

$$(II) \frac{x}{x-3} \geq 0 \quad \begin{array}{c|ccc} x & -3 & 3 & \\ \hline P & + & - & + \\ & \circ & \circ & \\ & \text{ع} & \text{ع} & \end{array} \quad D_2 = (-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$$

$$(III) 1 - x^2 \geq 0 \quad x^2 \leq 1 \rightarrow |x| \leq 1 \rightarrow D_3 = [-1, +1]$$

حال باید بین آنها اشتراک گرفت

$$D_1 \cap D_2 \cap D_3 = \emptyset$$

در نتیجه معادله هیچ ریشه‌ای ندارد

ابتدا عبارت را به فرمی تبدیل می‌نمائیم که ساده‌تر محاسبات قابل انجام باشد: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸۲

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{x}{\sqrt{x}+1} = 2x+2$$

$$\xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} \frac{x + \sqrt{x} + x\sqrt{x} - x}{x-1} = 2x+2 \rightarrow \frac{\sqrt{x} + x\sqrt{x}}{x-1} = 2x+2$$

$$\rightarrow \frac{\sqrt{x}(x+1)}{x-1} = (x+1) \times 2$$

به خاطر وجود  $\sqrt{x}$  الزاماً  $x \geq 0$  پس  $x+1 > 0$  و می‌توان از دو طرف معادله آن را حذف نمود.

$$\rightarrow \frac{x}{x-1} = 2 \rightarrow \sqrt{x} = 2(x-1)$$

$$\xrightarrow{(\quad)^2} x = 4x^2 - 8x + 4 \rightarrow 4x^2 - 9x + 4 = 0$$



با توجه به تولید معادله‌ی درجه دوم حاصلضرب ریشه‌ها برابر  $a$  خواهد شد.

$$P = x_1 \cdot x_2 = a = 1$$

دقت کنید جمع ریشه‌های درجه دوم  $S = -a$  پس:  $S = x_1 + x_2 = -\frac{1}{2}$

حاصل ضرب ریشه‌ها مثبت و مجموع ریشه‌ها هم مثبت است پس هر دو ریشه مثبت و مخالف یک می‌باشد و قابل قبول هستند.

می‌توان از تعیین دامنه برای حل معادله استفاده کرد، زیرا دو عبارت قرینه داخل رادیکال با فرجه‌ی زوج وجود دارد. ۱۸۳ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\sqrt[5]{x+2} + \sqrt[5]{x-2} = \sqrt[4]{x+2} + \sqrt[5]{2x-2}$$

$$x \geq 2 \quad \cap \quad x \leq 2 \rightarrow x = 2$$

حال می‌توان با جایگذاری  $x = 2$  از وجود ریشه مطلع شد. با جایگذاری در معادله داریم:

$$x = 2 \rightarrow \sqrt[5]{2} = \sqrt[5]{2}$$

باتوجه به تساوی برقرار شد پس  $\alpha = 2$  ریشه است و عبارت مورد نظر سوال برابر است با:  $\alpha^5 + \alpha^3 = 40$

باتوجه به وجود قدر مطلق و رادیکال با فرجه‌ی زوج که هر دو نامنفی می‌باشند، مجموع دو عبارت نامنفی صفر شده که هم اولی باید صفر باشد هم دومی، پس: ۱۸۴ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\sqrt{x^2 + x} = 0 \rightarrow x^2 + x = 0 \rightarrow x(x+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \end{cases}$$

$$|x^2 - 1| = 0 \rightarrow (x-1)(x+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \end{cases}$$

ریشه‌ی مشترک هر دو معادله  $x = -1$  می‌باشد پس  $\alpha = -1$  و می‌توان با جایگذاری مقدار جواب نهائی را بدست آورد.

$$15\alpha^4 - 5\alpha^3 \stackrel{\alpha=-1}{=} 15(-1)^4 - 5(-1)^3 = 15 + 5 = 20$$

برای محاسبه‌ی عبارت متناوب مطرح شده آن را برابر یک پارامتر مانند  $A$  قرار می‌دهیم: ۱۸۵ ۱ ۲ ۳ ۴

$$A = \sqrt{3 + 2\sqrt{3 + 2\sqrt{3 + 2\sqrt{3 + \dots}}}}$$

$$\xrightarrow{()^2} A^2 = 3 + 2\sqrt{3 + 2\sqrt{3 + 2\sqrt{3 + 2\sqrt{3 + \dots}}}} \rightarrow A^2 = 3 + 2A$$

$$A^2 - 2A - 3 = 0 \rightarrow (A-3)(A+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} A = -1 \end{cases}$$

باتوجه به اینکه  $A$  برابر رادیکال فرجه ۲ قرار گرفته لذا الزاماً باید مثبت باشد پس  $A = 3$  می‌باشد.

می‌توان برای حل معادله از اتحاد اولر استفاده کرد ۱۸۶ ۱ ۲ ۳ ۴



$$a^3 + b^3 + c^3 = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc) + 3abc$$

معادله را به فرم زیر در نظر بگیرید:

$$\underbrace{\sqrt[3]{x-5}}_a + \underbrace{\sqrt[3]{x+3}}_b + \underbrace{\sqrt[3]{2-2x}}_c = 0 \rightarrow a + b + c = 0$$

در اتحاد اولر اگر  $a + b + c = 0$  باشد داریم:  $3abc = a^3 + b^3 + c^3$

$$(\sqrt[3]{x-5})(\sqrt[3]{x+3})(\sqrt[3]{2-2x}) = (x-5) + (x+3) + (2-2x)$$

$$(\sqrt[3]{x-5})(\sqrt[3]{x+3})(\sqrt[3]{2-2x}) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 5 \end{cases}$$

با جایگذاری هر سه ریشه قابل قبول می‌باشند. پس سه ریشه داریم.

۱۸۷ (۱) (۲) (۳) (۴) قدم اول تغییر فرم معادله به شکل زیر است:

$$\sqrt[3]{3+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{3-\sqrt{x}} + \sqrt[3]{-6} = 0$$

می‌توان برای حل از اتحاد اولر استفاده کرد:

$$a^3 + b^3 + c^3 = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc) + 3abc$$

حال اگر  $a + b + c = 0$  باشد داریم:  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

پس می‌توان نوشت:  $0 = \sqrt[3]{3+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{3-\sqrt{x}} + \sqrt[3]{-6} \leftarrow a + b + c = 0$  و داریم:

$$a^3 + b^3 + c^3 = \underbrace{(3+\sqrt{x}) + (3-\sqrt{x}) + (-6)}_0 = (\sqrt[3]{3+\sqrt{x}})(\sqrt[3]{3-\sqrt{x}})(\sqrt[3]{-6})$$

حاصلضرب سه عامل صفر است که فقط عامل دوم می‌تواند برابر صفر قرار بگیرد:

$$\sqrt[3]{3-\sqrt{x}} = 0 \xrightarrow{(\quad)^3} 3-\sqrt{x} = 0 \rightarrow \sqrt{x} = 3 \rightarrow x = 9$$

۱۸۸ (۱) (۲) (۳) (۴) با توجه به اینکه به ازاء جميع مقادير  $K$  از یک نقطه‌ی ثابت عبور می‌نماید، به پارامتر دو مقدار مختلف اختصاص می‌دهیم:

$$k = \frac{-}{2} \rightarrow \left(\frac{-}{2} + 3\right)y + 7 = 0 \rightarrow \frac{-}{2}y = -7 \rightarrow y = -2$$

$$k = -3 \rightarrow (2(-3) - 1)x + 7 = 0 \rightarrow -7x = 7 \rightarrow x = -1$$

پس مختصات  $A(-1, -2)$  و می‌توان فاصله تا مبدأ را رابطه‌ی طول پاره‌خط محاسبه کرد:

$$|OA| = \sqrt{(-2-0)^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{5}$$

۱۸۹ (۱) (۲) (۳) (۴)

ابتدا معادله‌ی خط مورد نظر را می‌نویسیم.



حال باید معادله‌ی برخورد خط و منحنی را تشکیل دهیم.

$$(x-3)^2 + y^2 = 1 \xrightarrow{y=mx} (x-3)^2 + (mx)^2 = 1 \rightarrow x^2 - 6x + 9 + m^2 x^2 = 1$$

$$\rightarrow (m^2 + 1)x^2 - 6x + 8 = 0 \rightarrow \Delta = (-6)^2 - 4(m^2 + 1)(8) \rightarrow \Delta = 36 - 32m^2 - 32$$

چون خط و منحنی در دو نقطه یکدیگر را قطع کرده‌اند پس معادله دو ریشه دارد و  $\Delta > 0$

$$\rightarrow \Delta = 36 - 32m^2 > 0 \rightarrow 36 - 32m^2 > 0 \rightarrow m^2 < \frac{9}{8} \rightarrow |m| < \frac{3}{\sqrt{8}}$$

$$\rightarrow -\frac{3}{\sqrt{8}} < m < \frac{3}{\sqrt{8}} \xrightarrow{\text{گویا}} -\frac{\sqrt{2}}{4} < m < \frac{\sqrt{2}}{4}$$

ابتدا معادله‌ی خط مماس را با شیب مجهول  $m$  می‌نویسیم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۰

حال معادله‌ی برخورد خط و منحنی را تشکیل می‌دهیم.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ y = mx + 2 \end{cases} \rightarrow x^2 + (mx + 2)^2 = 1 \rightarrow x^2 + m^2 x^2 + 4mx + 4 = 1$$

$$(m^2 + 1)x^2 + 4mx + 3 = 0$$

$$\Delta = 0$$

چون منحنی و خط به هم مماس شده‌اند پس

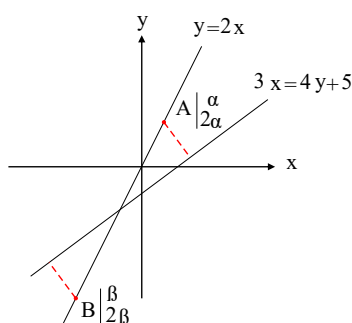
$$\Delta = 16m^2 - 4(m^2 + 1)(3) = 0 \rightarrow 16m^2 - 12m^2 - 12 = 0$$

$$4m^2 = 12 \rightarrow m^2 = 3 \rightarrow m = \pm\sqrt{3}$$

پس مجموع مقادیر  $m$  برابر صفر است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۱

ابتدا با رسم یک نمودار، وضعیت کلی نقاط و خطوط را مشخص می‌نماییم.



با توجه به معادله‌ی می‌توان مختصات نقاط  $A$  و  $B$  را شکل پارامتری نوشت و فاصله‌ی آن را تا خط  $3x - 4y - 5 = 0$  محاسبه نمود.

$$d = \frac{|-5\alpha - 5|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \rightarrow \frac{|-5\alpha - 5|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 2$$

$$\rightarrow \frac{|-5\alpha - 5|}{5} = 2 \rightarrow \frac{5|\alpha + 1|}{5} = 2 \rightarrow |\alpha + 1| = 2 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + 1 = -2 \rightarrow \alpha = -3 \\ \alpha + 1 = 2 \rightarrow \alpha = 1 \end{cases}$$

$$\rightarrow A \left| \begin{matrix} 2 \\ 4 \end{matrix} \right|, B \left| \begin{matrix} -6 \\ -4 \end{matrix} \right| \rightarrow AB = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$



۱۹۲ فرض کنید طول این نقطه‌ی  $\alpha$  باشد، پس مختصات آن به فرم  $A(\alpha, \alpha - 2)$  خواهد بود و فاصله‌ی آن از خط مطرح شده برابر است با

$$x + 3y - 1 = 0 \rightarrow d = \frac{|1(\alpha) + 3(\alpha - 2) - 1|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = 2\sqrt{10}$$

$$\rightarrow \frac{|4\alpha - 7|}{\sqrt{10}} = 2\sqrt{10} \rightarrow |4\alpha - 7| = 20 \rightarrow \begin{cases} 4\alpha - 7 = 20 \rightarrow \alpha_1 = \frac{27}{4} \\ 4\alpha - 7 = -20 \rightarrow \alpha_2 = \frac{-13}{4} \end{cases}$$

و داریم

$$\alpha_1 + \alpha_2 = \frac{27}{4} + \left(\frac{-13}{4}\right) = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$$

۱۹۳ ارتفاع وارد بر ضلع  $AB$  از راس  $C$  رسم می‌شود، لذا اول باید معادله‌ی خط  $AB$  را محاسبه و سپس فاصله‌ی نقطه  $C$  را تا این خط محاسبه کنیم.

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2 - 1}{0 - 1} = -1$$

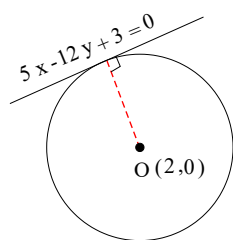
$$y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y - 2 = -1(x - 0) \rightarrow x - y + 2 = 0$$

حال محاسبه‌ی فاصله‌ی نقطه‌ی  $C$  تا این خط:

$$d = \frac{|a^2 + b^2|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|1^2 + (-1)^2|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۱۹۴

فاصله‌ی مرکز دایره تا این خط برابر شعاع دایره خواهد بود. لذا داریم



$$d = \frac{|5(2) - 12(0) + 3|}{\sqrt{5^2 + (-12)^2}} = \frac{13}{\sqrt{169}} = \frac{13}{13} = 1$$

$$S = \pi r^2 = \pi(1)^2 = \pi$$

۱۹۵ فرض کنیم طول نقطه‌ی مورد نظر  $x = \alpha$  باشد. با توجه به اینکه روی خط  $y = 2x - 1$  قرار دارد مختصات نقطه‌ی  $C(\alpha, 2\alpha - 1)$  خواهد بود. حال فاصله‌ی نقاط  $A$  و  $B$  را تا نقطه‌ی مورد نظر محاسبه می‌کنیم و برابر هم قرار می‌دهیم.





$$|AC| = |BC| \rightarrow \sqrt{(\alpha - 0)^2 + (2\alpha - 1 - 1)^2} = \sqrt{(\alpha - 2)^2 + (2\alpha - 1 + 1)^2}$$

$$\rightarrow \sqrt{\alpha^2 + 4\alpha^2 - 8\alpha + 4} = \sqrt{\alpha^2 - 4\alpha + 4 + 4\alpha^2} \Rightarrow 5\alpha^2 - 8\alpha + 4 = 5 - 4\alpha + 4$$

$$\rightarrow \alpha = 0 \rightarrow C(0, -1)$$

مجموع طول و عرض آن ۱- است.

طول نقطه‌ی  $M$  را  $\alpha$  فرض می‌نمائیم. با توجه به اینکه روی خط  $y = x + 1$  قرار دارد مختصات آن به صورت  $(\alpha, \alpha + 1)$  خواهد بود و می‌توان نوشت.

$$|AM| = |BM| \rightarrow \sqrt{(\alpha + 3)^2 + (\alpha + 1 - 1)^2} = \sqrt{(\alpha - 0)^2 + (\alpha + 1 + 1)^2}$$

$$\rightarrow \sqrt{\alpha^2 + 6\alpha + 9 + \alpha^2} = \sqrt{\alpha^2 + \alpha^2 + 4\alpha + 4}$$

$$\rightarrow 2\alpha^2 + 6\alpha + 9 = 2\alpha^2 + 4\alpha + 4 \rightarrow 2\alpha = -5 \rightarrow \alpha = -\frac{5}{2}$$

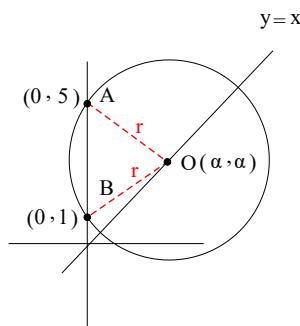
پس مختصات نقطه‌ی  $M$  برابر است با:

$$M\left(-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}\right)$$

$$4(x_M^2 + y_M^2) = 4\left(\left(-\frac{5}{2}\right)^2 + \left(-\frac{3}{2}\right)^2\right) = 4\left(\frac{25}{4} + \frac{9}{4}\right) = 34$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۷

با توجه به تصویر رسم شده شعاع را دوبار محاسبه کرده و برابر هم قرار می‌دهیم.



$$OA = OB \rightarrow \sqrt{(\alpha - 0)^2 + (\alpha - 5)^2} = \sqrt{(\alpha - 0)^2 + (\alpha - 1)^2}$$

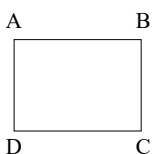
$$\alpha^2 + (\alpha - 5)^2 = \alpha^2 + (\alpha - 1)^2 \rightarrow (\alpha - 5)^2 = (\alpha - 1)^2 \rightarrow |\alpha - 5| = |\alpha - 1|$$

$$\begin{cases} \alpha - 5 = -(\alpha - 1) \rightarrow 2\alpha = 4 \rightarrow \alpha = 2 \end{cases}$$

$$y = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$$

لذا شعاع برابر است با:

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹۸



با توجه به تصویر پاره خط  $AB$  بر پاره خط  $AD$  عمود است پس بین شیب‌ها رابطه‌ی  $m \times m' = -1$  برقرار است.

$$m_{AB} = \frac{1}{2006 - 6} = \frac{1}{10} \quad m_{AB} \times m_{AD} = -1 \rightarrow m_{AD} = -10$$



$$m_{AD} = \frac{y_D - y_A}{x_D - x_A} = \frac{-42 - 6}{2 - 8} = -10 \rightarrow \frac{y_D - 6}{2 - 8} = -10 \rightarrow y_D = -42$$

حال طول اضلاع  $AB$  و  $AD$  را محاسبه می‌نمائیم.

$$AB = \sqrt{(2006 - 6)^2 + (178 + 22)^2} = \sqrt{(2000)^2 + (200)^2} = 200\sqrt{101}$$

$$AD = \sqrt{(8 - 6)^2 + (-42 + 22)^2} = \sqrt{2^2 + 20^2} = 2\sqrt{101}$$

$$\text{محیط} = 2(AB + AD) = 2(200\sqrt{101} + 2\sqrt{101}) = 404\sqrt{101}$$

کافیست دوبار شعاع دایره را با استفاده از فاصله‌ی دو نقطه محاسبه نماییم. (۱) (۲) (۳) (۴) ۱۹۹

$$|OA| = |OB| \rightarrow \sqrt{(2\alpha - 0)^2 + (\alpha + 1 - 2)^2} = \sqrt{(2\alpha - 2)^2 + (\alpha + 1 - 0)^2}$$

$$\rightarrow 4\alpha^2 + \alpha^2 - 2\alpha + 1 = 4\alpha^2 - 8\alpha + 4 + \alpha^2 + 2\alpha + 1 \rightarrow -2\alpha + 1 = -6\alpha + 5$$

$$4\alpha = 4 \rightarrow \alpha = 1 \rightarrow |OA| = d = \sqrt{(2)^2 + 0^2} = 2$$

برای محاسبه  $a + b$  به یک معادله دو مجذوری برسیم، لذا دو مرحله باید از توان دو استفاده کرد: (۱) (۲) (۳) (۴) ۲۰۰

$$x = \sqrt[4]{\sqrt{3} - 2} \xrightarrow{()^2} x^2 = \sqrt{3} - 2 \rightarrow x^2 - 2 = \sqrt{3}$$

$$\xrightarrow{()^2} \left. \begin{aligned} x^4 - 4x + 4 &= 3 \rightarrow x^4 - 4x^2 + 4 = 0 \\ x^4 + 2ax^2 + b &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$a + b = -1$$

پس داریم:

(۱) (۲) (۳) (۴) ۲۰۱

$$x^4 - 5x^2 + a = 0 \xrightarrow{x^2=t} t^2 - 5t + a = 0$$

ابتدا  $x^2 = t$  فرض می‌نمائیم تا معادله به فرم درجه‌ی ۲ تبدیل شود.

معادله باید دو ریشه‌ی مثبت داشته باشد تا نهایتاً چهار ریشه تولید شود پس:

$$(I) \Delta > 0 \rightarrow 25 - 4a > 0 \rightarrow a < \frac{25}{4}$$

$$(II) S > 0 \rightarrow \frac{5}{1} > 0 \rightarrow \text{همواره برقرار}$$

$$(III) p > 0 \rightarrow \frac{a}{1} > 0 \rightarrow a > 0$$

با اشتراک گرفتن بین سه شرط داریم:

$$0 < a < \frac{25}{4} \rightarrow \text{اعداد طبیعی} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

ابتدا  $x^2 = t$  فرض می‌نمائیم تا به یک معادله‌ی درجه‌ی دو برسیم (۱) (۲) (۳) (۴) ۲۰۲

$$t^2 - 10t + 9 = 0 \rightarrow (t - 1)(t - 9) = 0 \rightarrow \begin{cases} t = 1 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1 \\ t = 9 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3 \end{cases}$$

پس مجموع ریشه‌های معادله صفر است.



نکته: در معادله‌ی استاندارد خط به صورت  $y = ax + b$  مقدار  $a$  را شیب و مقدار  $b$  را عرض از مبدأ می‌نامیم. (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۰۳)

نکته: دو خط زمانی با هم موازی اند که شیب‌هایشان برابر باشند.

$$2y - 3x = 1 \rightarrow 2y = 3x + 1 \rightarrow y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \rightarrow \dots = \frac{3}{2}$$

$$y = mx + 5 \rightarrow \text{شیب} = m \rightarrow m = \frac{3}{2}$$

نکته: فاصله‌ی نقطه‌ی  $A(x_1, y_1)$  از خط  $ax + by + c = 0$  برابر است با:  $d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۰۴)

نکته: اگر خطی بر یک دایره مماس باشد، آن گاه فاصله‌ی مرکز دایره تا این خط، برابر شعاع دایره است. کافی است فاصله‌ی نقطه‌ی  $W$  را از خط  $L$  حساب کنیم.

$$L: 3x - 4y = 0, W(2, -1): R = \frac{|3(2) - 4(-1)|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{10}{5} = 2$$

نکته ۱: اگر  $A$  و  $B$  دو نقطه‌ی هم‌عرض در صفحه باشند، آن گاه:  $AB = |x_B - x_A|$  (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۰۵)

نکته ۲: اگر  $A$  و  $B$  دو نقطه‌ی هم‌طول در صفحه باشند، آن گاه:  $AB = |y_B - y_A|$

با توجه به اینکه هر سه نقطه روی محور  $x$ ‌ها واقع‌اند، پس هم‌عرض هستند، بنابراین با استفاده از نکته‌ی بالا می‌توان نوشت:

$$\begin{array}{ccccccc} & M & & N & & P & \\ & a & & 3a & & 4a+1 & \\ & \bullet & & \bullet & & \bullet & \\ & | & & | & & | & \\ & \text{---} & & \text{---} & & \text{---} & \end{array} \quad x$$

$$\begin{cases} MN = x_N - x_M = 3a - a = 2a \\ MP = x_P - x_M = 4a + 1 - a = 3a + 1 \end{cases}$$

، خواهیم داشت:

حال با جایگذاری مقادیر بالا در معادله‌ی

$$2(2a) + 3a + 1 = 22 \Rightarrow 7a + 1 = 22 \Rightarrow \boxed{a = 3}$$

پس اندازه‌ی پاره خط  $NP$  برابر است با:

$$NP = x_P - x_N = 4a + 1 - 3a = a + 1 = 3 + 1 = 4 \Rightarrow \boxed{NP = 4}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۲۰۶)

نکته: مختصات وسط پاره خط  $AB$ ، عبارت است از:

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

ابتدا مختصات نقطه‌ی  $M$  (وسط ضلع  $BC$ ) را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{1 + 1}{2} = 1 \\ y_M = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{6 + 6}{2} = 6 \end{cases} \Rightarrow M(1, 6)$$

اکنون کافی است معادله‌ی خطی را که از دو نقطه‌ی  $A(2, 5)$  و  $M(1, 6)$  می‌گذرد، بنویسیم. برای این منظور دو راه حل ارائه می‌کنیم: راه حل اول:



نکته: معادله ی خطی با شیب  $m$  و عرض از مبدأ  $h$  به صورت  $y = mx + h$  است.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

نکته: شیب خط گذرا از نقاط  $A(x_1, y_1)$  و  $B(x_2, y_2)$  برابر است با:

$$m_{AM} = \frac{y_M - y_A}{x_M - x_A} = -1$$

شیب خط گذرا از نقاط  $A$  و  $M$  برابر است با:

بنابراین معادله ی میانه ی  $AM$  به صورت  $y = -x + h$  است.

چون  $A(2, 5)$  روی این خط واقع است، پس مختصات آن در این معادله صدق می کند:

$$5 = -2 + h \Rightarrow h = 7$$

بنابراین معادله ی میانه ی  $AM$  به صورت  $y = -x + 7$  یا  $x + y = 7$  است.

راه حل دوم:

نکته: معادله ی خط گذرا از نقاط  $A(x_1, y_1)$  و  $B(x_2, y_2)$  عبارت است از:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

$$y - 5 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - 2) \Rightarrow y - 5 = -x + 2 \Rightarrow \boxed{x + y = 7}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۷

$$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

نکته: شیب خط گذرا از نقاط  $A(x_1, y_1)$  و  $B(x_2, y_2)$  برابر است با:

نکته: دو خط غیر موازی با محورهای مختصات، زمانی بر هم عمودند که حاصل ضرب شیب هایشان برابر  $-1$  باشد.

شیب خط گذرا از نقاط  $A(2, 6)$  و  $C(8, 0)$  برابر است با:

$$m_{AC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = -1$$

با توجه به شکل،  $AB$  بر  $AC$  عمود است، پس:

$$m_{AB} \cdot m_{AC} = -1 \Rightarrow m_{AB} = \frac{-1}{m_{AC}} = \frac{-1}{-1} = 1$$

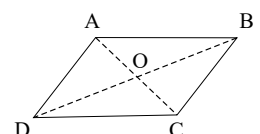
نقطه  $B$  را به صورت  $(0, b)$  در نظر می گیریم. با توجه به اینکه  $m_{AB} = 1$  داریم:

$$\frac{b - 6}{0 - 2} = 1 \Rightarrow b - 6 = -2 \Rightarrow \boxed{b = 4}$$

نکته: در متوازی الاضلاع قطرهای یکدیگر را نصف می کنند، پس اگر نقطه ی  $O$  محل تقاطع قطرهای متوازی الاضلاع

$ABCD$  باشد، می توان نوشت:

$$\begin{cases} x_O = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{x_B + x_D}{2} \\ y_O = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{y_B + y_D}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases}$$



طبقه فرض نقاط  $A(2, 1)$ ،  $B(4, -3)$ ،  $C(6, 5)$  و  $D(a, b)$  مختصات رئوس متوازی الاضلاع  $ABCD$  هستند. پس با استفاده از نکته ی بالا

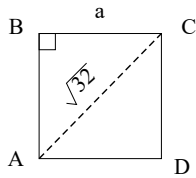
داریم:



$$\begin{cases} 1 + 5 = -3 + b \\ 1 - 5 = -3 - a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 36 \end{cases} \Rightarrow \boxed{ab = 36}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰۹

نکته: فاصله‌ی نقاط  $A(x_1, y_1)$  و  $B(x_2, y_2)$  (طول پاره خط  $AB$ ) برابر است با:  
 $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$   
 نکته (قضیه‌ی فیثاغورس): در مثلث قائم‌الزاویه، مربع وتر با مجموع مربعات دو ضلع دیگر برابر است.



طول پاره خط  $AC$  برابر طول قطر مربع است که با توجه به نکته‌ی بالا برابر است با:

$$d = AC = \sqrt{(3 - 7)^2 + (9 - 5)^2} = \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32}$$

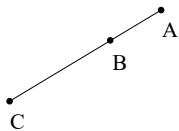
اگر طول ضلع مربع  $a$  باشد، طبق رابطه‌ی فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه‌ی  $ABC$  خواهیم داشت:

$$a^2 + a^2 = (\sqrt{32})^2 \Rightarrow 2a^2 = 32 \Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow \boxed{a = 4}$$

بنابراین محیط این مربع برابر است با:  $4 \times 4 = 16$ .

تذکر: در مربعی به طول ضلع  $a$ ، طول قطر برابر  $d = \sqrt{2}a$  است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۰



نکته: شیب خط گذرا از نقاط  $A(x_1, y_1)$  و  $B(x_2, y_2)$  برابر است با:  $m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

با توجه به اینکه نقاط  $A$ ،  $B$  و  $C$  در یک راستا قرار دارند، باید شیب  $AB$  و شیب  $BC$  برابر باشد.

$$m_{AB} = m_{BC} \Rightarrow \frac{(a+1) - 4}{(a+3) - (a+1)} = \frac{a - 3}{2}$$

$$\Rightarrow 4a - 6 = -3a + 9 \Rightarrow 7a = 15 \Rightarrow \boxed{a = \frac{15}{7}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۱

نکته: فاصله‌ی نقطه‌ی  $A(x, y)$  از خط  $ax + by + c = 0$  برابر است با:

$$d = \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

ابتدا با استفاده از نکته‌ی بالا، فاصله‌ی نقطه‌ی  $A(a, a-1)$  را از خط  $5x - 12y - 12 = 0$  محاسبه می‌کنیم:

$$AH = \frac{|5a - 12(a-1) - 12|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = \frac{|7a|}{13}$$

طبق فرض این مقدار برابر  $\frac{21}{13}$  است، پس:

$$\frac{|7a|}{13} = \frac{21}{13} \Rightarrow |7a| = 21 \Rightarrow |a| = 3 \Rightarrow \boxed{a = \pm 3}$$

بنابراین حاصل ضرب مقادیر متمایز  $a$  برابر است با:  $-3 \times 3 = -9$ .

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۲

نکته: خط مماس بر دایره در نقطه‌ی تماس بر شعاع نظیر عمود است.

نکته: فاصله‌ی نقطه‌ی  $A(x, y)$  از خط  $ax + by + c = 0$  برابر است با:



$$d = \frac{|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

نکته: فاصله‌ی دو نقطه‌ی  $A(x_1, y_1)$  و  $B(x_2, y_2)$  برابر است با:

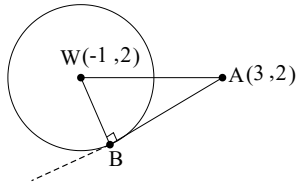
$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

نکته (قضیه فیثاغورس): در مثلث قائم‌الزاویه، مربع وتر برابر مجموع مربعات دو ضلع دیگر است.

نقطه‌ی تماس را  $B$  می‌نامیم. در این صورت مثلث  $ABW$  در رأس  $B$  قائم‌الزاویه است.

بنابراین با استفاده از قضیه‌ی فیثاغورس در این مثلث داریم:

$$AB^2 + BW^2 = AW^2 \Rightarrow AB^2 = AW^2 - BW^2 \quad (*)$$



$AW$  فاصله‌ی نقاط  $A(3, 2)$  و  $W(-1, 2)$  است که برابر است با:

$$AW = \sqrt{(3 + 1)^2 + (2 - 2)^2} = 4$$

$BW$  فاصله‌ی نقطه‌ی  $W(-1, 2)$  از خط  $y - 2x + 4 = 0$  است که برابر است با:

$$BW = \frac{|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

با جایگذاری این مقادیر در  $(*)$  داریم:

$$AB^2 = 4^2 - \left(\frac{4}{\sqrt{5}}\right)^2 = 16 - \frac{16}{5} = \frac{80 - 16}{5} = \frac{64}{5} \Rightarrow AB = \frac{8}{\sqrt{5}}$$

هر نقطه روی محور  $x$ ‌ها دارای عرض صفر می‌باشد یعنی  $A(-3, 0)$ ، هرگاه دو خط بر هم عمود باشند شیب یکی

قرینه و معکوس دیگری است یعنی  $m \cdot m' = -1$  پس داریم:

$$2x + 3y = -1 \Rightarrow 3y = -2x - 1 \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x - \frac{1}{3} \Rightarrow m = -\frac{2}{3} \xrightarrow{\text{قرینه و معکوس}} m = +\frac{3}{2}$$

حال معادله خط مورد نظر برابر است با:

$$y - y_1 = m(x - x_1), \quad m = \frac{3}{2}, \quad x_1 = -3, \quad y_1 = 0$$

$$y - 0 = \frac{3}{2}(x - (-3)) \Rightarrow y = \frac{3}{2}(x + 3) \xrightarrow{\times 2} 2y = 3(x + 3) \Rightarrow 2y = 3x + 9$$

ابتدا با استفاده از مختصات دو سر قطر، مختصات مرکز دایره را محاسبه می‌کنیم. مرکز دایره وسط قطر قرار دارد

پس:

$$O' \left| \begin{array}{l} x_O = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \\ y_O = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = 1 \end{array} \right. \Rightarrow O' \left| \begin{array}{l} -\frac{1}{2} \\ 1 \end{array} \right.$$

حال باید معادله خطی را بنویسیم که از نقاط  $O' \left| \begin{array}{l} -\frac{1}{2} \\ 1 \end{array} \right.$  و مبدأ مختصات  $O$  عبور می‌نماید. ابتدا شیب را محاسبه می‌نماییم.

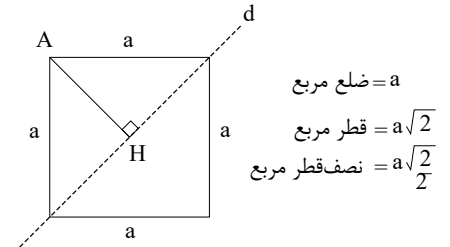


$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-2 - 0}{1 - 0} = -2 \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 0 = -2(x - 0)$$

$$\Rightarrow y = -2x \Rightarrow \boxed{y + 2x = 0}$$

چون نقطه‌ی  $A(1, -2)$  در معادله‌ی خط صدق نمی‌کند، بر آن واقع نیست و وضعیت خط و نقطه به صورت زیر است:

$$d: 3x - 4y = 1 \Rightarrow 3x - 4y - 1 = 0$$

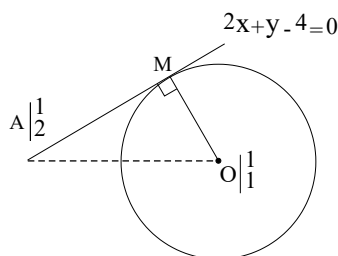


$$(d \text{ از } A \text{ فاصله}) : AH = \frac{|3(1) - 4(-2) - 1|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{10}{5} = 2 = \frac{a}{\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{a = \frac{4}{\sqrt{2}}}$$

$$P = 4a = 4 \left( \frac{4}{\sqrt{2}} \right) = \frac{16}{\sqrt{2}} = 8\sqrt{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱۶

ابتدا می‌توان یک تصویر کلی را رسم نمود.



باتوجه به تصویر ابتدا شعاع دایره یا  $OM$  را محاسبه می‌کنیم:

$$2x + y - 4 = 0, a = 2, b = 1, c = -4, x_1 = 1, y_1 = 1$$

$$d = OM = \frac{|2(1) + 1 - 4|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

حال با استفاده از فرمول فاصله‌ی دو نقطه طول  $OA$  را محاسبه می‌نماییم:

$$OA = \sqrt{(x_A - x_O)^2 + (y_A - y_O)^2} \rightarrow OA = \sqrt{(1 - 1)^2 + (1/2 - 1)^2} = 1$$

باتوجه به فیثاغورث داریم:

$$AM^2 = OA^2 - OM^2 = 1^2 - \left( \frac{\sqrt{5}}{5} \right)^2 = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \rightarrow AM = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$



۲۱۷) ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا باید محل تلاقی دو خط را با حل دستگاه محاسبه نمود:

$$\begin{cases} 2x + y = -10 \\ -y - 2x = +10 \end{cases} \Rightarrow -5x = 15 \rightarrow x = -3 \rightarrow y = 3(-3) + 5 = -4$$

پس مختصات محل تلاقی  $A(-3, -4)$  است حال با فرمول فاصله‌ی دو نقطه جواب نهایی را محاسبه می‌نمائیم.

$$OA = \sqrt{(x_A - x_O)^2 + (y_A - y_O)^2} \rightarrow OA = \sqrt{(-3 - 0)^2 + (-4 - 0)^2} = 5$$

۲۱۸) ۱ ۲ ۳ ۴ دو خط زمانی بر هم عمودند که حاصلضرب شیب‌های آن‌ها برابر  $-1$  باشد یعنی  $m_1 \times m_2 = -1$ . پس ابتدا خطوط را استاندارد می‌نمائیم تا شیب هر کدام مشخص شود:

$$(m + 2)y = x + 3 \rightarrow y = \left(\frac{1}{m + 2}\right)x + \frac{3}{m + 2} \rightarrow m_1 = \frac{1}{m + 2}$$

$$y = (2m + 1)x + 1 \rightarrow m_2 = 2m + 1$$

$$m_1 \times m_2 = -1 \rightarrow \frac{1}{m + 2} \times (2m + 1) = -1 \xrightarrow{\text{با فرض } m \neq -2} 2m + 1 = -m - 2$$

۲۱۹) ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا دو خط را به فرم استاندارد می‌نویسیم تا شیب هر کدام مشخص شود.

$$ay + x = b \rightarrow ay = -x + b \rightarrow y = -\frac{1}{a}x + \frac{b}{a} \rightarrow m_1 = -\frac{1}{a}$$

$$a + by = 1 \rightarrow by = -ax + 1 \rightarrow y = -\frac{a}{b}x + \frac{1}{b} \rightarrow m_2 = -\frac{a}{b}$$

حاصلضرب شیب دو خط عمود بر هم برابر  $-1$  می‌باشد پس داریم:

$$m_1 \times m_2 = -1 \rightarrow \left(-\frac{1}{a}\right) \times \left(-\frac{a}{b}\right) = -1 \xrightarrow{a \neq 0} \frac{1}{b} = -1 \rightarrow \boxed{b = -1} \rightarrow ay + x = b \xrightarrow{b = -1} ay + x = -1$$

خط  $ay + x = -1$  از نقطه‌ی  $A(1, -2)$  عبور می‌نماید، پس مختصات این نقطه در معادله‌ی خط صدق می‌کند.

$$a(-2) + 1 = -1 \rightarrow -2a = -2 \rightarrow \boxed{a = 1} \rightarrow a + b = 1 + (-1) = 0$$

۲۲۰) ۱ ۲ ۳ ۴

اگر ۳ نقطه  $A$  و  $B$  و  $C$  روی یک امتداد قرار داشته باشند، آن‌گاه شیب همه‌ی پاره‌خط‌های موجود با هم برابر می‌باشد.  $m_{AB} = m_{AC}$

$$m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{y - (m + 1)}{3 - (m + 1)} = \frac{y - m - 1}{2 - m} = 1, \quad m_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{m^2 - 3}{m^2 - 3} = \frac{m^2 - 3}{m^2 - 3}$$

$$\rightarrow \frac{y - m - 1}{m^2 - 3} = 1 \rightarrow y - m - 1 = m^2 - 3 \rightarrow y - m - 2 = m^2 \Rightarrow (m - 2)(m + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -1 \end{cases}$$

حال باید هر دو مقدار را جایگذاری نمائیم

$m = 2 \rightarrow A(3, 2), B(3, 2), (4, 3)$  غیر قابل قبول

$m = -1$  غیر قابل قبول است، زیرا در نقطه‌ی  $A$  و  $B$  بر هم منطبق می‌شوند.





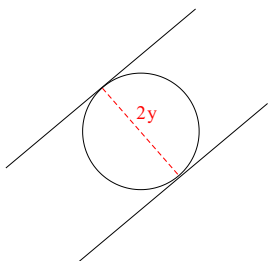
حال می توان معادله ی خط گذرنده از این نقاط را محاسبه کرد.

$$m_{AB} = \frac{-}{x_A - x_B} = \frac{-}{3 - 0} = \frac{3}{3} = 1$$

$$m_{AB} = 1 \rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y + 1 = 1(x - 0) \rightarrow y = x - 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۱

باتوجه به نمودار فاصله بین دو خط همان قطر دایره می باشد.



$$L_1 : x + 2y - 10 = 0 \rightarrow a = 1, b = 2, c = -10, c' = 10$$

$$L_2 : x + 2y - 1 = 0$$

چون دو خط  $L_1$  و  $L_2$  موازی هستند، حال می توان با استفاده از فرمول فاصله دو خط موازی قطر دایره را محاسبه نمود:

$$d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{10 - (-10)}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{20}{\sqrt{5}} \rightarrow d = 2r \rightarrow \frac{20}{\sqrt{5}} = 2r \rightarrow r = \frac{10}{\sqrt{5}}$$

$$S = \pi r^2 = \pi \left( \frac{10}{\sqrt{5}} \right)^2 = \frac{100\pi}{5} = 20\pi$$

باتوجه به این که اضلاع چهارضلعی موازی هستند، دو خط مطرح شده موازی و دارای شیب یکسان می باشند داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۲

$$2x + ay = 4 \rightarrow y = -\frac{2}{a}x + \frac{4}{a} \rightarrow -\frac{2}{a} = 1 \rightarrow a = -2$$

برای محاسبه فاصله دو خط موازی ابتدا معادلات باید شبیه یکدیگر شوند.

$$\begin{cases} 2x - 2y = 4 \\ 2x - 2y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 2y - 4 = 0 \\ 2x - 2y - 4 = 0 \end{cases} \rightarrow a = 2, b = -2, c = 4, c' = -4$$

با استفاده از فرمول فاصله دو خط موازی جواب را محاسبه می نماییم.

$$d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{4 - (-4)}{\sqrt{2^2 + (-2)^2}} = \frac{8}{\sqrt{8}} = \sqrt{8} \rightarrow AD = AB = \sqrt{8} \text{ مربع}$$

چون مثلث متساوی الساقین است پس  $H$  وسط  $AB$  قرار دارد و می توان گفت:

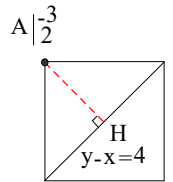
$$AH = HB = \frac{8}{2}$$

$$S = 2S_{\triangle ADH} = 2 \times \frac{1}{2} \times AD \times AH = \sqrt{8} \times \frac{8}{2} = 4$$

باتوجه به تصویر فاصله ی نقطه ی  $A$  تا قطر مربع نصف طول قطر است. پس کافیت این فاصله را محاسبه نمائیم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۳



$$\begin{cases} A \\ x - y + 4 = 0 \end{cases}$$



$$AH = d = \frac{|A|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|A|}{\sqrt{(1)^2 + (-1)^2}} = \frac{|A|}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \text{طول قطر} = \frac{|A|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

مربع یک لوزی هم می باشد پس با رابطه ی لوزی هم می توان مساحت را محاسبه کرد.

$$S = \frac{1}{2}(\text{قطر})^2 = \frac{1}{2}(\sqrt{2})^2 = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۴

ابتد نقطه ی وسط پاره خط  $AB$  را محاسبه می نماییم.

$$M \begin{cases} x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{x + 1}{2} = x - 1 \\ y_M = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{y + 4}{2} = x \end{cases}$$

در این مرحله فاصله ی دو نقطه مبدأ و  $M$  را محاسبه می نماییم و برابر  $\sqrt{5}$  قرار می دهیم.

$$OM = \sqrt{(x_M - x_O)^2 + (y_M - y_O)^2} = \sqrt{(x - 1)^2 + x^2} = \sqrt{5}$$

$$\rightarrow (x - 1)^2 + x^2 = 5 \rightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0 \rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0 \quad \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۵ می توان معادله را از حالت کسری خارج کرد، لذا معادله را در ک.م.م خارج ضرب می کنیم.

$$\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+4} = \frac{1}{x-3} - \frac{(x-3)(x+4)}{x \neq 3, -4} \rightarrow 2x(x+4) + (x+1)(x-3) = (x-1)(x+4)$$

$$\rightarrow 2x^2 + 8x + x^2 - 2x - 3 = x^2 + 3x - 4 \rightarrow 2x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$\rightarrow (2x+1)(x+1) = 0 \quad \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = -1 \end{cases}$$

یا

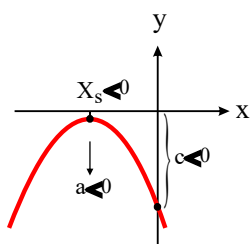
$$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4(2)(1) = 9 - 8 = 1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2(2)} = \frac{-3 \pm 1}{4} \quad \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = -1 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲۶ باتوجه به تصویر می توان گفت: سهمی  $max$  دارد و رو به پایین است پس  $a < 0$



$$x_s < \cdot \rightarrow -\frac{\cdot}{2a} < \cdot \rightarrow a > \cdot \xrightarrow{a < \cdot} b < \cdot$$



نتیجه:

۲۲۷ ۱ ۲ ۳ ۴ باتوجه به متن سؤال می توان نوشت:  $4x^2 - 8x + c = 0$

حاصل جمع ریشه ها  $S = \frac{-8}{4} = -2$

$$S = \alpha + \beta = \beta + 3 + \beta = 2\beta + 3 = -2 \rightarrow 2\beta = -5 \rightarrow \beta = -\frac{5}{2}$$

$$\alpha = \beta + 3 = -\frac{5}{2} + 3 = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = \frac{1}{2}$$

حاصل ضرب ریشه ها  $P = \alpha \cdot \beta = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{5}{2}\right) = -\frac{5}{4} \rightarrow \frac{c}{4} = -\frac{5}{4} \rightarrow c = -5$

$$2x^2 - x + c = 0 \xrightarrow{c=-5} 2x^2 - x - 5 = 0 \rightarrow P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{5}{2}$$

۲۲۸ ۱ ۲ ۳ ۴

برای حل ابتدا یکی از رادیکال ها را به طرف دوم منتقل می نماییم.

به توان ۲ می رسانیم  $\sqrt{x+1} = 1 + \sqrt{2x-5} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم}} x+1 = 1 + 2x-5 + 2\sqrt{2x-5}$

$\rightarrow -x+5 = 2\sqrt{2x-5} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم}} x^2 - 10x + 25 = 4(2x-5)$

$\rightarrow x^2 - 10x + 25 = 8x - 20 \rightarrow x^2 - 18x + 45 = 0$

$(x-15)(x-3) = 0 \rightarrow x = 3 \rightarrow k = 3$   
غ ق ق ۱۵

حال باید معادله ی نهائی را بسازیم و حل کنیم:

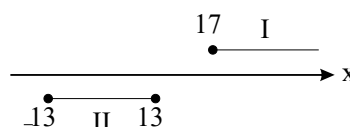
$\sqrt{x+k} = k \xrightarrow{k=3} \sqrt{x+3} = 3 \xrightarrow{(\cdot)^2} x+3 = 9 \rightarrow x = 6$

۲۲۹ ۱ ۲ ۳ ۴ یکی روش های حل معادلات رادیکالی تعیین دامنه تابع می باشد.

$169 - x^2 = x - 17 \rightarrow x - 17 \geq 0 \rightarrow x \geq 17 (I)$

$169 - x^2 \geq 0$

$x^2 \leq 169 \rightarrow |x| \leq 13 \rightarrow -13 \leq x \leq 13 (II)$





$$(I) \cap (II) = \emptyset$$

معادله فاقد ریشه است.

۲۳۰ ابتدا ریشه معادله را در معادله جایگذاری می‌نماییم: ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{(x^2 + 1)^2}{(x + k)^2} = \frac{25}{(k + 2)^2} + 2 \xrightarrow{x=2} \frac{(2^2 + 1)^2}{(2 + k)^2} = \frac{25}{(k + 2)^2} + 2 \rightarrow \frac{25}{(2 + k)^2} = \frac{25}{(k + 2)^2}$$

می‌توان عامل را از مخرج دو طرف حذف نمود چون مخالف صفر است:

$$25 = 25 + 2 \rightarrow 2 = 18 \rightarrow 9$$

$$\rightarrow |k + 2| = 3 \quad \begin{cases} k + 2 = 3 \\ k + 2 = -3 \end{cases} \rightarrow k = 1 \quad k = -5$$

۲۳۱ می‌توان برای حل سوال از مفهوم ریشه استفاده کرد. ریشه یعنی عددی که باعث برقراری تساوی درست می‌شود. ۱ ۲ ۳ ۴

$$1 \text{ گزینه: } 2\sqrt{x+2} + \sqrt{x-1} = 9 \xrightarrow{x=2} 4 + 1 \neq 9 \quad \times$$

$$2 \text{ گزینه: } \sqrt{2x+5} - \sqrt{x-1} = 3 \xrightarrow{x=2} 3 - 1 \neq 3 \quad \times$$

$$3 \text{ گزینه: } \sqrt{3x-1} - \sqrt{x-2} = 1/5 \xrightarrow{x=2} \sqrt{5} = \sqrt{5}$$

$$4 \text{ گزینه: } \sqrt{5x-1} + x = 6 \xrightarrow{x=2} 3 + 2 \neq 6 \quad \times$$

۲۳۲ راه حل اول: نکته: در مورد سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  داریم: ۱ ۲ ۳ ۴

اگر  $a > 0$ ،  $a < 0$ ، آن‌گاه دهانه سهمی رو به بالا (پایین) است و برعکس.

رأس سهمی نقطه  $(-\frac{b}{2a}, f(-\frac{b}{2a}))$  است.

عرض نقطه تقاطع نمودار سهمی با محور  $y$ ها برابر  $c$  است.

نمودار سهمی رو به بالا است، پس:  $a > 0$

طول رأس سهمی منفی است، پس داریم:  $-\frac{b}{2a} < 0$ ، با توجه به اینکه  $a > 0$  نتیجه می‌گیریم:  $b > 0$

عرض نقطه تقاطع نمودار سهمی با محور  $y$ ها منفی است، پس:  $c < 0$

در نتیجه:

$$ab > 0, ac < 0, bc < 0, abc < 0$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

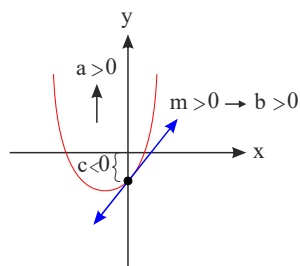
راه حل دوم: در یک سهمی می‌توان از پارامترهای زیر برای تحلیل علامت  $a, b, c$  استفاده کرد:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \rightarrow a > 0, b > 0, c < 0$$

$\uparrow$  شیب خط مماس در  $x=0$   
 $\downarrow$  عرض از مبدأ  
 $\downarrow$  جهت دهانه سهمی



نتیجه:  $b$  و  $c$  هم علامت نیستند پس:  $bc < 0$



برای حل باید ابتدا  $S$  و  $P$  معادله درجه دو حاضر را محاسبه نماییم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۳

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \begin{cases} S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \\ P = \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} \end{cases}$$

$$3x^2 - 21x + 8 = 0$$

$$S = -\frac{b}{a} = -\frac{-21}{3} = 7 \quad P = \frac{c}{a} = \frac{8}{3}$$

در این مرحله باید عبارت مطرح شده را برحسب  $S$  و  $P$  بازنویسی نماییم:

$$\alpha^2 + \beta^2 - 2\beta\alpha = (\alpha + \beta)^2 - 2P = S^2 - 2P = 7^2 - 2 \cdot \frac{8}{3} = 49 - \frac{16}{3} = \frac{121}{3}$$

ابتدا باید مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله درجه دو مطرح شده را محاسبه نماییم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۴

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \begin{cases} S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \\ P = \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} \end{cases}$$

$$x^2 - 5x + 2 = 0 \quad \begin{cases} S = -\frac{b}{a} = -\frac{-5}{1} = 5 \\ P = \frac{c}{a} = \frac{2}{1} = 2 \end{cases}$$

حال باید عبارت مطرح شده را به  $S$  و  $P$  تبدیل کرد:

$$(\alpha + 2)(\beta + 2) = 4 + (\alpha + \beta) \times 2 + \alpha\beta = 4 + 2S + P = 4 + 2(5) + 2 = 16$$

با توجه به توضیح مستطیل طلایی می‌توان رابطه زیر را نوشت: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۵

$$\begin{array}{|c|} \hline x \\ \hline \end{array} \quad y \rightarrow \frac{y}{x} = \frac{1}{\frac{x}{y}} \rightarrow 1 + \frac{1}{\frac{x}{y}} = \frac{x+y}{x}$$

برای محاسبه نسبت حاصل  $y = t$  فرض می‌کنیم:



$$1 + \frac{1}{t} = t \xrightarrow[t \neq 0]{\times t} t + 1 = t^2 \rightarrow t^2 - t - 1 = 0$$

$$\rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4(1)(-1) \rightarrow \Delta = 5$$

$$\begin{cases} t = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ t = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$x$  و  $y$  اضلاع مستطیل هستند، پس مقدار  $y$  منفی نمی باشد و فقط  $y = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$  قابل قبول است.

راه حل اول: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۶

با توجه به نمودار، ریشه های معادله  $f(x) = 0$  به صورت  $x = 1$  و  $x = 2$  است، پس می توان نوشت:

$$f(x) = a(x - 1)(x - 2)$$

از طرفی نمودار تابع  $f$  از نقطه  $(0, 4)$  می گذرد، پس داریم:

$$f(0) = 4 \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

بنابراین ضابطه تابع  $f$ ، به صورت  $f(x) = 2(x - 1)(x - 2)$  است، پس:

$$f(4) = 2(3)(2) = 12$$

راه حل دوم:

با توجه به تصویر سهمی محور  $x$  ها را در دو نقطه قطع کرده است که همان ریشه های سهمی می باشند، یعنی باعث صفر شدن عبارت درجه دومی باشند. از طرفی عرض از مبدأ سهمی یعنی  $f(0)$  برابر ۴ است. لذا داریم:

$$f(x) = a + bx + cx^2$$

$$\rightarrow f(2) = 0 \rightarrow 4a + 2b + c = 0 \xrightarrow{\div 2} 2a + b + \frac{c}{2} = -2$$

حال با حل دستگاه زیر  $a$  و  $b$  را محاسبه می نماییم:

$$\begin{cases} 2a + b = -2 \\ a + b = -4 \end{cases} \rightarrow a + b = -4 \rightarrow 2 + b = -4 \rightarrow b = -6$$

پس عبارت درجه دو به فرم زیر است:

$$f(x) = 2x^2 - 6x + 4 \rightarrow f(4) = 2(16) - 6(4) + 4 = 32 - 24 + 4 = 12$$

راه اول: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳۷

$$x^4 - 2 \cdot x^2 + 36 = 0 \xrightarrow{t=x^2} t^2 - 2t + 36 = 0$$

$$\Rightarrow (t - 18)(t - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{2} \\ t = 18 \Rightarrow x^2 = 18 \Rightarrow x = \pm 3\sqrt{2} \end{cases}$$

بنابراین بزرگ ترین ریشه برابر  $3\sqrt{2}$  و کوچک ترین ریشه برابر  $-3\sqrt{2}$  می باشد که اختلاف این دو مقدار برابر  $6\sqrt{2}$  است.

راه دوم: برای حل این معادله دو مجذوری می توان عبارت را تجزیه نمود:



$$x^2 - 20x^2 + 36 = 0 \rightarrow (x^2 - 18)(x^2 - 2) = 0$$

$$\begin{cases} x^2 - 18 = 0 \rightarrow x^2 = 18 \rightarrow x = \pm\sqrt{18} = \pm 3\sqrt{2} \\ x^2 - 2 = 0 \rightarrow x^2 = 2 \rightarrow x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

با توجه به ریشه‌های حاصل  $max$  ریشه  $3\sqrt{2}$  ,  $min$  ریشه  $-3\sqrt{2}$  می‌باشد.

$$x_{\max} - x_{\min} = 3\sqrt{2} - (-3\sqrt{2}) = 6\sqrt{2}$$

پس ۶ برابر  $\sqrt{2}$  می‌باشد.

۲۳۸ ۱ ۲ ۳ ۴ برای محاسبه  $max$  و  $min$  ابتدا باید ضابطه‌ای بسازیم که حاصل ضرب  $xy$  را به یکی از دو متغیر مرتبط نماید، برای این کار حاصل ضرب را  $P$  در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} P = x \cdot y \rightarrow P = x(-3x + 12) \rightarrow p(x) = -3x^2 + 12x \end{cases}$$

برای محاسبه بیشترین مقدار  $P$  کفایت ارتفاع رأس سهمی را محاسبه نماییم

$$S \text{ رأس سهمی } \begin{cases} x_S = \frac{-2a}{2(-3)} = 2 \\ y_S = P(2) = -3(2)^2 + 12(2) = 12 \end{cases}$$

$$P_{\max} = 12$$

۲۳۹ ۱ ۲ ۳ ۴ اولین نکته قابل توجه این است که دو خط موازی شیب‌هایشان برابر است، پس داریم:

$$\left. \begin{matrix} y = 3x + 1 \end{matrix} \right\} \rightarrow a = 3$$

حال دو معادله را به فرم  $ax + by + c = 0$  می‌نویسیم

برای محاسبه فاصله دو خط رابط زیر کاربرد دارد:

$$d = \frac{|c - |}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|b - 1|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{|b - 1|}{\sqrt{10}}$$

طبق متن سوال این فاصله  $\frac{10}{2}$  می‌باشد.

$$\frac{|b - 1|}{\sqrt{10}} = \frac{10}{2} \rightarrow |b - 1| = 5 \rightarrow \begin{cases} b - 1 = -5 \rightarrow b = -4 \end{cases}$$

حال  $a + b$  را محاسبه نماییم:

$$\begin{cases} a + b = -4 + 3 = -1 \rightarrow \min \end{cases}$$

۲۴۰ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به نمودار معادله تابع  $f$  دارای دو ریشه مثبت می‌باشد. لذا می‌توان شرط‌های زیر را بیان کرد:



$$f(x) = x^2 - mx + m + \frac{5}{4}$$

$$(I) \Delta > 0 \rightarrow \Delta = m^2 - 4(1)(m + \frac{5}{4})$$

m	$-\infty$	-1	5	$+\infty$
$\Delta$	+	0	-	+

$$m \in (-\infty, -1) \cup (5, +\infty)$$

$$(II) S > 0 \rightarrow -a > 0 \rightarrow \frac{1}{a} > 0 \rightarrow m > 0$$

$$(III) P > 0 \rightarrow \frac{5}{4} > 0 \rightarrow m + \frac{5}{4} > 0 \rightarrow m > -\frac{5}{4}$$

حال بین این سه شرط اشتراک می گیریم:

۲۴۱) ۱ ۲ ۳ ۴ برای حل سوال باید میزان کار انجام شده توسط هر کدام را در واحد زمان محاسبه کرد. فرض کنید آشپز در  $x$

ساعت کار را انجام می دهد پس شاگرد او در  $x + 1$  ساعت این کار را انجام خواهد داد.

از طرفی هر دو با هم در ۷۲ دقیقه یعنی  $\frac{6}{5}$  ساعت این کار را انجام می دهند

میزان کار انجام شده در یک ساعت  $\rightarrow$  آشپز  $x$  ساعت  $= \frac{1}{x}$

میزان کار انجام شده در یک ساعت  $\rightarrow$  شاگرد  $x + 1$  ساعت  $= \frac{1}{x + 1}$

میزان کار انجام شده در یک ساعت  $\rightarrow$  با هم  $\frac{6}{5}$  ساعت  $= \frac{5}{6}$

بنابراین داریم:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x + 1} = \frac{5}{6} \rightarrow 6(x + 1) + 6x = 5x(x + 1)$$

$$6x + 6 + 6x = 5x^2 + 5x \rightarrow 5x^2 - 7x - 6 = 0$$

$$\Delta = (-7)^2 - 4(5)(-6) = 49 + 120 = 169$$

$$\rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{169}}{2(5)} = \frac{7 \pm 13}{10} \begin{cases} x_1 = \frac{7 + 13}{10} = 2 \\ x_2 = \frac{7 - 13}{10} = -\frac{6}{10} \end{cases} \text{ غیر قابل قبول}$$

پس شاگرد آشپز در  $3 = 2 + 1$  ساعت غذا را درست می نماید.

۲۴۲) ۱ ۲ ۳ ۴ مرحله اول حل مسئله محاسبه شیب خط گذرنده از  $A$  و  $B$  می باشد.

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{a - b}{a - b} = -1$$

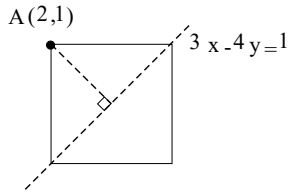
خط مورد نظر بر خط  $AB$  عمود است پس حاصلضرب شیب ها برابر  $-1$  است. پس شیب خط مورد نظر باید برابر باشد که فقط گزینه سوم این ویژگی را دارد.

$$m = 1 \rightarrow y - x = 0 \rightarrow y = x$$





رسم یک تصویر مقدماتی به حل سوال کمک می‌نماید.



با توجه به نمودار، فاصله نقطه  $A$  تا خط مورد نظر، نصف طول قطر می‌باشد. برای محاسبه فاصله نقطه از خط معادله را به فرم  $3x - 4y - 1 = 0$  نوشته و از رابطه زیر استفاده می‌نماییم.

$$d = \frac{|3x - 4y - 1|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|3(2) - 4(1) - 1|}{\sqrt{(3)^2 + (-4)^2}} = \frac{1}{5}$$

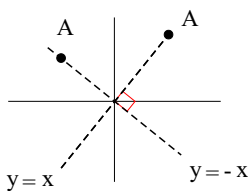
نصف طول قطر:  $d = \frac{1}{5}$

$$\rightarrow \text{قطر} = \frac{1}{5} \times 2 = \frac{2}{5}$$

مربع یک لوزی هم می‌باشد پس برای محاسبه مساحت می‌توان نوشت:

$$S = \frac{1}{2} (\text{قطر})^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{25} = \frac{2}{25}$$

روش اول: با توجه به اینکه فاصله نقطه  $A$  از محورهای مختصات برابر است، می‌توان نقطه  $A$  را به صورت زیر فرض کرد. یعنی نقطه  $A$  روی نیمساز ناحیه اول و سوم یا نیمساز ناحیه دوم و چهارم قرار دارد:



حالت اول:

$$y = x \rightarrow 3m - 9 = -2m + 1 \rightarrow 5m = 10 \rightarrow m = 2 \rightarrow A = (-3, -3)$$

$$OA = \sqrt{(-3 - 0)^2 + (-3 - 0)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ با } A \text{ برابر است:}$$

حالت دوم:

$$y = -x \rightarrow 3m - 9 = 2m - 1 \rightarrow m = 8 \rightarrow A = (-15, 15)$$

$$OA = \sqrt{(-15 - 0)^2 + (15 - 0)^2} = \sqrt{450} = 15\sqrt{2} \text{ با } A \text{ برابر است:}$$

روش دوم:



$$|x_A| = |x_B| \rightarrow |-2m + 1| = |3m - 9|$$

به توان ۲ می‌رسانیم

$$\rightarrow 4m^2 - 4m + 1 = 9m^2 - 54m + 81$$

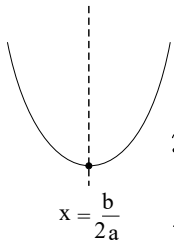
$$\rightarrow 5m^2 - 50m + 80 = 0 \xrightarrow{\div 5} m^2 - 10m + 16 = 0$$

$$\rightarrow (m - 2)(m - 8) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} m = 2 \\ m = 8 \end{array} \right.$$

$$m = 2 \rightarrow A(-3, -3) \rightarrow OA = \sqrt{(-3 - 0)^2 + (-3 + 0)^2} = \sqrt{18} \rightarrow OA = 3\sqrt{2}$$

$$m = 8 \rightarrow A(-15, 15) \rightarrow OA = \sqrt{(-15 - 0)^2 + (15 - 0)^2} = \sqrt{450} \rightarrow OA = 15\sqrt{2}$$

۲۴۵ با توجه به تصویر معادله محور تقارن سهمی برابر است با:  $x = -\frac{b}{2a}$



$$y = x^2 - kx + 1 \rightarrow \text{محور تقارن: } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2(1)} = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \rightarrow x = -\frac{1}{2} = -2 \rightarrow k = -4$$

پس معادله سهمی به شکل مقابل است:  $y = x^2 + 4x + 1$

برای محاسبه min مختصات راس را به طور کامل تعیین می‌نماییم:

$$\begin{array}{l} \text{راس} \left\{ \begin{array}{l} x_s = -\frac{b}{2a} = -2 \\ y_s = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = f(-2) = (-2)^2 + 4(-2) + 1 = -3 \end{array} \right. \end{array}$$

۲۴۶ ابتدا باید پارامترهای موجود را به یکدیگر مرتبط کرده و یک معادله بنویسیم.

طول مسیر ،  $V = \text{سرعت مسیر رفت}$

حال با توجه به صورت سوال داریم:

$$(1) \quad t = \frac{60}{V} \quad \text{زمان رفت}$$

$$(2) \quad t' = \frac{60}{V - 10} \quad \text{زمان برگشت}$$

$$t' = t + 0.5 \xrightarrow{(1), (2)} \frac{60}{V - 10} = \frac{60}{V} + \frac{1}{2}$$

با فرض ۱۰ و  $V \neq 0$  طرفین را در  $2V(V - 10)$  ضرب می‌نماییم:

$$\xrightarrow{\times 2V(V-10)} 120V = 120(V - 10) + V(V - 10)$$

$$\rightarrow 120V = 120V - 1200 + V^2 - 10V$$



$$\rightarrow V^2 - 10V - 1200 = 0 \rightarrow (V - 40)(V + 30) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V = 40 \rightarrow V' = V - 10 = 40 - 10 = 30 \text{ km/h} \rightarrow V' = 30 \text{ km/h} \\ \end{array} \right.$$

۲۴۷ برای حل بهتر است رادیکال‌ها در دو طرف تساوی قرار گیرند

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{x+4} = 1 \rightarrow \sqrt{x+1} = \sqrt{x+4} + 1$$

یه توان ۲ می‌رسانیم

$$\rightarrow x+1 = x+4+1+2\sqrt{x+4} \rightarrow 2\sqrt{x+4} = -4 \rightarrow \sqrt{x+4} = -2$$

با توجه به معادله هیچ ریشه‌ای وجود ندارد.

۲۴۸ برای محاسبهٔ اختلاف  $m$  و  $n$  می‌توان از پارامترهای  $S$  و  $P$  استفاده کرد:

$$f(x) = x^2 - 2mx + 12 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{-}{2} \\ x_2 = \frac{-}{2} \end{array} \right.$$

$$S = \frac{-}{2} + \frac{-}{2} = 2m \rightarrow m + n = 4m \rightarrow n = 3m \quad (I)$$

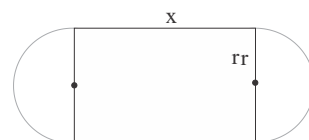
$$P = \frac{-}{2} \times \frac{-}{2} = 12 \rightarrow mn = 48 \quad (II)$$

$$(I), (II) \rightarrow (3m)(m) = 48 \rightarrow 3m^2 = 48 \rightarrow m^2 = 16 \rightarrow m = \pm 4$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m = -4 \rightarrow n = -12 \rightarrow |m - n| = 8 \\ \end{array} \right.$$

۲۴۹

$$\text{محیط استادیوم} = 2x + 2\pi r = 1500 \rightarrow x + \pi r = 750 \rightarrow r = \frac{750 - x}{\pi}$$



$$S = 2xr = 2x \left( \frac{750 - x}{\pi} \right) = \frac{1500x - 2x^2}{\pi} = -\frac{2}{\pi}x^2 + \frac{1500}{\pi}x$$

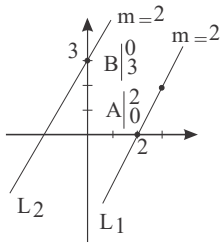
$$x_{Max} = \frac{-\frac{1500}{\pi}}{2 \cdot \left(-\frac{2}{\pi}\right)} = \frac{1500}{4} = 375$$

۲۵۰ برای محاسبهٔ فاصلهٔ دو خط موازی ابتدا با معادله هر دو خط را داشته باشیم. با توجه به اطلاعات مسئله تصویر هر

دو خط را رسم می‌نماییم:

$$L_1 \text{ معادله: } y = mx + h_1 \rightarrow y = 2x + h_1 \xrightarrow{A(2,0)} 0 = 2(+2) + h_1 \rightarrow h_1 = -4 \rightarrow y = 2x - 4$$

$$L_2 \text{ معادله: } y = mx + h_2 \rightarrow y = 2x + h_2 \rightarrow 3 = 2(0) + h_2 \rightarrow h_2 = 3 \rightarrow y = 2x + 3$$



حال هر دو معادله را به فرم کلی می‌نویسیم و با استفاده از رابطه زیر فاصله دو خط را محاسبه می‌نماییم:

$$\begin{cases} 2x - y + 3 = 0 \\ 2x - y + 2 = 0 \end{cases} \rightarrow d = \frac{|c_2 - c_1|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2 - 3|}{\sqrt{(2)^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

روش اول: با توجه به معادله، با یک معادله درجه ۴ برخورد کرده‌ایم؛ می‌توان با یک تغییر متغیر آن را به یک معادله درجه ۲ تبدیل کرد.

$$(x^2 + 3)^2 - 5x^2 - 11 = 0 \xrightarrow{x^2 + 3 = t} t^2 - 5(t - 3) - 11 = 0$$

$$t^2 - 5t + 15 - 11 = 0 \rightarrow t^2 - 5t + 4 = 0 \rightarrow (t - 1)(t - 4) = 0$$

$$\begin{cases} t = 1 \rightarrow x^2 + 3 = 1 \rightarrow x^2 = -2 \text{ غیر قابل قبول} \\ t = 4 \rightarrow x^2 + 3 = 4 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1 \rightarrow x_1 \cdot x_2 = -1 \end{cases}$$

روش دوم:

$$(x^2 + 3)^2 - 5x^2 - 11 = 0 \rightarrow x^4 + 6x^2 + 9 - 5x^2 - 11 = 0$$

$$\rightarrow x^4 + x^2 - 2 = 0 \xrightarrow{x^2 = t} t^2 + t - 2 = 0$$

$$\rightarrow (t - 1)(t + 2) = 0 \begin{cases} t = 1 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x_1 = 1, x_2 = -1 \\ t = -2 \rightarrow x^2 = -2 \rightarrow \text{جواب ندارد} \end{cases}$$

$$\rightarrow x_1 \cdot x_2 = -1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵۲

$$m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = m_{BC} = \frac{0 - 3}{-2 - 4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{شیب عمود منصف } BC = -\frac{1}{m_{BC}} = -2$$

$$(BC \perp \dots) M = \left( \frac{-2 + 4}{2}, \frac{3 + 0}{2} \right) \Rightarrow M = (1, 1.5)$$

$$BC \text{ عمود منصف } BC: y - 1.5 = -2(x - 1) \Rightarrow y = -2x + 3.5 \Rightarrow 2x + y - 3.5 = 0$$

$$A(6, 5) \Rightarrow AH = \frac{|2 \cdot 6 + 5 - 3.5|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{7.5}{\sqrt{5}} = 1.5\sqrt{5}$$



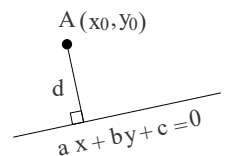
۲۵۳ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا جرم ماده حل شده را به دست می آوریم:  $m = \frac{60}{100} \Rightarrow m = 30 \text{ gr}$

وقتی  $x$  گرم از ماده حل شدنی به محلول اضافه می شود، غلظت آن از تابع گویای  $f(x) = \frac{80}{50+x}$  به دست می آید.

$$f(x) = \frac{80}{100} \Rightarrow \frac{80}{50+x} = \frac{80}{100} \Rightarrow \frac{80}{50+x} = \frac{4}{5} \Rightarrow 150 + 5x = 200 + 4x \Rightarrow x = 50 \text{ gr}$$

۲۵۴ ۱ ۲ ۳ ۴ برای محاسبه فاصله نقطه  $(x, y)$  از خط می توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$d = \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



$$A(a, 1) \rightarrow d = \frac{|2a + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|2a + 4|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{|2a + 4|}{5} = 5$$

$$|2a + 4| = 25 \begin{cases} 2a + 4 = 25 \rightarrow 2a = 21 \rightarrow a_1 = \frac{21}{2} \\ 2a + 4 = -25 \rightarrow 2a = -29 \rightarrow a_2 = -\frac{29}{2} \end{cases} \rightarrow a_1 + a_2 = \frac{21}{2} - \frac{29}{2} = -4$$

۲۵۵ ۱ ۲ ۳ ۴ برای حل معادله بهتر است رادیکال یک طرف به صورت تنها مطرح باشد:

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 2} = x - 2 \xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم}} 2x^2 - 5x + 2 = x^2 - 4x + 4 \rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0 \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases} \times$$

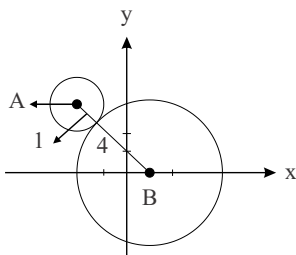
با جایگذاری در معادله اولیه مشخص می شود که فقط  $x = 2$  قابل قبول است.

۲۵۶ ۱ ۲ ۳ ۴ نکته: فاصله دو نقطه  $A$  و  $B$  برابر است با:  $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

ابتدا فاصله دو نقطه  $A$  و  $B$  را محاسبه می کنیم:

$$AB = \sqrt{(-2 - 1)^2 + (4 - 0)^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$$

چون مجموع شعاع دایره ها برابر فاصله دو مرکز است، یعنی  $AB = R + R'$ ، پس این دو دایره بر هم مماس اند؛ یعنی یکدیگر را در یک نقطه قطع می کنند.



بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

۲۵۷ ۱ ۲ ۳ ۴ نکته: تابع درجه دوم  $y = ax^2 + bc + c$  با شرط  $a < 0$  ( $a > 0$ ) دارای ماکسیمم (مینیمم) است که در رأس

آن، یعنی نقطه ای به طول  $x = 2a$  اتفاق می افتد.

طول کل نرده برابر ۱۰۰ متر است، پس:

$$2x + y = 100 \Rightarrow y = 100 - 2x$$

حال ماکسیمم  $xy$  را محاسبه می کنیم:



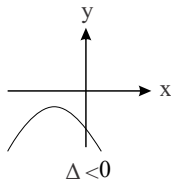
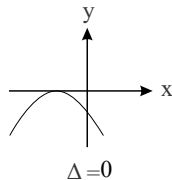
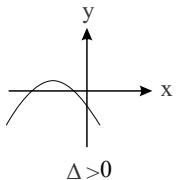
$$S = xy = x(100 - 2x) = -2x^2 + 100x$$

ماکسیم عبارت  $S = -2x^2 + 100x$  به ازای  $x = \frac{100}{2 \times 2} = \frac{100}{4} = 25$  به دست می‌آید.

۲۵۸) برای آن که نمودار تابع درجه دوم  $y = ax^2 + bx + c$  از ناحیه اول عبور نکند باید دارای ماکزیمم و به صورت

باشد، یعنی باید ضریب  $x^2$  منفی باشد. ( $a < 0$ )

حال به بررسی حالت‌های احتمالی می‌پردازیم:



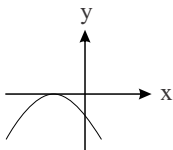
در حالت اول که  $\Delta > 0$  است: ( $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های تابع مورد نظر هستند).

$$\alpha + \beta < 0 \Rightarrow \begin{matrix} a < 0 \\ a \end{matrix} < 0 \longrightarrow b < 0$$

$$\alpha \cdot \beta \geq 0 \Rightarrow \begin{matrix} a < 0 \\ a \end{matrix} \geq 0 \longrightarrow c \leq 0$$

و حالت‌های  $\Delta = 0$  و  $\Delta < 0$  قابل قبول نیستند، زیرا در این حالت از ناحیه دوم نیز نمودار عبور نمی‌کند. اما باید توجه داشت که اگر

$a < 0$  و  $b = 0$  و  $c = 0$  باشند، نمودار به صورت شکل زیر خواهد بود که قابل قبول نیست:



۲۵۹) در معادله صدق می‌کند، در نتیجه:  $x = 5$

$$\frac{a-1}{6} + \frac{1}{21} = \frac{5-a}{42} \xrightarrow{\times 42} 7a - 7 + 2 = 15 - 3a \Rightarrow 10a = 20 \Rightarrow \boxed{a = 2}$$

$$\longrightarrow \frac{1}{2x-4} + \frac{1}{x^2-4} = \frac{1}{x^2-x-6} \Rightarrow \frac{1}{2(x-2)} + \frac{1}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{(x-3)(x+2)}$$

در طرفین داریم:

با شرط  $x \neq 2, -2, 3$  و ضرب

$$(x+2)(x-3) + 2(x-3) = 2(x-2) \Rightarrow x^2 - x - 6 + 2x - 6 = 2x^2 - 4x + 4$$

$$\Rightarrow (x-4)(x-8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 8 \end{cases}$$

۲۶۰) مربع یک لوزی هم محسوب می‌شود که قطرهای برابر دارد لذا می‌توان از رابطه مساحت لوزی استفاده کرد. قدم

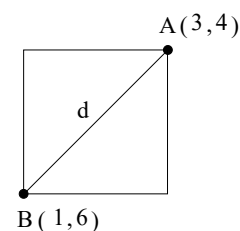
اول محاسبه طول پاره خط AB یا همان قطر مربع می‌باشد.



$$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$d = |AB| = \sqrt{(3+1)^2 + (4-6)^2} = \sqrt{20}$$

$$مساحت S = \frac{(\sqrt{20})^2}{2} = \frac{20}{2} = 10$$



۲۶۱ ۱ ۲ ۳ ۴ روش اول: اگر ریشه های معادله  $x(5x+3)=4$  را با  $\alpha$  و  $\beta$  نمایش دهیم، ریشه های معادله

$4x^2 + kx - 5 = 0$  برابر با  $\alpha$  و  $\beta$  هستند. بنابراین:

$$x(5x+3)=4 \Rightarrow 5x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{-3}{5} = -\frac{3}{5} \\ P = \alpha\beta = \frac{-4}{5} = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S' = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-3/5}{-4/5} = \frac{3}{4} \\ P' = \frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{-4/5} = -\frac{5}{4} \end{cases}$$

تشکیل  
معادله  
 $\rightarrow x^2 - S'x + P' = 0$

$$\Rightarrow x^2 - \frac{3}{4}x - \frac{5}{4} = 0 \Rightarrow 4x^2 - 3x - 5 = 0 \Rightarrow k = -3$$

روش دوم: اگر ریشه های معادله  $4x^2 + kx - 5 = 0$  را به صورت  $X$  نشان دهیم داریم:

$$x(5x+3)=4 \rightarrow 5x^2 + 3x - 4 = 0 \rightarrow X = \frac{1}{x} \text{ یا } x = \frac{1}{X}$$

$$\rightarrow 5\left(\frac{1}{X}\right)^2 + 3\left(\frac{1}{X}\right) - 4 = 0 \rightarrow \frac{5}{X^2} + \frac{3}{X} - 4 = 0$$

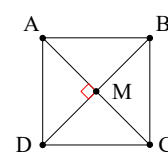
$$\times X^2 \rightarrow 5 + 3X - 4X^2 = 0 \rightarrow 4X^2 - 3X - 5 = 0$$

$$\rightarrow \boxed{k = -3}$$

۲۶۲ ۱ ۲ ۳ ۴ برای نوشتن معادله یک خط نیاز به شیب و یک نقطه از آن خط داریم. با توجه به تصویر می توان مختصات نقطه

$M$  وسط قطر  $AC$  را محاسبه نماییم.

$$M \begin{cases} x_M = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = 1 \\ y_M = \frac{3}{2} = \frac{3}{2} = 3 \end{cases}$$



از طرفی قطرهای مربع برهم عمودند. شیب دو خط عمود برهم قرینه و معکوس یکدیگر می باشد.

$$m_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{3 - 1}{-3 - 5} = \frac{2}{-8} = -\frac{1}{4} \rightarrow m_{BD} = +4$$

حال می توان معادله قطر  $BD$  را به صورت زیر نوشت:



$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 3 = 4(x - 1) \rightarrow$$

$$4x - y = 1$$

۲۶۳ قطرهای متوازی الاضلاع، یکدیگر را نصف می کنند و داریم: ۱ ۲ ۳ ۴

$$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \rightarrow 3 + (-3) = -2 + x_D \rightarrow x_D = 2 \\ y_A + y_C = y_B + y_D \rightarrow 4 + (-2) = 1 + y_D \rightarrow y_D = 1 \end{cases}$$

$$\rightarrow x_D + y_D = 2 + 1 = 3$$

۲۶۴ ۱ ۲ ۳ ۴

$$3x + 2y = 2 \xrightarrow{x=4 \text{ (نقطه ای به طول ۴)}} 3(4) + 2y = 2 \rightarrow 12 + 2y = 2$$

$$\rightarrow 2y = -10 \rightarrow y = -5 \rightarrow B(4, -5), A(2, 1)$$

$$\rightarrow \overline{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(4 - 2)^2 + (-5 - 1)^2}$$

$$\rightarrow \overline{AB} = \sqrt{4 + 36} = \sqrt{40} = \sqrt{4 \times 10} \rightarrow \overline{AB} = 2\sqrt{10}$$

۲۶۵ ۱ ۲ ۳ ۴ نقطه ای به طول ۳ روی محور  $x$  ها یعنی:  $A(3, 0)$

نقطه ای به عرض  $3\sqrt{3}$  روی محور  $y$  ها یعنی:  $B(0, 3\sqrt{3})$

$$\rightarrow m_d = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3\sqrt{3} - 0}{0 - 3} = -\frac{3\sqrt{3}}{3} \rightarrow m_d = -\sqrt{3}$$

$$\xrightarrow{(3,0) \in d} y - 0 = -\sqrt{3}(x - 3) \rightarrow y = -\sqrt{3}x + 3\sqrt{3} \leftarrow \text{معادله } d$$

$$\text{خط } d \text{ و } d' \text{ برهم عمودند} \rightarrow m_{d'} = \frac{-1}{m_d} = \frac{-1}{-\sqrt{3}} \rightarrow m_{d'} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\xrightarrow{(-\sqrt{3}, -3) \in d'} y - (-3) = \frac{\sqrt{3}}{3}(x - (-\sqrt{3})) \rightarrow y + 3 = \frac{\sqrt{3}}{3}(x + \sqrt{3})$$

$$\rightarrow y + 3 = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 1 \rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 2 \quad \text{معادله } d'$$

$$\text{محل برخورد دو خط: } \begin{cases} y = -\sqrt{3}x + 3\sqrt{3} \\ y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = -\sqrt{3}x + 3\sqrt{3} \\ 3y = \sqrt{3}x - 6 \end{cases} +$$

$$4y = 3\sqrt{3} - 6 \rightarrow y = \frac{3\sqrt{3} - 6}{4}$$





۲۶۶ ۱ ۲ ۳ ۴ ارتفاع  $AH$  بر ضلع  $BC$  عمود است پس ابتدا شیب و معادله ضلع  $BC$  را به دست می آوریم:

$$m_{BC} = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} = \frac{3 - (-1)}{0 - 4} = \frac{3}{-4} \xrightarrow{B(0, -1)} y - (-1) = -\frac{3}{4}(x - 0)$$

$$\rightarrow \boxed{y = -\frac{3}{4}x - 1} \quad \text{معادله ضلع } BC$$

اکنون شیب و معادله  $AH$  را محاسبه می کنیم:

$$m_{AH} = -\frac{1}{m_{BC}} = -\frac{1}{-\frac{3}{4}} \rightarrow \boxed{m_{AH} = \frac{4}{3}} \xrightarrow{A(2, 1)} y - 1 = \frac{4}{3}(x - 2)$$

$$\rightarrow y - 1 = \frac{4}{3}x - \frac{8}{3} \rightarrow \boxed{y = \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}} \quad \text{معادله ارتفاع } AH$$

$$\text{محل برخورد ضلع } BC \text{ و ارتفاع } AH \rightarrow \begin{cases} y = -\frac{3}{4}x - 1 \\ y = \frac{4}{3}x - \frac{5}{3} \end{cases} \rightarrow -\frac{3}{4}x - 1 = \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}$$

$$\rightarrow -1 + \frac{5}{3} = \frac{4x}{3} + \frac{3x}{4} \rightarrow \frac{2}{3} = \frac{16x + 9x}{12} \rightarrow \frac{2}{3} = \frac{25x}{12}$$

$$\rightarrow x = \frac{8}{25} \rightarrow \boxed{x = \frac{8}{25}} \rightarrow y = \frac{4}{3} \times \frac{8}{25} - \frac{5}{3} = \frac{32}{75} - \frac{5}{3}$$

$$\rightarrow y = \frac{32 - 125}{75} \rightarrow y = \frac{-93}{75} \rightarrow \boxed{y = \frac{-31}{25}} \rightarrow \boxed{H(\frac{8}{25}, \frac{-31}{25})}$$

۲۶۷ ۱ ۲ ۳ ۴

$$A(-3, -1), O(0, 0) \in d \rightarrow m_{d'} = \frac{y_A - y_O}{x_A - x_O} = \frac{-1 - 0}{-3 - 0} \rightarrow \boxed{m_{d'} = \frac{1}{3}}$$

$$\text{خط } d \text{ و } d' \text{ بر هم عمودند.} \rightarrow m_d = \frac{-1}{m_{d'}} = \frac{-1}{\frac{1}{3}} \rightarrow \boxed{m_d = -3}, \quad B(2, 4) \in d$$

$$\rightarrow y - y_B = m_d(x - x_B) \rightarrow y - 4 = -3(x - 2) \rightarrow \boxed{y = -3x + 10}$$

۲۶۸ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا مختصات نقطه  $M$  وسط پاره خط  $AB$  را به دست آورده و سپس معادله خط  $d$  (عمود منصف  $AB$ ) را می

نویسیم:



$$x_M = \frac{\quad}{2} = \frac{\quad}{2} = 0, \quad y_M = \frac{\quad}{2} = \frac{\quad}{2} = 4$$

$$\rightarrow \boxed{M(0, 4)}, \quad m_{AB} = \frac{\quad}{x_B - x_A} = \frac{\quad}{2 - (-2)} = \frac{6}{4} \rightarrow m_{AB} = \frac{3}{2}$$

$$\rightarrow m_d = \frac{-1}{\frac{3}{2}} \rightarrow \boxed{m_d = -\frac{2}{3}}$$

$$d: y - y_M = m_d(x - x_M) \rightarrow y - 4 = -\frac{2}{3}(x - 0)$$

$$\rightarrow \boxed{y = -\frac{2}{3}x + 4} \quad \begin{array}{l} \text{محل تلاقی با محور } x \text{ ها} \\ y=0 \end{array} \rightarrow 0 = -\frac{2}{3}x + 4 \rightarrow \frac{1}{3}x = 4 \rightarrow \boxed{x = 6}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶۹

$$2y - 3x + 1 = 0 \rightarrow 2y = 3x - 1 \rightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} \rightarrow m' = \frac{3}{2}$$

$$\rightarrow m = \frac{-1}{\frac{3}{2}} \rightarrow \boxed{m = -\frac{2}{3}} \quad \text{شیب خط}$$

$$y + 2x = 3 \quad \begin{array}{l} \text{نقطه‌ای به طول ۲} \\ x=2 \end{array} \rightarrow y + 2(2) = 3 \rightarrow y = -1 \rightarrow \boxed{A(2, -1)}$$

اکنون معادله خطی را می‌نویسیم که شیب آن  $m = -\frac{2}{3}$  است و از نقطه  $A(2, -1)$  می‌گذرد:

$$y - y_A = m(x - x_A) \rightarrow y - (-1) = -\frac{2}{3}(x - 2) \rightarrow y + 1 = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$$

$$\rightarrow \boxed{y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}} \rightarrow \boxed{\text{عرض از مبدأ} = \frac{1}{3}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷۰ ابتدا نقطه برخورد دو خط  $y = 3x + 1$  و  $2x + 3y = 14$  را به دست می‌آوریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y = 14 \\ y = 3x + 1 \end{array} \right. \xrightarrow{\text{جای‌گذاری}} 2x + 3(3x + 1) = 14 \rightarrow 11x + 3 = 14$$

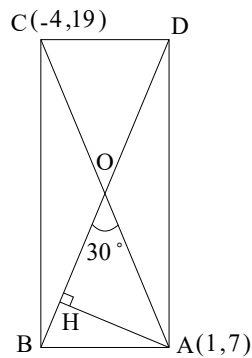
$$\rightarrow 11x = 11 \rightarrow \boxed{x = 1}, \quad y = 3(1) + 1 \rightarrow \boxed{y = 4} \rightarrow \boxed{A(1, 4)}$$

خطی که با نیم‌ساز ربع دوم و چهارم ( $y = -x$ ) موازی است پس شیب آن برابر است با:  $\boxed{\quad}$

$$y - y_A = m(x - x_A) \rightarrow y - 4 = -1(x - 1) \rightarrow y - 4 = -x + 1$$

$$y = -x + 5 \rightarrow \boxed{y + x - 5 = 0}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷۱ ابتدا طول قطر  $AC$  را به دست می‌آوریم:



$$AC = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} = \sqrt{(1 - (-4))^2 + (7 - 19)^2}$$

$$AC = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} \rightarrow \boxed{AC = 13}$$

و چون در مستطیل قطرها هم دیگر را نصف می کنند داریم:

$$OA = OC = OB = OD = \frac{13}{2}$$

قطرهای مستطیل، مستطیل را به چهار مثلث هم مساحت تقسیم می کنند پس داریم:

$$S_{\square ABCD} = 4 \times S_{\triangle OAD} = 4 \times \left( \frac{1}{2} \times OD \times OA \times \sin 30^\circ \right)$$

$$\rightarrow S_{\square ABCD} = 4 \times \frac{13}{2} \times \frac{13}{2} \times \frac{1}{2} \rightarrow \boxed{S_{\square ABCD} = \frac{169}{2}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷۲

$$AC = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} = \sqrt{(-1 - 3)^2 + (1 - 1)^2} = \sqrt{16} = 4$$

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(-1 - 3)^2 + (1 - (-2))^2} = \sqrt{16 + 9} = 5$$

$$BC = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} = \sqrt{(3 - 3)^2 + (-2 - 1)^2} = \sqrt{9} = 3$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \rightarrow \boxed{\text{مثلث قائم الزاویه}} , \quad S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} (AC \times BC) = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \rightarrow \boxed{S_{\triangle ABC} = 6}$$



$$d_1 : mx + (m+1)y = 3 \rightarrow m_1 = -\frac{1}{m+1}$$

$$d_2 : (m^2-1)x + m(m+2)y = 4 \rightarrow m_2 = -\frac{m^2-1}{m(m+2)}$$

$$\cdot \text{ عمود } \rightarrow m_1 \cdot m_2 = -1 \rightarrow \frac{1}{m+1} \times \frac{-(m^2-1)}{m(m+2)} = -1$$

$$\rightarrow \frac{1}{(m+1)} \cdot \frac{1}{m(m+2)} = -1 \xrightarrow{m \neq 0, -1, -2} \frac{m-1}{m+2} = -1$$

$$m-1 = -m-2 \rightarrow 2m = -1 \rightarrow \boxed{m = -\frac{1}{2}}$$

$$m = 0 \rightarrow \begin{cases} d_1 : y = 3 \\ d_2 : x = -4 \end{cases} \rightarrow \text{دو خط بر هم عمودند.} \rightarrow \boxed{m = 0}$$

$$m = -1 \rightarrow \begin{cases} d_1 : x = -3 \\ d_2 : y = -4 \end{cases} \rightarrow \text{دو خط بر هم عمودند.} \rightarrow \boxed{m = -1}$$

$$m = -2 \rightarrow \begin{cases} d_1 : -2x - y = 3 \\ d_2 : 3x = 4 \end{cases} \rightarrow \text{دو خط بر هم عمود نیستند.}$$

$$m_{\text{میانگین}} = -\frac{1}{2} + 0 + (-1) = -\frac{1}{2}$$

$$x^2 + 2x - 5 = 0 \rightarrow \begin{cases} S = -\frac{b}{a} = -\frac{2}{1} = -2 \\ P = \frac{c}{a} = \frac{-5}{1} = -5 \end{cases}$$

$$P = \frac{1}{\alpha+1} \times \frac{1}{\beta+1} = -5 \rightarrow (\alpha+1)(\beta+1) = -\frac{1}{5} \quad (1)$$

$$S = \frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1} = \frac{1}{(\alpha+1)(\beta+1)} = -2 \rightarrow \frac{1}{-\frac{1}{5}} = -2$$

$$\rightarrow \alpha + \beta + 2 = \frac{2}{5} \rightarrow \boxed{\alpha + \beta = -\frac{8}{5}} \quad (2)$$

طبق رابطه (۱) داریم:

$$(\alpha+1)(\beta+1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -\frac{1}{5} \xrightarrow{(2)} \alpha\beta - \frac{8}{5} + 1 = -\frac{1}{5}$$

معادله درجه دومی که مجموع ریشه هایش برابر  $-\frac{8}{5}$  و حاصل ضرب ریشه هایش  $\frac{2}{5}$  باشد را می نویسیم:



$$\rightarrow \alpha\beta = \frac{2}{5}$$

$$\rightarrow x^2 - \left(-\frac{8}{5}\right)x + \frac{2}{5} = 0 \xrightarrow{\times 5} 5x^2 + 8x + 2 = 0$$

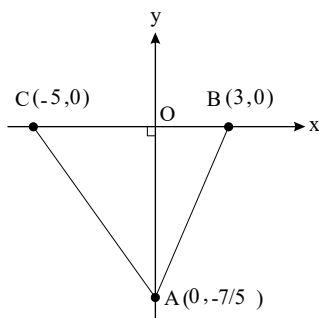
۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷۵

$$f(x) = \frac{2}{5} + x - \frac{7}{5}$$

$$y = 0 \rightarrow 0 = \frac{2}{5}x^2 + x - \frac{7}{5} \xrightarrow{\times 5} x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0 \rightarrow x = 3 \quad x = -1 \rightarrow \begin{cases} B(3, 0) \\ C(-1, 0) \end{cases}$$

مطابق شکل، مساحت مثلث برابر است با:



$$S = \frac{1}{2} \times \frac{8}{5} \rightarrow \boxed{S = 3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷۶

$$f(x) = a + bx + c$$

$$f(0) = -2 \rightarrow a(0)^2 + b(0) + c = -2 \rightarrow \boxed{c = -2}$$

با توجه به سهمی رسم شده، رأس سهمی نقطهٔ وسط  $x = 0$  و  $x = -2$  است یعنی  $x_S = -1$

$$x_S = -1 = -\frac{b}{2a} \rightarrow b = 2a$$

$$\begin{cases} a - b = -2 \rightarrow a - 2a = -2 \rightarrow -a = -2 \rightarrow \boxed{a = 2}, \boxed{b = 4} \end{cases}$$

$$\rightarrow f(x) = 2x^2 + 4x - 2 \rightarrow P = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{4} = -1$$



$$\frac{\quad}{x^2 - 1} + \frac{\quad}{x + 1} = \frac{\quad}{x^2 - x}$$

$$\rightarrow \left( \frac{\quad}{(x-1)(x+1)} + \frac{\quad}{(x+1)} = \frac{\quad}{x(x-1)(x+1)} \right) \times x(x-1)(x+1)$$

$$\rightarrow 2x^2 + 2x(x-1) = (2-x)(x+1) \rightarrow 2x^2 + 2x^2 - 2x = 2x + 2 - x^2 - x$$

$$\rightarrow 5x^2 - 3x - 2 = 0 \xrightarrow{5-3-2=0} \begin{cases} x = a \rightarrow x = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

زمان انجام کار توسط ماشین تندتر  $x$  و زمان انجام کار توسط ماشین کندتر  $2x$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{x} + \frac{1}{2x} \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{2x} \rightarrow 12 = 2x \rightarrow x = 6$$

$$\boxed{2x = 12 = \text{زمان انجام کار توسط ماشین کندتر}}$$

چون  $A(-4, -1)$  و  $B(-2, -3)$  دو رأس غیرمجاور یک مربع هستند پس طول پاره خط  $AB$  برابر قطر مربع

است و مرکز مربع (نقطه  $M$  و وسط قطرها) روی خط  $1 = my + (m-2)x$  قرار دارد.

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(-4 + 2)^2 + (-1 + 3)^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8}$$

$$\rightarrow AB = 2\sqrt{2} \rightarrow \text{قطر مربع } d = 2\sqrt{2} \rightarrow S = \frac{(\quad)}{2} = \frac{8}{2} = 4 \rightarrow \boxed{S = 4}$$

$$\begin{cases} x_M = \frac{\quad}{2} = \frac{\quad}{2} = -3 \\ y_M = \frac{\quad}{2} = \frac{\quad}{2} = -2 \end{cases} \rightarrow M(-3, -2)$$

$$\rightarrow m(-2) + (m-2)(-3) = 1 \rightarrow -2m - 3m + 6 = 1 \rightarrow 5 = 5m \rightarrow \boxed{m = 1}$$

$$\frac{\quad}{m} = \frac{\quad}{1} \Rightarrow \boxed{\frac{S}{m} = 4}$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$\begin{cases} x_S = 3 \rightarrow \quad = 3 \rightarrow -b = 6a \rightarrow b = -6a \end{cases}$$

$$\begin{cases} (0, 5) \rightarrow 5 = a(0)^2 + b(0) + c \rightarrow \boxed{c = 5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_S = -4 \rightarrow \frac{\quad}{4a} = -4 \rightarrow \Delta = 16a \xrightarrow{c=5} b^2 - 4ac = 16a \rightarrow b^2 - 20a - 16a = 0 \\ \rightarrow b^2 - 36a = 0 \end{cases}$$



$$\rightarrow \begin{cases} b^2 - 36a = 0 \\ \rightarrow (-6a)^2 - 36a = 0 \rightarrow 36a^2 - 36a = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow 36a(a - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -6 \end{cases}$$

$$\rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \rightarrow (x - 1)(x - 5) = 0 \rightarrow \begin{cases} \alpha = 5 \\ \beta = 1 \end{cases}$$

$$\rightarrow y = x^2 + \alpha x + \beta \rightarrow y = x^2 + 5x + 1 = 0 \rightarrow \Delta = (5)^2 - 4(1)(1) = 21 > 0$$

معادله ۲ ریشه دارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸۱

$$y = a(x - 1)(x + 3) \xrightarrow{(\cdot, 2)} 2 = a(0 - 1)(0 + 3) \rightarrow 2 = -3a$$

$$\rightarrow a = -\frac{2}{3} \rightarrow y = -\frac{2}{3}(x - 1)(x + 3) \xrightarrow{x=5} y = -\frac{2}{3}(5 - 1)(5 + 3)$$

$$\rightarrow y = -\frac{2}{3}(4)(8) \rightarrow y = -\frac{64}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸۲

$$x^2 - 2x - 6 = 0 \xrightarrow{x=\alpha} \alpha^2 - 2\alpha - 6 = 0 \rightarrow \alpha^2 - 6 = 2\alpha$$

$$S = \alpha + \beta = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 24}}{2} = -1 \pm \sqrt{7}, \quad P = \alpha\beta = -6$$

$$(\alpha^2 - 6)^3 + 8\beta^3 = (2\alpha)^3 + 8\beta^3 = 8\alpha^3 + 8\beta^3 = 8(\alpha^3 + \beta^3)$$

$$= 8(S^3 - 3PS) = 8(2^3 - 3(-6)(2)) = 8(8 + 36) = 8 \times 44 = 352$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸۳

$$\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} = -1 - \frac{x(x+1)}{x \neq 0, x \neq -1} \rightarrow x^2 - (x-1)(x+1) = -x(x+1)$$

$$\rightarrow x^2 - (x^2 - 1) = -x^2 - x \rightarrow 1 = -x^2 - x \rightarrow x^2 + x + 1 = 0$$

$$\rightarrow \Delta = (1)^2 - 4(1)(1) = -3 < 0 \quad \text{ریشه حقیقی ندارد.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸۴

$$\sqrt{3x^2 + 2x - 1} + \sqrt{3x^2 + 2x + 2} = 1$$

$$3x^2 + 2x - 1 = t \rightarrow 3x^2 + 2x + 2 = t + 3$$

$$\rightarrow \sqrt{t} + \sqrt{t+3} = 1 \rightarrow \sqrt{t+3} = 1 - \sqrt{t} \xrightarrow{\text{توان ۲}} t+3 = 1 + t - 2\sqrt{t}$$

$$\rightarrow 2\sqrt{t} = -2 \rightarrow \sqrt{t} = -1 \rightarrow \text{معادله جواب ندارد.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸۵ دو خط موازی هستند پس شیب یکسان دارند، یعنی:



$$\frac{a}{6} = -\frac{b}{3} \rightarrow a = -2b$$

فاصله دو خط برابر ۳ است، پس داریم:

$$\frac{a}{6}x - y + 4 = 0, \quad -\frac{b}{3}x - y - 1 = 0$$

$$\rightarrow d = \frac{|c - |}{\sqrt{a^2 + b^2}} \rightarrow 3 = \frac{|c - |}{\sqrt{(\frac{a}{6})^2 + (-1)^2}} \rightarrow \sqrt{(\frac{a}{6})^2 + 1} = \frac{5}{3}$$

$$\rightarrow (\frac{a}{6})^2 + 1 = \frac{25}{9} \rightarrow (\frac{a}{6})^2 = \frac{16}{9} \rightarrow (\frac{a}{6})^2 = (\frac{4}{3})^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{6} = \frac{4}{3} \rightarrow a = 8, & b = -4 \rightarrow ab = -32 \\ \frac{a}{6} = -\frac{4}{3} \rightarrow a = -8, & b = 4 \rightarrow ab = -32 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸۶

فرض می کنیم  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های این معادله هستند.  $mx^2 + (m-4)x - \frac{4}{m} = 0 \rightarrow$

$$S = \alpha + \beta = -\frac{m-4}{m}, \quad P = \alpha\beta = -\frac{4}{m^2}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = 1 \rightarrow S^2 - 2P = 1 \rightarrow (\frac{m-4}{m})^2 - 2(-\frac{4}{m^2}) = 1$$

$$\rightarrow \frac{m^2 - 8m + 16}{m^2} + \frac{8}{m^2} = 1 \rightarrow m^2 - 8m + 24 = m^2 \rightarrow -8m + 24 = 0$$

$$\rightarrow \boxed{m=3} \rightarrow 3x^2 - x - \frac{4}{3} = 0 \rightarrow \alpha, \beta \text{ ریشه های معادله هستند.} \rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = \frac{1}{3} \\ \alpha\beta = -\frac{4}{9} \end{cases}$$

$$\text{معادله: } 3x^2 - x - \frac{4}{3} = 0 \xrightarrow{x=\alpha} 3\alpha^2 - \alpha - \frac{4}{3} = 0 \rightarrow \boxed{3\alpha^2 - \alpha = \frac{4}{3}}$$

$$3\alpha^2 - 2\alpha - \beta = 3\alpha^2 - \alpha - \alpha - \beta = (3\alpha^2 - \alpha) - (\alpha + \beta) = \frac{4}{3} - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸۷

$$f(x) = x^2 + bx + c$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(0) = 0 \rightarrow c = 0 \\ f(-2) = 0 \rightarrow 4 - 2b + c = 0 \rightarrow b = 2 \\ f(1) = n \rightarrow n = 4 \end{cases} \rightarrow n + b + c = 6$$





۲۸۸ ۱ ۲ ۳ ۴ دو ضلع مجاور یک مربع برهم عمودند، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} x + (m+1)y = 1 \\ (m+1)y = -x + 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = -\frac{1}{m+1}x + \frac{1}{m+1} \\ y = -\frac{1}{m+1}x + \frac{1}{m+1} \end{cases} \rightarrow \frac{m}{2} = -\frac{m}{m+1}$$

$$\rightarrow \text{دو خط برهم عمودند} \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{m+1}\right) = -1 \rightarrow \frac{1}{2m+2} = -1 \rightarrow 2m+2 = -m$$

$$\rightarrow 3m = -2 \rightarrow m = -\frac{2}{3}$$

۲۸۹ ۱ ۲ ۳ ۴

$$R = 3 \text{ شعاع دایره} \rightarrow \pi R^2 = 9\pi \rightarrow \text{مساحت دایره}$$

شعاع دایره ۳ است و چون دایره بر خط  $4y - 3x = k$  مماس است پس فاصله مرکز دایره تا خط  $4y - 3x = k$  برابر شعاع دایره یعنی ۳ است.

$$3x - 4y + k = 0, \text{ مرکز: } O(-1, 2)$$

$$\rightarrow R = \frac{|k - 11|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 3 \rightarrow \frac{|k - 11|}{5} = 3 \rightarrow |k - 11| = 15 \rightarrow \begin{cases} k - 11 = -15 \rightarrow k = -4 \\ k - 11 = 15 \rightarrow k = 26 \end{cases}$$

باتوجه به گزینه ها  $k = -4$  پاسخ است.

۲۹۰ ۱ ۲ ۳ ۴

$$(x-1)^2 + 2x = x^2 + 7 \rightarrow (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1 + 6 \rightarrow (x-1)^2 = (x-1)^2 + 6$$

$$(x-1)^2 = A \rightarrow A^2 = A + 6 \rightarrow A^2 - A - 6 = 0 \rightarrow (A-3)(A+2) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} A = 3 \rightarrow (x-1)^2 = 3 \rightarrow x-1 = \pm\sqrt{3} \rightarrow x = \pm\sqrt{3} + 1 \\ A = -2 \rightarrow (x-1)^2 = -2 \rightarrow \end{cases}$$

$$\text{مجموع مربعات ریشه ها} = (\sqrt{3}+1)^2 + (-\sqrt{3}+1)^2 = 3+1+2\sqrt{3}+3+1-2\sqrt{3} = 8$$

۲۹۱ ۱ ۲ ۳ ۴

چون تابع درجه ۲ محور  $x$  ها را در  $x = -1$  و  $x = 5$  قطع می کند پس ضابطه آن به صورت  $f(x) = a(x+1)(x-5)$  نوشته می شود. ضمناً طول رأس سهمی وسط دو ریشه است پس داریم:

$$x_S = \frac{-1+5}{2} = 2, \quad f(2) = 18 \rightarrow 18 = a(2+1)(2-5)$$

$$\rightarrow f(x) = a(x+1)(x-5) \stackrel{a=-2}{=} -2(x+1)(x-5) = -2(x^2 - 4x - 5)$$



$$\rightarrow f(x) = -2x^2 + 8x + 10 \rightarrow \boxed{a = -2}, \boxed{b = 8}, \boxed{c = 10} \quad (I)$$

$$\rightarrow A = -3a + -c \stackrel{(I)}{=} -3(-2) + -10 \rightarrow A = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹۲

$$\frac{x^2 + ax + 4}{x^2 - 2x - 3} = 0 \rightarrow x^2 + ax + 4 = 0, \rightarrow x^2 - 2x - 3 \neq 0 \rightarrow (x - 3)(x + 1) \neq 0$$

$$\rightarrow x \neq 3, x \neq -1$$

برای این که معادله یک ریشه داشته باشد، حالت های زیر را در نظر می گیریم:

۱- معادله  $x^2 + ax + 4 = 0$  یک ریشه داشته باشد، پس باید  $\Delta = 0$  باشد و داریم:

$$a^2 - 4(1)(4) = 0 \rightarrow a^2 - 16 = 0 \rightarrow a = \pm 4$$

$$\left. \begin{aligned} a = 4 &\rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \rightarrow (x + 2)^2 = 0 \rightarrow \boxed{x = -2} \\ a = -4 &\rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow (x - 2)^2 = 0 \rightarrow \boxed{x = 2} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{هر دو مقدار } a = 4 \text{ و } a = -4 \\ \text{قابل قبول است.} \end{array}$$

۲- معادله  $x^2 + ax + 4 = 0$  دو ریشه داشته باشد و یکی از آن ها  $x = 3$  باشد و داریم:

$$3^2 + a(3) + 4 = 0 \rightarrow 3a = -13 \rightarrow a = -\frac{13}{3} \rightarrow x^2 - \frac{13}{3}x + 4 = 0$$

$$\boxed{x = \frac{4}{3}}$$

$$\rightarrow (x - 3)(x - \frac{4}{3}) = 0 \rightarrow a = -\frac{13}{3} \text{ قابل قبول است.}$$

۳- معادله  $x^2 + ax + 4 = 0$  دو ریشه داشته باشد و یکی از آن ها  $x = -1$  باشد و داریم:

$$(-1)^2 + a(-1) + 4 = 0 \rightarrow -a + 5 = 0 \rightarrow a = 5 \rightarrow x^2 + 5x + 4 = 0$$

$$\boxed{x = -4}$$

$$\rightarrow (x + 1)(x + 4) = 0 \rightarrow a = 5 \text{ قابل قبول است.}$$

۴ مقدار برای  $a$  داریم یعنی  $\{5, -\frac{13}{3}, \pm 4\}$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹۳

از آن جایی که  $x = -1$  جواب معادله است در معادله صدق می کند؛ داریم:

$$\sqrt{x^2 + ax + 17} = ax - 2 \xrightarrow{x=-1} \sqrt{(-1)^2 + a(-1) + 17} = a(-1) - 2$$

$$\rightarrow \sqrt{18 - a} = -a - 2 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 18 - a = a^2 + 4a + 4$$

$$\rightarrow a^2 + 5a - 14 = 0 \rightarrow (a + 7)(a - 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + 7 = 0 \rightarrow a = -7 \rightarrow \sqrt{18 - (-7)} = -(-7) - 2 \checkmark \\ a - 2 = 0 \rightarrow a = 2 \rightarrow \sqrt{18 - 2} = -2 - 2 \times \end{cases} \rightarrow \text{جواب معادله } a = -7 \text{ است.}$$



$$y = \frac{-3}{4}x \rightarrow 4y = -3x \rightarrow 3x + 4y = 0$$

پس دو خط  $3x + 4y = 0$  و  $3x + 4y = 6$  موازی هستند و مرکز دایره در معادله خط وسط این دو خط صدق می کند، یعنی:

$$3x + 4y = \frac{6}{2} \rightarrow 3x + 4y = 3 \quad (*)$$

مرکز دایره هم روی خط  $y = x - 1$  قرار دارد پس مختصات مرکز دایره  $C \mid \alpha - 1$  است و این مختصات را در معادله خط  $(*)$  قرار می دهیم:

$$3\alpha + 4(\alpha - 1) = 3 \rightarrow 7\alpha = 7 \rightarrow \alpha = 1 \rightarrow C \mid$$

$$\rightarrow |CO| = \sqrt{(1 - 0)^2 + (0 - 1)^2} = 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{x-3}} - \frac{1}{\sqrt{x}} = 0 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{x-3}} = \frac{1}{\sqrt{x}} \rightarrow \sqrt{x-3} = \sqrt{x} \rightarrow \sqrt{x-3} - \sqrt{x} = 0$$

توان ۲  $\rightarrow 4(x-3) = x \rightarrow 4x - x = 12 \rightarrow 3x = 12 \rightarrow \boxed{x = 4} \rightarrow 4 \in (3, 6)$



## پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴

۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴

۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴
۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴

۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۱۹	۱	۲	۳	۴
۱۲۰	۱	۲	۳	۴
۱۲۱	۱	۲	۳	۴
۱۲۲	۱	۲	۳	۴
۱۲۳	۱	۲	۳	۴
۱۲۴	۱	۲	۳	۴
۱۲۵	۱	۲	۳	۴
۱۲۶	۱	۲	۳	۴
۱۲۷	۱	۲	۳	۴
۱۲۸	۱	۲	۳	۴
۱۲۹	۱	۲	۳	۴
۱۳۰	۱	۲	۳	۴
۱۳۱	۱	۲	۳	۴
۱۳۲	۱	۲	۳	۴
۱۳۳	۱	۲	۳	۴
۱۳۴	۱	۲	۳	۴
۱۳۵	۱	۲	۳	۴
۱۳۶	۱	۲	۳	۴
۱۳۷	۱	۲	۳	۴
۱۳۸	۱	۲	۳	۴
۱۳۹	۱	۲	۳	۴
۱۴۰	۱	۲	۳	۴



۱۴۱	۱	۲	۳	۴
۱۴۲	۱	۲	۳	۴
۱۴۳	۱	۲	۳	۴
۱۴۴	۱	۲	۳	۴
۱۴۵	۱	۲	۳	۴
۱۴۶	۱	۲	۳	۴
۱۴۷	۱	۲	۳	۴
۱۴۸	۱	۲	۳	۴
۱۴۹	۱	۲	۳	۴
۱۵۰	۱	۲	۳	۴
۱۵۱	۱	۲	۳	۴
۱۵۲	۱	۲	۳	۴
۱۵۳	۱	۲	۳	۴
۱۵۴	۱	۲	۳	۴
۱۵۵	۱	۲	۳	۴
۱۵۶	۱	۲	۳	۴
۱۵۷	۱	۲	۳	۴
۱۵۸	۱	۲	۳	۴
۱۵۹	۱	۲	۳	۴
۱۶۰	۱	۲	۳	۴
۱۶۱	۱	۲	۳	۴
۱۶۲	۱	۲	۳	۴
۱۶۳	۱	۲	۳	۴
۱۶۴	۱	۲	۳	۴
۱۶۵	۱	۲	۳	۴
۱۶۶	۱	۲	۳	۴
۱۶۷	۱	۲	۳	۴
۱۶۸	۱	۲	۳	۴
۱۶۹	۱	۲	۳	۴
۱۷۰	۱	۲	۳	۴
۱۷۱	۱	۲	۳	۴
۱۷۲	۱	۲	۳	۴
۱۷۳	۱	۲	۳	۴
۱۷۴	۱	۲	۳	۴
۱۷۵	۱	۲	۳	۴

۱۷۶	۱	۲	۳	۴
۱۷۷	۱	۲	۳	۴
۱۷۸	۱	۲	۳	۴
۱۷۹	۱	۲	۳	۴
۱۸۰	۱	۲	۳	۴
۱۸۱	۱	۲	۳	۴
۱۸۲	۱	۲	۳	۴
۱۸۳	۱	۲	۳	۴
۱۸۴	۱	۲	۳	۴
۱۸۵	۱	۲	۳	۴
۱۸۶	۱	۲	۳	۴
۱۸۷	۱	۲	۳	۴
۱۸۸	۱	۲	۳	۴
۱۸۹	۱	۲	۳	۴
۱۹۰	۱	۲	۳	۴
۱۹۱	۱	۲	۳	۴
۱۹۲	۱	۲	۳	۴
۱۹۳	۱	۲	۳	۴
۱۹۴	۱	۲	۳	۴
۱۹۵	۱	۲	۳	۴
۱۹۶	۱	۲	۳	۴
۱۹۷	۱	۲	۳	۴
۱۹۸	۱	۲	۳	۴
۱۹۹	۱	۲	۳	۴
۲۰۰	۱	۲	۳	۴
۲۰۱	۱	۲	۳	۴
۲۰۲	۱	۲	۳	۴
۲۰۳	۱	۲	۳	۴
۲۰۴	۱	۲	۳	۴
۲۰۵	۱	۲	۳	۴
۲۰۶	۱	۲	۳	۴
۲۰۷	۱	۲	۳	۴
۲۰۸	۱	۲	۳	۴
۲۰۹	۱	۲	۳	۴
۲۱۰	۱	۲	۳	۴

۲۱۱	۱	۲	۳	۴
۲۱۲	۱	۲	۳	۴
۲۱۳	۱	۲	۳	۴
۲۱۴	۱	۲	۳	۴
۲۱۵	۱	۲	۳	۴
۲۱۶	۱	۲	۳	۴
۲۱۷	۱	۲	۳	۴
۲۱۸	۱	۲	۳	۴
۲۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۲۹	۱	۲	۳	۴
۲۳۰	۱	۲	۳	۴
۲۳۱	۱	۲	۳	۴
۲۳۲	۱	۲	۳	۴
۲۳۳	۱	۲	۳	۴
۲۳۴	۱	۲	۳	۴
۲۳۵	۱	۲	۳	۴
۲۳۶	۱	۲	۳	۴
۲۳۷	۱	۲	۳	۴
۲۳۸	۱	۲	۳	۴
۲۳۹	۱	۲	۳	۴
۲۴۰	۱	۲	۳	۴
۲۴۱	۱	۲	۳	۴
۲۴۲	۱	۲	۳	۴
۲۴۳	۱	۲	۳	۴
۲۴۴	۱	۲	۳	۴
۲۴۵	۱	۲	۳	۴

۲۴۶	۱	۲	۳	۴
۲۴۷	۱	۲	۳	۴
۲۴۸	۱	۲	۳	۴
۲۴۹	۱	۲	۳	۴
۲۵۰	۱	۲	۳	۴
۲۵۱	۱	۲	۳	۴
۲۵۲	۱	۲	۳	۴
۲۵۳	۱	۲	۳	۴
۲۵۴	۱	۲	۳	۴
۲۵۵	۱	۲	۳	۴
۲۵۶	۱	۲	۳	۴
۲۵۷	۱	۲	۳	۴
۲۵۸	۱	۲	۳	۴
۲۵۹	۱	۲	۳	۴
۲۶۰	۱	۲	۳	۴
۲۶۱	۱	۲	۳	۴
۲۶۲	۱	۲	۳	۴
۲۶۳	۱	۲	۳	۴
۲۶۴	۱	۲	۳	۴
۲۶۵	۱	۲	۳	۴
۲۶۶	۱	۲	۳	۴
۲۶۷	۱	۲	۳	۴
۲۶۸	۱	۲	۳	۴
۲۶۹	۱	۲	۳	۴
۲۷۰	۱	۲	۳	۴
۲۷۱	۱	۲	۳	۴
۲۷۲	۱	۲	۳	۴
۲۷۳	۱	۲	۳	۴
۲۷۴	۱	۲	۳	۴
۲۷۵	۱	۲	۳	۴
۲۷۶	۱	۲	۳	۴
۲۷۷	۱	۲	۳	۴
۲۷۸	۱	۲	۳	۴
۲۷۹	۱	۲	۳	۴
۲۸۰	۱	۲	۳	۴



۲۸۱ ۱ ۲ ۳ ۴  
 ۲۸۲ ۱ ۲ ۳ ۴  
 ۲۸۳ ۱ ۲ ۳ ۴  
 ۲۸۴ ۱ ۲ ۳ ۴

۲۸۵ ۱ ۲ ۳ ۴  
 ۲۸۶ ۱ ۲ ۳ ۴  
 ۲۸۷ ۱ ۲ ۳ ۴  
 ۲۸۸ ۱ ۲ ۳ ۴

۲۸۹ ۱ ۲ ۳ ۴  
 ۲۹۰ ۱ ۲ ۳ ۴  
 ۲۹۱ ۱ ۲ ۳ ۴  
 ۲۹۲ ۱ ۲ ۳ ۴

۲۹۳ ۱ ۲ ۳ ۴  
 ۲۹۴ ۱ ۲ ۳ ۴  
 ۲۹۵ ۱ ۲ ۳ ۴