MrKonkori

۱) در تابع با ضابطه‌ی $f(x)=(x+a)[x]$ اگر $\lim\limits_{x\to ۲^+} f(x)-\lim\limits_{x\to ۲^-} f(x)=۳$ باشد، عدد حقیقی a کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -۱ ۴) ۰

۲) تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-\sqrt{۲x}}{۲-x} & ;x\neq ۲\\ a & ;x=۲\end{cases}$، به ازای کدام مقدار a، در نقطه‌ی $x=۲$ پیوسته است؟

۱) -۲ ۲) -۱ ۳) $-\frac{۱}{۲}$ ۴) ۱

۳) تابع با ضابطه‌ی $\begin{cases}\dfrac{x^۲-۱}{x+۱} & ;|x|>۱\\ ۲x & ;|x|\leq ۱\end{cases}$، از نظر پیوستگی در دو نقطه به طول های ۱ و -۱ چگونه است؟

۱) در -۱ ناپیوسته - در ۱ ناپیوسته
۲) در -۱ ناپیوسته - در ۱ پیوسته
۳) در -۱ پیوسته - در ۱ پیوسته
۴) در -۱ پیوسته - در ۱ ناپیوسته

۴) تابع جزء صحیح $y=[-x^۲]$ در $x=۳$ چه وضعی دارد؟

۱) از چپ ناپیوسته - از راست پیوسته
۲) از چپ پیوسته - از راست ناپیوسته
۳) از چپ و راست پیوسته
۴) از چپ و راست ناپیوسته

۵) اگر تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{x}{\sqrt{x}}+۲ & x>۰\\ ۳x-a & x\leq ۰\end{cases}$ در $x=۰$ پیوسته باشد a کدام است؟

۱) ۰ ۲) -۲ ۳) ۲ ۴) ۱

۶) دنباله‌ی $\left\{\begin{matrix}n^۲\\ ۲^n\end{matrix}\right\}$ به چه عددی همگراست؟

۱) $+\infty$ ۲) ۰ ۳) ۲ ۴) ۱

۷) تابع $f(x)=\begin{cases} a\sin 3x & ; \quad 0\le x<\frac{\pi}{2} \\ b\cos 2x & ; \quad \frac{\pi}{2}<x\le 2\pi \end{cases}$ با شرط $f(\frac{\pi}{2})=2$ ، در بازه‌ی $[0,2\pi]$ پیوسته است.

مقدار $a-b$ کدام است؟

۱) -5 ۲) 0 ۳) 4 ۴) -4

۸) تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases} \frac{|x^2+x-2|}{x-1} & ;x\neq 1 \\ a & ;x=1 \end{cases}$ به ازای کدام مقدار a بر R پیوسته است؟

۱) هر مقدار a ۲) -3 ۳) 3 ۴) هیچ مقدار a

۹) حد کسر $\frac{x+\sqrt{x-1}-1}{\sqrt{x^2-1}}$ وقتی $x\to 1^+$ کدام است؟

۱) $\sqrt{2}$ ۲) 0 ۳) $+\infty$ ۴) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

۱۰) در بازه‌ی $\left[\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right]-\{1\}$ همواره $\frac{\sin\pi x}{1-x}\le f(x)\le g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{\sin\pi x}{1-x}-g(x)\right)=0$، حاصل $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ برابر کدام است؟

۱) $-\pi$ ۲) 0 ۳) $\frac{\pi}{2}$ ۴) π

۱۱) تابع $y=[x]-[\frac{x}{4}]$ در $x=8$ چه وضعی دارد؟

۱) فقط پیوستگی راست دارد. ۲) فقط پیوستگی چپ دارد. ۳) پیوسته است. ۴) پیوسته نیست.

۱۲) اگر $f(x)=|x|+[x+\frac{\sqrt{3}}{2}]$ حد چپ تابع در $x=3$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است)

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۴

۱۳) تابع با ضابطه‌ی $\begin{cases} \sin x+2\cos x & 0<x<\frac{\pi}{2} \\ -\cos 2x & \frac{\pi}{2}<x<\pi \end{cases}$ با تعریف $f(\frac{\pi}{2})=1$ از نظر پیوستگی در نقطه‌ی $x=\frac{\pi}{2}$ چگونه است؟

۱) از چپ ناپیوسته - از راست پیوسته ۲) از چپ پیوسته - از راست ناپیوسته

۳) از چپ ناپیوسته - از راست ناپیوسته ۴) از چپ پیوسته - از راست پیوسته

۱۴) در تابع جزء صحیح $f(x)=\left[\frac{x}{3}\right]+\left[\frac{x}{2}\right]$ مجموع حد چپ و راست وقتی $x\to 6$ کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۶ ۳) ۵ ۴) ۸

۱۵) حاصل $\lim\limits_{x\to ۰} \dfrac{۱-\cos ۲x}{x\sin x}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۱ ۴) ۲

۱۶) تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases} a\sin ۲x & ; \frac{\pi}{۴}\le x<\frac{۳\pi}{۴} \\ \cos(x+\frac{\pi}{۴}) & ; \frac{۳\pi}{۴}\le x\le ۲\pi \end{cases}$ بر بازه‌ی $[\frac{\pi}{۴},۲\pi]$ پیوسته است. مقدار a کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۰ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۱

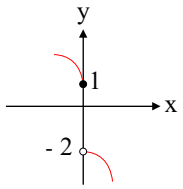
۱۷) تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^۳-۳x^۲+۴}{x-۲} & ; x>۲ \\ ۲x+b & ; x\le ۲ \end{cases}$، به ازای کدام مقدار b همواره پیوسته است؟

۱) -۴ ۲) -۲ ۳) ۲ ۴) ۴

۱۸) حد چپ تابع $f(x)=\frac{۳}{۲}[۲x]$ از حد راست آن در نقطه‌ی $x=-۲$ چقدر کمتر است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است)

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۵}{۲}$ ۳) $\frac{۲۷}{۲}$ ۴) $\frac{۷}{۲}$

۱۹) اگر شکل مقابل نمودار تابع f باشد. آنگاه حاصل $\lim\limits_{x\to ۰^+} \dfrac{f(x)-۲}{۳[f(x)]+۱}$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است)



۱) $\frac{۱}{۱۰}$ ۲) $-\frac{۱}{۸}$ ۳) $-\frac{۱}{۱۰}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۲۰) پیوستگی تابع $f(x)=\begin{cases} ۳x+\frac{|۲x|}{x} & x\ne ۰ \\ a & x=۰ \end{cases}$ به ازای کدام مقدار a برقرار است؟

۱) $a=۲$ ۲) $a=-۲$ ۳) $a=۴$ ۴) هیچ مقدار a

۲۱) به ازای کدام مقدار a، تابع $f(x)=\begin{cases} \frac{۱}{x} & ۰<x<a \\ x & x\ge a \end{cases}$ در $x=a$ حد دارد؟

۱) ± ۱ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) هیچ مقدار a

۲۲) اگر تابع $f(x)=\begin{cases} x^{۳}-۲x+b & x>۲ \\ ۲ax+۳b & x\le ۲ \end{cases}$ در نقطه ی $x_{\circ}=۲$ حد داشته باشد آنگاه کدام رابطه درست است؟

۱) $۲a-b=۲$ ۲) $۲a+۲=-b$ ۳) $۲a+b=-۲$ ۴) $۲a-۲=-b$

۲۳) حاصل $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۳}} \dfrac{۲\sin(x+\frac{\pi}{۶})\cos ۳x}{\tan^{۲}x}$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) $-\frac{۲}{۳}$ ۳) ۰ ۴) ۱

۲۴) اگر تابع f در نقطه ی $x_{\circ}=۱$ حد داشته باشد و $\lim\limits_{x\to ۱}\dfrac{۳f(x)-۲}{f(x)+۸}$ برابر ۱ باشد آنگاه $\lim\limits_{x\to ۱} f(x)$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) -۵ ۳) ۱۰ ۴) -۱۰

۲۵) اگر $f(x)=\begin{cases} ax-۳ & x<۲ \\ x^{۲}+۳a & x\ge ۲ \end{cases}$ و $\lim\limits_{x\to ۲^{+}} f(x)-\lim\limits_{x\to ۲^{-}} f(x)=-۲$ باشد، مقدار a کدام است؟

۱) $a=۹$ ۲) $a=۵$ ۳) هیچ مقدار ۴) $a=-۹$

۲۶) حاصل حد $\lim\limits_{x\to\circ}\dfrac{۲x-۲\sqrt[۳]{x}}{۳x+۴\sqrt[۳]{x}}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{-۱}{۲}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{-۲}{۳}$

۲۷) در تابع $f(x)=\begin{cases} -۲ & x\in\mathbb{R}-\mathbb{Z} \\ \circ & x\in\mathbb{Z} \end{cases}$ حاصل $\lim\limits_{x\to\circ^{-}} f(x)+\lim\limits_{x\to(\frac{-۱}{۳})^{+}} f(x)$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۰ ۳) -۴ ۴) ۱

۲۸) قدر مطلق تفاضل حد راست از حد چپ تابع $\dfrac{|x^{۲}-۴|}{x^{۲}-۴}+\dfrac{x-۲}{|x-۲|}$ وقتی $x\to ۲$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۴ ۳) ۰ ۴) ۱

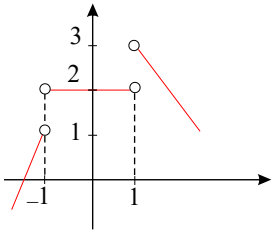
۲۹) در تابع جزءصحیح $f(x)=[\frac{x}{۲}]+[\frac{x}{۵}]$ وقتی $x\to ۱۰$ مجموع حد راست و حد چپ کدام است؟

۱) -۱۲ ۲) ۲ ۳) ۱۲ ۴) -۲

۳۰) حد چپ تابع $f(x)=\dfrac{(۳-[x])\sqrt{x^{۲}-۶x+۹}}{x-۳}$ در نقطه ی $x=۳$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است)

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۰ ۴) ∞

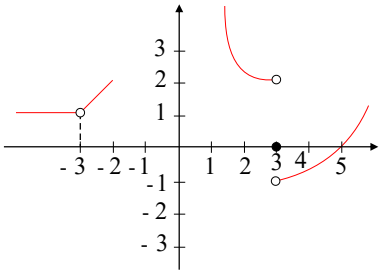
۳۱) با توجه به شکل مقابل حاصل $\lim\limits_{x\to ۱^+} f(x) - \lim\limits_{x\to(-۱)^-} f(x)$ کدام است؟



۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۴ ۴) ۵

۳۲) شکل مقابل نمودار تابع f می باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to ۳^+} f(x) + \lim\limits_{x\to -۳^-} f(x) - f(۳)$ کدام گزینه است؟



۱) -۱

۲) ۱

۳) ۰

۴) ۲

۳۳) فرض کنید $f(x) = \begin{cases} ۲ & \\ ۱ & x < ۱ \end{cases}$ می باشد حد تابع $f(x)$ وقتی $x \to ۱^-$ کدام است؟

۱) $f(۰)$ ۲) $f(۲)$ ۳) $f(۱)$ ۴) $f(۳)$

۳۴) مقدار $\lim \cot^۳ x$ کدام است؟

۱) $+\infty$ ۲) $-\infty$ ۳) صفر ۴) مبهم

۳۵) اگر تابع $f(x) = \begin{cases} & \\ ax+۳ & x \geq ۳ \end{cases}$ در نقطه ای به طول $x = ۳$ پیوسته باشد آنگاه a کدام است؟

۱) $a = ۱۲$ ۲) $a = -۳$ ۳) $a = ۴$ ۴) $a = ۳$

۳۶) در تابع $f(x) = \begin{cases} \overline{|x^۲ - ۱|} & \\ k & x = ۱ \end{cases}$ اگر تابع در نقطه‌ی $x = ۱$ پیوستگی چپ داشته باشد، آنگاه k کدام است؟

۱) $\frac{-۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۲ ۴) -۲

۳۷) حد کسر $\frac{\sqrt[۳]{x} - x}{\sqrt[۳]{x} + x}$ وقتی $x \to ۰$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۱

۳۸) حاصل $\lim\limits_{x\to -\frac{\pi}{۴}} \frac{۲\sin x + \sqrt{۲}}{۲\cos x - \sqrt{۲}}$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $\sqrt{۳}$ ۴) ۱

۳۹) اگر $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2-a^2}{x^2+2ax+a^2} = -1$ باشد a کدام است؟

۱) به ازای هیچ مقدار a برقرار نیست
۲) به ازای هرمقدار a برقرار است
۳) به ازای هر عدد حقیقی $a \neq 0$ برقرار است
۴) فقط $a=-1$

۴۰) حاصل $\lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{2})^+} \cot x$ کدام است؟

۱) 0^+
۲) -1
۳) $+\infty$
۴) $-\infty$

۴۱) تابع f با ضابطه ی $f(x)=\begin{cases} +[x] & \\ ax+[-x] & x<1 \end{cases}$ در $x=1$ دارای حد است. مقدار a کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۱
۲) ۳
۳) $\frac{3}{2}$
۴) ۶

۴۲) مقدار $\lim\limits_{x\to n} \cos(\pi(x-[x]))$ کدام است؟ ($n\in\mathbb{Z}$ و [ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) ۰
۲) ۱
۳) -1
۴) وجود ندارد.

۴۳) به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases} a+x & \frac{\pi}{4} \\ \sqrt{2}\cos 3x & \frac{\pi}{4} \le x \le 2\pi \end{cases}$، روی بازه‌ی $[0\,,\,2\pi]$ پیوسته است؟

۱) $-\frac{3}{2}$
۲) $-\frac{1}{2}$
۳) $\frac{1}{2}$
۴) هیچ مقدار a

۴۴) تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3-x}{x^2-|x|} & \\ 2 & ;|x|=1 \end{cases}$ در نقاط با طول‌های ۱- و ۱ چگونه است؟

۱) ناپیوسته- پیوسته
۲) پیوسته- ناپیوسته
۳) پیوسته- پیوسته
۴) ناپیوسته- ناپیوسته

۴۵) اگر داشته باشیم $4-x^2 \le f(x) \le \sqrt{x^3+8}$، آن‌گاه $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ کدام است؟

۱) -3
۲) ۳
۳) -1
۴) ۱

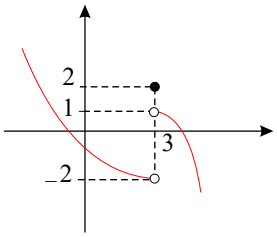
۴۶) به ازای کدام مقدار a، تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases} \dfrac{-1}{} & \\ x^2-ax+a & x\ge 1 \end{cases}$ در $x=1$ پیوسته است؟

۱) $\frac{1}{2}$
۲) ۱
۳) هیچ مقدار a
۴) هر مقدار a

۴۷ تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^{۳}+x-۱۰}{} & \\ b & x=۲\end{cases}$ در R پیوسته می‌باشد. $f(۲)$ کدام است؟

① ۱۱ ② ۱۳ ③ ۱۵ ④ ۱۷

۴۸ شکل مقابل نمودار تابع f است حاصل $\lim\limits_{x\to ۳^{+}} f(x)+\lim\limits_{x\to ۳^{-}} f(x)+f(۳)$ کدام است؟



① -۱
② ۱
③ ۲
④ صفر

۴۹ در تابع $f(x)=\dfrac{|x^{۲}-x-۲|}{x^{۲}-۴}$ قدر مطلق تفاضل حد چپ و حد راست آن در $x=۲$ کدام است؟

① ۰٫۷۵ ② ۱ ③ ۱٫۵ ④ ۲

۵۰ تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases} & \\ x^{۲}+ax & ;x\geq ۳\end{cases}$ در نقطه‌ی $x=۳$ پیوسته است. a کدام است؟

① صفر ② ۱ ③ -۱ ④ -۲

۵۱ به ازای کدام مقدار a، تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases}\sin^{۲}x & x\geq \\ a+\cos x & ;\ x<\frac{\pi}{۳}\end{cases}$ در نقطه‌ی $x=\dfrac{\pi}{۳}$ پیوسته است؟

① $-\dfrac{۱}{۴}$ ② $\dfrac{۱}{۴}$ ③ $\dfrac{۱}{۲}$ ④ $-\dfrac{۱}{۲}$

۵۲ اگر تابع $f(x)=\begin{cases}۲ax+b & \\ ۵ & \\ x^{۲}+bx-a & x<۲\end{cases}$ همواره پیوسته باشد، $a+b$ کدام است؟

① ۴ ② ۳ ③ -۱ ④ ۲

۵۳ اگر تابع $f(x)=\begin{cases}\dfrac{}{x^{۲}-۴} & \\ k+[x] & x\geq ۲\end{cases}$ در $x=۲$ پیوسته باشد، k کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

① $-\dfrac{۹}{۴}$ ② $\dfrac{۱}{۴}$ ③ $-\dfrac{۱}{۴}$ ④ $\dfrac{۹}{۴}$

۵۴ حد راست $f(x)=\dfrac{}{۲x+[x]}$ چه‌قدر از حد چپ آن در $x=۰$ بیش‌تر است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

① $-\dfrac{۱}{۲}$ ② صفر ③ $\dfrac{۱}{۲}$ ④ ۱

۵۵) اگر $f(x)=\begin{cases} |x-\frac{1}{a}| & ;x\geq -2 \\ \end{cases}$ ، در $x=-2$ پیوسته باشد، آنگاه مقدار $f(a)$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) $\frac{15}{4}$ ۲) $\frac{17}{4}$ ۳) $-\frac{1}{4}$ ۴) $-\frac{3}{4}$

۵۶) اگر $f(x)=x^2[x]$ ، حاصل $\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{\quad}{x-1}$ کدام است؟([ ] ، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۰ ۲) -4 ۳) -2 ۴) ۲

۵۷) اگر $f(x+2)=\frac{\cos \pi x}{1+\sin \pi x}$، حاصل $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$ کدام است؟

۱) ۰ ۲) -1 ۳) ۱ ۴) $+\infty$

۵۸) به ازای کدام مقدار a، تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases} \sin \frac{\pi x^2}{36} & ; \quad x>6 \\ \end{cases}$، بر روی مجموعه اعداد حقیقی بزرگ‌تر از ۱، پیوسته است؟

۱) $-\frac{1}{2}$ ۲) $-\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{2}$

۵۹) حاصل $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos x-\cos 2x}{x^2}$ کدام است؟

۱) $-\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{3}{2}$

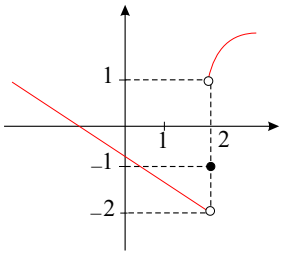
۶۰) به ازای کدام مقدار a، تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases} +ax-5 & \\ ax-1 & x\leq 2 \end{cases}$ بر روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته است؟

۱) هر مقدار حقیقی a ۲) هیچ مقدار a ۳) فقط $a=-2$ ۴) فقط $a=2$

۶۱) اگر $f(x)=\begin{cases} ax-1 & \\ x^2+2a & x\geq 1 \end{cases}$ و $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)-\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=-1$ ، مقدار a کدام است؟

۱) -4 ۲) -3 ۳) -2 ۴) -1

۶۲) در شکل مقابل $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)+\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)+f(2)$ چقدر است؟



۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -3 ۴) -2

۶۳) تابع با ضابطه‌ی $f(x) = -x + ۲ + \frac{|x|}{x}$ را در نظر می‌گیریم. حد راست این تابع در $x = ۰$ چقدر از حد چپ آن در $x = ۰$ بیش‌تر است؟

۱) -۱ ۲) ۰ ۳) ۱ ۴) ۲

۶۴) حد تابع $f(x)$ ، در نقطه ی ۲ برابر L می باشد. اگر $\lim_{x\to ۲} \frac{۳f(x)+x^۲-۲}{f(x)+۲} = -\frac{۱}{۵}$ ، آن گاه مقدار L برابر است با:

۱) $-\frac{۴}{۳}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) $-\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۶۵) تابع $f(x) = \begin{cases} +x & x < ۲ \\ ax+b & \end{cases}$ وقتی $x \to ۲$ دارای حد است. در این صورت:

۱) $b = ۶ - ۲a$ ۲) $b = ۶ + ۲a$ ۳) $a = b - ۶$ ۴) $a = b + ۶$

۶۶) اگر تابع f با ضابطه ی $f(x) = a[x] + ۲[۱ - x]$ در $x_۰ = ۲$ دارای حد باشد، مقدار عددی a کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۶۷) حاصل $\lim_{x\to(-۱)^-} \frac{[x^۲]-}{x+۱}$ چقدر است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است)

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) $+\infty$ ۴) $-\infty$

۶۸) حاصل $A = \lim_{x\to(-\frac{۱}{۳})^+} [\frac{۲}{x}] - \lim_{x\to(-\frac{۱}{۳})^-} [\frac{۴}{x}]$ کدام است؟

۱) -۵ ۲) ۵ ۳) -۱۹ ۴) ۱۹

۶۹) در تابع $f(x) = [۲x] + [-x]$، وقتی $x \to \frac{۱}{۲}$، مجموع حد چپ و راست کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است)

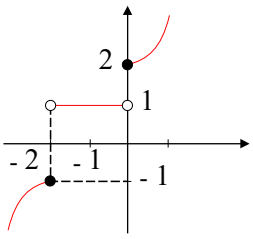
۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) -۲

۷۰) اگر $\lim_{x\to ۱} \frac{a[x^۲] - ۳|۲x-۲| + ۱}{۲b + |x+۲|} = \frac{}{۷}$ باشد، آن گاه $a^۲ + b^۲$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است)

۱) ۰ ۲) $\frac{۳۵}{۴۹}$ ۳) ۴ ۴) $\frac{۲۶}{۳۶}$

۷۱) مقدار m چقدر باشد تا $f(x) = x - [۲x] - m^۲ \sin(\frac{\pi[x]}{۲})$ در نقطه‌ی $x = ۳$ دارای حد باشد؟

۱) ۰ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) -۲



۷۲) با توجه به شکل زیر حاصل $\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(1-x^2) - \lim\limits_{x\to 0^+} f(-2-x^2)$ کدام است؟

۱) -1 ۲) 0

۳) 1 ۴) -2

۷۳) حد تابع $\dfrac{x+\sqrt[3]{x^2-x^3}-\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{1-x}-1}$ وقتی $x \to 1$ برابر کدام است؟

۱) 1 ۲) $\sqrt[3]{2}$ ۳) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$ ۴) $1+\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$

۷۴) حد چپ تابع $f(x)=[2x-|x|]$ در $x=-1$ کدام است؟

۱) -1 ۲) -2 ۳) -3 ۴) -4

۷۵) حاصل $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt[3]{x}-1)}$ کدام است؟

۱) 6 ۲) -6 ۳) $-\dfrac{1}{6}$ ۴) $\dfrac{1}{6}$

۷۶) حاصل حد $\dfrac{\log_2^x - \log_x}{\log_2^{(\frac{x}{2})^2}}$ وقتی $x \to 2$ کدام است؟

۱) 1 ۲) $\dfrac{1}{2}$ ۳) 2 ۴) 4

۷۷) اگر به ازای هر x، داشته باشیم $1-x^2 \le 5-2f(x) \le \cos x$ ، آن‌گاه حاصل $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ کدام است؟

۱) 1 ۲) -1 ۳) 2 ۴) -2

۷۸) اگر $f(x)=\dfrac{\quad}{x}$ و $g(x)=\dfrac{1}{x}$ باشند، آن‌گاه حد تابع f در $x=0$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) صفر ۲) -1 ۳) 1 ۴) وجود ندارد.

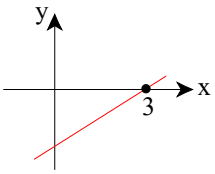
۷۹) اگر $f(x+\dfrac{\pi}{4})=\dfrac{\quad}{1-\tan x}$ ، آن‌گاه $\lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{2})^-} f(x)$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) صفر ۲) $-\infty$ ۳) $+\infty$ ۴) -1

۸۰) اگر تابع $f(x)\begin{cases} -\quad +x+۶ & \\ -۲x+b & x\geq ۳ \end{cases}$ در $x=۳$ پیوسته باشد، خط $x=۵$ نمودار تابع f را با چه عرضی قطع می‌کند؟

۱) -۷ ۲) -۹ ۳) -۵ ۴) -۳

۸۱) نمودار تابع $f(x)=\begin{cases} -x+b & \\ -۵ & ,x=a \end{cases}$، به صورت زیر است. $a+b$ کدام است؟



۱) -۴ ۲) -۵ ۳) -۷ ۴) -۸

۸۲) اگر $f(x)=\begin{cases} x+۱ & \\ x^۲+۲ & ,x<۱ \end{cases}$ و $g(x)=۳-x$ باشند، حد تابع $(fog)(x)$ وقتی $x\to ۲^-$ کدام است؟

۱) -۴ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۳) اگر به ازای هر x در بازه‌ی $[-۱,۱]$ داشته باشیم $۳\cos^۲x\leq ۲f(x)-۴\leq ۳-x^۲$، آن‌گاه $\lim\limits_{x\to -۲}\dfrac{\quad}{\cos(\pi x)}$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) $\frac{۷}{۲}$ ۳) ۷ ۴) $\frac{۳}{۲}$

۸۴) حاصل $\lim\limits_{x\to ۱}\dfrac{\quad}{x^۳+|x|-۲}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) ۱ ۴) وجود ندارد.

۸۵) اگر تابع $f(x)=\begin{cases} [۲x]+a & x<۲ \end{cases}$، در نقطه‌ی $x=۲$ پیوسته باشد، مقدار a کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۷ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۴}{۵}$ ۴) ۷

۸۶) اگر $f(x)=\dfrac{۳-\quad x}{۲\cos(\frac{\pi}{۶}+x)}$، آنگاه حاصل $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۳}}f(x)$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) -۴ ۳) $۴\sqrt{۳}$ ۴) $-۴\sqrt{۳}$

۸۷ اگر تابع $f(x)=\begin{cases} a\sin\frac{\pi x}{۶} & \\ \frac{۱}{x-۱}-\frac{۲}{x^۲-۱} & , \quad x>۱ \end{cases}$ در R پیوسته باشد، a کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{\sqrt{۳}}$ ۴) $\frac{۲}{\sqrt{۳}}$

۸۸ اگر $\lim\limits_{x\to ۱^+}\frac{\overline{۱}-\cos\pi\overline{x}}{x^۲+ax}=+\infty$ ، حاصل حد چپ این عبارت در $x=۰$ کدام است؟

۱) $-\sqrt{\frac{\pi}{۲}}$ ۲) $\sqrt{\frac{\pi}{۲}}$ ۳) $-\frac{\pi}{\sqrt{۲}}$ ۴) $\frac{\pi}{\sqrt{۲}}$

۸۹ به ازای کدام مقدار a تابع $f(x)=\begin{cases} \text{—} & \\ ax+۱ & , \quad x\geq ۲ \end{cases}$ در $x=۲$ پیوسته است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) هر مقدار a ۲) هیچ مقدار a ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) صفر

۹۰ حاصل $\lim\limits_{x\to ۰}\frac{۱۲^x-۳^x+۴^x-۱}{۱۶^x-۱}$، کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۱۲

۹۱ حاصل حد $\lim\limits_{x\to ۱}\frac{(x-۱)^۲}{(\sqrt{x}-۱)(\sqrt[۴]{x}-۱)}$ کدام است؟

۱) ۲۴ ۲) ۱۲ ۳) ۸ ۴) ۶

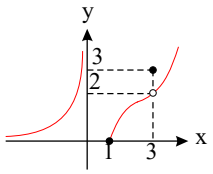
۹۲ در تابع f با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases} +a & ; x<-۲ \\ ۳x+۴ & ; x>-۲ \end{cases}$ مقدار حد چپ در نقطه‌ی $x=-۲$، عکس مقدار حد راست در این نقطه است. a کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۳٫۵ ۳) -۴ ۴) $-۴٫۵$

۹۳ اگر $f(x)=\begin{cases} x+a & ; \quad x\geq ۱ \\ ۱ & \end{cases}$ و $g(x)=\begin{cases} x+۱ & ; \quad x\geq ۱ \\ \frac{}{x+۱} & \end{cases}$، به ازای کدام مقدار a، تابع $f+g$ در $x=۱$ پیوسته است؟

۱) -۴ ۲) ۴ ۳) -۲ ۴) ۲

۹۴ با توجه به نمودار تابع $f(x)$ ، حاصل کدام یک از حدهای زیر صحیح نیست؟



۱) $\lim\limits_{x\to ۳}f(x)=۳$ ۲) $\lim\limits_{x\to ۱}f(x)$ وجود ندارد.

۳) $\lim\limits_{x\to ۰^-}f(x)=+\infty$ ۴) $\lim\limits_{x\to -\infty}f(x)=۰$

۹۵ تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{۳x}-\sqrt{۱+۳x^۲-x^۳}}{(x-۱)^۳} & ; \quad x=۱\\ \dfrac{\sqrt{۳}}{۳}a & \end{cases}$ به ازای کدام مقدار a در $x=۱$ پیوسته است؟

① هیچ مقدار a ② $\frac{۱}{۲}$ ③ $-\frac{۱}{۲}$ ④ $\frac{۱}{۶}$

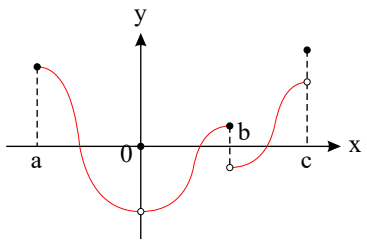
۹۶ اگر $f(x+۱)=\dfrac{۱}{x^۲-۱}$ باشد، آنگاه حاصل $\lim\limits_{x\to ۰^+} f(x)$ کدام است؟

① $+\infty$ ② $-\infty$ ③ -۱ ④ صفر

۹۷ اگر تابع $f(x)=\begin{cases}x^۲+m[x] & \\ ۱ & \\ x^۳-۳n & x<۲\end{cases}$ در نقطه‌ای به طول $x=۲$ پیوسته باشد، حاصل mn کدام است؟

① -۳ ② $-\frac{۷}{۲}$ ③ $-\frac{۹}{۲}$ ④ -۴

۹۸ نمودار تابع f به صورت مقابل است. این تابع درچند نقطه حد دارد ولی ناپیوسته است؟



① صفر
② ۱
③ ۲
④ ۳

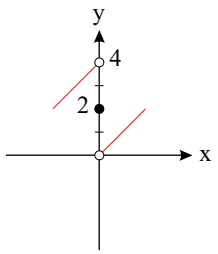
۹۹ تابع $f(x)=\begin{cases}ax+۲b & ; \quad x>۳\\ ax^۲+bx+۲ & ; \quad x<۳\end{cases}$ مفروض است. اگر $\lim\limits_{x\to ۳^+} f(x)=۶$ و $\lim\limits_{x\to ۳^-} f(x)=۲$ آن گاه $a+b$ کدام است؟

① ۲ ② ۱ ③ -۳ ④ ۴

۱۰۰ حاصل $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{۲}} \dfrac{}{\cos ۲x+۱}$ کدام است؟

① صفر ② $-\infty$ ③ $+\infty$ ④ ۱

۱۰۱ اگر شکل زیر مربوط به تابع $g(x)$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to ۰^-} \dfrac{۴-g(x)}{\sqrt{g(x)}-۲}$ کدام است؟



① $-\infty$ ② $-\frac{۱}{۴}$ ③ $\dfrac{۲}{\sqrt{۲}-۲}$ ④ -۴

۱۰۲ به ازای کدام مقدار a، تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^{۲}-۴}{ax+۲a} & x>-۲ \end{cases}$ در $x=-۲$ پیوسته است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) ۲ ۲) -۲ ۳) هر مقدار حقیقی a ۴) هیچ مقدار a

۱۰۳ حاصل $\lim\limits_{x\to(\frac{۱}{۲})^{+}}\left(\dfrac{۳}{|-۲x^{۲}-x+۱|}-\dfrac{۴}{۴x^{۲}-۱}\right)$ کدام است؟

۱) $+\infty$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $-\frac{۱}{۳}$ ۴) صفر

۱۰۴ اگر $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\quad}{-۲x-۳} & \\ ax+\dfrac{۱}{a} & x\geq -۱ \end{cases}$ در $x=-۱$ پیوسته باشد، a چند مقدار حقیقی می‌تواند داشته باشد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

۱۰۵ تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases} -x^{۲}+۴ & \\ ax+۵x-a & x<۱ \end{cases}$ به ازای کدام مجموعه‌ی مقادیر a، در بازه‌ی $[-۲,۲]$ پیوسته است؟

۱) $\varnothing$ ۲) R ۳) $\{۰,۱\}$ ۴) $\{-۲,۲\}$

۱۰۶ اگر تابع $f(x)=\begin{cases} \dfrac{۱}{x}-\dfrac{۳}{x(x+۳)} & \\ ۲a & x=۰ \end{cases}$ در $x=۰$ پیوسته باشد، مقدار a کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۱۲}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۱۰۷ حاصل $\lim\limits_{x\to ۰}\dfrac{\quad}{\sin x}$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) -۱ ۲) ۱ ۳) $+\infty$ ۴) $-\infty$

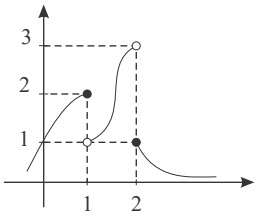
۱۰۸ تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\pi}{۲} & \\ b\cos ۲x & \dfrac{\pi}{۲}<x\leq ۲\pi \end{cases}$ با شرط $f(\frac{\pi}{۲})=۲$ در بازه‌ی $[۰,۲\pi]$ پیوسته است $a-b$ کدام است؟

۱) -۵ ۲) -۴ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۰۹ حاصل $\lim\limits_{x\to -۱}\left(\frac{۲}{x^۲-۱}-\frac{\quad}{x+۱}\right)$ ، کدام است؟

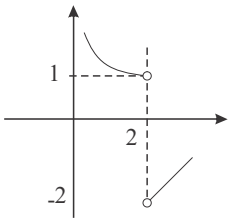
۱) -۲ ۲) $-\frac{۳}{۲}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{۳}{۲}$

۱۱۰ باتوجه به نمودار f، حاصل عبارت $\lim\limits_{x\to ۱^-} fof(x)+\lim\limits_{x\to ۲^-} f\left(\frac{x}{۲}\right)$ کدام است؟



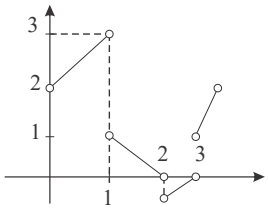
۱) ۴ ۲) ۵
۳) ۲ ۴) ۳

۱۱۱ با توجه به نمودار f، مقدار $\lim\limits_{x\to ۱} f(-x^۲+۲x+۱)$ کدام است؟



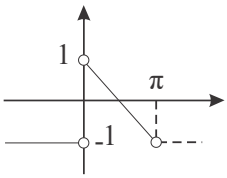
۱) -۱ ۲) ۱
۳) ۲ ۴) -۲

۱۱۲ اگر $f(x)$ به شکل زیر باشد $\lim\limits_{x\to ۱^+}\left[f^{-۱}(x)\right]$ کدام است؟



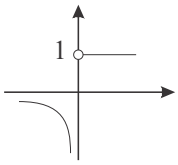
۱) ۱ ۲) ۳
۳) -۱ ۴) -۳

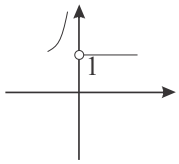
۱۱۳ با توجه به نمودار f مقدار $\lim\limits_{x\to \pi} f(\cos x+۱)$ کدام گزینه است؟

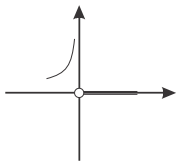


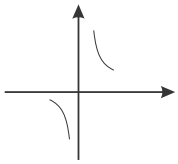
۱) ۰ ۲) ۱
۳) -۱ ۴) وجود ندارد.

۱۱۴ نمودار تابع $f(x)=\frac{\quad}{x}$ در نزدیکی نقطهٔ صفر شبیه کدام شکل زیر می‌باشد؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۱۱۵ اگر $f(x)=\frac{\quad}{x^۲-۳x+۲}$ و $g(x)=۳^x$ باشد آنگاه $\lim\limits_{x\to ۱^+} g(f(x))$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) $+\infty$ ۴) تعریف نشده

۱۱۶ حاصل حد $\lim\limits_{x\to ۰^+}\frac{\log_{\sqrt{۲}}}{۲^x-۱}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) -۱ ۳) $-\infty$ ۴) $+\infty$

۱۱۷) حاصل $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{4}^+} \dfrac{\quad}{\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}$ کدام است؟

۱) $-\infty$ ۲) $+\infty$ ۳) صفر ۴) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

۱۱۸) حاصل $\lim\limits_{x\to 3^+} \left[8\cos^2\left(\ \ \right)\right]$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۴ ۴) ۰

۱۱۹) اگر $f(x)=[x]+\left[x^2\right]+\left[x^3\quad x^{11}\right]$ آنگاه $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$ حاصل کدام است؟

۱) -5 ۲) -6 ۳) -7 ۴) صفر

۱۲۰) حاصل $\lim\limits_{x\to +3^-} \dfrac{[-x]\sqrt{x^2-6x+9}}{\quad}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $+3$ ۳) -3 ۴) وجود ندارد

۱۲۱) حاصل $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{4}^+} \left[\cot^2 x\right]$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) وجود ندارد

۱۲۲) حاصل $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}^+} \dfrac{\quad}{\quad}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) -1 ۳) $+1$ ۴) وجود ندارد

۱۲۳) اگر $f(x)=\dfrac{[x]\quad \overline{x}+\overline{1}}{\sin\left(\frac{\pi x}{18}\right)}$ حاصل $\lim\limits_{x\to 0} f\left(3-5x^4\right)$ کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۰ ۳) ۸ ۴) ۶

۱۲۴) حاصل $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{3}^-} \left[\dfrac{12}{\tan^2 x}\right]$ کدام است؟([ ] نماد جزء صحیح است.)

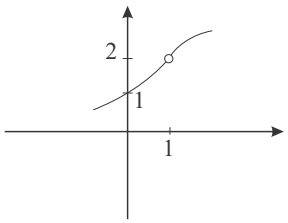
۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۱

۱۲۵) حاصل $\lim\limits_{x\to \frac{5\pi}{6}^+} \left[-\dfrac{1}{\sin^2 x}\right]$ را به‌دست آورید.

۱) -4 ۲) -5 ۳) -3 ۴) صفر

۱۲۶) حاصل $\lim\limits_{x\to \frac{2\pi}{3}^+} \left[-4\cos^2 x\right]$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -1 ۴) -2



۱۲۷ با توجه به نمودار حاصل $\lim\limits_{x\to ۱^+}\left[\dfrac{}{f(x)+۱}\right]$ کدام است؟

۱) صفر
۲) -۱
۳) ۱
۴) وجود ندارد

۱۲۸ مجموع حد چپ و راست $f(x)=\left[۲\sqrt{۲}\sin ۲x\right]$ در $x=-\dfrac{}{۸}$ کدام است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) صفر

۱۲۹ حاصل $\lim\limits_{x\to\pi}\left[\dfrac{۱}{\cos x}\right]$ کدام است؟

۱) -۱
۲) صفر
۳) -۲
۴) ۳

۱۳۰ حاصل $\lim\left[x^۲-۴x+۱\right]$ کدام است؟

۱) -۲
۲) -۴
۳) -۳
۴) ۰

۱۳۱ حاصل $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۶}^+}\left[\dfrac{۱}{\sin^۲ x}\right]$ کدام است؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

۱۳۲ اگر $f(x)=\left[\dfrac{x}{۲}\right]-\left[\dfrac{۲}{x}\right]$ باشد حد راست تابع در $x=۲$ کدام گزینه است؟

۱) -۱
۲) -۲
۳) ۱
۴) ۲

۱۳۳ حاصل $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{۱}{۴}\right)^+}\left[-\dfrac{۱}{x^۲}\right]$ کدام گزینه است؟

۱) -۱۶
۲) -۱۷
۳) -۱۵
۴) -۱۸

۱۳۴ حاصل $\lim\limits_{x\to\left(\frac{۱}{۵}\right)^+}\left[-\dfrac{۳}{x}\right]$ کدام است؟

۱) ۱۵
۲) -۱۵
۳) ۱۶
۴) -۱۶

۱۳۵ حاصل $\lim\limits_{x\to ۲^+}\left[\dfrac{}{x+۱}\right]$ کدام است؟

۱) ۴
۲) ۳
۳) ۲
۴) ۱

۱۳۶ حاصل عبارت $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۲}}\dfrac{۲}{۴+۲^{\tan x}}$ کدام است؟

۱) $\dfrac{۱}{۲}$
۲) ۰
۳) $-\dfrac{۱}{۲}$
۴) وجود ندارد

۱۳۷ حاصل $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}} \frac{5}{1+\sin x}$ کدام است؟

۱) $+\infty$ ۲) $-\infty$ ۳) 5 ۴) $\frac{5}{2}$

۱۳۸ حاصل $\lim\limits_{x\to 0^+} \sin x$ کدام است؟

۱) $-\infty$ ۲) $+\infty$ ۳) 0 ۴) 1

۱۳۹ حاصل $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{}{\log_{0/5} x}$ کدام است؟

۱) 1 ۲) صفر ۳) $+\infty$ ۴) $-\infty$

۱۴۰ اگر $\lim\limits_{x\to 2} \frac{}{3x^2+ax+b} = +\infty$ باشد $a+b$ کدام است؟

۱) صفر ۲) 8 ۳) -8 ۴) 4

۱۴۱ اگر $\lim\limits_{x\to 2} \frac{}{-2x^2+ax+b} = +\infty$ حاصل $2a-b$ کدام است؟

۱) صفر ۲) -16 ۳) $+16$ ۴) 24

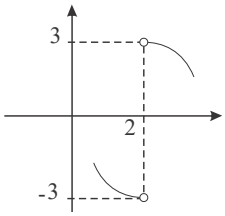
۱۴۲ اگر $f(x)=\begin{cases} x & \\ x & x\geq 4 \end{cases}$، آنگاه $\lim\limits_{x\to 4^-}\left[\frac{4f(x)+8}{f^2(x)}\right]$ کدام است؟

۱) 2 ۲) 4 ۳) 8 ۴) 12

۱۴۳ اگر $f(x)=\begin{cases} & \\ x-1 & x<1 \end{cases}$ حاصل $\lim\limits_{x\to 0} f\left(1-x^2\right)+\lim\limits_{x\to 0} f\left(1+x^4\right)$ کدام گزینه است؟

۱) -3 ۲) 3 ۳) -2 ۴) 2

۱۴۴ با توجه به نمودار $f(x)$ حاصل $\lim\limits_{x\to 0} f(2-x^2)-\lim\limits_{x\to 0} f(2+x^2)$ کدام گزینه است؟



۱) 3 ۲) -3 ۳) 6 ۴) -6

۱۴۵ اگر $f(x)=\begin{cases} \frac{x^2+2}{\sqrt{x}} & \\ 5 & x\in\mathbb{Z}' \end{cases}$ حاصل $\lim\limits_{x\to 4} f(x)$ کدام است؟

۱) 9 ۲) 14 ۳) 4 ۴) 5

۱۴۶ اگر $f(x)=\begin{cases} ۳a^۲+\sqrt{x} & x<۴ \\ x+a^۲+۱ & \end{cases}$، a را طوری تعیین نمائید که $\lim\limits_{x\to ۴^+} f(x)-\lim\limits_{x\to ۴^-} f(x)=۵$ باشد.

① ± ۱ ② ± ۲ ③ $\pm\sqrt{۲}$ ④ $\pm ۲\sqrt{۲}$

۱۴۷ اگر $f(x)=\begin{cases} ۲ & x\in\mathbb{Q}' \\ ۵ & \end{cases}$ باشد توابع f و fof به ترتیب از چپ به راست در نقطه‌ای به طول $x=\frac{۱}{۲}$:

① حد دارد - حد دارد ② حد ندارد - حد دارد ③ حد دارد - حد ندارد ④ حد ندارد - حد ندارد

۱۴۸ تابع $f(x)=\begin{cases} & x\in\mathbb{Q}' \\ x+۵ & \end{cases}$ در چند نقطه حد دارد؟

① صفر ② یک ③ دو ④ سه

۱۴۹ اگر $f(x)=\begin{cases} x+۱ & x=۱ \\ ۰ & \end{cases}$ و $g(x)=[x]$ آنگاه $\lim\limits_{x\to\frac{۳}{۲}} fog(x)$ کدام است؟

① صفر ② ۳ ③ ۲ ④ حد ندارد

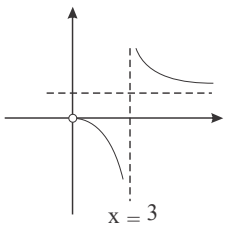
۱۵۰ اگر $f(x)=\begin{cases} x+۲ & x=۱ \\ ۰ & \end{cases}$ و $g(x)=x-\frac{۱}{۲}$ آنگاه $\lim\limits_{x\to\frac{۳}{۲}} fog(x)$ کدام است؟

① صفر ② ۳ ③ ۲ ④ حد ندارد

۱۵۱ اگر $f(x)=\begin{cases} \overline{۱}-\overline{x} & x<۰ \\ -\sqrt{۱+x} & \end{cases}$ حاصل $\lim\limits_{x\to ۰^-} f(x^۷-x^۵+x^۳-x)$ کدام است؟

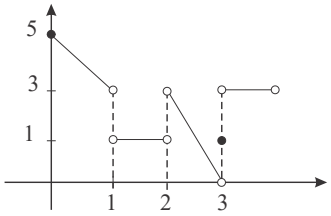
① ۰ ② ۲ ③ ۱ ④ -۱

۱۵۲ با توجه به نمودار حاصل $\lim\limits_{x\to ۳^-}\left[\frac{۱}{f(x)}\right]$ کدام است؟



① صفر ② $-\infty$ ③ $+\infty$ ④ -۱

۱۵۳ با توجه به نمودار $\lim\limits_{x\to ۳^+} f(f(x))$ کدام است؟



① ۵ ② ۳ ③ ۰ ④ ۱

۱۵۴ اختلاف حد چپ از راست تابع $f(x)=\left[\frac{x}{۲}\right]\left[\frac{x}{۳}\right]$ در $x=۴$ کدام است؟

① صفر ② -۱ ③ ۱ ④ ۳

۱۵۵ حاصل $\lim\limits_{x\to ۲}\left(\frac{۶}{x^۲-۲x}-\frac{\quad}{x-۲}\right)$، کدام است؟

① $-\frac{۵}{۲}$ ② $-\frac{۳}{۲}$ ③ $\frac{۱}{۲}$ ④ $\frac{۳}{۲}$

۱۵۶ حاصل $\lim\limits_{x\to ۱}\frac{\quad}{x^۳+|x|-۲}$ کدام است؟

① $\frac{۱}{۵}$ ② $\frac{۱}{۴}$ ③ ۱ ④ وجود ندارد.

۱۵۷ حاصل $\lim\limits_{x\to ۲^+}\frac{۲-\sqrt[۳]{x+۶}}{\sqrt{x^۲-۴x+۴}}$ کدام است؟

① $-\frac{۱}{۶}$ ② $-\frac{۱}{۱۲}$ ③ $\frac{۱}{۱۲}$ ④ $\frac{۱}{۶}$

۱۵۸ حد عبارت $۱-\sin x$ وقتی $x\to(\frac{\pi}{۲})^+$، کدام است؟

① $+\infty$ ② ۲ ③ ۱ ④ $-\infty$

۱۵۹ حاصل $\lim\limits_{x\to ۱}\frac{۱-\sqrt{x}}{۲-\sqrt{۵-x}}$ کدام است؟

① -۴ ② -۲ ③ ۲ ④ ۴

۱۶۰ حاصل $\lim\limits_{x\to ۲}\frac{\overline{۵}x+\overline{۶}-۴}{۶-۳x}$ کدام است؟

① $-\frac{۵}{۲۴}$ ② $-\frac{۵}{۴۸}$ ③ $-\frac{۵}{۱۲}$ ④ $-\frac{۵}{۳}$

۱۶۱ حاصل $\lim\limits_{x\to ۲}\frac{\sqrt[۳]{۵x-۲}-۲}{x^۲-۳x+۲}$ کدام است؟

① صفر ② $\frac{۵}{۱۲}$ ③ $\frac{۱}{۲}$ ④ $\frac{۷}{۱۲}$

۱۶۲ اگر $\lim\limits_{x\to ۱}\frac{-۳x+۲}{ax^۲+۲x+b}=۲$ باشد، آن‌گاه $a-b$ کدام است؟

① -۱ ② ۱ ③ $\frac{۱}{۲}$ ④ $-\frac{۱}{۲}$

۱۶۳ هر گاه $\lim\limits_{x\to ۲}\frac{\quad}{x-\sqrt{x+۲}}=۲$ مقدار n کدام است؟

① $-\frac{۳}{۲}$ ② $\frac{۳}{۲}$ ③ -۳ ④ ۳

۱۶۴ مقدار $\lim\limits_{x\to ۱}\left(\frac{۱}{x-۱}-\frac{۱}{\sqrt{۲x-۱}-۱}\right)$ کدام است؟

① $\frac{۱}{۲}$ ② $-\frac{۱}{۲}$ ③ ۱ ④ -۱

۱۶۵ حاصل $\lim\limits_{x\to ۴}\frac{\sqrt{۲x+۱}-۳}{\sqrt{x}-۲}$ کدام است؟

① $\frac{۲}{۳}$ ② $-\frac{۲}{۳}$ ③ $\frac{۳}{۴}$ ④ $\frac{۴}{۳}$

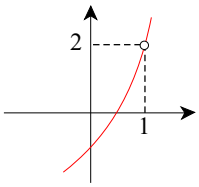
۱۶۶ تابع $\begin{cases}\frac{x^۲-۱}{x-۱} & x=۱\\ ۲ & \\ \frac{\sqrt{x}-۱}{x^۳-۱} & ۰<x<۱\end{cases}$ در $x=۱$ چه وضعی دارد؟

① از چپ پیوسته است ② از راست پیوسته است. ③ پیوسته است. ④ ناپیوسته است.

۱۶۷ هرگاه تابع $f(x)$ یک چند جمله‌ای درجه‌ی اول و $\lim\limits_{x\to ۲}\frac{۲x^۲+f(x)}{x^۲-۴}=۳$ باشد، $f(-۱)$ کدام است؟

① -۲۰ ② -۱۰ ③ ۸ ④ ۶

۱۶۸ نمودار مقابل قسمتی از تابع $f(x)=\frac{x^۳+۲x^۲}{x+c}$ را نشان می‌دهد. مقدار $f(۲)$ کدام است؟



① ۸ ② ۱۰ ③ ۴ ④ ۶

۱۶۹ حاصل $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{۲}}\frac{۱-\sin x}{\cot^۲ x}$ کدام است؟

① ۱ ② $-\frac{۱}{۲}$ ③ $\frac{۱}{۲}$ ④ -۱

۱۷۰ حد کسر $\frac{((x+h)^۲+۱)^۲-(x^۲+۱)^۲}{h}$ اگر $h\to ۰$ کدام است؟

① $۲(x^۲+۱)$ ② $۴x(x^۲+۱)$ ③ $x^۲+۱$ ④ $(x^۲+۱)^۲$

۱۷۱ حاصل $\lim\limits_{x\to ۲}\frac{x-\sqrt{x+۲}}{x+\frac{۲}{x}-۳}$ کدام است؟

① ۰ ② $\frac{۱}{۲}$ ③ ۳ ④ $\frac{۳}{۲}$

۱۷۲ حاصل $\lim\limits_{x\to -۳} \dfrac{+۲x-۳}{x+\sqrt{x+۱۲}}$ کدام است؟

۱) $-\dfrac{۲۴}{۷}$ ۲) $\dfrac{۲۴}{۷}$ ۳) $-\dfrac{}{۷}$ ۴) $-\dfrac{}{۷}$

۱۷۳ اگر $\lim\limits_{x\to ۱} \dfrac{a \quad +۳x-b}{۵x^۲+x-۶}=۲$، مقدار $a+b$ کدام است؟

۱) $\dfrac{۱۷}{۲}$ ۲) ۲۲ ۳) ۱۰ ۴) $\dfrac{۲۱}{۲}$

۱۷۴ اگر $f(۲x+۳)=\dfrac{۳x^۲+x-۲}{۱-x^۲}$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to ۱} f(x)$ کدام است؟

۱) $-\dfrac{۷}{۲}$ ۲) $\dfrac{۵}{۲}$ ۳) $-\dfrac{۵}{۲}$ ۴) موجود نیست.

۱۷۵ حاصل $\lim\limits_{x\to ۱^-} \dfrac{x^۳-۷x+۶}{۲x^۳-۳x^۲+۱}$ کدام است؟

۱) $+\infty$ ۲) $-\infty$ ۳) $\dfrac{-۱}{۶}$ ۴) $\dfrac{۱}{۲}$

۱۷۶ حد تابع $f(x)=\dfrac{x^۲-\sqrt{۲x^۲-x^۳}}{۳-\sqrt{۱-۴x}}$ وقتی $x\to -۲$ کدام است؟

۱) $-\dfrac{۳}{۴}$ ۲) $\dfrac{۳}{۴}$ ۳) $\dfrac{۹}{۴}$ ۴) $-\dfrac{۹}{۴}$

۱۷۷ حد عبارت $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{۴}} \dfrac{\sin^۳ x- \quad x}{\sin x-\cos x}$ کدام است؟

۱) $\dfrac{۱}{۲}$ ۲) $\dfrac{۳}{۲}$ ۳) $-\dfrac{۱}{۲}$ ۴) $-\dfrac{۳}{۲}$

۱۷۸ حاصل $\lim\limits_{x\to \frac{۳\pi}{۴}} \dfrac{\quad}{۱+\tan x}$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۰ ۳) ۱ ۴) $+\infty$

۱۷۹ اگر $\lim\limits_{x\to -۳} \dfrac{\quad}{۱-\sqrt{۵x+۱۶}}=۲$ آنگاه a کدام است؟

۱) $a=۱$ ۲) $a=-۱$ ۳) $a=۵$ ۴) $a=-۵$

۱۸۰ حاصل $\lim\limits_{x\to ۰^+} \dfrac{x}{x}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) $\dfrac{۱}{۲}$ ۳) $-\infty$ ۴) $+\infty$

۱۸۱ حاصل $\lim\limits_{x\to ۹} \dfrac{۴ - \overline{۲}x - \overline{۲}}{۳ - \sqrt{x}}$ کدام است؟

۱) $\dfrac{۳}{۲}$ ۲) $\dfrac{۲}{۳}$ ۳) $\dfrac{-۳}{۲}$ ۴) $\dfrac{-۲}{۳}$

۱۸۲ حاصل $\lim\limits_{x\to (-۲)^+} \dfrac{\quad}{\sqrt{x+۲}}$ کدام است؟

۱) ∞ ۲) -۲ ۳) ۲ ۴) ۰

۱۸۳ حاصل $\lim\limits_{x\to ۹} \dfrac{۳ - \sqrt{x}}{\sqrt{x+۷} - ۴}$ کدام است؟

۱) $\dfrac{-۳}{۴}$ ۲) $\dfrac{۳}{۴}$ ۳) $\dfrac{۴}{۳}$ ۴) $\dfrac{-۴}{۳}$

۱۸۴ حاصل $\lim\limits_{x\to ۲} \dfrac{۵x^۲ - ۴x - ۱۲}{۹x^۲ - ۶x - ۲۴}$ کدام است؟

۱) $\dfrac{۸}{۱۵}$ ۲) صفر ۳) $\dfrac{-۸}{۱۵}$ ۴) $\dfrac{۸}{۲۰}$

۱۸۵ حاصل $\lim\limits_{x\to ۴} \dfrac{۱ - \overline{x} - \overline{۳}}{x^۲ - ۴x}$ کدام است؟

۱) $-\dfrac{\quad}{۸}$ ۲) $\dfrac{۱}{۴}$ ۳) $-\dfrac{۱}{۴}$ ۴) ۸

۱۸۶ حاصل $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{۴}} \tan x - ۱$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $\dfrac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) $-\sqrt{۲}$ ۴) $-\dfrac{\sqrt{۲}}{۲}$

۱۸۷ حد عبارت $\lim\limits_{x\to -۱} \dfrac{x + \overline{۲}x + \overline{۳}}{۲ - \sqrt{۳ - x}}$ کدام است؟

۱) -۲ ۲) ۴ ۳) -۳ ۴) ۸

۱۸۸ حد کسر $\dfrac{\sqrt{x} + \sqrt{x+۳} - ۳}{x + x^۲ - ۲}$ وقتی $x \to ۱$ کدام است؟

۱) $\dfrac{۱}{۴}$ ۲) ۴ ۳) $\dfrac{۹}{۴}$ ۴) $\dfrac{۴}{۹}$

۱۸۹ حد کسر $\dfrac{x + x^۲ + \quad x - ۳}{\sqrt[۳]{x} - ۱}$ وقتی $x \to ۱$ کدام است؟

۱) $\dfrac{۷}{۶}$ ۲) $\dfrac{۲۱}{۲}$ ۳) ۹ ۴) ۳

۱۹۰ حد کسر $\dfrac{x^{۳}+x-۲}{\sqrt[۳]{x}-۱}$ وقتی $x \to ۱$ کدام است؟

۱) $\dfrac{۲}{۳}$ ۲) $\dfrac{۲۱}{۲}$ ۳) ۴ ۴) ۱۲

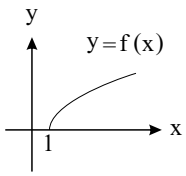
۱۹۱ حاصل $\lim\limits_{x\to ۴} \dfrac{۳-\sqrt{۲x+۱}}{۲-\sqrt{x}}$ کدام است؟

۱) $\dfrac{۲}{۳}$ ۲) $\dfrac{۳}{۴}$ ۳) $\dfrac{۴}{۳}$ ۴) $\dfrac{۳}{۲}$

۱۹۲ حاصل $\lim\limits_{x\to -۲} \dfrac{x+\sqrt{۲x+۸}}{x+۲}$ برابر کدام است؟

۱) $\dfrac{۳}{۲}$ ۲) $\dfrac{۵}{۲}$ ۳) $\dfrac{-۳}{۲}$ ۴) $\dfrac{-۵}{۲}$

۱۹۳ شکل مقابل نمودار تابع $f(x)=\sqrt{x-۱}$ است. کدام یک از موارد زیر درست است؟



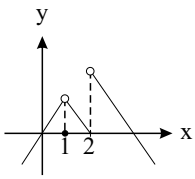
۱) $\lim\limits_{x\to ۱} f(x)=۰$ ۲) $\lim\limits_{x\to ۱^-} f(x)=f(۱)$

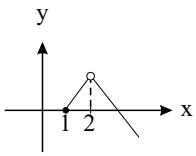
۳) $\lim\limits_{x\to ۱^+} f(x)=f(۱)$ ۴) $\lim\limits_{x\to ۰^+} f(x)=۱$

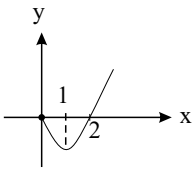
۱۹۴ اگر $g(x)=\begin{cases} ۲x-۱ & x\neq ۴ \\ ۵ & x=۴ \end{cases}$، حاصل $\lim\limits_{x\to ۴} g(x)$ کدام است؟

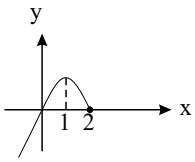
۱) ۵ ۲) ۷ ۳) ۳ ۴) ۹

۱۹۵ تابع $y=f(x)$ در نقطهٔ $x=۱$ حد ندارد؛ ولی در نقطهٔ $x=۲$ حد دارد. کدام شکل می‌تواند نمودار این تابع باشد؟

۱)


۲)


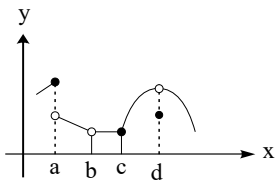
۳)


۴)


۱۹۶ کدام یک از موارد زیر در مورد تابع $f(x)=\dfrac{|\ |}{x}$ درست است؟

۱) $\lim\limits_{x\to ۰} f(x)=۱$ ۲) $\lim\limits_{x\to ۰^+} f(x)$ وجود ندارد. ۳) $\lim\limits_{x\to ۰^-} f(x)$ وجود ندارد. ۴) $\lim\limits_{x\to ۳} f(x)=۱$

۱۹۷ نمودار تابع f به صورت زیر است. این تابع در چند نقطه از نقاط $\{a,b,c,d\}$ حد ندارد؟



۱) ۴ ۲) ۳

۳) ۲ ۴) ۱

۱۹۸ اگر $f(x) = _____$ باشد، آنگاه چند مورد زیر نادرست است؟

الف) $\lim\limits_{x\to(-۲)^+} f(x) = ۱$

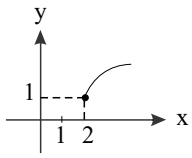
ب) $\lim\limits_{x\to(-۲)^-} f(x) = -۱$

پ) $\lim\limits_{x\to-۲} f(x)$ وجود ندارد.

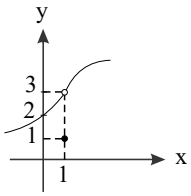
ت) $\lim\limits_{x\to-۳} f(x) = ۱$

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

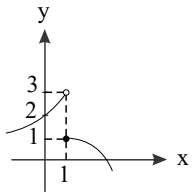
۱۹۹ در کدام گزینه تساوی داده شده با توجه به شکل نادرست است؟

۱)


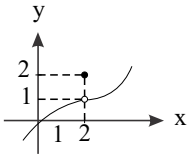
$\lim\limits_{x\to۲^+} f(x) = f(۲)$

۲)


$\lim\limits_{x\to۱} f(x) = f(۱) + ۲$

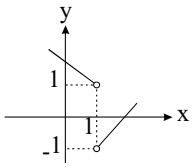
۳)


$\lim\limits_{x\to۱^+} f(x) - \lim\limits_{x\to۱^-} f(۱) = ۲$

۴)


$\lim\limits_{x\to۲} f(x) \neq f(۲)$

۲۰۰ اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to۱^+} f(x) + \lim\limits_{x\to۰^+} f(۱-x)$ کدام است؟



۱) صفر ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) -۲

۲۰۱ چه تعداد از توابع زیر در نقطهٔ $x = ۰$ حد ندارند؟

الف) $f(x) = \begin{cases} \frac{}{x} & , x \neq ۰ \\ ۰ & , x = ۰ \end{cases}$

ب) $f(x) = \begin{cases} ۱ & , \\ -۱ & , \end{cases}$

پ) $f(x) = \begin{cases} x & , x > ۰ \\ -\sqrt{-x} & , x < ۰ \end{cases}$

ت) $f(x) = \begin{cases} ۲x^۲ & , x \geq ۰ \\ ۰ & , x < ۰ \end{cases}$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۰۲ اگر $f(x)=\begin{cases} x+۳ & , \\ ۲x+۲ & , \quad x<۰ \end{cases}$ و $g(x)=\begin{cases} x-۱ & , \quad x\geq ۰ \\ x & , \quad x<۰ \end{cases}$ باشند، کدام گزینه درست است؟

۱) f در $x=۰$ حد ندارد، g در $x=۰$ حد دارد و $f+g$ نیز در $x=۰$ حد ندارد.

۲) f و g در $x=۰$ حد ندارد، اما $f+g$ در $x=۰$ حد دارد.

۳) f و g در $x=۰$ حد ندارد، اما $f-g$ در $x=۰$ حد دارد.

۴) f، g و $f+g$ در $x=۰$ حد ندارند.

۲۰۳ اگر تابع f در نقطهٔ $x=۵$ حد داشته باشد و بدانیم $\lim\limits_{x\to ۵}\frac{}{۲f(x)+۱}=۷$، آن‌گاه $\lim\limits_{x\to ۵} f(x)$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) ۱ ۳) $-\frac{۳}{۲}$ ۴) -۱

۲۰۴ به ازای کدام مقدار a تابع $f(x)$ در $x=۲$ حد دارد؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

$$f(x)=a\left[\frac{x}{۲}\right]+۲ax\left[-\frac{x}{۲}\right]-\left[x^۲\right]$$

۱) $-\frac{۱}{۳}$ ۲) $-\frac{۵}{۴}$ ۳) $\frac{۵}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۲۰۵ حاصل $\lim\limits_{x\to ۲}\frac{x^۳+x-۱۰}{x^۲-۴}$ کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) صفر ۳) $\frac{۱۳}{۴}$ ۴) حد ندارد.

۲۰۶ اگر تابع $f(x)=\begin{cases} \sqrt{۵x^۲-a} & , \quad x\geq ۱ \\ \frac{۲x^۲-۳x+۱}{x^۲-۱} & , \quad -۲<x<۱ \\ b[x]+\frac{}{x+۲} & , \quad x\leq -۲ \end{cases}$ در $x=۱$ و $x=-۲$ حد داشته باشد، مقدار $۲a\times b$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۱۹ ۲) -۱۹ ۳) -۲۰ ۴) ۲۰

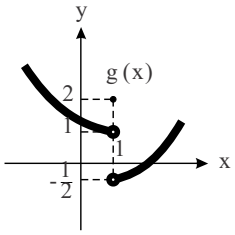
۲۰۷ در تابع $f(x)=\begin{cases} \frac{}{\sin x-\cos x} & , \quad x\neq \frac{\pi}{۴} \\ k & , \quad x=\frac{\pi}{۴} \end{cases}$، به ازای کدام مقدار k تابع در $x=\frac{\pi}{۴}$ پیوسته است؟

۱) $-\sqrt{۲}$ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۲۰۸ تابع $f(x)=\begin{cases} |x| & , \quad |x|\leq ۲ \\ \frac{۴}{x} & , \quad |x|>۲ \end{cases}$ با توجه به نمودارش در چند نقطه از دامنه‌اش ناپیوسته است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۰۹ هرگاه $\lim\limits_{x\to ۱^+}(۲f(x)+۱)=۵$ باشد، با توجه به نمودار تابع g حاصل $\lim\limits_{x\to ۱^+}\dfrac{(f^۳-۲g)(x)}{(f\cdot g)(x)+۳}$ کدام است؟



۱) ۰٫۵ ۲) ۱٫۵ ۳) -۲ ۴) ۲

۲۱۰ تابع $f(x)=x[x]$ در بازهٔ $(-۱,k)$ پیوسته است، حداکثر مقدار k کدام است؟ ([ ]، علامت جزء صحیح است.)

۱) $\frac{-۱}{۲}$ ۲) صفر ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۱

۲۱۱ حاصل $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۲}}\dfrac{[x]-x}{۱+\cos(\frac{\pi}{۲}+x)}$ کدام است؟ ([ ]، علامت جزء صحیح است.)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) صفر ۴) -۱

۲۱۲ اگر تابع $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^۲-۶x+۹}{} & ,x\neq ۳\\ m & ,x=۳\end{cases}$ در نقطهٔ $x=۳$ پیوستگی چپ داشته باشد، m کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) -۲

۲۱۳ اگر $\lim\limits_{x\to ۰}\dfrac{x}{۱+\cos x}=a$، حاصل $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۶}}\dfrac{}{۸a\sin^۲x-۱}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۲۱۴ تابع $f(t)=\begin{cases}۶t+۴ & \\ ۲t+۱۰ & ۱\le t\le ۱۰\end{cases}$، جرم یک کودک تا ۱۰ سالگی را برحسب کیلوگرم تعیین می‌کند. این تابع در کدام یک از بازه‌های زیر ناپیوسته است؟

۱) $(۰,۱)$ ۲) $[۰,۲]$ ۳) $(۱,۹)$ ۴) $[۲,۱۰]$

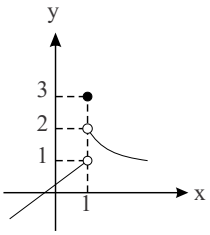
۲۱۵ کدام یک از توابع زیر در $x=۲$ پیوستگی چپ دارد؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

۱) $f(x)=[x]$ ۲) $g(x)=\sqrt{x-۲}$ ۳) $h(x)=\sqrt{۲-x}$ ۴) $k(x)=\dfrac{}{x-۲}$

۲۱۶ کدام گزینه درست نیست؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

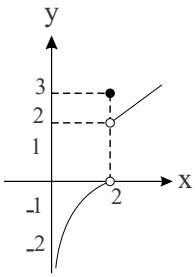
۱) $\lim\limits_{x\to ۴^+}[x]=۴$ ۲) $\lim\limits_{x\to ۴^-}[x]=۳$ ۳) $\lim\limits_{x\to ۴^-}[-x]=-۴$ ۴) $\lim\limits_{x\to ۴^+}[-x]=-۳$

۲۱۷ نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت شکل زیر است. حاصل $\lim\limits_{x\to ۴^+} f(\frac{}{۲x-۷})$ کدام است؟



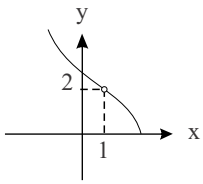
۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) این حد وجود ندارد.

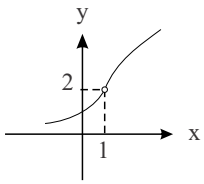
۲۱۸ برای تابع f که نمودار آن داده شده، حاصل $f(۲) + \lim\limits_{x\to ۲^+} f(x) + \lim\limits_{x\to ۲^-} f(x)$ کدام است؟

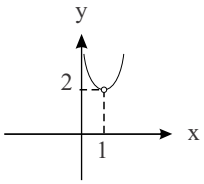


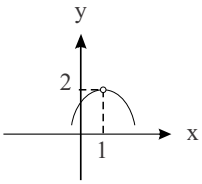
۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

۲۱۹ اگر $\lim\limits_{x\to ۱} f(x) = ۲$ باشد و در اطراف $x = ۱$ داشته باشیم $\frac{}{۱-x} < ۰$ کدام گزینه می‌تواند نمودار تابع f در اطراف $x = ۱$ باشد؟

۱)


۲)


۳)


۴)


۲۲۰ با توجه به تابع $f(x) = \sqrt{x+۴}$، چه تعداد از موارد زیر درست است؟

الف) $\lim\limits_{x\to(-۴)^+} f(x) = ۰$ ب) $\lim\limits_{x\to -۴} f(x) = ۰$

پ) $f(-۴) = ۰$ ت) $\lim\limits_{x\to ۰} f(x) = ۲$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) صفر

۲۲۱ اگر تابع $f(x) = \begin{cases} ۳ & -۱ \\ ax-b & , \quad x < ۲ \end{cases}$ در $x = ۲$ حد داشته باشد و $\lim\limits_{x\to -۱} f(x) = ۴$ باشد، مقدار $a-b$ کدام است؟

۱) $\frac{۲۶}{۳}$ ۲) -۴ ۳) ۱۱ ۴) $-\frac{۱۱}{۳}$

۲۲۲ اگر $f(x) = x^۴ - ۳x^۲ + ۲$ و $g(x) = x - ۱$ باشد، به ترتیب از راست به چپ حاصل $\lim\limits_{x\to ۱}(f+g)(x)$ و $\lim\limits_{x\to ۱}(\frac{}{g})(x)$ کدام است؟

۱) صفر و حد ندارد. ۲) ۱ و ۲− ۳) صفر و ۲ ۴) صفر و ۲−

۲۲۳ به ازای کدام مقدار a، تابع $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\quad}{\quad} \\ bx+a-۱ \quad , \quad x>۰ \end{cases}$ در $x=۰$ دارای حد است؟ ([ ] علامت جزء صحیح است.)

۱) صفر ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) بستگی به مقدار b دارد.

۲۲۴ اگر $\lim\limits_{x\to ۰} \dfrac{x^۲}{x} = ۳$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۳ ۴) -۳

۲۲۵ اگر $\lim\limits_{x\to t} f(x)=۰$ و $\lim\limits_{x\to t} g(x)=۴$ باشد، آنگاه حاصل $\lim\limits_{x\to t}(\sqrt{f(x)}+\sqrt{g(x)})$ همواره کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴
۳) ۸ ۴) ممکن است وجود نداشته باشد.

۲۲۶ حاصل $\lim\limits_{x\to ۲^+} [\dfrac{\quad}{۱+۴x}]$ کدام است؟ ([ ] علامت جزء صحیح است.)

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) وجود ندارد.

۲۲۷ اگر تابع f در نقطهٔ $x=۱$ حدی مخالف صفر داشته باشد، $f(۱)$ کدام است؟

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{\quad}{x^۲-۳x+a} \quad , \quad x>۱ \\ \dfrac{\quad}{|x-۱|} \quad , \quad x<۱ \end{cases}$$

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۲۲۸ اگر $\lim\limits_{x\to ۲} f(x)=۳$ و $\lim\limits_{x\to ۲} g(x)=-۱$، حاصل $\lim\limits_{x\to ۲} \dfrac{\quad}{g(x)}$ کدام است؟

۱) -۲ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) -۳

۲۲۹ تابع $f(x)=\begin{cases} x+a \\ ۳x \quad x\le ۲ \end{cases}$ در $x=۲$ پیوسته است. a کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۳۰ تابع $f(x)=[x]$ در نقطهٔ $x=\sqrt{a}$ حد ندارد. مقدار a کدام‌یک از مقادیر زیر می‌تواند باشد؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) ۱۱ ۲) ۱۵ ۳) ۹ ۴) ۱۳

۲۳۱ چه تعداد از توابع زیر در $x=۱$ ناپیوسته‌اند؟

الف) $f(x)=(x-۳)^۲$ ب) $g(x)=\dfrac{\quad}{x-۱}$ پ) $h(x)=\begin{cases} x+۱ \\ ۲ \\ ۲-x \quad x<۱ \end{cases}$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۲۳۲ کدام تابع در $\mathbb{R}$ پیوسته نیست؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) $f(x)=[x]$ ۲) $f(x)=\sin x$

۳) $f(x)=۲^x$ ۴) $f(x)=(x^۲+۱)(۱-۵x^۳)$

۲۳۳ تابع $f(x)=\dfrac{\quad}{x-۴}$ در نقطهٔ $x=۴$ حد دارد. مقدار a کدام است؟

۱) -۴ ۲) -۸ ۳) ۸ ۴) ۴

۲۳۴ اگر $f(x)$ یک تابع خطی باشد، $\lim\limits_{x\to ۳} f(x)=۴$ و $\lim\limits_{x\to -۳} f(x)=۴$. حاصل $\lim\limits_{x\to ۵}(۲f(x)+۱)$ کدام است؟

۱) ۱۱ ۲) ۷ ۳) ۹ ۴) ۱۰

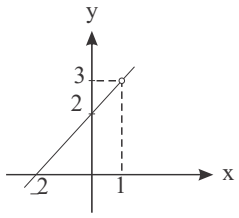
۲۳۵ اگر $f(x)=[x]+۳m$ و $\lim\limits_{x\to ۲^+} f(x)+\lim\limits_{x\to ۵^-} f(x)=۷$. حاصل $\lim\limits_{x\to ۰^+} f(x)$ کدام است؟([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۳ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۲۳۶ حاصل $\lim\limits_{x\to ۰}\dfrac{x}{۲x^۲-x}+\lim\limits_{x\to ۳^+}\dfrac{\quad}{[x]-۱}$ کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) $-\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) صفر

۲۳۷ شکل مقابل، نمودار تابع خطی $y=f(x)$ است. حاصل $\lim\limits_{x\to -۲}\dfrac{\quad}{x^۲-۴}$ کدام است؟



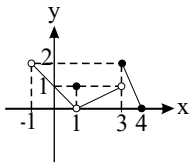
۱) $\frac{۶}{۵}$ ۲) $\frac{۵}{۲}$

۳) $-\frac{۳}{۴}$ ۴) صفر

۲۳۸ حاصل $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{۲}}\dfrac{۱-\sin^۳ x}{۱-\sin^۲ x}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) صفر

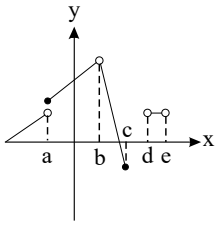
۲۳۹ با توجه به نمودار تابع f، کدام گزینه صحیح است؟



۱) $\underset{x\to ۴}{\text{-----}} f(x)=۰$ ۲) $\underset{x\to ۱}{\text{-----}} f(x)=۱$

۳) $\underset{x\to ۳}{\text{-----}} f(x)=۲$ ۴) $\underset{x\to ۰}{\text{-----}} f(x)=۱$

۲۴۰ کدام یک از عبارت‌های زیر در مورد تابع f که نمودار آن در شکل مقابل آورده شده است، درست است؟



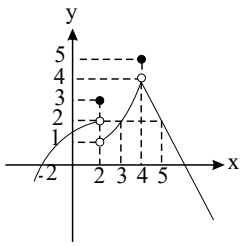
۱) تابع f در فقط حد راست دارد.

۲) حد چپ و راست تابع f در $x=c$ موجود است ولی با هم برابر نیستند.

۳) تابع f در $x=b$ دارای حد است.

۴) تابع f در $x=d$ حد چپ دارد.

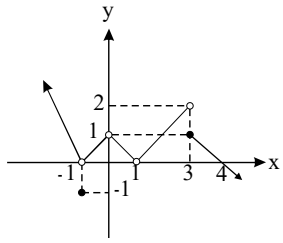
۲۴۱ شکل زیر مربوط به نمودار تابع $f(x)$ است. حاصل عبارت $A=\lim\limits_{x\to ۲^+} f(x)+\lim\limits_{x\to ۴} f(x)+\lim\limits_{x\to(-۲)^+} f(x)$ کدام است؟



۱) ۷ ۲) ۸

۳) ۶ ۴) ۵

۲۴۲ نمودار تابع $y=f(x)$ در شکل زیر رسم شده است. اگر تابع f در $x=a$ حد نداشته باشد، حاصل عبارت $-f(a-۴)+\lim\limits_{x\to(a-۲)} f(x)$ کدام است؟



۱) ۱ ۲) -۱

۳) ۲ ۴) صفر

۲۴۳ حاصل $\lim \sqrt{bx+a}$ به ازای چه مقادیری از c وجود دارد؟ $(b>۰)$

۱) به ازای هر مقدار حقیقی c ۲) به ازای تمام مقادیر مثبت c

۳) به ازای تمام مقادیری از c که $\frac{-a}{\ }$ باشد. ۴) به ازای تمام مقادیری از c که $\frac{-a}{\ }$ باشد.

۲۴۴ حاصل $\lim\limits_{x\to ۱}\dfrac{\sqrt{x+۳}(x^۲-۳x+۲)}{x^۲-۱}$ کدام است؟

۱) -۴ ۲) -۱ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) ۴

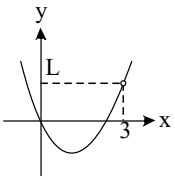
۲۴۵ حاصل $\lim\limits_{x\to ۳^-}\dfrac{x[x]-۶}{|۲x^۲-۲x-۱۲|}$ ، کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

۱) $-\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $-\frac{۱}{۵}$ ۴) $\frac{۱}{۵}$

۲۴۶ اگر حاصل حدِ تعریف شده $\lim\limits_{x\to ۲}\dfrac{ax^۲+۴x}{x^۲-۴}=b$ باشد، آن‌گاه حاصل $\lim\limits_{x\to -۲}\dfrac{x^۲+۵x-۳a}{x^۲+۴b}$ کدام است؟ $(b\neq ۰)$

۱) $-۰/۲۵$ ۲) $-۰/۳$ ۳) $۰/۷$ ۴) $-۰/۷$

۲۴۷ اگر نمودار تابع $f(x)=\dfrac{x^{۳}+n\quad+۶x}{x-۳}$ به‌صورت شکل زیر باشد، مقدار $n+L$ کدام است؟



۱) ۳ ۲) -۲

۳) -۵ ۴) ۲

۲۴۸ حاصل $\lim\limits_{x\to\pi^{+}}\dfrac{|۱+\cos x|}{\sin^{۲}x}$ کدام است؟

۱) $-\dfrac{۱}{۲}$ ۲) $\dfrac{۱}{۲}$ ۳) ۱ ۴) -۱

۲۴۹ حاصل $\lim\limits_{x\to\pi^{+}}\dfrac{[x]\quad\sqrt{۱-\cos^{۲}x}}{۲\sin x\cos x}$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

۱) $\dfrac{۳}{۲}$ ۲) $-\dfrac{۳}{۲}$ ۳) ۲ ۴) -۲

۲۵۰ اگر $f(x)=\dfrac{۱-\sin x}{\cos^{۲}x}$ و $g(x)=\dfrac{|x^{۲}+x-۲|}{x^{۲}-۴}$ باشد، حاصل عبارت $A=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۲}}f(x)+\lim\limits_{x\to(-۲)^{+}}g(x)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $-\dfrac{۱}{۴}$ ۳) $-\dfrac{۱}{۲}$ ۴) -۲

پاسخ‌نامه تشریحی

۱ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\lim_{x\to ۲^+} f(x) - \lim_{x\to ۲^-} f(x) = ۳ \Rightarrow (۲+a)[۲^+] - (۲+a)[۲^-] = ۳$$
$$\Rightarrow (۲+a)(۲) - (۲+a)(۱) = ۳ \Rightarrow ۴ + ۲a - ۲ - a = ۳ \Rightarrow a = ۱$$

۲ ۱ ۲ ۳ ۴

شرط پوسیدگی تابع f در $x = a$ این است که حد راست و حد چپ و مقدار تابع در موجود و متناهی و باهم برابر باشند.

$$\lim_{x\to ۲} = \lim_{x\to ۲} \frac{x - ۲x}{۲ - x} = -\xrightarrow{Hop} \lim_{x\to ۲} \frac{۱ - \frac{}{۲ \quad ۲x}}{-۱} = -\frac{۱}{۲}$$

پس $f(۲) = a = -\frac{۱}{۲}$ است

۳ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا تابع داده شده را ساده می‌کنیم.

$$f(x) = \begin{cases} ۲x & -۱ \le x \le ۱ \end{cases}$$

حد راست و حد چپ و مقدار تابع را باید در $x = ۱$ و $x = -۱$ بدست آوریم.

$$x = ۱ : \begin{cases} \lim_{x\to ۱^+} f(x) = \lim_{x\to ۱^+} (x-۱) = ۱ - ۱ = ۰ \\ \lim_{x\to ۱^-} f(x) = \quad f(x) = ۲(۱) = ۲ \\ f(۱) = ۲(۱) = ۲ \end{cases} \Rightarrow$$ تابع در $x = ۱$ ناپیوسته است.

$$x = -۱ : \begin{cases} \lim_{x\to (-۱)^+} f(x) = \lim_{x\to (-۱)^+} ۲x = ۲(-۱) = -۲ \\ \lim_{x\to (-۱)^-} f(x) = \lim_{x\to (-۱)^-} (x-۱) = -۱ - ۱ = -۲ \\ f(-۱) = ۲(-۱) = -۲ \end{cases} \Rightarrow$$ تابع در $x = -۱$ پیوسته است.

۴ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\lim_{x\to ۳^+} [-x^۲] = [-(۳^+)^۲] = [-(۹^+)] = [-۹/۰۱] = -۱۰$$
$$\lim_{x\to ۳^-} [-x^۲] = [-(۳^-)^۲] = [-(۹^-)] = [-۸/۹۹] = -۹$$
$$f(-۳) = [-۹] = -۹$$

تابع از چپ پیوسته و از راست ناپیوسته است.

۵ ۱ ۲ ۳ ۴

کافی است که حد راست و حد چپ و مقدار تابع را در $x = ۰$ بدست آوریم.

$$\left.\begin{array}{l} f(0)=\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}(3x-a)=(3\times 0)-a=-a \\ \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\left(\dfrac{}{\sqrt{x}}+2\right)=\lim\limits_{x\to 0^+}(\sqrt{x}+2)=2 \end{array}\right\} \Rightarrow -a=2 \Rightarrow a=-2$$

۶ ۴ ۳ **۲** ۱ از آنجا که نرخ رشد 2^n از نرخ رشد n^2 بیش تر است لذا داریم:

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{n^2}{2^n}=0$$

۷ ۴ ۳ **۲** ۱

چون تابع داده شده در بازه‌ی $[0,2\pi]$ پیوسته است پس در هر نقطه‌ی بین ۰ و 2π نیز باید پیوسته باشد، بنابراین کافی است شرط پیوستگی را (تساوی حد راست و حد چپ و مقدار تابع) را در $x=\frac{\pi}{2}$ اعمال کنیم.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{2})^-} f(x)=a\sin\frac{3\pi}{2}=-a=2 \\ \lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{2})^+} f(x)=b\cos\pi=-b=2 \end{array}\right. \Rightarrow \left\{ b=-2 \right. \Rightarrow a-b=0$$

۸ **۴** ۳ ۲ ۱

کافی است حد راست و حد چپ و مقدار تابع را در $x=1$ بدست آوریم.

$$\lim_{x\to 1^+} f(x)=\lim_{x\to 1^+}\frac{\overbrace{|(x+2)(x-1)|}^{+}}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{}{(x-1)}=3$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x)=\lim_{x\to 1^-}\frac{\overbrace{|(x+2)(x-1)|}^{-}}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}\frac{}{(x-1)}=-3$$

این تابع در $x=1$ پیوسته نمی‌باشد.

۹ **۴** ۳ ۲ ۱

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{x+\sqrt{x-1}-1}{\sqrt{x^2-1}}=\lim_{x\to 1^+}\frac{x-1+\sqrt{x-1}}{\sqrt{(x-1)(x+1)}}=\frac{0}{0}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 1^+}\frac{x-1+\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}\sqrt{x-1}}=\lim_{x\to 1^+}\frac{\sqrt{x-1}\sqrt{x-1}+\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}\sqrt{x-1}}$$

$$=\lim_{x\to 1^+}\frac{(\sqrt{x-1})(\sqrt{x-1}+1)}{\sqrt{x-1}\sqrt{x+1}}=\lim_{x\to 1^+}\frac{\sqrt{x-1}+1}{\sqrt{x+1}}=\frac{0+1}{\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

۱۰ **۴** ۳ ۲ ۱

$$\lim_{x\to 1}\ \ 1-x\ \ -g(x)=0\to\lim_{x\to 1}\ \ 1-x\ \ =\lim_{x\to 1}g(x)$$

$$\lim_{x\to ۱}\frac{}{۱-x}=\xrightarrow{HOP}\lim_{x\to ۱}\frac{}{-۱}=\pi\Rightarrow\lim_{x\to ۱}\frac{}{۱-x}=\lim_{x\to ۱}g(x)=\pi$$

طبق قضیه‌ی فشردگی $\lim_{x\to ۱}f(x)=\pi$ می‌باشد.

۱۱ ۱ ۲ **۳** ۴

$$\lim_{x\to ۸^+}f(x)=[۸^+]-[\frac{۸}{۴}^+]=۸-[۲^+]=۸-۲=۶$$

$$\lim_{x\to ۸^-}f(x)=[۸^-]-[\frac{۸}{۴}^-]=۷-[۲^-]=۷-۱=۶$$

$$f(۸)=[۸]-[\frac{۸}{۴}]=۸-[۲]=۸-۲=۶$$

چون حد راست و حد چپ و مقدار تابع در $x=۸$ با هم برابر هستند پس تابع در $x=۸$ پیوسته است.

۱۲ ۱ **۲** ۳ ۴

$$\lim_{x\to ۳^-}|x|+[x+\frac{\sqrt{۳}}{۲}]=۳+[۲/۹۹+۰/۸۶]=۳+[۳/\cdots]=۳+۳=۶$$

۱۳ ۱ ۲ ۳ **۴**

کافی است که حد راست و حد چپ و مقدار تابع را در $x=\frac{\pi}{۲}$ بدست آوریم.

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{۲})^+}f(x)=\lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{۲})^+}(-\cos ۲x)=۱\\ \lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{۲})^-}f(x)=\lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{۲})^-}(\sin x+۲\cos x)=۱\\ f(\frac{\pi}{۲})=۱\end{array}\right\}\Rightarrow$$ تابع در $x=\frac{\pi}{۲}$ پیوسته است.

۱۴ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\lim_{x\to ۶^+}f(x)+\lim_{x\to ۶^-}f(x)=\left[\frac{۶^+}{۲}\right]+\left[\frac{۶^+}{۳}\right]+\left[\frac{۶^-}{۲}\right]+\left[\frac{۶^-}{۳}\right]$$
$$=[۳^+]+[۲^+]+[۳^-]+[۲^-]=۳+۲+۲+۱=۸$$

۱۵ ۱ ۲ ۳ **۴** می‌دانیم: $\boxed{\lim_{u\to ۰}(۱-\cos u)\sim\frac{u^۲}{۲}\ ,\ \lim_{u\to ۰}\sin u\sim u}$

$$\lim_{x\to ۰}\frac{}{x\sin x}=\frac{۰}{۰}\Rightarrow\lim_{x\to ۰}\frac{\frac{(۲x)^۲}{۲}}{x\times x}=\lim_{x\to ۰}\frac{۴x^۲}{۲x^۲}=\frac{۴}{۲}=۲$$

۱۶ ۱ ۲ ۳ **۴** برای پیوستگی f در بازه ی $[\frac{\pi}{۴},۲\pi]$ تنها کافی است شرایط پیوستگی را در نقطه‌ی مرزی $x=\frac{۳\pi}{۴}$ اعمال کنیم.

(تساوی حد راست و حد چپ و مقدار تابع)

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to(\frac{3\pi}{4})^+} f(x)=\lim\limits_{x\to(\frac{3\pi}{4})^+}\cos(x+\frac{\pi}{4})=\cos\pi=-1\\ \lim\limits_{x\to(\frac{3\pi}{4})^-} f(x)=\lim\limits_{x\to(\frac{3\pi}{4})^-} a\sin 2x=a\sin\frac{3\pi}{2}=-a\\ f(\frac{3\pi}{4})=\cos(\frac{3\pi}{4}+\frac{\pi}{4})=\cos\pi=-1\end{array}\right\}\Rightarrow -a=-1\Rightarrow a=1$$

۱۷ ۴ ۳ ۲ **۱** کافی است شرط پیوستگی (تساوی حد راست و حد چپ و مقدار تابع) را در $x=2$ اعمال کنیم.

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{x^3-3x^2+4}{x-2}\xrightarrow{HOP}\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{3x^2-6x}{1}=12-12=0\\ \lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}(2x+b)=4+b\\ f(2)=4+b\end{array}\right\}\Rightarrow 0=4+b\Rightarrow b=-4$$

۱۸ ۴ ۳ ۲ **۱**

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to -2^+}\frac{3}{2}[2x]=\frac{3}{2}[2(-2^+)]=\frac{3}{2}[-4^+]=\frac{3}{2}(-4)=-6\\ \lim\limits_{x\to -2^-}\frac{3}{2}[2x]=\frac{3}{2}[2(-2^-)]=\frac{3}{2}[-4^-]=\frac{3}{2}(-5)=-7/5\end{array}\right\}\Rightarrow -6-(-7/5)=1/5$$

۱۹ **۴** ۳ ۲ ۱

$$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=-2\ ,\quad \lim\limits_{x\to 0^+}[f(x)]=[(-2)^-]=-3$$

دقت کنید وقتی $x\to 0^+$ آنگاه y از مقادیر کوچکتر از -2 به عدد -2 نزدیک می‌شود.

$$\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{}{3[f(x)]+1}=\frac{}{3(-3)+1}=\frac{}{-9+1}=\frac{}{-8}=\frac{1}{2}$$

۲۰ **۴** ۳ ۲ ۱ کافی است حد راست و حد چپ و مقدار تابع را در $x=0$ بدست آوریم.

$$\lim\limits_{x\to 0^+}(3x+\frac{\overbrace{|2x|}^{+}}{x})=\lim\limits_{x\to 0^+}(3x+2)=2$$

$$\lim\limits_{x\to 0^-}(3x+\frac{\overbrace{|2x|}^{-}}{x})=\lim\limits_{x\to 0^-}(3x-2)=-2$$

تابع در $x=0$ حد ندارد پس نمی‌تواند پیوسته باشد.

۲۱ ۴ ۳ **۲** ۱

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=a\\ \lim\limits_{x\to a^-} f(x)=\frac{1}{a}\end{array}\right.\Rightarrow\frac{1}{a}=a\Rightarrow a^2=1\Rightarrow a=\pm 1$$

با توجه به بازه ی داده شده در تابع، $a=-1$ غیر قابل قبول است پس فقط $a=1$ قابل قبول است.

۲۲ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to ۲^+} f(x)=\lim\limits_{x\to ۲^+}(x^۳-۲x+b)=۸-۴+b=۴+b\\ \lim\limits_{x\to ۲^-} f(x)=\lim\limits_{x\to ۲^-}(۲ax+۳b)=۴a+۳b\end{array}\right\}\Rightarrow ۴+b=۴a+۳b\Rightarrow ۴a+۲b=۴\Rightarrow ۲a+b=۲$$

۲۳ ۱ **۲** ۳ ۴

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{۳}}\frac{۲\sin(x+\frac{\pi}{۶})\cos ۳x}{\tan^۲ x}=\frac{۲\sin(\overbrace{\frac{\pi}{۳}+\frac{\pi}{۶}}^{\frac{\pi}{۲}})\cos(\pi)}{\tan^۲\frac{\pi}{۳}}=\frac{۲(۱)(-۱)}{۳}=-\frac{۲}{۳}$$

۲۴ **۱** ۲ ۳ ۴ فرض می کنیم در تابع $f(x)$ وقتی $x\to ۱$ حد تابع برابر a است.

$$\lim_{x\to ۱}\frac{}{f(x)+۸}=\frac{}{a+۸}=۱\Rightarrow ۲a=۱۰\to a=۵$$

پس $\lim\limits_{x\to ۱} f(x)=۵$ است.

۲۵ ۱ ۲ ۳ **۴**

تابع وقتی حد دارد که حد راست و حد چپ آن در آن نقطه، موجود و با هم برابر باشند.

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to ۲^+} f(x)=\lim\limits_{x\to ۲^+}(x^۲+۳a)=۴+۳a\\ \lim\limits_{x\to ۲^-} f(x)=\lim\limits_{x\to ۲^-}(ax-۳)=۲a-۳\end{cases}\Rightarrow ۴+۳a-۲a+۳=-۲\to a=-۹$$

۲۶ ۱ **۲** ۳ ۴ هرگاه x به سمت عددی میل کند که باعث صفر شدن تمام جملات شود آن گاه هر عبارت، هم ارز آن جمله ای است که توان کمتری دارد.

$$\lim_{x\to ۰}\frac{۲x-۲\sqrt[۳]{x}}{۳x+۴\sqrt[۳]{x}}=-\xrightarrow{\text{جمله‌ی کم‌توان}}\lim_{x\to ۰}\frac{-۲\sqrt[۳]{x}}{۴\sqrt[۳]{x}}=\frac{-۱}{۲}$$

۲۷ ۱ ۲ **۳** ۴ وقتی $x\to a$ یعنی x در یک همسایگی از عدد a قرار دارد بنابراین همواره x غیر صحیح است و هیچ گاه سراغ ضابطه‌ی صحیح نمی‌رویم.

$$\lim_{x\to ۰^-} f(x)+\lim_{x\to(\frac{-۱}{۳})^+} f(x)=-۲+(-۲)=-۴$$

۲۸ ۱ **۲** ۳ ۴

$$\lim_{x\to ۲^+}\left(\frac{\overbrace{|x^۲-۴|}^{+}}{x^۲-۴}+\frac{}{\underbrace{|x-۲|}_{+}}\right)=\lim_{x\to ۲^+}\left(\frac{(x^۲-۴)}{x^۲-۴}+\frac{}{x-۲}\right)=۱+۱=۲$$

$$\lim_{x\to ۲^-}\left(\frac{\overbrace{|x^۲-۴|}^{-}}{x^۲-۴}+\frac{}{\underbrace{|x-۲|}_{-}}\right)=\lim_{x\to ۲^-}\left(\frac{-(x^۲-۴)}{x^۲-۴}+\frac{}{-(x-۲)}\right)=-۱-۱=-۲$$

بنابراین قدرمطلق تفاضل حد راست از حد چپ تابع برابر ۴ می‌باشد.

۲۹ ۱ ۲ **۳** ۴

$$\lim_{x\to ۱۰^+} f(x)=[\frac{۱۰^+}{۲}]+[\frac{۱۰^+}{۵}]=[۵^+]+[۲^+]=۵+۲=۷$$

$$\lim_{x\to ۱۰^-} f(x)=[\frac{۱۰^-}{۲}]+[\frac{۱۰^-}{۵}]=[۵^-]+[۲^-]=۴+۱=۵$$

$$\Rightarrow ۷+۵=۱۲$$

۳۰ ۱ **۲** ۳ ۴

$$\lim_{x\to ۳^-}\frac{(۳-[x])\sqrt{x^۲-۶x+۹}}{x-۳}=\lim_{x\to ۳^-}\frac{(۳-[\overset{\overset{۲}{\uparrow}}{۳^-}])\sqrt{(x-۳)^۲}}{x-۳}$$

$$=\lim_{x\to ۳^-}\frac{\overbrace{|x-۳|}^{-}}{x-۳}=\lim_{x\to ۳^-}\frac{}{x-۳}=-۱$$

۳۱ ۱ **۲** ۳ ۴

$$\lim_{x\to ۱^+} f(x)=۳\,,\ \lim_{x\to (-۱)^-} f(x)=۱\Rightarrow \lim_{x\to ۱^+} f(x)-\lim_{x\to (-۱)^-} f(x)=۳-۱=۲$$

۳۲ ۱ ۲ **۳** ۴

$$\lim_{x\to ۳^+} f(x)=-۱\,,\ \lim_{x\to -۳^-} f(x)=۱\,,\ f(۳)=۰\Rightarrow \lim_{x\to ۳^+} f(x)+\lim_{x\to -۳^-} f(x)-f(۳)=-۱+۱+۰=۰$$

۳۳ **۱** ۲ ۳ ۴

$$\lim_{x\to ۱^-} f(x)=۱$$

تنها گزینه‌ای که جواب آن عدد یک می‌شود گزینه‌ی اول است زیرا برای محاسبه‌ی $f(۰)$ باید سراغ ضابطه‌ی پایین برویم که جواب یک می شود.

۳۴ ۱ **۲** ۳ ۴

$$\lim_{x\to 0^-} \cot^3 x = (-\infty)^3 = -\infty$$

توجه کنید که 0^- در ناحیه‌ی چهارم است و در این ناحیه کتانژانت، منفی است.

۳۵ ۱ ۲ ۳ **۴**

حد راست و حد چپ و مقدار تابع در $x = 3$ باید با هم برابر باشند.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 3^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 3^+} (ax+3) = 3a+3 \\ \lim\limits_{x\to 3^-} f(x) = \quad (x+3)[x] = 6(2) = 12 \\ f(3) = 3a+3 \end{array}\right\} \Rightarrow 3a+3 = 12 \Rightarrow 3a = 9 \Rightarrow a = 3$$

۳۶ ۱ ۲ ۳ ۴ **۱**

کافی است حد چپ تابع را در $x = 1$ برابر مقدار تابع در $x = 1$ قرار دهیم.

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} \frac{\quad}{|\underbrace{\quad -1}_{-}|} = \lim_{x\to 1^-} \frac{\quad}{-(x^2-1)} = \lim_{x\to 1^-} \frac{\quad}{-(x+1)(x-1)} = \frac{-1}{2}$$

$$f(1) = k$$

پس $k = \frac{-1}{2}$ است.

۳۷ ۱ ۲ ۳ **۴**

هرگاه x به سمت عددی میل کند که باعث صفر شدن تمام جملات شود آن گاه هر عبارت، هم‌ارز آن جمله‌ای است که توان کمتری دارد.

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{x} - x}{\sqrt[3]{x} + x} = - \xrightarrow{\text{جمله‌ی کم توان}} \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}} = 1$$

۳۸ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\lim_{x\to -\frac{\pi}{4}} \frac{2\sin x + \sqrt{2}}{2\cos x - \sqrt{2}} = \frac{-}{-} \xrightarrow{HOP} \lim_{x\to -\frac{\pi}{4}} \frac{\quad}{-2\sin x} = \frac{2\frac{\sqrt{2}}{2}}{2\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$$

۳۹ ۱ ۲ **۳** ۴

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2 - a^2}{x^2 + 2ax + a^2} = \lim_{x\to 0} \frac{(x-a)(x+a)}{(x+a)^2} = \lim_{x\to 0} \frac{\quad}{x+a} = -\frac{\quad}{a} = -1$$

پس به ازای هر مقدار مخالف صفر a برقرار است. چون اگر $a = 0$ باشد جواب حد برابر یک می شود.

۴۰ ۱ ۲ **۳** ۴

$$\lim_{x\to (\frac{\pi}{2})^+} \cot x = \lim_{x\to (\frac{\pi}{2})^+} \frac{\tan x}{\frac{1}{\tan x}} = \lim_{x\to (\frac{\pi}{2})^+} \tan^2 x = (-\infty)^2 = +\infty$$

$(\frac{\pi}{۲})^+$ در ناحیه‌ی دوم است و در این ناحیه تانژانت، منفی است.

۴۱ ۱ **۲** ۳ ۴

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to ۱^+} f(x)=\lim\limits_{x\to ۱^+}(x^۲+[x])=۱+[۱^+]=۱+۱=۲\\ \lim\limits_{x\to ۱^-} f(x)=\lim\limits_{x\to ۱^-}(ax+[-x])=a+[-(۱^-)]=a+[-(۰/۹)]=a-۱\end{array}\right\}\Rightarrow a-۱=۲\Rightarrow a=۳$$

۴۲ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$x\to n^+\Rightarrow [x]=n$$
$$\Rightarrow \lim_{x\to n^+}\cos(\pi(x-[x]))=\lim_{x\to n^+}\cos(\pi(x-n))=\cos(\pi(n-n))=\cos(۰)=۱$$
$$x\to n^-\Rightarrow [x]=n-۱$$
$$\Rightarrow \lim_{x\to n^-}\cos(\pi(x-[x]))=\lim_{x\to n^-}\cos(\pi(x-n+۱))=\cos(\pi(n-n+۱))=\cos\pi=-۱$$

حد چپ و راست تابع در $x=n$ با هم برابر نیستند، پس تابع در $x=n$ حد ندارد.

۴۳ ۴ ۳ ۲ **۱** برای پیوستگی تابع f در بازه‌ی $[۰,۲\pi]$، تنها کافی است شرایط پیوستگی تابع را در نقطه‌ی مرزی به طول $x=\frac{\pi}{۴}$ اعمال کنیم. (تساوی حد راست و حد چپ و مقدار تابع)

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۴}^+} f(x)=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۴}^+}\sqrt{۲}\cos ۳x=\sqrt{۲}\cos\frac{۳\pi}{۴}=\sqrt{۲}(-\frac{\sqrt{۲}}{۲})=-۱\\ \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۴}^-} f(x)=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۴}^-}(a+\sin^۲ x)=a+\sin^۲\frac{\pi}{۴}=a+\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)^۲=a+\frac{۱}{۲}\\ f(\frac{\pi}{۴})=\sqrt{۲}\cos\frac{۳\pi}{۴}=\sqrt{۲}(-\frac{\sqrt{۲}}{۲})=-۱\end{array}\right\}\Rightarrow a+\frac{۱}{۲}=-۱\Rightarrow a=-\frac{۳}{۲}$$

۴۴ ۴ ۳ ۲ **۱** ابتدا تابع را ساده شده‌تر می‌نویسیم

$$f(x)\begin{cases}\dfrac{x^۳-x}{x^۲-|x|} & x\neq\pm ۱\\ ۲ & ;\end{cases}$$

$$\lim_{x\to ۱}\frac{x^۳-x}{x^۲-|x|}=\lim_{x\to ۱}\frac{x(x^۲-۱)}{x^۲-x}=\lim_{x\to ۱}\frac{}{x(x-۱)}=۲$$

تابع در $x=۱$ پیوسته است. $\to f(۱)=۲$ و

$$\lim_{x\to -۱}\frac{x^۳-x}{x^۲-|x|}=\lim_{x\to -۱}\frac{x(x^۲-۱)}{x^۲+x}=\lim_{x\to -۱}\frac{}{x(x+۱)}=\lim_{x\to -۱}(x-۱)=-۲$$

تابع در $x=-۱$ پیوسته نیست. $\to f(-۱)=۲$ و

۴۵ ۴ ۳ **۲** ۱

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to ۱}(۴-x^۲)=۳ \\ \lim\limits_{x\to ۱}\sqrt{x^۳+۸}=۳ \end{cases} \xrightarrow{\text{فشردگی}} \lim\limits_{x\to ۱} f(x)=۳$$

۴۶ **۴** ۳ ۲ ۱

کافی است حد راست و حد چپ و مقدار تابع را در $x=۱$ بدست آوریم.

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to ۱^+} f(x)=\lim\limits_{x\to ۱^+}(x^۲-ax+a)=۱-a+a=۱ \\ \lim\limits_{x\to ۱^-} f(x)=\lim\limits_{x\to ۱^-}\dfrac{-۱}{۲x-۲}=\lim\limits_{x\to ۱^-}\dfrac{\quad}{۲(x-۱)}=۱ \\ f(۱)=۱-a+a=۱ \end{cases}$$

یعنی به ازای هر مقدار a، تابع $f(x)$ در $x=۱$ پیوسته است.

۴۷ ۴ ۳ **۲** ۱ کافی است حد راست و حد چپ و مقدار تابع را در $x=۲$ بدست آوریم.

$$\lim\limits_{x\to ۲} f(x)=\lim\limits_{x\to ۲}\frac{x^۳+x-۱۰}{x-۲}=\lim\limits_{x\to ۲}\frac{(x-۲)(x^۲+۲x+۵)}{(x-۲)}$$

$$=\lim x^۲+۲x+۵=۱۳\to b=۱۳$$

$$f(۲)=b$$

۴۸ ۴ ۳ **۲** ۱

$$\lim\limits_{x\to ۳^+}=۱\ ,\quad \lim\limits_{x\to ۳^-}=-۲\ ,\ f(۳)=۲$$

جمع این سه مقدار برابر یک می‌شود.

۴۹ ۴ **۳** ۲ ۱

تابع داده شده به صورت $f(x)=\dfrac{\quad}{x^۲-۴}$ است.

$$\lim\limits_{x\to ۲^+} f(x)=\lim\limits_{x\to ۲^+}\frac{\overbrace{|(x-۲)(x+۱)|}^{+}}{x^۲-۴}=\lim\limits_{x\to ۲^+}\frac{\quad}{(x+۲)(x-۲)}=\frac{\quad}{۲+۲}=\frac{۳}{۴}$$

$$\lim\limits_{x\to ۲^-} f(x)=\lim\limits_{x\to ۲^-}\frac{\overbrace{|(x-۲)(x+۱)|}^{-}}{x^۲-۴}=\lim\limits_{x\to ۲^-}\frac{\quad}{(x+۲)(x-۲)}=\frac{\quad}{۲+۲}=-\frac{۳}{۴}$$

پس قدر مطلق تفاضل این دو حد برابر $\frac{۶}{۴}$ یا ۱٫۵ است.

۵۰ ۱ ۲ **۳** ۴

حد راست و حد چپ و مقدار تابع در $x = ۳$ باید باهم برابر باشند

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to ۳^+} f(x) = \lim\limits_{x\to ۳^+} (x^۲ + ax) = ۹ + ۳a \\ \lim\limits_{x\to ۳^-} f(x) = \lim\limits_{x\to ۳^-} x[x] = ۳\left[۳^-\right] = ۳ \times ۲ = ۶ \\ f(۳) = ۹ + ۳a \end{array}\right\} \to ۹ + ۳a = ۶ \to ۳a = -۳ \to a = -۱$$

۵۱ ۴ ۳ **۲** ۱ باید حد راست و حد چپ و مقدار تابع در $x = \frac{\pi}{۳}$ باهم برابر باشند.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{۳})^+} f(x) = \lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{۳})^+} \sin^۲ x = \sin^۲ \frac{\pi}{۳} = (\frac{\sqrt{۳}}{۲})^۲ = \frac{۳}{۴} \\ \lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{۳})^-} f(x) = \lim\limits_{x\to(\frac{\pi}{۳})^-} (a + \cos x) = a + \cos\frac{\pi}{۳} = a + \frac{۱}{۲} \\ f(\frac{\pi}{۳}) = \sin^۲ \frac{\pi}{۳} = (\frac{\sqrt{۳}}{۲})^۲ = \frac{۳}{۴} \end{array}\right\} \Rightarrow a + \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۴} \to a = \frac{۱}{۴}$$

۵۲ **۴** ۳ ۲ ۱ در $x = ۲$، حد راست و حد چپ و مقدار تابع با هم باید برابر باشند.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to ۲^-} f(x) = \lim\limits_{x\to ۲^-} (x^۲ + bx - a) = ۴ + ۲b - a \\ \lim\limits_{x\to ۲^+} f(x) = \lim\limits_{x\to ۲^+} (۲ax + b) = ۴a + b \\ f(۲) = ۵ \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{ ۲b - a = ۱ \right. \Rightarrow a = ۱ \,, b = ۱$$

پس $a + b = ۲$ می باشد.

۵۳ ۴ ۳ ۲ **۱**

کافی است حد راست و حد چپ و مقدار تابع را در $x = ۲$ بدست آوریم.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to ۲^+} f(x) = \lim\limits_{x\to ۲^+} \qquad ۲^+] = k + ۲ \\ \lim\limits_{x\to ۲^-} f(x) = \lim\limits_{x\to ۲^-} \frac{\overbrace{|x - ۲|}^{-}}{x^۲ - ۴} = \lim\limits_{x\to ۲^-} \frac{\qquad}{(x + ۲)(x - ۲)} = -\frac{۱}{۴} \\ f(۲) = k + [۲] = k + ۲ \end{array}\right\} \to k + ۲ = -\frac{۱}{۴} \to k = -\frac{۹}{۴}$$

۵۴ ۴ **۳** ۲ ۱

$$\lim\limits_{x\to ۰^+} f(x) = \lim\limits_{x\to ۰^+} \frac{\qquad}{۲x} = \frac{۱}{۲}$$

$$\lim\limits_{x\to ۰^-} f(x) = \lim\limits_{x\to ۰^-} \frac{\qquad}{۲x - ۱} = \frac{\qquad}{۰ - ۱} = ۰$$

بنابراین حد راست از حد چپ $\frac{۱}{۲}$ بیشتر است.

۵۵ ۴ ۳ ۲ **۱**

با فرض پیوسته بودن $f(x)=\begin{cases}[-x] & , \quad x<-۲\\ |x-\frac{۱}{a}|, & x\geq -۲\end{cases}$ در $x=-۲$ داریم:

$$f(-۲)=\underset{x\to(-۲)^+}{\cdots\cdots} f(x)=\underset{x\to(-۲)^+}{\cdots\cdots} |x-\frac{۱}{a}|=\left|-۲-\frac{۱}{a}\right| \xlongequal{|f|=|-f|} |۲+\frac{۱}{a}|$$

$$\underset{x\to(-۲)^-}{\cdots\cdots} f(x)=\underset{x\to(-۲)^-}{\cdots\cdots} [-x]=\left[-(-۲)^-\right]=\left[۲^+\right]=۲$$

شرط پیوستگی: $f(-۲)=\underset{x\to(-۲)^+}{\cdots\cdots} f(x)=\underset{x\to(-۲)^-}{\cdots\cdots} f(x)\Rightarrow |۲+\frac{۱}{a}|=۲\Rightarrow ۲+\frac{۱}{a}=\pm ۲$

$$\Rightarrow\begin{cases}۲+\frac{۱}{a}=۲\to\frac{۱}{a}=۰ & \text{امکان ندارد:}\\ ۲+\frac{۱}{a}=-۲\Rightarrow\frac{۱}{a}=-۴\Rightarrow\frac{-۱}{۴}=a\end{cases}$$

$$f(a)=f(-\frac{۱}{۴})=|-\frac{۱}{۴}+۴|=\frac{۱۵}{۴}$$

۵۶ **۴** ۳ ۲ ۱ روش اول: حد داده شده را محاسبه می‌کنیم.

$$\underset{x\to ۱^+}{\cdots\cdots}\frac{\quad}{x-۱}=\underset{x\to ۱^+}{\cdots\cdots}\frac{x^۲[x]-۱}{x-۱}\underset{x\to ۱^+}{\cdots\cdots}\frac{-۱}{x-۱}=\underset{x\to ۱^+}{\cdots\cdots}\frac{\quad}{x-۱}=\underset{x\to ۱^+}{\cdots\cdots}(x+۱)=۲$$

روش دوم:

می‌دانیم: $\underset{x\to ۱^+}{\cdots\cdots}\frac{\quad}{x-۱}=f'_+(۱)\xrightarrow{[۱^+]=۱} f(x)=x^۲\to f'(x)=۲x\to f'_+(۱)=۲$

۵۷ ۴ ۳ **۲** ۱

$$\underset{x\to ۳}{\cdots\cdots} f(x)=\lim_{x\to ۱} f(x+۲)$$

$$\underset{x\to ۳}{\cdots\cdots} f(x)=\lim_{x\to ۱}\frac{\quad}{۱+\sin\pi x}=\frac{\quad}{۱+\sin\pi}=\frac{\quad}{۱+۰}=-۱$$

۵۸ ۴ ۳ **۲** ۱ چون تابع، بر روی مجموعه اعداد حقیقی بزرگ‌تر از یک پیوسته است پس حتماً در $x=۶$ نیز باید پیوسته باشد.

یعنی حد راست و حد چپ و مقدار تابع در $x=۶$ باید با هم برابر باشند.

$$\left.\begin{array}{l}\underset{x\to ۶^+}{\cdots\cdots} f(x)=\underset{x\to ۶^+}{\cdots\cdots}(a+\cdots^۲\frac{\pi x}{۳۶})=a+\cdots^۲\frac{\pi}{۶}=a+\frac{۳}{۴}\\ \underset{x\to ۶^-}{\cdots\cdots} f(x)=\underset{x\to ۶^-}{\cdots\cdots}\sin x=\sin\frac{\pi}{۶}=\frac{۱}{۲}\\ f(۶)=\sin\frac{\pi}{۶}=\frac{۱}{۲}\end{array}\right\}\Rightarrow a+\frac{۳}{۴}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow a=\frac{-۱}{۴}$$

۵۹ **۴** ۳ ۲ ۱

روش اول:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-\cos 2x}{x^2}\xrightarrow{HOP}\lim_{x\to 0}\frac{\quad}{2x}=\frac{0}{0}$$

$$\xrightarrow{HOP}\lim_{x\to 0}\frac{-\cos x+4\cos 2x}{2}=\frac{-1+4(1)}{2}=\frac{3}{2}$$

روش دوم: می‌دانیم: $\boxed{\lim_{u\to 0}\cos u\sim 1-\frac{u^2}{2}}$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-\cos 2x}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{1-\frac{x^2}{2}-(1-\frac{4x^2}{2})}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{3}{2}x^2}{x^2}=\frac{3}{2}$$

۶۰ ۴ ۳ ۲ **۱** چون هر دو ضابطه پیوسته هستند، برای آنکه تابع دو ضابطه‌ای f روی R (مجموعه‌ی اعداد حقیقی) پیوسته باشد، کافی است شرایط پیوستگی تابع را تنها در نقطه‌ی مرزی آن، یعنی $x=2$ برقرار نماییم.

$$\begin{cases}\text{حد راست}=\lim_{x\to 2^+}f(x)=\lim_{x\to 2^+}(x^2+ax-5)=4+2a-5=2a-1\\ \text{حد چپ}=\lim_{x\to 2^-}f(x)=f(2)=\lim_{x\to 2^-}(ax-1)=2a-1\end{cases}$$

چون به ازای هر مقدار a، حد راست و حد چپ و مقدار تابع در $x=2$ با هم برابر هستند، پس نتیجه می‌گیریم که به ازای هر مقدار حقیقی a، تابع f روی مجموعه‌ی اعداد حقیقی پیوسته است.

۶۱ ۴ ۳ **۲** ۱

$$\lim_{x\to 1^+}f(x)=\lim_{x\to 1^+}\left(x^2+2a\right)=1+2a\quad,\quad\lim_{x\to 1^-}f(x)=\lim_{x\to 1^-}(ax-1)=a-1$$

$$\lim_{x\to 1^+}f(x)-\lim_{x\to 1^-}f(x)=-1\Rightarrow(1+2a)-(a-1)=-1\Rightarrow a=-1-2=-3$$

۶۲ **۴** ۳ ۲ ۱ با توجه به شکل داریم:

$$\begin{cases}\lim_{x\to 2^+}f(x)=1\\ \lim_{x\to 2^-}f(x)=-2\Rightarrow\lim_{x\to 2^+}f(x)+\lim_{x\to 2^-}f(x)+f(2)=1-2-1=-2\\ f(2)=-1\end{cases}$$

۶۳ **۴** ۳ ۲ ۱ با توجه به این که $|x|=\begin{cases}\quad & x\le 0\\ -x & \end{cases}$، داریم:

$$\begin{cases}A=\lim_{x\to 0^+}(-x+2+\frac{\quad}{x})=\lim_{x\to 0^+}(-x+2+\frac{\quad}{x})=3\\ B=\lim_{x\to 0^-}(-x+2+\frac{\quad}{x})=\lim_{x\to 0^-}(-x+2-\frac{\quad}{x})=1\end{cases}\Rightarrow A-B=2$$

۶۴ ۴ **۳** ۲ ۱ با توجه به این که $\lim_{x\to 2}f(x)=L$، لذا داریم:

$$\lim_{x\to ۲}\frac{۳f(x)+x^۲-۲}{f(x)+۲}=\frac{۳L+۲^۲-۲}{L+۲}=\frac{}{L+۲}=-\frac{۱}{۵}$$

$$\Rightarrow L+۲=-۵(۳L+۲)\Rightarrow L+۲=-۱۵L-۱۰\to ۱۶L=-۱۲\to L=-\frac{۳}{۴}$$

۶۵ ۴ ۳ ۲ **۱** تابع $f(x)$ زمانی در $x=۲$ حد دارد که داشته باشیم $\lim_{x\to ۲^+} f(x)=\lim_{x\to ۲^-} f(x)$ لذا داریم:

$$\begin{cases}\lim_{x\to ۲^+} f(x)=\lim_{x\to ۲^+}(x^۲+x)=۲^۲+۲=۶\\ \lim_{x\to ۲^-} f(x)=\lim_{x\to ۲^-}(ax+b)=۲a+b\end{cases}\Rightarrow ۲a+b=۶\Rightarrow b=۶-۲a$$

۶۶ ۴ ۳ **۲** ۱ کافی است حد چپ و راست تابع $f(x)$ را در $x=۲$ با یکدیگر برابر قرار بدهیم. لذا داریم:

$$x\to ۲^+ : x>۲\Rightarrow\begin{cases}\\ -x<-۲\Rightarrow ۱-x<-۱\Rightarrow [۱-x]=-۲\end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to ۲^+} a[x]+۲[۱-x]=۲a+۲(-۲)=۲a-۴$$

$$x\to ۲^- : x<۲\Rightarrow\begin{cases}[x]=۱\\ -x>-۲\Rightarrow ۱-x>-۱\Rightarrow [۱-x]=-۱\end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to ۲^-} a[x]+۲[۱-x]=a(۱)+۲(-۱)=a-۲$$

$$\lim_{x\to ۲^+} f(x)=\lim_{x\to ۲^-} f(x)\Rightarrow ۲a-۴=a-۲\Rightarrow a=۲$$

۶۷ ۴ **۳** ۲ ۱

$$x<-۱\Rightarrow\begin{cases}x^۲>۱\Rightarrow [x^۲]=۱\\ x+۱<۰\end{cases}\Rightarrow \lim_{x\to(-۱)^-}\frac{[x^۲]-}{x+۱}=\frac{۱-(-۲)^۲}{۰^-}=\frac{-۳}{۰^-}=+\infty$$

۶۸ ۴ ۳ **۲** ۱

$$\begin{cases}x\to(-\frac{۱}{۳})^+ : x>-\frac{۱}{۳}\Rightarrow \frac{۱}{x}<-۳\Rightarrow \frac{۲}{x}<-۶\Rightarrow \lim_{x\to(-\frac{۱}{۳})^+}[\frac{۲}{x}]=[(-۶)^-]=-۷\\ x\to(-\frac{۱}{۳})^- : x<-\frac{۱}{۳}\Rightarrow \frac{۱}{x}>-۳\Rightarrow \frac{۴}{x}>-۱۲\Rightarrow \lim_{x\to(-\frac{۱}{۳})^-}[\frac{۴}{x}]=[(-۱۲)^+]=-۱۲\end{cases}\Rightarrow A=-۷-(-۱۲)=۵$$

۶۹ ۴ ۳ **۲** ۱

$$x\to(\frac{۱}{۲})^+ : x>\frac{۱}{۲}\Rightarrow\begin{cases}-x<-\frac{۱}{۲}\Rightarrow [-x]=-۱\\ ۲x>۱\Rightarrow [۲x]=۱\end{cases}\Rightarrow \lim_{x\to(\frac{۱}{۲})^+} f(x)=-۱+۱=۰$$

$$x \to (\frac{۱}{۲})^- : x < \frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} \frac{۱}{۲} \Rightarrow [-x] = -۱ \\ ۲x < ۱ \Rightarrow [۲x] = ۰ \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \to (\frac{۱}{۲})^-} f(x) = -۱ + ۰ = -۱$$

$$\lim_{x \to (\frac{۱}{۲})^-} f(x) + \lim_{x \to (\frac{۱}{۲})^+} f(x) = -۱ + ۰ = -۱$$

۷۰ ۴ **۳** ۲ ۱ حد چپ و راست تابع را در $x = ۱$ برابر هم قرار می دهیم:

$$\lim_{x \to ۱} \frac{a[x^۲] - ۳|۲x - ۲| + ۱}{۲b + |x + ۲|} = \lim_{x \to ۱} \frac{a[x^۲] - ۶|x - ۱| + ۱}{۲b + ۳} = \frac{}{۷}$$

$$x \to ۱^+ : x > ۱ \Rightarrow \begin{cases} x^۲ > ۱ \Rightarrow [x^۲] = ۱ \\ |x - ۱| = x - ۱ \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \to ۱^+} \frac{}{۲b + ۳} = \frac{}{۲b + ۳} = \frac{}{۷}$$

$$x \to ۱^- : x < ۱ \Rightarrow \begin{cases} x^۲ < ۱ \Rightarrow [x^۲] = ۰ \\ |x - ۱| = -(x - ۱) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \to ۱^-} \frac{}{۲b + ۳} = \frac{}{۲b + ۳} = \frac{}{۷} \Rightarrow ۲b + ۳ = ۷ \Rightarrow b = ۲$$

$$\Rightarrow \frac{}{۷} = \frac{}{۷} \Rightarrow a = ۰ \Rightarrow a^۲ + b^۲ = ۲^۲ + ۰^۲ = ۴$$

۷۱ ۴ ۳ **۲** ۱ کافی است حد چپ و راست تابع $f(x)$ در $x = ۳$ موجود و برابر باشند، لذا داریم:

$$x \to ۳^+ : x > ۳ \Rightarrow \begin{cases} \\ ۲x > ۶ \Rightarrow [۲x] = ۶ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \to ۳^+} x - [۲x] - m^۲ \sin(\frac{\pi[x]}{۲}) = ۳ - ۶ - m^۲ \sin(\frac{۳\pi}{۲}) = -۳ + m^۲$$

$$x \to ۳^- : x < ۳ \Rightarrow \begin{cases} \\ ۲x < ۶ \Rightarrow [۲x] = ۵ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \to ۳^-} x - [۲x] - m^۲ \sin(\frac{\pi[x]}{۲}) = ۳ - ۵ - m^۲ \sin(\frac{۲\pi}{۲}) = -۲$$

از روابط به دست آمده نتیجه می شود:

$$-۳ + m^۲ = -۲ \Rightarrow m^۲ = ۱ \Rightarrow m = \pm ۱$$

۷۲ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$x \to 0^+ : x > 0 \Rightarrow x^2 > 0 \Rightarrow -x^2 < 0 \Rightarrow -2 - x^2 < -2 \Rightarrow \lim_{x\to 0^+} f(\underbrace{-2 - x^2}_{(-2)^-}) = -1$$

$$x \to (-1)^- : x < -1 \Rightarrow x^2 > 1 \Rightarrow -x^2 < -1 \Rightarrow 1 - x^2 < 0 \Rightarrow \lim_{x\to(-1)^-} f(\underbrace{1 - x^2}_{0^-}) = 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 0^+} f(-2 - x^2) - \lim_{x\to(-1)^-} f(1 - x^2) = -1 - 1 = -2$$

۷۳ **۱** ۲ ۳ ۴ در صورت کسر از $\sqrt[3]{x^2}$ فاکتورگیری می کنیم. لذا خواهیم داشت:

$$\lim_{x\to 1} \frac{x + \sqrt[3]{x^2 - x^3} - \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{1 - x} - 1} = \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt[3]{x^3} + \sqrt[3]{x^2(1 - x)} - \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{1 - x} - 1}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt[3]{x^2}(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{1 - x} - 1)}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{1 - x} - 1} = \lim_{x\to 1} \sqrt[3]{x^2} = 1$$

۷۴ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\lim_{x\to(-1)^-} f(x) = \lim_{x\to(-1)^-} [2x - |x|] \xrightarrow{x<0} \lim_{x\to(-1)^-} [2x + x] = \lim_{x\to(-1)^-} [3x] = [3(-1)^-] = [-3^-] = -4$$

۷۵ **۱** ۲ ۳ ۴

حد داده شده را به دو حد $\frac{0}{0}$ تبدیل می‌کنیم.

$$\lim_{x\to 1} \left(\frac{(x - 1)^2}{(\sqrt{x} - 1)\cdot(\sqrt[3]{x} - 1)}\right) = \lim_{x\to 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1} \times \lim_{x\to 1} \frac{x - 1}{\sqrt[3]{x} - 1} = \frac{0}{0}$$

$$\xrightarrow{HOP} \lim_{x\to 1} \frac{\quad}{2\sqrt{x}} \times \lim_{x\to 1} \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{\frac{1}{3}} = 2 \times 3 = 6$$

۷۶ **۱** ۲ ۳ ۴

می‌دانیم $\log_x = \frac{1}{\log_2^x}$ پس:

$$\log_2^x - \frac{1}{\log_2^x} = \frac{(\log_2^x)^2 - 1}{\log_2^x} = \frac{(\log_2^x - 1)(\log_2^x + 1)}{\log_2^x}$$

از طرفی:

$$\log_2^{(\frac{x}{2})^2} = 2\log_2^{\frac{x}{2}} = 2(\log_2^x - \log_2^2) = 2(\log_2^x - 1)$$

داریم:

$$\lim_{x\to 2} \frac{\log_2^x - \log_x}{\log_2(\frac{x}{2})^2} = \lim_{x\to 2} \frac{(\log_2^x - 1)(\log_2^x + 1)}{2(\log_2^x - 1) \times \log_2^x}$$

$$\lim_{x\to ۲}\frac{\log_۲^x+۱}{۲\log_۲^x}=\frac{}{۲\times ۱}=۱$$

۷۷ ۱ ۲ **۳** ۴

$$\left.\begin{array}{l}\lim_{x\to ۰}(۱-x^۲)=۱\\ \lim_{x\to ۰}\cos x=۱\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{فشردگی}}\lim_{x\to ۰}(۵-۲f(x))=۱\to ۵-۲\lim_{x\to ۰}f(x)=۱\to ۲\lim_{x\to ۰}f(x)=۴\to \lim_{x\to ۰}f(x)=۲$$

۷۸ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\overline{f}=\frac{\frac{۱}{}}{\frac{}{x}}=\frac{۱}{[x]}$$

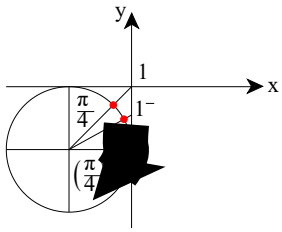
دامنه‌ی تعریف این تابع به صورت $R-[۰,۱)$ است یعنی حد راست تابع در $x=۰$ تعریف نشده است پس تابع در $x=۰$ حد ندارد.

۷۹ ۱ **۲** ۳ ۴

دقت کنید که $x+\frac{\pi}{۴}=(\frac{\pi}{۲})^-\to x=(\frac{\pi}{۴})^-$ است.

$$\lim_{x\to(\frac{\pi}{۲})^-}f(x)=\lim_{x\to(\frac{\pi}{۴})^-}f(x+\frac{\pi}{۴})=\lim_{x\to(\frac{\pi}{۴})^-}\frac{}{۱-\tan x}=\frac{}{۱-۱^-}=\frac{-۱}{۰^+}=-\infty$$

دقت کنید : $\underbrace{\left[(\frac{\pi}{۴})^-\right]}_{\text{بین صفر و یک}}=۰\ ,\ \tan(\frac{\pi}{۴})^-=۱^-$



۸۰ ۱ **۲** ۳ ۴

کافی است حد راست و حد چپ و مقدار تابع را در $x=۳$ بدست آوریم.

$$\left.\begin{array}{l}\lim_{x\to ۳^+}f(x)=\lim_{x\to ۳^+}(-۲x+b)=-۶+b\\ \lim_{x\to ۳^-}f(x)=\lim_{x\to ۳^-}\frac{-x^۲+x+۶}{x-۳}=\frac{۰}{۰}\to\lim\frac{}{(x-۳)}=-۵\\ f(۳)=-۶+b\end{array}\right\}\Rightarrow -۶+b=-۵\to b=۱$$

وقتی گفته می‌شود خط $x=۵$ نمودار تابع f را با چه عرضی قطع می‌کند یعنی $f(۵)$ را خواسته است.

$$f(۵)=-۱۰+b=-۱۰+۱=-۹$$

۸۱ **۴** ۳ ۲ ۱ مقدار تابع در $x=۳$ برابر صفر است بنابراین باید کسر $\frac{x^۲-x+b}{x-a}$ به ازای $x=۳$ صفر گردد.

$$x=۳\to\frac{}{۳-a}=۰\to ۶+b=۰\to b=-۶$$

چون تابع همواره پیوسته است پس باید در $x=a$ نیز پیوسته باشد. از طرفی چون $f(a)=-۵$ و $f(۳)=۰$ است پس $a\neq ۳$ است.

$$\lim_{x\to a}\frac{x^۲-x-۶}{x-a}=\frac{-}{-}\longrightarrow a^۲-a-۶=۰\Rightarrow\begin{cases}a=-۲ & \text{ق.ق}\\ a=۳ & \text{غ.ق.ق}\end{cases}$$

توجه کنید که چون مقدار کسر تابع به‌ازای $x=a$ صفر است ولی مقدار حد تابع برابر -۵ است پس مقدار صورت تابع نیز صفر است.

پس $a+b=-۸$ است.

۸۲ ۴ ۳ ۲ ۱ ابتدا حد تابع $g(x)$ را وقتی $x \to ۲^-$ را بدست می‌آوریم و سپس حد تابع $f(x)$ را به ازای حد بدست آمده حساب می‌کنیم.

$$\lim_{x\to ۲^-} g(x) = ۳ - ۲^- = ۱^+$$

$$\lim_{x\to ۲^-} f(g(x)) = \lim_{x\to ۱^+} f(x) = \lim_{x\to ۱^+} (۳x+۱) = ۴$$

۸۳ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\left.\begin{array}{l} (۳ \quad x) = ۳ \\ \lim_{x\to ۰}(۳ - x^۲) = ۳ \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{فشردگی}} \lim_{x\to ۰}(۲f(x) - ۴) = ۳ \to \lim_{x\to ۰} ۲f(x) = ۷ \to \lim_{x\to ۰} f(x) = \frac{۷}{۲} \to \lim_{x\to -۲} f(x+۲) = \frac{۷}{۲}$$

$$\lim_{x\to -۲} \frac{}{\cos \pi x} = \frac{\frac{۷}{۲}}{\cos(-۲\pi)} = \frac{\frac{۷}{۲}}{\cos ۲\pi} = \frac{۷}{۲}$$

۸۴ ۴ ۳ ۲ ۱ در همسایگی $x = ۱$ داخل قدر مطلق، مثبت است یعنی $|x| = x$ است.

$$\lim_{x\to ۱} \frac{}{x^۳ + x - ۲} = \xrightarrow{HOP} \lim_{x\to ۱} \frac{}{۳x^۲ + ۱} = \frac{۱}{۴}$$

۸۵ ۴ ۳ ۲ ۱ شرط اینکه تابع f در $x = a$ پیوسته باشد آن است که حد راست و حد چپ و مقدار تابع در $x = a$ با هم برابر باشند.

$$\left.\begin{array}{l} \lim_{x\to ۲^+} f(x) = \lim_{x\to ۲^+} (a[۳x] - ۱) = a[۶^+] - ۱ = ۶a - ۱ \\ \lim_{x\to ۲^-} f(x) = \lim_{x\to ۲^-} ([۲x] + a) = [۴^-] + a = ۳ + a \\ f(۲) = a[۶] - ۱ = ۶a - ۱ \end{array}\right\} \Rightarrow ۶a - ۱ = ۳ + a \Rightarrow ۵a = ۴ \Rightarrow a = \frac{۴}{۵}$$

۸۶ ۴ ۳ ۲ ۱

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{۳}} \frac{۳ - \quad x}{۲\cos(\frac{\pi}{۶} + x)} = \xrightarrow{HOP} \lim_{x\to \frac{\pi}{۳}} \frac{-۲\tan x(۱ + \quad x)}{-۲\sin(\frac{\pi}{۶} + x)} = \frac{-۲ \quad ۳(۱+۳)}{-۲(۱)} = \frac{-۸ \quad ۳}{-۲} = ۴\sqrt{۳}$$

۸۷ ۴ ۳ ۲ ۱

کافی است پیوستگی تابع را در $x = ۱$ بررسی کنیم. برای این منظور باید حد راست و حد چپ و مقدار تابع در $x = ۱$ با هم برابر باشند.

$$\lim_{x\to ۱^+} f(x) = \lim_{x\to ۱^+} (\frac{۱}{x-۱} - \frac{۲}{x^۲ - ۱}) = \lim_{x\to ۱^+} (\frac{۱}{x-۱} - \frac{۲}{(x+۱)(x-۱)})$$

$$= \lim_{x\to ۱^+} (\frac{}{(x+۱)(x-۱)}) = \lim_{x\to ۱^+} (\frac{}{(x+۱)(x-۱)}) = \frac{۱}{۲}$$

$$\lim_{x\to ۱^-} f(x) = \lim_{x\to ۱^-} a\sin\frac{\pi x}{۶} = a\sin\frac{\pi}{۶} = \frac{a}{۲}$$

$$f(۱) = a\sin\frac{\pi}{۶} = \frac{a}{۲}$$

بنابراین: $\frac{a}{۲} = \frac{۱}{۲} \to a = ۱$

۸۸ ۱ ۲ ۳ ۴ می‌دانیم: $\boxed{\lim_{u\to ۰}(۱ - \cos u) \sim \frac{u^۲}{۲}}$

چون جواب حد، بی‌نهایت شده است پس مخرج کسر حتماً برابر صفر است.

$$x^۲ + ax = ۰ \xrightarrow{x=۱} ۱ + a = ۰ \to a = -۱$$

$$\lim_{x\to ۰^-} \frac{\sqrt{۱ - \cos \pi x}}{x^۲ - x} = \lim_{x\to ۰^-} \frac{\sqrt{\frac{\pi^۲ x^۲}{۲}}}{x^۲ - x} = \lim_{x\to ۰^-} \frac{\frac{\pi \overbrace{|x|}^{-}}{\sqrt{۲}}}{x^۲ - x} = \lim_{x\to ۰^-} \frac{\frac{-\pi x}{\sqrt{۲}}}{x(x-۱)} = \lim_{x\to ۰^-} \frac{}{\sqrt{۲}(x-۱)} = \frac{\pi}{\sqrt{۲}}$$

۸۹ ۱ ۲ ۳ ۴ شرط پیوستگی تابع f در $x = a$ آن است که حد راست و حد چپ و مقدار تابع در $x = a$ باهم برابر باشند.

$$\left.\begin{array}{l} \lim_{x\to ۲^+} f(x) = \lim_{x\to ۲^+} (ax + ۱) = ۲a + ۱ \\ \lim_{x\to ۲^-} f(x) = \lim_{x\to ۲^-} \frac{}{[x]} = \frac{۲}{[۲^-]} = \frac{۲}{۱} = ۲ \\ f(۲) = ۲a + ۱ \end{array}\right\} \Rightarrow ۲a + ۱ = ۲ \to a = \frac{۱}{۲}$$

۹۰ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\lim_{x\to ۰} \frac{۱۲^x - ۳^x + ۴^x - ۱}{۱۶^x - ۱} = \lim_{x\to ۰} \frac{۳^x(۴^x - ۱) + (۴^x - ۱)}{(۴^x - ۱)(۴^x + ۱)} = \lim_{x\to ۰} \frac{۳^x + ۱}{۴^x + ۱} = \frac{۲}{۲} = ۱$$

۹۱ ۱ ۲ ۳ ۴ اگر صورت و مخرج بصورت ضرب باشند و تعداد جملات آنها برابر باشد آن عبارت را به ضرب چند جمله تبدیل می کنیم و هر کدام را بطور جداگانه رفع ابهام می کنیم.

روش اول:

$$\lim_{x\to ۱} \frac{(x-۱)^۲}{(\sqrt{x} - ۱)(\sqrt[۴]{x} - ۱)} = \lim_{x\to ۱} \frac{(x-۱)}{\sqrt{x} - ۱} \times \lim_{x\to ۱} \frac{(x-۱)}{\sqrt[۴]{x} - ۱}$$

$$= \lim_{x\to ۱} \frac{(\sqrt{x} - ۱)(\sqrt{x} + ۱)}{(\sqrt{x} - ۱)} \times \lim_{x\to ۱} \frac{(\sqrt[۴]{x} - ۱)(\sqrt[۴]{x} + ۱)(\sqrt{x} + ۱)}{(\sqrt[۴]{x} - ۱)} = ۲ \times ۴ = ۸$$

روش دوم:

$$\lim_{x\to ۱} \frac{(x-۱)^۲}{(\sqrt{x} - ۱)\cdot(\sqrt[۴]{x} - ۱)} = \lim_{x\to ۱} \frac{x-۱}{\sqrt{x} - ۱} \times \lim_{x\to ۱} \frac{x-۱}{\sqrt[۴]{x} - ۱} = \frac{۰}{۰}$$

$$\xrightarrow{HOP} \lim_{x\to ۱} \frac{}{\frac{}{۲\sqrt{x}}} \times \lim_{x\to ۱} \frac{۱}{\frac{۱}{۴\sqrt[۴]{x^۳}}} = ۲ \times ۴ = ۸$$

۹۲ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\lim_{x\to(-۲)^-} f(x) = \lim_{x\to(-۲)^+} \frac{۱}{f(x)} \to ۴ + a = \frac{۱}{-۶ + ۴} \to ۴ + a = \frac{-۱}{۲}$$

$$\rightarrow ۸ + ۲a = -۱ \rightarrow ۲a = -۹ \rightarrow a = -\frac{۹}{۲} = -۴/۵$$

۹۳ ۴ ۳ ۲ **۱** ابتدا $f(x) + g(x)$ را تشکیل می‌دهیم و سپس شرط پیوستگی (یعنی تساوی حد راست و حد چپ و مقدار تابع) را در $x = ۱$ اعمال می‌کنیم.

$$f(x) + g(x) = \begin{cases} ۲x + a + ۱ \\ \frac{}{x+۱} + ۱ \quad x \geq ۱ \end{cases}$$

حد راست: $\lim\limits_{x \to ۱^+} (f(x) + g(x)) = \lim\limits_{x \to ۱^+} (\frac{}{x + ۱} + ۱) = \frac{a}{۲} + ۱$

حد چپ: $\lim\limits_{x \to ۱^-} (f(x) + g(x)) = \lim\limits_{x \to ۱^-} (۲x + a + ۱) = ۲ + a + ۱ = a + ۳$

مقدار تابع: $(f + g)(۱) = \frac{a}{۲} + ۱$

پس: $\frac{a}{۲} + ۱ = a + ۳ \rightarrow a + ۲ = ۲a + ۶ \rightarrow a = -۴$

۹۴ ۴ ۳ ۲ **۱** به بررسی ۴ گزینه می‌پردازیم.

گزینه‌ی اول: $\lim\limits_{x \to ۳^+} f(x) = \lim\limits_{x \to ۳^-} f(x) = ۲ \rightarrow \lim\limits_{x \to ۳} f(x) = ۲$

گزینهٔ دوم: حد چپ تابع در $x = ۱$ وجود ندارد پس تابع در این نقطه حد ندارد.

گزینه‌ی سوم: $\lim\limits_{x \to ۰^-} f(x) = +\infty$

گزینه‌ی چهارم: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = ۰$

بنابراین فقط گزینه‌ی اول، صحیح نیست.

۹۵ ۴ ۳ **۲** ۱ شرط پیوستگی تابع f در $x = a$ آن است که حد راست و حد چپ و مقدار تابع در $x = a$ باهم برابر باشند.

$$\lim_{x \to ۱^+} f(x) = \lim_{x \to ۱^-} f(x) = \lim_{x \to ۱} \frac{\sqrt{۳x} - \sqrt{۱ + ۳x^۲ - x^۳}}{(x - ۱)^۳} = \frac{۰}{۰}$$

عبارت را در مزدوج صورت، ضرب و تقسیم می‌کنیم

$$\lim_{x \to ۱} \frac{\sqrt{۳x} - \sqrt{۱ + ۳x^۲ - x^۳}}{(x - ۱)^۳} \times \frac{\sqrt{۳x} + \sqrt{۱ + ۳x^۲ - x^۳}}{\sqrt{۳x} + \sqrt{۱ + ۳x^۲ - x^۳}} = \lim_{x \to ۱} \frac{۳x - (۱ + ۳x^۲ - x^۳)}{(x - ۱)^۳(\sqrt{۳x} + \sqrt{۱ + ۳x^۲ - x^۳})}$$

$$\lim_{x \to ۱} \frac{x^۳ - ۳x^۲ - ۱ + ۳x}{(x - ۱)^۳(\sqrt{۳x} + \sqrt{۱ + ۳x^۲ - x^۳})} = \lim_{x \to ۱} \frac{(x - ۱)^۳}{(x - ۱)^۳(\sqrt{۳x} + \sqrt{۱ + ۳x^۲ - x^۳})}$$

$$= \lim_{x \to ۱} \frac{۱}{\sqrt{۳x} + \sqrt{۱ + ۳x^۲ - x^۳}} = \frac{۱}{\sqrt{۳} + \sqrt{۳}} = \frac{۱}{۲\sqrt{۳}}$$

از طرفی مقدار تابع یعنی $f(۱)$ برابر $\frac{\sqrt{۳}}{۲}a$ است.

پس: $\frac{۱}{۲\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}a \rightarrow ۶a = ۳ \rightarrow a = \frac{۱}{۲}$

۹۶ ۴ ۳ **۲** ۱ روش اول:

باید $x+1 \to 0^+$ میل کند پس $x \to (-1)^+$ میل می کند.

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to(-1)^+} f(x+1) = \frac{1}{((-1)^+)^2-1} = \frac{1}{1^- - 1} = \frac{}{0^-} = -\infty$$

روش دوم: ابتدا $f(x)$ را مشخص می کنیم.

$$x+1=t \to x=t-1 \to f(t)=\frac{1}{(t-1)^2-1}=\frac{1}{t^2+1-2t-1}=\frac{1}{t^2-2t} \to f(x)=\frac{1}{x^2-2x}$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x(x-2)} = \frac{1}{0^+(-2)} = \frac{}{0^-} = -\infty$$

۹۷ ۴ ۳ **۲** ۱ شرط اینکه تابع f در $x=a$ پیوسته باشد آن است که حد راست و حد چپ و مقدار تابع در $x=a$ با هم برابر باشند.

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^+} (x^2+m[x]) = 4+m[2^+] = 4+2m \\ \lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^-} (x^3-3n) = 8-3n \end{cases}$$

پس: $8-3n=1 \to 3n=7 \to n=\frac{7}{3}\ ,\ \ 4+2m=1 \to 2m=-3 \to m=-\frac{3}{2}$

$$\to mn = (-\frac{3}{2})(\frac{7}{3}) = -\frac{7}{2}$$

۹۸ ۴ **۳** ۲ ۱ تابع در $x=0$ و $x=c$ حد دارد ولی پیوسته نمی‌باشد در $x=a$ حد دارد و پیوسته است و در $x=b$ حد ندارد و ناپیوسته است. پس تابع در دونقطه حد دارد ولی ناپیوسته هستند.

۹۹ **۴** ۳ ۲ ۱

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 3^+} f(x)=6 \to \lim\limits_{x\to 3^+} (ax+2b)=6 \to 3a+2b=6 \\ \lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=2 \to \lim\limits_{x\to 3^-} (ax^2+bx+2)=2 \to 9a+3b=0 \end{array}\right\} \to b=6\ ,\ a=-2$$

پس $a+b=4$ است.

۱۰۰ ۴ ۳ **۲** ۱

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{}{\cos 2x+1} = \frac{\frac{\pi}{2}-2}{0^+} = \frac{}{0^+} = -\infty$$

در مسائل حدی هر جا سینوس و کسینوس ۱− شدند منظور $(-1)^+$ است، پس در مخرج داریم: $(-1)^+ + 1 = 0^+$

۱۰۱ **۴** ۳ ۲ ۱

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{4-g(x)}{\sqrt{g(x)}-2} = \frac{4-4}{\sqrt{4}-2} = \frac{0}{0}$$

عبارت را در مزدوج مخرج، ضرب و تقسیم می کنیم.

$$\lim_{x\to ۰^-} \frac{۴-g(x)}{\sqrt{g(x)}-۲}\times\frac{\sqrt{g(x)}+۲}{\sqrt{g(x)}+۲}=\lim_{x\to ۰^-}\frac{(۴-g(x))(\sqrt{g(x)}+۲)}{g(x)-۴}$$

$$=\lim_{x\to ۰^-}\frac{-(g(x)-۴)(\sqrt{g(x)}+۲)}{g(x)-۴}=\lim_{x\to ۰^-}-(\sqrt{g(x)}+۲)=-(\sqrt{۴}+۲)=-۴$$

۱۰۲ ۱ ۲ ۳ **۴** شرط اینکه تابع f در $x=a$ پیوسته باشد آن است که حد راست و حد چپ و مقدار تابع در **باهم برابر** باشند.

$$\lim_{x\to(-۲)^+} f(x)=\lim_{x\to(-۲)^+}\frac{x^۲-۴}{ax+۲a}=\lim_{x\to(-۲)^+}\frac{}{a(x+۲)}=\lim_{x\to(-۲)^+}\frac{}{a}=-۴a$$

$$\lim_{x\to(-۲)^-} f(x)=\lim_{x\to(-۲)^-} x[-x]=-۲[-(-۲^-)]=-۲[۲^+]=-۲(۲)=-۴$$

مقدار تابع با حد چپ تابع برابر نمی‌باشد پس تابع در $x=-۲$ ناپیوسته است.

۱۰۳ ۱ **۲** ۳ ۴

$$\lim_{x\to(\frac{۱}{۲})^+}\left(\frac{۳}{|-۲x^۲-x+۱|}-\frac{}{۴x^۲-۱}\right)\overset{|f|=|-f|}{=\!=\!=}\lim_{x\to(\frac{۱}{۲})^+}\left(\frac{۳}{|۲x^۲+x-۱|}-\frac{}{۴x^۲-۱}\right)$$

$$\lim_{x\to(\frac{۱}{۲})^+}\left(\frac{۳}{|\underbrace{(۲x-۱)(x+۱)}_{+}|}-\frac{}{۴x^۲-۱}\right)=\lim_{x\to(\frac{۱}{۲})^+}\left(\frac{۳}{(۲x-۱)(x+۱)}-\frac{۴}{(۲x+۱)(۲x-۱)}\right)$$

$$=\lim_{x\to(\frac{۱}{۲})^+}\left(\frac{}{(۲x-۱)(۲x+۱)(x+۱)}\right)=\lim_{x\to(\frac{۱}{۲})^+}\left(\frac{۲x-۱}{(۲x-۱)(۲x+۱)(x+۱)}\right)$$

$$=\lim_{x\to(\frac{۱}{۲})^+}\left(\frac{۱}{(۲x+۱)(x+۱)}\right)=\frac{۱}{(۲)(\frac{۳}{۲})}=\frac{۱}{۳}$$

توجه کنید که عبارت $۲x^۲+x-۱$ چون به ازای $x=-۱$ برابر صفر است پس بر $x+۱$ بخش‌پذیر است:

$$\begin{array}{l|l} ۲x^۲+x-۱ & \\ \hline -۲ \quad -۲x & ۲x-۱ \\ \hline x+۱ & \\ \hline ۰ & \end{array}$$

$$\Rightarrow ۲x^۲+x-۱=(x+۱)(۲x-۱)$$

۱۰۴ ۱ ۲ **۳** ۴ شرط اینکه تابع f در $x=a$ پیوسته باشد آن است که حد راست و حد چپ و مقدار تابع در **موجود و** متناهی و با هم برابر باشند.

$$\lim_{x\to(-۱)^+} f(x)=\lim_{x\to(-۱)^+} ax+\frac{۱}{a}=-a+\frac{۱}{a}$$

$$\lim_{x\to(-1)^-} f(x) = \lim_{x\to(-1)^-} \frac{\overbrace{|1+x|}^{-}}{x^2-2x-3} = \lim_{x\to(-1)^-} \frac{}{(x-3)(x+1)} = \lim_{x\to(-1)^-} \frac{}{x-3} = \frac{}{-4} = \frac{1}{4}$$

$$f(-1) = -a + \frac{1}{a}$$

پس : $-a + \frac{1}{a} = \frac{}{} \xrightarrow{\times 4a} -4a^2 + 4 = a \to 4a^2 + a - 4 = 0 \to \Delta = \quad -4ac = 1 + 64 = 65 > 0$

چون دلتا مثبت است بنابراین دو مقدار متمایز برای a موجود است.

۱۰۵ ۴ ۳ ۲ **۱** کافی است شرط پیوستگی یعنی تساوی حدود راست و چپ و مقدار تابع با هم را در $x = 1$ بررسی کنیم.

$$\begin{cases} \lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} (-x^2+4) = -1+4 = 3 \\ \lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} (ax+5x-a) = a+5-a = 5 \\ f(1) = -1+4 = 3 \end{cases}$$

تابع f در $x = 1$ پیوسته نمی‌باشد. بنابراین به ازای هیچ مقداری برای a تابع f در بازه‌ی $[-2,2]$ پیوسته نمی‌باشد.

۱۰۶ ۴ ۳ **۲** ۱ شرط پیوستگی تابع f در $x = a$ آن است که حد راست و حد چپ و مقدار تابع در $x = a$ موجود و متناهی و با هم برابر باشند.

$$\lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{3}{x(x+3)}\right) = \lim_{x\to 0} \left(\frac{}{x(x+3)}\right) = \lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{x+3}\right) = \frac{1}{3}$$

$$f(0) = 2a$$

بنابراین $2a = \frac{1}{3} \to a = \frac{1}{6}$ است.

۱۰۷ ۴ **۳** ۲ ۱ به خاطر وجود جزء صحیح باید حد راست و حد چپ را جداگانه محاسبه کنیم.

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{}{\sin x} = \lim_{x\to 0^+} \frac{(-1)^{[0^+]}}{0^+} = \frac{(-1)^0}{0^+} = \frac{}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{}{\sin x} = \lim_{x\to 0^-} \frac{(-1)^{[0^-]}}{0^-} = \frac{(-1)^{-1}}{0^-} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

پس $\lim_{x\to 0} \frac{}{\sin x} = +\infty$ است.

۱۰۸ **۴** ۳ ۲ ۱ کافی است شرط پیوستگی را در $x = \frac{\pi}{2}$ بررسی کنید (تساوی حد راست و چپ و مقدار تابع در $x = \frac{\pi}{2}$)

$$\begin{cases} \lim_{x\to(\frac{\pi}{2})^+} f(x) = \lim_{x\to(\frac{\pi}{2})^+} b\cos 2x = b\cos\pi = -b \\ \lim_{x\to(\frac{\pi}{2})^-} f(x) = \lim_{x\to(\frac{\pi}{2})^-} (a+\sin 3x) = a + \sin\frac{3\pi}{2} = a-1 \\ f(\frac{\pi}{2}) = 2 \end{cases}$$

پس: $-b = 2 \to b = -2 \ , \ a - 1 = 2 \to a = 3 \to a - b = 5$

۱۰۹ ۱ **۲** ۳ ۴ ضمناً برای محاسبه‌ی حد راست و رسیدن به مبهم $\frac{0}{0}$ باید بین دو کسر مخرج مشترک گرفت.

$$\lim_{x\to -1}\left(\frac{2}{x^2-1}-\frac{\quad}{x+1}\right)=\lim_{x\to -1}\left(\frac{2}{(x+1)(x-1)}-\frac{\quad}{x+1}\right)$$

$$=\lim_{x\to -1}\left(\frac{\quad}{(x+1)(x-1)}\right)=\lim_{x\to -1}\left(\frac{2-x^2+x}{x^2-1}\right)=\longrightarrow \lim\frac{\cancel{\quad}}{(x-1)\cancel{(x+1)}}=\frac{3}{-2}$$

۱۱۰ ۱ **۲** ۳ ۴ ابتدا بخش اول را تحلیل می‌نمائیم، با توجه به نمودار داریم:

$$\lim_{x\to 1^-} fof(x)=\lim_{x\to 1^-} f(\underbrace{\quad}_{2^-})=\lim f(2^-)=\lim(3^-)=3$$

حال به بخش دوم می‌رسیم.

$$\lim_{x\to 2^-} f(\underbrace{\frac{x}{2}}_{1^-})=\lim f\left(1^-\right)=2$$

پس نهایتا داریم:

$$\lim_{x\to 1^-} fof(x)+\lim_{x\to 2^-} f\left(\frac{x}{2}\right)=3+2=5$$

۱۱۱ ۱ **۲** ۳ ۴ ابتدا باید تحلیل کرد عبارت مقابل f به سمت چه عددی در حال حرکت است.

$$\lim_{x\to 1} f\left(-x^2+2x+1\right)=f\left(-(x-1)^2+2\right)$$ اگر $x\to 1\to (x-1)\to 0\xrightarrow{\text{قدر مطلق}}|x-1|\to 0^+$

$$\xrightarrow{()^2}(x-1)^2\to 0^+\xrightarrow{\text{قرینه}}-(x-1)^2\to 0^-\xrightarrow{+2}2-(x-1)^2\to 2^-$$

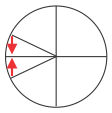
حال می‌توان گفت:

$$\lim_{x\to 1} f(-x^2+2x+1)=f\left(2^-\right)=1$$

۱۱۲ ۱ **۲** ۳ ۴ باید توجه داشت اگر $A\Big|_a$ روی تابع f باشد، $A'\Big|_b$ روی f^{-1} قرار دارد. با توجه به این نکته می‌توان با توجه به نمودار f ارتفاع 1^+ در 3^+ تولید می‌شود:

$$\lim_{x\to 1^+} f^{-1}=?\qquad A'\Big|_{?}^{1^+}\to\quad A\Big|_{1^+}^{?}\to f(x)\to 1^+\to\lim_{x\to 1^+}\left[f^{-1}(x)\right]=\left[3^+\right]=3$$

۱۱۳ ۱ **۲** ۳ ۴ ابتدا باید بررسی کرد عبارت مقابل f به سمت چه عددی در حال حرکت است:

π  $\to\cos x\to -1^+\xrightarrow{+1}1+\cos x\to 0^+$

حال می‌توان گفت:

$$\lim_{x\to \pi} f(\cos x+1)=f\left(0^+\right)=1$$

۱۱۴ **۱** ۲ ۳ ۴ می‌توان برای مشاهدهٔ گزینهٔ صحیح حد چپ و راست تابع f را در $x=0$ محاسبه نمود.

$$\lim_{x\to ۰^+} f(x) = \lim_{x\to ۰^+} \frac{\quad}{x} = \lim \frac{\quad}{x} = ۱$$

$$\lim_{x\to ۰^-} f(x) = \lim_{x\to ۰^-} \frac{\quad}{x} = \frac{\quad}{۰^-} = -\infty$$

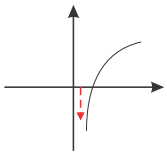
۱۱۵ ۴ ۳ ۲ **۱** ابتدا باید حد تابع $f(x)$ را بررسی نماییم.

$$\lim_{x\to ۱^+} f(x) = \lim \frac{۴}{(x-۱)(x-۲)} = \frac{۴}{۰^+ \times (-۱)} = \frac{\quad}{۰^-} = -\infty$$

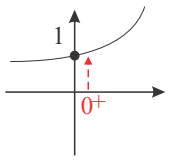
حالا می‌توان تابع $g(x)$ را محاسبه نمود با این فرض که $x \to -\infty$ حرکت نماید.

$$\lim_{x\to -\infty} g(x) = \lim_{x\to -\infty} ۳^x = ۳^{-\infty} = \frac{\quad}{۳^{+\infty}} = \frac{۱}{+\infty} = ۰$$

۱۱۶ ۴ **۳** ۲ ۱ می‌توان برای محاسبه مقدار توابع از نمودار استفاده کرد:



$\lim_{x\to 0^+} \log^x = -\infty$



$\lim_{x\to 0^+} 2^x = 1^+$

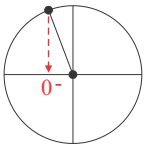
پس داریم:

$$\lim_{x\to ۰^+} \frac{\quad}{۲^x - ۱} = \frac{\quad}{۱^+ - ۱} = \frac{-\infty}{۰^+} = -\infty$$

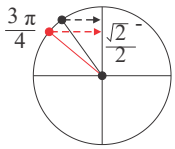
۱۱۷ ۴ ۳ ۲ **۱** تشریحی: ابتدا وضعیت کمان مخرج را تعیین می‌نماییم.

$$x \to \frac{۳\pi}{۴}^+ \xrightarrow{-\frac{\pi}{۴}} \left(x - \frac{\pi}{۴}\right) \to \frac{\pi}{۲}^+$$

حال با استفاده از دایره مثلثاتی مقدار حدهای مثلثاتی را تعیین می‌نماییم.



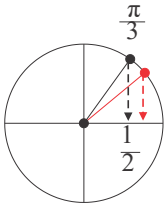
$$\lim_{x\to \frac{۳\pi}{۴}^+} \frac{\quad}{\cos\left(x - \frac{\pi}{۴}\right)} = \frac{\frac{\sqrt{۲}}{\quad}}{۰^-} = -\infty$$



۱۱۸ ۴ ۳ ۲ **۱** ابتدا وضعیت کمان را تحلیل می‌نماییم.

$$x \to ۳^+ \xrightarrow{\text{وارون}} \frac{۱}{x} \to \left(\frac{۱}{۳}\right)^- \xrightarrow{\times\pi} \frac{\pi}{x} \to \left(\frac{\pi}{۳}\right)^-$$

حال با دایره مثلثاتی و ضعیت و مقدار نسبت مثلثاتی را تعیین می‌نماییم.



$$\cos(\ _x) \to (\tfrac{۱}{۲})^+ \xrightarrow{\text{قدرمطلق}} |\cos(\ _x)| \to (\tfrac{۱}{۲})^+$$

$$\xrightarrow{(\ )^۲} \ldots (\ _x) \to (\tfrac{۱}{۴})^+ \xrightarrow{\times ۸} ۸ \ldots (\ _x) \to ۲^+$$

$$\underset{x\to ۳^+}{\ldots} \left[\cos^۲ (\ _x)\right] = ۲$$

۱۱۹ ۱ ۲ ۳ ۴ برای حل سوال باید توان زوج و فرد را جدا بررسی نمود.

$$x \to ۰^- \xrightarrow{(\ )^{۲n}} x^{۲n} \to ۰^+ \Rightarrow \left[x^{۲n}\right] = ۰$$

$$x \to ۰^- \xrightarrow{(\ )^{۲n+۱}} x^{۲n+۱} \to ۰^- \Rightarrow \left[x^{۲n+۱}\right] = -۱$$

پس داریم:

$$\underset{x\to ۰^-}{\ldots} f(x) = \lim [x] + \left[x^۲\right] + \cdots + \left[x^{۱۰}\right] + \left[x^{۱۱}\right] = -۱ + ۰ + -۱ + ۰ + \cdots + -۱ = -۶$$

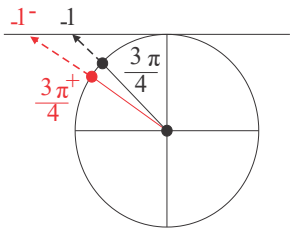
۱۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا اندکی عبارت را ساده‌سازی می‌نماییم.

$$\underset{x\to +۳^-}{\ldots} \frac{[-x]\ \overline{(x-۳)}^۲}{x-۳} = \underset{x\to ۳^-}{\ldots} \frac{}{x-۳}$$

عبارت درون قدرمطلق منفی است و $-x \to -۳^+$ حرکت می‌نماید. پس داریم:

$$\lim \frac{-(x-۳) \times \left[-۳^+\right]}{(x-۳)} = -۱ \times (-۳) = +۳$$

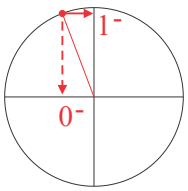
۱۲۱ ۱ ۲ ۳ ۴ برای حل می‌توان از دایره مثلثاتی مقدار نسبت مثلثاتی را تعیین نمود.



$$\cot x \to -۱^- \xrightarrow{\text{قدرمطلق}} |\cot x| \to +۱^+ \xrightarrow{(\ )^۲} \cot^۲ \qquad ۱^+ \xrightarrow{[\ ]} \left[\cot^۲ x\right] = ۱$$

۱۲۲ ۱ ۲ ۳ ۴ برای تحلیل بهتر است از دایره مثلثاتی استفاده می‌نماییم.

با توجه به دایره داریم:



$$\begin{matrix} \sin x \to ۱^- \\ \cos x \to ۰^- \end{matrix} \xrightarrow{\text{قرینه}} ۱^+$$

حال این مقادیر را جایگذاری می‌نماییم.

$$\frac{[1^-]+[0^-]}{[-1^+]}=\frac{}{-1}=+1$$

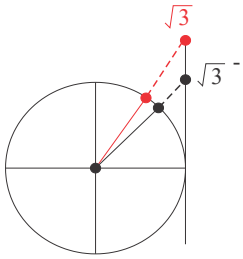
۱۲۳ ۴ **۳** ۲ ۱ ابتدا باید مشخص کنیم عبارت $3-5x^4$ به سمت چه عددی در حال حرکت است:

$$\lim_{x\to 0^\pm}(3-5x^4)=3^-$$

پس می‌توان نتیجه گرفت:

$$\lim_{x\to 0} f(3-5x^4)=\lim_{x\to 3^-} f(x)=\lim_{x\to 3^-}\frac{[x]\quad \overline{x}+\overline{1}}{\sin(\frac{\pi x}{18})}=\frac{[3^-]\times\quad 4}{\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)}=\frac{2\times 2}{\frac{1}{2}}=8$$

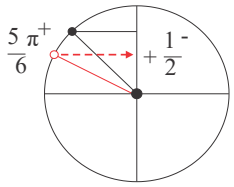
۱۲۴ ۴ ۳ **۲** ۱ ابتدا با استفاده از دایرهٔ مثلثاتی مقدار نسبت مثلثاتی را محاسبه نماییم:



$$\tan x\to\sqrt{3}^-\xrightarrow{\text{قدرمطلق}}|\tan x|\Rightarrow\sqrt{3}^-\xrightarrow{(\ )^2}\tan^2 x\to 3^-$$

$$\xrightarrow{\text{وارون}}\frac{1}{\tan^2 x}\to\left(\frac{1}{3}\right)^+\xrightarrow{\times 12}\frac{12}{\tan^2 x}\to 4^+\xrightarrow{[\ ]}4$$

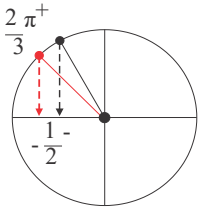
۱۲۵ ۴ ۳ **۲** ۱ ابتدا با استفاده از دایره مثلثاتی مقدار سینوس را تعیین می‌نماییم.



$$\sin x\to\left(\frac{1}{2}\right)^-\xrightarrow{\|}|\sin x|\to\left(\frac{1}{2}\right)^-\xrightarrow{(\ )^2}\sin^2 x\to\left(\frac{1}{4}^-\right)$$

$$\xrightarrow{\text{وارون}}\frac{1}{\sin^2 x}\to 4^+\xrightarrow{\text{قرینه}}-\frac{1}{\sin^2 x}\to -4^-\Rightarrow\left[-\frac{1}{\sin^2 x}\right]=-5$$

۱۲۶ **۴** ۳ ۲ ۱ ابتدا با استفاده از دایره مقدار نسبت مثلثاتی مطرح شده را تعیین می‌نماییم.



$$\cos x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^-\xrightarrow{\text{قدرمطلق}}|\cos x|\to\left(+\frac{1}{2}\right)^+\xrightarrow{(\ )^2}\cos^2 x\to\left(+\frac{1}{4}\right)^+$$

$$\xrightarrow{\times(-4)}-4\cos^2 x\to -1^-\xrightarrow{[\ ]}\left[-4\cos^2 x\right]=-2$$

۱۲۷ ۴ **۳** ۲ ۱ ابتدا باید کسر مطرح شده را ساده نماییم.

$$\frac{}{f(x)+1}=\frac{}{f(x)+1}-\frac{3}{f(x)+1}=2-\frac{3}{f(x)+1}$$

حال عبارت را به این فرم بازنویسی می‌نماییم:

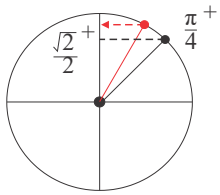
$$\lim_{x\to 1}\left[2-\frac{3}{f(x)+1}\right]=\lim_{x\to 1^+}2+\left[-\frac{3}{f(x)+1}\right]$$

با توجه به نمودار داریم:

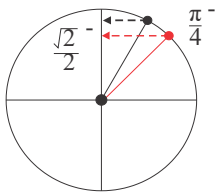
$$\lim_{x\to ۱^+} f(x) \to ۲^+ \Rightarrow \lim ۲ + \left[-\frac{۳}{۲^+ + ۱}\right] = ۲ + \left[-\frac{}{۳^+}\right] = ۲ + \left[-\left(۱^-\right)\right]$$

$$= ۲ + \left[-۱^+\right] = ۲ - ۱ = ۱$$

۱۲۸ ۴ **۳** ۲ ۱ اگر $x \to \frac{\pi}{۸}$ برود $\frac{\pi}{۴}$ حال روی دایره مثلثاتی سینوس $\frac{\pi}{۴}$ را بررسی می‌نماییم.



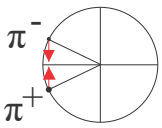
$$\lim_{x\to \frac{\pi}{۸}^+} \left[۲\sqrt{۲}\sin ۲x\right] = \left[۲\sqrt{۲} \times \left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)^+\right] = \left[۲^+\right] = ۲$$



$$\lim_{x\to \frac{\pi}{۸}^-} \left[۲\sqrt{۲}\sin ۲x\right] = \left[۲\sqrt{۲} \times \left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)^-\right] = \left[۲^-\right] = ۱$$

لذا مجموع حد چپ و راست برابر ۳ می‌باشد.

۱۲۹ ۴ **۳** ۲ ۱ با توجه به سوال با هم حد چپ و راست را بررسی نماییم. استفاده از دایرهٔ مثلثاتی به تحلیل سوال کمک می‌نماید:

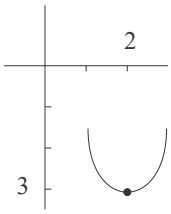


$$\to \lim_{x\to\pi} \cos x \to -۱^+$$

$$\lim_{x\to\pi} \left[\frac{۱}{\cos x}\right] = \left[\frac{۱}{(-۱)^+}\right] = \left[-۱^-\right] = -۲$$

۱۳۰ ۴ **۳** ۲ ۱ برای حل مسئله بهتر است عبارت را مرجع کامل نماییم.

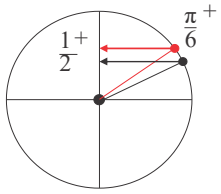
$$\lim \left[x^۲ - ۴x + ۴ - ۴ + ۱\right] = \lim_{x\to ۲} \left[(x-۲)^۲ - ۳\right]$$



با توجه به نمودار ارتفاع تابع در اطراف $x = ۲$ برابر ۳^+ می‌باشد و حد چپ و راست برابرند.

$$\lim_{x\to ۲} \left[(x-۲)^۲ - ۳\right] = \left[-۳^+\right] = -۳$$

۱۳۱ ۴ ۳ **۲** ۱ ابتدا با استفاده از روی دایره مثلثاتی $\sin(\frac{\pi}{۶}^+)$ را معین می‌نماییم.



با توجه به دایره می‌توان گفت:

$$\sin(x) \to \frac{۱}{۲}^+ \xrightarrow{\text{قدرمطلق}} |\sin x| \to \left(\frac{۱}{۲}^+\right) \xrightarrow{(\,)^۲} \sin^۲ x \to \frac{۱}{۴}^+$$

$$\xrightarrow{\text{وارون}} \frac{۱}{\sin^۲ x} \to ۴^- \Rightarrow \left[\frac{۱}{\sin^۲ x}\right] = ۳$$

۱۳۲ ۱ ۲ **۳** ۴

$$\lim_{x\to ۲^+} \left[\frac{x}{۲}\right] - \left[\frac{۲}{x}\right] = \lim \left[\frac{۲^+}{۲}\right] - \left[\frac{}{۲^+}\right]$$

صورت کسر با مقدار کسر ارتباط مستقیم و مخرج کسر ارتباط معکوس دارد، لذا می‌توان نوشت:

$$\lim \left(\left[۱^+\right] - \left[۱^-\right]\right) = ۱ - ۰ = ۱$$

۱۳۳ ۱ **۲** ۳ ۴ برای محاسبه مراحل زیر را طی می‌نماییم.

$$x \to \left(-\frac{۱}{۴}\right)^+ \Rightarrow |x| \to \left(\frac{۱}{۴}\right)^- \Rightarrow x^۲ \to \frac{۱}{۱۶}^- \xrightarrow{\text{وارون}} \frac{۱}{x^۲} \to ۱۶^+ \xrightarrow{\text{قرینه}} -\frac{۱}{x^۲} \to -۱۶^-$$

$$\xrightarrow{[\,]} \left[-\frac{۱}{x^۲}\right] = -۱۷$$

۱۳۴ ۱ **۲** ۳ ۴ برای محاسبه مراحل زیر را طی نماییم.

$$x \to \left(\frac{۱}{۵}\right)^+ \xrightarrow{\text{وارون}} \frac{۱}{x} \to ۵^- \xrightarrow{\times ۳} \frac{۳}{x} \to ۱۵^- \xrightarrow{\text{قرینه}} -\frac{۳}{x} \to -۱۵^+ \Rightarrow \left[-\frac{۳}{x}\right] = -۱۵$$

۱۳۵ ۱ **۲** ۳ ۴ ابتدا باید عبارت به فرم جدیدی بازنویسی کرد تا مقدار کسر قابل محاسبه باشد.

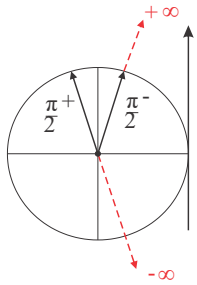
$$\frac{\quad}{x+۱} = \frac{\quad}{x+۱} = \frac{\quad}{x+۱} + \frac{۶}{x+۱} = ۲ + \frac{۶}{x+۱}$$

حال این عبارت را به جای کسر اولیه جایگذاری می‌نماییم:

$$\lim_{x\to ۲^+} \left[۲ + \frac{۶}{x+۱}\right] = \lim_{x\to ۲^+} ۲ + \left[\frac{۶}{x+۱}\right] = ۲ + \left[\frac{۶}{۲^+ + ۱}\right]$$

$$= ۲ + \left[\frac{}{۳^+}\right] = ۲ + \left[۲^-\right] = ۲ + ۱ = ۳$$

۱۳۶ ۱ ۲ ۳ **۴** با توجه به اینکه در متن سوال به حد چپ و راست اشاره نشده است، باید هر دو حالت مورد بررسی قرار گیرد. برای تعیین مقدار نسبت مثلثاتی از دایره استفاده می‌کنیم.

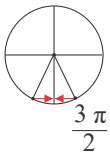


$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+} \frac{}{۴+۲^{\tan x}} = \frac{}{۴+۲^{-\infty}} = \frac{۲}{۴+\left(\frac{۱}{۲}\right)^{+\infty}} = \frac{}{۴+۰} = \frac{۱}{۲}$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-} \frac{}{۴+۲^{\tan x}} = \frac{}{۴+۲^{+\infty}} = \frac{}{۴+\infty} = \frac{۲}{\infty} = ۰$$

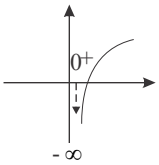
حد چپ و راست با هم برابر نیستند، پس تابع حد ندارد.

۱۳۷ ۴ ۳ ۲ **۱** ابتدا با استفاده از دایره مثلثاتی مقدار نسبت مثلثاتی را تعیین می‌نماییم.

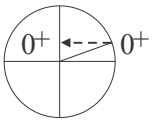


$$\to \sin x \to -۱^+ \to \lim_{x\to ۰} \frac{}{۱+\sin x} = \frac{}{۱+(-۱^+)} = \frac{}{۰^+} = +\infty$$

۱۳۸ ۴ ۳ ۲ **۱** برای تعیین وضعیت توابع موجود از نمودار و دایره مثلثاتی استفاده می‌نماییم:



$\log^{۰^+} = -\infty$



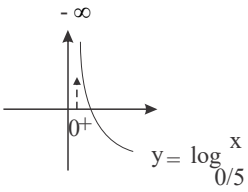
$\sin x \to ۰^+$

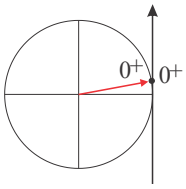
حال با توجه به نمودار داریم:

$$\lim_{x\to ۰^+} \frac{}{\sin x} = \frac{-\infty}{۰^+} = -\infty$$

صورت کسر با مقدار کسر ارتباط مستقیم و مخرج کسر با مقدار کسر ارتباط وارون دارد.

۱۳۹ ۴ ۳ **۲** ۱ ابتدا با استفاده از نمودار توابع مربوطه وضعیت هر دو تابع را تعیین می‌نماییم:





با توجه به دو نمودار داریم:

$$\lim_{x\to ۰^+} \frac{}{\log_{۰/۵} x} = \frac{۰^+}{+\infty} = ۰$$

۱۴۰ ۴ ۳ ۲ **۱** با جایگذاری اولیه مشاهده می‌شود که صورت کسر به سمت عدد ۷+ میل می‌نماید، پس مخرج باید به سمت ۰^+ میل کند تا حاصل $+\infty$ را تولید نماید. برای تولید ۰^+ در تمام حالت‌ها مخرج به ازای $x = ۲$ باید دارای ریشه مضاعف باشد، یعنی باید به شکل $(x-۲)^۲$ ظاهر شود. با توجه به ضریب $x^۲$ در عبارت $۳x^۲ + ax + b$ پس مخرج به شکل $۳(x-۲)^۲$ ظاهر می‌شود.

$$۳x^۲ + ax + b = ۳(x-۲)^۲ \to ۳x^۲ + \underline{\quad} + \underline{\quad} = ۳x^۲ - \underline{\quad} + \underline{۱۲}$$

پس:

۱۴۱ **۴** ۳ ۲ ۱ با جایگذاری مقدماتی مشخص می‌شود که صورت کسر عددی است منفی، پس مخرج باید در هر دو حالت $(x \to ۲^{\pm})$ به سمت ۰^- میل نماید تا حاصل نهائی $+\infty$ شود. بدین منظور مخرج به ازای $x = ۲$ باید دارای ریشه

مضاعف $(x-۲)^۲$ باشد. با توجه به وجود $-۲x^۲$ در عبارت مخرج می‌توان نوشت:

$$-۲x^۲+ax+b=-۲(x-۲)^۲ \to -۲x^۲+\underline{\quad}+\underline{\quad}=-۲x^۲+\underline{\quad}-\underline{\quad}$$

پس $b=-۸, a=+۸$ پس داریم:

$$۲a-b-۲\times ۸-(-۸)=-۲۴$$

۱۴۲ ۴ ۳ **۲** ۱ ابتدا باید کسر مورد نیاز را به طور دقیق تحلیل نماییم. با توجه تابع $f(x)$ داریم:

$$\lim_{x\to ۴^-}\left[\frac{\quad}{f^۲(x)}\right]=\lim_{x\to ۴^-}\left[\frac{\quad}{f^۲(x)}+\frac{\quad}{f^۲(x)}\right]=\lim_{x\to ۴^-}\left[\frac{۴}{f(x)}+\frac{\quad}{f^۲(x)}\right]$$

$$=\lim_{x\to ۴^-}\left[\frac{۴}{\sqrt{x}}+\frac{\quad}{x}\right]=\left[\frac{\quad}{۲^-}+\frac{\quad}{۴^-}\right]=\left[۲^++۲^+\right]=\left[۴^+\right]=۴$$

۱۴۳ ۴ ۳ **۲** ۱ ابتدا باید مشخص کنیم، ورودی تابع f به سمت چه عددی در حال حرکت است:

$$\lim_{x\to ۰} f\left(۱-x^۲\right)=f(۱^-)=۱-۱=۰$$

$$x^۲\to$$

$$-x^۲\to$$

$$\left(۱-x^۲\right)\to ۱^-$$

$$\lim_{x\to ۰} f\left(۱+x^۴\right)=f(۱^+)=۳(۱)=۳$$

$$x^۴\to$$

$$۱+x^۴\to ۱^+$$

پس عبارت نهایی برابر است با :

$$\lim_{x\to ۰}(۱-x^۲)+\lim_{x\to ۰} f\left(۱+x^۴\right)=۰+۳=۳$$

۱۴۴ **۴** ۳ ۲ ۱ ابتدا باید مشخص نمائیم، عبارت ورودی f به سمت چه عددی در حال حرکت است:

$$x^۲\to$$

$$۲+x^۲\to$$

$$\lim_{x\to ۰} f\left(۲+x^۲\right)=f(۲^+)=۳$$

$$x^۲\to$$

$$-x^۲\to$$

$$۲-x^۲\to$$

$$\lim_{x\to ۰} f\left(۲-x^۲\right)=f(۲^-)=-۳$$

پس عبارت نهایی برابر است با:

$$\lim_{x\to ۰} f\left(۲-x^۲\right)-f(۲+x^۲)=-۳-۳=-۶$$

۱۴۵ **۴** ۳ ۲ ۱ باید توجه داشت $x\to ۴$، متغیر ما هیچگاه به ۴ مطلق نمی‌رسد، بلکه در همسایگی عدد ۴ قرار دارد و عددی غیرصحیح است پس داریم:

$$f(x)=۵$$

$$\mathbb{Z}'$$

۱۴۶ ۴ ۳ **۲** ۱ ابتدا حد چپ و راست را جداگانه محاسبه نمائیم.

https://www.monta.ir/#print;a5=%25D8%25AD%25D8%25AF%25D9%2588+%25D9%25BE%25DB%258C%25D9%2588%25D8%25B3%25D… 62/90

$$\lim_{x\to ۴^+} f(x) = \lim_{x\to ۴^+} \left(۳a^۲ + \sqrt{x}\right) = ۳a^۲ + ۲$$

$$\lim_{x\to ۴^-} f(x) = \lim_{x\to ۴^-} (x + a^۲ + ۱) = a^۲ + ۵$$

پس طبق متن سوال داریم:

$$\lim_{x\to ۴^+} f(x) - \lim_{x\to ۴^-} f(x) = \left(۳a^۲ + ۲\right) - \left(a^۲ + ۵\right) = ۵ \Rightarrow ۲a^۲ - ۳ = ۵$$

$$\to ۲a^۲ = ۸ \to a^۲ = ۴ \to a = \pm ۲$$

۱۴۷ ۴ ۳ **۲** ۱ توضیح شماره ۱ حد: توابع به فرم $f(x) = \begin{cases} f_۱(x) \\ f_۲(x) \quad x \in \mathbb{Q}' \end{cases}$ تابع دریکله یا شبه دریکله در هیچ نقطه‌ای حد و پیوستگی ندارد، به جز نقطه یا نقاطی که $f_۱(x)$ و $f_۲(x)$ با هم برخورد می‌نمایند، پس داریم:

$f_۱(x) = f_۲(x) \to x = \alpha$ نقطه دارای حد و پیوستگی

با توجه به توضیح فوق، چون ضابطه‌ها هیچ برخوردی ندارند پس تابع در $x = \frac{۱}{۲}$ فاقد حد است. حال باید fof را تشکیل دهیم.

$$fof(x) = f(f(x)) \begin{cases} \xrightarrow{x\in\mathbb{Q}} \\ \xrightarrow{x\in\mathbb{Q}'} \quad f(۵) = ۲ \end{cases}$$

پس تابع fof تابع ثابت است و می‌توان گفت:

$$\lim_{x\to \frac{۱}{۲}} fof(x) = ۲$$

۱۴۸ ۴ **۳** ۲ ۱ توضیح شماره ۱ حد: توابع به فرم $f(x) = \begin{cases} f_۱(x) \\ f_۲(x) \quad x \in \mathbb{Q}' \end{cases}$ تابع دریکله با شبه دریکله در هیچ نقطه‌ای حد و پیوستگی ندارد به جز نقطه یا نقاطی که و با هم برخورد می‌نمایند، پس داریم:

$f_۱(x) = f_۲(x) \to x = \alpha$ نقطه دارای حد و پیوستگی

با توجه به توضیحات باید نقاط برخورد دو ضابطه را محاسبه نماییم لذا باید معادله زیر را حل نمائیم:

$x^۲ = x + ۵ \to x^۲ - x - ۵ = ۰ \to \Delta = ۲۱ > ۰ \to$ دو ریشه

پس تابع f در دو نقطه حد دارد.

۱۴۹ ۴ ۳ ۲ **۱**

$$\lim_{x\to \frac{۳}{۲}} fog(x) = \lim_{x\to \frac{۳}{۲}} f(g(x)) = \lim_{x\to \frac{۳}{۲}} f([x])$$

$f(\text{مطلق } ۱) = ۰$

۱۵۰ ۴ ۳ **۲** ۱

$$\lim fog(x) = \lim_{x\to \frac{۳}{۲}} f(g(x)) = \lim_{x\to \frac{۳}{۲}} f(x - \frac{۱}{۲})$$

$$= \lim f(\text{حدی } ۱) = \lim_{x\to ۱} (x + ۲) = ۳$$

۱۵۱ ۴ **۳** ۲ ۱ باید توجه داشت در چند جمله‌ای‌ها زمانی‌که $x \to ۰$، درجهٔ کمتر یا جمله کم توان را نگه می‌داریم، پس:

$$\lim_{x\to 0^-} f(x^7 - x^5 + x^3 - x) = \lim_{x\to 0^-} f(-x) = f(0^+)$$

با توجه به تشکیل 0^+ از رابطه زیر استفاده می‌نماییم:

$$f\left(0^+\right) = \sqrt{1-0} = 1$$

۱۵۲ ۴ ۳ ۲ ۱ با توجه به نمودار می‌توان گفت: $\lim_{x\to 3^-} f(x) = -\infty$.

پس داریم:

$$\lim_{x\to 3^-} \left[\frac{1}{f(x)}\right] = \left[\frac{1}{-\infty}\right] = \left[0^-\right] = -1$$

۱۵۳ ۴ ۳ ۲ ۱ ابتدا باید عبارت درونی را بررسی نمائیم.

$$\lim_{x\to 3^+} f(x) = 3 \text{ مطلق } \to f\left(f(x)\right) = \underset{\text{مطلق}}{f(3)} = 1$$

۱۵۴ ۴ ۳ ۲ ۱ ابتدا حد چپ و راست را جداگانه محاسبه می‌نماییم:

$$\lim_{x\to 4^+} f(x) = \lim \left[\frac{x}{2}\right]\left[\frac{x}{3}\right] = \left[\frac{4^+}{2}\right]\left[\underbrace{\frac{4^+}{3}}_{1/3}\right] = \left[2^+\right](1) = 2\times 1 = 2$$

$$\lim_{x\to 4^-} f(x) = \lim \left[\frac{x}{2}\right]\left[\frac{x}{3}\right] = \left[\frac{4^-}{2}\right]\left[\underbrace{\frac{4^-}{3}}_{1/3}\right] = \left[2^-\right](1) = 1\times 1 = 1$$

پس اختلاف حد چپ و راست برابر است با:

$$\lim_{x\to 4^-} f(x) - \lim_{x\to 4^+} f(x) = 1 - 2 = -1$$

۱۵۵ ۴ ۳ ۲ ۱ برای رسیدن به مبهم شناخته شده $\div$ باید بین دو کسر مخرج مشترک گرفت.

$$\lim_{x\to 2} \frac{6}{x^2-2x} - \frac{}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{}{x(x-2)} = \lim_{x\to 2} \frac{- \quad -x+6}{x(x-2)}$$

$$\lim_{x\to 2} \frac{-\cancel{(x-2)}\,(x+3)}{\cancel{(x-2)}\,x} = -\frac{5}{2}$$

۱۵۶ ۴ ۳ ۲ ۱ در همسایگی $x = 1$ داخل قدر مطلق، مثبت است یعنی $|x| = x$ برای استخراج عامل صفرشونده مخرج می‌توان آن را بر عامل صفرشونده $(x-1)$ تقسیم نمود:

$$\begin{array}{l|l} x^3 - 3x^2 + 4 & x^2 - x - 2 \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{}{x^3 + |x| - 2} = \lim \frac{}{x^3 + x - 2} = \lim \frac{\cancel{}}{\cancel{(x-1)}\,(x^2+x+2)} = \frac{1}{4}$$

۱۵۷ ۴ ۳ **۲** ۱

$$\lim_{x\to ۲^+} \frac{۲-\sqrt[۳]{x+۶}}{\sqrt{x^۲-۴x+۴}} = \frac{۰}{۰}$$

$$\lim_{x\to ۲^+} \frac{۲-\sqrt[۳]{x+۶}}{\sqrt{x^۲-۴x+۴}} \times \frac{(۴+۲\sqrt[۳]{x+۶}+\sqrt[۳]{(x+۶)^۲})}{(۴+۲\sqrt[۳]{x+۶}+\sqrt[۳]{(x+۶)^۲})}$$

$$\lim_{x\to ۲^+} \frac{۸-x-۶}{\underbrace{(x-۲)^۲}_{|x-۲|}(۴+۲\sqrt[۳]{x+۶}+\sqrt[۳]{(x+۶)^۲})}$$

$$\lim_{x\to ۲^+} \frac{\cancel{(۲-x)}}{\underbrace{(x-۲)}_{-\cancel{(۲-x)}}(۴+۲\sqrt[۳]{x+۶}+\sqrt[۳]{(x+۶)^۲})} = -\frac{۱}{۱۲}$$

۱۵۸ **۴** ۳ ۲ ۱ می‌توان برای رفع ابهام از روابط مثلثاتی استفاده نمود. بدین منظور مخرج کسر را در مزدوج ضرب کنید:

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{۲}^+} \frac{}{۱-\sin x} \times \frac{}{۱+\sin x} = \lim_{x\to \frac{\pi}{۲}^+} \frac{}{۱-\sin^۲ x}$$

$$= \lim_{x\to \frac{\pi}{۲}^+} = \frac{\cancel{\cos}\, x(۱+\sin x)}{\cancel{\cos^۲}\, x} = \lim_{x\to \frac{\pi}{۲}^+} \frac{}{\cos x} = \frac{}{۰^-} = -\infty$$

۱۵۹ ۴ ۳ **۲** ۱

$$\lim_{x\to ۱} \frac{۱-\sqrt{x}}{۲-\sqrt{۵-x}} = \frac{۰}{۰}$$

برای رفع ابهام باید هم صورت هم مخرج را گویا نماییم:

$$\lim \frac{۱-\sqrt{x}}{۲-\sqrt{۵-x}} \times \frac{۱+\sqrt{x}}{۱+\sqrt{x}} \times \frac{۲+\sqrt{۵-x}}{۲+\sqrt{۵-x}}$$

$$\lim \frac{(۱-x)+(۲+\sqrt{۵-x})}{\underbrace{(۴-۵+x)}_{(x-۱)}(۱+\sqrt{x})} = \lim_{x\to ۱} \frac{-\cancel{(x-۱)}\,(۲+\sqrt{۵-x})}{\cancel{(x-۱)}\,(۱+\sqrt{x})} = \frac{-۴}{۲} = -۲$$

۱۶۰ ۴ ۳ ۲ **۱**

$$\lim_{x\to ۲} \frac{\sqrt{۵x+۶}-۴}{۶-۳x} = \frac{۰}{۰}$$

$$\lim \frac{\sqrt{۵x+۶}-۴}{۶-۳x} \times \frac{\sqrt{۵x+۶}+۴}{\sqrt{۵x+۶}+۴} = \lim_{x\to ۲} \frac{\overbrace{۵x+۶-۱۶}^{۵x-۱۰}}{-۳(x-۲)(\sqrt{۵x+۶}+۴)}$$

$$\lim_{x\to ۲} \frac{۵\cancel{(x-۲)}}{-۳\cancel{(x-۲)}\left(\sqrt{۵x+۶}+۴\right)} = -\frac{۵}{۱۴}$$

۱۶۱ ۴ ۳ **۲** ۱

$$\lim_{x\to ۲} \frac{\sqrt[۳]{۵x-۲}-۲}{x^۲-۳x+۲} = \frac{۰}{۰}$$

برای رفع ابهام صورت کسر را باید گویا و مخرج را تجزیه نمائیم

$$\lim \frac{\sqrt[۳]{۵x-۲}-۲}{x^۲-۳x+۲} \times \frac{\left(\sqrt[۳]{(۵x-۲)^۲}+۲\sqrt[۳]{۵x-۲}+۴\right)}{\left(\sqrt[۳]{(۵x-۲)^۲}+۲\sqrt[۳]{۵x-۲}+۴\right)}$$

$$\lim \frac{\overbrace{(۵x-۲-۸)}^{۵x-۱۰}}{(x-۲۰(x-۱)\left(\sqrt[۳]{(۵x-۲)^۲}+۲\sqrt[۳]{۵x-۲}+۴\right)}$$

$$\lim \frac{۵\cancel{(x-۲)}}{\cancel{(x-۲)}(x-۱)\left(\sqrt[۳]{(۵x-۲)^۲}+۲\sqrt[۳]{۵x-۲}+۴\right)} = \frac{۵}{۱۲}$$

۱۶۲ **۴** ۳ ۲ ۱ قدم اول جایگذاری عدد می‌باشد باتوجه به این که صورت کسر عدد صفر شده و جواب حد عدد غیر صفر می‌باشد، مخرج کسر باید به ازای $x=۱$ برابر صفر شود:

$$ax^۲+۲x+b \overset{x=۱}{=\!=} ۰$$

در مرحله‌ی بعد مخرج را با استفاده از تقسیم تجزیه می‌نمائیم:

$$\begin{array}{l|l} ax^۲+۲x+b & ax+a+۲ \\ \hline ۰ & \end{array}$$

$$\lim_{x\to ۱} \frac{(x-۲)\cancel{(x-۱)}}{(ax+a+۲)\cancel{(x-۱)}} = \frac{}{۲a+۲} = ۲ \to ۴a+۴=-۱ \to a=-\frac{۵}{۴}$$

$$b=-۲-a=-۲+\frac{۵}{۴}=-\frac{۳}{۴}$$

$$\frac{۱}{۲}$$

۱۶۳ ۴ **۳** ۲ ۱ باتوجه به اینکه مخرج کسر صفر شده و حاصل حد عدد شده صورت هم الزاماً به ازای $x=۲$ باید برابر صفر باشد:

$$mx+n \overset{x=۲}{=\!=} ۰ \to ۲m+n=۰ \to n=-۲m$$

در مرحله‌ی بعد علاوه بر جایگذاری n کسر را گویا می‌نمائیم

$$\lim_{x\to ۲} \frac{}{x-\sqrt{x+۲}} \times \frac{x+\sqrt{x+۲}}{x+\sqrt{x+۲}} = \lim \frac{m(x-۲)(x+\sqrt{x+۲})}{x^۲-x-۲}$$

$$\lim \frac{m(\cancel{x-۲})(x+\sqrt{x+۲})}{(\cancel{x-۲})(x+۱)} = \frac{۴m}{۳} \Rightarrow \frac{۴m}{۳} = ۲ \to m = \frac{۳}{۲}$$

$$nn = -۲m \xrightarrow{m=\frac{۳}{۲}} n = -۳$$

۱۶۴ ۴ ۳ **۲** ۱ باید توجه داشت که در قدم اول با حالت مبهم $\frac{۰}{۰}$ روبرو نیستیم. با انجام تغییراتی می‌توان به مبهم مورد نظر رسید:

$$\lim_{x\to ۱} \frac{۱}{x-۱} - \frac{۱}{\sqrt{۲x-۱}-۱} \times \frac{\sqrt{۲x-۱}+۱}{\sqrt{۲x-۱}+۱} = \lim \frac{۱}{x-۱} - \frac{\overline{۲x}-\overline{۱}+۱}{\underbrace{(۲x-۱-۱)}_{۲(x-۱)}}$$

$$\lim \frac{۲-\overline{۲x}-\overline{۱}-۱}{۲(x-۱)} = \lim_{x\to ۱} \frac{۱-\overline{۲x}-\overline{۱}}{۲(x-۱)} = \frac{۰}{۰}$$ مخرج مشترک

حالا می‌توان با گویا کردن صورت مشکل را برطرف نمود

$$\lim \frac{۱-\overline{۲x}-\overline{۱}}{۲(x-۱)} \times \frac{۱+\sqrt{۲x-۱}}{۱+\sqrt{۲x-۱}} = \lim \frac{\overbrace{۱-۲x+۱}^{-۲(\cancel{x-۱})}}{۲(\cancel{x-۱})(۱+\sqrt{۲x-۱})} = -\frac{۱}{۲}$$

۱۶۵ **۴** ۳ ۲ ۱

$$\lim_{x\to ۴} \frac{\sqrt{۲x+۱}-۳}{\sqrt{x}-۲} = \frac{۰}{۰}$$

برای رفع ابهام کافیست صورت و مخرج را گویا نمائیم.

$$\lim_{x\to ۴} \frac{\sqrt{۲x+۱}-۳}{\sqrt{x}-۲} \times \frac{\sqrt{۲x+۱}+۳}{\sqrt{۲x+۱}+۳} \times \frac{\sqrt{x}+۲}{\sqrt{x}+۲}$$

$$\lim_{x\to ۴} \frac{\overbrace{(۲x+۱-۹)}^{(۲x-۸)}(\sqrt{x}+۲)}{(x-۴)(\sqrt{۲x+۱}+۳)} = \lim_{x\to ۴} \frac{۲(\cancel{x-۴})(\sqrt{x}+۲)}{(\cancel{x-۴})(\sqrt{۲x+۱}+۳)} = \frac{۸}{۶} = \frac{۴}{۳}$$

۱۶۶ ۴ ۳ **۲** ۱ کافیست حد چپ، حد راست و مقدار تابع را در $x=۱$ محاسبه نمائیم

$$\lim_{x\to ۱^+} \frac{-۱}{x-۱} = \lim_{x\to ۱} \frac{(\cancel{x-۱})(x+۱)}{\cancel{x-۱}} = ۲$$

$$\lim_{x\to ۱^-} \frac{\sqrt{x}-۱}{x^۳-۱} \times \frac{\sqrt{x}+۱}{\sqrt{x}+۱} = \lim \frac{(\cancel{x-۱})}{(\cancel{x-۱})(x^۲+x+۱)(\sqrt{x}+۱)} = \frac{۱}{۶}$$

$$f(۱) = ۲$$

به دلیل برابری فقط حد راست با مقدار تابع، فقط پیوستگی راست داریم.

۱۶۷ ۴ ۳ ۲ **۱** چون مخرج کسر به ازای $x = ۲$ برابر صفر است و حاصل حد عدد متناهی است پس کسر باید $\frac{۰}{۰}$ باشد و تابع $f(x)$ به صورت $f(x) = ax + b$ است

$$f(x) = ax + b \to \lim_{x \to ۲} \frac{۲x^۲ + ax + b}{x^۲ - ۴}$$

نتیجه:

$$۲x^۲ + ax + b \xlongequal{x=۲} ۸ + ۲a + b = ۰ \to ۲a + b = -۸$$

حالا برای رفع ابهام صورت کسر را بر عامل صفرشونده $(x - ۲)$ تقسیم می‌کنیم

$$۲x^۲ + ax + b \,\Big|\, \frac{x - ۲}{۲x + ۴ + a}$$

$$\lim \frac{}{(x - ۲)(x + ۲)} = \frac{۸ + a}{۴} = ۳ \to a + ۸ = ۱۲ \to a = ۴ \to b = -۱۶$$

$$f(x) = ۴x - ۱۶ \to f(-۱) = -۲۰$$

۱۶۸ ۴ ۳ ۲ **۱** $x = ۱$ در ادامه‌ی تابع قرار ندارد پس $x = ۱$ ریشه‌ی مخرج تابع محسوب می‌شود.

$$f(x) = \frac{x^۳ + ۲x^۲ + ax + b}{x + c} \to x + c \xlongequal{x=۱} ۰$$

$$۱ + c = ۰ \to c = -۱$$

باتوجه به نمودار حد تابع در $x = ۱$ برابر ۲ می‌باشد یعنی:

$$\lim_{x \to ۱} \frac{x^۳ + ۲x^۲ + ax + b}{x - ۱} = ۲$$

باتوجه به اینکه به ازای $x = ۱$ مخرج کسر برابر صفر می‌باشد و جواب حد عدد ۲ شده حتماً $x = ۱$ ریشه‌ی صورت می‌باشد. یعنی:

$$x^۳ + ۲x^۲ + ax + b \xlongequal{x=۱} ۰ \to ۳ + a + b = ۰$$

در مرحله‌ی بعد صورت کسر را بر عامل صفرشونده $(x - ۱)$ تقسیم می‌نمائیم

$$\begin{array}{l|l} x^۳ + ۲x^۲ + ax + b & x^۲ + ۳x + ۳ + a \\ \hline ۰ & \end{array}$$

در نتیجه می‌توان گفت:

$$\lim \frac{(x - ۱)(x^۲ + ۳x + ۳ + a)}{} = x + a = ۲ \to a = -۵$$

$$۳ + a + b = ۰ \xrightarrow{a=-۵} b = ۲ \to (a, b, c) = (-۵, ۲, -۱)$$

$$f(x) = \frac{x^۳ + ۲ \quad - ۵x + ۲}{x - ۱} \to f(۲) = \frac{}{۲ - ۱} = ۸$$

۱۶۹ ۴ **۳** ۲ ۱ نمی‌توان با استفاده از روابط مثلثاتی عامل صفرشونده را استخراج و حذف نمود:

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{۲}} \frac{(۱ - \sin x)(\sin^۲ x)}{\cos^۲ x} = \lim_{x \to \frac{\pi}{۲}} \frac{(۱ - \sin x)(\sin^۲ x)}{(۱ - \sin^۲ x)}$$

$$\lim \frac{(\cancel{1-\sin x})(\sin^2 x)}{(\cancel{1-\sin x})(1+\sin x)} = \frac{1}{2}$$

۱۷۰ ۱ **۲** ۳ ۴

$$\lim_{h\to 0} \frac{\left((x+h)^2+1\right)^2 - (x^2+1)^2}{h}$$

می‌توان صورت کسر را با اتحاد مزدوج تجزیه نمود:

$$\lim_{h\to 0} \frac{\left((x+h)^2+1+x^2+1\right)\left((x+h)^2\cancel{+1} - x^2\cancel{-1}\right)}{h}$$

$$\lim \frac{\left((x+h)^2+1+x^2+1\right)(\cancel{x^2}+2xh+h^2-\cancel{x^2})}{h}$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{\left((x+h)^2+1+x^2+1\right)(2x+h)\cancel{h}}{\cancel{h}} = 4x(x^2+1)$$

۱۷۱ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\lim_{x\to 2} \frac{x-\sqrt{x+2}}{x+\frac{2}{x}-3} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 2} \frac{x-\sqrt{x+2}}{\frac{x^2-3x+2}{x}} \times \frac{x+\sqrt{x+2}}{x+\sqrt{x+2}} = \lim_{x\to 2} \frac{x^2-x-2}{\frac{x^2-3x+2}{x}}$$

$$\lim_{x\to 2} \frac{x(\cancel{x-2})(x+1)}{(\cancel{x-2})(x-1)(x+\sqrt{x+2})} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

۱۷۲ **۱** ۲ ۳ ۴

$$\lim_{x\to -3} \frac{+2x-3}{x+\sqrt{x+12}} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to -3} \frac{+2x-3}{x+\sqrt{x+12}} \times \frac{x-\sqrt{x+12}}{x-\sqrt{x+12}} = \lim_{x\to -3} \frac{(x+3)(x-1)(x-\sqrt{x+12})}{x^2-x-12}$$

$$\lim_{x\to -3} \frac{(\cancel{x+3})(x-1)(x-\sqrt{x+12})}{(\cancel{x+3})(x-4)} = \frac{}{-7} = -\frac{24}{7}$$

۱۷۳ ۱ **۲** ۳ ۴ چون $x=1$ ریشه‌ی مخرج بوده و حاصل حد عدد شده است، پس $x=1$ ریشه‌ی صرت نیز می‌باشد پس معادله‌ی ۱ و سه به صورت زیر می‌باشد:

$$ax^2+3x-b \xlongequal{x=1} 0 \to a+3-b=0 \to b=a+3$$

حال باید صورت را بر عامل $(x-1)$ تقسیم نمود:

$$\begin{array}{r|l} ax^{۲}+۳x-b & ax+a+۳ \\ \hline ۰ & \end{array}$$

$$\lim_{x\to ۱}\frac{\cancel{(x-۱)}\,(ax+a+۳)}{\cancel{(x-۱)}\,(۵x+۶)}=\frac{۲a+۳}{۱۱}=۲۲a+۳=۲۲\to a=\frac{۱۹}{۲}$$

$$b=a+۳\xrightarrow{a=\frac{۱۹}{۲}}b=\frac{۲۵}{۲}$$

پس می‌توان گفت: $a+b=۲۲$

۱۷۴ ۱ ۲ **۳** ۴

$$\lim_{x\to ۱}f(x)=\lim_{(۳x+۳)\to ۱}f(۲x+۳)$$

حال برای اینکه $(۲x+۳)\to ۱$ حل نماید باید $x\to -۱$ نماید یعنی:

$$\lim_{x\to -۱}\frac{۳x^{۲}+x-۲}{۱-x^{۲}}=\lim_{x\to -۱}\frac{\cancel{(x+۱)}\,(۳x-۲)}{\cancel{(۱+x)}\,(۱-x)}=-\frac{۵}{۲}$$

۱۷۵ ۴ ۳ ۲ **۱**

$$\lim_{x\to ۱^-}\frac{-۷x+۶}{۲x^{۳}-۳x^{۲}+۱}=\frac{۰}{۰}$$

کافیست صورت و مخرج را تجزیه نمائیم. برای تجزیه می‌توانن صورت و مخرج را بر $(x-۱)$ تقسیم نمائیم.

$$\begin{array}{r|l} x^{۳}-۷x+۶ & x^{۲}+x-۶ \\ \hline ۰ & \end{array}\qquad\qquad \begin{array}{r|l} ۲x^{۳}-۳x^{۲}+۱ & ۲x^{۲}-x-۱ \\ \hline ۰ & \end{array}$$

$$\lim_{x\to ۱^-}\frac{\cancel{(x-۱)}\,(x^{۲}+x-۶)}{\cancel{(x-۱)}\,(۲x^{۲}-x-۱)}=\lim_{x\to ۱^-}\frac{x^{۲}+x-۶}{(x-۱)(۲x+۱)}=\frac{-۴}{۰^-}=+\infty$$

۱۷۶ **۴** ۳ ۲ ۱

$$\lim\frac{x^{۲}-\sqrt{۲x^{۲}-x^{۳}}}{۳-\sqrt{۱-۴x}}=\frac{۰}{۰}$$

کافی است صورت و مخرج را گویا کنیم:

$$\lim_{x\to -۲}\frac{x^{۲}-\sqrt{۲x^{۲}-x^{۳}}}{۳-\sqrt{۱-۴x}}\times\frac{x^{۲}+\sqrt{۲x^{۲}-x^{۳}}}{x^{۲}+\sqrt{۲x^{۲}-x^{۳}}}\times\frac{۳+\sqrt{۱-۴x}}{۳+\sqrt{۱-۴x}}$$

$$\lim_{x\to -۲}\frac{(x^{۴}-۲x^{۲}+x^{۳})(۳+\sqrt{۱-۴x})}{(۹-۱+۴x)(x^{۲}+\sqrt{۲x^{۲}-x^{۳}})}=\lim_{x\to -۲}\frac{x^{۲}(x^{۲}+x-۲)(۳+\sqrt{۱-۴x})}{(۴x+۸)(x^{۲}+\sqrt{۲x^{۲}-x^{۳}})}$$

$$\lim\frac{x^{۲}\cancel{(x+۲)}\,(x-۱)(۳+\sqrt{۱-۴x})}{۴\cancel{(x+۲)}\,(x^{۲}+\sqrt{۲x^{۲}-x^{۳}})}=\frac{}{۴\times ۸}=-\frac{۹}{۴}$$

۱۷۷ ۴ ۳ **۲** ۱ کافیست صورت کسر تجزیه شود تا عامل صفرشونده استخراج شود.

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^3 x - x}{\sin x - \cos x} = \frac{0}{0} \to \lim \frac{(\cancel{\sin x - \cos x})(\sin^2 x + \sin x\cos x + \cos^2 x)}{(\cancel{\sin x - \cos x})} = \frac{3}{2}$$

۱۷۸ ۴ ۳ ۲ **۱** می‌توان با استفاده از روابط مثلثاتی عامل صفرشونده را استخراج و حذف کرد

$$\lim_{x\to\frac{3\pi}{4}} \frac{\quad}{1+\tan x} = \lim_{x\to\frac{3\pi}{4}} \frac{1+\frac{\quad}{\sin x}}{1+\frac{\quad}{\cos x}} = \lim_{x\to\frac{3\pi}{4}} \frac{\quad}{\frac{\quad}{\cos x}}$$

$$\lim_{x\to\frac{3\pi}{4}} \frac{\quad}{(\sin x+\cos x)\sin x} = \lim_{x\to\frac{3\pi}{4}} \cot x = -1$$

۱۷۹ **۴** ۳ ۲ ۱ ابتدا با جایگذاری می‌توان مبهم بودن کسر را شناسائی نمود. حال برای شناسائی عامل صفرشونده باید مخرج را گویا نمود:

$$\lim_{x\to -3} \frac{\quad}{1-\sqrt{5x+16}} \times \frac{1+\sqrt{5x+16}}{1+\sqrt{5x+16}} = \lim \frac{a\,(\cancel{x+3})\,(1+\sqrt{5x+16})}{\underbrace{\quad}_{-5(\cancel{x+3})}}$$

$$= \frac{\quad}{-5} = 2 \to 2a = -10 \to a = -5$$

۱۸۰ **۴** ۳ ۲ ۱

$$\lim \frac{x}{x} = \frac{0}{0} \to \lim \frac{x}{\sqrt{x}} \times \frac{x}{\sqrt{x}} = \lim_{x\to 0^+} \frac{\quad}{x\sqrt{x}} = \lim_{x\to 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$$

۱۸۱ ۴ ۳ ۲ **۱**

$$\lim_{x\to 9} \frac{4-\sqrt{2x-2}}{3-\sqrt{x}} = \frac{0}{0}$$

باید صورت و مخرج را گویا نمائیم تا عامل صفرشونده $(x-9)$ را استخراج نمائیم:

$$\lim_{x\to 9} \frac{4-\sqrt{2x-2}}{3-\sqrt{x}} \times \frac{4+\sqrt{2x-2}}{4+\sqrt{2x-2}} \times \frac{3+\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}}$$

$$\lim_{x\to 9} \frac{\overbrace{(16-2x+2)}^{(-2x+18)}(3+\sqrt{x})}{(9-x)(4+\sqrt{2x-2})} = \lim_{x\to 9} \frac{2\,(\cancel{9-x})\,(3+\sqrt{x})}{(\cancel{9-x})\,(4+\sqrt{2x-2})} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

۱۸۲ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\lim_{x\to(-۲)^+}\frac{\quad}{\sqrt{x+۲}}=\frac{۰}{۰}$$

کافی است مخرج را گویا نمائیم.

$$\lim\frac{\quad}{\sqrt{x+۲}}\times\frac{\sqrt{x}+\sqrt{۲}}{\sqrt{x+۲}}=\lim\frac{\cancel{(x+۲)}\quad\sqrt{x}+\sqrt{۲}}{\cancel{(x+۲)}}=۰$$

۱۸۳ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\lim_{x\to۹}\frac{۳-\sqrt{x}}{\sqrt{x+۷}-۴}=\frac{۰}{۰}$$

برای استخراج عامل صفرشونده $(x-۹)$ باید صورت و مخرج گویا شود.

$$\lim_{x\to۹}\frac{۳-\sqrt{x}}{\sqrt{x+۷}-۴}\times\frac{۳+\sqrt{x}}{۳+\sqrt{x}}\times\frac{\sqrt{x+۷}+۴}{\sqrt{x+۷}+۴}$$

$$\lim_{x\to۹}\frac{(۹-x)(\sqrt{x+۷}+۴)}{\underbrace{(x+۷-۱۶)}_{(x-۹)}(۳+\sqrt{x})}=\lim_{x\to۹}\frac{-\cancel{(x-۹)}\,(\sqrt{x+۷}+۴)}{\cancel{(x-۹)}\,(۳+\sqrt{x})}=\frac{-۸}{۶}=-\frac{۴}{۳}$$

۱۸۴ **۱** ۲ ۳ ۴

$$\lim_{x\to۲}\frac{۵x^۲-۴x-۱۲}{۹x^۲-۶x-۲۴}=\frac{۰}{۰}$$

برای استخراج عامل صفرشونده باید صورت و مخرج را تجزیه نمود. برای تجزیه بر عامل تقسیم می‌کنیم

$$\begin{array}{l|l} ۹x^۲-۶x-۲۴ & x-۲ \\ \hline -(۹x^۲-۱۸x) & ۹x+۱۲ \\ \hline -۱۲x-۲۴ \\ \hline ۰ \end{array}\qquad\begin{array}{l|l} ۵x^۲-۴x-۱۲ & x-۲ \\ \hline -(۵x^۲-۱۰x) & ۵x+۶ \\ \hline -۶x-۱۲ \\ \hline ۰ \end{array}$$

$$\lim_{x\to۲}\frac{\cancel{(x-۲)}\,(۵x+۶)}{\cancel{(x-۲)}\,(۹x+۱۲)}=\frac{۱۶}{۳۰}=\frac{۸}{۱۵}$$

۱۸۵ **۱** ۲ ۳ ۴

$$\lim_{x\to۴}\frac{۱-\sqrt{x}-\sqrt{۳}}{x^۲-۴x}=\frac{۰}{۰}$$

صورت کسر را گویا و مخرج را تجزیه می‌نمائیم تا عامل صفرشونده استخراج شود

$$\lim\frac{۱-\sqrt{x-۳}}{x^۲-۴x}\times\frac{۱+\sqrt{x-۳}}{۱+\sqrt{x-۳}}=\lim_{x\to۴}\frac{۱-x+۳}{x(x-۴)(۱+\sqrt{x-۳})}$$

$$\lim_{x\to ۴} \frac{-\cancel{(x-۴)}}{x\cancel{(x-۴)}\,(۱+\sqrt{x-۳})} = -\frac{}{۸}$$

۱۸۶ ۴ ۳ **۲** ۱

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{۴}} \frac{}{\tan x - ۱} = \frac{۰}{۰}$$

می‌توان با استفاده از روابط مثلثاتی عامل صفرشونده را شناسائی کرد.

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{۴}} \frac{\sin x - \cos x}{\frac{}{\cos x} - ۱} = \lim_{x\to \frac{\pi}{۴}} \frac{}{\cos x}$$

$$\lim \frac{\cancel{(\sin x - \cos x)}\ \cos x}{\cancel{(\sin x - \cos x)}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۱۸۷ **۴** ۳ ۲ ۱

$$\lim \frac{x+\sqrt{۲x+۳}}{۲-\sqrt{۳-x}} = \frac{۰}{۰}$$

باتوجه به صورت و مخرج هر دو باید گویا شوند.

$$\lim_{x\to -۱} \frac{x+\sqrt{۲x+۳}}{۲-\sqrt{۳-x}} \times \frac{x-\sqrt{۲x+۳}}{x-\sqrt{۲x+۳}} \times \frac{۲+\sqrt{۳-x}}{۲+\sqrt{۳-x}}$$

$$\lim \frac{(x^۲-۲x-۳)(۲+\sqrt{۳-x})}{(۴-۳+x)(x-\sqrt{۲x+۳})} = \lim_{x\to -۱} \frac{\cancel{(x+۱)}\ (x-۳)(۲+\sqrt{۳-x})}{\cancel{(x+۱)}\ (x-\sqrt{۳x+۳})} = \frac{}{-۲} = ۸$$

۱۸۸ ۴ ۳ ۲ **۱** باتوجه به صورت سؤال باید کسر را به دو مبهم $\frac{۰}{۰}$ تفکیک کرد و هر بخش را جداگانه محاسبه نمود.

$$\lim \frac{\sqrt{x}+\ \ \overline{x}+\overline{۳}-۳}{x+x^۲-۲} = \lim_{x\to ۱} \underbrace{\frac{\sqrt{x+۳}-۲}{x^۲+x-۲}}_{I} + \lim_{x\to ۱} \underbrace{\frac{x-۱}{x^۲+x-۲}}_{II}$$

$$(I)\ \lim \frac{\sqrt{x+۳}-۲}{x^۲+x-۲} \times \frac{\sqrt{x+۳}+۲}{\sqrt{x+۳}+۲} = \lim \frac{\overbrace{(x+۳)-۴}^{\cancel{(x-۱)}}}{\cancel{(x-۱)}\ (x+۲)(\sqrt{x+۳}+۲)} = \frac{۱}{۱۲}$$

$$(II)\ \lim_{x\to ۱} \frac{x-۱}{x^۲+x-۲} \times \frac{\sqrt{x}+۱}{\sqrt{x}+۱} = \lim_{x\to ۱} \frac{\cancel{(x-۱)}}{\cancel{(x-۱)}\ (x+۲)(\sqrt{x}+۱)} = \frac{۱}{۶}$$

جواب نهائی مجموع بخش I و II می‌باشد

$$I + II = \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۶} = \frac{۱}{۴}$$

۱۸۹ ۴ ۳ **۲** ۱

$$\lim_{x\to 1} \frac{x + x^2 + x - 3}{\sqrt[3]{x} - 1} = \frac{0}{0}$$

ابتدا باید کسر را مرتب کرد و به دو بخش تفکیک کرد که با روش‌های شناخته شده قابل رفع ابهام باشد.

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2 + x - 2 + \sqrt{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - 1} = \lim_{x\to 1} \underbrace{\frac{x^2 + x - 2}{\sqrt[3]{x} - 1}}_{I} + \underbrace{\frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - 1}}_{II}$$

$$(I)\ \lim \frac{x^2 + x - 2}{\sqrt[3]{x} - 1} = \frac{0}{0} \to \lim \frac{(x-1)(x+2)}{\sqrt[3]{x} - 1} \times \frac{(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)}{(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt{x} + 1)}$$

$$= \lim \frac{\cancel{(x-1)}\ (x+2)\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)}{\cancel{(x-1)}} = 9$$

$$(II)\ \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - 1} = \frac{0}{0} \to \lim \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - 1} \times \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt{x} + 1}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{\cancel{(x-1)}\ (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)}{\cancel{(x-1)}\ (\sqrt{x} + 1)} = \frac{3}{2}$$

جواب نهائی مجموع بخش I و II می‌باشد یعنی:

$$9 + \frac{3}{2} = \frac{21}{2}$$

۱۹۰ **۴** ۳ ۲ ۱

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^3 + x - 2}{\sqrt[3]{x} - 1} = \frac{0}{0}$$

صورت کسر را باید تجزیه و مخرج را با استفاده از مکمل گویا کرد:

$$\begin{array}{l|l} x^3 + x - 2 & x - 1 \\ \underline{x^3 - x^2} & x^2 + x + 2 \\ \underline{-2x - 2} & \\ 0 & \end{array}$$

$$\lim \frac{(x-1)(x^2 + x + 2)}{\sqrt[3]{x} - 1} \times \frac{(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}$$

$$= \lim \frac{\cancel{(x-1)}\ (x^2 + x + 2)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)}{\cancel{(x-1)}} = 4 \times 3 = 12$$

۱۹۱ ۴ **۳** ۲ ۱

$$\lim \frac{3 - \sqrt{2x + 1}}{2 - \sqrt{x}} \times \frac{3 + \sqrt{2x + 1}}{3 + \sqrt{2x + 1}} \times \frac{2\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}}$$

$$= \lim_{x\to ۴} \frac{(۹-(۲x+۱))\overbrace{(۲+\sqrt{x})}^{(۴)}}{(۴-x)\underbrace{(۳+\sqrt{۲x+۱})}_{۶}} = \lim \frac{}{(۴-x)(۶)} = \lim \frac{}{(۴-x)(۶)} = \frac{۴}{۳}$$

۱۹۲ ۴ ۳ ۲ **۱** باید کسر را در مزدوج صورت $\lim_{x\to -۲} \frac{x+\overline{۲x+۸}}{x+۲} = ?$ ضرب نمائیم. باید توجه داشت که می‌توان در مخرج کسر عامل صفرشونده وجود دارد:

$$\lim_{x\to -۲} \frac{x^۲-(۲x+۸)}{(x+۲)(x-\underbrace{\sqrt{۲x+۸}}_{-۴})} = \lim \frac{-۲x-۸}{(x+۲)(-۴)} = \lim \frac{\cancel{(x+۲)}\,(x-۴)}{\cancel{(x+۲)}\,(-۴)} = \frac{۳}{۲}$$

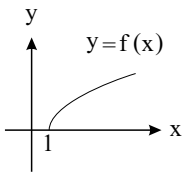
۱۹۳ ۴ **۳** ۲ ۱ نکته: فرض کنیم $f(x)$ در بازه‌ای مانند $(a,x_۰)$ تعریف‌شده باشد؛ می‌گوییم حد چپ $f(x)$ در $x=x_۰$ برابر ℓ است و می‌نویسیم $\lim_{x\to x_۰^-} f(x)=\ell$، هرگاه بتوان مقادیر $f(x)$ را به اندازهٔ دلخواه به ℓ نزدیک کرد، به‌شرطی که مقادیر x از سمت چپ به اندازهٔ کافی به $x_۰$ نزدیک شوند.

نکته: فرض کنیم $f(x)$ در بازه‌ای مانند $(x_۰,b)$ تعریف‌شده باشد؛ می‌گوییم حد راست $f(x)$ در $x=x_۰$ برابر ℓ است و می‌نویسیم $\lim_{x\to x_۰^+} f(x)=\ell$، هرگاه بتوان مقادیر $f(x)$ را به اندازهٔ دلخواه به ℓ نزدیک کرد، به‌شرطی که مقادیر x از سمت راست به اندازهٔ کافی به $x_۰$ نزدیک شوند.

نکته: فرض کنیم $f(x)$ در بازه‌ای مانند (a,b) شامل $x_۰$ (به‌جز احتمالاً در خود $x_۰$) تعریف‌شده باشد؛ می‌گوییم حد تابع $f(x)$ در $x=x_۰$ برابر ℓ است و می‌نویسیم $\lim_{x\to x_۰} f(x)=\ell$، هرگاه بتوان مقادیر $f(x)$ را به اندازهٔ دلخواه به ℓ نزدیک کرد، به‌شرطی که مقادیر x (از سمت چپ و راست) به اندازهٔ کافی به $x_۰$ نزدیک شوند؛ به عبارت دیگر $\lim_{x\to x_۰} f(x)=\ell$، اگر و تنها اگر: $\lim_{x\to x_۰^-} f(x)=\lim_{x\to x_۰^+} f(x)=\ell$.

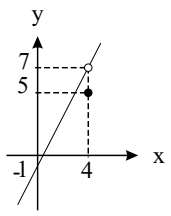
با توجه به شکل مقابل می‌توان فهمید $\lim_{x\to ۱^-} f(x)$ و در نتیجه $\lim_{x\to ۱} f(x)$ وجود ندارد، همچنین $\lim_{x\to ۰^+} f(x)$ موجود نیست؛ ولی داریم:

$$f(۱)=\lim_{x\to ۱^+} f(x)=۰$$



۱۹۴ ۴ ۳ **۲** ۱ نکته: $\lim_{x\to a} f(x)=\ell$، اگر و تنها اگر $\lim_{x\to a^-} f(x)=\lim_{x\to a^+} f(x)=\ell$.

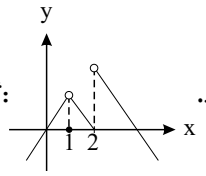
در شکل مقابل نمودار تابع $g(x)=\begin{cases} ۲x-۱ & x\neq ۴ \\ ۵ & x=۴ \end{cases}$ را رسم کرده‌ایم. همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، داریم:



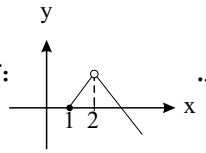
$$\lim_{x\to ۴} g(x)=۷$$

۱۹۵ ۴ ۳ **۲** ۱ نکته: فرض کنیم $f(x)$ در بازه‌ای مانند (a,b) شامل $x_\circ$ (به‌جز احتمالاً در خود $x_\circ$) تعریف‌شده باشد؛ می‌گوییم حد تابع $f(x)$ در $x=x_\circ$ برابر ℓ است و می‌نویسیم $\lim\limits_{x\to x_\circ} f(x)=\ell$، هرگاه بتوان مقادیر $f(x)$ را به اندازهٔ دلخواه به ℓ نزدیک کرد، به شرطی که مقادیر x (از سمت چپ و راست) به اندازهٔ کافی به $x_\circ$ نزدیک شوند؛ به عبارت دیگر $\lim\limits_{x\to x_\circ} f(x)=\ell$، اگر و تنها اگر: $\lim\limits_{x\to x_\circ^+} f(x)=\lim\limits_{x\to x_\circ^-} f(x)=\ell$.

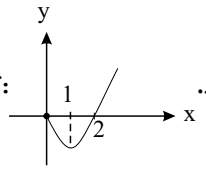
با توجه به نکتهٔ بالا، هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ ۱: 

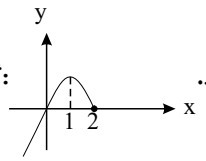
در $x=۱$ حد دارد؛ ولی در $x=۲$ حد ندارد. ×

گزینهٔ ۲: 

در $x=۱$ حد ندارد؛ ولی در $x=۲$ حد دارد. ✓

گزینهٔ ۳: 

در $x=۱$ و $x=۲$ حد دارد. ×

گزینهٔ ۴: 

در $x=۱$ و $x=۲$ حد دارد. ×

بنابراین گزینهٔ ۲ پاسخ است.

۱۹۶ **۴** ۳ ۲ ۱

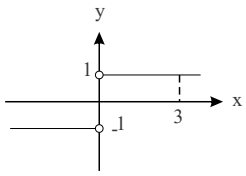
نکته: $|x|=\begin{cases} \\ -x & x<\circ\end{cases}$

ابتدا با توجه به نکتهٔ بالا، ضابطهٔ تابع به‌صورت زیر است:

$$f(x)=\frac{}{x}=\begin{cases} ۱ \\ -۱ & x<\circ\end{cases}$$

پس نمودار تابع $f(x)$ به‌شکل مقابل است و داریم:

$$\lim_{x\to ۳} f(x)=۱ \quad , \quad \lim_{x\to \circ^+} f(x)=۱ \quad , \quad \lim_{x\to \circ^-} f(x)=-۱$$



بنابراین گزینهٔ ۴ پاسخ است.

۱۹۷ **۴** ۳ ۲ ۱ حد راست و چپ تابع در نقطه به طول $x=a$ با هم متفاوت‌اند؛ پس تابع در این نقطه حد ندارد. در نقطه به طول $x=b$ تابع تعریف نشده است، ولی حد راست و چپ با هم برابرند؛ پس تابع در این نقطه حد دارد. در نقطه به طول $x=c$ هم تابع حد دارد. در نقطه به طول $x=d$ مقدار تابع و حد تابع با هم برابر نیست ولی چون حد راست و چپ با هم برابرند، پس تابع در این نقطه حد دارد.

۱۹۸ ۴ **۳** ۲ ۱ با توجه به وجود قدرمطلق باید دو حالت حد را بررسی نماییم.

$$\lim_{x\to ۲^+} \frac{\quad}{x-۲} = \lim \frac{\quad}{\quad} = -۱$$

$$\lim_{x\to -۲^-} \frac{\quad}{(x+۲)} = \lim \frac{\quad}{-(x+۲)} = +۱$$

با توجه به عدم برابری حد چپ و راست، تابع در $x=-۲$ حد ندارد.

$$\lim_{x\to -۳} \frac{\quad}{-x-۲} = \lim \frac{\quad}{-(x+۲)} = +۱$$

با توجه به محاسبات بالا موارد (پ) و (ت) صحیح می‌باشد.

۱۹۹ ۱ ۲ **۳** ۴ در گزینهٔ «۳» با توجه به شکل داریم:

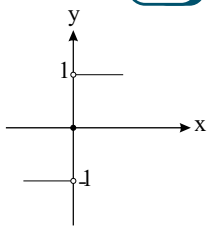
$$\begin{cases} \lim_{x\to ۱^+} f(x) = ۱ \\ \lim_{x\to ۱^-} f(x) = ۳ \end{cases} \Rightarrow \lim_{x\to ۱^+} f(x) - \lim_{x\to ۱^-} f(x) = ۱ - ۳ = -۲$$

۲۰۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا باید وضعیت عبارت $(۱-x)$ را مشخص نماییم.

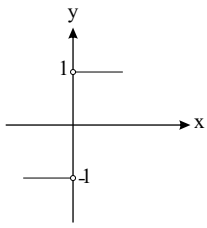
$$\lim_{x\to ۱^+} f(x) + \lim_{x\to ۰^+} f(۱-x) = -۱ + (۱) = ۰$$

۲۰۱ ۱ **۲** ۳ ۴ نمودار هر یک از توابع داده شده را رسم می‌کنیم:

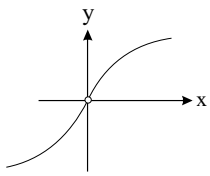
الف) $f(x) = \begin{cases} - & , \quad x \neq ۰ \\ ۰ & , \quad x = ۰ \end{cases}$



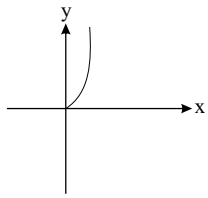
ب) $f(x) = \begin{cases} ۱ & , \\ -۱ & , \quad x < ۰ \end{cases}$



پ) $f(x) = \begin{cases} x & , \quad x > ۰ \\ -\sqrt{-x} & , \quad x < ۰ \end{cases}$



ت) $f(x) = \begin{cases} ۲ & , \quad x \geq ۰ \\ ۰ & , \quad x < ۰ \end{cases}$



از روی نمودارهای رسم شده مشخص است که توابع موارد (الف) و (ب) در نقطهٔ $x=۰$ حد ندارند.

۲۰۲ ۱ **۲** ۳ ۴

$$\begin{cases} \lim_{x\to ۰^+} f(x) = ۳ \\ \lim_{x\to ۰^-} f(x) = ۲ \end{cases} \Rightarrow \lim_{x\to ۰} f(x)$$ وجود ندارد:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = -1 \\ \lim\limits_{x\to 0^-} g(x) = 0 \end{cases} \Rightarrow \lim\limits_{x\to 0} g(x)$$ وجود ندارد:

$$(f+g)(x) = \begin{cases} 2x+2 & , \\ 3x+2 & , \quad x<0 \end{cases} \Rightarrow \lim\limits_{x\to 0}(f+g)(x) = 2$$

$$(f-g)(x) = \begin{cases} 4 & , \quad x\geq 0 \\ x+2 & , \quad x<0 \end{cases} \Rightarrow \lim\limits_{x\to 0}(f-g)(x) =$$ حد ندارد

۲۰۳ ۱ ۲ ۳ **۴** برای راحتی محاسبات فرض می‌نماییم $\lim\limits_{x\to 5} f(x) = t$ باشد. حال با استفاده از قضایای حد داریم:

$$\lim_{x\to 5}\frac{4f(x)-3}{2f(x)+1} = \frac{\lim\limits_{x\to 5} 4f(x)-3}{\lim\limits_{x\to 5} 2f(x)+1}$$

$$= \frac{4\lim\limits_{x\to 5} f(x)-3}{2\lim\limits_{x\to 5} f(x)+1} = \frac{}{2t+1} = 7 \to 14t+7 = 4t-3 \to 10t = -10 \to t = -1$$

پس داریم: $\lim\limits_{x\to 5} f(x) = -1$

۲۰۴ **۱** ۲ ۳ ۴ شرط وجود حد این است که، حد چپ و راست موجود و با هم برابر باشند. لذا باید حد چپ و راست را جداگانه محاسبه نماییم.

$$\lim_{x\to 2^+} a\left[\frac{x}{2}\right] + 2ax\left[-\frac{x}{2}\right] - \left[x^2\right] = \lim_{x\to 2^+} a\left[\frac{2^+}{2}\right] + 2ax\left[-\frac{2^+}{2}\right] - \left[(2^+)^2\right] =$$

$$\lim_{x\to 2^+} a\left[1^+\right] + 2ax\left[-(1^+)\right] - \left[4^+\right] = \lim_{x\to 2^+} a(1) + a(4)(-2) - 4 = a - 8a - 4 = -7a - 4$$

$$\lim_{x\to 2^-} a\left[\frac{x}{2}\right] + 2ax\left[-\frac{x}{2}\right] - \left[x^2\right] = \lim_{x\to 2^-} \left(a\left[\frac{2^-}{2}\right] + 2ax\left[-\frac{2^-}{2}\right] - \left[(2^-)^2\right]\right)$$

$$\lim_{x\to 2^-} a\left[1^-\right] + 2ax\left[-(1^-)\right] - \left[4^-\right] = \lim_{x\to 2^-} \left(a(0) + 2ax(-1) - (3)\right) = 0 - 4a - 3 = -4a - 3$$

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^-} f(x) \to -7a - 4 = -4a - 3 \to a = -\frac{1}{3}$$

۲۰۵ ۱ ۲ **۳** ۴ قدم اول جایگذاری است که مبهم $\frac{0}{0}$ تولید می‌شود. حالا برای استخراج عامل صفر شوند. می‌توان از تجزیه و گویا کردن استفاده کرد.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^3+x-10}{x^2-4} = \frac{0}{0}$$

$$\begin{array}{l|l} x^3 + x - 10 & x^2+2x+5 \\ \hline -(x^3-2x^2) & \\ 2x^2 + x - 10 & \\ -(2x^2-4x) & \\ -(5x-10) & \\ 0 & \end{array} \quad \to \lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}(x^2+2x+5)}{\cancel{(x-2)}(x+2)} = \frac{13}{4}$$

۲۰۶ ۱ **۲** ۳ ۴ شرط وجود حد در یک نقطه، برابری حد چپ و راست در آن نقطه می‌باشد. ابتدا وجود حد در $x = 1$ را بررسی

مس‌نماییم.

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} \sqrt{5x^2 - a} = \sqrt{5-a}$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1} = \frac{0}{0}$$

برای رفع ابهام صورت و مخرج را تجزیه می‌نماییم.

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x\to 1^-} \frac{}{(x+1)} = \frac{1}{2}$$

حال حد چپ و راست باید با هم برابر باشد.

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^{-1}} f(x) \to \sqrt{5-a} = \frac{}{} \xrightarrow{()^2} 5 - a = \frac{1}{4} \to a = 5 - 1 \to a = \frac{19}{4}$$

حال به بررسی وجود حد در $x = 2$ می‌پردازیم:

$$\lim_{x\to (-2)^+} f(x) = \lim \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1} = \frac{15}{3} = 5$$

$$\lim_{x\to (-2)^-} f(x) = \lim_{x\to (-2)^-} b[x] + \frac{}{x+2} = -3b - 1$$

حال باید حد چپ و راست با هم برابر باشد:

$$\lim_{x\to (-2)^+} f(x) = \lim_{x\to (-2)^-} f(x) = -3b - 1 = 5 \to -3b = 6 \to b = -2$$

و مقدار نهایی برابر است با:

$$2a \times b = 2 \times (\frac{19}{4})(-2) = -19$$

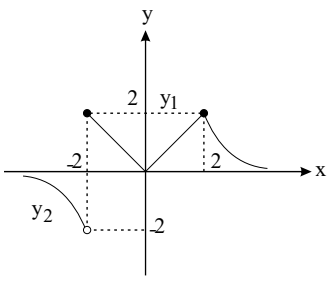
۲۰۷ ۴ ۳ ۲ **۱** شرط پیوستگی تابع در یک نقطه برابری حد چپ، حد راست مقدار تابع می‌باشد. لذا ابتدا باید $\lim_{x\to \frac{\pi}{4}} f(x)$ را محاسبه نماییم.

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{4}} f(x) = \lim_{x\to \frac{\pi}{4}} \frac{}{\sin x - \cos x} = \lim_{x\to \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{}{\sin x} - 1}{\sin x - \cos x} =$$

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{}{\sin x}}{\sin x - \cos x} = \lim_{x\to \frac{\pi}{4}} \frac{}{\sin x(\sin x - \cos x)} = \lim_{x\to \frac{\pi}{4}} \frac{}{\sin x}$$

$$= \frac{-1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = -\frac{2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2} \to f(\frac{\pi}{4}) = k = -\sqrt{2}$$

۲۰۸ ۴ ۳ **۲** ۱ با رسم نمودار تابع $y_1 = |x|$ در بازهٔ $[-2,2]$ و $y_2 = \frac{4}{x}$ در $(-\infty,-2) \cup (2,+\infty)$ می‌توانیم تعداد نقاط ناپیوستگی آن را تعیین کنیم.



$$f(x) = \begin{cases} |x| & , \quad -2 \le x \le 2 \\ \frac{4}{x} & , \quad x < -2 \ , \ x > 2 \end{cases}$$

با توجه به نمودار f، این تابع فقط در یک نقطه یعنی $x = -2$ ناپیوستگی دارد.

۲۰۹ ۴ ۳ **۲** ۱ ابتدا باید با استفاده از قضایای حد، حد تابع f را محاسبه نماییم:

$$\lim_{x\to ۱^+} ۲f(x)+۱=۵ \to \lim_{x\to ۱^+} ۲f(x)=۴ \to \lim_{x\to ۱^+} f(x)=۲$$

با توجه به نمودار، حد تابع g برابر است با:

$$\lim_{x\to ۱^+} g(x)=-\frac{۱}{۲}$$

اما محاسبهٔ مقدار عبارت خواسته شده:

$$\lim_{x\to ۱^+} \frac{(f^۳-۲g)(x)}{(f\times g)(x)+۳}=\frac{\sqrt{(\lim_{x\to ۱^+} f(x))^۳-۲(\lim_{x\to ۱^+} g(x))}}{\lim_{x\to ۱^+} f(x)\times \lim_{x\to ۱^+} g(x)+۳}$$

$$=\frac{(۲)^۳-۲(-\frac{۱}{۲})}{۲(-\frac{۱}{۲})+۳}=\frac{۸+۱}{-۱+۳}=۱/۵$$

۲۱۰ ۱ ۲ ۳ **۴** ابتدا نقاط ناپیوستگی تابع $[x]$ را مشخص می‌نماییم.

این تابع در تمام اعداد صحیح ناپیوسته است.

نقاط ناپیوستگی $[x]$ در بازهٔ $(-۱,k)=\{۰,۱,۲,۳,...\}$

با توجه به وجود عامل صفر شونده در $x=۰$ کنار تابع ناپیوستهٔ $[x]$ مشکل عدم پیوستگی تابع $f(x)$ در $x=۰$ حل خواهد شد. پس می‌توان گفت این تابع در بازهٔ $(-۱,۱)$ پیوسته است و $k=۱$ می‌باشد.

۲۱۱ ۱ **۲** ۳ ۴ باید توجه داشت که در محاسبهٔ حدود هرگاه به جزء صحیح برخورد نماییم، باید عدد معادل آن را شناسایی و جایگذاری نماییم.

$$\pi=۳/۱۴ \to \frac{\pi}{۲}=۱/۵۷ \to [x]=[\frac{\pi}{۲}]=[۱/۵۷]=۱$$

اما می‌توان $\cos(\frac{\pi}{۲}+x)$ را هم به فرم ساده‌تری تبدیل نمود:

$$\cos(\frac{\pi}{۲}+x)=-\sin x$$

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{۲}} \frac{[x]-x}{۱+\cos(\frac{\pi}{۲}+x)}=\lim_{x\to \frac{\pi}{۲}} \frac{۱-x}{۱-\sin x}=\lim_{x\to \frac{\pi}{۲}} \frac{(۱-\sin x)(۱+\sin x)}{۱-\sin x}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to \frac{\pi}{۲}} (۱+\sin x)=۲$$

۲۱۲ ۱ ۲ ۳ ۴ شرط پیوستگی چپ برابری، حد چپ و مقدار تابع می‌باشد پس کافیست ابتدا حد چپ را محاسبه نماییم

$$\lim_{x\to ۳^-} \frac{x^۲-۶x+۹}{۳-x}=\lim_{x\to ۳^-} \frac{(x-۳)^۲}{۳-x}=\lim_{x\to ۳^-} \frac{\quad}{۳-x}=\lim_{x\to ۳^-} \frac{\quad}{۳-x}=+۱$$

از طرفی $f(۳)=m$ می‌باشد. پس باید مقدار $m=۱$ باشد تا پیوستگی چپ برقرار باشد.

۲۱۳ ۱ ۲ ۳ **۴** ابتدا باید حد عبارت اول را محاسبه نماییم، تا مقدار a را مشخص کنیم:

$$\lim_{x\to ۰} \frac{x}{۱+\cos^۲ x}=a \to a=\frac{۱}{۲}$$

حال پارامتر a را جایگذاری می‌نماییم:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{6}} \frac{4\times\frac{1}{2}\sin x-1}{8\times\frac{1}{2}\sin^2 x-1}=\lim_{x\to\frac{\pi}{6}}\frac{}{4\sin^2 x-1}=\lim_{x\to\frac{\pi}{6}}\frac{}{(2\sin x-1)(2\sin x)}$$

$$=\lim_{x\to\frac{\pi}{6}}\frac{}{2\sin x+1}=\frac{1}{2}$$

۲۱۴ ۴ ۳ **۲** ۱ نکته: تابع $f(x)$ در بازهٔ $[a,b]$ پیوسته است هرگاه همهٔ شرایط زیر برقرار باشند:

۱) تابع $f(x)$ در تمام نقاط بازهٔ (a,b) پیوسته باشد.

۲) تابع $f(x)$ در $x=b$ پیوستگی چپ داشته باشد.

۳) تابع $f(x)$ در پیوستگی راست داشته باشد.

نکته: توابع چندجمله‌ای در $\mathbb{R}$ پیوسته هستند.

ابتدا توجه کنید که هر کدام از ضابطه‌های این تابع، چندجمله‌ای هستند، پس به‌تنهایی پیوسته‌اند. بنابراین فقط باید پیوستگی تابع را در نقطهٔ مرزی $t=1$ بررسی کنیم:

$$f(1)=2(1)+10=12 \quad , \quad \lim_{t\to1^+} f(t)=12 \quad , \quad \lim_{t\to1^-} f(t)=10$$

پس تابع $f(t)$ در $t=1$ ناپیوسته است. بنابراین تابع $f(t)$ در بازهٔ $[0,10]$ فقط یک نقطهٔ ناپیوستگی $(t=1)$ دارد.

با توجه به گزینه‌ها، تابع در بازه‌های گزینه‌های ۱، ۳ و ۴ پیوسته است. بنابراین گزینهٔ ۲ پاسخ است.

۲۱۵ ۴ **۳** ۲ ۱ نکته: تابع $f(x)$ در نقطهٔ $x=c$ از چپ پیوسته است هرگاه:

$$\lim_{x\to c^-} f(x)=f(c)$$

با استفاده از نکتهٔ بالا، هریک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ ۱ : $\begin{cases}[x]=1\\ f(2)=2\end{cases} \Rightarrow$ $f(x)$ در $x=2$ پیوستگی چپ ندارد.

گزینهٔ ۲: $g(x)$ در سمت چپ $x=2$ تعریف نشده است، پس در این نقطه حد چپ و در نتیجه پیوستگی چپ ندارد.

گزینهٔ ۳ : $\begin{cases}\lim\limits_{x\to2^-} \overline{2}-\overline{x}=0\\ h(2)=0\end{cases} \Rightarrow$ $h(x)$ در $x=2$ پیوستگی چپ دارد.

گزینهٔ ۴ : $k(x)$ در $x=2$ تعریف نشده است، پس در این نقطه پیوستگی چپ ندارد.

بنابراین گزینهٔ ۳ پاسخ است.

۲۱۶ **۴** ۳ ۲ ۱ نکته: اگر k و $k+1$ دو عدد صحیح متوالی باشند و $k\le x<k+1$، آنگاه:

$$[x]=k$$

هریک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ ۱ : $\lim\limits_{x\to4^+}[x] \xlongequal{4<x<5} 4 \quad \checkmark$

گزینهٔ ۲ : $\lim\limits_{x\to4^-}[x] \xlongequal{3<x<4} 3 \quad \checkmark$

گزینهٔ ۳ : $\lim\limits_{x\to4^-}[-x] \xlongequal{-4<-x<-3} -4 \quad \checkmark$

گزینهٔ ۴ : $\lim\limits_{x\to4^+}[-x] \xlongequal{-5<-x<-4} -5 \quad \times$

بنابراین گزینهٔ ۴ پاسخ است.

۲۱۷ ۴ ۳ ۲ **۱** ابتدا باید بررسی نماییم عبارت مقابل تابع f به سمت چه عددی میل می‌نماید:

$$x \to ۴^+ : x > ۴ \xrightarrow{\times ۲} ۲x > ۸ \to ۲x - ۷ > ۱ \xrightarrow{\text{وارون}} \frac{}{۲x - ۷} < ۱$$

حال یک تغییر متغیر انجام می‌دهیم:

$$\frac{}{۲x - ۷} = t \to \begin{cases} \frac{۱}{۲x-۷} = t \to ۱^- \end{cases}$$

$$\lim_{x \to ۴^+} f(\frac{}{۲x - ۷}) = \lim_{t \to ۱^-} f(x) = ۱$$

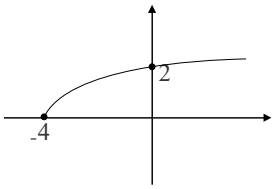
۲۱۸ ۴ **۳** ۲ ۱ با توجه به نمودار داریم:

$$\left.\begin{array}{l} f(۲) = ۳ \\ \lim_{x \to ۲^+} f(x) = ۲ \\ \lim_{x \to ۲^-} f(x) = ۰ \end{array}\right\} f(۲) + \lim_{x \to ۲^+} f(x) + \lim_{x \to ۲^-} f(x) = ۳ + ۲ + ۰ = ۵$$

۲۱۹ ۴ ۳ **۲** ۱ اگر از سمت راست به $x = ۱$ نزدیک شویم در این صورت $x - ۱ > ۰$ پس در نامساوی داده شده مخرج $۱ - x < ۰$ در نتیجه باشد $f(x) - ۲ > ۰$ باشد در نتیجه اگر $x \to ۱^+$ آنگاه $f(x) \to ۲^+$ هم‌چنین اگر از سمت چپ به $x = ۱$ نزدیک شویم در این صورت $x - ۱ < ۰$ پس $۱ - x > ۰$ در نتیجه در نامساوی $\frac{}{۱ - x} < ۰$ باید $f(x) - ۲ < ۰$ باشد، یعنی $x \to ۱^-$ آنگاه $f(x) \to ۲^-$. بنابراین گزینهٔ «۲» می‌تواند درست باشد.

۲۲۰ ۴ ۳ **۲** ۱ می‌توان برای یافتن تعداد گزاره‌های صحیح می‌توان نمودار تابع را رسم نمود.

با توجه به نمودار تابع در $x = -۴$ حد چپ و ندارد پس $\lim_{x \to -۴} f(x) = ۰$ صحیح نمی‌باشد. ولی سایر موارد صحیح است.



۲۲۱ ۴ ۳ ۲ **۱**

$$\lim_{x \to ۲^+} f(x) = \lim_{x \to ۲^+} (۳x^۲ - ۱) = ۳ \times ۲^۲ - ۱ = ۱۱$$

$$\lim_{x \to ۲^-} f(x) = \lim_{x \to ۲^-} (ax - b) = ۲a - b$$

$$\xrightarrow{f \text{ در } x=۲ \text{ حد دارد}} ۲a - b = ۱۱ \qquad (۱)$$

$$\lim_{x \to -۱} f(x) = ۴ \Rightarrow \lim_{x \to -۱} (ax - b) = ۴ \Rightarrow -a - b = ۴ \Rightarrow a + b = -۴ \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۲),(۱)} \begin{cases} ۲a - b = ۱۱ \\ a + b = -۴ \end{cases} \Rightarrow ۳a = ۷ \Rightarrow a = \frac{۷}{۳}$$

$$\xrightarrow{a+b=-۴} \frac{۷}{۳} + b = -۴ \Rightarrow b = \frac{-۱۹}{۳} \Rightarrow a - b \Rightarrow \frac{۷}{۳} - (-\frac{۱۹}{۳}) = \frac{۲۶}{۳}$$

۲۲۲ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\lim_{x\to ۱} f(x) = ۱ - ۳ + ۲ = ۰$$

$$\lim_{x\to ۱} g(x) = ۱ - ۱ = ۰$$

$$\Rightarrow \lim (f+g)(x) = \lim_{x\to ۱} f(x) + \lim_{x\to ۱} g(x) = ۰ + ۰ = ۰$$

$$\lim_{x\to ۱} (\ \ g)(x) = \lim_{x\to ۱} \frac{x^۴ - ۳x^۲ + ۲}{x - ۱} = \lim_{x\to ۱} \frac{(x^۲ - ۱)(x^۲ - ۲)}{x - ۱}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to ۱} \frac{\cancel{(x-۱)}\ (x+۱)(x^۲ - ۲)}{\cancel{x-۱}} = \lim_{x\to ۱} (x+۱)(x^۲ - ۲) = ۲ \times (-۱) = -۲$$

۲۲۳ ۱ ۲ **۳** ۴

$$\lim_{x\to ۰^-} f(x) = \lim_{x\to ۰^+} f(x)$$

$$\lim_{x\to ۰^-} f(x) = \lim_{x\to ۰^-} \frac{\quad}{x - ۱} = \frac{\quad}{۰ - ۱} = ۱$$

$$\lim_{x\to ۰^+} f(x) = \lim_{x\to ۰^+} bx + a - ۱ = a - ۱$$

$$\xrightarrow{f \text{ در } x=۰ \text{ حد دارد}} a - ۱ = ۱ \Rightarrow a = ۲$$

۲۲۴ ۱ ۲ **۳** ۴ وقتی $x \to ۰$ مخرج کسر صفر می‌شود ولی حاصل حد عدد ۳ شده است پس حد صورت کسر هم باید در این نقطه صفر شود تا حد صورت و مخرج عامل مشترک x داشته باشد تا حاصل حد پس از ساده کردن کسر برابر ۳ شود:

$$\lim x^۲ + ax + b = ۰ \Rightarrow ۰ + ۰ + b \Rightarrow b = ۰$$

پس حد به صورت زیر در می‌آید:

$$\lim_{x\to ۰} \frac{x^۲ + ax}{x} = ۳ \Rightarrow \lim_{x\to ۰} \frac{\quad}{x} = ۳$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to ۰} x + a = ۳ \Rightarrow a = ۳ \Rightarrow a + b = ۳ + ۰ = ۳$$

۲۲۵ ۱ ۲ ۳ **۴** می‌دانیم اگر $\lim_{x\to a} f(x) = I$ و $I > ۰$، آن‌گاه طبق قضایای حد $\lim_{x\to a} \sqrt{f(x)} = \sqrt{I}$. پس در مورد $\lim_{x\to t} \sqrt{f(x)}$ نمی‌توانیم با قطعیت نظر دهیم. ممکن است صفر باشد یا اینکه وجود نداشته باشد. برای مثال $f(x) = x$ را در نظر بگیرید. داریم: $\lim_{x\to ۰} x = ۰$، در حالی که $\lim_{x\to ۰} \sqrt{x}$ وجود ندارد.

۲۲۶ ۱ **۲** ۳ ۴

$$x > ۲ \Rightarrow ۱ + ۴x > ۹ \Rightarrow \frac{\quad}{۱ + ۴x} < \frac{۱}{۹} \Rightarrow \frac{\quad}{۱ + ۴x} < ۴ \Rightarrow \lim_{x\to ۲^+} \left[\frac{\quad}{۱ + ۴x}\right] = [۴^-] = ۳$$

۲۲۷ ۱ ۲ **۳** ۴ چون $f(x)$ در نقطهٔ $x = ۱$ حدی مخالف صفر دارد، باید حد چپ و راست مخالف صفر باشد و با هم برابر باشند.

$$\lim_{x\to ۱^+} f(x) = \lim_{x\to ۱^+} \frac{}{x^۲ - ۳x + a} = \frac{}{۱ - ۳ + a} = \frac{۰}{-۲ + a = ۰} \Rightarrow a = ۲$$

حد مخرج باید در $x = ۱$ صفر شود. چون اگر مخرج صفر نشود با توجه به اینکه حد صورت صفر است، حاصل حد راست صفر می‌شود که خلاف فرض مسئله است.

$$\left.\begin{array}{l} \lim_{x\to ۱^+} f(x) = \lim_{x\to ۱^+} \dfrac{}{x^۲ - ۳x + ۲} \\ = \lim_{x\to ۱^+} \dfrac{\cancel{x - ۱}}{\cancel{(x - ۱)}\,(x - ۲)} = \lim_{x\to ۱^+} \dfrac{۱}{x - ۲} = -۱ \\ \lim_{x\to ۱^-} f(x) = \lim_{x\to ۱^-} \dfrac{}{|x - ۱|} = \lim_{x\to ۱^-} \dfrac{\cancel{}}{-\cancel{(x - ۱)}} = -b \end{array}\right\} \Rightarrow -b = -۱ \Rightarrow b = ۱$$

۲۲۸ ۴ ۳ ۲ **۱**

نکته: $\lim_{x\to a} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x\to a} f(x) \pm \lim_{x\to a} g(x)$

نکته: $\lim_{x\to a} \dfrac{}{g(x)} = \dfrac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)} \qquad (\lim_{x\to a} g(x) \neq ۰)$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$\lim_{x\to ۲} \frac{}{g(x)} = \frac{\lim_{x\to ۲} (f(x) - ۱)}{\lim_{x\to ۲} g(x)} = \frac{}{-۱} = -۲$$

۲۲۹ **۴** ۳ ۲ ۱ نکته: تابع $f(x)$ در $x = a$ پیوسته است. هرگاه: $\lim_{x\to a^+} f(x) = \lim_{x\to a^-} f(x) = f(x)$

$$\begin{cases} \lim_{x\to ۲^+} f(x) = \lim_{x\to ۲^+} f(x + a) = ۲ + a \\ \lim_{x\to ۲^-} f(x) = \lim_{x\to ۲^-} ۳x = ۶ \\ f(۲) = ۶ \end{cases} \Rightarrow ۲ + a = ۶ \Rightarrow a = ۴$$

۲۳۰ ۴ **۳** ۲ ۱ نکته: تابع فقط در نقاط به طول صحیح حد ندارد.

با توجه به نکتهٔ بالا، برای این‌که تابع $f(x) = [x]$ در نقطهٔ $x = \sqrt{a}$ حد نداشته باشد باید $\sqrt{a}$ عددی صحیح باشد. با توجه به گزینه‌ها، گزینهٔ ۳ پاسخ است.

۲۳۱ ۴ ۳ **۲** ۱ نکته: تابع $f(x)$ در $x = a$ پیوسته است، هر گاه: $\lim_{x\to a^+} f(x) = \lim_{x\to a^-} f(x) = f(a)$

با استفاده از نکتهٔ بالا، هر یک از موارد داده‌شده را بررسی می‌کنیم:

الف) $f(x) = (x - ۳)^۲ \Rightarrow \lim_{x\to ۱} f(x) = \lim_{x\to ۱} f(x - ۳)^۲ = f(۱) = ۴$

پس $f(x)$ در $x = ۱$ پیوسته است.

ب) $g(x) = \dfrac{}{x - ۱} = \begin{cases} ۱ \\ -۱ \end{cases} \quad x < ۱$

$g(x)$ در $x = ۱$ تعریف‌شده است، پس در این نقطه ناپیوسته است.

پ) $h(x)=\begin{cases} x+۱ & \\ ۲ & \\ ۲-x & x<۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x\to ۱^+} h(x)=۱+۱=۲ \\ h(x)=۲-۱=۱ \\ h(۱)=۲ \end{cases}$

$h(x)$ در $x=۱$ ناپیوسته است.

بنابراین موارد «ب» و «پ» ناپیوسته‌اند. پس گزینهٔ ۲ پاسخ است.

۲۳۲ ۴ ۳ ۲ **۱** هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ ۱: تابع $f(x)=[x]$ فقط در $\mathbb{R}-\mathbb{Z}$ پیوسته است.

گزینهٔ ۲: تابع $f(x)=\sin x$ در $\mathbb{R}$ پیوسته است.

گزینهٔ ۳: تابع $f(x)=۲^x$ در $\mathbb{R}$ پیوسته است.

گزینهٔ ۴: تابع $f(x)=(x^۲+۱)(۱-۵x^۳)$ تابعی چندجمله‌ای و در $\mathbb{R}$ پیوسته است.

بنابراین گزینهٔ ۱ پاسخ است.

۲۳۳ ۴ ۳ ۲ **۱**

نکته: $|u|=\begin{cases} u & \\ -u & u<۰ \end{cases}$

نکته: تابع $f(x)$ در $x=a$ حد دارد. هرگاه: $\lim_{x\to a^+} f(x)=\lim_{x\to a^-} f(x)$

ابتدا با کمک بازه‌بندی، قدرمطلق را حذف می‌کنیم:

$$f(x)=\begin{cases} x+a \\ -(x+a) & x<۴ \end{cases}$$

اکنون باید حد چپ و حد راست در $x=۴$ با هم برابر باشند:

$$\begin{cases} \lim_{x\to ۴^+} f(x)=\lim_{x\to ۴^+}(x+a)=۴+a \\ \lim_{x\to ۴^-} f(x)=\lim_{x\to ۴^-}(-x-a)=-۴-a \end{cases}$$

۲۳۴ ۴ **۳** ۲ ۱

نکته: $\lim_{x\to a}(f(x)\pm g(x))=\lim_{x\to a} f(x)\pm\lim_{x\to a} g(x)$

نکته: اگر $f(x)=k$ یک تابع ثابت باشد، آن‌گاه: $\lim_{x\to a} f(x)=k$

نکته: ضابطهٔ هر تابع خطی به‌صورت $f(x)=ax+b$ است.

ضابطهٔ تابع خطی $f(x)$ به‌صورت $f(x)=ax+b$ در نظر می‌گیریم. طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} \lim_{x\to ۳} f(x)=۴ \Rightarrow \quad (ax+b)=۴\Rightarrow ۳a+b=۴ \\ \lim_{x\to -۳} f(x)=۴\Rightarrow \lim_{x\to -۳}(ax+b)=۴\Rightarrow -۳a+b=۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \\ b=۴ \end{cases}$$

بنابراین ضابطهٔ تابع f به‌صورت $f(x)=۴$ است. پس:

$$\lim_{x\to ۵}(۲f(x)+۱)=۲(۴)+۱=۹$$

۲۳۵ ۴ ۳ **۲** ۱ ابتدا می‌توان نوشت:

$$\lim_{x\to ۲^+}([x]+۳m)=۲+۳m \quad , \quad \lim_{x\to ۵^-}([x]+۳m)=۴+۳m$$

اکنون با جای‌گذاری این مقادیر داریم:

https://www.monta.ir/#print;a5=%25D8%25AD%25D8%25AF%25D9%2588+%25D9%25BE%25DB%258C%25D9%2588%25D8%25B3%25D... 85/90

$$(۴+۳m)+(۲+۳m)=۷ \Rightarrow ۶+۶m=۷ \Rightarrow m=\frac{۱}{۶}$$

بنابراین:

$$\lim_{x\to ۰^+}([x]+۳m) \overset{m=\frac{۱}{۶}}{=} ۰+۳(\frac{۱}{۶})=\frac{۱}{۲}$$

۲۳۶ ۴ ۳ ۲ ۱ نکته: برای محاسبهٔ $\lim_{x\to a}\frac{\quad}{g(x)}$ در صورتی که حد صورت و مخرج برابر صفر باشد ابتدا عامل صفرکننده را از صورت و مخرج حذف می کنیم. سپس حاصل حد را به دست می‌آوریم.

ابتدا مقادیر هر یک از حدها را به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x\to ۰}\frac{x}{۲x^۲-x}=\lim_{x\to ۰}\frac{\quad}{x(۲x-۱)}=\lim_{x\to ۰}\frac{\quad}{۲x-۱}=\frac{\quad}{۰-۱}=-۱$$

$$\lim_{x\to ۳^+}\frac{\quad}{[x]-۱}=\frac{\quad}{۳-۱}=\frac{۱}{۲}$$

بنابراین حاصل عبارت موردنظر برابر است با:

$$-۱+\frac{۱}{۲}=-\frac{۱}{۲}$$

۲۳۷ ۴ ۳ ۲ ۱ معادلهٔ تابع خطی f به‌صورت $f(x)=x+۲$ (با شرط $x\neq ۱$) است. با جای‌گذاری ضابطهٔ f در عبارت داده‌شده داریم:

$$\lim_{x\to -۲}\frac{\quad}{x^۲-۴}=\lim_{x\to -۲}\frac{\quad}{x^۲-۴}=\lim_{x\to -۲}\frac{\cancel{\quad}}{(x-۲)\cancel{(x+۲)}}$$

$$=\lim_{x\to -۲}\frac{\quad}{x-۲}=\frac{۳}{-۴}=-\frac{۳}{۴}$$

۲۳۸ ۴ ۳ ۲ ۱ نکته: برای محاسبهٔ $\lim_{x\to a}\frac{\quad}{g(x)}$، در صورتی که حد صورت و مخرج برابر صفر باشد ابتدا عامل صفرکننده را از صورت و مخرج حذف می‌کنیم. سپس حاصل حد را به‌دست می‌آوریم.

نکته: $a^۳-b^۳=(a-b)(a^۲+ab+b^۲)$

نکته: $a^۲-b^۲=(a-b)(a+b)$

با استفاده از نکات بالا، عبارت‌های صورت و مخرج را ساده‌تر می‌کنیم و بعد از حذف عامل صفرکننده از صورت و مخرج، حاصل حد را به‌دست می‌آوریم.

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{۲}}\frac{۱-\sin^۳x}{۱-\sin^۲x}=\lim_{x\to \frac{\pi}{۲}}\frac{\cancel{(۱-\sin x)}\,(۱+\sin x+\sin^۲x)}{\cancel{(۱-\sin x)}\,(۱+\sin x)}=\lim_{x\to \frac{\pi}{۲}}\frac{۱+\sin x+\quad x}{۱+\sin x}=\frac{۳}{۲}$$

۲۳۹ ۴ ۳ ۲ ۱ تابع برای $x>۴$ تعریف نشده است پس گزینهٔ یک نادرست است.

$\lim_{x\to ۱}f(x)=۰$ پس گزینهٔ دو نادرست است.

$\lim_{x\to ۳^+}f(x)=۲$ و $\lim_{x\to ۳^-}f(x)=۱$ پس $\lim_{x\to ۳}f(x)$ وجود ندارد بنابراین گزینهٔ سه نادرست است.

$\lim_{x\to ۰}f(x)=۱$ پس گزینهٔ چهار درست است.

۲۴۰ ۱ ۲ **۳** ۴ تابع f در $x=a$ هم حدراست و هم حد چپ دارد پس گزینهٔ ۱ نادرست است.

تابع f در $x=c$ فقط حد چپ دارد پس گزینهٔ ۲ نادرست است.

تابع f در $x=b$ دارای حد چپ و راست برابر است و حد دارد پس گزینهٔ ۳ درست است.

تابع f در $x=d$ فقط حد راست دارد پس گزینهٔ ۴ نادرست است.

۲۴۱ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\lim_{x\to ۲^+} f(x)=۱ \quad ، \quad \lim_{x\to ۴} f(x)=۴ \quad ، \quad \lim_{x\to (-۲)^+} f(x)=۰ \Rightarrow A=۱+۴+۰=۵$$

۲۴۲ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به شکل حد چپ و راست تابع f در ۳ $x=۳$ برابر نیستند، پس تابع f در ۳ $x=۳$ حد ندارد و .

$$\Rightarrow -f(a-۴)+\lim_{x\to (a-۲)} f(x)=-f(۳-۴)+\lim_{x\to (۳-۲)} f(x)=-f(-۱)+\lim_{x\to ۱} f(x)=-(-۱)+۰=۱$$

۲۴۳ ۱ ۲ **۳** ۴ حد تابع رادیکالی با فرجهٔ زوج هنگامی وجود دارد که عبارت زیر رادیکال مثبت باشد یعنی:

$$bx+a>۰ \to bx>-a \xrightarrow{b>۰} x>-\frac{a}{b} \Rightarrow \boxed{\quad}$$

۲۴۴ ۱ **۲** ۳ ۴

$$\lim_{x\to ۱} \frac{\sqrt{x+۳}(x^۲-۳x+۲)}{x^۲-۱}=\frac{\sqrt{۴}(۰)}{۰}=\frac{۰}{۰}= \text{مبهم}$$

$$\text{رفع ابهام} \to \lim_{x\to ۱} \frac{\sqrt{x+۳}\cancel{(x-۱)}\,(x-۲)}{\cancel{(x-۱)}\,(x+۱)}=\frac{\sqrt{۴}(-۱)}{۲}=\frac{-۲}{۲}=-۱$$

۲۴۵ ۱ ۲ **۳** ۴

$$\lim_{x\to ۳^-} [x]=[۳^-]=۲ \to \lim_{x\to ۳^-} \frac{۲x-۶}{|۲x^۲-۲x-۱۲|}=\frac{۰}{۰}$$

$$\to \lim_{x\to ۳^-} \frac{}{۲|x^۲-x-۶|}=\lim_{x\to ۳^-} \frac{}{|\underbrace{x-۳}_{-}||\underbrace{x+۲}_{+}|}=\lim_{x\to ۳^-} \frac{}{-(x-۳)(x+۲)}=-\frac{۱}{۵}$$

۲۴۶ ۱ ۲ ۳ ۴ **۱**

چون ۲ $x=۲$ مخرج کسر را صفر می‌کند پس صورت کسر هم به ازای ۲ $x=۲$ باید صفر شود تا حد به‌دست آید. یعنی داریم:

$$a(۲\quad +۴(۲)=۰ \to ۴a+۸=۰ \to a=-۲$$

$$\lim_{x\to ۲} \frac{-۲x^۲+۴x}{x^۲-۴} \quad \lim_{x\to ۲} \frac{}{(x-۲)(x+۲)}=\frac{-۴}{۴}=-۱ \to b=-۱$$

پس: $$\lim_{x\to (-۲)} \frac{x^۲+۵x-۳a}{x^۲+۴b}=\lim_{x\to (-۲)} \frac{x^۲+۵x+۶}{x^۲-۴}=\lim_{x\to (-۲)} \frac{}{(x-۲)(x+۲)}=\frac{۱}{-۴}=-۰/۲۵$$

۲۴۷ ۱ **۲** ۳ ۴ با توجه به شکل داریم: $\lim_{x\to ۳} \frac{x^۳+nx^۲+۶x}{x-۳}=L \Rightarrow \lim_{x\to ۳} =L$

چون مخرج کسر به ازای $x=۳$ صفر است برای آنکه حد، عدد حقیقی L باشد، باید صورت کسر هم به ازای $x=۳$ صفر شود پس داریم:

$$۳^۳+n(۳)^۲+۶(۳)=۰\to ۲۷+۹n+۱۸=۰\to ۹n=-۴۵\to \boxed{n=-۵}$$

$$\lim_{x\to ۳} f(x)=\lim_{x\to ۳}\frac{x^۳-۵+۶x}{x-۳}=\lim_{x\to ۳}\frac{\cancel{(x-۳)}}{\cancel{(x-۳)}}=۳\to \boxed{L=۳}$$

$$\to n+L=-۵+۳=-۲$$

۲۴۸ ۱ **۲** ۳ ۴

چون $-۱\le \cos x\le ۱$ است پس $۱+\cos x$ همواره مثبت است.

$$\lim_{x\to \pi^+}\frac{\overbrace{|۱+\cos x|}^{+}}{\sin^۲ x}=\lim_{x\to \pi^+}\frac{}{۱-\cos^۲ x}=\lim_{x\to \pi^+}\frac{}{(۱+\cos x)(۱-\cos x)}=\frac{}{۱-(-۱)}=\frac{۱}{۲}$$

۲۴۹ **۱** ۲ ۳ ۴

$$\lim_{x\to \pi^+}\frac{[x]\quad \overset{-}{۱}-\cos^۲\overset{-}{x}}{۲\sin x\cos x}=\lim_{x\to \pi^+}\frac{[۳/۱۴^+]\quad \overset{-}{۱}-\cos^۲\overset{-}{x}}{۲\sin x\cos x}=\lim_{x\to \pi^+}\frac{۳\quad \overset{-}{\sin}^۲\overset{-}{x}}{۲\sin x\cos x}$$

$$=\lim_{x\to \pi^+}\frac{}{۲\sin x\cos x}=\lim_{x\to \pi^+}\frac{۳(\quad)}{۲\cancel{\sin x}\ \cos x}=\frac{}{۲(-۱)}=\frac{۳}{۲}$$

$(x\to \pi^+\Rightarrow$ در ربع سوّم $x\Rightarrow \sin x<۰\Rightarrow |\sin x|=-\sin x)$

۲۵۰ ۱ **۲** ۳ ۴

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{۲}} f(x)=\lim_{x\to \frac{\pi}{۲}}\frac{۱-\sin x}{\cos^۲ x}=\lim_{x\to \frac{\pi}{۲}}\frac{}{۱-\sin^۲ x}=\lim_{x\to \frac{\pi}{۲}}\frac{}{\cancel{(۱-\sin x)}\ (۱+\sin x)}=\lim_{x\to \frac{\pi}{۲}}\frac{}{۱+\sin x}=\frac{۱}{۲}$$

$$\lim_{x\to (-۲)^+}\frac{|x^۲+x-۲|}{x^۲-۴}=\lim_{x\to (-۲)^+}\frac{}{(x-۲)(x+۲)}$$

$$=\lim_{x\to (-۲)^+}\frac{}{(x-۲)\cancel{(x+۲)}}=\frac{}{-۴}=-\frac{۳}{۴}$$

$$\Rightarrow A=\frac{۱}{۲}+(-\frac{۳}{۴})=\frac{۲-۳}{۴}=-\frac{۱}{۴}$$

پاسخ‌نامه کلیدی

۱	۱
۲	۳
۳	۴
۴	۲
۵	۲
۶	۲
۷	۲
۸	۴
۹	۴
۱۰	۴
۱۱	۳
۱۲	۲
۱۳	۴
۱۴	۴
۱۵	۴
۱۶	۴
۱۷	۱
۱۸	۱
۱۹	۴
۲۰	۴
۲۱	۲
۲۲	۴
۲۳	۲
۲۴	۱
۲۵	۴
۲۶	۲
۲۷	۳
۲۸	۲
۲۹	۳
۳۰	۲
۳۱	۲
۳۲	۳
۳۳	۱
۳۴	۲
۳۵	۴
۳۶	۱
۳۷	۴
۳۸	۴
۳۹	۳
۴۰	۳
۴۱	۲
۴۲	۴
۴۳	۱
۴۴	۱
۴۵	۲
۴۶	۴
۴۷	۲
۴۸	۲
۴۹	۳
۵۰	۳
۵۱	۲
۵۲	۴
۵۳	۱
۵۴	۳
۵۵	۱
۵۶	۴
۵۷	۲
۵۸	۲
۵۹	۴
۶۰	۱
۶۱	۲
۶۲	۴
۶۳	۴
۶۴	۳
۶۵	۱
۶۶	۲
۶۷	۳
۶۸	۲
۶۹	۲
۷۰	۳
۷۱	۲
۷۲	۴
۷۳	۱
۷۴	۴
۷۵	۱
۷۶	۱
۷۷	۳
۷۸	۴
۷۹	۲
۸۰	۲
۸۱	۴
۸۲	۴
۸۳	۲
۸۴	۲
۸۵	۳
۸۶	۳
۸۷	۱
۸۸	۴
۸۹	۳
۹۰	۱
۹۱	۳
۹۲	۴
۹۳	۱
۹۴	۱
۹۵	۲
۹۶	۲
۹۷	۲
۹۸	۳
۹۹	۴
۱۰۰	۲
۱۰۱	۴
۱۰۲	۴
۱۰۳	۲
۱۰۴	۳
۱۰۵	۱
۱۰۶	۲
۱۰۷	۳
۱۰۸	۴
۱۰۹	۲
۱۱۰	۲
۱۱۱	۲
۱۱۲	۲
۱۱۳	۲
۱۱۴	۱
۱۱۵	۱
۱۱۶	۳
۱۱۷	۱
۱۱۸	۱
۱۱۹	۲
۱۲۰	۲
۱۲۱	۲
۱۲۲	۳
۱۲۳	۳
۱۲۴	۲
۱۲۵	۲
۱۲۶	۴
۱۲۷	۳
۱۲۸	۳
۱۲۹	۳
۱۳۰	۳
۱۳۱	۲
۱۳۲	۳
۱۳۳	۲
۱۳۴	۲
۱۳۵	۲
۱۳۶	۴
۱۳۷	۱
۱۳۸	۱
۱۳۹	۲
۱۴۰	۱

۱۴۱	۴	۱۶۹	۳	۱۹۷	۴	۲۲۵	۴
۱۴۲	۲	۱۷۰	۲	۱۹۸	۳	۲۲۶	۲
۱۴۳	۲	۱۷۱	۴	۱۹۹	۳	۲۲۷	۳
۱۴۴	۴	۱۷۲	۱	۲۰۰	۱	۲۲۸	۱
۱۴۵	۴	۱۷۳	۲	۲۰۱	۲	۲۲۹	۴
۱۴۶	۲	۱۷۴	۳	۲۰۲	۲	۲۳۰	۳
۱۴۷	۲	۱۷۵	۱	۲۰۳	۴	۲۳۱	۲
۱۴۸	۳	۱۷۶	۴	۲۰۴	۱	۲۳۲	۱
۱۴۹	۱	۱۷۷	۲	۲۰۵	۳	۲۳۳	۱
۱۵۰	۲	۱۷۸	۱	۲۰۶	۲	۲۳۴	۳
۱۵۱	۳	۱۷۹	۴	۲۰۷	۱	۲۳۵	۲
۱۵۲	۴	۱۸۰	۴	۲۰۸	۲	۲۳۶	۱
۱۵۳	۴	۱۸۱	۱	۲۰۹	۲	۲۳۷	۳
۱۵۴	۲	۱۸۲	۴	۲۱۰	۴	۲۳۸	۲
۱۵۵	۱	۱۸۳	۴	۲۱۱	۲	۲۳۹	۴
۱۵۶	۲	۱۸۴	۱	۲۱۲	۱	۲۴۰	۳
۱۵۷	۲	۱۸۵	۱	۲۱۳	۴	۲۴۱	۴
۱۵۸	۴	۱۸۶	۲	۲۱۴	۲	۲۴۲	۱
۱۵۹	۲	۱۸۷	۴	۲۱۵	۳	۲۴۳	۳
۱۶۰	۱	۱۸۸	۱	۲۱۶	۴	۲۴۴	۲
۱۶۱	۲	۱۸۹	۲	۲۱۷	۱	۲۴۵	۳
۱۶۲	۴	۱۹۰	۴	۲۱۸	۳	۲۴۶	۱
۱۶۳	۳	۱۹۱	۳	۲۱۹	۲	۲۴۷	۲
۱۶۴	۲	۱۹۲	۱	۲۲۰	۲	۲۴۸	۲
۱۶۵	۴	۱۹۳	۳	۲۲۱	۱	۲۴۹	۱
۱۶۶	۲	۱۹۴	۲	۲۲۲	۴	۲۵۰	۲
۱۶۷	۱	۱۹۵	۲	۲۲۳	۳		
۱۶۸	۱	۱۹۶	۴	۲۲۴	۳		