# MrKonkori

۱) در ذوزنقه‌ای به طول قاعده‌های ۶ و ۹ و ارتفاع ۲ واحد، امتداد دو ساق در نقطه‌ی $M$ متقاطع‌اند. فاصله‌ی $M$ از قاعده‌ی بزرگ‌تر، چه قدر است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

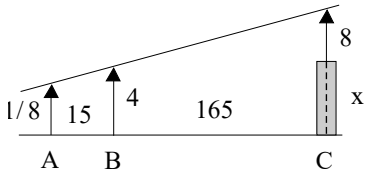
۲) در مثلث قائم الزاویه به طول اضلاع قائم ۶ و ۸ واحد فاصله نقطه‌ی تلاقی میانه‌ها از بزرگترین ضلع این مثلث کدام است؟

۱) ۱٫۵ ۲) ۱٫۶ ۳) ۱٫۸ ۴) ۲

۳) در ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین به قاعده‌ی ۱۲ و ۴ طول ارتفاع وارد بر قاعده ۴ است، اوساط اضلاع را بهم وصل می‌کنیم. محیط چهارضلعی حاصل چقدر است؟

۱) $۴\sqrt{۵}$ ۲) $۸\sqrt{۵}$ ۳) $۴\sqrt{۱۰}$ ۴) $۸\sqrt{۱۰}$

۴) در شکل مقابل دکلی به طول ۸ متر بر بالای برجی نصب شده است. دید چشمی ناظر به ارتفاع ۱٫۸ متر، از ارتفاع دکل و تیرک ۴ متری در یک راستا است. بلندی برج چند متراست؟

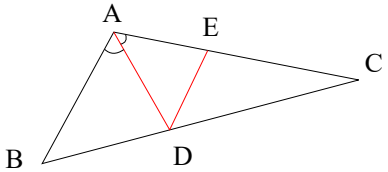



۱) ۱۹٫۸ ۲) ۲۰٫۲ ۳) ۲۰٫۸ ۴) ۲۱٫۲

۵) در مثلث قائم الزاویه $ABC$ $(\hat{A} = \frac{\pi}{۲})$ اگر $AC = ۲AB$، ارتفاع $AH$ رسم شده است. مساحت مثلث $ABC$ چند برابر مساحت مثلث $ABH$ است؟

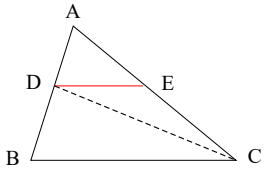
۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۶) در شکل مقابل $۵AB = ۳AC = ۶۰$ و $AD$ نیمساز زاویه‌ی $A$ است. $DE||AB$ ، اندازه‌ی $EC$ کدام است؟



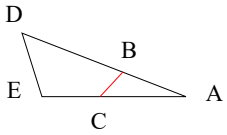

۱) ۱۲ ۲) ۱۲٫۵ ۳) ۱۳٫۵ ۴) ۱۵

۷) در شکل مقابل $\frac{AD}{AB} = \frac{۳}{۷}$، $DE \parallel BC$، مساحت مثلث $ADE$ چند درصد مثلث $DEC$ است؟



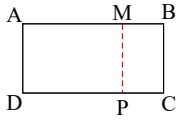

۱) ۷۰ ۲) ۸۴ ۳) ۷۸ ۴) ۷۵

۸) در شکل اگر $AB = ۲$ و $BD = ۵$ و $AC = EC = x$ و دو مثلث $ABC$ و $ADE$ متشابه باشند، آنگاه:



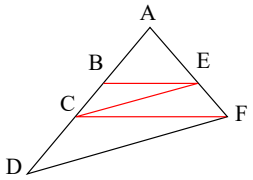

۱) $x = \sqrt{۷}$
۲) $x = ۲\sqrt{۷}$
۳) $x = \sqrt{۱۴}$
۴) $x = ۴\sqrt{۷}$

۹) چند نقطه مانند $M$ روی ضلع $AB$ از مستطیل $ABCD$ وجود دارد که اگر از آن نقطه به $CD$ عمود شود و نقطه‌ی $P$ به دست آید، اگر $AB = ۱۰$ و $BC = ۴$ ، آنگاه دو مستطیل $ABCD$ و $MBCP$ متشابه باشند؟



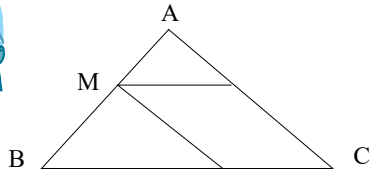

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) بی شمار

۱۰) در شکل مقابل $BE||CF$ و $CE||DF$است. اگر $AB = ۵$ و $BC = ۳$ ، آنگاه اندازه‌ی $CD$ کدام است؟



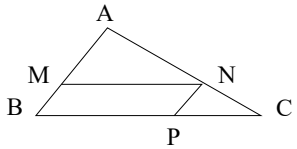

۱) ۴٫۵
۲) ۴٫۸
۳) ۵٫۴
۴) ۵٫۶

۱۱) در شکل مقابل، $AM = \frac{۲}{۳}MB$ و چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است. مساحت متوازی‌الاضلاع چند درصد مساحت مثلث $ABC$ است؟



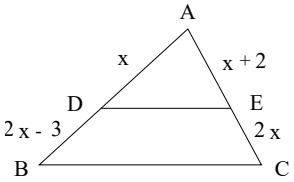

۱) ۴۸
۲) ۵۰
۳) ۵۴
۴) ۶۰

۱۲) در شکل مقابل $\frac{MA}{MB} = \frac{۳}{۲}$ است. مساحت متوازی‌الاضلاع $MNPB$ چند درصد مساحت مثلث $ABC$ است؟



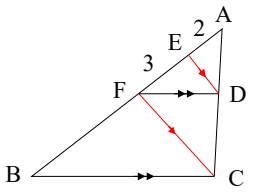

۱) ۴۸
۲) ۵۲
۳) ۵۴
۴) ۵۶

۱۳) در شکل مقابل $DE \parallel BC$ است، طول $AB$ برابر کدام است؟




۱) ۱۵
۲) ۶
۳) ۱۲
۴) ۲۱

۱۴) در شکل مقابل $FC \parallel ED$ و $FD \parallel BC$ است. طول $FB$ کدام است؟




۱) ۴٫۵
۲) ۴
۳) ۷٫۵
۴) ۶

۱۵) اگر $\frac{a}{۲} = \frac{b}{۳} = \frac{c}{۴}$ عدد $a$ چه کسری از $a+b+c$ است؟

۱) $\frac{۲}{۷}$
۲) $\frac{۲}{۹}$
۳) $\frac{۷}{۹}$
۴) $\frac{۱}{۶}$

۱۶) نقاط $M$ و $N$ و $P$ وسط‌های اضلاع مثلث $ABC$ هستند. اگر محیط مثلث $MNP$ برابر ۶ باشد، محیط مثلث $ABC$ کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۹ ۳) ۷٫۵ ۴) ۱۸

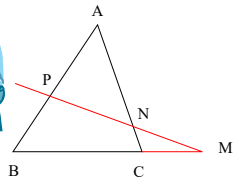
۱۷) دو مثلث متشابه‌اند. اگر طول یک میانه مثلث بزرگ‌تر، $a$ و طول میانه نظیر آن در مثلث کوچک‌تر، $b$ باشد، نسبت میانه‌های مثلث کوچک‌تر به میانه‌های نظیر مثلث بزرگ‌تر چیست؟

۱) $\frac{a}{b}$ ۲) $\frac{b}{a}$ ۳) $\frac{b}{a+b}$ ۴) $\frac{a}{a+b}$

۱۸) در مثلث قائم الزاویه $ABC$ $(A=۹۰)$ زاویه‌ی $\angle B$ برابر $۳۰^\circ$ است. چنانچه $H$ پای ارتفاع $AH$ باشد، نسبت مساحت دو مثلث $ABH$ و $AHC$ کدام است؟

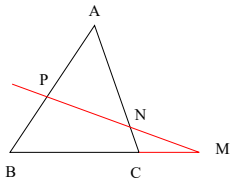
۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{۵}{۲}$ ۴) ۳

۱۹) از نقطه‌ی $M$ واقع بر امتداد ضلع $BC$، خطی رسم می‌کنیم تا اضلاع $AC$ و $AB$ را به ترتیب در $N$ و $P$ قطع کند. مقدار $\frac{BM}{CM}\times\frac{CN}{AN}$ برابر کدام است؟




۱) $\frac{BP}{AP}$ ۲) $\frac{AP}{BP}$ ۳) $\frac{AP}{AB}$ ۴) $\frac{BP}{AB}$

۲۰) از نقطه‌ی $M$ واقع بر امتداد ضلع $BC$، خطی رسم می‌کنیم تا اضلاع $AC$ و $AB$ را در $N$ و $P$ قطع کند. مقدار $\frac{BM}{CM}\times\frac{CN}{AN}\times\frac{AP}{BP}$ برابر کدام است؟

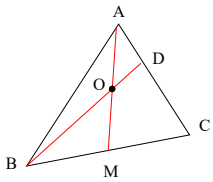



۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $S$ (مساحت مثلث) ۴) $\frac{۱}{۲}$

۲۱) اگر نسبت مساحت دو شکل متشابه سه برابر نسبت محیط آن‌ها باشد، نسبت تشابه آن دو شکل کدام است؟

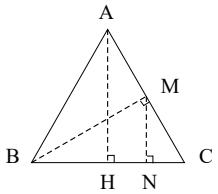
۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۲۲) در مثلث $ABC$، خط $AM$ میانه‌ی $BC$ و نقطه‌ی $O$ وسط آن است. اگر خط $OB$ ضلع $AC$ را در $D$ قطع کند و $OB=۱۲$ باشد، $OD$ برابر کدام است؟



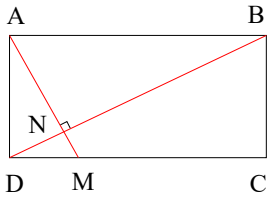

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۲۳) اگر مثلث $ABC$ شکل مقابل متساوی الساقین باشد و $AB = AC$ و $AH = ۳$ ، $BM \perp AC$ و $MN = ۲$ ، آن‌گاه اندازه‌ی $NC$ کدام است؟




۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $۲\sqrt{۲}$ ۳) $۳\sqrt{۳}$ ۴) $\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}$

۲۴) در مستطیل $ABCD$ چنانچه $AB = ۲BC$ و $AM \perp BD$ ، آن‌گاه نسبت $\frac{}{DM}$ کدام است؟




۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۵) طول ضلع‌های مثلثی ۳ و ۴ و ۵ است، طول ضلع‌های مثلثی که متشابه با این مثلث است و عدد محیط و مساحت آن یکی است، کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ و $\frac{۴}{۲}$ و $\frac{۵}{۲}$ ۲) ۳ و ۴ و ۵ ۳) ۶ و ۸ و ۱۰ ۴) $\frac{۳}{۴}$ و ۱ و $\frac{۵}{۴}$

۲۶) مساحت ذوزنقه‌ای ۱۲ واحد مربع است. اگر ارتفاع آن ۳ واحد باشد، طول خطی که اوساط دو ساق را به هم وصل می‌کند، کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۳٫۵ ۳) ۴ ۴) ۴٫۵

۲۷) در مثلث $ABC$ به اضلاع $AB = ۶$ و $AC = ۴$ و $BC = ۴$ نقاط $D$ و $E$ و $F$ را به ترتیب بر $AB$ و $BC$ و $AC$ انتخاب کرده‌ایم. اگر چهارضلعی $ADEF$ لوزی باشد، طول $AD$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) $\frac{۵}{۲}$ ۳) ۳ ۴) $\frac{۱۲}{۵}$

۲۸) نسبت مساحت‌های دو پنج ضلعی منتظم برابر با $\frac{۴}{۹}$ است. اگر اندازه‌ی ضلع یکی از آن‌ها ۶ باشد، اندازه‌ی ضلع دیگر برابر کدام است؟

۱) ۴ یا ۸ ۲) ۴ یا ۹ ۳) ۹ یا ۸ ۴) ۵ یا ۱۲

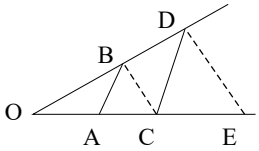
۲۹) واسطه‌ی هندسی اعداد $\sqrt{۳}$ و $\frac{\sqrt{۳}}{۴}$ کدام عدد است؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۴}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۳۰) اگر نسبت تشابه دو لوزی متشابه $ABCD$ و $A'B'C'D'$ برابر $\frac{۲}{۳}$ باشد و اقطار لوزی $ABCD$، مقدار ۶ و ۸ سانتی‌متر باشند، مساحت لوزی $A'B'C'D'$ چند سانتی‌متر مربع است؟

۱) ۹۰ ۲) ۹۶ ۳) ۵۴ ۴) ۱۰۲

۳۱) در شکل زیر $AB \parallel CD$ و $BC \parallel DE$ و $OA = ۴$ و $AC = ۶$ است. اندازه‌ی $CE$ کدام است؟




۱) ۱۲ ۲) ۱۵ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

۳۲) در دو مثلث متشابه $ABC$ و $A'B'C'$ : $\frac{}{A'B'} = \frac{}{A'C'} = ۲$ ، اگر $AM$ و $A'M'$ به ترتیب میانه‌های رأس $A$ و $A'$ باشند، نسبت $\frac{}{S_{A'B'M'}}$ چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

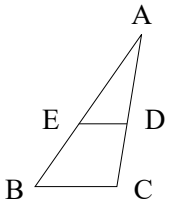
۳۳) مثلثی به اضلاع ۳ و ۵ و ۷ با مثلثی به اضلاع ۵ و $x$ و $y$ متشابه است. اگر $x, y > ۵$ باشند، $x + y$ کدام است؟

۱) $\frac{۵۸}{۳}$ ۲) ۲۰ ۳) $\frac{۶۱}{۳}$ ۴) ۲۱

۳۴) در ذوزنقه‌ی $ABCD$ اگر $AB = ۳$ و $CD = ۶$ و $M$ و $N$ روی دو ساق $AD$ و $BC$ باشند طوری که $\frac{}{BC} = \frac{۱}{۳} = AD$ ، آن‌گاه:

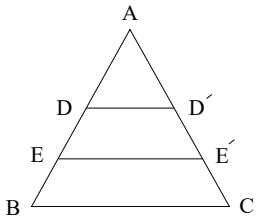
۱) $MN = \frac{۱۳}{۴}$ ۲) $MN = \frac{۹}{۲}$ ۳) $MN = ۴$ ۴) $MN = ۵$

۳۵) در شکل مقابل $\angle B = \angle E$ و $AE = ۸$ و $ED = ۶$ و $BC = ۹$ است. طول $BE$ کدام است؟




۱) ۴ ۲) ۴٫۲ ۳) ۴٫۴ ۴) ۴٫۶

۳۶) در شکل روبرو $BC = ۸$ و $AD = DE = EB$ و $DD' \parallel EE' \parallel BC$ است. مقدار $DD' + EE'$ کدام است؟




۱) ۶ ۲) ۹ ۳) ۸ ۴) ۱۲

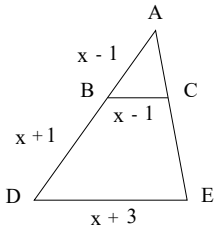
۳۷) در مثلث $ABC$ داریم: $M \in AB$ و $N \in AC$ و $MN \parallel BC$. اگر $MN$ مساحت مثلث را به دو قسمت مساوی تقسیم کرده باشد، آن‌گاه $\overline{BC}$ با کدام برابر است؟

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\sqrt{۲}$

۳۸) میانگین هندسی دو عدد ۱۴ است. حاصل ضرب آن دو عدد کدام است؟

۱) ۱۶۹ ۲) ۱۷۶ ۳) ۱۸۲ ۴) ۱۹۶

۳۹) در شکل مقابل $BC \parallel DE$ است. مقدار $x$ کدام است؟

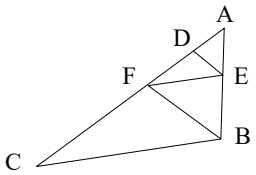



۱) ۲ ۲) ۲٫۵ ۳) ۳ ۴) ۳٫۵

۴۰) اندازه‌ی محیط‌های دو مثلث متشابه به ترتیب ۱۵ و ۸ واحد است. اگر مساحت مثلث بزرگ‌تر ۲۵ واحد مربع باشد، مساحت مثلث کوچک‌تر کدام است؟

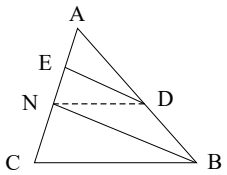
۱) $۷\frac{۱}{۹}$ ۲) $۶\frac{۱}{۹}$ ۳) $۷\frac{۲}{۹}$ ۴) $۶\frac{۲}{۹}$

۴۱) در شکل مقابل $DE \parallel BF$ و $EF \parallel BC$ و $AD = ۲$ و $FD = ۴$ می‌باشد. طول $FC$ چقدر است؟




۱) ۱۲ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۹

۴۲) در شکل مقابل $DE \parallel BN$ و $DN \parallel BC$ و $AE = ۴$ و $EN = ۶$، اندازه‌ی $AC$ کدام است؟




۱) ۱۸ ۲) ۲۰ ۳) ۲۴ ۴) ۲۵

۴۳) اگر $۳a = ۷b$ باشد، آن‌گاه کدام رابطه درست است؟ $(a, b \neq ۰)$

۱) $\frac{\quad}{a-b} = \frac{\quad}{۷}$ ۲) $\frac{\quad}{b} = \frac{۳}{۱۰}$ ۳) $\frac{\quad}{b-a} = \frac{\quad}{۷}$ ۴) $\frac{\quad}{b} = ۶$

۴۴) زوایای خارجی مثلثی با اعداد ۳، ۷ و ۸ متناسب‌اند. اندازه‌ی کوچکترین زاویه‌ی داخلی این مثلث کدام است؟

۱) $۲۰^\circ$ ۲) $۱۲۰^\circ$ ۳) $۳۶^\circ$ ۴) $۷۲^\circ$

۴۵) اگر $a_۱ = \frac{a_۲}{۲} = \frac{a_۳}{۳} = \cdots = \frac{\quad}{n}$، آن‌گاه حاصل $a_۱ + a_۲ + \cdots + a_n$ چند برابر $a_۱$ است؟

۱) $n$ ۲) $n(n+۱)$ ۳) $\frac{n(n+۱)}{۲}$ ۴) $۲n(n+۱)$

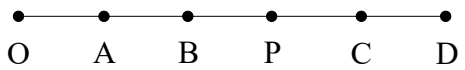
۴۶) اگر $\frac{}{d} = \frac{}{b} = k$ و $k > ۰$ ، آنگاه حاصل $\sqrt{\frac{۲a^۲ + ۳c^۲}{۲b^۲ + ۳d^۲}}$ کدام است؟

۱) $k$ ۲) $-k$ ۳) $\frac{۱}{k}$ ۴) $-\frac{۱}{k}$

۴۷) روی پاره خط $AB = a$ دو نقطه‌ی $M$ و $N$ را به قسمتی اختیار می‌کنیم که $\frac{}{MB} = \frac{}{AN} = ۲$ . در این صورت طول پاره خط $MN$ چقدر است؟

۱) $\frac{a}{۴}$ ۲) $\frac{a}{۲}$ ۳) $\frac{a}{۳}$ ۴) $\frac{۲a}{۳}$

۴۸) در شکل زیر $OA = ۲$ و $OB = ۴$ و $OC = ۵$ و $OD = ۷$ می باشد، نقطه ی $P$ بین $B$ و $C$ طوری قرار دارد که $\frac{}{PC} = \frac{}{PD}$ ، در این صورت $OP$ کدام است؟




۱) ۴٫۶ ۲) ۵٫۳ ۳) ۵٫۵ ۴) ۴٫۵

۴۹) اندازه‌ی اضلاع مثلثی ۶ ، ۸ و ۱۰ می‌باشد. اگر این مثلث با مثلثی به محیط ۷۲ متشابه باشد، آن‌گاه مساحت مثلث دوم کدام است؟

۱) ۲۴ ۲) ۴۸ ۳) ۱۰۸ ۴) ۲۱۶

۵۰) مثلثی به اضلاع $۲x$ ، $۲x - ۲$ ، $x + ۲$ و مساحت $۴\sqrt{۳}$ با مثلثی به مساحت $۱۶\sqrt{۳}$ و محیط ۲۴ متشابه است. $x$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $\sqrt{۳}$ ۳) ۲ ۴) ۳

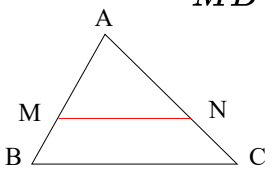
۵۱) در مثلث $ABC$ به چه فاصله‌ای از رأس $A$ خط موازی با $BC$ رسم کنیم تا مساحت مثلث نصف شود؟( $h$ ارتفاع وارد بر $BC$ است.)

۱) $\frac{۱}{۲}h$ ۲) $\frac{۲}{۳}h$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}h$ ۴) $\frac{۱}{۳}h$

۵۲) اگر از نقطه‌ی تلاقی میانه‌های یک مثلث خطی به موازات یک ضلع مثلث رسم کنیم، آنگاه مثلث به دو قسمت تقسیم می‌شود. نسبت مساحت‌های این دو قسمت کدام است؟

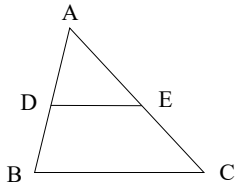
۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۹}{۴}$ ۳) $\frac{۴}{۵}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

۵۳) در شکل مقابل مساحت مثلث $AMN$ با مساحت ذوزنقه‌ی $MNCB$ برابر است. نسبت $\frac{MB}{\ }$ کدام است؟



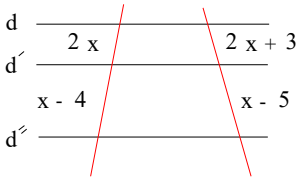

۱) $\sqrt{۲}$
۲) $\frac{\sqrt{۲}+۱}{۲}$
۳) ۲
۴) $\sqrt{۲}+۱$

۵۴) در شکل زیر نقاط $D$ و $E$ روی اضلاع $AB$ و $AC$ طوری قرار دارند که: $\frac{AB}{AC}=\frac{۱}{۳}$. اگر طول $BC$ برابر با ۱۵ باشد، طول $DE$ کدام است؟



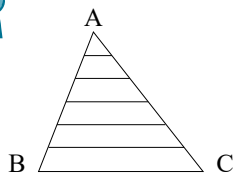

۱) ۵
۲) ۸
۳) ۱۰
۴) ۱۲

۵۵) در شکل زیر سه خط $d$، $d'$ و $d''$ موازی‌اند. مقدار $x$ چقدر است؟




۱) ۲٫۳
۲) ۲٫۴
۳) ۲٫۵
۴) ۲٫۶

۵۶) در شکل زیر $BC=۱۸$ و اضلاع $AB$ و $AC$ توسط ۵ خط موازی با قاعده به ۶ قسمت برابر تقسیم شده‌اند. مجموع طول این ۵ پاره خط کدام است؟

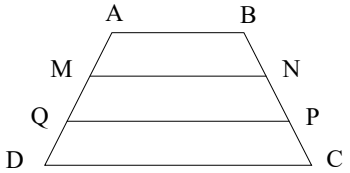



۱) ۲۷
۲) ۳۶
۳) ۴۵
۴) ۶۳

۵۷) از نقطه‌ی $M$ وسط ضلع $BC$ از مثلث $ABC$ خطی موازی با $AB$ رسم می‌کنیم تا نیمساز داخلی $\hat{\ }$ را در نقطه‌ی $N$ قطع کند. اگر $AC=۱۲$ و $AB=۶$، اندازه‌ی $MN$ کدام است؟

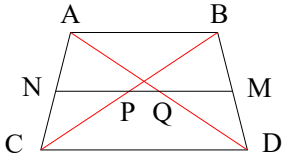
۱) ۹
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۶

۵۸) در شکل زیر $MN$ و $PQ$ اضلاع $AD$ و $BC$ را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده‌اند. مساحت ذوزنقه‌ی $MNPQ$ چه کسری از مساحت ذوزنقه‌ی $ABCD$ است؟



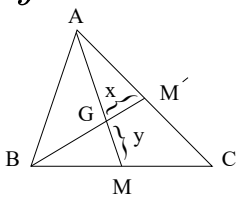

۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) $\frac{۱}{۴}$
۳) $\frac{۲}{۵}$
۴) $\frac{۴}{۵}$

۵۹) در ذوزنقه‌ی شکل زیر $BM=MD$ و $AN=NC$. اگر $CD=۳AB$ باشد، آنگاه:




۱) $PQ=\frac{۲CD}{۳}$
۲) $PQ=\frac{CD}{۶}$
۳) $PQ=\frac{۴CD}{۹}$
۴) $PQ=\frac{CD}{۳}$

۶۰) در شکل زیر، $AM$ و $BM'$ میانه‌های اضلاع $BC$ و $AC$ هستند. اگر $AM = ۴$ و $BM' = ۶$، حاصل $y$ چقدر است؟




۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۶۱) در مثلث $ABC$ طول ارتفاع $AH$ برابر با ۹ واحد می‌باشد. فاصله‌ی مرکز ثقل از ضلع $BC$ چقدر است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۴٫۵

۶۲) اوساط اضلاع یک چهار ضلعی محدب را به هم وصل کرده‌ایم. چهارضلعی حاصل الزاماً کدام گزینه است؟

۱) لوزی ۲) مستطیل ۳) ذوزنقه ۴) متوازی الاضلاع

۶۳) اوساط اضلاع یک چهارضلعی را به هم وصل می‌کنیم و شکل حاصل مربع می‌گردد. نوع چهار ضلعی کدام می تواند باشد؟

۱) لوزی ۲) مستطیل ۳) مربع ۴) متوازی الاضلاع

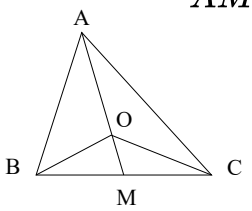
۶۴) اوساط اضلاع یک چهارضلعی را به هم وصل کرده‌ایم. اگر مجموع طول دو قطر این چهارضلعی ۲۱ باشد، محیط چهارضلعی ایجاد شده چقدر است؟

۱) ۴۲ ۲) ۲۱ ۳) ۱۵ ۴) ۱۰٫۵

۶۵) اوساط اضلاع یک چهارضلعی محدب را به هم وصل کرده‌ایم. مساحت چهارضلعی ایجاد شده چه کسری از مساحت چهارضلعی اولیه است؟

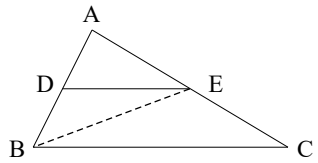
۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۶۶) در شکل مقابل، مساحت مثلث‌های $ABC$ و $OBC$ را به ترتیب $S$ و $S'$ می‌نامیم. نسبت $AM$ کدام است؟




۱) $\sqrt{\frac{}{S}}$ ۲) $(\frac{}{S})^۲$ ۳) $S$ ۴) $S$

۶۷) در مثلث $ABC$ ، پاره خط $DE$ موازی ضلع $BC$ و $AD = \frac{۴}{۵}BD$ است. مساحت مثلث $EBC$ چند برابر مساحت مثلث $EBD$ است؟

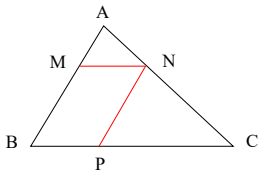



۱) ۲ ۲) ۲٫۲۵ ۳) ۲٫۵ ۴) ۲٫۷۵

۶۸) در یک مثلث قائم الزاویه، اضلاع قائم به نسبت ۲ به ۳ هستند. اگر از پای ارتفاع وارد بر وتر به وسط اضلاع قائم، دو پاره خط $HM$ و $HN$ را رسم کنیم، نسبت آن‌ها چقدر است؟

۱) $\frac{۴}{۹}$ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

۶۹) در شکل رو به رو $BC = \frac{۲}{۷}$ است. مساحت متوازی الاضلاع چه کسری از شکل است؟




۱) تقریبا ۵۸ درصد ۲) تقریبا ۴۰ درصد

۳) تقریبا ۶۸ درصد ۴) تقریبا ۴۶ درصد

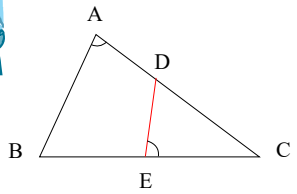
۷۰) مثلثی به اضلاع ۳، ۴ و ۶ با مثلث دیگر به اضلاع $y$، $x$ و ۱ متشابه است. $x+y$ کدام نمی‌تواند باشد؟

۱) $\frac{۷}{۶}$ ۲) $\frac{۹}{۴}$ ۳) $\frac{۸}{۵}$ ۴) $\frac{۱۰}{۳}$

۷۱) مثلثی به اضلاع ۳، ۴ و ۶ با مثلث دیگری به اضلاع ۲، $x$ و $y$ متشابه است. حداقل مقدار $x+y$ کدام است؟

۱) $\frac{۲۰}{۳}$ ۲) $\frac{۷}{۳}$ ۳) ۸ ۴) $\frac{۲۶}{۳}$

۷۲) در شکل مقابل، $\hat{\ } = \hat{\ }$، کدام گزینه با $BA$ برابر است؟



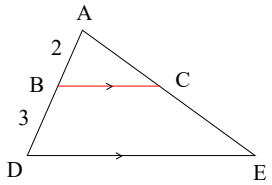

۱) $\overline{CD}$ ۲) $\overline{AC}$

۳) $\overline{AD}$ ۴) $\overline{EC}$

۷۳) در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت‌ها $\frac{۱۶}{۲۵}$ است. اگر یکی از ارتفاع‌های مثلث کوچک‌تر ۲ باشد، طول ارتفاع متناظر آن در مثلث بزرگ‌تر کدام است؟

۱) ۴٫۵ ۲) ۳ ۳) ۲٫۲۵ ۴) ۲٫۵

۷۴) در شکل مقابل، مساحت ذوزنقه چه کسری از مساحت مثلث بزرگ‌تر است؟



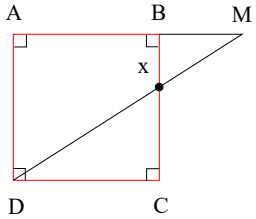

۱) $\frac{۲۱}{۲۵}$ ۲) $\frac{۹}{۲۵}$

۳) $\frac{۴}{۲۵}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

۷۵) در مثلث قائم الزاویه‌ی $ABC$، اضلاع قائم $AB = ۲$ و $AC = \sqrt{۵}$ است. از وسط ضلع متوسط (نقطه‌ی $M$)، عمود $MH$ را بر وتر وارد می‌کنیم. اندازه‌ی $CH$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۶}$ ۲) $\frac{۷}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۶}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

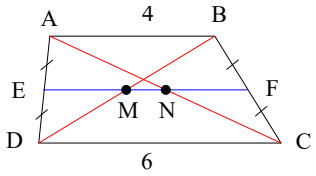
**۷۶** در مربعی به ضلع ۲ واحد، یکی از اضلاع را به اندازه‌ی $BM = ۱$ امتداد داده‌ایم، $x$ برابر است با:




۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

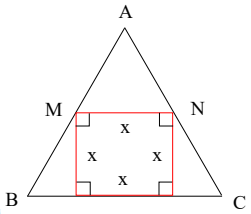
**۷۷** در ذوزنقه‌ی $ABCD$ خطی موازی دو قاعده از وسط دو ساق گذشته است. اندازه‌ی $MN$ برابر است با:




۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

**۷۸** در داخل مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع $\sqrt{۳}$ ، یک مربع محاط شده است. ضلع این مربع کدام است؟



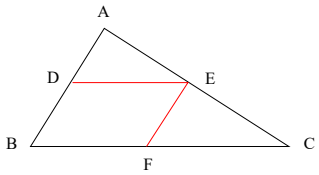

۱) $۲(۳ - \sqrt{۳})$ ۲) $۳(۲ - \sqrt{۳})$

۳) $۲ - \sqrt{۳}$ ۴) $۴ - \sqrt{۳}$

**۷۹** مثلثی به اضلاع ۲، ۳ و ۴ با مثلثی که یک ضلع آن ۱ می‌باشد، متشابه است. محیط مثلث دوم کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

۱) $\frac{۹}{۴}$ ۲) $\frac{۹}{۲}$ ۳) ۳ ۴) ۶

**۸۰** در شکل مقابل، مساحت مثلث $ADE$، ۱۶ درصد کل شکل است. مساحت مثلث $EFC$ چه کسری از کل شکل است؟ ($BDEF$ متوازی الاضلاع است.)




۱) ۰٫۲۵ ۲) ۰٫۳۶

۳) ۰٫۴۹ ۴) ۰٫۱۶

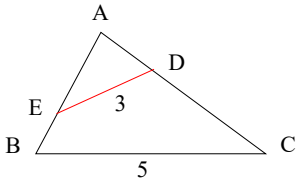
**۸۱** در مثلث قائم الزاویه‌ای که نسبت اضلاع قائم آن $\frac{۲}{۳}$ است، ارتفاع وارد بر وتر، آن را به دو قسمت تقسیم می‌کند. مساحت مثلث اولیه چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث است؟

۱) ۱٫۵ ۲) ۲٫۲۵ ۳) ۳٫۲۵ ۴) ۶٫۲۵

**۸۲** مثلثی به اضلاع ۲، ۳ و ۴ با مثلث دیگر به اضلاع $a$، ۵ و $b$ متشابه است. بیشترین مقدار $a+b$ کدام است؟

۱) ۲۲٫۵ ۲) ۱۷٫۵ ۳) ۱۵٫۵ ۴) ۱۲٫۵

۸۳ در چهارضلعی $BCDE$، زاویه‌های مقابل، مکمل هستند. مساحت چهارضلعی چند برابر کوچک‌ترین مثلث است؟




۱) $\frac{۲۵}{۹}$ ۲) $\frac{۲۵}{۱۶}$ ۳) $\frac{۱۶}{۹}$ ۴) $\frac{۵}{۳}$

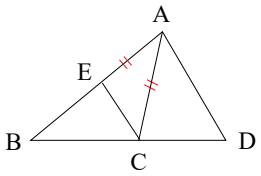
۸۴ در مثلث قائم‌الزاویه با اضلاع قائم $\sqrt{۷}$ و ۳ ، ارتفاع وارد بر وتر، آن را به دو مثلث تقسیم می‌کند. مساحت قسمت بزرگ‌تر چند برابر مساحت قسمت کوچک‌تر است؟

۱) $\frac{۷}{۳}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{\sqrt{۷}}$ ۴) $\sqrt{۷}$

۸۵ مثلثی به اضلاع $a,۳,۴$ با مثلث دیگری به اضلاع $۳,۵,b$ متشابه است. مقدار $b$ کدام نمی‌تواند باشد؟

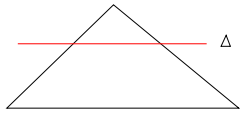
۱) $\frac{۹}{۴}$ ۲) $\frac{۱۵}{۴}$ ۳) $\frac{۱۲}{۵}$ ۴) $\frac{۲۰}{۳}$

۸۶ در شکل مقابل $AE = AC,\ CE \| AD$ است. اگر $AB = ۱۱$ , $AC = ۵$ و $BC = ۹$ باشد، اندازه‌ی $DC$ کدام است؟




۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۷٫۵ ۴) ۸٫۵

۸۷ در مثلثی خط $\Delta$ موازی یک ضلع آن، ضلع دیگر را به دو پاره خط به نسبت ۲ و ۳ تقسیم کرده است. مساحت مثلث حاصل از تقسیم ،چند درصد مساحت مثلث اصلی است؟

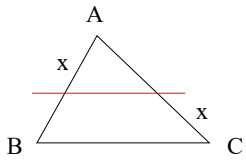



۱) ۳۶ ۲) ۳۲ ۳) ۲۴ ۴) ۱۶

۸۸ در دو چهار ضلعی متشابه نسبت دو قطر متناظر از آنها برابر $\frac{۲}{۳}$ است. اگر مساحت چهار ضلعی کوچکتر ۳۶ واحد مربع باشد، مساحت چهار ضلعی بزرگتر کدام است؟

۱) ۸۱ ۲) ۷۲ ۳) ۴۸ ۴) ۵۴

۸۹ در شکل مقابل، پاره خطی موازی $BC$ رسم شده است و $AB = \frac{۲}{۵}AC$ است. اندازه‌ی $x$ چند برابر $AB$ است؟

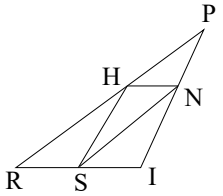



۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۳}{۵}$ ۳) ۷ ۴) ۷

۹۰) در یک مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر، مثلث مفروض را به دو جزء تقسیم می‌کند. اگر مساحت مثلث کوچک‌تر $\frac{۱}{۱۰}$ مساحت مثلث اصلی باشد، نسبت فواصل پای ارتفاع از دو ضلع قائم آن کدام است؟

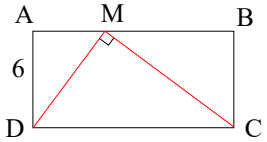
۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۹۱) در شکل زیر نقاط $N$، $S$ و $H$ به ترتیب وسط اضلاع $PI$، $RI$ و $PR$ هستند. اگر مساحت مثلث $PRI$ برابر با $۱۲cm^۲$ باشد، مساحت مثلث $HSN$ چند سانتی‌متر مربع است؟



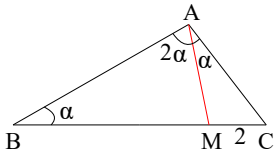

۱) ۶ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۳

۹۲) در شکل روبه‌رو، چهارضلعی $ABCD$ مستطیل و مثلث $DMC$ قائم‌الزاویه و $AD = ۶$ می‌باشد. حاصل $AM \times MB$ کدام است؟



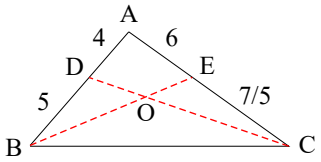

۱) ۳۶ ۲) ۲۴ ۳) ۲۰ ۴) ۱۲

۹۳) در مثلث $ABC$، $\hat{A} = ۳\hat{C}$ است. نقطه‌ی $M$ به فاصله‌ی ۲ از رأس $C$ روی ضلع $BC$ طوری قرار گرفته است که $AM$، زاویه‌ی $A$ را به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می‌کند. اگر $AC = ۳$ باشد، $BM$ چقدر است؟




۱) ۲٫۵ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۴٫۵

۹۴) در شکل مقابل، نسبت مساحت مثلث $OBD$ به مساحت مثلث $OCE$ کدام است؟

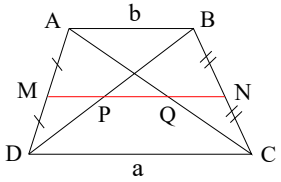



۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۴}{۵}$ ۳) $\frac{۵}{۶}$ ۴) ۱

۹۵) در مثلث $ABC$، $AD$ ارتفاع وارد بر ضلع $BC$ بوده که ارتفاع وارد بر ضلع $AC$ را در نقطه‌ی $H$ قطع می‌کند. اگر $AD = ۲DC = ۴$ و $BD = ۳$ باشد، آن‌گاه طول $DH$ چقدر است؟

۱) $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$ ۲) $\frac{۵}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۲\sqrt{۵}}{۲}$

۹۶) در ذورنقه‌ی مقابل، نسبت $\frac{PQ}{b}$ چقدر است؟

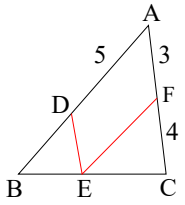



۱) ۲ ۲) ۳ ۳) $\frac{a-b}{b}$ ۴) ۳

**۹۷** در ذوزنقه‌ی $ABCD$ ، طول‌های دو قاعده‌ی $DC$ و $AB$ به ترتیب ۶ و ۹ واحد است. اگر $O$ نقطه‌ی تلاقی دو قطر و فاصله‌ی نقطه‌ی $O$ از قاعده‌ی بزرگ، ۴ واحد باشد، مساحت ذوزنقه، چند واحد مربع است؟

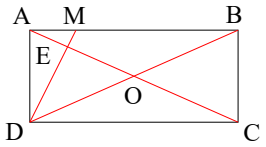
۱) ۶۰ ۲) ۵۵ ۳) ۵۲ ۴) ۵۰

**۹۸** در شکل مقابل $EF \parallel AB, DE \parallel AC$ ، اندازه‌ی $BD$ کدام است؟



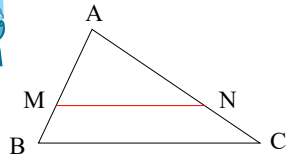

۱) $\frac{۱۵}{۴}$ ۲) ۴ ۳) $\frac{۲۵}{۴}$ ۴) ۵

**۹۹** در مستطیل $ABCD$ داریم: $۳AB = ۴BC = ۱۲AM = ۲۴$ و خط $DM$ قطر $AC$ را در نقطه‌ی $E$ قطع می‌کند. طول $EO$ چه قدر است؟



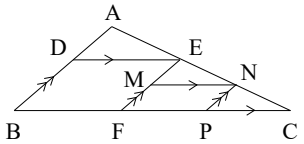

۱) ۳ ۲) $\frac{۵}{۲}$ ۳) $\frac{۸}{۳}$ ۴) $\frac{۱۰}{۳}$

**۱۰۰** در شکل زیر، $MN \parallel BC$ و مساحت مثلث $AMN$ با مساحت ذوزنقه‌ی $MNCB$ برابر است. نسبت $\frac{\overline{MN}}{\overline{BC}}$ برابر است با:



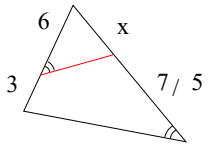

۱) $\sqrt{۲}+۱$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}+۱}{۲}$ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) ۲

**۱۰۱** در شکل مقابل $DB = \frac{۲}{۳}$ است و $M$ وسط $EF$ است. نسبت مساحت متوازی‌الاضلاع کوچک‌تر به مساحت مثلث $ABC$ کدام است؟




۱) ۰٫۱۸ ۲) ۰٫۰۸ ۳) ۰٫۱۲ ۴) ۰٫۲۴

**۱۰۲** در شکل مقابل دو زاویه برابرند. مساحت چهارضلعی چند برابر مساحت مثلث کوچکتر است؟

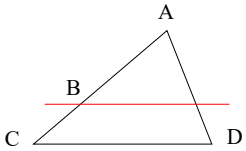



۱) ۲٫۵ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۴٫۵

**۱۰۳** محیط دو چهار ضلعی متشابه ۲۸ و ۳۵ واحد است. مساحت چهار ضلعی کوچکتر ۳۲ واحد است. مساحت چهار ضلعی بزرگتر کدام است؟

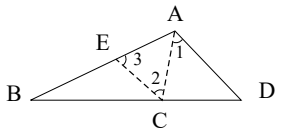
۱) ۴۵ ۲) ۵۰ ۳) ۴۰ ۴) ۶۰

۱۰۴) در شکل مقابل $AB = \frac{۳}{۲}BC$ است و دو خط موازی‌اند. مساحت مثلث کوچکتر چند درصد مساحت مثلث بزرگتر است؟



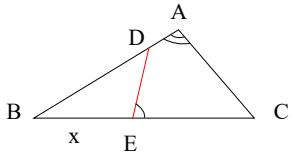

۱) ۳۶ ۲) ۴۸ ۳) ۵۰ ۴) ۶۰

۱۰۵) در شکل مقابل سه زاویه‌ی ۱، ۲ و ۳ برابرند. اگر $AC = ۶$ ، $AB = ۱۵$ ، نسبت $\frac{DC}{AC}$ برابر کدام است؟




۱) ۱ ۲) ۳ ۳) $\frac{۵}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۳}$

۱۰۶) در شکل دو زاویه $A$ و $E$ مکمل یکدیگرند. اگر $AB = ۱۲$ و $AD = ۴$ و $EC = ۱۰$ باشد، اندازه‌ی $BE$ کدام است؟

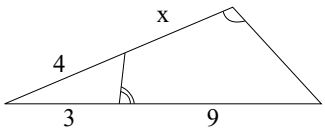



۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۱۰۷) مثلثی به اضلاع ۶ و ۹ واحد در دایره‌ای به شعاع ۶ واحد محاط شده است. طول ارتفاع ضلع سوم آن کدام است؟

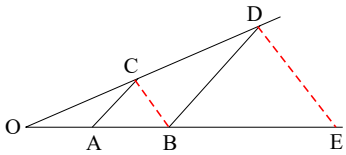
۱) ۴ ۲) ۴٫۵ ۳) ۵ ۴) ۶

۱۰۸) در شکل مقابل، دو زاویه‌ی مقابل چهار ضلعی مکمل‌اند. اندازه‌ی $x$ کدام است؟




۱) ۵ ۲) ۵٫۵ ۳) ۶ ۴) ۷٫۵

۱۰۹) در شکل روبه‌رو، دو جفت پاره‌خط موازی‌اند. اگر $OA = ۳$ و $AB = ۵$ ، اندازه‌ی $BE$ کدام است؟

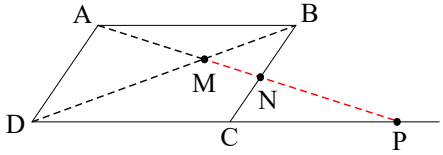



۱) $۱۳\frac{۱}{۳}$ ۲) $۱۲\frac{۲}{۳}$ ۳) $۱۱\frac{۱}{۳}$ ۴) $۱۰\frac{۲}{۳}$

۱۱۰) در ذوزنقه‌ای اندازه‌ی قاعده‌ها ۹ و ۴ واحد و طول ساق‌ها ۶ و ۵ واحد است. محیط مثلثی که از امتداد ساق‌ها در بیرون ذوزنقه تشکیل شود، کدام است؟

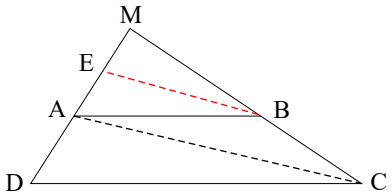
۱) ۱۱٫۴ ۲) ۱۱٫۶ ۳) ۱۲٫۲ ۴) ۱۲٫۸

۱۱۱) در شکل روبه‌رو، $ABCD$ متوازی الاضلاع است. حاصل $MP \times MN$ برابر کدام است؟



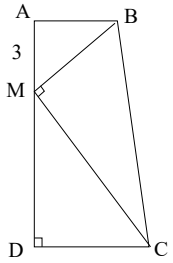

۱) $AB^۲$ ۲) $AD^۲$ ۳) $MD^۲$ ۴) $MA^۲$

**۱۱۲** در ذوزنقه‌ی $ABCD$ ، پاره‌خط $BE$ موازی قطر $AC$ است. اگر $AD = ۷$ و $AE = ۳$ باشد، فاصله‌ی $MD$ کدام است؟



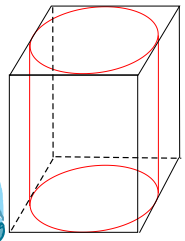

۱) ۱۲
۲) ۱۲٫۲۵
۳) ۱۲٫۵
۴) ۱۲٫۷۵

**۱۱۳** درذوزنقه‌ی قائم‌الزاویه‌ی $ABCD$، کوچک‌ترین قاعده ۴، بزرگ‌ترین ساق ۱۳ و نقطه‌ی $M$ روی $AD$ طوری قرار گرفته که $AM = ۳$ و $B\hat{M}C = ۹۰^\circ$ است. طول قاعده‌ی دیگر ذوزنقه کدام است؟



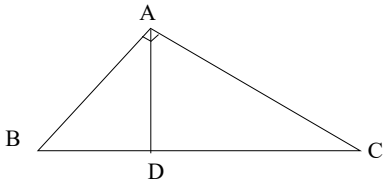

۱) ۵٫۴
۲) ۶٫۴
۳) ۷٫۲
۴) ۸٫۲

**۱۱۴** در مکعبی به ضلع واحد، استوانه‌ای مطابق شکل محاط شده است. حجم این استوانه کدام است؟



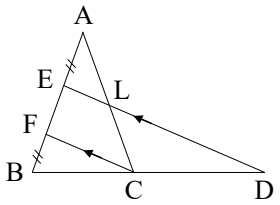
۱) $\frac{\pi}{۲}$
۲) $\frac{\pi}{۴}$
۳) $\frac{\pi}{۶}$
۴) ۸

**۱۱۵** در مثلث قائم‌الزاویه‌ی $ABC$، نیمساز وارد بر وتر رسم شده است. اگر $BD = \frac{۱۵}{۷}$ و $CD = \frac{۲۰}{۷}$ باشد، مساحت مثلث کدام است؟




۱) ۸
۲) ۶
۳) ۱۰
۴) ۱۲

**۱۱۶** باتوجه به شکل مقابل، اگر $AE = BF$ باشد، آن‌گاه طول $EL$ کدام است؟ $(DL = ۳۰ ، CF = ۸)$

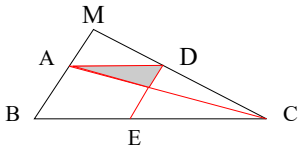



۱) ۲٫۵
۲) ۲
۳) ۳٫۵
۴) ۳

**۱۱۷** در مثلث $ABC$ : $AB = ۸$ , $AC = ۱۰$ و $BC = ۱۵$ ، این مثلث و مثلث $DEF$ متشابهند. اگر $\frac{\text{مساحت } \overset{\Delta}{ABC}}{\text{مساحت } \overset{\Delta}{DEF}} = \frac{۹}{۴}$؛ آنگاه محیط مثلث $DEF$ چند واحد است؟

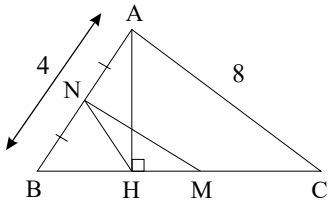
۱) ۱۶
۲) ۲۲
۳) ۳۲
۴) ۴۴

۱۱۸ در شکل زیر $ABED$ یک متوازی‌الاضلاع است. اگر $AD = ۶$ و $EC = ۸$ آنگاه نسبت مساحت مثلث سایه زده به مساحت مثلث $ABC$ کدام است؟



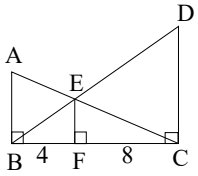

۱) $\frac{۱۶}{۲۵}$ ۲) $\frac{۹}{۱۶}$ ۳) $\frac{۱۶}{۴۹}$ ۴) $\frac{۹}{۴۹}$

۱۱۹ در مثلث $ABC$ با اضلاع $AB = ۴$ و $AC = ۸$، $AH$ ارتفاع وارد $BC$ و نقاط $M$ و $N$ وسط اضلاع $BC$ و $AB$ هستند. مقدار $MN + NH$ کدام است؟




۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۸ ۴) ۷

۱۲۰ در شکل زیر نسبت $AB$ به $CD$ کدام است؟

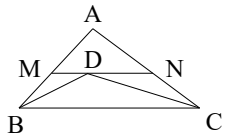



۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۲۱ در ذوزنقه‌ی $ABCD$ با محیط ۲۶ واحد، نقاط $E$ و $F$ به ترتیب وسط ساق‌های $AD$ و $BC$ هستند. پاره خط $EF$ و قطر $BD$ یکدیگر را در نقطه‌ی $O$ طوری قطع کرده‌اند که $OE = ۲$ و $OF = ۵$ است. مجموع اندازه‌ی ساق‌های این ذوزنقه برابر کدام است؟

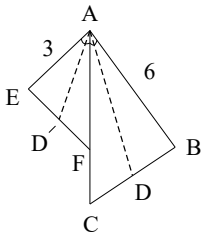
۱) ۱۶ ۲) ۱۴ ۳) ۱۲ ۴) ۱۰

۱۲۲ در مثلث شکل مقابل از نقطه‌ی $D$ محل برخورد نیمسازهای زوایای $B$ و $C$ خطی موازی $BC$ رسم کرده‌ایم تا اضلاع $AB$ و $AC$ را به ترتیب در $M$ و $N$ قطع کند. اگر $BC = ۱۲$ ، $AC = ۱۰$ و $AB = ۸$ ، آن‌گاه طول کدام است؟



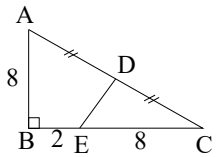

۱) ۷ ۲) ۷٫۲ ۳) ۷٫۴ ۴) ۷٫۶

۱۲۳ در شکل روبه‌رو $AC$ نیمساز زاویه‌ی $B\hat{E}$ ، $AC = ۸$ و $AF = ۴$ است. اگر $AD = ۶m + ۴$ و $AD' = m + ۳$ نیمسازهای دو زاویه‌ی $B\hat{C}$ و $E\hat{F}$ باشند، مقدار $m'$ کدام است؟



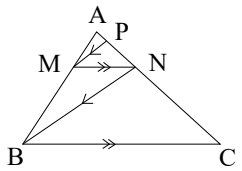

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

**۱۲۴** در شکل مقابل طول $DE$ کدام است؟



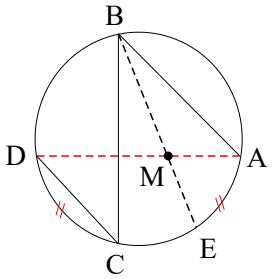

۱) ۳ ۲) $۲\sqrt{۲}$ ۳) $۳\sqrt{۲}$ ۴) ۵

**۱۲۵** در شکل زیر $MP \parallel BN$ و $MN \parallel BC$ است. اگر $BC = ۳MN$ و $NC = ۶$ باشد، طول $AP$ کدام است؟



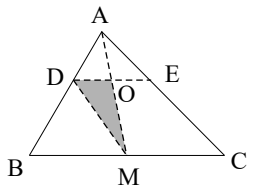

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۱

**۱۲۶** در شکل مقابل $AB = ۶$، $BC = ۸$ ، $CD = ۳$ و $\overset{\frown}{AE} = \overset{\frown}{CD}$ ، اندازه‌ی $AM$، کدام است؟




۱) ۲
۲) ۲٫۲۵
۳) ۲٫۵
۴) ۲٫۷۵

**۱۲۷** در شکل زیر نقطه‌ی $M$ وسط $BC$ و $\frac{۲}{۳} = \frac{}{DB}$ و $DE \parallel BC$ است. مساحت مثلث $ODM$ چند درصد مساحت مثلث $ABC$ است؟

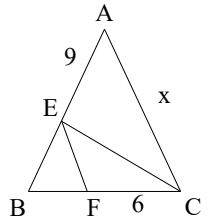



۱) ۱۲ ۲) ۱۵ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

**۱۲۸** در مثلث قائم‌الزاویه‌ی $ABC$ که $\hat{} = ۹۰^\circ$ و $AB = ۰٫۶AC$، ارتفاع $AH$ را رسم کرده‌ایم. مساحت مثلث $ABC$ چندبرابر مساحت مثلث $AHC$ است؟

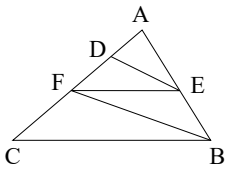
۱) $\frac{۲۵}{۹}$ ۲) $\frac{۱۶}{۹}$ ۳) $\frac{۳۴}{۹}$ ۴) $\frac{۳۴}{۲۵}$

**۱۲۹** در شکل زیر، $AB = AC$ و $EF \| AC$ و $CE$ نیمساز زاویه‌ی $C$ است. مقدار $x$ کدام است؟




۱) ۱۲ ۲) ۱۴ ۳) ۱۵ ۴) ۱۶

۱۳۰) در شکل مقابل $DE \parallel FB$ و $BC \parallel EF$، اگر $AD = ۳$ و $DF = ۶$، آن‌گاه $BC$ چند برابر $EF$ است؟

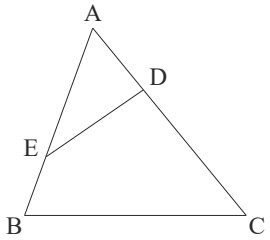



۱) ۲
۲) ۲٫۵
۳) ۲٫۷۵
۴) ۳

۱۳۱) در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت‌ها $\frac{۲}{۳}$ نسبت اضلاع است. مساحت مثلث بزرگ‌تر چند برابر مساحت مثلث کوچک‌تر است؟

۱) ۱٫۵
۲) ۲٫۲۵
۳) ۲٫۷۵
۴) ۳

۱۳۲) در چهارضلعی $BCDE$، زاویه‌های روبرو مکمل هم هستند. اگر $BC = ۲۰$ و $DE = ۱۲$ آن‌گاه مساحت چهارضلعی چند برابر مساحت مثلث $ABC$ است؟

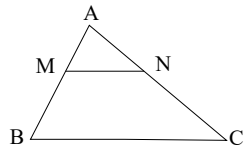



۱) ۰٫۵۶
۲) ۰٫۶۴
۳) ۰٫۷۲
۴) ۰٫۸

۱۳۳) محیط مثلث $ABC$ برابر ۳۶ و اضلاع $\overset{\Delta}{A'B'C'}$ که با $\overset{\Delta}{ABC}$ متشابه است، ۳، ۷ و ۸ است. نسبت مساحت دو مثلث کدام است؟

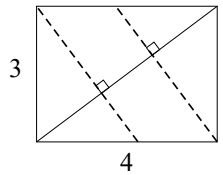
۱) ۲
۲) ۴
۳) ۹
۴) ۱۶

۱۳۴) در مثلث $ABC$، پاره‌خط $MN$ موازی ضلع $BC$ طوری رسم شده است که مساحت ذوزنقه‌ی $MNCB$، چهار برابر مساحت مثلث $AMN$ است. نسبت دو قاعده‌ی ذوزنقه کدام است؟



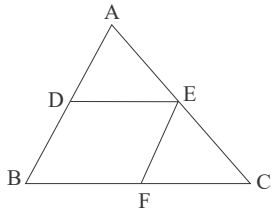

۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$
۳) $\frac{۳}{۴}$
۴) $\frac{\sqrt{۵}}{۵}$

۱۳۵) در مستطیلی به طول اضلاع ۳ و ۴ واحد، از هر دو رأس متقابل، عمودی بر قطر دیگر این مستطیل رسم شده است. مساحت متوازی‌الاضلاع حاصل، کدام است؟



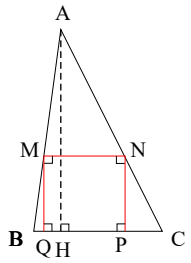

۱) ۵٫۲۵
۲) ۵٫۷۵
۳) ۶
۴) ۷٫۵

۱۳۶) در شکل زیر مساحت متوازی‌الاضلاع $BDEF$ ، ۴۸ درصد مساحت مثلث $ABC$ است. حاصل $DB$ کدام می‌تواند باشد؟




۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۱۳۷) در مثلث $ABC$، مربعی به ضلع ۳ محاط شده است. اگر $BC = ۴/۸$، اندازه‌ی ارتفاع $AH$ کدام است؟




۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۴

۱۳۸) نقطه‌ی $M$ روی عمود منصف $AB$ قرار دارد و به ترتیب از $A$ و $B$ به اندازه‌ی $x + ۵$ و $۳x - ۷$ فاصله دارد. اگر طول پاره خط $AB$ برابر ۸ واحد باشد، فاصله‌ی $M$ از پاره خط $AB$ چقدر است؟

۱) ۵ ۲) ۷ ۳) $\sqrt{۱۰۵}$ ۴) $\sqrt{۱۱۵}$

۱۳۹) چند نقطه درون مثلث وجود دارد که از سه ضلع به یک فاصله است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۴۰) مربع $ABCD$ به ضلع $۲\sqrt{۲}$ مفروض است. چند نقطه روی محیط مربع وجود دارد که فاصله‌اش از قطر $AC$ برابر ۱ واحد باشد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۴۱) نقطه‌ای خارج از خط $l$ و به فاصله‌ی ۶ واحد از آن قرار دارد. چند مثلث متساوی‌الساقین به مساحت ۳۶ واحد میتوان رسم کرد که خط $l$ یک ضلع آن و نقطه‌ی مورد نظر رأس آن باشد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۴۲) مراکز دایره‌هایی که از دو نقطه‌ی ثابت می‌گذرند روی ..... قرار دارند.

۱) دو خط عمود بر $AB$ ۲) عمود منصف $AB$ ۳) دو خط موازی $AB$ ۴) خطی موازی $AB$

۱۴۳) نقطه‌ی $O$ روی خط $L$ قرار دارد. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از نقطه‌ی $O$ به فاصله‌ی ۴ واحد و از خط $L$ به فاصله‌ی ۳ واحد است.

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

۱۴۴ دو نقطه‌ی متمایز $A$ و $B$ مفروض است. دو دایره به شعاع ۳ و ۴ از این دو نقطه رسم شده است. حداقل فاصله‌ی دو نقطه چقدر باشد تا دو دایره یکدیگر را قطع ننمایند؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۱۴۵ نقاط $A$ و $B$ در فاصله‌ی ۸ واحدی از هم قرار دارند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از آن‌ها به فاصله‌ی ۴ واحد قرار دارد.

۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) سه

۱۴۶ دو نقطه‌ی $A$ و $B$ از یکدیگر ۶ واحد فاصله دارند، چند نقطه در صفحه وجود دارد که از $A$، ۳ واحد و از $B$، ۴ واحد باشد.

۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) سه

۱۴۷ دو خط $l$ و $l'$ غیرموازی می‌باشند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از خط $l$ به اندازه ۴ واحد و از خط $l'$ به اندازه ۳ واحد می‌باشد.

۱) صفر ۲) دو ۳) چهار ۴) شش

۱۴۸ نقطه‌ای خارج از خط $l$ و به فاصله‌ی $\sqrt{27}$ واحد از آن قرار دارد. محیط مثلث متساوی‌الاضلاعی که یک رأس آن نقطه مورد نظر و ضلع آن خط $l$ باشد کدام است؟

۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

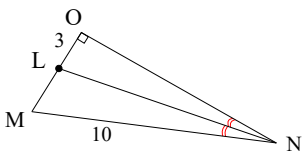
۱۴۹ پاره‌خط $EF$ به اندازهٔ ۶ سانتی‌متر مفروض است. از وسط این پاره دایره‌ای به شعاع نصف طول پاره‌خط رسم می‌نماییم تا عمودمنصف پاره‌خط را در $M$ و $N$ قطع نماید. چهار ضلعی $EFMN$:

۱) مربعی به مساحت ۱۸ است. ۲) لوزی به مساحت ۱۶ است.
۳) مستطیلی با محیط ۱۶ است. ۴) یک چهارضلعی دلخواه است.

۱۵۰ در نقطهٔ $E$ و $F$ از یکدیگر ۶ سانتی‌متر فاصله دارند، چه تعداد مثلث مانند $\overset{\Delta}{FED}$ می‌توان ساخت که در آن ها ارتفاع و میانه گذرا از رأس $D$ بر هم منطبق باشند؟

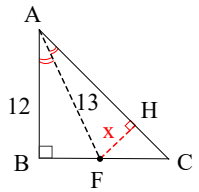
۱) فقط یک ۲) فقط دو ۳) هیچ ۴) بی‌شمار

۱۵۱ مساحت مثلث $\overset{\Delta}{LMN}$ کدام گزینه است؟

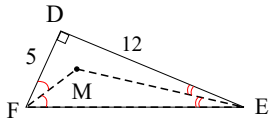



۱) ۱۰ ۲) ۱۵
۳) ۲۰ ۴) ۲۵

۱۵۲ در شکل مقابل مقدار $x$ چقدر است؟




۱) ۷/۵ ۲) ۱۲
۳) ۱۰ ۴) ۵




**۱۵۳** در شکل زیر مساحت مثلث $\overset{\Delta}{FME}$ چقدر است؟

۱) ۱۳ ۲) ۱۵

۳) ۱۷ ۴) ۱۹

**۱۵۴** نقطهٔ $A$ به فاصلهٔ ۴ سانتی‌متر از خط $d$ قرار دارد. می‌خواهیم مثلث متساوی‌الساقین $ABC$ $(AB = AC)$ را طوری رسم کنیم که مساحت آن ۱۲ سانتی‌متر مربع باشد و دو رأس آن روی خط $d$ باشد، برای یافتن دو رأس مثلث، دایره‌ای به مرکز $A$ و به چه شعاعی بزنیم؟

۱) $۴/۵cm$ ۲) $۵cm$ ۳) $۶cm$ ۴) $۴\sqrt{۲}cm$

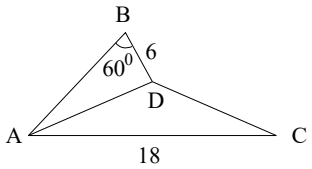
**۱۵۵** مثلث دلخواه $ABC$ را در نظر بگیرید. اگر $O$ محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع $AB$ و $BC$ باشد، به مرکز $O$ و شعاع $OA$ دایره‌ای می‌زنیم. این دایره کدام ویژگی را دارد؟

۱) این دایره از رأس عبور کرده و مثلث را در چهار نقطهٔ دیگر قطع می‌کند.

۲) این دایره از رأس عبور کرده و مثلث را در نقطهٔ دیگری قطع نمی‌کند.

۳) در این دایره مرکز $O$ همواره در خارج از مثلث قرار می‌گیرد.

۴) این دایره از هر سه رأس مثلث یعنی $A$ و $B$ و $C$ عبور می‌کند.




**۱۵۶** در شکل مقابل، $AD$ نیمساز زاویهٔ $A$ است. مساحت مثلث $ACD$ کدام است؟

۱) $۹\sqrt{۳}$ ۲) $۳\sqrt{۳}$

۳) $۲۷\sqrt{۳}$ ۴) $۶\sqrt{۳}$

**۱۵۷** محل برخورد قطرهای یک مربع، مرکز دایره‌ای به شعاع ۴ است. اگر طول قطر مربع ۸ واحد باشد، دایره و مربع در چند نقطه با یکدیگر برخورد دارند؟

۱) ۸ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) صفر

**۱۵۸** اگر فاصلهٔ دو خط موازی $d$ و $d'$ برابر ۶ باشد. در این صورت کدام گزینه نشانگر همهٔ نقاطی است که تفاضل فواصل آن نقاط از این دو خط برابر ۲ باشد؟

۱) یک خط موازی با $d$ و $d'$ و بین این دو

۲) دو خط موازی با $d$ و $d'$ و بین این دو

۳) دو خط موازی با $d$ و $d'$ و خارج این دو

۴) چهار خط موازی با $d$ و $d'$

**۱۵۹** پاره‌خط $AB$ به طول $L$ مفروض است. اگر با توجه به مقدار $L$، فقط یک نقطه در صفحه وجود داشته باشد که از $A$ به فاصلهٔ ۴ و از $B$ به فاصلهٔ ۶ باشد، آن‌گاه مجموع مقادیر ممکن برای $L$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۱۲ ۳) ۱۰ ۴) ۹

**۱۶۰** اگر در یک مثلث، مجموع دو زاویه برابر با زاویهٔ سوم باشد، آنگاه محل تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع این مثلث کجا قرار دارد؟

۱) درون مثلث
۲) روی رأس بزرگ‌ترین زاویه
۳) بیرون مثلث
۴) روی بزرگ‌ترین ضلع

**۱۶۱** چند نقطه روی یک دایره وجود دارد که از دو خط متقاطع $d_1$ و $d_2$ به یک فاصله باشد؟

۱) حداکثر ۲
۲) حداقل ۲
۳) حداکثر ۴
۴) حداقل ۴

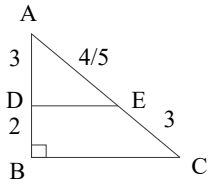
**۱۶۲** همواره چند نقطه در صفحه می‌تواند وجود داشته باشد به‌طوری که فاصلهٔ آن‌ها از نقاط متمایز $A$، $B$، $C$ و $D$ در همان صفحه به یک اندازه باشد؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) بی‌نهایت
۴) صفر یا یک

**۱۶۳** به مرکز $O$ کمان دلخواهی رسم می‌کنیم تا دو ضلع زاویهٔ $xOy$ را در نقاط $A$ و $B$ قطع کند. حال به مراکز $A$ و $B$ کمان‌هایی به طول شعاع $\frac{3}{4}AB$ رسم می‌کنیم تا این دو کمان همدیگر را در نقطهٔ $C$ درون زاویه قطع کنند. در این صورت کدام گزینه لزوماً درست نیست؟

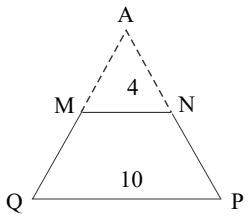
۱) $OC$ از وسط $AB$ می گذرد.
۲) مثلث $ABC$ متساوی‌الاضلاع است.
۳) $OC$ نیمساز زاویهٔ $xOy$ است.
۴) $OC$ عمود بر پاره‌خط $AB$ است.

**۱۶۴** در شکل مقابل، مثلث $ABC$ قائم‌الزاویه است. طول پاره‌خط $DE$ کدام است؟



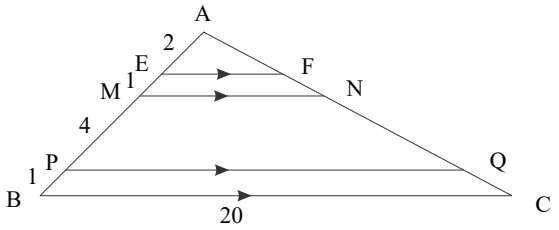

۱) $\frac{5\sqrt{5}}{4}$
۲) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$
۳) $\frac{5\sqrt{3}}{4}$
۴) $\frac{45}{7}$

**۱۶۵** در شکل زیر محیط ذوزنقهٔ $MNPQ$ برابر ۲۳ است. امتداد ساق‌های این ذوزنقه در $A$ متقاطع‌اند. محیط مثلث $AMN$ کدام است؟



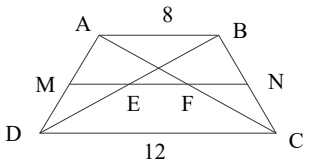

۱) ۱۴
۲) ۱۲
۳) ۱۰
۴) ۱۸

**۱۶۶** در شکل مقابل، حاصل $EF + MN + PQ$ کدام است؟




۱) ۲۸
۲) ۳۰
۳) ۳۲
۴) $\frac{61}{2}$

**۱۶۷** در شکل زیر، $ABCD$ ذوزنقه و $M$ و $N$ وسط دو ساق است. طول $EF$ کدام است؟




۱) ۲ ۲) ۱٫۵ ۳) ۱ ۴) $\frac{۳}{۴}$

**۱۶۸** اگر $\frac{}{۸+b} = \frac{}{۱۰+a}$، مقدار $b$ کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۵}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۵}{۴}$

**۱۶۹** فاصلهٔ دو نقطهٔ $A$ و $B$ از یکدیگر برابر ۵ است. به مرکز $A$ و به شعاع ۴ یک کمان رسم می‌کنیم و سپس به مرکز $B$ به شعاع ۳ کمانی دیگر رسم می‌کنیم. اگر دو کمان یکدیگر را در نقاط $M$ و $N$ قطع کنند، محیط چهارضلعی $AMBN$ چقدر است؟

۱) ۱۹ ۲) ۱۶ ۳) ۱۴ ۴) ۱۲

**۱۷۰** کدام‌یک از حکم‌های کلی زیر، درست است؟

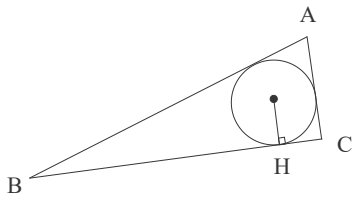
۱) اگر مربع عددی فرد باشد، خود آن عدد زوج است.

۲) به‌ازای هر عدد طبیعی $n$، مقدار $n^۲ + n + ۴۱$، عددی اول است.

۳) در هر مستطیل، اندازهٔ قطرها با هم برابر است.

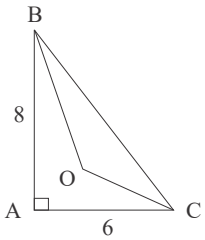
۴) همهٔ اعداد اول، فرد هستند.

**۱۷۱** در شکل روبه‌رو، دایره به مرکز $O$ و شعاع $OH$ بر هر سه ضلع مثلث $ABC$ مماس است. نقطهٔ $O$ محل تقاطع ..... در مثلث $ABC$ است.



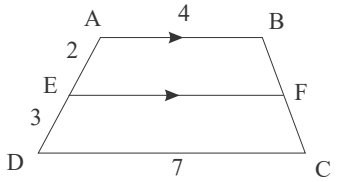

۱) نیمسازها ۲) میانه‌ها ۳) عمودمنصف‌ها ۴) ارتفاع‌ها

**۱۷۲** در شکل روبه‌رو، مثلث $ABC$ قائم‌الزاویه است . اگر نیمسازهای دو زاویهٔ $B$ و $C$ یکدیگر را در نقطهٔ $O$ قطع کنند، فاصلهٔ $O$ از وتر مثلث $ABC$ چقدر است؟



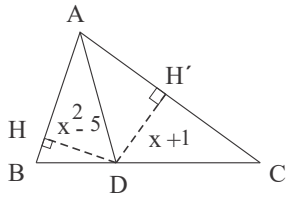

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) $\frac{۵}{۲}$

**۱۷۳** اگر در ذوزنقهٔ $ABCD$ داشته باشیم ، طول $EF$ چقدر است؟




۱) ۵ ۲) ۵٫۲ ۳) ۵٫۳ ۴) ۵٫۴

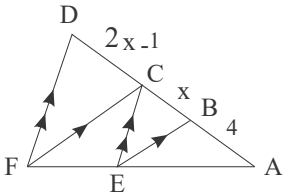
**۱۷۴** در شکل زیر، اگر $AC = x + ۳$، $AB = x + ۲$ و $AD$ نیمساز زاویهٔ $A$ باشد، نسبت $\frac{AB}{\ }$ کدام است؟




۱) $\frac{۵}{۴}$ ۲) $\frac{۶}{۵}$

۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۷}{۶}$

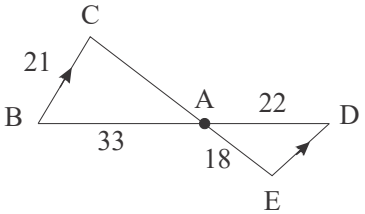
**۱۷۵** در شکل زیر، اندازهٔ پاره‌خط $AD$ کدام است؟ $(BE||CF\ ,\ EC||FD)$




۱) ۶ ۲) ۷

۳) ۸ ۴) ۹

**۱۷۶** با توجه به شکل روبه‌رو، حاصل $AC + DE$ کدام است؟




۱) ۴۱ ۲) ۴۲

۳) ۴۳ ۴) ۴۴

**۱۷۷** چه تعداد از موارد زیر را می‌توان به‌صورت قضیه‌ای دوشرطی بیان کرد؟

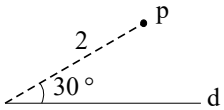
الف) اگر یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع باشد، آنگاه قطرهایش یکدیگر را نصف می‌کنند.

ب) اگر $x = y$، آنگاه $x^۲ = y^۲$.

پ) اگر $n$ عددی زوج باشد، آنگاه $n^۲$ نیز عددی زوج است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

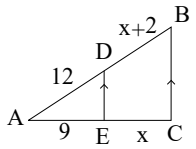
**۱۷۸** با توجه به شکل زیر، چند نقطه وجود دارد که از نقطهٔ $P$ به فاصلهٔ ۲ و از خط $d$ به فاصلهٔ ۱ باشد؟




۱) صفر ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

**۱۷۹** مطابق شکل، اگر $DE||BC$ باشد، اندازهٔ $EC$ کدام است؟

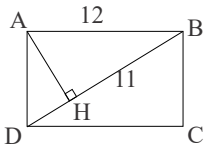



۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

**۱۸۰** اگر مساحت‌های دو مثلث متشابه را به ترتیب با $S_۱$ و $S_۲$ و محیط‌های آن‌ها را به‌ترتیب با $P_۱$ و $P_۲$ نشان دهیم، کدام رابطه همواره درست است؟

۱) $S_۱\sqrt{P_۱} = S_۲\sqrt{P_۲}$ ۲) $P_۱S_۱ = P_۲S_۲$ ۳) $P_۱S_۲^۲ = P_۲S_۱^۲$ ۴) $S_۱P_۲^۲ = S_۲P_۱^۲$

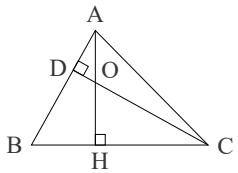
**۱۸۱** در شکل مقابل، $ABCD$ مستطیل است. مساحت مثلث $ADH$ کدام است؟ $(BH = ۱۱)$




۱) $\frac{۲۳\sqrt{۲۳}}{۲۲}$ ۲) $\frac{۲۳\sqrt{۲۳}}{۱۱}$

۳) $\frac{۱۲\sqrt{۶}}{۱}$ ۴) $\frac{۱۲\sqrt{۳}}{۱۱}$

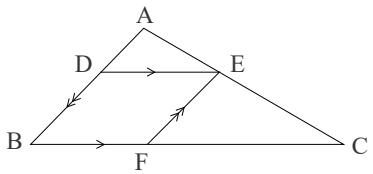
**۱۸۲** در شکل مقابل $OA = OH = \sqrt{۳۳}$ و $CD = ۱۴$ می‌باشد. اندازهٔ ضلع $AC$ کدام است؟




۱) $۲\sqrt{۵۵}$ ۲) $۲\sqrt{۵۷}$

۳) $۳\sqrt{۵۱}$ ۴) $۲\sqrt{۵۳}$

**۱۸۳** در مثلث $ABC$ در شکل زیر، $DE||BC$ و $EF||AB$ می‌باشد. اگر داشته باشیم $BC = ۲AB = \frac{۴}{۳}AC = ۴DE = ۱۲$، نسبت مساحت متوازی‌الاضلاع $BDEF$ به مساحت مثلث $ABC$ کدام است؟



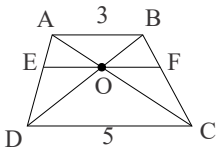

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) $\frac{}{۸}$ ۴) $\frac{}{۸}$

**۱۸۴** چند نقطه در صفحهٔ مختصات وجود دارد که از نقطهٔ $A(۱,۲)$ به فاصلهٔ ۲ باشد؟

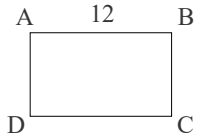
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) بی‌شمار ۴) ۴

**۱۸۵** در ذوزنقهٔ $ABCD$ شکل زیر داریم: $EF||AB$. حاصل $OF$ کدام است؟



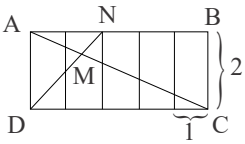

۱) ۱ ۲) ۸ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) ۸

**۱۸۶** شکل روبه‌رو مستطیلی به طول ۱۲ است. از نقطهٔ $A$ عمودی بر قطر $BD$ رسم می‌کنیم و پای این عمود را $H$ می‌نامیم. اگر طول $BH$ برابر ۱۱ باشد، اندازهٔ $DH$ چقدر است؟



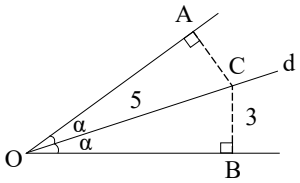

۱) $\frac{۲۰}{۱۱}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{۲۱}{۱۱}$ ۴) $\frac{۲۳}{۱۱}$

**۱۸۷** در شکل زیر، پنج مستطیل $۱ \times ۲$ در کنار یکدیگر مستطیل $ABCD$ را تشکیل داده‌اند. اندازهٔ پاره‌خط $MN$ چند برابر $\frac{۲}{۷}$ است؟



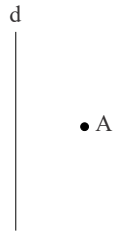

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

**۱۸۸** مطابق شکل زیر، اگر محل برخورد دایره‌ای به مرکز $O$ و شعاع $OA$ با خط $d$ را $D$ بنامیم، طول پاره‌خط $CD$ کدام است؟



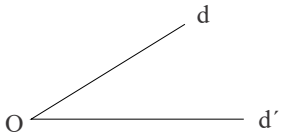

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

**۱۸۹** مساحت آن ..... $۳\sqrt{۲}cm$ ..... و به مرکز نقطهٔ A که دارای فاصلهٔ ۳ از پاره‌خط $d$ قرار دارد، رسم می‌کنیم تا خط $d$ را در نقاط $C$ و $B$ قطع کند. مثلث $ABC$ .....



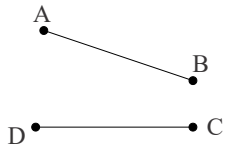

۱) متساوی‌الاضلاع، $۹\sqrt{۳}cm^۲$
۲) قائم‌الزاویه، $۱۸cm^۲$
۳) متساوی‌الاضلاع، $\frac{۹\sqrt{۳}}{۲}cm^۲$
۴) قائم‌الزاویه، $۹cm^۲$

**۱۹۰** چند نقطه (به غیر از $O$) در صفحه وجود دارد که از خط‌های $d$ و $d'$ و نقطهٔ $O$ به یک فاصله باشد؟




۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) بی‌شمار

**۱۹۱** با کدام شرط زیر با توجه به شکل پاره‌خط‌های $AB$ و $CD$، همواره می‌توان دایره‌ای رسم کرد که از نقاط $A$، $B$، $C$ و $D$ بگذرد؟




۱) محل برخورد عمودمنصف‌های $AB$ و $CD$ روی نیم‌ساز امتداد دو پاره‌خط $AB$ و $CD$ باشد.
۲) نیم‌ساز زوایای $A\hat{B}C$، $B\hat{C}D$ و $C\hat{D}A$ در یک نقطه همدیگر را قطع کنند.
۳) عمودمنصف‌های $AB$ و $CD$ همدیگر را در یک نقطه خارج از عمودمنصف $BC$ قطع کنند.
۴) عمودمنصف‌های $AB$، $CD$ و $AD$ در یک نقطه همدیگر را قطع کنند.

**۱۹۲** نقطهٔ $M$ درون چهارضلعی $ABCD$ به گونه‌ای قرار دارد که فاصلهٔ $M$ از سه رأس $A$، $B$ و $C$ یکسان است. کدام گزینه در مورد چهارضلعی $ABCD$ و نقطهٔ $M$ همواره درست است؟

۱) نقطهٔ $M$ محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع $AB$ و $CD$ است.
۲) نقطهٔ $M$ محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع $AB$ و $BC$ است.
۳) نقطهٔ $M$ محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع $AD$ و $BC$ است.
۴) نقطهٔ $M$ محل برخورد نیم‌سازهای زاویه‌های $A$ و $C$ است.

**۱۹۳** پاره‌خط $AB$ به طول ۵ سانتی‌متر در صفحه‌ای مفروض است. چند نقطه در این صفحه وجود دارد که فاصلهٔ آن از دو نقطهٔ $A$ و $B$ برابر ۶ سانتی‌متر باشد؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) صفر
۴) بی‌شمار

**۱۹۴** از بین شکل‌های مستطیل، لوزی، مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین، مربع و شش‌ضلعی منتظم، در چند شکل همواره نقطهٔ تقاطع عمودمنصف‌های اضلاع و نقطهٔ تقاطع نیم‌سازهای زاویه‌ها، بر هم منطبق است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

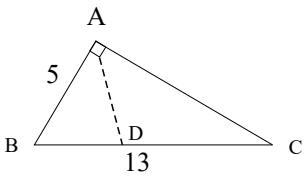
**۱۹۵** دو دایره به مراکز $O$ و $O'$، یکدیگر را در نقاط $A$ و $B$ قطع کرده‌اند. چند نقطه مانند $M$ روی پاره‌خط $OO'$ وجود دارد به گونه‌ای که $MA = MB$ باشد؟

۱) هیچ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

**۱۹۶** دو نقطهٔ $A$ و $B$ از یکدیگر ۵ واحد فاصله دارند. از رأس $A$ کمانی به شعاع ۳ واحد و از رأس $B$ کمانی به شعاع ۴ واحد رسم می‌کنیم. این دو کمان یکدیگر را در دو نقطهٔ $C$ و $D$ قطع می‌کنند. چهارضلعی $ACBD$

۱) مستطیل است. ۲) متوازی‌الاضلاع است. ۳) لوزی است. ۴) دارای دو زاویهٔ قائمه است.

**۱۹۷** در مثلث قائم‌الزاویهٔ $ABC$ ($\hat{A} = ۹۰^\circ$)، نیمساز زاویهٔ قائمه، وتر را در نقطهٔ $D$ قطع می‌کند. مقدار $S_{\overset{\triangle}{ABD}} / S_{\overset{\triangle}{ADC}}$ کدام است؟ ($BC = ۱۳$)




۱) $\frac{۵}{۱۳}$ ۲) $\frac{۷}{۱۳}$ ۳) $\frac{۷}{۱۲}$ ۴) $\frac{۵}{۱۲}$

**۱۹۸** دو دایره به مراکز $O$ و $O'$ با شعاع‌های متفاوت در نقاط $A$ و $B$ متقاطع‌اند. در این صورت چه تعداد از موارد زیر همواره صحیح است؟

الف) $OO'$ از وسط $AB$ می‌گذرد.

ب) نقطهٔ $O$ از دو سر پاره‌خط $AB$ به یک فاصله است.

پ) دو مثلث $OAO'$ و $OBO'$ هم‌نهشتند.

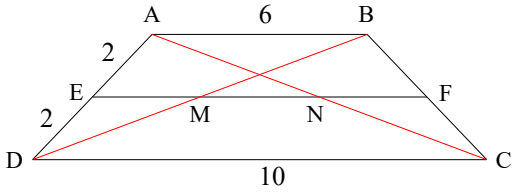
ت) $AB$ عمودمنصف $OO'$ است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

**۱۹۹** در مثلث قائم‌الزاویهٔ $ABC$ ($\hat{A} = ۹۰^\circ$)، نیمساز زاویهٔ $B$، ضلع $AC$ را در نقطهٔ $D$ قطع می‌کند. اگر $AD = \frac{۸}{۳}$ و $\hat{B} = ۲\hat{A}$ باشد، مساحت مثلث $DBC$ کدام است؟

۱) $\frac{۶۴}{\sqrt{۳}}$ ۲) $\sqrt{۳\sqrt{۳}}$ ۳) $\sqrt{۳\sqrt{۳}}$ ۴) $\sqrt{۳\sqrt{۳}}$

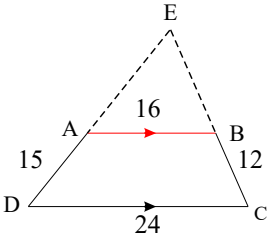
**۲۰۰** در شکل زیر $ABCD$ ذوزنقه و پاره‌خط $EF$ موازی دو قاعده است. حاصل $EF$ کدام است؟




۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$

۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۲}{۵}$

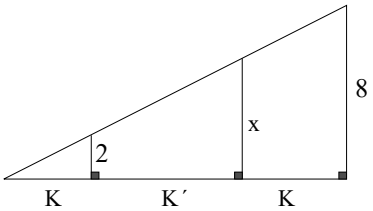
**۲۰۱** در شکل مقابل، محیط مثلث $CDE$ کدام است؟




۱) ۷۰ ۲) ۷۵

۳) ۹۰ ۴) ۱۰۵

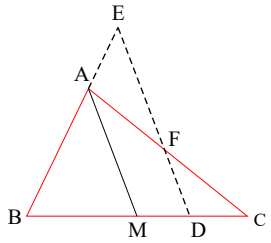
**۲۰۲** در مثلث قائم‌الزاویهٔ زیر، مقدار $x$ کدام است؟




۱) ۴ ۲) ۵

۳) ۶ ۴) ۷

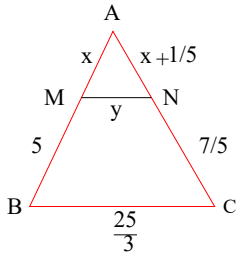
**۲۰۳** در شکل زیر، $DE$ موازی میانهٔ $AM$ است و $۳AB = ۲AC$، حاصل $AF$ کدام است؟




۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) ۱ ۴) $\frac{۳}{۲}$

**۲۰۴** در شکل زیر $MN||BC$ است. حاصل $x+y$ کدام است؟




۱) ۶ ۲) ۶٫۵

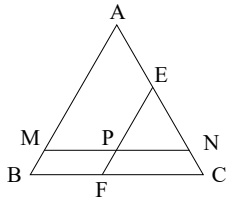
۳) ۷٫۵ ۴) $\frac{۴۹}{۸}$

**۲۰۵** عمودمنصف‌های دو ضلع $AC$ و $BC$ و میانهٔ $CM$ از مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ در نقطهٔ $P$ یکدیگر را قطع می‌کنند. در این صورت کدام نتیجه‌گیری لزوماً صحیح است؟

۱) $\overset{\triangle}{ABC}$ قائم‌الزاویه است. ۲) مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ متساوی‌الساقین و $AB = AC$ است.

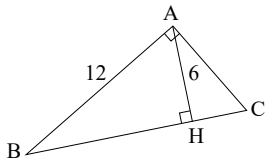
۳) مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین است. ۴) مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ متساوی‌الساقین و $CA = CB$ است.

**۲۰۶** در مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ داریم: $BC = ۸$ و $AC = ۶$، خط $MN$ به موازات $BC$ و به طول ۶ رسم شده است و خط $EF$ به موازات $AB$ از وسط $MN$ گذشته است. طول $EC$ کدام است؟



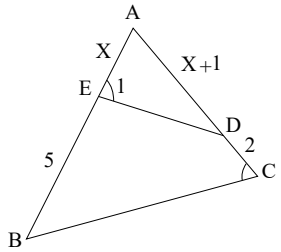

۱) ۳٫۲۵
۲) ۳٫۷۵
۳) ۲٫۵
۴) ۲

**۲۰۷** در مثلث قائم‌الزاویهٔ مقابل، طول ضلع $AC$ کدام است؟



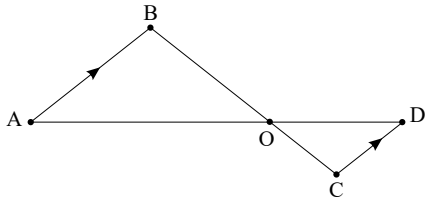

۱) $۴\sqrt{۳}$
۲) $۴\sqrt{۲}$
۳) $۶\sqrt{۲}$
۴) $۶\sqrt{۳}$

**۲۰۸** اگر در شکل زیر $\hat{E}_۱ = \hat{C}$ باشد، مساحت چهارضلعی $EDCB$ چند برابر مساحت مثلث $ABC$ است؟



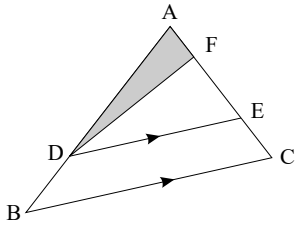

۱) $\frac{۱}{۴}$
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۳}{۴}$
۴) $\frac{۱}{۲}$

**۲۰۹** نسبت مساحت مثلث $AOB$ به $COD$، برابر $\frac{۹}{۴}$ است. اگر $AD = ۱۵$ باشد، $OD$ چه‌قدر است؟



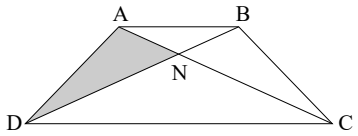

۱) ۳
۲) ۶
۳) ۹
۴) ۱۲

**۲۱۰** اگر در ذوزنقهٔ $DECB$ شکل زیر، نسبت قاعده‌ها $\frac{۳}{۴}$ باشد و $AF = ۲$، نسبت مساحت مثلث هاشورخورده به مساحت ذوزنقه کدام است؟



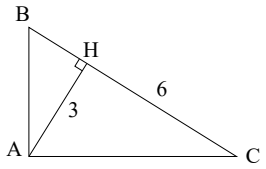

۱) $\frac{}{۷}$
۲) $\frac{}{۷}$
۳) $\frac{۱۱}{۱۴}$
۴) $\frac{۹}{۱۴}$

**۲۱۱** اگر در ذوزنقهٔ $ABCD$ شکل زیر، $DC = \frac{۳}{۲}AB$ باشد، مساحت ناحیهٔ هاشورخورده چند درصد مساحت ذوزنقه است؟




۱) ۳۶
۲) ۱۸
۳) ۱۲
۴) ۲۴

**۲۱۲** در شکل زیر مساحت مثلث قائم‌الزاویهٔ $ABC$ چقدر است؟




۱) ۱۲٫۲۵ ۲) ۱۱٫۲۵
۳) ۱۱٫۵ ۴) ۱۱

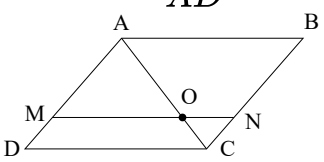
**۲۱۳** کوچک‌ترین ضلع مثلث قائم‌الزاویه‌ای که اندازهٔ ارتفاع و میانهٔ وارد بر وتر در آن به ترتیب $۲\sqrt{۲}$ و ۳ واحد می‌باشد، کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۲}$ ۲) $۲\sqrt{۳}$ ۳) $۲\sqrt{۶}$ ۴) $۳\sqrt{۲}$

**۲۱۴** در یک مثلث قائم‌الزاویه، طول ارتفاع وارد بر وتر ۲۴ و نسبت دو پاره‌خطی که ارتفاع، بر روی وتر ایجاد کرده است، $\frac{۹}{۱۶}$ می‌باشد. طول ضلع کوچک این مثلث کدام است؟

۱) ۲۵ ۲) ۳۰ ۳) ۳۵ ۴) ۴۰

**۲۱۵** در شکل زیر، مساحت مثلث $ONC$، ۲۵ درصد مساحت مثلث $OAM$ است، حاصل $AD$ کدام است؟ ( $ABCD$ متوازی‌الاضلاع و $AB||MN$ است.)




۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$
۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۴}{۵}$

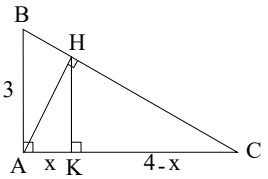
**۲۱۶** عکس کدام قضیهٔ شرطی زیر یک قضیهٔ شرطی درست است؟

۱) اگر دو مثلث هم‌نهشت باشند، آن‌گاه هم‌مساحت هستند.
۲) اگر در مثلثی سه ضلع برابر باشند، آن‌گاه دو زاویهٔ برابر دارد.
۳) اگر یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع باشد، آن‌گاه قطرها منصف یکدیگرند.
۴) اگر یک چهارضلعی مربع باشد، آن‌گاه قطرهایش عمودمنصف یکدیگرند.

**۲۱۷** اندازهٔ دو قاعدهٔ یک ذوزنقه ۸ و ۱۲ واحد و ارتفاع ذوزنقه ۱۵ واحد است. فاصلهٔ محل تلاقی قطرها از قاعدهٔ بزرگ ذوزنقه کدام است؟

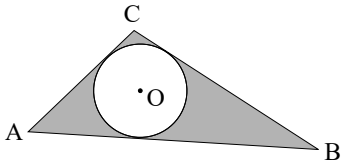
۱) ۹ ۲) ۱۲ ۳) ۶ ۴) ۱۰

**۲۱۸** در شکل روبه‌رو، اندازهٔ $x$ کدام است؟



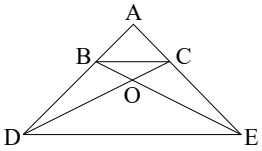

۱) ۲٫۸۸ ۲) ۱٫۴۴
۳) ۱٫۲ ۴) ۱٫۴

**۲۱۹** از نقطهٔ $O$ محل تلاقی سه نیم‌ساز داخلی مثلث $ABC$، عمودی به طول ۲ بر ضلع $AB$ رسم می‌کنیم. اگر محیط مثلث ۲۴ باشد، مساحت قسمت هاشورخورده کدام است؟ $(\pi \simeq ۳)$




۱) ۱۲
۲) ۱۴
۳) ۱۶
۴) ۱۰

**۲۲۰** در شکل زیر، $BC||DE$ و $AD = \frac{۱}{۴}$ است. مساحت مثلث متساوی‌الساقین $ABC$ $(AB = AC)$ چند برابر مساحت مثلث $OBC$ است؟

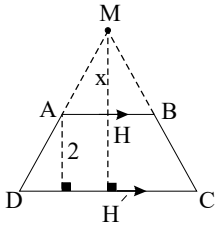



۱) $\frac{۳}{۵}$
۲) $\frac{۳}{۲}$
۳) $\frac{۵}{۳}$
۴) $\frac{۲}{۳}$

# پاسخ‌نامه تشریحی

**۱** ۴ ۳ **۲** ۱ در مثلث $MCD$ با توجه به این مطلب که $AB$ و $CD$ موازی هستند، طبق قضیه‌ی تالس داریم:

$$CD = \frac{}{MH'} \to \frac{۶}{۹} = \frac{}{x+۲} \to ۹x = ۶x + ۱۲ \to ۳x = ۱۲ \to x = ۴$$

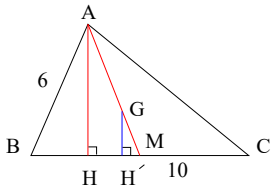



بنابراین فاصله‌ی $M$ از قاعده‌ی بزرگ‌تر برابر $MH' = ۴ + ۲ = ۶$ است.

**۲** ۴ ۳ **۲** ۱ طبق قضیه‌ی فیثاغورس داریم:

$$BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ = ۶^۲ + ۸^۲ \to BC = ۱۰$$

حال اگر $G$ مرکز ثقل مثلث باشد و از $G$ عمود $GH'$ را بر $BC$ وارد کنیم، آنگاه داریم:




$$\left.\begin{array}{l} S = \frac{۶\times۸}{۲} \\ S = \frac{AH\times۱۰}{۲} \end{array}\right\} \Rightarrow AH = \frac{۶\times۸}{۱۰} = ۴/۸$$

$$AM = AH = \frac{۱}{۳} \Rightarrow GH' = \frac{۱}{۳}AH = \frac{۱}{۳}\times ۴/۸ = ۱/۶$$

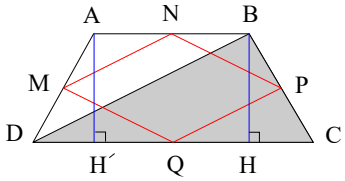
بنابراین می‌توانیم نکته‌ی زیر را به خاطر بسپاریم:

فاصله‌ی محل تلاقی میانه‌های یک مثلث قائم‌الزاویه از وتر برابر است با $\frac{۱}{۳}$ ارتفاع وارد بر وتر.

**۳** ۴ ۳ **۲** ۱ اگر ارتفاع‌های $AH'$ , $BH$ را رسم کنیم دو مثلث قائم الزاویه‌ی همنهشت ایجاد می‌شود. داریم:

$$DH' = HC = \frac{۱۲-۴}{۲} = ۴$$

$$\text{قطر } DB = \sqrt{BH^۲ + DH^۲} = \sqrt{۱۶+۶۴} = ۴\sqrt{۵}$$

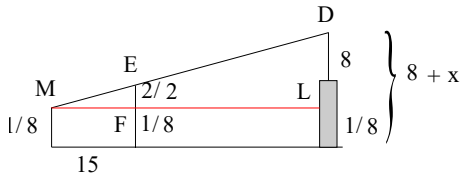



با توجه به رابطه‌ی تالس می‌توان نتیجه گرفت چهارضلعی $MNPQ$ که وسط‌های اضلاع ذوزنقه را به هم وصل کرده لوزی و اندازه‌ی هر ضلع آن نصف قطر ذوزنقه است و محیط آن برابر مجموع ۲ قطر ذوزنقه است. پس داریم:

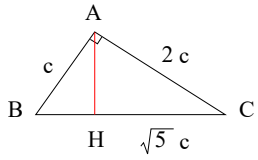
$$\text{محیط} MNPA = (\text{مجموع اقطار}) = (۴\sqrt{۵} + ۴\sqrt{۵}) = ۸\sqrt{۵}$$

**۴** ۴ ۳ **۲** ۱ ازنقطه‌ی $M$ موازی خطی موازی سطح افق رسم کرده، باتوجه به شکل و قضیه‌ی تالس داریم:

$$EF \parallel DL \Rightarrow \frac{}{DL} = \frac{}{ML} \Rightarrow \frac{}{۸ + x - ۱/۸} = \frac{۱۵}{۱۸۰} = \frac{۱}{۱۲} \Rightarrow x = ۲۰/۲$$



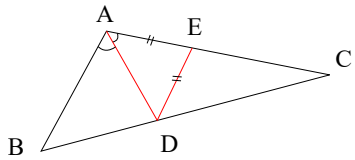
**۵** ۴ **۳** ۲ ۱ بنابر قضیه‌ی فیثاغورس نتیجه می‌شود $BC = \sqrt{۵}c$ ، داریم:




$$\Delta ABH \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{S_{ABH}}{} = (\frac{}{AB})^۲ = (\frac{۵c}{c})^۲ = ۵$$

**۶** ۴ ۳ **۲** ۱ بنابر قضیه‌ی خطوط موازی و مورب نتیجه می‌گیریم $\hat{D}_۱ = \hat{A}_۱$. چون $AD$ نیمساز است پس $\hat{D}_۲ = \hat{A}_۲$،

بنابراین $DE = AE$ داریم:




$$۸AB = ۳AC = ۶۰ \rightarrow \begin{cases} AC = ۲۰ \\ AB = ۱۲ \end{cases}$$

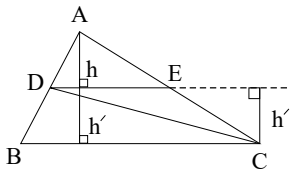
$$\xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{}{AB} = \frac{}{AC}$$

$$\frac{DE}{۱۲} = \frac{}{EC} \xrightarrow{DE=AE} \frac{AE}{۱۲} = \frac{EC}{۲۰}$$

$$\Rightarrow \frac{}{EC} = \frac{۱۲}{۲۰} \xrightarrow{\text{ترکیب در صورت}} \frac{}{EC} = \frac{۳۲}{۲۰} \Rightarrow \frac{۲۰}{EC} = \frac{۳۲}{۲۰} \Rightarrow EC = ۱۲/۵$$

**۷** **۴** ۳ ۲ ۱

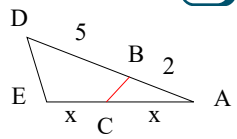
چون $\frac{}{AB} = \frac{}{۷}$ است پس $\frac{۳}{۴} = \frac{}{DB}$ می‌باشد.




$$DE \| BC \xrightarrow{\text{رابطه‌ی تالس در } \overset{\Delta}{ABC}} \frac{}{DB} = \frac{}{EC} = \frac{}{h'} = \frac{۳}{۴}$$

پس: $\frac{}{S_{DEC}} = \frac{\frac{DE \times h}{۲}}{\frac{DE \times h'}{۲}} = \frac{}{h'} = \frac{۳}{۴} = ۰/۷۵$

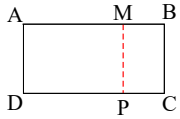
**۸** **۱** ۲ ۳ ۴




$$\overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{ADE} \Rightarrow \frac{}{AE} = \frac{}{AD} \Rightarrow \frac{}{۲x} = \frac{}{۷} \Rightarrow x^۲ = ۷ \Rightarrow x = \sqrt{۷}$$

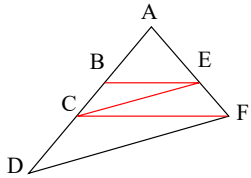
هندسه

**۹** ۴ ۳ **۲** ۱ تنها یک نقطه $M$ وجود دارد. زیرا اگر دو مستطیل متشابه باشند باید داشته باشیم:




$$\frac{\text{طول بزرگ}}{\text{طول کوچک}} = \frac{\text{عرض بزرگ}}{\text{عرض کوچک}} \Rightarrow \frac{۱۰}{۴} = \frac{۴}{MB} \Rightarrow MB = ۱/۶$$

**۱۰** ۴ ۳ **۲** ۱ اگر $CD$ را برابر $x$ در نظر بگیریم، داریم:

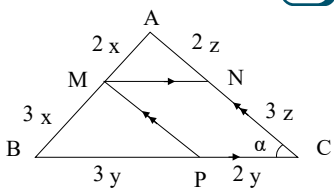



$$\begin{cases} BE \| CF \Rightarrow \overline{AC} = \overline{AF} \\ CE \| DF \Rightarrow \overline{AF} = \overline{AD} \end{cases} \Rightarrow \overline{AC} = \overline{AD} \Rightarrow AC^{۲}$$

$$۸^{۲} = ۵AD \Rightarrow AD = \frac{۶۴}{۵}$$

$$CD = AD - AC = \frac{۶۴}{۵} - ۸ = \frac{۲۴}{۵} = ۴/۸$$

**۱۱** ۴ ۳ ۲ **۱** با توجه به فرض تست داریم:




$$AM = \frac{۲}{۳}MB \Rightarrow \overline{MB} = \frac{۲}{۳}$$

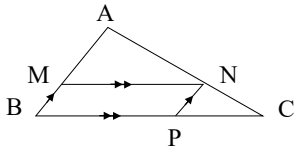
$$MP \| AC \xrightarrow{\text{قضیه‌ی تالس}} \overline{MA} = \overline{PC} = \frac{۳}{۲}$$

$$\overline{S_{ABC}} = \frac{}{\frac{۱}{۲} \times ۵y \times ۵z \times \sin\alpha} = \frac{۶}{\frac{۲۵}{۲}} = \frac{۱۲}{۲۵} = \frac{۴۸}{۱۰۰}$$

پس مساحت متوازی‌الاضلاع ۴۸ درصد مساحت مثلث $ABC$ است. توجه کنید که مساحت مثلث برابر نصف حاصل‌ضرب دو ضلع در سینوس زاویه‌ی بین دو ضلع می‌باشد.

**۱۲** ۴ ۳ ۲ **۱**

$MNPB$ متوازی‌الاضلاع است، بنابراین:




$$MN \| BC \ , \ NP \| AB$$

$$\overline{MB} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow \text{ترکیب در مخرج} \Rightarrow \overline{AB} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow \overline{AB} = \frac{۲}{۵} \qquad (۱)$$

$$MN \| BC \Rightarrow \overline{BC} = \overline{AB} = \xrightarrow{MN=BP} \frac{BP}{BC} = \frac{۳}{۵} \qquad (۲)$$

$$\frac{S_{MNPB}}{S_{\overset{\triangle}{ABC}}} = \frac{\frac{۲}{۵}AB \times \frac{۳}{۵}BC}{\frac{۱}{۲}AB \times BC \times \sin\hat{}} \overset{(۱),(۲)}{=} \frac{\frac{۲}{۵}AB \times \frac{۳}{۵}BC}{\frac{۱}{۲}AB \times BC} = \frac{۱۲}{۲۵} = ۰/۴۸ = ۴۸\%$$

**۱۳** ۴ ۳ ۲ **۱**

$$DE \| BC \Rightarrow \overline{DB} = \overline{EC} \Rightarrow \frac{}{۲x - ۳} = \frac{}{۲x} \Rightarrow x = ۶ \Rightarrow AB = ۱۵$$

**۱۴** ۴ **۳** ۲ ۱

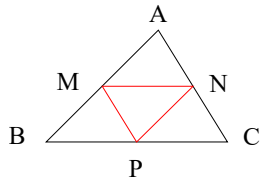
کافیست دو بار از قضیه‌ی تالس استفاده کنیم.

$$ED \parallel FC \Rightarrow \frac{۲}{۳} = \frac{\quad}{DC}$$
$$FD \parallel BC \Rightarrow \frac{۵}{FB} = \frac{\quad}{DC} \Rightarrow \frac{۲}{۳} = \frac{۵}{FB} \Rightarrow FB = ۷/۵$$

**۱۵** ۴ ۳ **۲** ۱ در تناسب می‌توان صورت‌ها را با هم و مخرج‌ها را با هم جمع کنیم و نسبت تغییر نمی‌کند. داریم:

$$\frac{a}{۲} = \frac{b}{۳} = \frac{c}{۴} \Rightarrow \frac{\quad}{۲+۳+۴} = \frac{a}{۲} \Rightarrow a+b+c = \frac{a}{۲}a \Rightarrow \frac{\quad}{a+b+c} = \frac{۲}{۹}$$

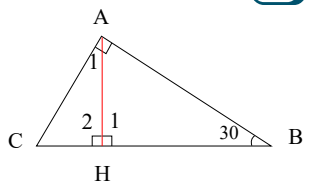
**۱۶** ۴ ۳ ۲ **۱** تذکر: اگر اوساط اضلاع $ABC$ را به هم وصل کنیم ۴ مثلث همنهشت پدید می‌آید که محیط هر یک از آن‌ها $\frac{۱}{۲}$ محیط مثلث $ABC$ است و مساحت هر کدام از آن‌ها $\frac{۱}{۴}$ مساحت مثلث اولیه است.




$$(MNP\ \text{محیط}) = \frac{۱}{۲}(ABC\ \text{محیط}) \Rightarrow ABC\ \text{محیط} = ۲ \times ۶ = ۱۲$$

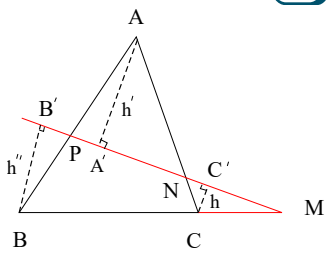
**۱۷** ۴ ۳ **۲** ۱ وقتی دو مثلث متشابه‌اند نسبت تشابه (نسبت اضلاع نظیر) همان نسبت میانه‌های نظیر دو مثلث است، پس نسبت میانه‌های کوچک‌تر به میانه‌های نظیرش در مثلث بزرگ‌تر $a$ است.

**۱۸** ۴ ۳ ۲ ۱



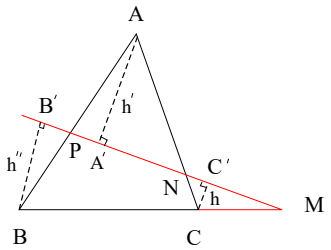

$$\left.\begin{array}{l} \angle \quad = \angle B = ۳۰ \\ H_۱ = H_۲ = ۹۰ \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta AHC \sim \Delta ABH \Rightarrow \frac{\quad}{S_{AHB}} = \left(\frac{\quad}{HB}\right)^۲ = (\tan ۳۰)^۲ = ۳$$

**۱۹** ۴ ۳ ۲ **۱** با توجه به شکل و قضیه‌ی تالس داریم:




$$CC' \parallel BB' \Rightarrow \frac{\quad}{CM} = \frac{\quad}{h}$$
$$CC' \parallel AA' \Rightarrow \frac{\quad}{AN} = \frac{\quad}{h'} \Rightarrow CM \times AN = \frac{\quad}{h'} = AP$$

**۲۰** ۴ ۳ ۲ **۱** این حاصلضرب برابر یک می‌باشد و این رابطه معروف به قضیه‌ی منلائوس است. برای اثبات آن از قضیه‌ی تالس به صورت زیر استفاده می‌کنیم:




$$CC' \parallel BB' \Rightarrow \frac{\quad}{CM} = \frac{\quad}{CC'}$$
$$CC' \parallel AA' \Rightarrow \frac{\quad}{AN} = \frac{\quad}{AA'}$$
$$BB' \parallel AA' \Rightarrow \frac{\quad}{BP} = \frac{\quad}{BB'}$$





https://www.monta.ir/#print;a5=%25D9%2587%25D9%2586%25D8%25AF%25D8%25B3%25D9%2587;a28=1398%255C003%255C014;a46=... 36/87

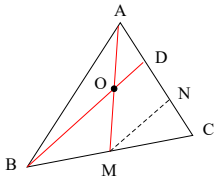
$$\Rightarrow \overline{CM} \times \overline{AN} \times \overline{BP} = \overline{CC'} \times \overline{AA'} \times \overline{BB'} = ۱$$

**۲۱** ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\overline{S'} = ۳\overline{P'} \Rightarrow K^۲ = ۳K \Rightarrow K = ۳ \text{ یا } \overline{P'} = ۳ \text{ ، } \overline{P} = \frac{۱}{۳}$$

نکته: اگر دو شکل متشابه باشند نسبت محیط آن‌ها همان نسبت تشابه است و نسبت مساحت آن‌ها مجذور نسبت تشابه آن‌هاست.

**۲۲** ۱ **۲** ۳ ۴ از $M$ موازی $BD$ رسم کرده در مثلث $AMN$ چون $O$ وسط $AM$ و $OD \parallel MN$ است، پس $OD = \frac{۱}{۲}MN$ .




از طرفی در مثلث $CDB$ : $MN \parallel BD$ و $M$ وسط $BD$ است، پس $MN = \frac{۱}{۲}BD$ . بنابراین:

$$OD = a \Rightarrow MN = ۲a \Rightarrow BD = ۴a \Rightarrow ۱۲ = ۳a \Rightarrow a = ۴$$

بنابراین $OD = ۴$

**۲۳** **۱** ۲ ۳ ۴ چون $ABC$ متساوی‌الساقین است پس $HB = HC = \frac{۱}{۲}BC$ . از طرفی

$$MN \parallel AH \Rightarrow \frac{CH}{AH} = \frac{۲}{۳}$$

و $MN^۲ = CN \times NB$ (در مثلث $\overset{\Delta}{BMC}$ ارتفاع وارد بر وتر $MN$ واسطه‌ی هندسی بین قطعات ایجاد شده روی وتر است) پس $۴ = CN \times BN$.

بنابراین:

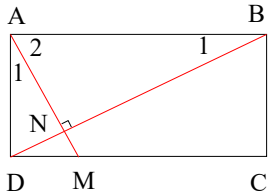
$$\begin{cases} \frac{CH}{CH} = \frac{۲}{۳} \quad CN = ۲a \quad , \quad CH = ۳a = BH \\ CN \times BN = ۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \\ BN = ۴a \end{cases}$$

پس $CN \times BN = ۲a \times ۴a = ۴ \Rightarrow a = \frac{۱}{\sqrt{۲}}$ یا $CN = ۲a = \sqrt{۲}$.

**۲۴** ۱ ۲ ۳ **۴**

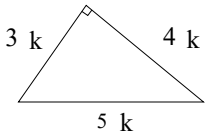
زاویه‌های $A_۱$ و $B_۱$ هر دو متمم $A_۲$ هستند. پس داریم:

$$\begin{cases} \angle A_۱ = \angle B_۱ \end{cases}$$




$$\Rightarrow \Delta ADM \sim \Delta ADB \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \xrightarrow{AB=۲AD} \frac{AB}{۲DA} = \frac{AB}{\frac{۱}{۲}AB} \Rightarrow AB = ۴DM \Rightarrow \frac{DM}{DM} = \frac{۴}{۱}$$

**۲۵** ۱ ۲ **۳** ۴ مثلث مورد نظر به صورت شکل مقابل است که حتماً قائم الزاویه است پس




$$S = ۲P \Rightarrow ۱۲K = \frac{(۳K)(۴K)}{۲}$$

بنابراین $K = ۲$

پس اضلاع مثلث ۶ و ۸ و ۱۰ است.

**۲۶** ۴ **۳** ۲ ۱ نکته: پاره‌خطی که وسط‌های ۲ ساق را به هم وصل می‌کند پاره خط میانگین ذوزنقه است و اندازه‌اش میانگین ۲ قاعده است.

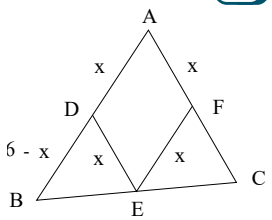
نکته: با توجه به نکته‌ی قبل می‌توان گفت:

$$MN = \frac{AB + DC}{۲}$$

ارتفاع × پاره‌خط میانگین = مساحت ذوزنقه

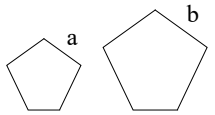
۱۲ = خط میانگین ×۳ ← خط میانگین = ۴

**۲۷** **۴** ۳ ۲ ۱ با فرض اینکه طول ضلع لوزی $x$ باشد: $AD = x$ و در لوزی $ADFE$ اضلاع پس داریم:




$$ED \parallel AC \Rightarrow \frac{}{AB} = \frac{}{AC} = \frac{۶ - x}{۶} = \frac{x}{۴} = ۲۴ - ۴x = ۶x \Rightarrow x = AD = \frac{۱۲}{۵}$$

**۲۸** ۴ ۳ **۲** ۱ هر دو پنج ضلعی منتظم متشابه‌اند و نسبت مساحت آن‌ها مجذور نسبت تشابه آن‌هاست، بنابراین:




$$\frac{۴}{۹} = \left(\frac{}{b}\right)^۲ \Rightarrow \frac{}{b} = \frac{۲}{۳} = \text{(نسبت تشابه)}$$

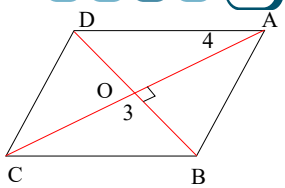
$$\frac{۶}{b} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow b = ۹ \quad \text{یا} \quad \frac{a}{۶} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow a = ۴$$

بستگی به اینکه اگر عدد ۶ اندازه‌ی ضلع کوچک‌تر باشد، ضلع پنج ضلعی بزرگ‌تر ۹ است یا اگر عدد ۶ عدد ضلع بزرگ‌تر باشد، ضلع پنج ضلعی کوچک‌تر ۴ است.

**۲۹** ۴ ۳ ۲ **۱** اگر $c$ واسطه‌ی هندسی $a$ و $b$ باشد، داریم:

$$c = \sqrt{ab} = \sqrt{\sqrt{۳} \times \frac{\sqrt{۳}}{۴}} = \sqrt{\frac{۳}{۴}} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

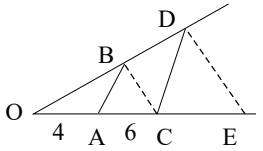
۴ **۳** ۲ ۱ چون دو قطر لوزی ۸ و ۶ است، پس:




$$S_{ABCD} = \text{———} = ۲۴$$

$$\frac{}{S_{A'B'C'D'}} = \left(\frac{۲}{۳}\right)^۲ \Rightarrow \frac{۲۴}{S'} = \frac{۴}{۹} \Rightarrow S' = ۵۴$$

**۳۱** ۴ **۳** ۲ ۱

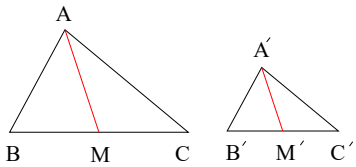



$$\left.\begin{array}{l} AB \parallel CD \Rightarrow \frac{}{OC} = \frac{}{OD} \\ BC \parallel DE \Rightarrow \frac{}{OD} = \frac{}{OE} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{}{OC} = \frac{}{OE} \Rightarrow \frac{۴}{۱۰} = \frac{۱۰}{OE} \Rightarrow OE = ۲۵$$

$$CE = ۲۵ - OC = ۲۵ - ۱۰ = ۱۵$$

هندسه

**۳۲** **۴** ۳ ۲ ۱ در دو مثلث متشابه نسبت میانه‌ها با نسبت اضلاع برابر است.

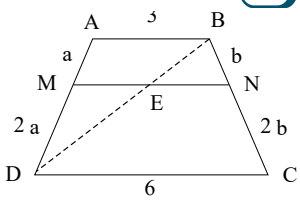



$$\frac{A'C'}{A'M'} = ۲ \Rightarrow \frac{S_{A'B'M'}}{} = \left(\frac{A'C'}{}\right)^۲ = ۲^۲ = ۴$$

**۳۳** ۱ **۲** ۳ ۴

$$\frac{۳}{۵} = \frac{۵}{x} = \frac{}{y} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{۲۵}{۳} \\ y = \frac{۳۵}{۳} \end{cases} \Rightarrow x + y = \frac{۲۵ + ۳۵}{۳} = ۲۰$$

**۳۴** ۱ ۲ **۳** ۴ با توجه به شکل اگر قطر $DB$ را رسم کنیم تا $MN$ را در $E$ قطع کند.




(در مثلث $DAB$): $ME \parallel AB \Rightarrow \frac{}{AD} = \frac{}{AB} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow ME = ۲$

(در مثلث $BDC$): $EN \parallel DC \Rightarrow \frac{}{DC} = \frac{}{BC} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{EN}{۶} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow EN = ۲$

بنابراین: $MN = ME + EN = ۴$.

**۳۵** **۱** ۲ ۳ ۴

$$\angle B = \angle E \Rightarrow ED \parallel BC \Rightarrow \frac{}{AB} = \frac{}{BC} \Rightarrow \frac{}{AB} = \frac{۶}{۹} \Rightarrow AB = ۱۲ \Rightarrow EB = AB - AE = ۴$$

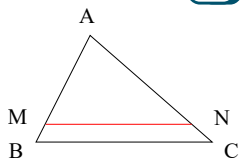
**۳۶** ۱ ۲ **۳** ۴

$$DD' \parallel BC = \frac{}{AB} = \frac{}{BC} \Rightarrow \frac{۱}{۳} = \frac{}{۸} \Rightarrow DD' = \frac{۸}{۳}$$

$$EE' \parallel BC \Rightarrow \frac{}{AB} = \frac{}{BC} \Rightarrow \frac{۲}{۳} = \frac{}{۸} \Rightarrow EE' = \frac{۱۶}{۳}$$

$$\Rightarrow DD' + EE' = \frac{۸}{۳} + \frac{۱۶}{۳} = \frac{۲۴}{۳} = ۸$$

**۳۷** ۱ ۲ ۳ ۴ بنابر فرض تست مساحت مثلث $AMN$ نصف مساحت مثلث است.




$$\frac{}{S_{ABC}} = \left(\frac{}{BC}\right)^۲ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{}{BC} = \sqrt{\frac{۱}{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

**۳۸** ۱ ۲ ۳ **۴** اگر میانگین هندسی $b$ و $a$ عدد $c$ باشد $c^۲ = ab$ پس $c = \sqrt{ab}$ پس $۱۴ = \sqrt{ab}$ یا $ab = ۱۹۶$

**۳۹** ۱ ۲ **۳** ۴

$$BC \parallel DE \Rightarrow \frac{}{AD} = \frac{}{DE} \Rightarrow \frac{}{۲x} = \frac{}{x + ۳} \Rightarrow ۲x = x + ۳ \Rightarrow x = ۳ \Rightarrow x = ۳$$

**۴۰** **۱** ۲ ۳ ۴

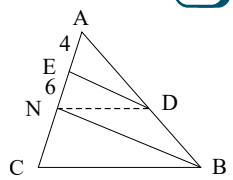
$$\frac{}{S'} = \left(\frac{۱۵}{۸}\right)^۲ \Rightarrow \frac{۲۵}{S'} = \left(\frac{۱۵}{۸}\right)^۲ \Rightarrow S' = \frac{۶۴}{۹} = ۷\frac{۱}{۹}$$

**۴۱** ۴ ۳ ۲ **۱** با توجه به شکل صورت مسأله:

$$\left.\begin{array}{l} DE \parallel BC \Rightarrow \dfrac{\ }{AB} = \dfrac{\ }{AF} \\ FE \parallel BC \Rightarrow \dfrac{\ }{AB} = \dfrac{\ }{AC} \end{array}\right\} \Rightarrow \dfrac{\ }{AF} = \dfrac{\ }{AC} \Rightarrow \dfrac{۲}{۶} = \dfrac{۶}{AC} \Rightarrow AC = ۱۸$$

$$FC = AC - AF = ۱۸ - ۶ = ۱۲$$

**۴۲** **۴** ۳ ۲ ۱




$$ED \parallel NB \Rightarrow \dfrac{\ }{AN} = \dfrac{\ }{AB} \quad (۱)$$

$$ND \parallel BC \Rightarrow \dfrac{\ }{AB} = \dfrac{\ }{AC} \quad (۲)$$

از روابط (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم $\dfrac{\ }{AN} = \dfrac{\ }{AC}$ ، پس:

$$\dfrac{۴}{۱۰} = \dfrac{۱۰}{AC} \Rightarrow AC = ۲۵$$

**۴۳** **۴** ۳ ۲ ۱ به بررسی یک یک گزینه‌ها می‌پردازیم:

۱) $\dfrac{\ }{a-b} = \dfrac{\ }{۷} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} ۷a + ۷b = ۳a - ۳b \Rightarrow ۱۰b = -۴a$ نادرست

۲) $\dfrac{\ }{b} = \dfrac{۳}{۱۰} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} ۱۰a + ۱۰b = ۳b \Rightarrow ۱۰a = -۷b$ نادرست

۳) $\dfrac{\ }{b-a} = \dfrac{\ }{۷} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} ۷a = ۴a - ۴b \Rightarrow ۳a = -۴b$ نادرست

۴) $\dfrac{\ }{b} = ۶ \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} ۳a - b = ۶b \Rightarrow ۳a = ۷b$ درست

**۴۴** ۴ ۳ ۲ **۱** اگر زوایای داخلی این مثلث را $A$ ، $B$ و $C$ زوایای خارجی آن را $A'$ ، $B'$ و $C'$ در نظر بگیریم، داریم:

$$\dfrac{\hat{A'}}{۳} = \dfrac{B'}{۷} = \dfrac{C'}{۸} \Rightarrow \dfrac{\hat{A'}}{۳} = \dfrac{B'}{۷} = \dfrac{C'}{۸} = \dfrac{\hat{A'} + \hat{B'} + \hat{C'}}{۳+۷+۸} = \dfrac{۳۶۰^\circ}{۱۸} = ۲۰^\circ$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{A'} = ۶۰^\circ \Rightarrow \hat{\ } = ۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ = ۱۲۰^\circ \\ \hat{B'} = ۱۴۰^\circ \Rightarrow \hat{\ } = ۱۸۰^\circ - ۱۴۰^\circ = ۴۰^\circ \\ \hat{C'} = ۱۶۰^\circ \Rightarrow \hat{\ } = ۱۸۰^\circ - ۱۶۰^\circ = ۲۰^\circ \end{cases}$$ کوچکترین زاویه ی داخلی

**۴۵** ۴ **۳** ۲ ۱ از ترکیب در صورت و مخرج استفاده می‌کنیم:





https://www.monta.ir/#print;a5=%25D9%2587%25D9%2586%25D8%25AF%25D8%25B3%25D9%2587;a28=1398%255C003%255C014;a46=... 40/87

$$\frac{a_1}{1}=\frac{a_2}{2}=\frac{a_3}{3}=\cdots=\frac{}{n}\Rightarrow\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{1+2+\cdots+n}=\frac{a_1}{1}$$

حال با توجه به رابطه‌ی $1+2+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$ ، داریم:

$$a_1+a_2+\cdots+a_n=\frac{n(n+1)}{2}a_1$$

**۴۶** ۴ ۳ ۲ **۱** با توجه به فرض مسأله داریم:

$$\frac{}{b}=\frac{}{d}=k\Rightarrow\frac{a^2}{b^2}=\frac{c^2}{d^2}=k^2\Rightarrow\frac{2a^2}{2b^2}=\frac{3c^2}{3d^2}=k^2\xrightarrow{\text{ترکیب درصورت و مخرج}}\frac{2a^2+3c^2}{2b^2+3d^2}=k^2$$

$$\Rightarrow\sqrt{\frac{2a^2+3c^2}{2b^2+3d^2}}=\sqrt{k^2}\xrightarrow{k>0}\sqrt{\frac{2a^2+3c^2}{2b^2+3d^2}}=k$$

**۴۷** ۴ **۳** ۲ ۱ با توجه به فرض مسأله داریم :

A N M B

$$\overline{AM}=\overline{BN}=\frac{1}{2}$$

حال در کسرهای فوق از ترکیب در مخرج استفاده می‌کنیم:

$$\frac{\overline{AM}}{\overline{AM+MB}}=\frac{\overline{BN}}{\overline{BN+AN}}=\frac{}{2+1}$$

$$\Rightarrow\frac{}{AB}=\frac{}{AB}=\frac{1}{3}\Rightarrow MB=AN=\frac{AB}{3}=\frac{a}{3}$$

$$\Rightarrow MN=AB-(BM+AN)=a-(\frac{a}{3}+\frac{a}{3})=\frac{a}{3}$$

**۴۸** **۴** ۳ ۲ ۱ فرض کنیم $OP=a$ باشد. طبق فرض سؤال داریم :

$$\frac{}{PD}=\frac{}{PC}\Rightarrow\frac{}{7-a}=\frac{}{5-a}\Rightarrow(a-2)(5-a)=(a-4)(7-a)$$

$$\Rightarrow -a^2+7a-10=-a^2+11a-28\Rightarrow 4a=18\Rightarrow a=\frac{9}{2}=4/5$$

**۴۹** **۴** ۳ ۲ ۱ می‌دانیم که نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر با مجذور نسبت محیط‌ها (نسبت تشابه) است، بنابراین داریم:

$$\frac{S_1}{S_2}=(\frac{6+8+10}{72})^2=\frac{1}{9}$$

همچنین می‌دانیم که ۶ ، ۸ و ۱۰ اعداد فیثاغورثی هستند، بنابراین مساحت این مثلث برابر است با:

$$S_1=\frac{6\times 8}{2}=24$$

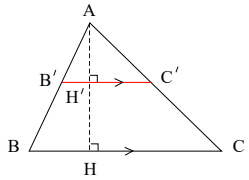
$$\frac{S_1}{S_2}=\frac{1}{9}\Rightarrow\frac{24}{S_2}=\frac{1}{9}\Rightarrow S_2=9\times 24=216$$

**۵۰** ۴ **۳** ۲ ۱ می‌دانیم که نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر با مجذور نسبت محیط‌ها (نسبت تشابه) است، بنابراین:

$$\frac{S_۱}{S_۲}=\frac{۱۶\sqrt{۳}}{۴\sqrt{۳}}=۴\Rightarrow ۴=(\frac{\quad}{۲x+۳x-۲+x+۲})^۲\Rightarrow \frac{\quad}{۶x}=۲\Rightarrow x=۲$$

**۵۱** ۴ **۳** ۲ ۱ فرض کنید با رسم $B'C'$ مساحت مثلث $ABC$ نصف شده باشد.

دو خط $B'C'$ و $BC$ موازی یکدیگر هستند، بنابراین دو مثلث $ABC$ و $AB'C'$ متشابه خواهند بود و خواهیم داشت:




$$\frac{S_{\overset{\triangle}{AB'C'}}}{S_{\overset{\triangle}{ABC}}}=(\frac{\quad}{AH})^۲\Rightarrow \frac{۱}{۲}=(\frac{\quad}{AH})^۲\Rightarrow \frac{\quad}{h}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow AH'=\frac{\sqrt{۲}}{۲}h$$

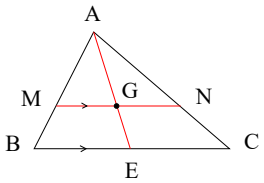
**۵۲** ۴ **۳** ۲ ۱ می‌دانیم که میانه‌ها یک‌دیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، بنابراین اگر $G$ مرکز ثقل مثلث $ABC$ باشد، داریم:

$$\frac{\quad}{GE}=\frac{۲}{۱}\Rightarrow \frac{\quad}{AE}=\frac{۲}{۳}$$

از طرفی چون $MN||BC$ ، طبق قضیه‌ی تالس داریم:

$$\frac{\quad}{AE}=\frac{\quad}{AB}=\frac{\quad}{AC}=\frac{۲}{۳}$$

همچنین با توجه به توازی $MN$ و $BC$ و تناسب اضلاع دو مثلث $AMN$ و $ABC$ نتیجه می‌شود:




$$\overset{\triangle}{AMN}\sim \overset{\triangle}{ABC}$$

می‌دانیم که نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر با مجذور نسبت تشابه است، بنابراین :

$$\frac{S_{\overset{\triangle}{ABC}}}{S_{\overset{\triangle}{AMN}}}=(\frac{۳}{۲})^۲=\frac{۹}{۴}\xrightarrow{\text{تفضیل در صورت}} \frac{\quad}{S_{AMN}}=\frac{۵}{۴}\Rightarrow \frac{\quad}{S_{BMNC}}=\frac{۴}{۵}$$

**۵۳** **۴** ۳ ۲ ۱ به علت اینکه $MN||BC$ است، مثلث‌های $AMN$ و $ABC$ متشابه‌اند و مساحت مثلث $AMN$ نصف مساحت مثلث $ABC$ می‌باشد. می‌دانیم که نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر با مجذور نسبت تشابه آنها است:

$$\frac{S_{\overset{\triangle}{AMN}}}{S_{\overset{\triangle}{ABC}}}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow (\frac{\quad}{AB})^۲=\frac{۱}{۲}\Rightarrow \frac{\quad}{AB}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\xrightarrow[\text{در مخرج}]{\text{تفضیل}} \frac{\quad}{AB-AM}=\frac{\sqrt{۲}}{۲-\sqrt{۲}}$$

$$\Rightarrow \frac{\quad}{MB}=\frac{\sqrt{۲}}{۲-\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}(\sqrt{۲}+۲)}{(۲-\sqrt{۲})(۲+\sqrt{۲})}=\frac{۲+۲\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow \frac{\quad}{MB}=۱+\sqrt{۲}$$

**۵۴** ۴ **۳** ۲ ۱ با توجه به فرض مسأله داریم:

$$AB = AC = \frac{۱}{۳} \xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} AD = AE = \frac{۱}{۲}$$

با توجه به رابطه‌ی اخیر، طبق عکس قضیه‌ی تالس می‌توان نتیجه گرفت : $DE||BC$

بنابراین طبق قضیه‌ی تالس خواهیم داشت:

$$AB = AC = BC \Rightarrow \frac{۲}{۳} = \frac{DE}{۱۵} \Rightarrow DE = ۱۰$$

**۵۵** ۴ ۳ **۲** ۱ می‌دانیم اگر دو خط مورب سه خط موازی $d$ ، $d'$ و $d''$ را قطع کنند پاره خط‌های ایجاد شده روی خطوط مورب نسبت‌های مساوی دارند. بنابراین:

$$\frac{}{x-۴} = \frac{}{x-۵} \Rightarrow ۲x^۲ - ۱۰x = ۲x^۲ - ۵x - ۱۲ \Rightarrow ۵x = ۱۲ \Rightarrow x = ۲/۴$$

**۵۶** ۴ **۳** ۲ ۱ طول پاره‌خط‌ها را (از کوچک به بزرگ) $x_۱$ ، $x_۲$ ، $x_۳$ ، $x_۴$ و $x_۵$ در نظر می‌گیریم. با توجه به توازی این ۵ پاره خط با قاعده‌ی $BC$ ، طبق قضیه‌ی تالس داریم:

$$\frac{}{BC} = \frac{۱}{۶}, \frac{}{BC} = \frac{۲}{۶}, \cdots, \frac{}{BC} = \frac{۵}{۶}$$

حال با جای‌گذاری $BC = ۱۸$ خواهیم داشت:

$$x_۱ = ۳, x_۲ = ۶, \cdots, x_۵ = ۱۵ \Rightarrow x_۱ + x_۲ + \cdots + x_۵ = ۳(۱+۲+۳+۴+۵) = ۴۵$$

**۵۷** ۴ ۳ **۲** ۱ محل تقاطع $MN$ با $AC$ را $P$ می‌نامیم. چون $M$ وسط $BC$ است و $MP$ موازی $AB$ می‌باشد، بنابراین طبق قضیه‌ی میان خط $P$ نیز وسط $AC$ می‌باشد. یعنی: $AP = \frac{AC}{۲} = ۶$

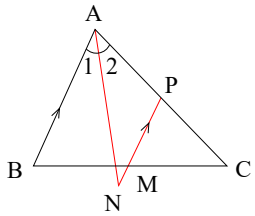
از طرفی:

$$MP||AB \Rightarrow \hat{} = A_۱ \xrightarrow{\hat{A}_۱ = \hat{A}_۲} \hat{} = \hat{A}_۲ \Rightarrow AP = NP = ۶$$

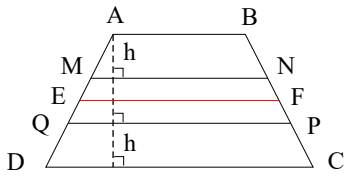
همچنین طبق قضیه‌ی تالس داریم:

$$MP||AB \Rightarrow \frac{}{AB} = \frac{}{AC} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{MP}{۶} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow MP = ۳$$

$$MN = NP - MP = ۶ - ۳ = ۳$$



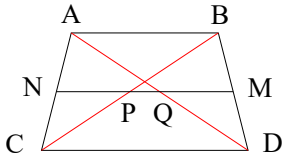

**۵۸** ۴ ۳ ۲ **۱** نقاط $E$ و $F$ که اوساط دو ساق $BC$ و $AD$ می‌باشند را به هم وصل می‌کنیم. واضح است $E$ و $F$ اوساط ساق‌های $NP$ و $MQ$ از ذوزنقه‌ی $MNPQ$ نیز می‌باشند. بنابراین داریم:




$$EF=\frac{AB+CD}{۲}=\frac{MN+PQ}{۲}$$

$$\frac{S_{ABCD}}{}=\frac{\frac{MN+PQ}{۲}\times h}{\frac{AB+CD}{۲}\times ۳h}=\frac{}{EF\times ۳h}=\frac{۱}{۳}$$

**۵۹** ۱ ۲ ۳ **۴** می‌دانیم پاره‌خطی که از اوساط دو ساق یک ذوزنقه می‌گذرد، از اوساط دو قطر آن نیز می‌گذرد. یعنی $P$ و $Q$ به ترتیب اوساط $BC$ و $AD$ هستند و طول $PQ$ برابر نصف تفاضل طول دو قاعده است :

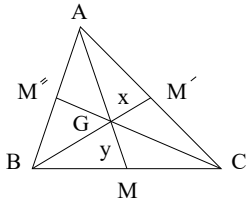



$$PQ=\frac{CD-AB}{۲}\Rightarrow PQ=\frac{۳AB-AB}{۲}=AB\xrightarrow{CD=۳AB}PQ=\frac{CD}{۳}$$

**۶۰** ۱ ۲ **۳** ۴ در هر مثلث میانه‌ها یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند:

$$\frac{}{GM}=\frac{}{GM'}=\frac{}{GM''}=\frac{۲}{۱}$$

حال با استفاده از خواص تناسب خواهیم داشت:




$$\frac{}{AM}=\frac{}{BM'}=\frac{}{CM''}=\frac{۲}{۳}\ \text{و}\ \frac{}{AM}=\frac{}{BM'}=\frac{}{CM''}=\frac{۱}{۳}$$

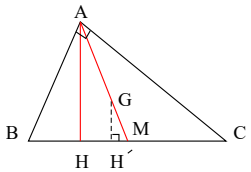
می‌دانیم که در هر مثلث مرکز ثقل میانه‌ها را به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می‌کند. با توجه به اینکه $AM$ و $BM'$ میانه هستند و میانه‌ها در هر مثلث همرس‌اند، می‌توان گفت $G$ مرکز ثقل $\overset{\triangle}{ABC}$ است. بنابراین داریم:

$$\frac{}{AG}=\frac{}{BG}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{}{AM}=\frac{}{BM'}=\frac{۱}{۳}$$

$$\frac{}{GM}=\frac{\frac{BM'}{۳}}{\frac{AM}{۳}}=\frac{}{AM}=\frac{۶}{۴}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow y=\frac{۳}{۲}$$

**۶۱** ۱ **۲** ۳ ۴ فرض کنیم $G$ مرکز ثقل این مثلث باشد، پس باید طول $GH'$ را به دست آوریم:

می‌دانیم که در هر مثلث میانه‌ها یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می‌کنند. بنابراین داریم:



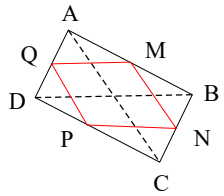

$$\frac{}{AG}=\frac{۱}{۲}\xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}}\frac{}{AM}=\frac{۱}{۳}$$

از طرفی:

$$GH'||AH \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{}{AH} = \frac{}{AM} \Rightarrow \frac{GH'}{۹} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow GH' = ۳$$

نکته: فاصله‌ی محل برخورد میانه‌های مثلث قائم‌الزاویه از وتر برابر با $\frac{۱}{۳}$ ارتفاع وارد بر وتر است.

**۶۲** ۱ ۲ ۳ **۴** قطرهای $AC$ و $BD$ را رسم می‌کنیم. با توجه به اینکه $M$ ، $N$ ، $P$ و $Q$ اوساط اضلاع چهار ضلعی هستند، طبق قضیه‌ی میان خط می‌توان گفت:

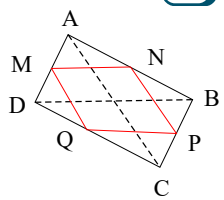



$$MQ||BD||PN, MN||AC||PQ$$

بنابراین چون اضلاع مقابل این چهارضلعی موازی‌اند، این چهار ضلعی متوازی الاضلاع است.

**۶۳** ۱ ۲ **۳** ۴ برای اینکه چهارضلعی حاصل مربع باشد، باید قطرهای چهار ضلعی اولیه با هم برابر و برهم عمود باشند تا اضلاع این چهارضلعی برابر و برهم عمود باشند. بنابراین چهارضلعی اولیه می‌تواند مربع باشد.

**۶۴** ۱ **۲** ۳ ۴ $M$ ، $N$ ، $P$ و $Q$ اوساط اضلاع چهار ضلعی $ABCD$ هستند. طبق قضیه‌ی میان خط داریم:

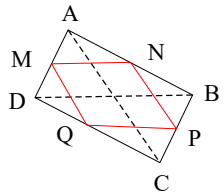



$$MN = PQ = \frac{BD}{۲} \text{ و } PN = MQ = \frac{AC}{۲}$$

$$MNPQ_{\text{محیط}} = MN + NP + PQ + QM = ۲(\frac{BD}{۲} + \frac{AC}{۲}) = BD + AC = ۲۱$$

بنابراین اگر وسط‌های اضلاع یک ۴ضلعی را به هم وصل کنیم، محیط ۴ضلعی حاصل برابر است با مجموع قطرهای ۴ضلعی اولیه.

**۶۵** ۱ **۲** ۳ ۴ می‌دانیم که با وصل کردن اوساط دو ضلع یک مثلث، مساحت مثلث اولیه ۴ برابر مساحت مثلث کوچک ایجاد شده است. بنابراین داریم:




$$S_{\overset{\triangle}{AMN}} = \frac{}{۴}\,\overset{\triangle}{ABD}, S_{\overset{\triangle}{PQC}} = \frac{}{۴}\,\overset{\triangle}{BCD}, S_{\overset{\triangle}{BNP}} = \frac{}{۴}\,\overset{\triangle}{ABC}, S_{\overset{\triangle}{MQD}} = \frac{}{۴}\,\overset{\triangle}{ACD}$$

$$S_{MNPQ} = S_{ABCD} - [\underbrace{(S_{\overset{\triangle}{AMN}} + \overset{\triangle}{PQC})}_{\frac{۱}{۴}S_{ABCD}} + \underbrace{(S_{\overset{\triangle}{BNP}} + \overset{\triangle}{MQD})}_{\frac{۱}{۴}S_{ABCD}}]$$

$$= S_{ABCD} - \frac{۱}{۲}S_{ABCD} = \frac{۱}{۲}S_{ABCD}$$

بنابراین اگر وسط‌های اضلاع یک ۴ضلعی را به هم وصل کنیم، مساحت ۴ضلعی حاصل نصف مساحت ۴ضلعی اولیه خواهد بود.

**۶۶** **۴** ۳ ۲ ۱ از $O$ و $A$ بر $BC$ عمود می‌کنیم تا نقاط $H$ و $H'$ به دست آیند. همان طور که واضح است:

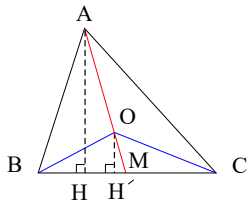
$$AH||OH'$$

بنابراین طبق قضیه‌ی تالس داریم:



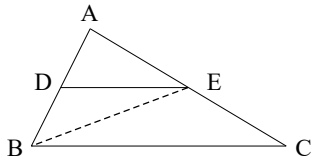


https://www.monta.ir/#print;a5=%25D9%2587%25D9%2586%25D8%25AF%25D8%25B3%25D9%2587;a28=1398%255C003%255C014;a46=... 45/87




$$\frac{}{AM}=\frac{}{AH}\Rightarrow\frac{}{AM}=\frac{OH'\times\frac{BC}{۲}}{AH\times\frac{BC}{۲}}=\frac{}{S}$$

**۶۷** ۱ **۲** ۳ ۴ در دو مثلث با ارتفاع های یکسان نسبت مساحت‌ها برابر نسبت قاعده‌هاست.



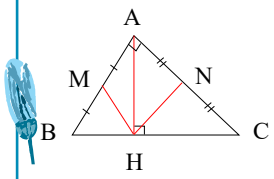

$$S_{AEB}=AE=AD=\frac{۵}{۴}$$

$$\frac{}{S_{AEB}}=\frac{}{AB}=\frac{۵}{۹}$$

دو رابطه‌ی فوق را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{}{\frac{}{S_{AEB}}}=\frac{\frac{۵}{۴}}{\frac{۵}{۹}}\Rightarrow\frac{}{S_{EBD}}=\frac{۹}{۴}=۲/۲۵$$

**۶۸** ۱ ۲ **۳** ۴




دو مثلث $AHB$ و $AHC$ متشابه هستند و نسبت تشابه آن‌ها $\frac{۲}{۳}=\frac{}{AC}$ است. پس نسبت میانه‌های $HN$ و $HM$ نیز $\frac{۲}{۳}$ است.

**۶۹** ۱ **۲** ۳ ۴

سه مثلث موجود در شکل متشابه‌اند بنابراین داریم:

$$\frac{}{BC}=\frac{}{۷}\Rightarrow\begin{cases}\frac{}{AB}=\frac{}{۷}\\ \frac{}{AC}=\frac{}{۷}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}S_{AMN}=\frac{۴}{۴۹}S_{ABC}\\ S_{CNP}=\frac{۲۵}{۴۹}S_{ABC}\end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{MNPB}=(۱-\frac{۴}{۴۹}-\frac{۲۵}{۴۹})S_{ABC}=\frac{۲۰}{۴۹}S_{ABC}\Rightarrow\frac{}{S_{ABC}}=\frac{۲۰}{۴۹}\approx ۴۰\%$$

**۷۰** ۱ ۲ **۳** ۴ محیط مثلث اول $۶+۴+۳=۱۳$ است، نسبت تشابه هم $\frac{۱}{۶}$ یا $\frac{۱}{۴}$ یا $\frac{۱}{۳}$ است. پس محیط دومی $\frac{۱۳}{۶}$ یا $\frac{۱۳}{۴}$ یا $\frac{۱۳}{۳}$ است و $x+y$ برابر $\frac{۹}{۴}$ یا $\frac{۱۰}{۳}$ یا می‌شود.

**۷۱** ۱ **۲** ۳ ۴ برای حداقل $y+x$، باید ضلع به طول ۲، بزرگ ترین ضلع مثلث دوم و نظیر ضلع به طول ۶ مثلث اول باشد.

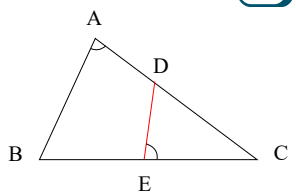
$$\frac{۲}{۶}=\frac{x}{۳}=\frac{y}{۴}\Rightarrow\frac{۱}{۳}=\frac{x}{۳}=\frac{y}{}\longrightarrow\frac{}{۳+۴}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow x+y=\frac{۷}{۳}$$

البته از رابطه‌ی $\frac{۱}{۳}=\frac{x}{۳}=\frac{y}{۴}$ می‌توان $x$ و $y$ را جداگانه نیز محاسبه کرد:

$$\begin{cases} \frac{۱}{۳} = \frac{x}{۳} \\ \frac{۱}{۳} = \frac{y}{۴} \end{cases} \Rightarrow x = ۱ \ , \ y = \frac{۴}{۳} \Rightarrow x + y = ۱ + \frac{۴}{۳} = \frac{۷}{۳}$$

نکته: اگر $\frac{}{f} = \frac{}{d} = \frac{}{b}$ ، آن‌گاه $\frac{}{b} =$ .

**۷۲** ۴ ۳ **۲** ۱ در دو مثلث $ABC$ و $CDE$ داریم:




$\hat{} = \hat{} \ , \ \hat{} = \hat{}$

بنابراین دو مثلث $ABC$ و $CDE$ بنا به حالت دو زاویه متشابه‌اند. حال تناسب اضلاع آن‌ها را می‌نویسیم:

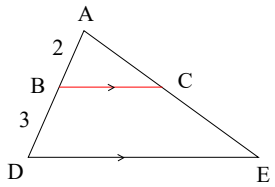
$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC}$$

**۷۳** **۴** ۳ ۲ ۱ می‌دانیم نسبت مساحت‌ها، توان دوم نسبت تشابه است، بنابراین:

$$k^۲ = \frac{}{s'} = \frac{۱۶}{۲۵} \Rightarrow k = \frac{۴}{۵}$$

$$k = \frac{}{h'} \xrightarrow[h=۲]{} \frac{۴}{۵} = \frac{۲}{h'} \Rightarrow h' = \frac{۵}{۲} = ۲/۵$$

**۷۴** ۴ ۳ ۲ **۱** $ABC$ و $ADE$ با نسبت ۲ به ۵ متشابه‌اند. پس: $S_{ADE} = \frac{۴}{۲۵}$ داریم:




$$S_{ADE} = S_{ABC} + S_{BCED}$$

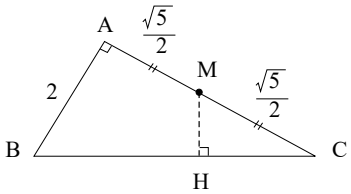
$$\Rightarrow S_{BCED} = (۱ - \frac{۴}{۲۵})S_{ADE} = \frac{۲۱}{۲۵}S_{ADE}$$

**۷۵** ۴ ۳ ۲ **۱**

با استفاده از قضیه‌ی فیثاغورس داریم:

$$BC = \sqrt{۲^۲ + (\sqrt{۵})^۲} = ۳$$

حال در هر دو مثلث $ABC$ و $MCH$، داریم:

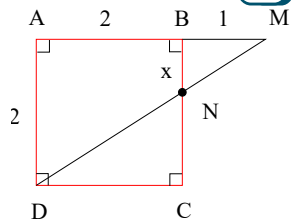



$$\begin{cases} \hat{} = \hat{} = ۹۰^\circ \\ \hat{} = \hat{} \end{cases} \Rightarrow$$ $ABC$ و $MCH$ بنا به حالت (زز) متشابه‌اند .

حال تناسب اضلاع متناظر را می‌نویسیم:

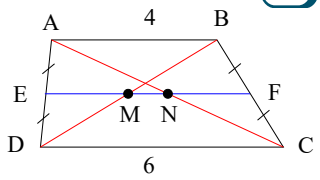
$$\overline{BC} = \overline{AC} = \overline{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{۵}}{۲} = \frac{CH}{\sqrt{۵}} \Rightarrow CH = \frac{۵}{۶}$$

**۷۶** ۴ ۳ ۲ **۱** طبق نتیجه‌ی قضیه‌ی تالس در مثلث $AMD$ :



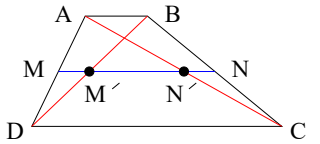

$$AM = AD \Rightarrow \frac{۱}{۳} = \frac{x}{۲} \Rightarrow X = \frac{۲}{۳}$$

**۷۷** ۴ ۳ ۲ **۱** قضیه‌ی تالس را یک‌بار در مثلث $ABC$ و یک بار در مثلث $BDC$ می‌نویسیم:




$$\begin{cases} \overset{\Delta}{ABC} : \dfrac{}{AB} = \dfrac{۱}{۲} \Rightarrow NF = \dfrac{AB}{۲} = ۲ \\ \overset{\Delta}{BDC} : \dfrac{}{CD} = \dfrac{۱}{۲} \Rightarrow MF = \dfrac{DC}{۲} = ۳ \end{cases} \Rightarrow MN = MF - NF = ۳ - ۲ = ۱$$

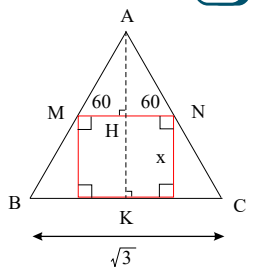
روش دوم: نکته: بطور کلی اگر وسط‌های ۲ ساق ذوزنقه را به هم وصل کنیم، خط میانگین ذوزنقه به دست می‌آید و داریم:




$$\begin{cases} MN = \dfrac{AB + DC}{۲} \\ M'N' = \dfrac{|AB - DC|}{۲} \end{cases}$$

بنابراین : $MN = \dfrac{۶ - ۴}{۲} = ۱$

**۷۸** ۴ ۳ **۲** ۱ راه‌حل اول: در دو مثلث متشابه نسبت ارتفاع‌های متناظر، با نسبت تشابه برابر است با:




$$\overset{\Delta}{AMN} \sim \overset{\Delta}{ABC}$$

$$\frac{}{AK} = \frac{}{BC} \Rightarrow \frac{}{AK} = \frac{x}{\sqrt{۳}} \,,\; AK = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times \sqrt{۳} = \frac{۳}{۲}$$

$$۱ - \frac{\frac{x}{۳}}{۲} = \frac{x}{\sqrt{۳}} \Rightarrow x = \frac{۳}{۲ + \sqrt{۳}} \Rightarrow x = ۳(۲ - \sqrt{۳})$$

راه حل دوم:

$$\begin{cases} AK = \dfrac{\sqrt{۳}}{۲} \times AC = \dfrac{\sqrt{۳}}{۲} \times \sqrt{۳} = \dfrac{۳}{۲} (\text{ارتفاع در مثلث متساوی الاضلاع } ABC) \\ AH = \dfrac{\sqrt{۳}}{۲} \times MN = \dfrac{\sqrt{۳}}{۲} x (\text{ارتفاع در مثلث متساوی الاضلاع } AMN) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{AK = AH + HK} \frac{۳}{۲} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} x + x \Rightarrow x = ۳(۲ - \sqrt{۳})$$

**۷۹** **۴** ۳ ۲ ۱ محیط مثلث اول $۲ + ۳ + ۴ = ۹$ و نسبت تشابه $\frac{۱}{۲}$ یا $\frac{۱}{۳}$ یا $\frac{۱}{۴}$ است. پس محیط دومی $\frac{۹}{۲}$ یا ۳ یا $\frac{۹}{۴}$ است و هرگز ۶ نمی‌تواند باشد.

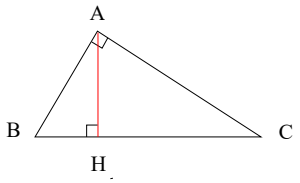
**۸۰** ۱ **۲** ۳ ۴

$$\frac{S_{ABC}}{\ } = \left(\frac{\ }{AB}\right)^{۲} = \frac{۱۶}{۱۰۰}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{\cdot}{\ } \xrightarrow{DE\|BC} AC = \frac{\cdot}{\ } \xrightarrow{\text{تفضیل از صورت}} AC = \frac{۶}{۱۰} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow S_{ABC} = \left(\frac{۳}{۵}\right)^{۲} = \frac{۹}{۲۵} = ۰/۳۶$$

**۸۱** ۱ ۲ **۳** ۴ نکته: در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت‌ها برابر توان دوم نسبت تشابه است.

مثلث‌های $ABC$، $ABH$ و $ACH$ بنا به حالت دو زاویه متشابه‌اند.



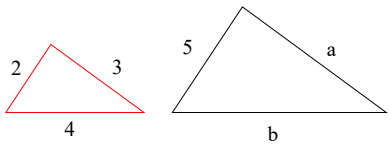

$$AC = \frac{۲}{۳}$$

پس از نکته‌ی فوق داریم:

$$\frac{S_{ACH}}{\ } = \left(\frac{\ }{AC}\right)^{۲} = \left(\frac{۲}{۳}\right)^{۲} = \frac{۴}{۹} \Rightarrow S_{ACH} = \frac{۹}{۴} S_{ABH}$$

$$\Rightarrow \frac{\ }{S_{ABH}} = \frac{S_{ABH} + S_{ACH}}{S_{ABH}} = \frac{S_{ABH} + \frac{۹}{۴} S_{ACH}}{S_{ABH}} = \frac{۴+۹}{۴} = \frac{۱۳}{۴} = ۳/۲۵$$

**۸۲** ۱ **۲** ۳ ۴ برای اینکه $a+b$ حداکثر شود، ۵ را متناظر با ضلع ۲ می‌گیریم. پس داریم:

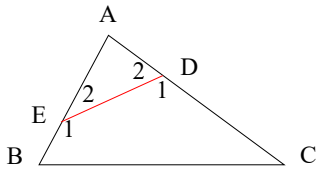



$$k = \frac{۵}{۲} \Rightarrow a = \frac{۵}{۲} \times ۳ = \frac{۱۵}{۲}, \quad b = \frac{۵}{۲} \times ۴ = \frac{۲۰}{۲}$$

و بنابراین:

$$a + b = \frac{۳۵}{۲} = ۱۷/۵$$

**۸۳** ۱ ۲ **۳** ۴ از اینکه زوایای مقابل چهارضلعی مکمل‌اند، نتیجه می‌گیریم دو مثلث متشابه‌اند. ببینید:



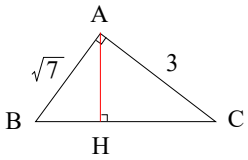

می‌دانیم

$$\left.\begin{array}{l} \hat{D}_۱ + \hat{\ } = ۱۸۰^\circ \\ \hat{D}_۱ + \hat{D}_۲ = ۱۸۰^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{\ } = \hat{D}_۲$$

به صورت مشابه نتیجه می‌شود که $\hat{\ } = \hat{E}_۲$ پس دو مثلث متشابه‌اند.

$$\overset{\Delta}{ADE} \sim \overset{\Delta}{ABC} \Rightarrow k = \frac{\ }{BC} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow \frac{\ }{S_{ABC}} = k^{۲} = \frac{۹}{۲۵} \Rightarrow \frac{\ }{S_{ABC}} = \frac{۱۶}{۲۵} \Rightarrow \frac{\ }{S_{ADE}} = \frac{۱۶}{۹}$$

**۸۴** ۱ ۲ ۳ **۴** ارتفاع وارد بر وتر همواره در مثلث قائم‌الزاویه، دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی دیگر ایجاد می‌کند که با هم و با مثلث اصلی متشابه‌اند.




$$ACH \sim ABH$$

(نسبت تشابه) $k = \frac{\ }{AB} = \frac{۳}{\sqrt{۷}}$

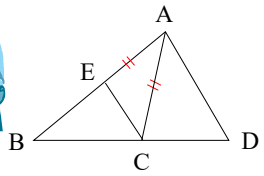
$$S_{ABH} = k^{۲} = \frac{}{۷}$$

نکته: اگر نسبت دو جزء طولی متناظر دو مثلث متشابه، k باشد، نسبت مساحت‌هایشان $k^{۲}$ است.

**۸۵** ۴ **۳** ۲ ۱ تناسب اضلاع به صورت‌های مختلفی می‌تواند برقرار شود، چون در مثلث اول نسبت دو ضلع $\frac{۳}{۴}$ است، در مثلث دوم هم باید باشد:

$$\frac{۳}{۴} = \frac{۳}{b} \Rightarrow b = ۴$$
$$\frac{۳}{۴} = \frac{۵}{b} \Rightarrow b = \frac{۲۰}{۳}$$
$$\frac{۴}{۳} = \frac{۳}{b} \Rightarrow b = \frac{۹}{۴}$$
$$\frac{۴}{۳} = \frac{۵}{b} \Rightarrow b = \frac{۱۵}{۴}$$

**۸۶** ۴ **۳** ۲ ۱ باتوجه به شکل داریم:



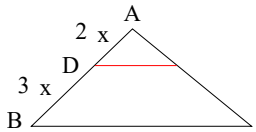

$$CE||AD,\ AE = ۵\ ,\ BE = ۱۱ - ۵ = ۶$$

بنابر قضیه تالس می‌توان نوشت:

$$\frac{}{AE} = \frac{}{BE} \Rightarrow \frac{CD}{۵} = \frac{۹}{۶}$$

پس: $CD = ۷/۵$.

**۸۷** **۴** ۳ ۲ ۱ مثلث حاصل با مثلث اولیه متشابه است و نسبت مساحت‌ها برابر مربع نسبت اضلاع است پس نسبت اضلاع را تعیین می‌کنیم.



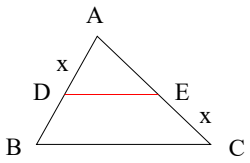

$$\text{نسبت تشابه} = \frac{AB}{} = \frac{۵x}{} = \frac{۲}{۵}$$

پس نسبت مساحت‌ها $\frac{۱۶}{۱۰۰} = \frac{۴}{۲۵} = (\frac{۲}{۵})^{۲}$ پس ۱۶ درصد درست می‌باشد.

**۸۸** ۴ ۳ ۲ **۱** در دو چهار ضلعی متشابه نسبت مساحت‌ها برابر مربع نسبت اضلاع است.

$$\frac{}{S} = \left(\frac{۲}{۳}\right)^{۲} \rightarrow \frac{۳۶}{S} = \frac{۴}{۹} \rightarrow S = ۸۱$$

**۸۹** ۱ ۲ ۳ **۴**

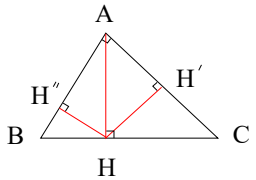



پاره خط $DE$ موازی ضلع $BC$ است و $AC = \frac{۵}{۲}AB$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{\frac{۵}{۲}AB - x}{\frac{۵}{۲}AB} \Rightarrow AB$$

پس از خلاصه کردن خواهیم داشت $\frac{۵}{۲}x = \frac{۵}{۲}AB - x$ در نتیجه $x = \frac{-AB}{۷}$ است.

**۹۰** ۴ ۳ ۲ **۱** هر دو مثلث کوچک‌تر با مثلث قائم‌الزاویه‌ی اصلی متشابه‌اند.




$$\frac{S_{ABC}}{S_{ABC}} = \frac{۱}{۱۰} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{ACH}} = \frac{۹}{۱۰} = \frac{۱}{۹} = K^۲ \Rightarrow K = \frac{۱}{۳}$$

نسبت فاصله‌ی H از دو ضلع قائم، در واقع نسبت ارتفاع‌های این دو مثلث متشابه است و می‌دانیم در دو مثلث متشابه نسبت هر دو جزء طولی متناظر همان نسبت متشابه است.

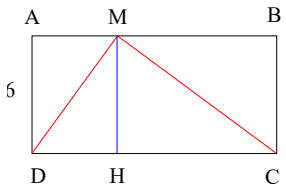
**۹۱** **۴** ۳ ۲ ۱ اگر وسط اضلاع یک مثلث را به هم وصل کنیم، مثلثی متشابه با مثلث بزرگتر به دست می‌آید که نسبت تشابه آنها $K = \frac{۱}{۲}$ است.

در دو مثلث متشابه با نسبت تشابه $K$، نسبت بین مساحت‌ها $K^۲$ (مربع نسبت تشابه) است.

$$K = \frac{۱}{۲} \text{ (نسبت تشابه)} \Rightarrow \frac{}{S'} = K^۲ = (\frac{۱}{۲})^۲ \Rightarrow \frac{S_{HSN}}{S_{PRI}} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{S_{HSN}}{۱۲} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow S_{HSN} = ۳cm^۲$$

**۹۲** ۴ ۳ ۲ **۱**

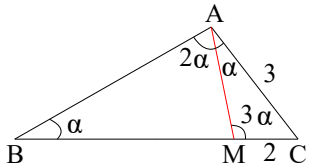
ارتفاع $MH$ در مثلث قائم الزاویه $DMC$ را رسم می‌کنیم. بنابر رابطه‌ی طولی در مثلث قائم الزاویه داریم:




$$MH^۲ = DH \times CH \Rightarrow ۶^۲ = AM \times MB \Rightarrow AM \times MB = ۳۶$$

**۹۳** ۴ ۳ ۲ **۱** مطابق شکل، $A\hat{M}C$ زاویه‌ی خارجی مثلث $ABM$ است و در نتیجه:

$$A\hat{M}C = \alpha + ۲\alpha = ۳\alpha$$

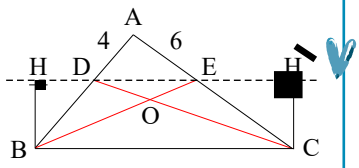



دو مثلث $AMC$ و $ABC$ به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند و داریم:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{۲}{۳} = \frac{۳}{BM + ۲} \Rightarrow BM = ۲/۵$$

**۹۴** ۱ ۲ ۳ **۴**

چون $\frac{۴}{۵} = \frac{DE}{BC} = \frac{EC}{DB}$، پس طبق عکس قضیه‌ی تالس، $DE \| BC$. از $B$ و $C$ به ترتیب عمودهای $BH$ و $CH'$ را بر امتدادهای $DE$ وارد می‌کنیم، از آنجا که $DE \| BC$، پس $BH = CH'$، بنابراین داریم:

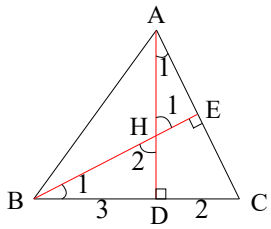



$$\frac{S(\overset{\Delta}{BDE})}{S(\overset{\Delta}{CDE})} = \frac{\frac{۱}{۲}BH \times DE}{\frac{۱}{۲}CH' \times DE} = ۱ \Rightarrow S(\overset{\Delta}{BDE}) = S(\overset{\Delta}{CDE})$$

$$\Rightarrow S(\overset{\Delta}{BDE}) - S(\overset{\Delta}{ODE}) = S(\overset{\Delta}{CDE}) - S(\overset{\Delta}{ODE})$$

$$\Rightarrow S(\overset{\Delta}{OBD}) = S(\overset{\Delta}{OCE}) \Rightarrow \frac{S(\overset{\Delta}{OBD})}{S(\overset{\Delta}{OCE})} = ۱$$

**۹۵** ۱ ۲ **۳** ۴ باتوجه به شکل مقابل مثلث‌های $BDH$ و $ADC$ متشابهند، زیرا:




$$\begin{cases} \overset{\Delta}{AHE}: \hat{A}_۱ + \hat{H}_۱ = ۹۰^\circ \\ \overset{\Delta}{ADC} = \hat{A}_۱ + \hat{C} = ۹۰^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{H}_۱ = \hat{C} \quad (۱)$$

از آن‌جایی که $\hat{H}_۲$ و $\hat{H}_۱$ متقابل به رأس می‌باشند، از (۱) داریم، $\hat{H}_۲ = \hat{C}$ و هم‌چنین زاویه‌ی $D$ در این دو مثلث برابر $۹۰^\circ$ است، لذا باتوجه به رابطه‌ی نسبت تشابه در این دو مثلث داریم:

$$\frac{DH}{BD} = \frac{BD}{BH} \Rightarrow \frac{۲}{DH} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow DH = \frac{۶}{۴} = \frac{۳}{۲}$$

**۹۶** ۱ ۲ **۳** ۴ باتوجه به قضیه‌ی تالس در مثلث‌های $ABD$ و $BDC$ داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{AB}{AD} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow MP = \frac{AB}{۲} \\ \frac{DC}{BC} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow PN = \frac{DC}{۲} \end{array}\right\} \Rightarrow MN = \frac{a+b}{۲}$$

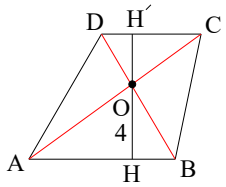
همچنین داریم:

$$\frac{DC}{AD} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow MQ = \frac{DC}{۲} \Rightarrow PQ = MQ - MP = \frac{a-b}{۲}$$

بنابراین داریم:

$$\frac{PQ}{a-b}$$

**۹۷** **۴** ۳ ۲ ۱ دو مثلث $OAB$ و $OCD$ به حالت تساوی زاویه‌ها متشابه‌اند و نسبت دو ارتفاع متناظر با نسبت تشابه برابر است.

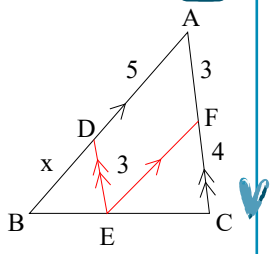



$$\frac{OH}{AB} = \frac{OH'}{۴} = \frac{۶}{۹} \Rightarrow OH' = \frac{۸}{۳}$$

ارتفاع ذوزنقه $h = HH' = OH + OH' = ۴ + \frac{۸}{۳} = \frac{۲۰}{۳}$

مساحت ذوزنقه $S = \frac{۱}{۲}(AB + DC) \times h = \frac{۱}{۲}(۹ + ۶) \times \frac{۲۰}{۳} = ۵۰$

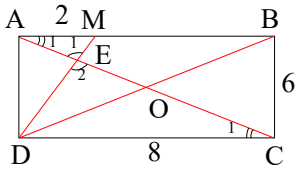
**۹۸** ۴ ۳ ۲ **۱** چهار ضلعی $ADEF$ متوازی‌الاضلاع است پس $DE = AF = ۳$ و $AD = EF = ۵$.




$$DE \parallel AC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AC}{AB} = \frac{}{} \Rightarrow \frac{}{۳+۴} = \frac{}{x+۵}$$

$$\Rightarrow \frac{۳}{۴} = \frac{x}{۵} \Rightarrow x = \frac{۱۵}{۴}$$

**۹۹** ۴ ۳ ۲ **۱**




$$AC^۲ = AD^۲ + DC^۲ = ۶^۲ + ۸^۲ = ۱۰۰$$

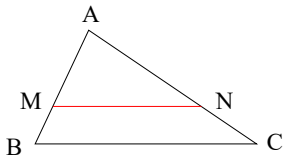
$$\left.\begin{array}{l} AB \parallel DC \ , \ AC = \text{مورب} \rightarrow \hat{A}_۱ = \\ \text{(متقابل به رأس)}\ \hat{E}_۱ = \hat{\ } \end{array}\right\} \rightarrow \overset{\Delta}{AME} \sim \overset{\Delta}{EDC}$$

$$\rightarrow \frac{}{CD} = \frac{}{EC} \rightarrow \frac{}{۸} = \frac{}{EC} \rightarrow \frac{}{۸} = \frac{}{OC+EO} \rightarrow \frac{}{۸} = \frac{}{۵+EO}$$

$$\rightarrow ۱۰ + ۲EO = ۴۰ - ۸EO \rightarrow ۱۰EO = ۳ \rightarrow EO = ۳$$

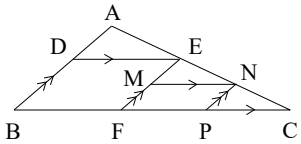
**۱۰۰** ۴ ۳ ۲ **۱**

دو مثلث $AMN$ و $ABC$ متشابه‌اند و $\frac{}{S_{ABC}} = \frac{۱}{۲}$، در نتیجه:




$$\left(\frac{}{AB}\right)^۲ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{}{AB} = \frac{۱}{\sqrt{۲}} \Rightarrow \frac{}{AB - AM} = \frac{۱}{\sqrt{۲}-۱} \Rightarrow \frac{}{MB} = \frac{۱}{\sqrt{۲}-۱} = \sqrt{۲}+۱$$

**۱۰۱** ۴ ۳ ۲ **۱** چون $BDEF$ و $MNPF$ متوازی‌الاضلاع‌اند، لذا $DE \parallel BC$ و $AB \parallel FE \parallel NP$.




$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{}{DB} = \frac{}{EC} = \frac{۲}{۳}$$

$$EF \parallel AB \Rightarrow \frac{}{FB} = \frac{}{EA} = \frac{۳}{۲}$$

$$MN \parallel FC \Rightarrow \frac{}{EF} = \frac{}{EC} = \frac{}{FC} = \frac{۱}{۲}$$

از طرفی $MN = FP$ لذا $MN = PC$. بنابراین $N$ و $P$ به ترتیب وسط $CE$ و $CF$ هستند. لذا مساحت مثلث‌های $\overset{\Delta}{NPC}$ (اگر از رأس $C$ به مثلث $CEF$ نگاه کنیم) و $\overset{\Delta}{MNE}$ (اگر از رأس $E$ نگاه کنیم) هر کدام $\frac{۱}{۴}$ مساحت $\overset{\Delta}{EFC}$ است. لذا

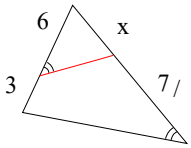
مساحت $MNPF$ نصف مساحت $\overset{\Delta}{EFC}$ است.

نسبت تشابه $\overset{\Delta}{CEF}$ به $\overset{\Delta}{ABC}$ نیز ۳ به ۵ است. لذا نسبت مساحت‌های آن‌ها ۹ به ۲۵ است.

لذا:

$$S_{MNPF} = \frac{۱}{۲}S_{EFC} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۹}{۲۵}S_{ABC} = ۰/۱۸S_{ABC}$$

**۱۰۲** ۱ **۲** ۳ ۴ دو مثلث مفروض متشابه هستند. زیرا دو زاویه مساوی با هم دارند.




$$\frac{x}{۹} = \frac{۶}{x + ۷/۵} \Rightarrow x^۲ + ۷/۵x = ۵۴$$

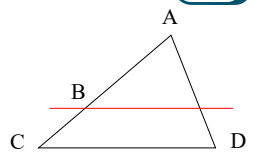
$$۲x^۲ + ۱۵x - ۱۰۸ = ۰ \Rightarrow x = ۴/۵$$

نسبت تشابه دو مثلث برابر $\frac{۱}{۲}$ است پس نسبت مساحت‌ها $\frac{۱}{۴}$ می‌باشد. مساحت چهارضلعی $\frac{۳}{۴}$ مساحت مثلث بزرگتر یا ۳ برابر مساحت مثلث کوچکتر است.

**۱۰۳** ۱ **۲** ۳ ۴ در دو شکل متشابه نسبت مساحت‌ها برابر با مربع نسبت محیط‌ها است.

$$\frac{S}{۳۲} = \left(\frac{۳۵}{۲۸}\right)^۲ \Rightarrow \frac{S}{۳۲} = \frac{۲۵}{۱۶} \Rightarrow S = ۵۰$$

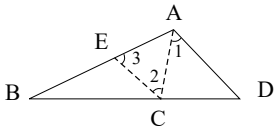
**۱۰۴** **۱** ۲ ۳ ۴




$$\frac{}{BC} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow \frac{}{AB + BC} = \frac{}{۳ + ۲} \Rightarrow \frac{}{AC} = \frac{۳}{۵}$$

نسبت مساحت‌ها برابر مربع نسبت اضلاع است پس نسبت مساحت‌ها برابر $\frac{۹}{۲۵}$ یا مساحت مثلث کوچکتر ۳۶ درصد مساحت مثلث بزرگتر است.

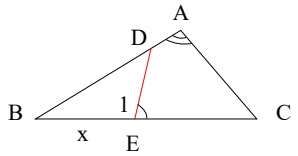
**۱۰۵** ۱ ۲ **۳** ۴ از قضیه‌ی تالس به صورت زیر استفاده می‌کنیم:




$$\hat{} = \hat{} \Rightarrow AE = AC = ۶$$

$$\hat{} = \hat{} \Rightarrow E \| AD \Rightarrow \frac{}{DC} = \frac{}{AE} = \frac{۱۵}{۶} = \frac{۵}{۲}$$

**۱۰۶** ۱ **۲** ۳ ۴



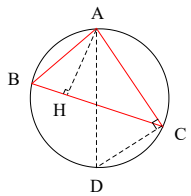

دو زاویه‌ی $A$ و $E_۱$ یک مکمل دارند پس برابرند دو مثلث مفروض در حالت متساوی زاویه‌ها متشابه‌اند.

اگر $BE = X$ باشد داریم $\frac{}{BC} = \frac{}{AB} \Rightarrow \frac{}{BE + EC} = \frac{}{AB}$

پس $\frac{x}{۱۲} = \frac{}{x + ۱۰}$ یا $x^۲ + ۱۰x - ۹۶ = ۰$ در نتیجه $x = ۶$.

**۱۰۷** ۱ **۲** ۳ ۴

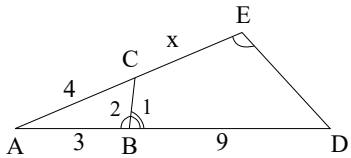
در شکل مقابل $AB = ۶$ ، $AC = ۹$ و قطر $AD = ۱۲$ واحد است. دو مثلث ABH , ADC متشابه اند. زیرا دارای دو زاویه مساوی هستند.




$$\frac{}{AD} = \frac{}{AC} \Rightarrow AD \cdot AH = AB \cdot AC$$

$$۱۲AH = ۶ \times ۹ \rightarrow AH = ۴/۵$$

**۱۰۸** **۱** ۲ ۳ ۴




$$\left.\begin{array}{l} \hat{\ } + \hat{B}_۱ = ۱۸۰^\circ \\ \hat{B}_۲ + \hat{B}_۱ = ۱۸۰^\circ \end{array}\right\} \rightarrow \hat{\ } = \hat{B}_۲$$

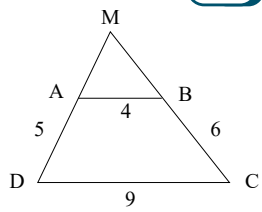
دو مثلث $ABC$ و $AED$ متشابه هستند ( $\hat{\ }$ مشترک و $\hat{\ } = \hat{B}_۲$ ) اکنون نسبت تشابه را می‌نویسیم:

$$AD = AE \rightarrow \frac{}{۳+۹} = \frac{۳}{x+۴} \Rightarrow \frac{۱}{۳} = \frac{۳}{x+۴} \Rightarrow x = ۵$$

**۱۰۹** **۱** ۲ ۳ ۴ از قضیه‌ی تالس به صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l} AC \| BD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{}{AB} = \frac{}{CD} \\ BC \| DE \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{}{CD} = \frac{}{BE} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{}{AB} = \frac{}{BE} \Rightarrow \frac{۳}{۵} = \frac{}{BE} \Rightarrow BE = \frac{۴۰}{۳} = ۱۳\frac{۱}{۳}$$

**۱۱۰** **۴** ۳ ۲ ۱ بنابر فرض تست شکل زیر را خواهیم داشت.




$$AB \| DC \Rightarrow \frac{}{MD} = \frac{}{DC} = \frac{}{MC} = \frac{۴}{۹}$$

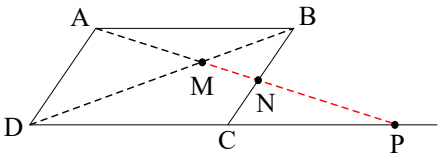
$$\frac{}{MD} = \frac{}{} \xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{MA}{۵} = \frac{۴}{۵} \Rightarrow MA = ۴$$

$$\frac{}{MC} = \frac{}{} \xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{MB}{۶} = \frac{۴}{۵} \Rightarrow MB = \frac{۲۴}{۵} = ۴/۸$$

$$\overset{\Delta}{MAB}\ \text{محیط} = MA + MB + AB = ۴ + ۴ + ۴/۸ = ۱۲/۸$$

**۱۱۱** ۱ ۲ ۳ **۴**

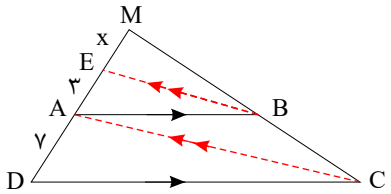
از قضیه تالس به صورت زیر استفاده می‌کنیم.




$$\left.\begin{array}{l} BN(\|AD \xrightarrow{\text{تالس}} \overline{AM}=\overline{MD} \\ AB\|DP \xrightarrow{\text{تالس}} \overline{MD}=\overline{MP} \end{array}\right\} \Rightarrow \overline{AM}=\overline{MP}$$

$$\Rightarrow AM^{۲}=MN\times MP$$

**۱۱۲** ۱ **۲** ۳ ۴ کافی است دو بار از قضیه‌ی تالس استفاده کنیم:

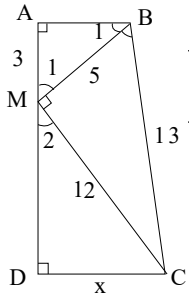



$$\begin{cases} M\overset{\Delta}{A}C : BE\|AC \xrightarrow{\text{تالس}} \overline{AE}=\overline{BC} \\ M\overset{\Delta}{D}C : AB\|CD \xrightarrow{\text{تالس}} \overline{AD}=\overline{BC} \end{cases} \Rightarrow AE=AD$$

$$\Rightarrow \frac{x}{۳}=\frac{}{۷} \Rightarrow ۷x=۳x+۹ \Rightarrow ۴x=۹ \Rightarrow x=۲/۲۵$$

در نتیجه: $MD=۲/۲۵+۳+۷=۱۲/۲۵$

**۱۱۳** ۱ ۲ **۳** ۴ نکته: در هر مثلث قائم‌الزاویه، مجذور وتر برابر مجموع مجذورات اضلاع قائمه است.



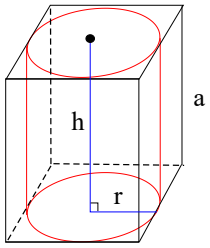

$$A\overset{\Delta}{B}M:\quad MB=\sqrt{AM^{۲}+AB^{۲}}=\sqrt{۹+۱۶}=۵$$

$$B\overset{\Delta}{M}C:\quad MC:\sqrt{BC^{۲}-MB^{۲}}=\sqrt{۱۶۹-۲۵}=۱۲$$

$$\begin{cases} \hat{M}_{۱}+\hat{M}_{۲}=۹۰^{\circ} \\ \hat{B}_{۱}+\hat{M}_{۱}=۹۰^{\circ} \end{cases} \Rightarrow \hat{B}_{۱}=\hat{M}_{۲} \Rightarrow \sin\hat{B}_{۱}=\sin\hat{M}_{۲} \Rightarrow \frac{۳}{۵}=\frac{x}{۱۲} \Rightarrow x=\frac{۳۶}{۵}=۷/۲$$

**۱۱۴** ۱ **۲** ۳ ۴ نکته: حجم استوانه‌ای با شعاع قاعده‌ی $r$ و ارتفاع $h$ برابر است با: $V=\pi r^{۲}h$

باتوجه به شکل داریم:

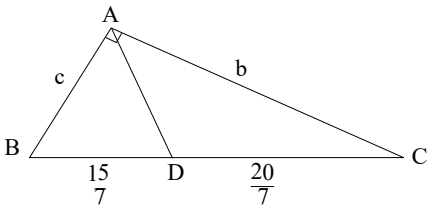



$$\begin{cases} \text{شعاع}: r=\frac{a}{۲}=\frac{۱}{۲} \end{cases}$$

بنابراین حجم این استوانه برابر است با: $\pi(\frac{۱}{۲})^{۲}\times ۱=\frac{\pi}{۴}$

**۱۱۵** ۱ **۲** ۳ ۴

نکته (قضیه‌ی نیمساز داخلی): اگر $AD$ نیمساز داخلی مثلث $ABC$ باشد، داریم:




$$\overline{AC}=\overline{DC}$$

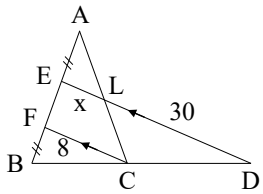
طبق قضیه‌ی نیمساز داخلی داریم: $\frac{\overline{DC}}{\overline{AC}} = \frac{c}{b} \Rightarrow \frac{\frac{۱۵}{۷}}{\overline{b}} = \frac{۳}{۴}$

با فرض $b = ۴x$ و $c = ۳x$ و با استفاده از قضیه‌ی فیثاغورس در $\overset{\Delta}{ABC}$ داریم:

$$b^۲ + c^۲ = ۵^۲ \Rightarrow ۱۶x^۲ + ۹x^۲ = ۲۵ \Rightarrow x = ۱$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c = ۳ \end{cases} \Rightarrow S_{\overset{\Delta}{ABC}} = \frac{۱}{۲}bc = ۶$$

**۱۱۶** ۱ **۲** ۳ ۴ باتوجه به فرض $AE = BF$، واضح است که $AF = BE$، داریم:




$$\left.\begin{array}{l} \overset{\Delta}{AFC}: \overline{AF} = \overline{۸} \\ \overset{\Delta}{BED}: \overline{BE} = \overline{x+۳۰} \end{array}\right\} \xrightarrow[AF=BE]{AE=BF} \overline{۸} = \overline{x+۳۰}$$

$$\Rightarrow x^۲ + ۳۰x - ۶۴ = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = ۲ \quad \text{ق ق} \end{cases}$$

**۱۱۷** ۱ **۲** ۳ ۴ در دو مثلث متشابه، نسبت طول محیط‌ها با نسبت تشابه و نسبت مساحت‌ها با توان دوم نسبت تشابه برابر است.

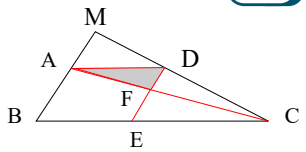
فرض می‌کنیم $AB$ متناظر $DE$ است.

$$\frac{S(\overset{\Delta}{ABC})}{S(\overset{\Delta}{DEF})} = (\overline{DE})^۲ \Rightarrow \frac{۹}{۴} = (\overline{DE})^۲ \Rightarrow \overline{DE} = \frac{۳}{۲} \text{ نسبت تشابه}$$

$$\overset{\Delta}{ABC} \text{ محیط} = ۸ + ۱۰ + ۱۵ = ۳۳ \Rightarrow \frac{\overset{\Delta}{ABC} \text{ محیط}}{\overset{\Delta}{DEF} \text{ محیط}} = \frac{۳}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۳۳}{\overset{\Delta}{DEF} \text{ محیط}} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow \overset{\Delta}{DEF} \text{ محیط} = ۲۲$$

**۱۱۸** ۱ ۲ ۳ **۴** دو مثلث $AFD$ و $FEC$ متشابه‌اند. داریم:




$$\text{(نسبت تشابه)}\ K_۱ = \overline{AD} \Rightarrow k_۱ = \frac{۸}{۶} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \frac{S_{\overset{\Delta}{FEC}}}{S_{\overset{\Delta}{ADF}}} = k_۱^۲ = \frac{۱۶}{۹} (*)$$

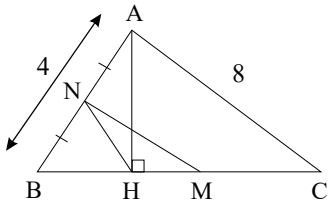
دو مثلث $FEC$ و $ABC$ هم متشابهند. پس خواهیم داشت:

$$\text{(نسبت تشابه)}\ k_۲ = \overline{BC} \Rightarrow k_۲ = \frac{۸}{۱۴} = \frac{۴}{۷} \Rightarrow \frac{S_{\overset{\Delta}{FEC}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}} = \frac{۱۶}{۴۹} (**)$$

$$\xrightarrow{(*),(**)} \frac{S_{\overset{\Delta}{AFD}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}} = \frac{۱۶}{۴۹} \times \frac{۹}{۱۶} = \frac{۹}{۴۹}$$

**۱۱۹** ۴ ۳ ۲ **۱** نکته: (عکس قضیه‌ی تالس): اگر پاره‌خطی وسط‌های اضلاع مثلثی را به‌هم وصل کند، آن‌گاه با ضلع سوم مثلث موازی است.

نکته: در مثلث قائم‌الزاویه، میانه‌ی وارد بر وتر، نصف وتر است.




$$\begin{cases} BM = MC \end{cases} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} MN = \frac{۱}{۲}AC = \frac{۱}{۲} \times ۸ = ۴$$

در مثلث قائم‌الزاویه‌ی $ABH$، $NH$ میانه‌ی وارد بر وتر است. پس:

$$NH = \frac{AB}{۲} = \frac{۴}{۲} = ۲$$

بنابراین:

**۱۲۰** **۴** ۳ ۲ ۱ $AB$، $EF$ و $DC$، هر سه بر $BC$ عمودند پس با هم موازیند. حال:

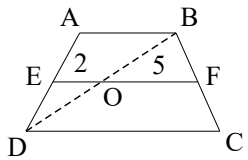
$$\overset{\Delta}{ABC} : EF \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{}{BC} = \frac{}{AB} \Rightarrow \frac{}{AB} = \frac{۸}{۱۲} \quad (۱)$$

$$\overset{\Delta}{BCD} : EF \parallel DC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{}{BC} = \frac{}{DC} \Rightarrow \frac{}{DC} = \frac{۴}{۱۲} \quad (۲)$$

از تقسیم طرفین رابطه‌ی (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{}{\overline{DC}} = \frac{\frac{۸}{۱۲}}{\frac{۴}{۱۲}} \Rightarrow \frac{}{AB} = ۲ \Rightarrow \frac{}{DC} = \frac{۱}{۲}$$

**۱۲۱** ۴ **۳** ۲ ۱ در مثلث $ABD$ داریم $OE \parallel AB$، پس بنابر قضیه‌ی تالس:




$$\frac{}{AB} = \frac{}{AD} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow AB = ۴$$

به همین شیوه در مثلث $BDC$ می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{}{DC} = \frac{}{BC} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow DC = ۱۰$$

چون محیط ذوزنقه برابر ۲۶ واحد است، خواهیم داشت:

$$AB + BC + DC + AD = ۲۶$$

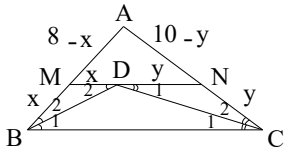
$$\xrightarrow{AB=۴\ ,\ DC=۱۰} BC + AD = ۲۶ - ۱۴ = ۱۲$$

**۱۲۲** ۴ ۳ **۲** ۱ چون $MN \parallel BC$ ونیز $CD$ و $BD$ نیم‌سازهای زوایای $\widehat{\ }$ و $\widehat{\ }$ هستند، پس طبق قضیه‌ی خطوط موازی و مورب داریم:

$$\begin{cases} \widehat{C}_۱ = \widehat{C}_۲ = \widehat{D}_۱ \\ \widehat{B}_۱ = \widehat{B}_۲ = \widehat{D}_۲ \end{cases}$$

و لذا مثلث‌های $\overset{\Delta}{DNC}$ و $\overset{\Delta}{DMB}$ هر دو متساوی‌الساقین اند.

حال باتوجه به شکل و طبق قضیه‌ی تالس داریم:




$$\frac{}{۸} = \frac{x+y}{۱۲} = \frac{۱۰-y}{۱۰}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \\ ۱۲۰ - ۱۲y = ۱۰x + ۱۰y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \\ ۱۰x + ۲۲y = ۱۲۰ \end{cases} \Rightarrow y = ۴ \ , \ x = ۳/۲ \Rightarrow x + y = ۷/۲ \Rightarrow MN = ۷/۲$$

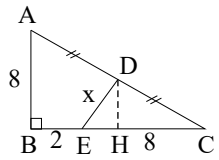
**۱۲۳** ۴ **۳** ۲ ۱ دو مثلث $ABC$ و $EAF$ در حالت متناسب بودن دو ضلع و تساوی زاویه‌ی بین این دو ضلع متشابه‌اند، زیرا $E\hat{A}F = B\hat{A}C$ است و داریم:

$$\frac{}{AC} = \frac{}{۸} = \frac{۱}{۲} \ , \ \frac{}{AB} = \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{}{AB} = \frac{}{AC}$$

در دو مثلث متشابه، نسبت طول‌های دو جزء فرعی متناظر، مساوی نسبت تشابه است.

$$\frac{}{AD} = \frac{}{AB} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{}{۶m+۴} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow m = \frac{۱}{۲}$$

**۱۲۴** **۴** ۳ ۲ ۱ از $D$ بر $BC$ عمود می‌کنیم. داریم:




$$DH \parallel AB \xrightarrow{\text{قضیه‌ی تالس}} \frac{}{AC} = \frac{}{CB} = \frac{}{AB} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{CH}{۱۰} =$$

$$CH = ۵ \ , \ DH = ۴$$

حال:

$$\overset{\Delta}{DEH} : x^۲ = DH^۲ + EH^۲$$

$$\Rightarrow x^۲ = ۴^۲ + ۳^۲ = ۲۵$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{۲۵} = ۵$$

**۱۲۵** **۴** ۳ ۲ ۱ طبق قضیه‌ی تالس داریم:

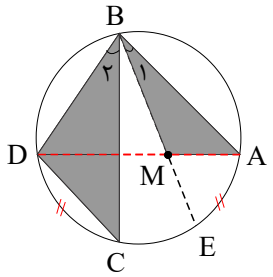
$$\left.\begin{array}{l} MP \parallel BN \Rightarrow \frac{}{MB} = \frac{}{PN} \\ MN \parallel BC \Rightarrow \frac{}{MB} = \frac{}{NC} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{}{PN} = \frac{}{NC} \ (*)$$

از طرفی داریم: $MN \parallel BC \Rightarrow \frac{}{AC} = \frac{}{BC} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{}{AC - AN} = \frac{}{۳ - ۱}$

$$\Rightarrow \frac{}{NC} = \frac{۰}{۲} \xrightarrow{NC=۶} AN = ۳$$

$$(*) \Rightarrow \frac{}{PN} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{}{AP + PN} = \frac{}{۲ + ۱} \Rightarrow \frac{AP}{۳} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow AP = ۱$$

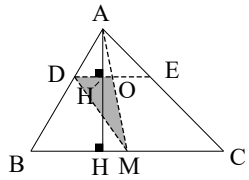
**۱۲۶** ۴ ۳ **۲** ۱ با رسم پاره‌خط BD، نتیجه می‌گیریم که دو مثلث BDC و ABM متشابه‌اند، زیرا:




$$\begin{cases} \hat{B}_۱ = \frac{\widehat{AE}}{۲} \ , \ \hat{B}_۲ = \frac{\widehat{CD}}{۲} \xrightarrow{\widehat{AE}=\widehat{CD}} \hat{B}_۱ = \hat{B}_۲ \xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}} B\overset{\triangle}{D}C \sim A\overset{\triangle}{B}M \\ \hat{\ } = \hat{\ } = \frac{\widehat{BD}}{۲} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overline{BC} = \overline{CD} \Rightarrow \frac{}{۸} = \frac{AM}{۳} \Rightarrow AM = \frac{۹}{۴} = ۲/۲۵$$

**۱۲۷** ۴ ۳ ۲ **۱**




$$DO \| BM \rightarrow \overline{AB} = \overline{BM} \rightarrow \overline{BM} = \frac{۲}{۵} \rightarrow DO = \frac{۲}{۵}BM$$

$$DO \| BM \ , AH \perp BM \rightarrow AH' \perp DO$$

$$\rightarrow \overline{AB} = \overline{AH} \rightarrow \overline{AH} = \frac{۳}{۵} \rightarrow HH' = \frac{۳}{۵}AH$$

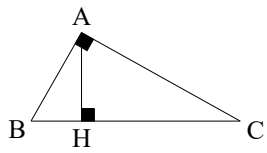
$$\rightarrow S_{\overset{\triangle}{ODM}} = \frac{۱}{۲}OD \times HH' = \frac{۱}{۲} \times \frac{۲}{۵}BM \times \frac{۳}{۵}AH = \frac{۳}{۲۵}AH \times BM$$

$$\xrightarrow{BM=\frac{۱}{۲}BC} S_{\overset{\triangle}{ODM}} = \frac{۳}{۵۰}AH \times BC$$

$$S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{۱}{۲}AH \times BC$$

$$\rightarrow \frac{S_{\overset{\triangle}{ODM}}}{S_{\overset{\triangle}{ABC}}} = \frac{\frac{۳}{۵}\cancel{AH} \times \cancel{BC}}{\frac{۱}{۲}\cancel{AH} \times \cancel{BC}} = \frac{۶}{۵۰} = \frac{۱۲}{۱۰۰} = \%۱۲$$

**۱۲۸** **۴** ۳ ۲ ۱ مثلث‌های $ABC$، $ABH$ و $AHC$ همگی متشابه هستند و نسبت تشابه مثلث $AHC$ و $AHB$ برابر $\frac{۵}{۳} = \frac{۱}{۰/۶} = \overline{AB}$ است. بنابراین نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با $\frac{۲۵}{۹} = S_{AHB}$. اگر فرض کنیم، $S_{AHB} = ۹x$ و $S_{AHC} = ۲۵x$ آنگاه $S_{ABC} = ۳۴x$، پس:




$$\overline{S_{AHC}} = \overline{۲۵x} = \frac{۳۴}{۲۵}$$

**۱۲۹** ۴ **۳** ۲ ۱ فرض کنیم $F\hat{E}A = E\hat{A}F = \alpha$، در این صورت:

$EF \| AC$ مورب و $EC \Rightarrow F\hat{C}A = A\hat{E}F \Rightarrow F\hat{C}A = \alpha$

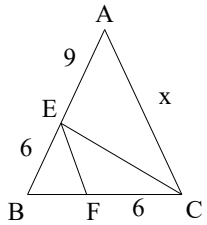
در نتیجه، مثلث $EFC$ متساوی‌الساقین است $(F\hat{C}A = F\hat{E}A = \alpha)$ بنابراین $EF = FC = ۶$.

حال:

$$\overset{\Delta}{ABC} : EF \| AC \xrightarrow{\text{نتیجه‌ی قضیه‌ی تالس}} \frac{}{AC} = \frac{}{AB}$$

$$\xrightarrow{AB=AC} BE = EF = ۶$$

$$AC = AB = AE + BE = ۹ + ۶ = ۱۵ \Rightarrow x = ۱۵$$




**۱۳۰** ۱ ۲ ۳ **۴** از قضیه‌ی تالس کمک می‌گیریم.

$$\overset{\Delta}{ABC} : EF \parallel BC \rightarrow \frac{}{AC} = \frac{}{AB} = \frac{}{BC}$$

$$\overset{\Delta}{ABF} : DE \parallel FB \rightarrow \frac{}{AB} = \frac{}{BF} = \frac{}{AF} = \frac{۳}{۹} = \frac{۱}{۳}$$

در تناسب اول: $\frac{}{AB} = \frac{}{BC} \rightarrow \frac{۱}{۳} = \frac{}{BC} \rightarrow BC = ۳EF$

**۱۳۱** ۱ **۲** ۳ ۴ در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت‌ها برابر با مجذور نسبت تشابه این دو مثلث است.

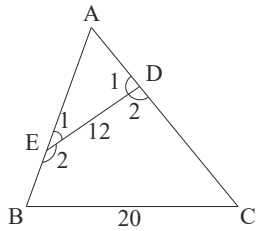
نسبت مساحت‌ها $= \frac{۲}{۳} \times$ نسبت اضلاع $\rightarrow k^۲ = \frac{۲}{۳}k \rightarrow k = \frac{۲}{۳} \rightarrow$ نسبت تشابه مثلث بزرگ‌تر به کوچک‌تر $= \frac{۳}{۲}$

پس: $\frac{\text{مساحت مثلث بزرگ}}{\text{مساحت مثلث کوچک}} = \left(\frac{۳}{۲}\right)^۲ = \frac{۹}{۴} = ۲/۲۵$

**۱۳۲** ۱ **۲** ۳ ۴

$$\begin{cases} \hat{\ } + \hat{D}_۲ = ۱۸۰^\circ \\ \hat{D}_۱ + \hat{D}_۲ = ۱۸۰^\circ \end{cases} \rightarrow \hat{\ } = \hat{D}_۱$$

$$\begin{cases} \hat{\ } + E_۲ = ۱۸۰^\circ \\ \hat{E}_۱ + \hat{E}_۲ = ۱۸۰^\circ \end{cases} \rightarrow \hat{\ } = \hat{E}_۱$$




بنابراین دو مثلث $ABC$ و $ADE$ متشابه هستند و داریم:

$$k = \frac{}{BC} = \frac{۱۲}{۲۰} = \frac{۳}{۵}$$

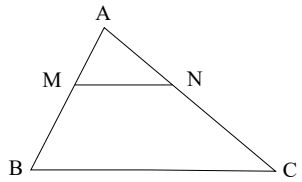
نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر با مجذور نسبت تشابه آنها است.

$$S_{ABC} = k^۲ = \frac{۹}{۲۵} \rightarrow \frac{S_{ABC} - S_{ADE}}{S_{ABC}} = \frac{۲۵ - ۹}{۲۵} \rightarrow S_{ABC} = \frac{۱۶}{۲۵} = ۰/۶۴$$

**۱۳۳** ۱ **۲** ۳ ۴ نکته: اگر دو مثلث با نسبت $k$ متشابه باشند، آن‌گاه نسبت محیط‌های آن‌ها برابر $k$ و نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر $k^۲$ است.

$\overset{\Delta}{A'B'C'}$ محیط $= ۳ + ۷ + ۸ = ۱۸ \Rightarrow$ نسبت تشابه: $k = \frac{۳۶}{۱۸} = ۲ \Rightarrow \frac{}{S'} = k^۲ = ۲^۲ = ۴$

**۱۳۴** ۱ ۲ ۳ **۴**

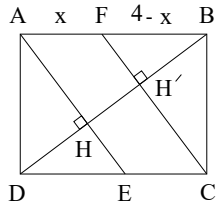



$$S_{MNCB} = ۴S_{\overset{\triangle}{AMN}} \Rightarrow S_{MNCB} + S_{\overset{\triangle}{AMN}} = ۵S_{\overset{\triangle}{AMN}} \Rightarrow S_{\overset{\triangle}{ABC}} = ۵S_{\overset{\triangle}{AMN}}$$

چون دو مثلث $AMN$ و $ABC$ متشابه‌اند (زیرا $MN \parallel BC$). پس نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر مجذور نسبت تشابه است. بنابراین:

$$\frac{S_{\overset{\triangle}{AMN}}}{S_{\overset{\triangle}{ABC}}} = \frac{۱}{۵} \Rightarrow (\frac{\quad}{BC})^۲ = \frac{۱}{۵} \Rightarrow \frac{\quad}{BC} = \frac{۱}{\sqrt{۵}} = \frac{\sqrt{۵}}{۵}$$

**۱۳۵** **۱** ۲ ۳ ۴




$$\overset{\triangle}{ABD} : AB^۲ + AD^۲ = BD^۲ \to ۴^۲ + ۳^۲ = BD^۲ \to BD = ۵$$

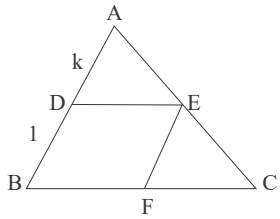
$$\overset{\triangle}{ABD} : AD^۲ = DH \times BD \to ۹ = DH \times ۵ \to \begin{cases} DH = \frac{۹}{۵} \\ BH' = \frac{۹}{۵} \end{cases}$$

$$\to HH' = BD - DH - BH' = ۵ - \frac{۹}{۵} - \frac{۹}{۵} = \frac{۷}{۵}$$

$$\overset{\triangle}{ABH} : FH' \parallel AH \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{\quad}{AB} = \frac{\quad}{BH} \to \frac{۴ - x}{۴} = \frac{\frac{۹}{۵}}{\frac{۱۶}{۵}} = \frac{۹}{۱۶} \to ۱۶ - ۴x = ۹ \to x = \frac{۷}{۴}$$

$$S_{AFCE} = AD \times AF = ۳ \times x = ۳ \times \frac{۷}{۴} = \frac{۲۱}{۴} = ۵/۲۵$$

**۱۳۶** ۱ **۲** ۳ ۴




$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{\quad}{CE} = k \Rightarrow \frac{AE}{\quad} = \frac{۱}{k} \xrightarrow{\text{ترکیب درمخرج}} \frac{\quad}{AC} = \frac{۱}{k+۱}$$

$$\frac{S_{\overset{\triangle}{(ADE)}}}{S_{\overset{\triangle}{(ABC)}}} = (\frac{\quad}{AB})^۲ = \frac{k^۲}{(k+۱)^۲}$$

$$EF \parallel AB \frac{S_{\overset{\triangle}{(CEF)}}}{S_{\overset{\triangle}{(ABC)}}} = (\frac{\quad}{AC})^۲ = \frac{۱}{(k+۱)^۲}$$

$$\text{(فرض)} \frac{\quad}{S_{(ABC)}} = \frac{۴۸}{۱۰۰} \Rightarrow \overset{\triangle}{ABC} - \overset{\triangle}{ADE} - \overset{\triangle}{CEF} = \frac{۴۸}{۱۰۰} \Rightarrow ۱ - \frac{k^۲}{(k+۱)^۲} - \frac{۱}{(k+۱)^۲} = \frac{۴۸}{۱۰۰}$$

$$\frac{\quad + ۱}{k^۲ + ۲k + ۱} = ۱ - \frac{۴۸}{۱۰۰} = \frac{۵۲}{۱۰۰} = \frac{۱۳}{۲۵}$$

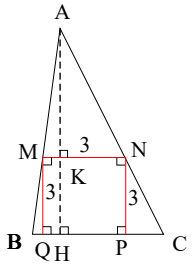
$$\Rightarrow ۲۵k^۲ + ۲۵ = ۱۳k^۲ + ۲۶k + ۱۳$$

$$\Rightarrow ۱۲k^۲ - ۲۶k + ۱۲ = ۰ \Rightarrow ۶k^۲ - ۱۳k + ۶ = ۰$$

$$\Rightarrow (۳k-۲)(۲k-۳)=۰ \Rightarrow k=\frac{۲}{۳} \text{ یا } k=\frac{۳}{۲}$$

هر دو جواب قبول هستند و باتوجه به گزینه‌ها $k=\frac{۲}{۳}$ جواب است.

**۱۳۷** ۱ **۲** ۳ ۴ نکته: در دو مثلث متشابه، نسبت ارتفاع‌ها، نیمسازها و میانه‌های متناظر، برابر نسبت تشابه است.




$$\text{مربع } MNPQ \Rightarrow MN \parallel PQ \Rightarrow MN \parallel BC$$

بنابراین دو مثلث $AMN$ و $ABC$ متشابه‌اند و نسبت ارتفاع‌های آن‌ها با نسبت تشابه برابر است:

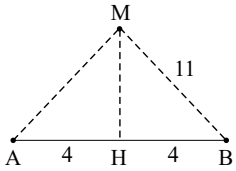
$$\frac{}{AH}=\frac{}{BC} \Rightarrow \frac{}{h}=\frac{۰}{-} \xrightarrow{\text{تفضیل در صورت}} \frac{}{h}=\frac{۴/۸-۳}{۴/۸} \Rightarrow \frac{۳}{h}=\frac{۱/۸}{۴/۸} \Rightarrow \frac{۳}{h}=\frac{-}{۸} \Rightarrow h=۸$$

**۱۳۸** ۱ ۲ **۳** ۴ هر نقطه روی عمود منصف از دو سر پاره خط به یک فاصله است.

پس داریم:

$$۳x-۷=x+۵ \rightarrow ۲x=۱۲ \rightarrow x=۶$$

برای محاسبه‌ی فاصله‌ی نقطه تا خط آن را رسم می‌نماییم.

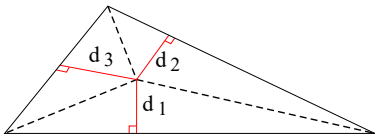



فیثاغورث: $MH^۲+HB^۲=MB^۲ \rightarrow MH^۲+۱۶=۱۲۱$

$$MH^۲=۱۰۵ \rightarrow MH=\sqrt{۱۰۵}$$

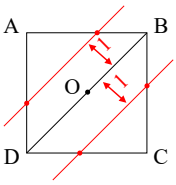
**۱۳۹** ۱ ۲ ۳ ۴ **۱** طبق قضایا هر سه نیمساز یکدیگر را در یک نقطه درون مثلث قطع می‌نمایند. این نقطه از سه ضلع فاصله‌ی یکسان دارد.

$$d_۱=d_۲=d_۳$$



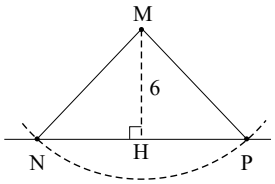

**۱۴۰** ۱ ۲ ۳ **۴**

طول قطر مربع با توجه به قضیه‌ی فیثاغورث برابر ۴واحد می‌باشد. فاصله‌ی نقطه‌ی $O$ از $A$ و $C$ برابر ۲واحد می‌باشد. که از قطر $BD$ برابر واحداهستند، دو خط موازی می‌باشند. این دو خط موازی مربع را در چهار نقطه قطع نقاطی



**۱۴۱** ۴ ۳ ۲ **۱**

ابتدا یک تصویر اولیه رسم می‌نمائیم. یک کمان به مرکز $M$ و شعاع مجهول رسم می‌نمائیم تا تصویر کلی مثلث تشکیل شود. با توجه به تصویر داریم:




$$\text{مساحت } S_{\overset{\Delta}{MNP}} = \frac{۱}{۲} \times MH \times NP \to ۳۶ = \frac{۱}{۲} \times ۶ \times NP \to NP = ۱۲$$

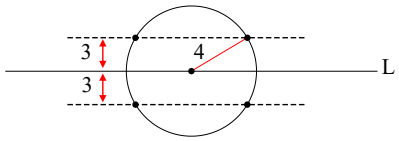
حال در مثلث $\overset{\Delta}{MNP}$ داریم:

$$HP^۲ + MH^۲ = MP^۲ \to (۶)^۲ + ۶^۲ = MP^۲ \to MP^۲ = ۷۲ \to MP = ۶\sqrt{۲}$$

حال از نقطه‌ی $A$ کمانی به شعاع $۶\sqrt{۲}$ باید رسم کرد. فقط یک مثلث با ویژگی فوق قابل رسم می‌باشد.

**۱۴۲** ۴ ۳ **۲** ۱ با توجه به متن مسئله فاصله‌ی مرکز دایره‌ها از دو سر پاره خط به یک فاصله می‌باشد. این ویژگی که یک مجموعه نقاط از دو سر پاره خط به یک فاصله است ویژگی عمود منصف یک پاره خط است.

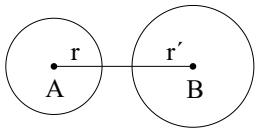
**۱۴۳** **۴** ۳ ۲ ۱ ابتدا دایره‌ای به مرکز $O$ و شعاع ۴ واحد رسم می‌نمائیم. مجموعه نقاط روی دایره از $O$، ۴ واحد فاصله دارند. پس دو خط موازی خط $L$ به فاصله‌ی ۳ واحد رسم می‌نمائیم.



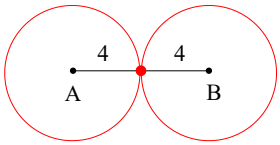

با توجه به تصویر چهار نقطه با شرایط فوق وجود دارد.

**۱۴۴** **۴** ۳ ۲ ۱ برای اینکه دو دایره یکدیگر را قطع نکنند طول پاره خط که مرکز دو دایره را به یکدیگر وصل می‌نماید باید از مجموع شعاع دو دایره بیشتر باشد یعنی: $AB > r + r' \to AB > ۳ + ۴ \to AB > ۷$

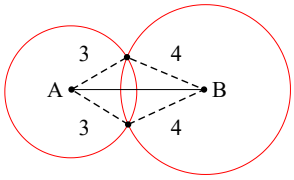
که فقط گزینه‌ی چهارم بزرگ تر از ۷ می‌باشد.




**۱۴۵** ۴ ۳ **۲** ۱ برای حل مسئله می‌توان از تعریف دایره استفاده کرد. دو دایره به مرکز $A$ و $B$ و شعاع ۴ واحد رسم می‌نمائیم. دو دایره به هم مماس می‌شوند و یک نقطه‌ی برخورد دارند.

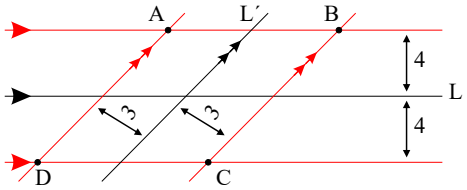



**۱۴۶** ۴ **۳** ۲ ۱ می‌توان با رسم دو دایره به مراکز $A$ و $B$ با شعاع‌های ۳ و ۴ جواب را تعیین نمود.

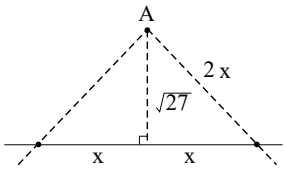


**۱۴۷** ۱ ۲ **۳** ۴

برای حل سؤال می‌توان از ویژگی خطوط موازی استفاده کرد. با توجه به تصویر، دو خط به موازات $l$ به فاصله‌ی ۴ واحد و دو خط به موازات $l'$ به فاصله‌ی ۳ واحد رسم می‌نمائیم. محل تقاطع خط رسم شده با یکدیگر یعنی چهار نقطه‌ی $D$ و $C$ و $B$ و $A$ جواب مسئله می‌باشد.




**۱۴۸** ۱ ۲ ۳ **۴** در مثلث متساوی‌الاضلاع هر رأس روی عمود منصف ضلع مقابل قرار دارد و می‌توان از ویژگی‌های عمود منصف استفاده کرد.فرض می‌کنیم طول ضلع مثلث $۲x$ باشد. با توجه به تصویر داریم:



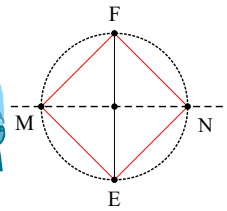

با توجه به تصویر داریم:

فیثاغورث: $\left(\sqrt{۲۷}\right)^۲ + x^۲ = (۲x)^۲ \to ۳x^۲ = ۲۷ \to x = ۳$

محیط: $P = ۶x = ۶(۳) = ۱۸$

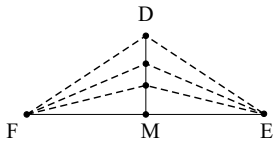
**۱۴۹** **۱** ۲ ۳ ۴

با توجه به اینکه قطرها برهم عمودند وترهای ایجاد شده روی دایره باهم برابرند، چهارضلعی $ENFM$ یک مربع است. مساحت را می توان از رابطهٔ زیر محاسبه کرد.



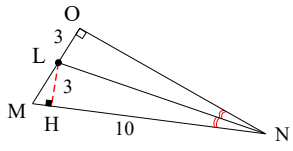

$$S = \frac{۱}{۲}(FE)^۲ = \frac{۱}{۲} \times (۶)^۲ = ۱۸$$

**۱۵۰** ۱ ۲ ۳ **۴** نقطهٔ $D$ باید خارج از پاره‌خط $FE$ قرار بگیرد و چون ارتفاع و میانه گذرا از رأس $D$ برهم منطبق هستند پس این نقطهٔ $D$ روی عمودمنصف پاره‌خط $FE$ قرار دارد. یعنی مثلث $FED$ متساوی‌الساقین است و بی‌شمار مثلث از این مدل وجود دارد.




**۱۵۱** ۱ **۲** ۳ ۴ با توجه به تصویر نقطهٔ $L$ روی نیمساز زاویهٔ $N$ قرار دارد و از دو ضلع زاویه به یک فاصله می‌باشد پس داریم:

$$LO = LH = ۳$$




مساحت مثلث $\overset{\Delta}{LMN}$ برابر است با:

$$S_{\overset{\Delta}{LMN}} = \frac{۱}{۲} \times LH \times MN = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۱۰ = ۱۵$$

**۱۵۲** ۱ ۲ ۳ **۴** ابتدا در مثلث $\overset{\Delta}{ABF}$ ابتدا با فیثاغورث $BF$ را محاسبه می‌نماییم.

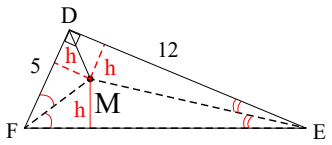
$$AB^۲ + BF^۲ = AF^۲ \to (۱۲)^۲ + BF^۲ = (۱۳)^۲ \to BF^۲ = ۱۶۹ - ۱۴۴$$

$$BF^۲ = ۲۵ \to BF = ۵$$

حال توجه داشته باشیم که نقطهٔ $F$ روی نیمساز قرار دارد در هر نقطه روی نیمساز از دو ضلع زاویه به یک فاصله است. پس:

$$BF = FH = ۵$$

**۱۵۳** **۱** ۲ ۳ ۴




ابتدا با استفاده از قضیهٔ فیثاغورث طول وتر $EF$ را محاسبه می‌نماییم.

$$EF^۲ = ED^۲ + FD^۲ \to EF^۲ = ۱۲^۲ + ۵^۲ = ۱۶۹ \to EF = ۱۳$$

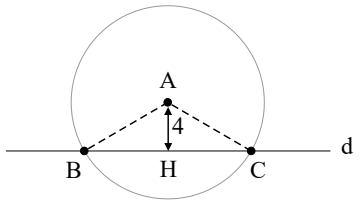
نقطهٔ $M$ روی نیمساز زوایای $\hat{\ }$ و $\hat{\ }$ قرار دارد پس از دو ضلع هر زاویه به یک اندازه است. با توجه به اینکه مثلث $\overset{\Delta}{DFE}$ از سه مثلث $\overset{\Delta}{MDE}$ و $\overset{\Delta}{MDF}$ و $\overset{\Delta}{MFE}$ تشکیل شد پس می‌توان نوشت:

$$S_{DFE} = S_{MDE} + S_{MDF} + S_{MFE} \to \frac{۱}{۲} \times ۵ \times ۱۲ = \frac{۱}{۲}h \times ۱۲ + \frac{۱}{۲}h \times ۵ + \frac{۱}{۲}h \times ۱۳$$

$$S_{FME} = \frac{۱}{۲}h \times ۱۳ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۱۳ = ۱۳$$

**۱۵۴** ۱ **۲** ۳ ۴

ابتدا یک تصویر کلی با استفاده از اطلاعات سوال رسم می‌نماییم:




$$S_{\overset{\Delta}{ABC}} = \frac{۱}{۲}AH \times BC \Rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۴ \times BC = ۱۲ \to ۲BC = ۱۲ \to \boxed{BC = ۶} \to \boxed{BH = CH = ۳}$$

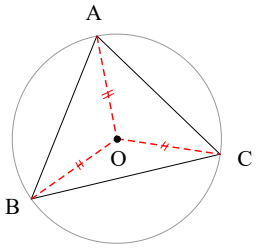
در این مرحله برای محاسبهٔ ضلع $AB$ یا $AC$ که همان شعاع دایره است، کافیست از قضیهٔ فیثاغورث استفاده نماییم.

$$\overset{\Delta}{AHC} : AC^۲ = AH^۲ + CH^۲ \to AC^۲ = ۴^۲ + ۳^۲ \to \boxed{AC = ۵}$$

**۱۵۵** ۱ ۲ ۳ **۴** چون محل برخورد عمود منصف‌ها یکتاست، بنابراین نقطهٔ $O$ محل برخورد هر سه عمود منصف است. همچنین اگر $O$ روی عمود منصف $AB$ باشد، $OA = OB$ است و نیز $O$ روی عمود منصف $BC$ است پس $OB = OC$ است و همینطور $O$ روی عمودمنصف $AC$ است پس خواهد بود بنابراین $OA = OB = OC = r$ می‌باشد یعنی اگر دایره‌ای به مرکز $O$ و شعاع $r$ بزنیم از سه رأس $A$ و $B$ و $C$ عبور می‌کند که اصطلاحا می‌گوییم این دایره محیط بر مثلث است.

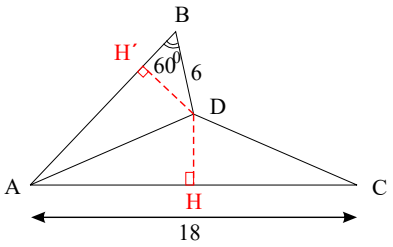
در ضمن اگر مثلث یک زاویه بیشتر از ۹۰ درجه باشد، محل برخورد عمود منصف‌ها خارج مثلث است و اگر یک زاویه $۹۰^\circ$ داشته باشد محل برخورد عمود منصف‌ها روی وتر است و اگر هر سه زاویهٔ مثلث حاده باشد، محل برخورد عمود منصف‌ها داخل مثلث است.

بنابراین گزینهٔ «۳» نیز غلط است و فقط گزینهٔ «۴» صحیح می‌باشد.




**۱۵۶** ۱ ۲ **۳** ۴

ارتفاع دو مثلث $\overset{\Delta}{ADB}$، $\overset{\Delta}{ADC}$ را رسم می‌نماییم.




با توجه به تصویر در مثلث $\overset{\Delta}{ADB}$ داریم:

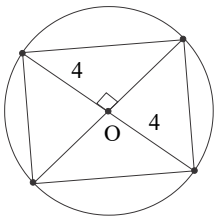
$$\sin ۶۰^\circ = \frac{DH'}{DB} \to \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{DH'}{۶} \to DH' = ۳\sqrt{۳}$$

نقطهٔ $D$ روی نیمساز قرار دارد پس از دو ضلع زاویه به یک فاصله است، یعنی:

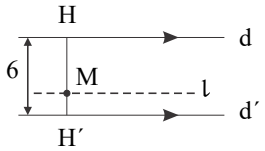
$$DH' = DH = ۳\sqrt{۳}$$

$$S_{\overset{\Delta}{ADC}} = \frac{۱}{۲}DH \times AC = \frac{۱}{۲} \times ۳\sqrt{۳} \times ۱۸ = ۲۷\sqrt{۳}$$

**۱۵۷** ۱ **۲** ۳ ۴ قطرهای مربع یکدیگر را نصف کرده و بر هم عمودند. بنابراین اگر دایره‌ای رسم کنیم به مرکز محل برخورد قطرهای مربع و شعاع نصف طول قطر از هر چهار رأس عبور می‌نماید.

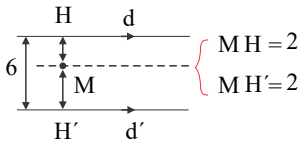



**۱۵۸** ۱ **۲** ۳ ۴ ابتدا دو خط موازی به فاصلهٔ ۶ واحد رسم می‌نماییم و نقطه‌ای مانند $M$ بین دو خط در نظر می‌گیریم.




$$\begin{cases} MH + MH' = ۶ \\ MH - MH' = ۲ \end{cases} \to MH' = ۲$$

با توجه به محاسبهٔ مجموعه نقاطی که ویژگی مورد نظر را دارند خطی موازی با $d$ و $d'$ است که از $d$، ۴ واحد فاصله دارند. حال ممکن است این خط به خط $d$ نزدیک‌تر و از $d'$ دورتر باشد، یعنی:

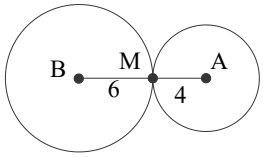



ضمناً توجه داشته باشید که اگر نقطهٔ خارج دو خط باشد، یعنی تفاضل فاصلهٔ آن از دو خط همان فاصله دو خط می‌باشد.

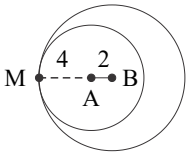
**۱۵۹** ۱ **۲** ۳ ۴ با توجه به اینکه فقط یک نقطه ($M$) با ویژگی ذکر شده وجود دارد می‌توان دو حالت در نظر

گرفت:

حالت اول:




حالت دوم: $L = BM - AM = ۶ - ۴ = ۲$



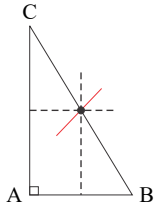

پس $L$ دو مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد و مجموع مقادیر $۱۰ + ۲ = ۱۲$ می‌باشد.

**۱۶۰** ۱ ۲ ۳ **۴** با توجه به اطلاعات سوال ابتدا وضعیت زوایا و نوع مثلث را بررسی نماییم:

$$\left.\begin{array}{l} \hat{\ } + \hat{\ } + \hat{\ } = ۱۸۰^\circ \\ \hat{\ } + \hat{\ } = \hat{\ } \end{array}\right\} ۲\hat{\ } = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{\ } = ۹۰^\circ$$

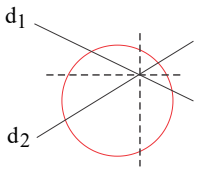
پس یک مثلث قائم‌الزاویه داریم:

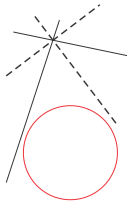
عمودمنصف‌های مثلث قائم‌الزاویه وسط وتر قرار می‌گیرند که همان بزرگ‌ترین ضلع مثلث می‌باشد.




**۱۶۱** ۱ ۲ **۳** ۴ هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع زاویه به یک فاصله است. حال اگر هر خط متقاطع با دایره برخورد داشته باشد نیمسازهای چهار زاویه تشکیل شده، با دایره حداکثر در چهار نقطه تقاطع دارند.

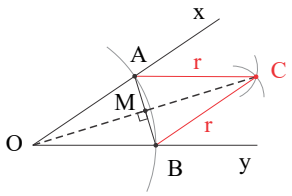
باید توجه داشت که ممکن است دو خط با دایره متقاطع نباشند.



**۱۶۲** **۴** ۳ ۲ ۱ این ویژگی عمود منصف می‌باشد، لذا نقاط حاصل از برخورد عمود منصف‌های $AB$، $CD$، $BC$ یا $AD$ خواهد بود. حال ممکن این چهار عمود منصف در یک نقطه هم رأس باشند و یا نباشند پس جواب نهایی سوال ممکن است صفر یا یک باشد.

**۱۶۳** ۴ ۳ **۲** ۱ با توجه به گزینه‌ها، در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ الزاماً متساوی‌الاضلاع نمی‌باشد ولی سایر گزینه‌ها صحیح است.




**۱۶۴** ۴ ۳ **۲** ۱ ابتدا باید توجه داشت که نسبت $\frac{DB}{EC}$ در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ برقرار است، بنابراین $DE \parallel BC$.





https://www.monta.ir/#print;a5=%25D9%2587%25D9%2586%25D8%25AF%25D8%25B3%25D9%2587;a28=1398%255C003%255C014;a46=... 68/87

$$\frac{۳}{۲}=\frac{۴/۵}{۳}$$

حال با استفاده از فیثاغورث داریم:

$$AB^۲+BC^۲=AC^۲\to ۵^۲+BC^۲=۷/۵^۲\to BC^۲=(\frac{۱۵}{۲})^۲-۵^۲=\frac{۱۲۵}{۴}$$

$$BC=\sqrt{\frac{۱۲۵}{۴}}=\frac{۵\sqrt{۵}}{۲}$$

طبق قضیه‌ی تالس می‌توان نوشت:

$$AB=BC\to\frac{۳}{۵}=\frac{DE}{\frac{۵\sqrt{۵}}{۲}}\to$$

$$DE=\frac{\frac{۵\sqrt{۵}}{۲}\times ۳}{۵}=\frac{۳\sqrt{۵}}{۲}$$

روش دوم:

$$\overline{DB}=\overline{EC}\to\frac{۳}{۲}=\frac{۴/۵}{۳}\to DE||BC\to\hat{D}=\hat{\ }=\deg ۹۰$$

$\to$ رابطهٔ فیثاغورث : $AD^۲+DE^۲=AE^۲\to ۳^۲+DE^۲=۴/۵^۲$

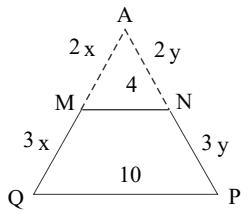
$$\to DE^۲=(\frac{۹}{۲})^۲-۳^۲\to DE^۲=\frac{۸۱}{۴}-\frac{۳۶}{۴}\to DE^۲=\frac{۴۵}{۴}$$

$$\to DE=\frac{\sqrt{۴۵}}{۲}=\frac{\sqrt{۹\times ۵}}{۲}\to\boxed{DE=\frac{۳\sqrt{۵}}{۲}}$$

**۱۶۵** ۴ **۳** ۲ ۱ برای محاسبه‌ی محیط مثلث $AMN$ ابتدا با استفاده از قضیه‌ی تالس مقدار مجهول $x$ و $y$ را محاسبه می‌نماییم.

باید توجه داشت که پاره‌خط $MN$ موازی $QP$ است، چون نسبت $QP=\frac{۴}{۱۰}=\frac{۲}{۵}$ است، پس نسبت $AQ=AP$ نیز باید ۲ به ۵ باشد.

از طرفی محیط ذوزنقه برابر با ۲۳ است، بنابراین:




$$AMN\ \text{محیط مثلث}=۴+۲x+۲y=۴+۲(x+y)=۴+۲\times ۳=۱۰$$

**۱۶۶** ۴ ۳ **۲** ۱

$$EF \parallel BC \Rightarrow \frac{}{AB} = \frac{}{BC} \Rightarrow \frac{}{۸} = \frac{EF}{۲۰} \Rightarrow \boxed{EF = ۵}$$

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{}{AB} = \frac{}{BC} \Rightarrow \frac{}{۸} = \frac{MN}{۲۰} \Rightarrow \boxed{MN = \frac{۱۵}{۲}}$$

$$PQ \parallel BC \Rightarrow \frac{}{AB} = \frac{}{BC} \Rightarrow \frac{}{۸} = \frac{PQ}{۲۰} \Rightarrow \boxed{PQ = \frac{۳۵}{۲}}$$

$$EF + MN + PQ = ۵ + \frac{۱۵}{۲} + \frac{۳۵}{۲} = ۳۰$$

**۱۶۷** ۴ ۳ ۲ **۱** با توجه به اینکه $M$ و $N$ وسط دو ساق قرار گرفته می‌توان نتیجه گرفت:

$$\frac{}{MD} = \frac{}{NC} = ۱ \rightarrow MN \parallel AB \parallel DC$$

$$ME \parallel AB \xrightarrow{\text{در } \overset{\Delta}{ADB}} \frac{}{AB} = \frac{}{DA} = \frac{۱}{۲} \rightarrow ME = \frac{۱}{۲}AB = ۴$$

$$MF \parallel DC \xrightarrow{\text{در } \overset{\Delta}{DAC}} \frac{}{DC} = \frac{}{AD} = \frac{۱}{۲} \rightarrow MF = \frac{۱}{۲}DC = ۶$$

$$EF = MF - ME = ۶ - ۴ = ۲$$

**۱۶۸** **۴** ۳ ۲ ۱ راه‌حل اول:

نکته(طرفین وسطین): اگر $\frac{}{b} = \frac{}{d}$ ، آنگاه: $ad = bc$

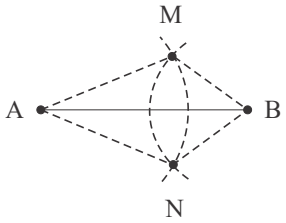
$$\frac{}{۱۰ + a} = \frac{}{۸ + b} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} ۸a + ab = ۱۰b + ab \Rightarrow ۸a = ۱۰b \Rightarrow \frac{}{b} = \frac{۱۰}{۸} = \frac{۵}{۴}$$

راه‌حل دوم:

نکته(تفضیل در مخرج): اگر $\frac{}{b} = \frac{}{d}$ ، آنگاه: $\frac{}{b - a} = \frac{}{d - c}$

$$\frac{}{۱۰ + a} = \frac{}{۸ + b} \xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{}{۱۰ + a - a} = \frac{}{۸ + b - b} \Rightarrow \frac{a}{۱۰} = \frac{}{۸} \Rightarrow \frac{}{b} = \frac{۱۰}{۸} = \frac{۵}{۴}$$

**۱۶۹** ۱ ۲ **۳** ۴




به مرکز $A$ و به شعاع ۴ کمانی رسم می‌کنیم. به همین ترتیب به مرکز $B$ و به شعاع ۳ کمان دیگری رسم می‌کنیم.

با توجه به اینکه نقاط $M$ و $N$ روی کمانی به مرکز $A$ و شعاع ۴ قرار دارند، نتیجه می‌شود $AM = AN = ۴$. به همین ترتیب چون نقاط $M$ و $N$ روی کمانی به مرکز $B$ و شعاع ۳ قرار دارند، نتیجه می‌شود:

$$BM = BN = ۳$$

بنابراین محیط چهارضلعی $AMBN$ برابر است با:

$$AM + AN + BM + BN = ۱۴$$

**۱۷۰** ۱ ۲ **۳** ۴ نکته: در مستطیل، قطرها با هم برابرند.

گزینهٔ ۱: درست نیست؛ به عنوان مثال مربع ۵، یعنی ۲۵ عددی فرد است ولی خود ۵ زوج نیست.

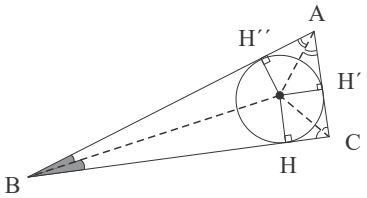
گزینهٔ ۲: درست نیست؛ به عنوان مثال به‌ازای $n = ۴۱$ مقدار عبارت موردنظر عدد اول نیست:

$$۴۱^۲ + ۴۱ + ۴۱ = ۴۱(۴۱ + ۱ + ۱) = ۴۱ \times ۴۳$$

گزینهٔ ۳: درست است.(به نکته مراجعه شود.)

گزینهٔ ۴: درست نیست؛ به عنوان مثال ۲ عددی اول است، ولی فرد نیست.

**۱۷۱** **۱** ۲ ۳ ۴



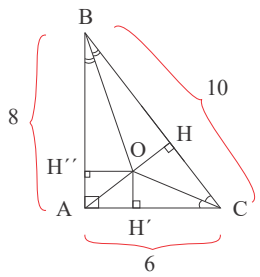

نکته: اگر فاصلهٔ نقطه‌ای از دو ضلع یک زاویه یکسان باشد، آن نقطه بر روی نیمساز زاویه قرار دارد.

در شکل روبه‌رو $OH = OH' = OH''$، زیرا همگی برابر شعاع دایره هستند. حال از تساوی $OH' = OH$ نتیجه می‌شود نقطهٔ $O$ بر روی نیمساز زاویهٔ $C$ قرار دارد. به همین ترتیب از تساوی $OH' = OH''$ نتیجه می‌شود نقطهٔ $O$ بر روی نیمساز زاویهٔ $A$ نیز قرار دارد.

همچنین از تساوی $OH = OH''$ نتیجه می‌شود نقطهٔ $O$ بر روی نیمساز زاویهٔ $B$ قرار دارد.

بنابراین نقطهٔ $O$ محل تقاطع نیمسازهای مثلث $ABC$ است.

**۱۷۲** ۱ **۲** ۳ ۴




نکته: هر نقطه روی نیمساز یک زاویه، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.

نکته: در هر مثلث، نیمسازهای داخلی در یک نقطه متقاطع‌اند.

ابتدا با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ $ABC$ داریم:

$$BC = \sqrt{AB^۲ + AC^۲} = \sqrt{۶۴ + ۳۶} = ۱۰$$

با توجه به اینکه نیمسازهای $\hat{B}$ و $\hat{C}$ در نقطهٔ $O$ متقاطع‌اند، از نکتهٔ بالا نتیجه می‌گیریم که نقطهٔ $O$ محل تقاطع سه نیمساز است. پس فاصلهٔ نقطهٔ $O$ از هر سه ضلع مثلث برابر است. یعنی اگر از $O$ عمودهای $OH$، $OH'$ و $OH''$ را رسم کنیم، خواهیم داشت:

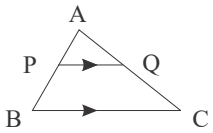
$$OH = OH' = OH''$$

حال می‌توان نوشت:

$$S_{ABC} = S_{OBC} + S_{OAC} + S_{OAB} \Rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۸ \times ۶ = \frac{۱}{۲} \times OH \times ۱۰ + \frac{۱}{۲} \times OH \times ۶ + \frac{۱}{۲} \times OH \times ۸$$

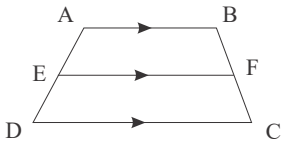
$$\Rightarrow ۲۴ = ۱۲OH \Rightarrow \boxed{OH = ۲}$$

**۱۷۳** ۴ ۳ **۲** ۱ نکته(تعمیم قضیهٔ تالس): در شکل روبه‌رو، اگر $PQ \parallel BC$، آنگاه:




$$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$$

نکته: در ذوزنقه $ABCD$ اگر $EF$ موازی قاعده‌های $AB$ و $DC$ باشد، آنگاه:

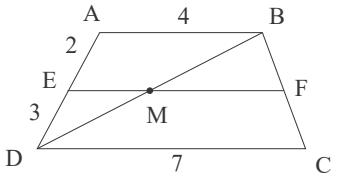



$$\overline{ED} = \overline{FC}$$

با توجه به نکتهٔ بالا داریم:

$$\overline{FC} = \overline{ED} = \frac{۰}{} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \overline{BC} = \frac{۲}{۵} \qquad (*)$$

ابتدا قطر $BD$ را رسم می‌کنیم. حال در مثلث $ABD$ طبق تعمیم قضیهٔ تالس می‌توان نوشت:




$$\overline{AB} = \overline{AD} \Rightarrow \frac{EM}{۴} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow \boxed{EM = \frac{۱۲}{۵}}$$

مجدداً در مثلث $BDC$ طبق تعمیم قضیهٔ تالس می‌توان نوشت:

$$\overline{DC} = \overline{BC} \xrightarrow{(*)} \frac{}{۷} = \frac{۲}{۵} \Rightarrow \boxed{MF = \frac{۱۴}{۵}}$$

بنابراین $EF = ME + MF = \frac{۲۶}{۵} = ۵/۲$

**۱۷۴** ۴ ۳ **۲** ۱ هر نقطه روی نیمساز از دو ضلع زاویه به یک فاصله است. بنابراین داریم:

$$DH = DH' \to x^۲ - ۵ = x + ۱ \to x^۲ - x - ۶ = ۰$$

$$(x - ۳)(x + ۲) = ۰ \begin{cases} x = \\ x = -۲ \quad \text{غیر قابل قبول} \end{cases}$$

$$AB = x + ۲ = ۵ \to \overline{AB} = \frac{۶}{۵}$$

**۱۷۵** **۴** ۳ ۲ ۱ با توجه به موازی بودن پاره‌خط‌های موجود می‌توان از قضیهٔ تالس استفاده کرد:

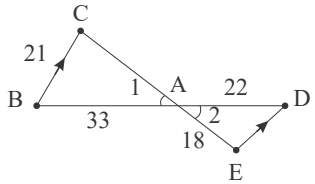
$$\left.\begin{array}{l} BE \| CF \to \overline{BC} = \overline{EF} \\ EC \| FD \to \overline{CD} = \overline{EF} \end{array}\right\} \to \overline{BC} = \overline{CD} \to \frac{۴}{x} = \frac{۴ + x}{۲x - ۱}$$

$$۸x - ۴ = ۴x + x^۲ \to x^۲ - ۴x + ۴ = ۰ \to (x-۲)^۲ = ۰ \to x = ۲$$

$$AD = ۴ + x + (۲x - ۱) = ۴ + ۲ + ۳ = ۹$$

**۱۷۶** ۴ ۳ ۲ **۱**

با توجه به موازی بودن $BC \parallel ED$ طبق قضیهٔ خطوط موازی و مورب زوایای به‌صورت زیر با هم برابرند.




$$\left.\begin{array}{l} \hat{A}_۱ = \hat{A}_۲ \text{ متقابل به رأس} \\ \hat{\ } = \\ \hat{\ } = \hat{\ } \end{array}\right\} \to \overset{\Delta}{ABC} \sim \overset{\Delta}{ADE}$$

حال با توجه به تناسب اضلاع متناظر داریم:

$$BC = AB = AC$$

$$\frac{DE}{۲۱} = \frac{۲۲}{۳۳} = \frac{۱۸}{AC} \to \begin{cases} \frac{DE}{۲۱} = \frac{۲}{۳} \to \boxed{DE = ۱۴} \\ \frac{۱۸}{AC} = \frac{۲}{۳} \to \frac{۱۸}{AC} = \frac{۲}{۳} \to \boxed{AC = ۲۷} \end{cases}$$

$$AC + DE = ۲۷ + ۱۴ = ۴۱$$

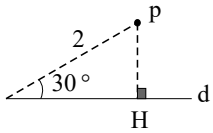
**۱۷۷** ۴ ۳ **۲** ۱ نکته: یک چهارضلعی، متوازی‌الاضلاع است؛ اگر و تنها اگر قطرهایش یکدیگر را نصف کنند.

نکته: $n$ عددی زوج (فرد) است، اگر و تنها اگر $n^۲$ عددی زوج (فرد) باشد.

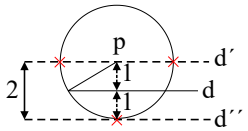
با توجه به نکات بالا، موارد «الف» و «پ» درست هستند. مورد «ب» نادرست است؛ زیرا از $x^۲ = y^۲$ نتیجه می‌شود: $x = \pm y$

**۱۷۸** ۴ **۳** ۲ ۱ از آنجا که $\sin ۳۰^\circ = \frac{۱}{۲}$ نتیجه می‌گیریم:

$$\sin ۳۰^\circ = \frac{PH}{۲} \Rightarrow PH = ۲(\frac{۱}{۲}) = ۱$$




تمام نقاطی که از نقطهٔ $P$ به فاصلهٔ ۲ هستند، روی دایره‌ای به مرکز $P$ و به شعاع ۲ قرار دارد. تمام نقاطی که از نقاطی که از خط $d$ به فاصلهٔ ۱ می‌باشند دو خط موازی خط $d$ و به فاصلهٔ ۱ از آن هستند. پس:




مطابق شکل، سه نقطه وجود دارد.

**۱۷۹** ۴ ۳ ۲ **۱**

$$DE \| BC \Rightarrow \frac{۹}{x} = \frac{۱۲}{x+۲} \Rightarrow ۹x + ۱۸ = ۱۲x \Rightarrow ۳x = ۱۸ \Rightarrow x = ۶$$

**۱۸۰** ۴ ۳ ۲ ۱ اگر نسبت تشابه دو مثلث $k$ باشد نسبت محیط‌های آنها هم $k$ و نسبت مساحت‌ها $k^۲$ خواهد بود.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{P_۱}{P_۲}=k\\ \frac{S_۱}{S_۲}=k^۲\end{array}\right\}\frac{S_۱}{S_۲}=(\frac{P_۱}{P_۲})^۲\to\frac{S_۱}{S_۲}=\frac{P_۱^۲}{P_۲^۲}\to S_۱P_۲^۲=S_۲\cdot P_۱^۲$$

**۱۸۱** ۴ ۳ ۲ ۱ با توجه به تشابه، در مثلث قائم‌الزاویه می‌توان اثبات کرد مربع هر ضلع زاویهٔ قائمه برابر است با تصویر ضلع روی وتر در اندازهٔ وتر. پس می‌توان نوشت:

$$AB^۲=BH\times BD\to(۱۲)^۲=۱۱(۱۱+DH)\to ۱۴۴=۱۲۱+۱۱DH$$

$$DH=\frac{۱۴۴-۱۲۱}{۱۱}=\frac{۲۳}{۱۱}$$

از طرفی ارتفاع وارد بر وتر، واسطهٔ هندسی بین قطعات ایجاد شده روی وتر. لذا می‌توان نوشت:

$$A\quad=DH\times BH$$

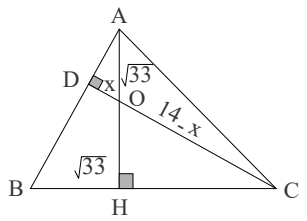
$$AH^۲=\frac{۲۳}{۱۱}\times ۱۱\Rightarrow AH=\sqrt{۲۳}$$

$$S_{\overset{\Delta}{ADH}}=\frac{۱}{۲}DH\times AH=\frac{۱}{۲}\times\frac{۲۳}{۱۱}\times\sqrt{۲۳}=\frac{۲۳\sqrt{۲۳}}{۱۱}$$

**۱۸۲** ۴ ۳ ۲ ۱

$$\begin{cases}C\hat{\ }H=A\hat{\ }D\\ \hat{\ }=\hat{\ }\end{cases}\xrightarrow{\text{زز}}\overset{\Delta}{OAD}\sim\overset{\Delta}{OCH}\Rightarrow\frac{x}{\sqrt{۳۳}}=\frac{۳۳}{۱۴-x}\Rightarrow ۱۴x-x^۲=۳۳$$

$$\Rightarrow x^۲-۱۴x+۳۳=۰\Rightarrow(x-۳)(x-۱۱)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۳\ \text{ق ق}\\ x=۱۱\ \text{غ ق ق}\end{cases}$$




توجه کنید چون در مثلث $OAD$ ، $(OA)$ وتر است، پس $OD=x$ باید کمتر از $\sqrt{۳۳}$ باشد.

$$\overset{\Delta}{OAD}:AD^۲=OA^۲-OD^۲=۳۳-۹=۲۴$$

$$\overset{\Delta}{ADC}:AC^۲=AD^۲+CD^۲=۲۴+۱۹۶=۲۲۰\Rightarrow AC=۲\sqrt{۵۵}$$

**۱۸۳** ۴ ۳ ۲ ۱ با توجه به موازی بودن $DE$ و $BC$ می‌توان نتیجه گرفت، دو مثلث $\overset{\Delta}{ADE}$ و $\overset{\Delta}{ABC}$ متشابه می‌باشند و می‌توان نسبت تشابه را به شکل زیر نوشت:

$$AB = AC = BC \rightarrow \frac{AD}{۶} = \frac{AE}{۹} = \frac{۳}{۱۲} \Rightarrow \begin{cases} AD = \frac{۳}{۲} \\ AE = \frac{۹}{۴} \end{cases}$$

چهارضلعی $DEFB$ متوازی‌الاضلاع می‌باشد و $BF = DE$ موازی هستند، بنابراین داریم:

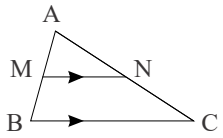
$$S_{ABC} = (BC)^۲ = \frac{۱}{۱۶} \quad , \quad S_{ABC} = (BC)^۲ = \frac{۹}{۱۶}$$

$$S_{DEFB} = S_{ABC} - (S_{ADE} + S_{FEC}) = S_{ABC} - (\frac{۱}{۱۶}S_{ABC} - \frac{۹}{۱۶}S_{ABC}) = \frac{۳}{۸}S_{ABC}$$

**۱۸۴** ۴ **۳** ۲ ۱ نکته: مجموعهٔ نقاطی که از نقطهٔ $O$ به فاصلهٔ $r$ هستند، دایره‌ای به مرکز $O$ و شعاع $r$ است.

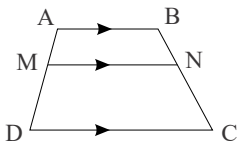
با توجه به نکتهٔ بالا، مجموعهٔ نقاطی که از نقطهٔ $A(۱,۲)$ به فاصلهٔ ۲ هستند، دایره‌ای به مرکز $A$ و شعاع ۲ است. بنابراین بی‌شمار نقطه با این خاصیت وجود دارد.

**۱۸۵** ۴ ۳ ۲ **۱** نکته (تعمیم قضیهٔ تالس): در مثلث $ABC$، اگر $MN||BC$، آنگاه:



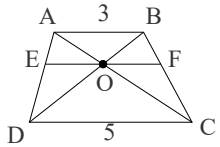

$$AB = AC = BC$$

نکته: (قضیهٔ تالس در ذوزنقه): در ذوزنقهٔ $ABCD$، اگر $MN||AB$، آنگاه:




$$\overline{MD} = NC$$

طبق فرض $EF||AB$، با استفاده از قضیهٔ تالس در ذوزنقه داریم:




$$\overline{ED} = FC$$

حال با استفاده از ترکیب در مخرج، نتیجه می‌شود:

$$AD = BC$$

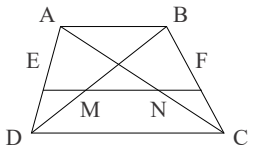
اکنون با استفاده از قضیهٔ تالس در مثلث‌های $ADC$ و $BCD$ داریم:

$$\begin{cases} \overset{\Delta}{AD}C : OE||DC \Rightarrow \frac{}{DC} = \frac{}{AD} & (۱) \\ \overset{\Delta}{BC}D : OF||DC \Rightarrow \frac{}{DC} = \frac{}{BC} & (۲) \end{cases}$$

حال با توجه به اینکه $AD = BC$، از (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{}{DC} = \frac{}{DC} \Rightarrow OE = OF \Rightarrow \frac{}{OF} = ۱$$

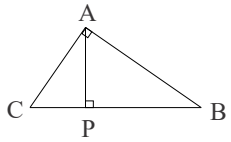
تذکر: در ذوزنقهٔ شکل روبه‌رو اگر $EF||AB$، آنگاه:




$EM = NF$

**۱۸۶** ۴ ۳ ۲ ۱ روش اول:

نکته: در مثلث قائم‌الزاویهٔ زیر، اگر $AP$ ارتفاع وارد بر وتر باشد داریم:

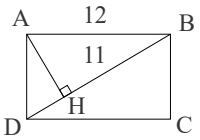



$BC^۲ = AC^۲ + AB^۲$ $\qquad$ $AC^۲ = PC \times BC$

$AB \times AC = AP \times BC$ $\qquad$ $AB^۲$

$AP^۲ = PC \times PB$

با استفاده از نکتهٔ بالا، در مثلث $ABC$ داریم:




$$AB^۲ = BH \times BD \Rightarrow ۱۴۴ = ۱۱ \times BD \Rightarrow BD = \frac{۱۴۴}{۱۱}$$

بنابراین: $DH = \frac{۱۴۴}{۱۱} - ۱۱ = \frac{۲۳}{۱۱}$

روش دوم:

$$\overset{\Delta}{ABH} : AB^۲ = AH^۲ + BH^۲ \to ۱۲^۲ = AH^۲ + ۱۱^۲ \to ۱۴۴ - ۱۲۱ = AH^۲$$

$$\to \boxed{AH^۲ = ۲۳}$$

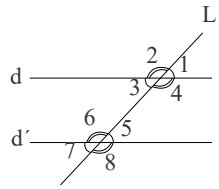
$$AH^۲ = DH \cdot BH \to ۲۳ = DH \times ۱۱ \to \boxed{DH = \frac{۲۳}{۱۱}}$$

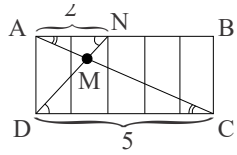
**۱۸۷** ۴ ۳ ۲ ۱ نکته: اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلثی دیگر برابر باشد، آنگاه آن دو مثلث متشابه‌اند.

نکته: اگر دو مثلث متشابه باشند، آنگاه اضلاع متناظر آن‌ها متناسب هستند.

نکته (قضیهٔ خطوط موازی و مورب): اگر خط $L$ دو خط موازی $d$ و $d'$ را قطع کند، روی آن‌ها هشت زاویه ایجاد می‌شود که چهار به چهار با هم برابرند.

$\hat{\ } = \hat{\ } = \hat{\ } = \hat{\ }$ $\qquad$ $\hat{\ } = \hat{\ } = \hat{\ } = \hat{\ }$




$AB || DC \xrightarrow{\text{مورب } DN} \hat{\ } = \hat{\ }$

$AB || DC \xrightarrow{\text{مورب } AC} \hat{\ } = \hat{\ }$

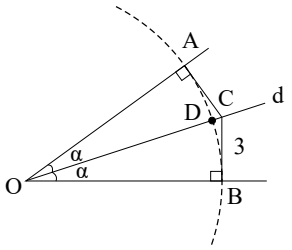
بنابراین $\overset{\Delta}{AMN}$ و $\overset{\Delta}{CMD}$ بنا به حالت تساوی دو زاویه با هم متشابه‌اند. اکنون تناسب اضلاع متناظر آن‌ها را می‌نویسیم.

$$DC = \overline{DM} \Rightarrow \frac{۲}{۵} = \overline{DM} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \overline{۵+۲} = \overline{MN+DM} \Rightarrow \overline{۷} = \overline{DN}$$

از طرفی طبق قضیهٔ فیثاغورس داریم: $DN = \sqrt{۲^۲ + ۲^۲} = ۲\sqrt{۲}$. با جایگذاری مقدار $DN$ در تناسب بالا داریم:

$$\overline{۷} = \frac{MN}{۲\sqrt{۲}} \Rightarrow \boxed{MN = \frac{۴ \quad ۲}{۷}}$$

**۱۸۸** ۴ ۳ ۲ **۱** از آن‌جا که خط $d$ نیم ساز زاویهٔ $A\hat{\ }B$ است، بنابراین طول $AC$ و $CB$ برابر است. بنابراین طبق قضیهٔ فیثاغورس $OA = OB = ۴$ و شعاع دایرهٔ رسم شده نیز برابر ۴ است که در این صورت طول $OD = ۴$ و $CD = ۱$ است.

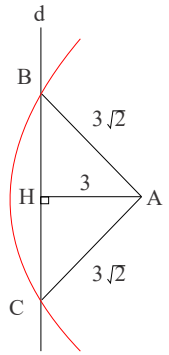



**۱۸۹** **۴** ۳ ۲ ۱ از آن‌جایی که $\overset{\triangle}{AHB}$ مثلث قائم‌الزاویه است؛ داریم:

$$AH^۲ + BH^۲ = AB^۲ \to ۳^۲ + BH^۲ = (۳\sqrt{۲})^۲ \to$$

$$BH^۲ = ۹ \to \boxed{BH = ۳} \to \boxed{BC = ۶}$$

$$S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{۱}{۲} AH \times BC = \frac{۳ \times ۶}{۲} \Rightarrow \boxed{S_{\overset{\triangle}{ABC}} = ۹cm^۲}$$




اگر قضیهٔ فیثاغورث در مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ برقرار باشد، نتیجه می‌گیریم که این مثلث قائم‌الزاویه است؛ داریم:

$$AB^۲ + AC^۲ \overset{?}{=} BC^۲ \to (۳\sqrt{۲})^۲ + (۳\sqrt{۲})^۲ \overset{?}{=} (۶)^۲$$

$\to ۱۸ + ۱۸ = ۳۶ \to$ $\overset{\triangle}{ABC}$ مثلث قائم‌الزاویه است.

**۱۹۰** ۴ ۳ ۲ **۱** تمام نقاطی که روی نیم‌ساز زاویهٔ $O$ قرار دارند، از دو خط $d$ و $d'$ به یک فاصله می‌باشند و تعداد این نقاط بی‌شمار است.

نقاطی که از نقطهٔ $O$ به یک فاصله باشند روی دایره به مرکز $O$ و شعاع‌های متفاوت است. اما باید توجه کرد که طول شعاع دایره به مرکز $O$ و نقطهٔ $C$ روی نیم‌ساز که دایره را قطع کرده است همواره بیش‌تر از فاصلهٔ نقطهٔ $C$ تا دو خط $d$ و $d'$ است. بنابراین هیچ نقطه‌ای مشخصات خواسته شده در سؤال را ندارد.

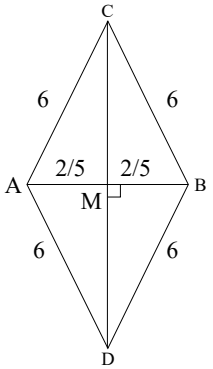
**۱۹۱** **۴** ۳ ۲ ۱ شرط اینکه دایره به مرکز $O$ از نقطه‌های $A$، $B$، $C$ و $D$ بگذرد این است که $OA = OB = OC = OD = R$ یعنی نقطهٔ $O$ روی عمودمنصف پاره‌خط $AB$، $CD$ و همینطور $AD$ و $BC$ باشد.

**۱۹۲** ۴ ۳ **۲** ۱ نقطهٔ $M$ از $A$ و $B$ به یک فاصله است ← نقطهٔ $M$ روی عمودمنصف $AB$ قرار دارد.

نقطهٔ $M$ از $B$ و $C$ به یک فاصله است ← نقطهٔ $M$ روی عمودمنصف $BC$ قرار دارد.

بنابراین نقطهٔ $M$ محل برخورد عمودمنصف‌های $AB$ و $BC$ است.

**۱۹۳** ۴ ۳ **۲** ۱ نقاطی که از دو سر پاره‌خط $AB$ به یک فاصله باشند، روی عمودمنصف $AB$ قرار دارند و مطابق شکل دو نقطهٔ $C$ و $D$ داریم که فاصلهٔ آن از دو نقطهٔ $A$ و $B$، ۶ سانتی‌متر است.

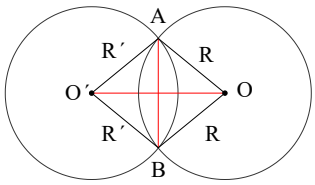



**۱۹۴** ۴ ۳ **۲** ۱ فقط در چندضلعی‌های منتظم نقطهٔ تقاطع عمودمنصف‌های اضلاع و نقطهٔ تقاطع نیم‌سازهای زاویه‌ها بر هم منطبق است و با توجه به شکل‌های داده شده، مربع و شش‌ضلعی منتظم این خاصیت را دارند.

**۱۹۵** **۴** ۳ ۲ ۱

نقطهٔ $O$ روی عمودمنصف $AB$ است. $OA = OB = R \rightarrow$

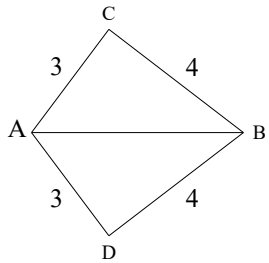
نقطهٔ $O'$ روی عمودمنصف $AB$ است. $O'A = O'B = R' \rightarrow$




پس خط گذرنده از نقاط $O$ و $O'$ عمودمنصف پاره‌خط $AB$ است و هر نقطهٔ واقع بر پاره‌خط $OO'$ از نقاط $A$ و $B$ به یک فاصله است.

بنابراین بی‌شمار نقطهٔ $M$ داریم که از نقاط $A$ و $B$ به یک فاصله هستند.

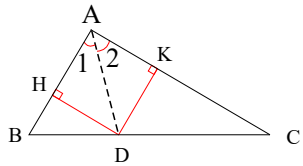
**۱۹۶** **۴** ۳ ۲ ۱




$$\overset{\triangle}{ABC} : AB^{۲} = AC^{۲} + BC^{۲}$$
$$۵^{۲} = ۳^{۲} + ۴^{۲} \rightarrow \hat{\ } = ۹۰^{\circ}$$
$$\overset{\triangle}{ABD} : AB^{۲} = AD^{۲} + BD^{۲}$$
$$۵^{۲} = ۳^{۲} + ۴^{۲} \rightarrow \hat{\ } = ۹۰^{\circ}$$

چهارضلعی $ACBD$ دارای دو زاویهٔ قائمه است.

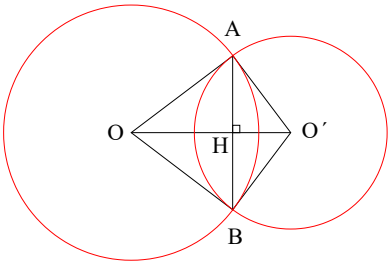
**۱۹۷** **۴** ۳ ۲ ۱



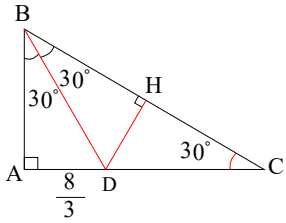

$$\hat{\ } = ۹۰^{\circ} \rightarrow AB^{۲} + AC^{۲} = BC^{۲} \rightarrow ۵^{۲} + AC^{۲} = ۱۳^{۲}$$
$$\rightarrow AC^{۲} = ۱۶۹ - ۲۵ = ۱۴۴ \rightarrow \boxed{AC = ۱۲}$$
$$\hat{A}_{۱} = \hat{\ } \rightarrow DH = DK$$
$$\frac{S_{\overset{\triangle}{ABD}}}{S_{\overset{\triangle}{ACD}}} = \frac{\frac{۱}{۲}AB \times DH}{\frac{۱}{۲}AC \times DK} = \frac{\ }{AC} \times \frac{\overset{۱}{\cancel{\ }}}{\cancel{DK}} = \frac{\ }{AC} = \frac{۵}{۱۲}$$

**۱۹۸** ۱ ۲ **۳** ۴

$OO'$ عمود منصف $AB$ است پس الف، ب و پ صحیح می‌باشند و ت نادرست است.




**۱۹۹** ۱ **۲** ۳ ۴




$$\begin{cases} \hat{\ } + \hat{\ } = ۹۰^\circ \\ \hat{\ } = ۲\hat{\ } \end{cases} \rightarrow \hat{\ } = ۶۰^\circ \ , \ \hat{\ } = ۳۰^\circ$$

$BD \rightarrow AD = DH = \frac{۸}{۳}$ نیمساز زاویهٔ $B$ است.

$$\overset{\triangle}{BDH} : \tan ۳۰^\circ = \frac{DH}{BH} \rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{\frac{۸}{۳}}{BH} \rightarrow BH = \frac{۸}{\sqrt{۳}} \ , \ BC = ۲BH \rightarrow BC = \frac{۱۶}{\sqrt{۳}}$$

$$\rightarrow S_{\overset{\triangle}{BCD}} = \frac{۱}{۲} DH \times BC = \frac{۱}{۲} \times \frac{۸}{۳} \times \frac{۱۶}{\sqrt{۳}} = \frac{۶۴}{۳\sqrt{۳}}$$

**۲۰۰** **۱** ۲ ۳ ۴

$$EN || DC \longrightarrow \frac{}{AD} = \frac{}{DC} \longrightarrow \frac{۲}{۴} = \frac{EN}{} \longrightarrow \boxed{EN = ۵}$$

$$EM || AB \longrightarrow \frac{}{DA} = \frac{}{AB} \longrightarrow \frac{۲}{۴} = \frac{EM}{} \longrightarrow \boxed{EM = ۳}$$

$$EM + MN = EN \longrightarrow ۳ + MN = ۵ \longrightarrow \boxed{MN = ۲}$$

$$AB || CD || EF \longrightarrow \frac{}{ED} = \frac{}{FC} = ۱$$

$$NF || AB \longrightarrow \frac{}{CB} = \frac{}{AB} \longrightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{NF}{} \longrightarrow \boxed{NF = ۳}$$

$$EF = EN + NF \longrightarrow EF = ۵ + ۳ \longrightarrow \boxed{EF = ۸} \longrightarrow \frac{}{EF} = \frac{}{۸} = \frac{۱}{۴}$$

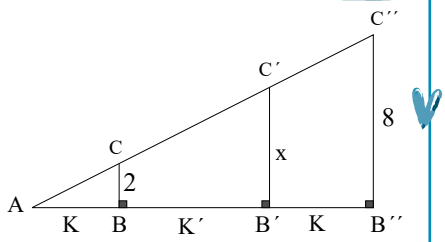
**۲۰۱** ۱ ۲ ۳ **۴**

$$AB || DC \rightarrow \frac{}{ED} = \frac{}{DC} \rightarrow \frac{}{EA + ۱۵} = \frac{۱۶}{۲۴} \rightarrow ۳EA = ۲EA + ۳۰ \rightarrow \boxed{EA = ۳۰}$$

$$\frac{AD}{} = \frac{BC}{} \rightarrow \frac{۳۰}{۱۵} = \frac{EB}{۱۲} \rightarrow \boxed{EB = ۲۴}$$

$$P_{\overset{\triangle}{CDE}} = CD + ED + EC = ۲۴ + (۳۰ + ۱۵) + (۲۴ + ۱۲) = ۱۰۵$$

**۲۰۲** ۱ ۲ **۳** ۴




$$\left.\begin{array}{l} BC \| B''C'' \rightarrow \dfrac{\quad}{۲K + K'} = \dfrac{\quad}{۸} \\ B'C' \| B''C'' \rightarrow \dfrac{\quad}{۲K + K'} = \dfrac{\quad}{۸} \end{array}\right\}$$

$$\rightarrow \frac{\quad}{۲K + K'} + \frac{\quad}{۲K + K'} = \frac{\quad}{۸} + \frac{\quad}{۸} \rightarrow \frac{\quad}{۲K + K'} = \frac{\quad}{۸} \rightarrow \frac{\quad}{۸} = ۱ \rightarrow \boxed{x = ۶}$$

**۲۰۳** ۱ **۲** ۳ ۴

$$\left.\begin{array}{l} \overset{\triangle}{BED} : \ AM \| DE \rightarrow \dfrac{\quad}{AE} = \dfrac{\quad}{MD} \\ \overset{\triangle}{AMC} : \ DF \| AM \rightarrow \dfrac{\quad}{AF} = \dfrac{\quad}{MD} \end{array}\right\} \xrightarrow[BM=MC]{\text{میانه } =AM} \frac{\quad}{AE} = \frac{\quad}{AF}$$

$$\rightarrow \left.\begin{array}{l} \dfrac{\quad}{AF} = \\ ۳AB = ۲AC \rightarrow \dfrac{\quad}{AC} = \dfrac{۲}{۳} \end{array}\right\} \rightarrow AF = \frac{۲}{۳}$$

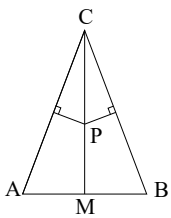
**۲۰۴** ۱ ۲ ۳ **۴**

$$MN \| BC \rightarrow \frac{\quad}{MB} = \frac{\quad}{NC} \rightarrow \frac{x}{۵} = \frac{x + ۱/۵}{۷/۵} \rightarrow ۷/۵x = ۵x + ۷/۵$$

$$MN \| BC \rightarrow \frac{\quad}{AB} = \frac{\quad}{BC} \rightarrow \frac{\quad}{۸} = \frac{y}{\frac{۲۵}{۳}} \rightarrow \boxed{y = \frac{۲۵}{۸}}$$

$$\rightarrow x + y = ۳ + \frac{۲۵}{۸} = \frac{۴۹}{۸}$$

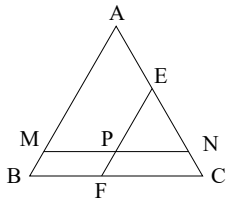
**۲۰۵** ۱ ۲ ۳ **۴**




سه عمودمنصف در هر مثلث، همرس هستند. یعنی در شکل مقابل میانهٔ $CM$ علاوه بر میانه بودن، باید عمودمنصف ضلع $AB$ هم باشد. یعنی میانه، ارتفاع و عمودمنصف ضلع $AB$ با هم یکی هستند.

پس $\overset{\triangle}{ABC}$ متساوی‌الساقین است و داریم: $AC = BC$.

**۲۰۶** ۱ **۲** ۳ ۴



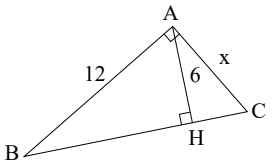

$$MN||BC \rightarrow \frac{}{AC} = \frac{}{BC} \rightarrow \frac{AN}{۶} = \frac{}{۸} \rightarrow \boxed{AN = ۴/۵}$$

$$AN + NC = AC \rightarrow ۴/۵ + NC = ۶ \rightarrow \boxed{NC = ۱/۵}$$

$$EP||AM \rightarrow \frac{}{NA} = \frac{}{NM} = \frac{۱}{۲} \rightarrow \frac{NE}{۴/۵} = \frac{۱}{۲} \rightarrow \boxed{NE = ۲/۲۵}$$

$$EC = EN + NC = ۲/۲۵ + ۱/۵ \rightarrow \boxed{EC = ۳/۷۵}$$

**۲۰۷** **۱** ۲ ۳ ۴ طول ضلع $AC$ را $x$ فرض می‌کنیم و داریم:




$$\overset{\triangle}{ABH} \sim \overset{\triangle}{ABC} \rightarrow \frac{}{BC} = \frac{}{AC} \rightarrow \frac{۱۲}{BC} = \frac{۶}{x} \rightarrow BC = ۲x$$

$$\overset{\triangle}{ABC}: \ AB^۲ + AC^۲ = BC^۲ \rightarrow ۱۲^۲ + x^۲ = (۲x)^۲ \rightarrow ۱۴۴ + x^۲ = ۴x^۲ \rightarrow ۱۴۴ = ۳x^۲$$

$$\rightarrow x^۲ = ۴۸ \rightarrow x = \sqrt{۴۸} \rightarrow \boxed{x = ۴\sqrt{۳}}$$

**۲۰۸** ۱ ۲ **۳** ۴

$$\left.\begin{array}{l}\hat{E}_۱ = \hat{\ } \\ \hat{\ } = \hat{\ }\end{array}\right\} \rightarrow \overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{ADE} \rightarrow \frac{}{AD} = \frac{}{AE} \rightarrow \frac{}{x+۱} = \frac{}{x}$$

$$\rightarrow x(x+۵) = (x+۱)(x+۳) \rightarrow \cancel{x^۲} + ۵x = \cancel{x^۲} + ۴x + ۳ \rightarrow \boxed{x = ۳}$$

$$\rightarrow \text{نسبت تشابه } k = \frac{x+۳}{x} = ۲ \rightarrow \frac{S_{\overset{\triangle}{ABC}}}{S_{\overset{\triangle}{ADE}}} = k^۲ = ۴ \rightarrow S_{\overset{\triangle}{ABC}} = ۴S_{\overset{\triangle}{ADE}} \quad (۱)$$

$$\rightarrow \frac{S_{EDCB}}{S_{\overset{\triangle}{ABC}}} = \frac{S_{\overset{\triangle}{ABC}} - S_{\overset{\triangle}{ADE}}}{S_{\overset{\triangle}{ABC}}} \overset{(۱)}{=\!=} \frac{۴S_{\overset{\triangle}{ADE}} - S_{\overset{\triangle}{ADE}}}{\overset{\triangle}{ADE}} = \frac{۳}{۴}$$

**۲۰۹** ۱ **۲** ۳ ۴

$$\frac{S_{\overset{\triangle}{AOB}}}{S_{\overset{\triangle}{COD}}} = \frac{۹}{۴} = k^۲ \rightarrow k = \frac{۳}{۲} \rightarrow \frac{}{OD} = \frac{۳}{۲}$$

$$\rightarrow \begin{cases} OD = \frac{۳}{۲} \\ AD = ۱۵ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \\ AO + OD = ۱۵ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} ۳OD \cancel{-۲AO} = ۰ \\ \cancel{\quad} + ۲OD = ۳۰ \end{cases} +$$

$$۵OD = ۳۰ \rightarrow \boxed{OD = ۶}$$

**۲۱۰** ۱ ۲ ۳ ۴

$$DE \| BC \ , \ \frac{\ }{BC} = \frac{۳}{۴} \rightarrow \frac{S_{\overset{\triangle}{ADE}}}{S_{\overset{\triangle}{ABC}}} = (\frac{۳}{۴})^۲ = \frac{۹}{۱۶}$$

$$\rightarrow \frac{S_{\overset{\triangle}{ADE}}}{S_{\overset{\triangle}{ABC}} - S_{\overset{\triangle}{ADE}}} = \frac{\ }{۱۶ - ۹} \rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{DECB}} = \frac{\ }{۷} \quad (۱)$$

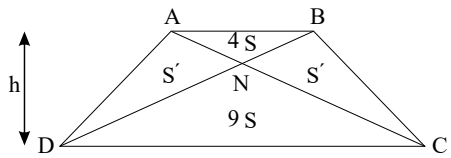
$$\frac{\ }{AF} = ۲ \rightarrow \frac{\ }{AF} = \frac{۲ + ۱}{۱} \rightarrow \frac{\ }{AF} = ۳ \rightarrow \frac{S_{\overset{\triangle}{ADE}}}{S_{\overset{\triangle}{ADF}}} = ۳ \rightarrow \frac{S_{\overset{\triangle}{ADF}}}{S_{\overset{\triangle}{ADE}}} = \frac{۱}{۳} \quad (۲)$$

$$(۱),(۲) \rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{DECB}} \times \frac{S_{\overset{\triangle}{ADF}}}{S_{\overset{\triangle}{ADE}}} = \frac{\ }{۷} \times \frac{۱}{۳} \rightarrow \frac{S_{ADF}}{S_{DECB}} = \frac{\ }{۷}$$

**۲۱۱** ۱ ۲ ۳ ۴

$$\overset{\triangle}{ABN} \sim \overset{\triangle}{DCN} \rightarrow \frac{\overset{\triangle}{ABN}}{S_{\overset{\triangle}{DCN}}} = (\frac{\ }{DC})^۲ = (\frac{۲}{۳})^۲ = \frac{۴}{۹}$$

و مساحت دو مثلث $\overset{\triangle}{AND}$ و $\overset{\triangle}{BCN}$ هم با هم برابر است و داریم:




$$\frac{S_{\overset{\triangle}{ABD}}}{S_{\overset{\triangle}{ADC}}} = \frac{\frac{۱}{۲}AB \times h}{\frac{۱}{۲}DC \times h} = \frac{\ }{DC} = \frac{۲}{۳}$$

$$\rightarrow \frac{\ }{۹S + S'} = \frac{۲}{۳} \rightarrow ۱۲S + ۳S' = ۱۸S + ۲S'$$

$$\rightarrow ۶S - S' = ۰ \rightarrow \boxed{S' = ۶S}$$

$$\rightarrow \frac{S_{AND}}{S_{ABCD}} = \frac{\ }{۴S + ۹S + ۲S'} = \frac{\ }{۱۳S + ۱۲S} = \frac{۶}{۲۵} = \frac{۲۴}{۱۰۰} = \%۲۴$$

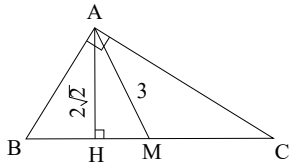
**۲۱۲** ۱ ۲ ۳ ۴

$$BH \cdot HC = AH^۲ \rightarrow BH \times ۶ = ۳^۲ \rightarrow \boxed{BH = ۱/۵}$$

$$\rightarrow BC = BH + HC = ۱/۵ + ۶ \rightarrow \boxed{BC = ۷/۵}$$

$$S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{۱}{۲}AH \times BC = \frac{۳ \times ۷/۵}{۲} = \frac{۲۲/۵}{۲} = ۱۱/۲۵$$

**۲۱۳** ۱ **۲** ۳ ۴




$$AM = ۳ \xrightarrow[\text{نصف وتر است.}]{\text{میانهٔ وارد بر وتر}} BC = ۶$$

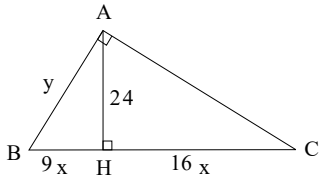
$$AH^۲ = BH \cdot CH \to (۲\sqrt{۲})^۲ = BH \cdot CH \to BH \cdot CH = ۸ \quad (۱)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} BH(۶ - BH) = ۸ \to ۶BH - BH^۲ = ۸ \to BH^۲ - ۶BH + ۸ = ۰$$

$$\to (BH - ۲)(BH - ۴) = ۰ \to \begin{cases} BH = ۲ \to AB^۲ = BH^۲ + AH^۲ = ۲^۲ + (۲\sqrt{۲})^۲ = ۴ + ۸ = ۱۲ \\ BH = ۴ \ (\text{غیر قابل قبول}) \end{cases}$$

$$\to \boxed{AB = ۲\sqrt{۳}}$$

**۲۱۴** ۱ **۲** ۳ ۴




$$\overline{CH} = \frac{۹}{۱۶} \to BH = ۹x \ , \ CH = ۱۶x$$

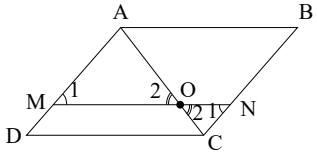
$$AH^۲ = BH \cdot CH \to ۲۴^۲ = ۹x \cdot ۱۶x$$

$$\to x^۲ = \frac{}{۱۶ \times ۹} = ۴ \to x = ۲ \quad , \quad BH = ۹x \xlongequal{x=۲} ۹ \times ۲ \to BH = ۱۸$$

$$\to AB^۲ = AH^۲ + BH^۲ \to y^۲ = ۲۴^۲ + ۱۸^۲ \to y^۲ = (۴ \times ۶)^۲ + (۳ \times ۶)^۲$$

$$\to y = ۵ \times ۶ \to y = ۳۰$$

**۲۱۵** **۱** ۲ ۳ ۴




$$\left.\begin{matrix} MN = \text{مورب} \end{matrix}\right\} \to \hat{N}_۱ = \hat{M}_۱$$

$$\left.\begin{matrix} \hat{N}_۱ = \hat{M}_۱ \\ \hat{O}_۱ = \hat{O}_۲ \end{matrix}\right\} \to \overset{\triangle}{OAM} \sim \overset{\triangle}{ONC} \to \frac{}{AM} = k \to \frac{S_{\overset{\triangle}{ONC}}}{S_{\overset{\triangle}{OAM}}} = k^۲ = \frac{۲۵}{۱۰۰}$$

$$\rightarrow k^{۲} = \frac{۱}{۴} \rightarrow \boxed{k = \frac{۱}{۲}}$$

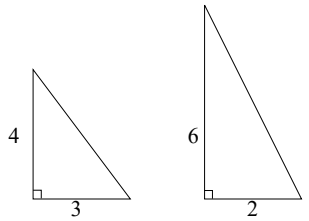
$$\frac{AM}{} = \frac{۱}{۲} \ , \ NC = MD \rightarrow \frac{AM}{} = \frac{۱}{۲} \rightarrow \frac{AM}{} = \frac{۲+۱}{۲}$$

$$\rightarrow \frac{AM}{} = \frac{۳}{۲} \rightarrow \boxed{\frac{AM}{AD} = \frac{۲}{۳}}$$

**۲۱۶** ۴ **۳** ۲ ۱ اگر یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع باشد، آن‌گاه قطرها منصف یکدیگرند و برعکس (قضیهٔ شرطی).

تشریح گزینه‌های دیگر:

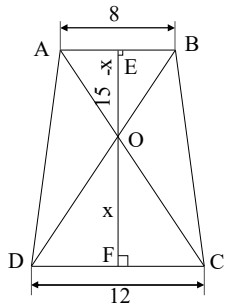
گزینهٔ ۱: دو مثلث قائم‌الزاویهٔ زیر هم‌مساحت هستند اما هم‌نهشت نیستند:




گزینهٔ ۲: اگر مثلث دو زاویهٔ برابر داشته باشد، متساوی‌الساقین است، اما همواره متساوی‌الاضلاع نیست.

گزینهٔ ۴: اگر چهارضلعی قطرهایش عمودمنصف یکدیگر باشند، لوزی است اما همواره مربع نیست.

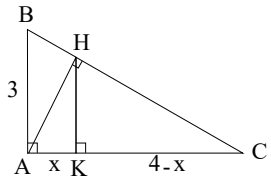
**۲۱۷** ۴ ۳ ۲ **۱**




$$\overset{\triangle}{OAB} \sim \overset{\triangle}{OCD} \rightarrow \frac{}{CD} = \frac{}{OF} \rightarrow \frac{۸}{۱۲} = \frac{}{x}$$

$$\rightarrow \frac{۲}{۳} = \frac{}{x} \rightarrow ۲x = ۴۵ - ۳x \rightarrow ۵x = ۴۵ \rightarrow x = ۹$$

**۲۱۸** ۴ ۳ **۲** ۱



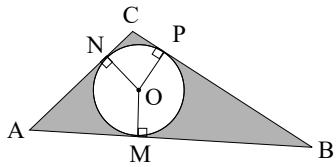

$$AB^{۲} + AC^{۲} = BC^{۲} \rightarrow ۳^{۲} + ۴^{۲} = BC^{۲} \rightarrow \boxed{BC = ۵}$$

$$AB \cdot AC = AH \cdot BC \rightarrow ۳ \times ۴ = AH \times ۵ \rightarrow \boxed{AH = ۲/۴}$$

$$\overset{\triangle}{AHC} : AH^{۲} = AK \cdot AC \rightarrow (۲/۴)^{۲} = x \times ۴ \rightarrow \boxed{x = ۱/۴۴}$$

**۲۱۹** ۴ ۳ ۲ **۱** هر نقطهٔ روی نیم‌ساز یک زاویه، از دو ضلع زاویه به یک فاصله است، پس داریم:

$$OM = ON = OP = ۲$$

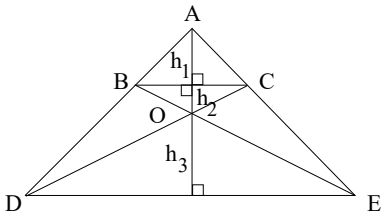



$$S_{\overset{\triangle}{ABC}} = S_{\overset{\triangle}{OAB}} + S_{\overset{\triangle}{OAC}} + S_{\overset{\triangle}{OBC}} = \frac{۲ \times AB}{۲} + \frac{۲ \times AC}{۲} + \frac{۲ \times BC}{۲} = (\underbrace{___ + ___ + ___}_{\text{محیط}}) = ۲۴$$

$$S_{\text{دایره}} = \pi r^۲ = ۳ \times ۲^۲ = ۱۲$$

$$\text{مساحت هاشورخورده} = S_{\overset{\triangle}{ABC}} - S_{\text{دایره}} = ۲۴ - ۱۲ = ۱۲$$

**۲۲۰** ۱ ۲ **۳** ۴




$$BC \| DE \rightarrow \frac{}{AD} = \frac{}{DE} = \frac{}{h_۱ + h_۲ + h_۳} = \frac{۱}{۴} \ (۱)$$

$$\overset{\triangle}{OBC} \sim \overset{\triangle}{ODE} \rightarrow \frac{}{DE} = \frac{h_۲}{h_۳} = \frac{۱}{۴} \rightarrow h_۳ = ۴h_۲ \ (۲)$$

$$(۱),(۲) \rightarrow \frac{h_۱}{h_۱ + h_۲ + ۴h_۲} = \frac{۱}{۴} \rightarrow ۴h_۱ = h_۱ + ۵h_۲ \rightarrow ۳h_۱ = ۵h_۲$$

$$\rightarrow \boxed{\frac{h_۱}{h_۲} = \frac{۵}{۳}} \rightarrow \frac{S_{\overset{\triangle}{ABC}}}{S_{\overset{\triangle}{OBC}}} = \frac{\cancel{\frac{۱}{۲}} \cancel{BC} \times h_۱}{\cancel{\frac{۱}{۲}} \cancel{BC} \times h_۲} = \frac{h_۱}{h_۲} = \frac{۵}{۳}$$

# پاسخ‌نامه کلیدی

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۲ | ۳۶ | ۳ | ۷۱ | ۲ | ۱۰۶ | ۲ |
| ۲ | ۲ | ۳۷ | ۱ | ۷۲ | ۲ | ۱۰۷ | ۲ |
| ۳ | ۲ | ۳۸ | ۴ | ۷۳ | ۴ | ۱۰۸ | ۱ |
| ۴ | ۲ | ۳۹ | ۳ | ۷۴ | ۱ | ۱۰۹ | ۱ |
| ۵ | ۳ | ۴۰ | ۱ | ۷۵ | ۱ | ۱۱۰ | ۴ |
| ۶ | ۲ | ۴۱ | ۱ | ۷۶ | ۱ | ۱۱۱ | ۴ |
| ۷ | ۴ | ۴۲ | ۴ | ۷۷ | ۱ | ۱۱۲ | ۲ |
| ۸ | ۱ | ۴۳ | ۴ | ۷۸ | ۲ | ۱۱۳ | ۳ |
| ۹ | ۲ | ۴۴ | ۱ | ۷۹ | ۴ | ۱۱۴ | ۲ |
| ۱۰ | ۲ | ۴۵ | ۳ | ۸۰ | ۲ | ۱۱۵ | ۲ |
| ۱۱ | ۱ | ۴۶ | ۱ | ۸۱ | ۳ | ۱۱۶ | ۲ |
| ۱۲ | ۱ | ۴۷ | ۳ | ۸۲ | ۲ | ۱۱۷ | ۲ |
| ۱۳ | ۱ | ۴۸ | ۴ | ۸۳ | ۳ | ۱۱۸ | ۴ |
| ۱۴ | ۳ | ۴۹ | ۴ | ۸۴ | ۴ | ۱۱۹ | ۱ |
| ۱۵ | ۲ | ۵۰ | ۳ | ۸۵ | ۳ | ۱۲۰ | ۴ |
| ۱۶ | ۱ | ۵۱ | ۳ | ۸۶ | ۳ | ۱۲۱ | ۳ |
| ۱۷ | ۲ | ۵۲ | ۳ | ۸۷ | ۴ | ۱۲۲ | ۲ |
| ۱۸ | ۴ | ۵۳ | ۴ | ۸۸ | ۱ | ۱۲۳ | ۳ |
| ۱۹ | ۱ | ۵۴ | ۳ | ۸۹ | ۴ | ۱۲۴ | ۴ |
| ۲۰ | ۱ | ۵۵ | ۲ | ۹۰ | ۱ | ۱۲۵ | ۴ |
| ۲۱ | ۴ | ۵۶ | ۳ | ۹۱ | ۴ | ۱۲۶ | ۲ |
| ۲۲ | ۲ | ۵۷ | ۲ | ۹۲ | ۱ | ۱۲۷ | ۱ |
| ۲۳ | ۱ | ۵۸ | ۱ | ۹۳ | ۱ | ۱۲۸ | ۴ |
| ۲۴ | ۴ | ۵۹ | ۴ | ۹۴ | ۴ | ۱۲۹ | ۳ |
| ۲۵ | ۳ | ۶۰ | ۳ | ۹۵ | ۳ | ۱۳۰ | ۴ |
| ۲۶ | ۳ | ۶۱ | ۲ | ۹۶ | ۳ | ۱۳۱ | ۲ |
| ۲۷ | ۴ | ۶۲ | ۴ | ۹۷ | ۴ | ۱۳۲ | ۲ |
| ۲۸ | ۲ | ۶۳ | ۳ | ۹۸ | ۱ | ۱۳۳ | ۲ |
| ۲۹ | ۱ | ۶۴ | ۲ | ۹۹ | ۱ | ۱۳۴ | ۴ |
| ۳۰ | ۳ | ۶۵ | ۲ | ۱۰۰ | ۱ | ۱۳۵ | ۱ |
| ۳۱ | ۲ | ۶۶ | ۴ | ۱۰۱ | ۱ | ۱۳۶ | ۲ |
| ۳۲ | ۴ | ۶۷ | ۲ | ۱۰۲ | ۲ | ۱۳۷ | ۲ |
| ۳۳ | ۲ | ۶۸ | ۳ | ۱۰۳ | ۲ | ۱۳۸ | ۳ |
| ۳۴ | ۳ | ۶۹ | ۲ | ۱۰۴ | ۱ | ۱۳۹ | ۱ |
| ۳۵ | ۱ | ۷۰ | ۳ | ۱۰۵ | ۳ | ۱۴۰ | ۴ |

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱۴۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۶۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۸۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲۰۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۴۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۶۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۸۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲۰۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۴۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۶۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۸۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲۰۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۴۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۶۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۸۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲۰۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۴۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۶۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۸۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲۰۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۴۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۶۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۸۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲۰۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۴۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۶۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۸۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲۰۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۴۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۶۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۸۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲۰۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۴۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۶۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۸۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲۰۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۵۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۷۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۹۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲۱۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۵۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۷۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۹۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲۱۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۵۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۷۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۹۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲۱۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۵۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۷۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۹۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲۱۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۵۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۷۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۹۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲۱۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۵۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۷۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۹۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲۱۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۵۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۷۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۹۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲۱۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۵۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۷۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۹۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲۱۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۵۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۷۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۹۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲۱۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۵۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۷۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۹۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲۱۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۶۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱۸۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲۰۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۲۲۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |