MrKonkori

۱) اگر $f(x)=\dfrac{x^۲+۴x+۵}{x^۲+۴x+۷}$ باشد، $f(\sqrt{۳}-۲)$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۷}$ ۲) $\frac{۳}{۵}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۲) اگر $f=\{(۱,۳),(۲,۵)\}$ و $g=\{(۲,۳),(۵,۱)\}$، مجموعه‌ی $f+۲g$ کدام است؟

۱) $\{(۲,۱۱)\}$ ۲) $\{(۲,۷)\}$ ۳) $\{(۱,۴),(۲,۷)\}$ ۴) $\{(۱,۴),(۲,۱۱)\}$

۳) دامنه‌ی تعریف تابع $y=\sqrt{|x|-۱}+\sqrt{|x|+۱}$ کدام است؟

۱) $R-[-۱,۱]$ ۲) R ۳) $[-۱,۱]$ ۴) $R-(-۱,۱)$

۴) اگر $f(\sqrt{x})=x+\sqrt{x}$ باشد حاصل $f(۲)+f(۱)$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۴ ۴) ۲

۵) دامنه‌ی تعریف تابع $y=\sqrt{۴-\sqrt{x+۱}}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۱۷ ۲) ۱۶ ۳) ۵ ۴) ۴

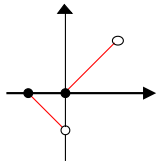
۶) نمودار تابع $y=x-[x]\ ;\ x\in[-۲,۳)$ از n پاره‌خط مساوی به اندازه‌ی l تشکیل شده است. دو تایی مرتب (n,l) کدام است؟

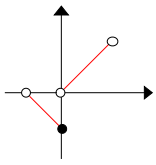
۱) $(۴,۱)$ ۲) $(۴,\sqrt{۲})$ ۳) $(۵,۱)$ ۴) $(۵,\sqrt{۲})$

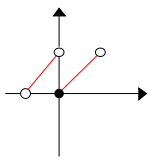
۷) دامنه‌ی تعریف تابع $y=\dfrac{x}{[x]+۱}$ کدام است؟

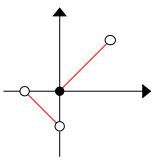
۱) $\mathbb{R}-[-۱,۰)$ ۲) $\mathbb{R}-(-۱,۰)$ ۳) $\mathbb{R}-(-۱,۰]$ ۴) $\mathbb{R}-[۰,۱]$

۸) نمایش هندسی تابع $y=|x|+[x]$ در فاصله‌ی $-۱<x<۱$ کدام شکل است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۹) دامنه‌ی تعریف تابع $y=\sqrt{-x^۲(x^۲-۴)^۲}$ چند عضو دارد؟

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) بی شمار

۱۰) دامنه‌ی تعریف تابع با ضابطه‌ی $y=\sqrt[۴]{x^۳-x^۲}$ کدام است؟

۱) $[۱,+\infty)$ ۲) $[۰,+\infty)$ ۳) $[۱,+\infty)\cup\{۰\}$ ۴) $[۰,۱]$

۱۱) مقادیر مجاز برای ورودی تابع $g(x)=\dfrac{۴}{[x]+[-x]}$ کدام است؟

۱) $\mathbb{R}$ ۲) $\mathbb{Z}$ ۳) $\mathbb{R}-\mathbb{Z}$ ۴) $\mathbb{R}\geq ۰$

۱۲) دامنه‌ی تعریف تابع $y=\dfrac{\sqrt{۱۶-x^۲}}{[x]-۴}$ کدام است؟ ([ ] نماد جزءصحیح می‌باشد)

۱) $[-۴,۴]$ ۲) $[-۴,۳)$ ۳) $[-۴,۴)$ ۴) $[-۴,۳)\cup\{۴\}$

۱۳) به فرض این‌که $g(x)=\begin{cases}\dfrac{x-۱}{x^۲+۳} & |x|\geq ۱\\ \dfrac{x^۲-۲ax+b}{x-۳} & |x|\leq ۱\end{cases}$ تابع باشد. $۲a+b$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۴

۱۴) اگر $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^۲-۹}{x-۳} & x\neq ۳\\ \dfrac{x+۳k}{x-k} & x=۳\end{cases}$ و $g(x)=x+۳$ باشد، اگر $f=g$ باشد k کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) ۱ ۴) هیچ مقدار k

۱۵) اگر خروجی از ماشین مقابل $\frac{۳}{۸}$ باشد. مقدار ورودی کدام است؟

ورودی $\rightarrow$ $\boxed{۳x-۲}$ $\rightarrow$ $\boxed{\begin{matrix}\sqrt{x}+۱\\ ۲x\end{matrix}}$ $\rightarrow$ خروجی

۱) ۲ ۲) $\frac{۷}{۲}$ ۳) ۱ ۴) ۳

۱۶) اگر $f(\sqrt{x}+۱)=x+۲\sqrt{x}+۳$ آن‌گاه $f(\sqrt{۳})$ چقدر است؟

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) $۱+\sqrt{۵}$ ۴) ۳

۱۷) اگر $f=\{(۲,۱),(-۱,۲),(۴,۲)\}$ و $g=\{(۲,-۲),(۴,۳),(-۱,۰)\}$ باشند. حاصل $\dfrac{۳f+g}{g}$ کدام است؟

۱) $\{(۲,۳),(۴,۱)\}$ ۲) $\{(۲,\frac{-۱}{۲}),(۴,۳)\}$ ۳) $\{(۲,۰),(۴,۱)\}$ ۴) $\{(۲,-۱),(۴,۵)\}$

۱۸) اگر $f=\{(-۱,-۲)\ ,\ (۰,۴)\ ,\ (۱,۹)\ ,\ (۴,۰)\}$ و $g(x)=\frac{۲}{\sqrt{x}}, x\in D_f$ باشد تابع $\frac{۲f+g}{g}$ کدام است؟

۱) $\{(۱,۱۰)\ ,\ (۴,۰)\}$ ۲) $\{(۱,۸)\ ,\ (۴,+۱)\}$ ۳) $\{(۱,۵)\ ,\ (۴,۲)\}$ ۴) $\{(۱,۱۰)\ ,\ (۴,۱)\}$

۱۹) اگر $f(x^۲-۳)=\frac{۲}{۳}x$ آن‌گاه ضابطه‌ی $f(x)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}\sqrt{x+۳}$ ۲) $\sqrt{x}$ ۳) $۲\sqrt{x}$ ۴) $۲x-۳$

۲۰) در صورتی که $f(x)+۲xf(\frac{-۱}{x})=۲x-۳$ ضابطه‌ی $f(x)$ کدام است؟

۱) $f(x)=\frac{۸x+۱}{۵}$ ۲) $f(x)=۸x$ ۳) $f(x)=\frac{۸x}{۵}$ ۴) $f(x)=\frac{۲}{۵}x+۱$

۲۱) با توجه به ماشین $x\to f\to g\to x$ اگر $f(x)=۳x-۴$ آن‌گاه $g(۲)$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۰ ۳) ۱ ۴) $\frac{۳}{۲}$

۲۲) اگر $f=\{(۲,۱),(-۱,۰),(۴,۱)\}$ و $g=\{(۲,۲),(-۱,۳),(۴,-۱)\}$ باشد حاصل $\frac{۲g}{f}$ کدام است؟

۱) $\{(۲,۲),(۴,-۱)\}$ ۲) $\{(۲,۴),(-۱,۳)\}$ ۳) $\{(۲,۴),(۴,-۲)\}$ ۴) $\{(-۱,۳),(۴,-۲)\}$

۲۳) دامنه‌ی تعریف تابع $y=\sqrt{\sqrt{x+۱}-\sqrt{x+۳}}$ کدام است؟

۱) $[-۱,+\infty)$ ۲) $[-۳,+\infty)$ ۳) $[-۳,-۱]$ ۴) $\varnothing$

۲۴) دامنه‌ی تعریف تابع $y=\sqrt{\frac{[x]+[-x]}{x^۲+۴}}$ کدام یک از گزینه‌های زیر می‌باشد؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) Z ۲) $\mathbb{R}-Z$ ۳) $\varnothing$ ۴) R

۲۵) دامنه‌ی تعریف تابع $f(x)=\frac{\sqrt{۱-x^۲}}{[x^۲]+[-x^۲]}$ کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

۱) $[-۱,۱]$ ۲) $\mathbb{R}-Z$ ۳) $(-۱,۱)-\{۰\}$ ۴) $(-۱,۱)$

۲۶) اگر $f(x)=\frac{۱}{\sin \pi x}$، آن‌گاه دامنه‌ی تعریف f شامل کدام بازه است؟

۱) $(\frac{۱}{۲},\frac{۳}{۲})$ ۲) $(۱,۲)$ ۳) $(۰,۲)$ ۴) $(\frac{۳}{۲},\frac{۵}{۲})$

۲۷) اگر $f(x)=۳x-۱$، نمودار تابع f با دامنه‌ی $\{۰,۱,۲,۳\}$ چگونه است؟

۱) خط ۲) پاره‌خط ۳) ۴ نقطه ۴) ۳ نقطه

۲۸) به ازای کدام مقدار b، رابطه‌ی $f=\{(۱,۳),(۲,۴),(۱,b^۲-۱),(b,۶),(۳,۱)\}$ تابع است؟

۱) ± ۲ ۲) فقط ۲ ۳) فقط -۲ ۴) هیچ مقدار b

۲۹) دامنه‌ی تعریف تابع $f(x)=\sqrt{۳-\sqrt{x-۱}}$ کدام است؟

۱) $[۱,+\infty)$ ۲) $(-\infty,۱۰]$ ۳) $[۱۰,+\infty)$ ۴) $[۱,۱۰]$

۳۰) اگر $f(x)=x+۱$ و $g(x)=\sqrt{۱-۲x}$ باشند، مقدار $(۲f-g)(-۴)$ کدام است؟

۱) -۳ ۲) ۳ ۳) -۹ ۴) ۹

۳۱) در تابع $f(x)=\begin{cases} x-۱ & x<۲ \\ ۲x+۱ & \end{cases}$، حاصل $f(f(۴))$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳۲) اگر $f(x)=[x]$ و $g(x)=\frac{}{۱-x}$ باشد، حاصل $f(g(۳))$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۱ ۴) -۱

۳۳) اگر $[۳x+۱]=-۱$، آن‌گاه حاصل $[x]-[-x]$ کدام است؟

۱) ۰ ۲) -۲ ۳) -۱ ۴) ۱

۳۴) اگر $x>x^۲$ باشد، حاصل $[-x^۳]$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) -۲

۳۵) نمودار $y=x-[x]$ در فاصله‌ی $-۱\le x<۳$ از چند پاره‌خط ساخته می‌شود؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۳۶) حاصل $y=۲x-۲[x]$ در کدام بازه قرار دارد؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) $[۱,۲)$ ۲) $[۰,۲)$ ۳) $[۰,۱)$ ۴) صفر یا ۲-

۳۷) اگر $y=\sqrt{-x(x-۱)^۳}$، کدام مقادیر برای x قابل انتخاب است؟

۱) $(۱,+\infty)$ ۲) $[۰,۱]$ ۳) $(-\infty,۰)$ ۴) $(-\infty,+\infty)$

۳۸) اگر $g(x)=x^۲-۲x$ ، $g(f(x))=x^۲+۱$، نمودار f و محور عرض‌ها در کدام عرض متقاطع‌اند؟

۱) $\sqrt{۲}-۱$ ۲) $\sqrt{۲}+۱$ ۳) $۱-\sqrt{۲}$ ۴) $\sqrt{۲}$

۳۹) اگر در تابع خطی f با شیب منفی داشته باشیم $f(f(x+۱))=۹x-۳$ مقدار $f(۳)-f(۱)$ کدام است؟

۱) -۶ ۲) -۹ ۳) -۱۲ ۴) -۱۸

۴۰) حاصل $\left[\frac{}{n+۳}\right]$ برای کلیه‌ی مقادیر طبیعی n کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) ۱

۴۱) معادله‌ی $x = \frac{۱}{۵} + [x]$ در فاصله‌ی $[-۲,۳)$ چند جواب دارد؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۴۲) اگر $f = \{(۱, a+b), (۲, b+c), (۳, c+a)\}$ تابع همانی باشد، حاصل $a+b+c$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۴۳) اگر $f(x) = x + \frac{۱}{x}$ حاصل $f(x)f(\frac{۱}{x}) - f(x^۲)$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) -۱

۴۴) با فرض آن‌که $f(g(x)) = x^۲ - ۲x$ و $f(x) = x^۲ - ۴x + ۳$، ضابطه‌ی تابع $g(x)$ با فرض $g(x) \geq ۲$ کدام است؟

۱) $g(x) = x + ۱$ ۲) $g(x) = ۲ - |x|$ ۳) $g(x) = ۲ + |x - ۱|$ ۴) $g(x) = ۲ - |x + ۱|$

۴۵) نمودار تابع $y = [\sin x]$ در بازه‌ی $[-\pi, \pi]$ از چند پاره‌خط و نقطه تشکیل شده است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۲ پاره‌خط و ۱ نقطه ۲) ۲ پاره‌خط و ۲ نقطه ۳) ۲ پاره‌خط و ۳ نقطه ۴) ۳ پاره‌خط و ۲ نقطه

۴۶) اگر $f = \{(۲,۷),(۳,۱),(۱,۴),(۰,۲)\}$ و $g = \{(۳,۴),(۰,۳),(۴,۲),(۱,۲)\}$ برد تابع $f+g$ کدام است؟

۱) $\{۵,۶\}$ ۲) $\{۵,۶,۲\}$ ۳) $\{۵,۶,۳\}$ ۴) $\{۶,۵,۴\}$

۴۷) اگر $f(x) = x - \sqrt{x^۲ - ۱}$ و $g(x) = \sqrt{۴ - x^۲}$، دامنه‌ی تعریف تابع $f-g$ کدام است؟

۱) $[-۲,۱] \cup [-۱,۱]$ ۲) $[-۲,-۱] \cup [۱,۲]$ ۳) $R - [-۱,۱]$ ۴) $[-۱,۱] - [-۲,۲]$

۴۸) به ازای کدام مقدار a، رابطه‌ی $\{(۲,a^۲ - ۱),(a,۵),(۲,۳),(۳,۴)\}$ یک تابع است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) -۲ ۴) نشدنی

۴۹) اگر $[x] = ۱$ باشد آن‌گاه حاصل $\sqrt{x^۲ - ۲x + ۱} + \sqrt{x^۲ - ۴x + ۴}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) $۲x - ۳$

۵۰) اگر $n \in N$ باشد حاصل $\left[\sqrt{۴n^۲ + ۳n + ۱}\right]$ کدام است؟

۱) $۲n + ۱$ ۲) $۲n$ ۳) $۲n - ۱$ ۴) $۳n$

۵۱) اگر f یک تابع خطی باشد به‌طوری که $f(x) + f(\frac{۱}{x}) = \frac{x^۲ - ۱۲x + ۱}{۲x}$ مقدار $f(-۴)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) -۳ ۴) -۵

۵۲) در تابع خطی $f(x)$ اگر $f(۳x - ۱) + ۳f(۱ - x) = ۴$ ، $f(۵) = ۲$ باشد $f(۱۴)$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۵۳) اگر $f(x) = ۲x + ۳$ و $g(f(x)) = ۸x^۲ + ۲۲x + ۲۰$ باشد، $g(\frac{۱}{۲})$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

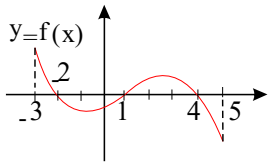
۵۴) جواب معادله‌ی $[۳x - ۲] = -۴$ کدام است؟ (نماد [ ]، جزء صحیح است.)

۱) $[-\frac{۲}{۳}, -\frac{۱}{۳})$ ۲) $(-\frac{۲}{۳}, -\frac{۱}{۳}]$ ۳) $(-۱, -\frac{۲}{۳}]$ ۴) $[-۱, -\frac{۲}{۳})$

۵۵) اگر $n \in N$ باشد حاصل $\left[\sqrt[۳]{۸n^۳ + ۶n^۲ + ۱}\right]$ کدام است؟

۱) $۲n$ ۲) $۲n + ۱$ ۳) $۲n + ۳$ ۴) $۲n + ۲$

۵۶) شکل مقابل نمودار تابع $y = f(x)$ است. دامنه‌ی تعریف تابع $\sqrt{xf(x)}$ کدام است؟



۱) $[-۲, ۰] \cup [۱, ۴]$ ۲) $[-۲, ۱] \cup [۱, ۴]$

۳) $[-۳, -۲] \cup [۴, ۵]$ ۴) $[-۲, ۱] \cup [۴, ۵]$

۵۷) اگر $f(x) = ۲x - [x]$ و $g(x) = ۱ - ۲\sqrt{x}$، آن‌گاه $(fog)(۲)$ کدام است؟([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) $۴(\sqrt{۲} - ۱)$ ۲) $۴(۱ - \sqrt{۲})$ ۳) ۴ ۴) $۴\sqrt{۲}$

۵۸) اگر $f(x) = \sqrt{۱ - x^۲}$ و $g = \{(-۳, ۵), (-۱, ۴), (۰, ۷)\}$، آن‌گاه بیش‌ترین مقدار تابع $(g - f) \cdot ۲g$ کدام است؟

۱) ۳۲ ۲) ۶۴ ۳) ۸۴ ۴) ۴۲

۵۹) اگر $[\ \ x\ \ ] = ۱$، آن‌گاه تعداد مقادیر ممکن برای عبارت $[-۶x]$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۶

۶۰) به ازای کدام مقدار k، رابطه‌ی $f = \{(-۱, ۳k), (۲ + k, ۵), (-۱, -۹), (۶, k)\}$ یک تابع است؟

۱) $k = -۱$ ۲) $k = -۳$ ۳) $k = -۹$ ۴) هیچ مقدار k

۶۱) اگر $|۲x + ۱| < ۱$ حاصل $[x] + [x^۲]$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) -۱

۶۲) اگر n عددی طبیعی بوده و داشته باشیم $[\sqrt{n^۲ + ۴n + ۱}] = ۹$، حاصل $[\sqrt{۲n^۲ + n + ۱}]$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۱۱ ۲) ۱۲ ۳) ۱۳ ۴) ۱۴

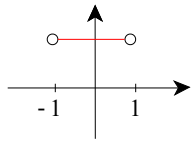
۶۳) جواب معادله‌ی $\left[\ \ x\ \ \right] = ۳$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

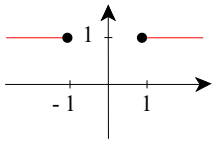
۱) $-۱ \le x < -\frac{۱}{۲}$ ۲) $-۱ \le x < ۰$ ۳) $-۲ \le x < -۱$ ۴) $۱ \le x < ۲$

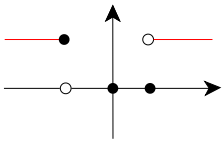
۶۴ فرض کنیم $f(g(x)) = x^{۲} + \frac{۱}{x^{۲}} - ۴$ و $g(x) = x - \frac{۱}{x}$، در این صورت $f(x)$ کدام است؟

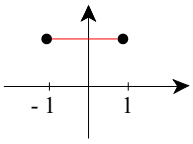
۱) $x^{۲} - ۲$ ۲) $x^{۲} + ۲$ ۳) $x^{۲} - ۴$ ۴) $x^{۲} + ۴$

۶۵ اگر $f(x) = x + \sqrt{x^{۲} - ۱}$ و $g(x) = x - \sqrt{x^{۲} - ۱}$ باشد آن‌گاه نمودار $(f \cdot g)(x)$ کدام است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۶۶ اگر $f(x^{۲} + ۲x) = \frac{+۴}{x^{۲} - ۲x + ۲}$، مقدار $f(۵)$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۹

۶۷ در تابع $f(x) = \begin{cases} +mx & \\ ۲mx + ۲ & x \geq ۱ \end{cases}$ مقدار $f(m)$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۰ ۳) ۱ ۴) ۲

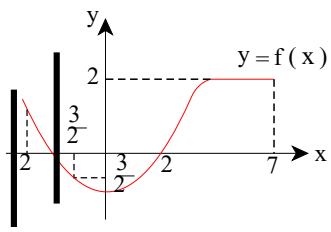
۶۸ با فرض $f(x) = [x] + [-x]$ و $g(x) = x^{۲}$ به ازای تمامی مقادیر حقیقی x داریم $gof(x) = ۲$ مقدار $a + b$ کدام است؟

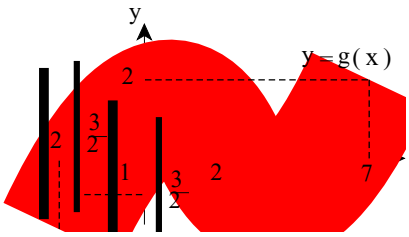
۱) ۰ ۲) ۵ ۳) -۲ ۴) ۳

۶۹ اگر $۵f(x - ۲) + f(۲ - x) = ۴x + ۱$ باشد، آنگاه $f(۳)$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۴٫۵ ۳) ۵ ۴) ۵٫۵

۷۰ نمودارهای توابع f و g به صورت زیر هستند. عبارت $y = \frac{۱}{\sqrt{f(x) - g(x)}}$ به ازای چه مقادیری از x تعریف شده است؟





۱) $(-۲, ۲) \cup (۲, ۷)$ ۲) $[-۲, -\frac{۳}{۲}] \cup [۲, ۷]$ ۳) $(-۲, ۷) - \{-\frac{۳}{۲}, ۲\}$ ۴) $[-۲, -\frac{۳}{۲}) \cup (۲, ۷)$

۷۱ اگر $f(x - \frac{۱}{x}) = x + \frac{۱}{x} + ۶$، آنگاه $f(\sqrt{۲})$ کدام می‌تواند باشد؟ $(x \neq ۰)$

۱) $۶ - \sqrt{۶}$ ۲) $\sqrt{۲} + ۶$ ۳) $۴ - \sqrt{۲}$ ۴) $\sqrt{۲} - ۴$

تابع

۷۲ اگر $f(x + ۳) = x + \frac{۵}{x}$ ، نمودار تابع $y = ۳ - f(۲x)$ از کدام نقطه می‌گذرد؟

۱) $(۲, ۵)$ ۲) $(۲, ۲)$ ۳) $(۴, -۳)$ ۴) $(۸, -۳)$

۷۳) اگر $f(x)=x^{۳}-۳x$ باشد دامنه‌ی تابع $h(x)=\sqrt{x-f(x)}$ کدام است؟

۱) $(-\infty,-۲]\cup[۰,۲]$ ۲) $[-۲,۰]\cup[۲,+\infty)$ ۳) $(-\infty,-۲]$ ۴) $[۰,۲]$

۷۴) در نمودار تابع $f(x)=x^{۲}$ به ترتیب چهار عمل انجام می‌دهیم؛ انتقال ۴ واحد به طرف x های منفی - قرینه نسبت به محور x ها- دو برابر کردن برد- انتقال ۳ واحد به طرف y های منفی- معادله‌ی نمودار حاصل کدام است؟

۱) $y=۲x^{۲}-۸x-۱۱$ ۲) $y=۲x^{۲}-۱۶x-۲۹$ ۳) $y=-۲x^{۲}-۱۶x-۳۵$ ۴) $y=-۲x^{۲}+۱۶x-۳۵$

۷۵) اگر در تابع خطی f داشته باشیم: $۳f(۳x+۱)+۵f(۲x+۱)-۷f(x+۱)=۲۴x-۲۰$ مقدار $f(۱)$ کدام است؟

۱) -۲۰ ۲) -۱ ۳) ۱۷ ۴) ۱۵

۷۶) f تابعی ثابت است حاصل‌ضرب $m\times n$ کدام است؟

$$f=\left\{(۳,m^{۲}+۱),(۵,۲m),(۲,m+n)\right\}$$

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) -۲ ۴) -۱

۷۷) اگر تابع $f(x)=(a-۲)x^{۲}+(۲a+b)x^{۳}$ خطی باشد، $f(۱)$ را محاسبه نمائید.

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) -۲

۷۸) اگر تابع $f=\left\{(۱,۴),(۲,m^{۳}),(۳,n^{۵})\right\}$ تابع ثابت و $g=\{(-۲,a),(-۳,b)\}$ تابع همانی باشد مقدار $f(۲)\times g(-۳)$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) -۱۰ ۳) ۱۲ ۴) -۱۲

۷۹) چه تعداد از توابع زیر با هم برابرند؟

$$a)\begin{cases}f(x)=\sin^{۲}x+x\\ g(x)=۱\end{cases}\qquad b)\begin{cases}f(x)=\dfrac{x^{۴}-۱}{x^{۲}-۱}\\ g(x)=x^{۲}+۱\end{cases}\qquad c)\begin{cases}$$

۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) سه

۸۰) تابع $f(x)=\overline{۱}-\sin^{۲}\overline{x}$ با کدام گزینه برابر است؟

۱) $g(x)=\cot x\times\sin x$ ۲) $g(x)=\tan x\cdot\cos x$ ۳) $g(x)=\cos x$ ۴) $g(x)=|\cos x|$

۸۱) تابع $y^{۳}+۳y^{۲}+۳y+۱-x^{۲}=۰$ کدام ویژگی را دارد؟

۱) یک به یک ۲) یکنوا ۳) $f(-x)=f(x)$ ۴) $f(-x)=-f(x)$

۸۲) تابع $y^{۳}-۳y^{۲}+۳y=x^{۳}-۳x^{۲}+۳x$ کدام ویژگی را ندارد؟

۱) وارون‌پذیر ۲) اکیداً صعودی ۳) $f(x)=f(-x)$ ۴) $f(-x)=-f(x)$

۸۳ چه تعداد از توابع زیر یک به یک است؟

$a)\ y=\dfrac{\quad}{x^{۲}+۳}$ $\qquad b)\ y=\dfrac{\quad}{|x|+۱}$ $\qquad c)\ y=\sin x$

۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) سه

۸۴ برای کدام مقدار a تابع $y=\dfrac{\quad}{x+a}$ یک به یک نیست؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) -۲ ۴) -۳

۸۵ $\begin{cases} & -\frac{\pi}{۲}\le x\le\frac{\pi}{۲} \\ \frac{۲}{\pi}x+۱ & x>\frac{\pi}{۲}\end{cases}$ $f(x)$ یک به یک است. بیشترین مقدار a کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۱ ۳) -۲ ۴) ۲

۸۶ اگر $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ تابعی یک به یک باشد، در مورد $|f(x)|$ و $f(|x|)$ به ترتیب چه می‌توان گفت؟

۱) می‌تواند یک به یک باشد، هرگز یک به یک نیست.
۲) هر دو می‌توانند یک به یک باشند.
۳) هیچ کدام نمی‌توانند یک به یک باشند.
۴) هرگز یک به یک نیست، می‌تواند یک به یک باشد.

۸۷ اگر f یک به یک باشد کدام مورد حتماً یک به یک است؟

۱) $f(x^{۲})$ ۲) $x+f(x)$ ۳) $f(\frac{۱}{x})$ ۴) $x\cdot f(x)$

۸۸ اگر f یک تابع اکیداً صعودی باشد دامنه‌ی تابع $y=\sqrt{\dfrac{۱}{f(x^{۲}+۲)-f(۳x)}}$ کدام گزینه است؟

۱) $\mathbb{R}$ ۲) $[۱,۲]$ ۳) $\mathbb{R}-[۱,۲]$ ۴) $\mathbb{R}-[۰,۳]$

۸۹ اگر $f(x)\begin{cases} +۱ & \\ x+۱ & x<a\end{cases}$ یک به یک باشد حداقل مقدار a کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) -۲

۹۰ اگر $f(x)=\dfrac{\quad}{۴x-۵}$ باشد $f(f(f(f(\sqrt{۲}))))$ کدام گزینه است؟

۱) $۵\sqrt{۲}$ ۲) $-۵\sqrt{۲}$ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) $-\sqrt{۲}$

۹۱ چند دسته تابع به صورت $f(x)=ax+b\ (a\neq ۰)$ وجود دارد، که $f(x)=f^{-۱}(x)$ باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) بی‌شمار

۹۲ اگر $f(x)=\sqrt{۱-\sqrt{۱-x}}$ باشد $D_{f^{-۱}}$ کدام است؟

۱) $[۰,۱]$ ۲) $[۰,+\infty)$ ۳) $(-\infty,۰]$ ۴) $[-۱,۰]$

۹۳ برد وارون تابع $f(x)=۵(\sqrt{۲-x})^{۳}+۱$ کدام گزینه می‌باشد؟

۱) $[۵,+\infty)$ ۲) $(-\infty,۲]$ ۳) $[۰,+\infty)$ ۴) $[۲,۵]$

۹۴ وارون تابع $f(x) = x + \quad x + ۱$ کدام گزینه می‌باشد؟

① $y = (\sqrt{x - \frac{۳}{۴}})^۲ - \frac{۱}{۲}$ ② $y = (\sqrt{x + \frac{۳}{۴}} - \frac{۱}{۲})^۲$ ③ $y = (\sqrt{x + \frac{۳}{۴}})^۲ - \frac{۱}{۲}$ ④ $y = (\sqrt{x - \frac{۳}{۴}} - \frac{۱}{۲})^۲$

۹۵ وارون تابع $y = x\sqrt{x} + ۳\sqrt{x}(\sqrt{x} + ۱)$ کدام گزینه می‌باشد؟

① $y = (\sqrt[۳]{x + ۱} + ۱)^۲$ ② $y = (\sqrt[۳]{x - ۱} - ۱)^۲$ ③ $y = (\sqrt[۳]{x + ۱} - ۱)^۲$ ④ $y = (\sqrt[۳]{x - ۱} + ۱)^۲$

۹۶ وارون تابع $f(x) = x^۲ - ۲x + ۲ , x \leq ۱$ کدام گزینه می‌باشد؟

① $۱ + \sqrt{x - ۱}$ ② $۱ - \sqrt{x - ۱}$ ③ $۱ + \sqrt{۱ - x}$ ④ $۱ - \sqrt{۱ - x}$

۹۷ تابع $f(x) = |x + ۱| - |x - ۱|$ در بازه‌ی $[a, b]$ وارون‌پذیر ست. اگر طول بازه حداکثر مقدار ممکن باشد، ضابطه‌ی وارون در این بازه کدام است؟

① $\frac{x}{۲}$ ② $-۲ \leq x \leq ۲ \quad y = ۲x$ ③ $\frac{x}{۲}$ ④ $-۱ \leq x \leq +۱ \quad y = ۲x$

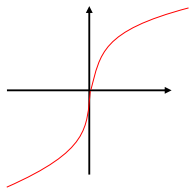
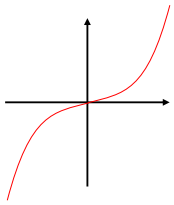
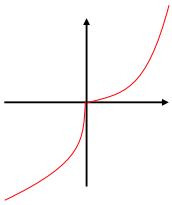
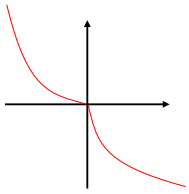
۹۸ اگر بدانیم $f(\frac{\quad}{۲x - ۱}) = \frac{\quad}{۹x + ۶}$ آنگاه $f^{-۱}(x)$ کدام است؟

① $y = \frac{۱}{x}$ ② $y = \frac{\quad}{۳x}$ ③ $y = \frac{\quad}{۲x}$ ④ $y = x$

۹۹ تابع $f(x) = |۶ - ۳x| + ۳x$ در یک بازه‌ی خاص وارون‌پذیر است. ضابطه‌ی $f^{-۱}(x)$ کدام گزینه می‌باشد؟

① $y = \frac{۱}{۶}x + ۱ \quad x \geq ۲$ ② $y = \frac{۱}{۶}x + ۱ \quad x \geq ۶$ ③ $y = \frac{۱}{۶}x - ۱ \quad x \leq ۲$ ④ $y = \frac{۱}{۶}x - ۱ \quad x \leq ۶$

۱۰۰ نمایش هندسی تابع معکوس $f(x) \begin{cases} \sqrt{x} & \\ -x^۲ & x < ۰ \end{cases}$ کدام است؟

① 
② 
③ 
④ 

۱۰۱ اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^۲ + ۱}}$ باشد $f^{-۱}(-\frac{۱}{۲})$ کدام است؟

① $\sqrt{۸}$ ② $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ③ $-\sqrt{۸}$ ④ $-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

۱۰۲ اگر $f(x) = x + \sqrt{x^۲ + ۳}$ باشد، مقدار $f^{-۱}(\sqrt{۳})$ کدام است؟

① ۰ ② -۵ ③ ۵ ④ ۱

۱۰۳) در تابع معکوس‌پذیر $f(x) = ۲x^۵ + (k-۱)x^۴ + ۲k + ۵$ حاصل $f\left(-f^{-۱}(۹)\right)$ کدام است؟

۱) ۰ ۲) -۵ ۳) ۵ ۴) ۴

۱۰۴) اگر تابع وارون‌پذیر باشد و $f(۳) = ۷$ و $f^{-۱}(\frac{۳a-۱}{۲}) = ۳$ آنگاه $f(a-۲)$ کدام است؟ $(a \in \mathbb{R})$

۱) ۵ ۲) ۷ ۳) ۳ ۴) -۳

۱۰۵) به ازای کدام مقدار m نمودار تابع وارون $f(x) = \frac{mx+۳}{\sqrt{x^۳+۱}}$ خط $y = x - ۱$ را در نقطه‌ای به عرض ۲ قطع می‌کند؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۶) معکوس تابع $y = x - ۲$ در چند نقطه تابع f را قطع می‌نماید؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) بی‌شمار

۱۰۷) طبق شرایط مطرح شده در کدام گزینه معکوس تابع $f(x) = \frac{\quad}{nx+d}$ بر معکوسش منطبق است؟

۱) $d=-۱\ ,\ n\in\mathbb{R}\ ,\ m\neq ۰$ ۲) $d=-۱\ ,\ n\neq ۰\ ,\ m\in\mathbb{R}$

۳) $d\in\mathbb{R}\ ,\ n=-۱\ ,\ m\in\mathbb{R}$ ۴) $d\in\mathbb{R}\ ,\ n\notin ۰\ ,\ m=-۱$

۱۰۸) اگر $f(x) = ۴ + \sqrt{۱ + ۲\sqrt[۳]{۱۱ + ۸\sqrt{۳ + \sqrt{۱ - \sqrt{x-۱}}}}}$ و $g(x) = f^{-۱}(x)$ آنگاه $g^{-۱}(۱)$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۳ ۴) ۴

۱۰۹) تابع $f(x) = \frac{-m^۲x+۳}{(۲m+۲)x+۱}$ مفروض است. اگر f و $f^{-۱}$ بر هم منطبق باشند مجموع مقادیر قابل قبول m کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) ۲

۱۱۰) منحنی معکوس تابع $y = -(x+۲)^۳ - ۲$ نمودار f را در چند نقطه قطع می‌نماید؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۱۱) وارون تابع $y = x^۳ + \sqrt{x}$ از کدام نقطه می‌گذرد؟

۱) $(۴,۶۶)$ ۲) $(۳,۱)$ ۳) $(۶۶,۴)$ ۴) $(۱,۲)$

۱۱۲ وارون تابع $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ با ضابطه‌ی $f(x)\begin{cases} & x<۱ \\ ۲x-۱ & \end{cases}$ کدام است؟

۱) $\begin{cases} \frac{x}{۲}+۱ & x\geq ۱ \\ \sqrt{\ } & \end{cases}$ ۲) $\begin{cases} \frac{x}{۲}-۱ & x\geq ۱ \\ \sqrt{\ } & \end{cases}$ ۳) $\begin{cases} \frac{x}{۲}-۱ & x\geq ۱ \end{cases}$ ۴) $\begin{cases} \frac{۱}{۲}(x+۱) & x\geq ۱ \\ \sqrt{\ } & \end{cases}$

۱۱۳ اگر $f=\{(b,۴),(-۱,۳),(۲,۵)\}$ و $g=\{(۴,۱),(۳,۷),(۲,a)\}$ و $f-g=\{(۴,d),(c,۸)\}$ باشد، آنگاه $ab+cd$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۶ ۳) -۶ ۴) -۱

۱۱۴ اگر $f(x)=\sqrt{x+۴\sqrt{x-۴}}$ و $g(x)=\sqrt{x-۴\sqrt{x-۴}}$ و $۴\leq x\leq ۸$ آنگاه $f+g$ کدام است؟

۱) $۲+\sqrt{x-۴}$ ۲) $۲-\sqrt{x-۴}$ ۳) ۴ ۴) -۴

۱۱۵ اگر $f(x)=\sqrt{x-۶\sqrt{x-۹}}$ و $g(x)=\sqrt{x+۶\sqrt{x-۹}}$ باشند و $x\geq ۱۸$ کدام مجموعه‌ی زیر برد $f-g$ می‌باشد؟

۱) $(-\infty,-۶]$ ۲) $[-۶,+\infty)$ ۳) $\{-۶\}$ ۴) $\mathbb{R}-\{-۶\}$

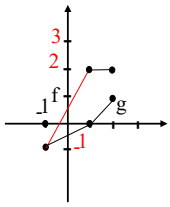
۱۱۶ اگر $f(x)=\sqrt{۴-x^۲}$ و $g(x)=\sqrt{۳x-x^۲}$ باشد دامنه‌ی g کدام است؟

۱) $[-۲,۲]$ ۲) $[-۲,\frac{۱}{۲}]$ ۳) $[-\frac{۱}{۲},۲]$ ۴) $(۰,۲]$

۱۱۷ اگر $f(x)=\sqrt{x^۲-۴}$ و $g(x)=\sqrt{۱-x^۲}$ باشد $D_{f\times g}$ کدام است؟

۱) $[-۲,-۱]\cup[۱,۲]$ ۲) $\mathbb{R}-[-۲,+۲]$ ۳) $\mathbb{R}-[-۱,+۱]$ ۴) $\varnothing$

۱۱۸ اگر نمودارهای f و g به صورت زیر باشند نمودار $f+g$ چند پاره‌خط تشکیل شده است؟



۱) یک ۲) دو
۳) سه ۴) چهار

۱۱۹ اگر تابع $f(x)=\sqrt{x+۱}$ و $g=\{(۰,۱),(-۲,۵),(۳,۰)\}$ باشد D_{f+g} چند عضو دارد؟

۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) سه

۱۲۰ در تبدیل تابع $f(x)$ به $y=۲f(x)+۱$ نقطه‌ی $A(۱,۳)$ روی f به چه نقطه تبدیل می‌شود؟

۱) $(۳,۳)$ ۲) $(۳,۷)$ ۳) $(۱,۷)$ ۴) $(۷,۱)$

۱۲۱ در تبدیل تابع $f(x)$ به $-۲f(x+۱)+۱$، نقطه‌ی $A(۲,۱)$ روی f به چه نقطه‌ای تبدیل می‌شود؟

۱) $(-۱,۱)$ ۲) $(۰,۱)$ ۳) $(۱,۰)$ ۴) $(۱,-۱)$

۱۲۲ اگر دامنه‌ی تابع f بازه‌ی $[-۲,۴]$ باشد دامنه‌ی $y=-۳f(x+۲)-۷$ کدام است؟

۱) $[۰,۶]$ ۲) $[۰,۴]$ ۳) $[-۴,۲]$ ۴) $[-۴,۰]$

۱۲۳ اگر $f(x)=x-\sqrt{x}$ و $g(x)=x+\sqrt{x}$ باشند ضابطه‌ی $(\frac{f^۲-}{f+g})(x)$ کدام است؟

۱) $x\geq ۰\ ,\ y=۲x$ ۲) $x\geq ۰\ ,\ y=۲\sqrt{\ }$ ۳) $x\leq ۰\ ,\ y=-۲x$ ۴) $x\geq ۰\ ,\ y=-۲\sqrt{\ }$

۱۲۴ در کدام گزینه دو تابع f و g با هم مساوی‌اند؟

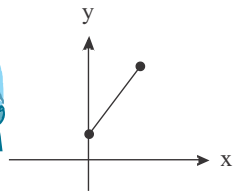
۱) $f(x)=x\ ,\ g(x)=(\sqrt{\ })^۲$ ۲) $f(x)=\frac{۱}{x-۱}\ ,\ g(x)=\frac{\ }{x^۲-۱}$

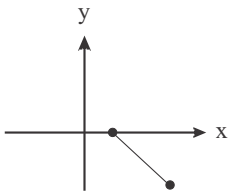
۳) $f(x)=\frac{\ }{\sqrt{\ }}\ ,\ g(x)=\sqrt{\ }$ ۴) $f(x)=\ _{x}\ ,\ g(x)=\ _{|x|}$

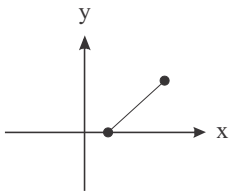
۱۲۵ دامنهٔ تابع $f(x)=x+\sqrt{-x^۲-۲x+۳}$ بازهٔ $[a,b]$ می‌باشد. $b-a$ کدام است؟

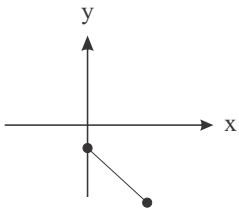
۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

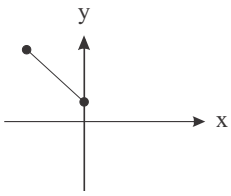
۱۲۶ نمودار وارون تابع روبه‌رو، کدام است؟



۱) 

۲) 

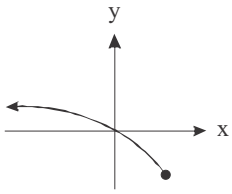
۳) 

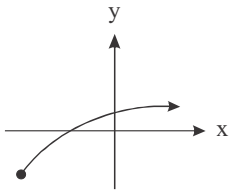
۴) 

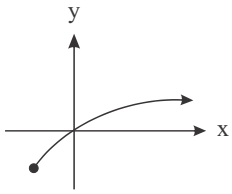
۱۲۷ چند تابع خطی با دامنهٔ $[-۲,۲]$ و برد $[۱,۴]$ می‌توان رسم کرد؟

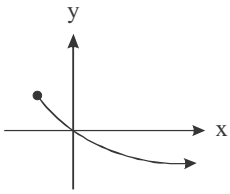
۱) صفر ۲) ۲ ۳) بی‌شمار ۴) ۴

۱۲۸ نمودار تابع $f(x)=-۲+\sqrt{x+۴}$ به‌صورت کدام‌یک از شکل‌های زیر است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۱۲۹ مساحت بین نمودار تابع $f(x)=۳[x]+۱$ و محور xها در بازهٔ $[۰,۲)$ چقدر است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۳۰ تابع $f(x)=(x-۲)(x-۴)+۲x$ در کدام یک از بازه‌های زیر یک‌به‌یک است؟

۱) $[۰,۳]$ ۲) $[-۱,۲]$ ۳) $[۱,۵]$ ۴) $[\frac{۳}{۲},\frac{۵}{۲}]$

۱۳۱ در تابع خطی $f(x)=(a+۵)x+۲b$، اگر $f^{-۱}(۷)=۲$ و $f^{-۱}(۱۱)=۳$، مقدار a کدام است؟

۱) -۱ ۲) -۲ ۳) -۳ ۴) -۴

۱۳۲ حاصل $[(\frac{۳۷}{۴۱})^{۳}]+[(-\frac{۱۳}{۵۱})^{۵}]$ چقدر است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -۱ ۴) صفر

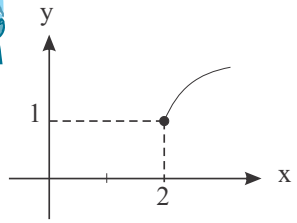
۱۳۳ دامنهٔ تابع $f(x)=\frac{}{x^{۲}+۶x+a}$ برابر $\mathbb{R}-\{b\}$ است. مقدار $a+b$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۷ ۳) ۶ ۴) ۵

۱۳۴ اگر $f=\{(۲,a+۱),(\sqrt{b},۳)\}$ و $f^{-۱}=\{(a-۱,c+۱),(d,b-۲)\}$، حاصل $a+b+c+d$ کدام است؟

۱) ۱۴ ۲) ۹ ۳) ۱۱ ۴) ۱۳

۱۳۵ نمودار زیر مربوط به تابع با کدام ضابطه می‌باشد؟



۱) $f(x)=\sqrt{x+۲}+۱$ ۲) $f(x)=\sqrt{x+۲}-۱$

۳) $f(x)=\sqrt{x-۲}+۱$ ۴) $f(x)=\sqrt{x-۱}+۲$

۱۳۶ کدام دو تابع داده شده مساوی‌اند؟

۱) $g(x)=x|x+۱|\,,\ f(x)=x(x+۱)$ ۲) $g(x)=\frac{}{x}\,,\ f(x)=\frac{}{|x|}$

۳) $g(x)=\frac{-۱}{|x|+۱}\,,\ f(x)=|x|-۱$ ۴) $g(x)=\frac{x^{۲}}{|x|}\,,\ f(x)=۱$

۱۳۷ اگر $\left[\frac{x-۳}{۲}\right]=۱$ باشد، حاصل $\left[\frac{x+۱}{۲}\right]$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۳۸ برد تابع $y=[x-۲]$ در بازهٔ $[-۱,۴)$ دارای چند مقدار مثبت است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۳۹ اگر دامنهٔ تعریف تابع $f(x)=\sqrt{۲x+۱}$ به‌صورت $D_f=[a,+\infty)$ و $g(x)=\left[-\frac{۳x}{۲}\right]$ باشد، حاصل $g(۲a)$ چقدر است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) -۱ ۲) -۲ ۳) ۱ ۴) ۲

۱۴۰ دامنهٔ تابع $f(x)=۲x^۲-۷x+۳$ به‌صورت $D_f=(a,b)$ تعریف شده و وارون f، یک تابع است. (a,b) کدام‌یک از بازه‌های زیر می‌تواند باشد؟

۱) $(۰,۳)$ ۲) $(-۱,۲)$ ۳) $(-۲,۱)$ ۴) $(۱,۴)$

۱۴۱ اگر $A=\{۱,۲,۳,۴\}$ و $f=\{(x,-۲x+۷)|x\in A\}$ باشد، آن‌گاه حاصل $f^{-۱}(۳)+f(۱)$ کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۶ ۳) ۲ ۴) -۲

۱۴۲ اگر $f(x)=\frac{۲}{۳}x+a$ باشد و نمودار $f^{-۱}$ از نقطهٔ $(۲,۶)$ بگذرد، مقدار $f^{-۱}(۰)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱۴}{۳}$ ۲) ۳ ۳) -۲ ۴) -۷

۱۴۳ اگر $f(x)=\begin{cases} \\ x-۱ & , \quad x>۰\end{cases}$ باشد، مقدار $f^{-۱}(۲)+f^{-۱}(-۲)$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۲}$ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) $\frac{۳}{۲}$

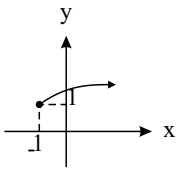
۱۴۴ اگر $f=\{(۱,۴),(۲,۳),(۳,۴)\}$ و $f-g=\{(۱,-۴),(۳,۱)\}$ باشد، آنگاه $g(۱)-۲g(۳)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۴۵ اگر $f(x)=\begin{cases} x \\ ۲x^۲ & , \quad x>۱\end{cases}$ و $g(x)=\begin{cases} x \\ \frac{۱}{x} & , \quad x<-۵\end{cases}$ باشد، تابع $f\times g$ کدام است؟

۱) $\begin{cases} ۱ \\ ۲x^۳ & , \quad x<-۵\end{cases}$ ۲) $\begin{cases} \\ ۲x & , \quad x<-۵\end{cases}$ ۳) $\begin{cases} ۲x^۳ \\ ۱ & , \quad x<-۵\end{cases}$ ۴) $\begin{cases} ۲x^۳ \\ ۱ & , \quad x<-۳\end{cases}$

۱۴۶ نمودار تابع $f(x)=a+\sqrt{x+b}$ به‌صورت زیر است. $f(\frac{۵}{۴})$ کدام است؟

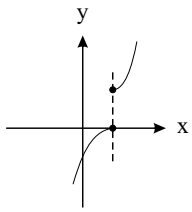


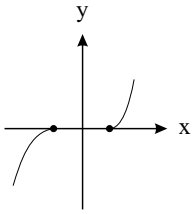
۱) ۲ ۲) $\frac{۵}{۲}$ ۳) ۳ ۴) $\frac{۷}{۲}$

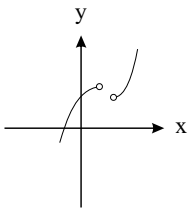
۱۴۷ اگر f تابعی خطی با شیب m باشد، به‌ازای کدام مقدار m شیب تابع $f^{-۱}$ برابر $۴m$ است؟ $(m\neq ۰)$

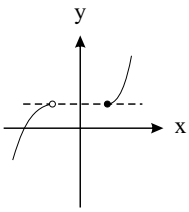
۱) هیچ مقدار m ۲) ± ۲ ۳) ± ۱ ۴) $\pm\frac{۱}{۲}$

۱۴۸ کدام‌یک از نمودارهای زیر یک تابع یک به یک را نمایش می‌دهد؟

۱) 

۲) 

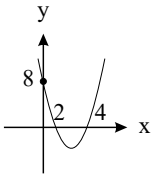
۳) 

۴) 

۱۴۹ نمودار تابع $f(x)=|x|$ را ابتدا یک واحد به چپ منتقل کرده و سپس نسبت به محور xها قرینه کرده و در نهایت یک واحد به بالا منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع g حاصل شود. حاصل $g(\sqrt{۲}-۱)$ کدام است؟

۱) $۲-\sqrt{۲}$ ۲) $\sqrt{۲}-۲$ ۳) $\sqrt{۲}-۱$ ۴) $۱-\sqrt{۲}$

۱۵۰ اگر وارون تابع $g(x)=ax+b$ نمودار سهمی زیر را در نقاطی به طول‌های ۱ و ۳ قطع کند، آن‌گاه جواب معادلهٔ $g^{-۱}(x)=g(x)$ کدام است؟



۱) $\frac{۵}{۳}$ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) $\frac{۱۰}{۳}$

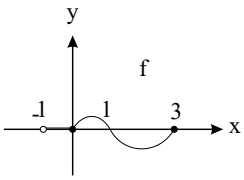
۱۵۱ اگر $f=\{(-۱,a),(۰,۱),(۱,b)\}$ و $\frac{۴}{f^۲}=\{(۰,۴),(-۱,۱)\}$ باشد، آنگاه $a^۲-b^۲$ کدام است؟

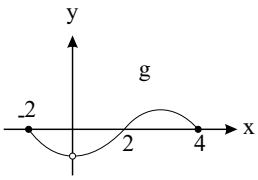
۱) ۴ ۲) -۴ ۳) ۳ ۴) -۳

۱۵۲ توابع $f(x)=\quad x$ و $g(x)=\frac{x^۲+۱}{x}$ مفروض‌اند، برد تابع $f-g$ کدام است؟

۱) $R-\{۰\}$ ۲) $R-\{۱\}$ ۳) $R-\{-۱\}$ ۴) R

۱۵۳ با توجه به نمودار توابع f و g، دامنهٔ تابع $y=\sqrt{(\ \ g)(x)}$ کدام است؟



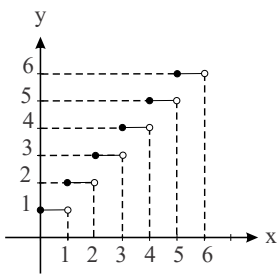


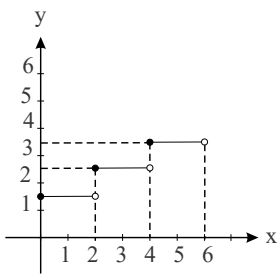
۱) $(-۱,۰)\cup[۱,۲)\cup\{۳\}$ ۲) $(-۱,۳)-\{۰\}$ ۳) $(۱,۲)$ ۴) $(-۱,۰)$

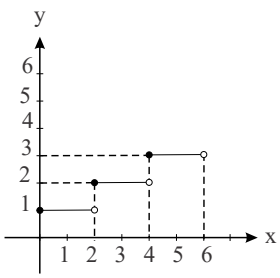
۱۵۴ اگر دو تابع $g(x)=۳x-۱$ و $f(x)=\begin{cases}\frac{۹\quad -۱}{۳x+۱}\ , & x\neq\frac{-۱}{۳}\\ k+x\ , & x=-\frac{۱}{۳}\end{cases}$ مساوی باشند، مقدار k کدام است؟

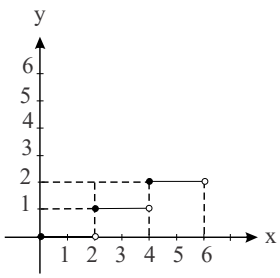
۱) -۱ ۲) $-\frac{۷}{۳}$ ۳) $-\frac{۵}{۳}$ ۴) $-\frac{۲}{۳}$

۱۵۵ نمودار تابع $g(x)=\left[\frac{۲+x}{۲}\right]$ در بازهٔ $[۰,۶)$ کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱)


۲)


۳)


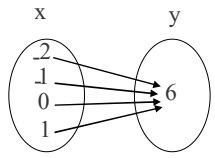
۴)


۱۵۶ در چند مورد از روابط زیر، y تابعی یک‌به‌یک از x است؟

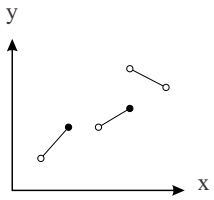
الف) $y = \begin{cases} x - ۱ & , \quad x < ۲ \end{cases}$

ب) $|x| + y = ۲$

پ)



ت)



۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۵۷ وارون تابع $f(x) = \frac{۳x - ۱}{۲}$، کدام است؟

۱) $f^{-۱}(x) = \frac{۳x - ۱}{۲}$ ۲) $f^{-۱}(x) = \frac{x + ۳}{۲}$ ۳) $f^{-۱}(x) = \frac{۲x + ۱}{۳}$ ۴) $f^{-۱}(x) = \frac{-۲x + ۱}{۳}$

۱۵۸ اگر $f(x) = \sqrt{x + ۳}$, $g(x) = \sqrt{a - x} + ۲b$, $D_{f-g} = [-۳, ۱۰]$ و $(f + g)(۶) = ۶$ باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

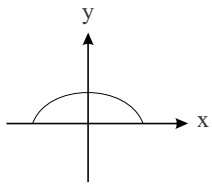
۱) $\frac{۱۹}{۲}$ ۲) ۱۰ ۳) $\frac{۲۱}{۲}$ ۴) ۱۱

۱۵۹ اگر f و g دو تابع خطی باشند و $(f + g)(x) = ۳x + ۱$, $(f - g)(x) = ۲ - x$ باشد، مقدار $(۶)\left(\frac{\ }{g}\right)$ کدام است؟

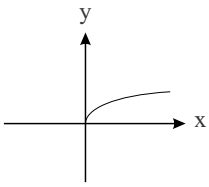
۱) $\frac{۹}{۱۱}$ ۲) $\frac{۲۵}{۱۸}$ ۳) $\frac{۱۷}{۱۴}$ ۴) $\frac{۱۵}{۲۳}$

۱۶۰ کدام‌یک از توابع زیر یک‌به‌یک است؟

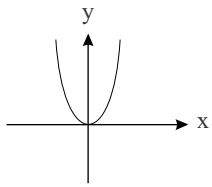
۱)



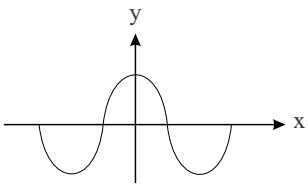
۲)



۳)



۴)



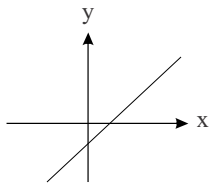
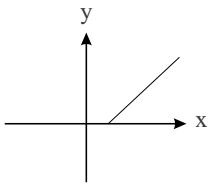
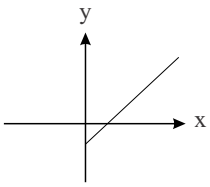
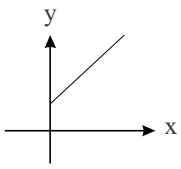
۱۶۱ اگر $f(x) = ۲x - ۱$ و $g(x) = x - ۲$، دامنهٔ تابع $(\ \ )(x)$ g کدام است؟

۱) $\mathbb{R}$ ۲) $\mathbb{R} - \left\{\frac{۱}{۲}\right\}$ ۳) $\mathbb{R} - \{۲\}$ ۴) $\mathbb{R} - \left\{\frac{۱}{۲}, ۲\right\}$

۱۶۲ اگر $f=\{(۲,۵),(۳,۴),(۰,-۲)\}$ و $g=\{(-۱,۲),(۰,۳),(۲,۴),(۳,۰)\}$، تابع $f+g$ کدام است؟

۱) $\{(۲,۷),(۳,۴),(۰,-۲)\}$
۲) $\{(۲,۷),(۳,۴)\}$
۳) $\{(۲,۹),(۳,۴)\}$
۴) $\{(۲,۹),(۳,۴),(۰,۱)\}$

۱۶۳ اگر $f(x)=\sqrt{x}+۱$ و $g(x)=\sqrt{x}-۱$، نمودار تابع $y=f(x)\cdot g(x)$ کدام است؟

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

۱۶۴ در یک پارکینگ، هزینهٔ پارک خودرو (برحسب هزار تومان) پس از x ساعت، با رابطهٔ $f(x)=\begin{cases} ۱ & \\ ۳ & \\ ۵ & ۲\le x<۳ \end{cases}$ محاسبه می‌شود. ضابطهٔ تابع هزینهٔ پارکینگ به‌ازای $۰\le x<۳$ کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) $f(x)=[x]+۱$
۲) $f(x)=۲[x]+۱$
۳) $f(x)=[x]+۲$
۴) $f(x)=۳[x]+۱$

۱۶۵ مجموعه جواب معادلهٔ $[x+۳]+[x-۱]=۱۰$ کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) $[۳,۴)$
۲) $[۴,۵)$
۳) $[۵,۶)$
۴) $[۹,۱۰)$

۱۶۶ اگر $f(x)=۳x-a$ و $f^{-۱}(x)=b$، مقدار $a+b$ کدام است؟

۱) ۵
۲) ۲
۳) -۳
۴) -۴

۱۶۷ در کدام گزینه، توابع f و g برابرند؟

۱) $\begin{cases} g(x)=\frac{x^۲-x}{x-۱} \end{cases}$
۲) $\begin{cases} f(x)=\frac{\sqrt{x-۲}}{x-۲} \\ g(x)=\frac{۱}{\sqrt{x-۲}} \end{cases}$
۳) $\begin{cases} f(x)=x^۲(x-۱) \\ g(x)=\lvert x\rvert\sqrt{x-۱} \end{cases}$
۴) $\begin{cases} f(x)=\frac{x-۱}{x} \\ g(x)=\frac{x+۱}{x} \end{cases}$

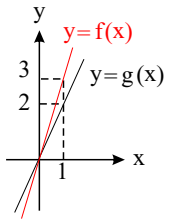
۱۶۸ اگر $f=\{(۲,۴),(۴,۶),(۵,۰)\}$ و $g=\{(۵,-۲),(۷,۰),(۶,۱),(۲,۰)\}$، تابع $f\times g$ کدام است؟

۱) $\{(۲,۴),(۵,۰),(۰,۵)\}$
۲) $\{(۲,۲),(۵,-۲)\}$
۳) $\{(۲,۰),(۵,۰)\}$
۴) $\{(۰,۲),(۱,۵),(۲,۶)\}$

۱۶۹ نمودار $y=\lvert x\rvert$ را ابتدا دو واحد به سمت راست و سپس یک واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم. در پایان، نمودار حاصل را نسبت به محور طول‌ها قرینه می‌کنیم. ضابطهٔ تابع به‌وجود آمده کدام است؟

۱) $y=\lvert x-۲\rvert-۱$
۲) $y=۱-\lvert x-۲\rvert$
۳) $y=۱-\lvert x+۲\rvert$
۴) $y=-۱-\lvert x+۲\rvert$

۱۷۰ دو تابع خطی $f(x)$ و $g(x)$ به‌صورت زیر داده شده‌اند. ضابطهٔ تابع $y=(f+g)(x)$ کدام است؟



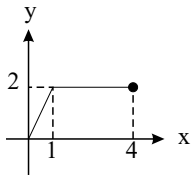
۱) $y=\frac{۳}{۲}x$ ۲) $y=۴x$

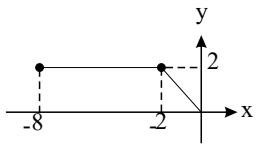
۳) $y=۵x$ ۴) $y=\frac{۷}{۲}x$

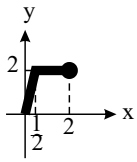
۱۷۱ اگر $f=\{(۲,۳),(۴,۵),(۳,۱۰)\}$ و $g=\{(۳,۴),(-۲,۱),(۴,۲),(۵,۳)\}$، برد تابع f چند عضو دارد؟

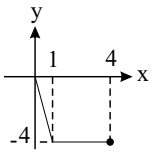
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

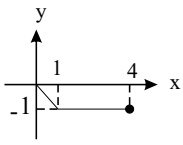
۱۷۲ نمودار مقابل مربوط به تابع $y=-۲f(x)$ است. کدام گزینه نمودار $y=f(x)$ را نشان می‌دهد؟



۱) 

۲) 

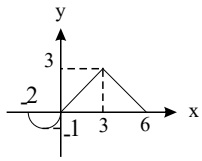
۳) 

۴) 

۱۷۳ اگر $f(x)=\frac{۲}{x-۲}-\frac{۲}{x-۲}$ و $g(x)=۲+\frac{۱}{x-۳}$ و دامنهٔ تابع $y=\frac{}{g(x)}$ به‌صورت $\mathbb{R}-\{a,b,c\}$ باشد، حاصل $a+b+c$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱۵}{۲}$ ۴) ۴

۱۷۴ شکل مقابل نمودار تابع $y=۳f(x+۲)$ است. نمودار تابع $y=f(x)$ در چند نقطه نمودار تابع $y=۱$ را قطع می‌کند؟



۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۷۵ اگر $f(x)=\begin{cases} x & x\geq ۱ \\ ۳x & x\geq ۲ \end{cases}$ و $g(x)=\begin{cases} & \\ & \end{cases}$، ضابطهٔ تابع $y=f(x)-g(x)$ کدام است؟

۱) $y=\begin{cases} & \\ -x & x\geq ۲ \end{cases}$ ۲) $y=\begin{cases} & \\ -۲x & x\geq ۲ \end{cases}$

۳) $y=\begin{cases} & \\ ۴x & x\geq ۲ \end{cases}$ ۴) $y=\begin{cases} x<۱ & \text{یا} \\ -۳x & ۱\leq x<۲ \end{cases}$

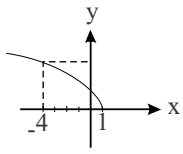
۱۷۶ اگر $f=\{(۱,۲),(۰,a^۲),(a,۰)\}$ ، $g=\{(-۱,۲),(-۲,۱),(۰,۴)\}$ و دامنهٔ $f-g$ برابر $\{۰,-۲\}$ باشد، آنگاه تابع f کدام است؟

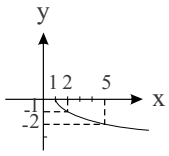
۱) $\{(-۲,۱)\}$ ۲) $\{(-۲,۰)\}$ ۳) $\{(۰,۴)\}$ ۴) $\{(۰,۱)\}$

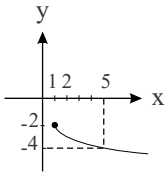
۱۷۷ اگر $f(x)=۲|x-۱|$ و $g(x)=-|x-۳|$ و $۱<a<۳$ و $b<۱$ باشد، حاصل $(f+g)(b)$ کدام است؟

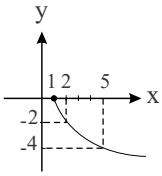
۱) $-b-۱$ ۲) $b-۱$ ۳) $\overline{-b-۱}$ ۴) $b+۱$

۱۷۸ نمودار تابع $f(x)=-۲\sqrt{x-۱}$ کدام است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۱۷۹ اگر $f(x)=\dfrac{۱}{x-۲}$ و $g(x)=\sqrt{۲x^۲-۲x+۱}$ باشند، دامنهٔ تابع $\dfrac{۲f+g}{g^۲}$ کدام است؟

۱) $\varnothing$ ۲) $R-\left\{۲,۱,\dfrac{۱}{۲}\right\}$ ۳) $R-\{۲\}$ ۴) $R-\{۲,۰\}$

۱۸۰ اگر $f(x)=x-\sqrt{x}$ و $g(x)=۱+\sqrt{x}$ باشد، برد تابع $y=(f+g)(x)$ کدام است؟

۱) R ۲) $[۰,+\infty)$ ۳) $(-\infty,-۱]$ ۴) $[۱,+\infty)$

۱۸۱ f و g دو تابع درجه دوم هستند. اگر $(f+g)(x)=۴x^۲+۱$ و $(f-g)(x)=۲x+۱$ باشند، $g(۲)$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۰

۱۸۲ اگر دامنهٔ تابع $f(x)=\dfrac{x^۲+۱}{\sqrt{۲x^۲-۶x+a}}$ به‌صورت $x\in(-\infty,۱)\cup(b,+\infty)$ باشد، در این صورت $a\times b$ کدام است؟ $(b\geq ۱)$

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۰

۱۸۳ نمودار تابع $f(x)=\dfrac{\overline{x}+\overline{۲}}{|x|}$ از کدام نواحی مختصات عبور نمی‌کند؟

۱) اول و دوم ۲) اول و سوم ۳) دوم و چهارم ۴) سوم و چهارم

۱۸۴ تابع ، وارون خود را در چند نقطه قطع می‌کند؟

۱) صفر ۲) دو ۳) سه ۴) پنج

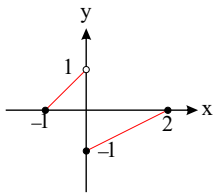
۱۸۵ اگر $f(x)=\dfrac{۲x-۱}{۵}$، مقدار $f(f^{-۱}(۴))$ کدام است؟

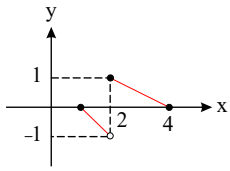
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) صفر ۴) ۴

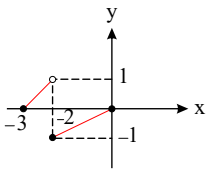
۱۸۶ اگر دو تابع $f(x)=\dfrac{x^{۳}+۲x}{ax^{۲}}$ و $g(x)=\dfrac{x}{۲}$ برابر باشند، مقدار $a+b+c$ کدام است؟

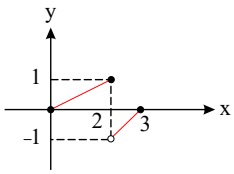
۱) ۱۰ ۲) ۲ ۳) ۶ ۴) ۴

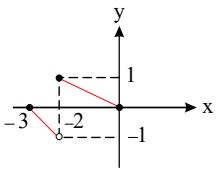
۱۸۷ نمودار تابع $y=f(x)$ به شکل مقابل است. نمودار تابع $y=-f(x+۲)$ کدام است؟



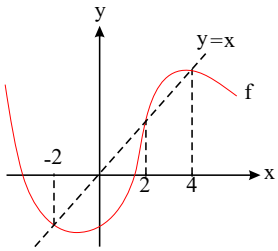
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۱۸۸ اگر شکل زیر نمودار تابع $f(x)$ باشد، دامنهٔ تابع $y=\sqrt{f(x)-x}$ کدام است؟



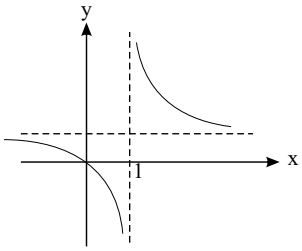
۱) $(-\infty,-۲]\cup[۲,۴]$ ۲) $[-۲,۲]$

۳) $[۲,+\infty)$ ۴) $[-۲,۲]\cup[۴,+\infty)$

۱۸۹ اگر $f(x)=\sqrt{\sqrt{x+۱۲}-۲x}$، آنگاه حاصل $f(-۳)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) تعریف نشده

۱۹۰ اگر نمودار تابع گویای $f(x)=\dfrac{\quad}{x+b}$ به‌صورت زیر باشد، مقدار $۲b-a$ کدام است؟



۱)

۲) صفر

۳) -۲

۴) ۱

۱۹۱ به ازای چه مقادیری از m، دامنهٔ تابع $f(x)=\dfrac{x+۱}{(m-۱)x^{۲}+(۲m-۱)x-۱}$ مجموعهٔ اعداد حقیقی است؟

۱) $-\dfrac{\sqrt{۲}}{۲}<m<\dfrac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) $-\dfrac{\sqrt{۲}}{۲}\le m\le\dfrac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) $-\dfrac{\sqrt{۳}}{۲}<m<\dfrac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $-\dfrac{\sqrt{۳}}{۲}\le m\le\dfrac{\sqrt{۳}}{۲}$

۱۹۲ تابع $f(x)=۳+\sqrt{ax+b}$ با دامنهٔ $[-۲,+\infty)$ مفروض است. اگر نمودار این تابع، خط $۲y-۴x=۱۰$ را در نقطه‌ای روی محور yها قطع کند، مقدار $f(a+b)$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۷ ۴) ۶

۱۹۳) تابع خطی f مفروض است. اگر نمودار دو تابع f و f^{-1} محور xها را در نقطه‌ای به‌طول یک قطع کنند، $f^{-1}(2)$ کدام است؟

۱) -1 ۲) صفر ۳) ۱ ۴) ۲

۱۹۴) در تابع $f(x)=x^3+x+2$، اگر محل برخورد $f^{-1}(x)$ با محور xها را A' بنامیم و نقطهٔ A قرینهٔ A' نسبت به خط $y=x$ باشد، آن‌گاه اندازهٔ پاره‌خط AA' کدام است؟

۱) $\sqrt{2}$ ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۴) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

۱۹۵) اگر دامنهٔ تابع $f(x)=\sqrt{-2x+6}$ به‌صورت بازهٔ $(-\infty,a]$ و $g(x)=|2x-3|$ باشد، حاصل کدام است؟

۱) -3 ۲) ۳ ۳) -2 ۴) ۲

۱۹۶) اگر مجموعه جواب معادلهٔ $[x+\frac{1}{2}]+[x+\frac{3}{2}]=3$ بازهٔ $[a,b)$ باشد، $a+b$ کدام است؟

۱) ۱٫۵ ۲) ۲ ۳) ۲٫۵ ۴) ۳

۱۹۷) دامنهٔ تابع $f(x)=\sqrt{(a^2-4)x^2+ax+6}$ بازهٔ $(-\infty,b]$ است. $a+b$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) -5 ۳) -1 ۴) ۱

۱۹۸) تابع $f(x)=|\frac{x}{2}+a|$ در بازهٔ $(-2,1)$ یک‌به‌یک است. حدود a کدام است؟

۱) $[-\frac{1}{2},1]$ ۲) $\mathbb{R}-(-\frac{1}{2},1)$ ۳) $\mathbb{R}-(-4,2)$ ۴) $[-4,2]$

۱۹۹) اگر $f(x)=\sqrt{x}+2x+1$ باشد، آن‌گاه حاصل $f^{-1}(1)+f^{-1}(4)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) صفر ۴) ۳

۲۰۰) دامنهٔ تابع $f(x)=x^2-6x+10$ کدام بازهٔ زیر باشد، تا تابع یک‌به‌یک باشد؟

۱) $[-1,4]$ ۲) $(-3,3]$ ۳) $(2,5]$ ۴) $(0,4)$

۲۰۱) اگر $f=\{(1,2),(0,a^2),(a,0)\}$، $g=\{(-1,2),(-2,1),(0,4)\}$ و دامنهٔ $f-g$ برابر $\{0,-2\}$ باشد، آنگاه تابع f کدام است؟

۱) $\{(-2,1)\}$ ۲) $\{(-2,0)\}$ ۳) $\{(0,4)\}$ ۴) $\{(0,1)\}$

۲۰۲) اگر دامنهٔ تابع $f(x)=\frac{x}{2x^2}$ به‌صورت $\mathbb{R}-\{3\}$ باشد، $a-b$ کدام است؟

۱) -30 ۲) ۳۰ ۳) ۶ ۴) -6

۲۰۳ نمودار تابع $f(x) = \frac{}{x+۱}$ از کدام ناحیه (نواحی) محورهای مختصات عبور نمی‌کند؟

۱) دوم ۲) دوم و چهارم ۳) چهارم ۴) از همهٔ نواحی عبور می‌کند.

۲۰۴ اگر مجموعه جواب نامعادلهٔ $||[x]-۲| \leq ۱$ بازهٔ $[a,b)$ باشد $a+b$ کدام است؟ ([ ]، علامت جزء صحیح است.)

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۲۰۵ نمودار تابع $f(x) = [x+[x]]$ در بازهٔ $[-۲,۲)$، از چند پاره‌خط با طول مساوی تشکیل شده است؟ ([ ]، علامت جزء صحیح است.)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

۲۰۶ اگر $f(x) = -۲x+b$ تابعی خطی باشد و نمودار تابع $f^{-۱}(x)$ از نقطهٔ $(۶,۸)$ بگذرد و $g(x) = -۱٫۵x+۶$ باشد، آنگاه نمودار تابع $g(x)$ و وارون تابع $f(x)$ در نقطه‌ای با کدام طول یکدیگر را قطع می‌کنند؟

۱) ۵ ۲) -۵ ۳) ۳۲ ۴) -۳۲

۲۰۷ توابع $f(x) = ۲x-|x|$ و $g(x) = x-|۲x|$ از نظر یک‌به‌یک بودن به‌ترتیب از راست به چپ چگونه اند؟

۱) یک‌به‌یک - یک‌به‌یک ۲) یک‌به‌یک - غیر یک‌به‌یک
۳) غیر یک‌به‌یک - یک‌به‌یک ۴) غیر یک‌به‌یک - غیر یک‌به‌یک

۲۰۸ اگر $f(x) = ۲[x]-۱$، $g(x) = \frac{}{x+۱}$ و $g^{-۱}(-۵) = a$ باشد، آنگاه حاصل $f(a)$ کدام است؟ ([ ]، علامت جزء صحیح است.)

۱) -۱ ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) -۳

۲۰۹ به‌ازای کدام مقدار a، وارون تابع $f(x) = \frac{}{۳x+۴}$ از نقطهٔ $(a+۴,a)$ می‌گذرد؟

۱) -۵ و -۱ ۲) ۲ و -۱ ۳) ۲ و ۱ ۴) ۵ و ۱

۲۱۰ اگر $f^{-۱} = \{(۲,۳),(۱,-۱),(۰,۲),(-۱,۰)\}$ باشد، آنگاه تابع $\frac{۲f^{-۱}}{f}$ شامل کدام زوج مرتب است؟

۱) $(۰,۴)$ ۲) $(۰,-۱)$ ۳) $(-۴,۰)$ ۴) $(-۱,۰)$

۲۱۱ اگر f و g دو تابع خطی باشند به‌طوری‌که $\begin{cases} \\ (g-f)(x) = x-۲ \end{cases}$، حاصل $f(۱)+g(۳)$ کدام است؟

۱) ۲٫۵ ۲) ۳ ۳) ۳٫۵ ۴) ۶

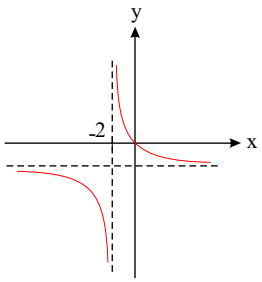
۲۱۲ اگر $f(x) = x^۲+|x|$ و $g(x) = \frac{۱}{x}$، آنگاه برد تابع $(f\cdot g)(x)$ چند عدد صحیح را شامل نمی‌شود؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۱۳ برد تابع $f(x)=\dfrac{[x]}{\sqrt{x-x^{۲}}}$ شامل چند عدد صحیح است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۱۴ اگر نمودار تابع $f(x)=\dfrac{\quad}{bx-۲}$ به‌صورت زیر باشد، $f(۱)$ کدام است؟



۱) -۱ ۲) $-\dfrac{۱}{۲}$ ۳) $-\dfrac{۳}{۲}$ ۴) $-\dfrac{۱}{۳}$

۲۱۵ در کدام گزینه، توابع f و g مساوی نیستند؟

۱) $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{x^{۲}}}{\sqrt[۳]{x^{۳}}} \\ g(x)=\dfrac{\quad}{|x|} \end{cases}$

۲) $\begin{cases} f(x)=\sqrt{۱-x}+\sqrt{x-۱} \\ g(x)=\sqrt{۱-x}\times\sqrt{x-۱} \end{cases}$

۳) $\begin{cases} f(x)=\sqrt{x^{۲}-x} \\ g(x)=\sqrt{x}\times\sqrt{x-۱} \end{cases}$

۴) $\begin{cases} \\ g(x)=\dfrac{x^{۲}}{x^{۳}} \end{cases}$

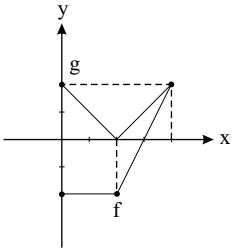
۲۱۶ ضابطهٔ تابع وارون $f(x)=\dfrac{۳x+۲}{۴}$ کدام است؟

۱) $f^{-۱}(x)=\dfrac{۴x-۳}{۲}$ ۲) $f^{-۱}(x)=\dfrac{۳}{۴}x-۲$ ۳) $f^{-۱}(x)=۲x+\dfrac{۳}{۲}$ ۴) $f^{-۱}(x)=\dfrac{۴x-۲}{۳}$

۲۱۷ اگر $f=\{(۱,۵),(۲,۰),(۳,۴),(۴,۶)\}$ و $g=\{(-۱,۴),(۲,۱),(۰,۳)\}$ باشند، حاصل‌ضرب اعضای برد تابع $\dfrac{\quad}{g^{-۱}}$ کدام است؟

۱) -۷ ۲) -۶۰ ۳) صفر ۴) ۳۶

۲۱۸ با توجه به نمودار دو تابع f و g، ضابطهٔ تابع $y=(f+g)(x)$ کدام است؟



۱) $y=\begin{cases} -x & \\ ۳x-۸ & ,\ ۲<x\le ۴ \end{cases}$

۲) $y=\begin{cases} x-۴ & \\ ۳x-۸ & ,\ ۲<x\le ۴ \end{cases}$

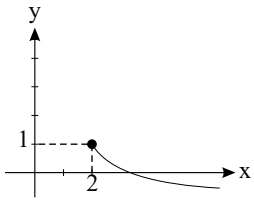
۳) $y=\begin{cases} -x & \\ x-۶ & ,\ ۲<x\le ۴ \end{cases}$

۴) $y=\begin{cases} x-۴ & \\ x-۶ & ,\ ۲<x\le ۴ \end{cases}$

۲۱۹ اگر $f(x)=\dfrac{\quad}{x+۱}$ و $g(x)=\dfrac{\quad}{x-۳}$ باشند، دامنهٔ تابع $\left(\dfrac{\quad}{g}\right)(x)$ کدام است؟

۱) $\mathbb{R}-\{-۱,۳\}$ ۲) $\mathbb{R}-\{-۱,\frac{۱}{۲},۳\}$ ۳) $\mathbb{R}-\{-۱,۲,۳\}$ ۴) $\mathbb{R}-\{-۱,\frac{۱}{۲},۲,۳\}$

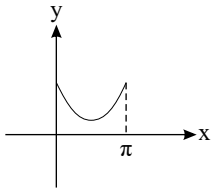
۲۲۰ شکل زیر نمودار تابع $y = b - \sqrt{x+a}$ است، مقدار $۲a + b$ کدام است؟

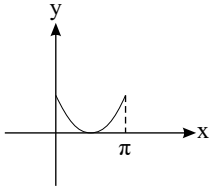


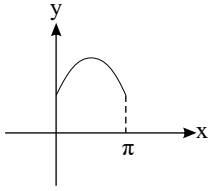
۱) -۳ ۲) -۱

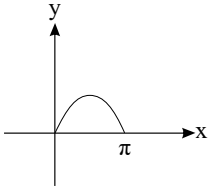
۳) ۵ ۴) ۳

۲۲۱ نمودار تابع $y = -\cos(\frac{۳\pi}{۲} + x) + ۲$ در فاصلهٔ $[۰, \pi]$ شبیه به کدام گزینه است؟

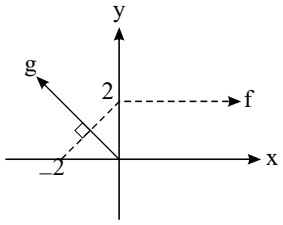
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۲۲۲ اگر نمودارهای f و g به‌صورت زیر باشند، برد تابع $f + ۲g$ کدام است؟ (تابع f به‌صورت خط‌چین و تابع g با خط پر برای تمایز دو تابع رسم شده است.)



۱) $[-۲, ۰]$ ۲) $[۲, ۴]$

۳) $[۲, ۵)$ ۴) $[-۲, ۲]$

۲۲۳ کدام گزینه درست نیست؟

۱) توابع $y = ۲x - \sqrt{۵}$ و $y = \frac{\sqrt{۳}}{۲x - ۱}$، توابع گویا هستند.

۲) دامنهٔ تابع $y = \frac{۱}{(x-۱)(\quad -۳)}$ شامل سه عدد حقیقی نیست.

۳) نمودار تابع $y = \frac{\quad}{x}$ محور xها را قطع نمی‌کند، چون شامل هیچ نقطه‌ای با طول صفر نیست.

۴) بی‌شمار تابع وجود دارد که دامنهٔ آن $\mathbb{R} - \{۱\}$ است.

۲۲۴ بازیکن فوتبالی از ابتدای فصل امسال تا کنون ۵ پنالتی زده است که ۳تای آن‌ها به گل تبدیل شد. اگر از این به بعد تا پایان فصل تمام پنالتی‌هایش به گل تبدیل شود، این بازیکن چند پنالتی دیگر باید بزند تا درصد پنالتی‌های گل‌شده‌اش برابر ۹۰ درصد شود؟

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۱۲ ۴) ۱۵

۲۲۵ حاصل $M = \left[\frac{\left[\frac{۳+۲\sqrt{۲}}{۳-۲\sqrt{۲}}\right]}{\left[\frac{\sqrt{۲}+۱}{\sqrt{۲}-۱}\right]}\right]$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۸ ۴) ۷

۲۲۶ اگر $f=\{(-۳,k),(\frac{۱}{۲}a,-۲),(۲a+۱,k),(b-۱,۱),(-۱,۴b)\}$ تابعی یک‌به‌یک باشد، حاصل $a-b$ کدام است؟

۱) $-\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) -۱ ۴) ۲

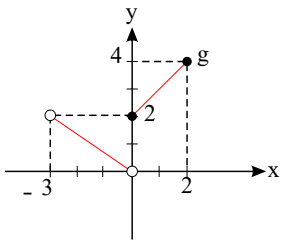
۲۲۷ اگر وارون تابع با ضابطهٔ $f(x)=x^۲-mx+۱$ از نقطهٔ $(-m,-۱)$ بگذرد، مقدار m کدام است؟ $(D_f=(-\infty,-۱])$

۱) -۱ ۲) -۲ ۳) ۱ ۴) ۲

۲۲۸ کم‌ترین مقدار k کدام باشد تا تابع $f(x)=\begin{cases}-۲x+k & , x\geq ۰\\ -۲x+۳ & \end{cases}$ یک‌به‌یک باشد؟

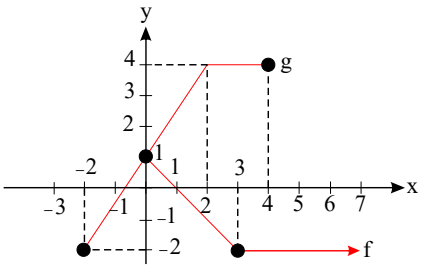
۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۲۲۹ اگر نمودار تابع $f(x)$ به‌صورت زیر باشد، برد تابع $y=(f+f^{-۱})(x)$ کدام است؟



۱)
۲) $(۱,۲)\cup\{۴\}$
۳)
۴) $(۰,۲)$

۲۳۰ اگر نمودار دو تابع f و g به‌صورت زیر باشد، بیش‌ترین مقدار تابع $f+۲g$ کدام است؟



۱)
۲)
۳)
۴) ۷

پاسخ‌نامه تشریحی

۱ ۱ ۲ **۳** ۴

$$f(x)=\frac{x^{۲}+۴x+۵}{x^{۲}+۴x+۷}\to f(x)=\frac{x^{۲}+۴x+۴+۱}{x^{۲}+۴x+۴+۳}$$

$$\to f(x)=\frac{(x+۲\quad+۱}{(x+۲)^{۲}+۳}\Rightarrow f(\sqrt{۳}-۲)=\frac{(\quad ۳\quad+۱}{(\sqrt{۳})^{۲}+۳}=\frac{۴}{۶}=\frac{۲}{۳}$$

۲ **۱** ۲ ۳ ۴

تمام عملیات جبری، روی مولفه‌ی دوم انجام می‌شود.

$$\begin{array}{l} f=\{\qquad\qquad\} \\ ۲g=\{(۲,۶)(۵,۲)\} \end{array}\Rightarrow f+۲g=\{\qquad\}$$

۳ ۱ ۲ ۳ **۴** **زیر رادیکال دوم همواره مثبت است، فقط کافی است زیر رادیکال اول را بزرگ‌تر مساوی صفر قرار دهیم.**

$$x\le -۱\Rightarrow D_f=\mathbb{R}-(-۱,۱)\ \text{یا}$$

۴ ۱ **۲** ۳ ۴

$$f(\sqrt{x})=x+\sqrt{x},\quad \begin{array}{l} x=۱\Rightarrow f(۱)=۱+\sqrt{۱}=۲ \\ x=۴\Rightarrow f(۲)=۴+\sqrt{۴}=۶ \end{array}\Rightarrow ۲+۶=۸$$

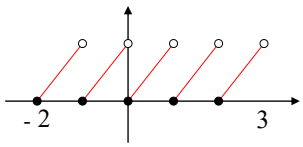
۵ **۱** ۲ ۳ ۴

$$\left.۴-\sqrt{x+۱}\ge ۰\Rightarrow\sqrt{x+۱}\le ۴\Rightarrow x+۱\le ۱۶\Rightarrow x\le ۱۵\right\}\xrightarrow{\text{اشتراک}}-۱\le x\le ۱۵$$

این بازه شامل ۱۷ عدد صحیح است.

۶ ۱ ۲ ۳ **۴**

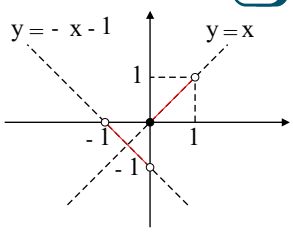
نمودار تابع $y=x-[x]$ به صورت زیر است واضح است در فاصله‌ی $[-۲,۳)$، ۵ پاره‌خط به اندازه‌ی $\sqrt{۲}$ وجود دارد.



۷ **۱** ۲ ۳ ۴

$$\text{مخرج}=۰\Rightarrow[x]+۱=۰\Rightarrow[x]=-۱\Rightarrow -۱\le x<۰\Rightarrow D_f=\mathbb{R}-[-۱,۰)$$

۸ ۱ ۲ ۳ **۴**



$$-1 < x < 0 \xrightarrow{[x]=-1 \text{ داخل قدرمطلق منفی و}} y = -x - 1 \xrightarrow{\text{برای رسم}} \begin{vmatrix} 0 \\ -1 \end{vmatrix} , \begin{vmatrix} -1 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$0 \le x < 1 \xrightarrow{[x]=0 \text{ داخل قدرمطلق مثبت و}} y = x \xrightarrow{\text{برای رسم}} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix} , \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

۹ ۱ ۲ **۳** ۴ هم $x^2 \ge 0$ است هم $(x^2-4)^2 \ge 0$ است یعنی زیر رادیکال به خاطر منفی هرگز نمی‌تواند مثبت باشد ولی می تواند صفر باشد.

$$-x^2(x^2-4)^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \ , \ x = 2 \ , \ x = -2$$

پس دامنه‌ی تعریف این تابع ۳ عضو دارد.

۱۰ ۱ ۲ **۳** ۴ زیرا رادیکال باید بزرگ‌تر مساوی صفر باشد.

$$x^3 - x^2 \ge 0 \Rightarrow x^2(x-1) \ge 0 \Rightarrow \begin{cases} \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow D_f = [1, +\infty) \cup \{0\}$$

۱۱ ۱ ۲ **۳** ۴

می‌دانیم:

$$[x] + [-x] = \begin{cases} 0 \\ -1 \quad x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

مخرج کسر نباید صفر باشد پس:

D_g ریشه یا ریشه‌های مخرج $\} \Rightarrow D_g$

۱۲ ۱ ۲ **۳** ۴

زیر رادیکال با فرجه زوج باید بزرگ‌تر مساوی صفر باشد. $\Rightarrow 16 - x^2 \ge 0 \Rightarrow x^2 \le 16 \Rightarrow -4 \le x \leqslant 4$

باید از دامنه حذف شوند. در ضمن مخرج نیز نباید صفر شود.

$D_f = -4 \le x < 4$ یا $x \in [-4, 4)$

۱۳ **۱** ۲ ۳ ۴ برای این‌که $g(x)$ یک تابع باشد باید خروجی هر دو ضابطه به ازای $x = 1$ و $x = -1$ یکسان شود.

$$g(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 3} \\ \dfrac{x^2 - 2ax + b}{x - 3} \quad -1 \le x \le 1 \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow \dfrac{1-1}{4} = \dfrac{\quad}{-2} \Rightarrow 1 - 2a + b = 0 \Rightarrow 2a - b = 1 \\ x = -1 \Rightarrow \dfrac{-2}{4} = \dfrac{\quad}{-4} \Rightarrow 2a + b + 1 = 2 \Rightarrow 2a + b = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow, b = 0$$

پس $2a + b = 1$ است.

۱۴ **۱** ۲ ۳ ۴

چون دامنه‌ی تعریف هر دو تابع برابر است کافی است ضابطه‌ی هر دو تابع به ازای هر x دلخواه برابر شوند.

$$f(۳)=g(۳)\Rightarrow \frac{}{۳-k}=۶\Rightarrow ۳+۳k=۱۸-۶k\Rightarrow ۹k=۱۵\Rightarrow k=\frac{۱۵}{۹}=\frac{۵}{۳}$$

۱۵ ۴ ۳ ۲ **۱** اگر در ماشین داده شده ورودی را x و $f(x)=۳x-۲$ و $g(x)=\frac{\sqrt{x}+۱}{۲x}$ و خروجی را y در نظر بگیریم در این صورت $x\to _ \to _ \to y$ این همان تعریف تابع $y=gof(x)$ است.

$$g(f(x))=\underbrace{\quad}_{\text{خروجی}}\Rightarrow \frac{\overline{۳}x-\overline{۲}+۱}{۲(۳x-۲)}=\frac{}{۸}\Rightarrow \frac{\overline{۳}x-\overline{۲}+۱}{۳x-۲}=\frac{۳}{۴}$$

با مشاهده‌ی گزینه‌ها واضح است که ورودی یا همان x عدد ۲ بوده است.

۱۶ ۴ ۳ ۲ **۱**

سعی کنید که $\sqrt{x}+۱$ را در سمت تساوی تولید کنید.

$$f(\sqrt{x}+۱)=x+۲\sqrt{x}+۳\to f(\sqrt{x}+۱)=\underbrace{x+۲\sqrt{x}+۱}_{(\sqrt{x}+۱)^۲}+۲\to f(\sqrt{x}+۱)=(\sqrt{x}+۱)^۲+۲$$

$$\xrightarrow{\sqrt{x}+۱=t} f(t)=t^۲+۲\to f(\sqrt{۳})=۳+۲=۵$$

۱۷ ۴ ۳ **۲** ۱

$$g=\{(۲,-۲),(۴,۳),(-۱,۰)\}\Rightarrow ۳f+g=\{(۲,۱),(-۱,۶),(۴,۹)\}$$

$$g=\{(۲,-۲),(۴,۳),(-۱,۰)\}\Rightarrow \frac{}{g}=\{(۲,-\frac{۱}{۲}),(۴,۳)\}$$

دقت کنید که تمام عملیات جبری، روی مولفه‌ی دوم انجام می‌شود. و برای انجام عملیات جبری روی دو تابع که به‌صورت زوج مرتب داده شده است کافی است زوج‌هایی از دو تابع را که دارای xهای برابر هستند را درنظر گرفته و پس از نوشتن x، عملیات جبری را روی مولفه‌ی دومشان انجام دهید.

۱۸ **۴** ۳ ۲ ۱

$$\left.\begin{array}{l} g(x)=\frac{۲}{\sqrt{x}}=\{(۱,۲),(۴,۱)\} \\ ۲f(x)=\{(-۱,-۴),(۰,۸),(۱,۱۸),(۴,۰)\} \end{array}\right\}\Rightarrow ۲f+g=\{(۱,۲۰),(۴,۱)\}$$

$$\left.g=\{(۱,۲),(۴,۱)\}\right\}\Rightarrow \frac{}{g}=\{(۱,۱۰),(۴,۱)\}$$

۱۹ ۴ ۳ ۲ **۱**

$$x^۲-۳=t\Rightarrow x^۲=t+۳\xrightarrow{x=\pm\sqrt{t+۳}} f(t)=\pm\frac{۲}{۳}\sqrt{t+۳}\Rightarrow f(x)=\frac{۲}{۳}\sqrt{x+۳}$$

توابع $f(x)=-\frac{۲}{۳}\sqrt{x+۳}$ هم صحیح است اما در گزینه‌ها مطرح نشده است.

۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴

در رابطه‌ی داده شده، x را به $\frac{}{x}$ تبدیل می‌کنیم.

$$f(\frac{}{x}) - \frac{۲}{x}f(x) = -\frac{۲}{x} - ۳$$

$$\times(-۲x)\begin{cases} f(x) + ۲xf(\frac{}{x}) = ۲x - ۳ \\ f(\frac{}{x}) - \frac{۲}{x}f(x) = \frac{}{x} - ۳ \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع می‌کنیم}} ۵f(x) = ۴ + ۶x + ۲x - ۳ \to ۵f(x) = ۸x + ۱ \Rightarrow f(x) = \frac{۸x+۱}{۵}$$

۲۱ ۱ ۲ ۳ ۴ ماشین داده شده تعریف $g(f(x))$ می‌باشد.

$$g(f(x)) = x \Rightarrow g(۳x - ۴) = x \xrightarrow{۳x-۴=۲\Rightarrow x=۲} g(۲) = ۲$$

۲۲ ۱ ۲ ۳ ۴

تمام عملیات جبری، روی مولفه‌ی دوم انجام می‌شود.

$$f = \{(۲,۱),(-۱,۰),(۴,۱)\} \quad \Rightarrow \frac{}{f} = \{(۲,۴),(۴,-۲)\}$$

برای تقسیم کردن، زوج‌های مرتبی از دو تابع را در نظر گرفته که دارای xهای برابر باشند. سپس xهای آن‌ها را نوشته و عرض‌های آن‌ها را بر هم تقسیم می‌کنیم.

۲۳ ۱ ۲ ۳ ۴

$$۳)\sqrt{x+۱} \geq \sqrt{x+۳} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x+۱ \geq x+۳ \Rightarrow ۱ \geq ۳ \quad \text{امکان ندارد}$$

پس دامنه‌ی تعریف تابع، تهی است.

روش دوم: واضح است رادیکال اول از رادیکال دوم کوچک‌تر است و زیر رادیکال همواره منفی می‌شود و نمی‌توانیم هیچ مقداری به جای x قرار دهیم.

۲۴ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: $[x] + [-x] = \begin{cases} ۰ \\ -۱ \quad x \notin Z \end{cases}$

$$\xrightarrow{\text{مخرج کسر همواره مثبت است}} \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \Rightarrow y = \sqrt{\frac{۰}{x^۲+۴}} = ۰ \\ x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow y = \sqrt{\frac{}{x^۲+۱}} \to \text{غیر قابل قبول است زیرا رادیکال منفی است} \end{cases}$$

پس دامنه‌ی تعریف این تابع مجموعه‌ی اعداد صحیح است.

۲۵ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم:

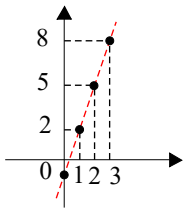
$$۱)[x^۲] + [-x^۲] \neq ۰ \Rightarrow x^۲ \notin Z \Rightarrow \quad \text{به ازای تمام اعدادی که داخل جزء صحیح را صحیح می‌کنند مخرج صفر می‌شود}$$

$$۲)۱ - x^۲ \geq ۰ \Rightarrow ۱ \geq x^۲ \Rightarrow -۱ \leq x \leq ۱$$

از اشتراک دو شرط بالا : $D_f = (-۱,۱) - \{۰\}$

۲۶ ۱ **۲** ۳ ۴ $\sin \pi x$ نباید صفر شود، یعنی باید هیچ عدد صحیحی در بازه نباشد، (اگر x صحیح باشد، $\sin \pi x$ صفر می‌شود) پس گزینه‌ی ۲ مناسب است.

۲۷ ۱ ۲ **۳** ۴



$\rightarrow$ شکل، شامل ۴ نقطه است. $\rightarrow$

$x = ۳ \rightarrow f(۳) = ۸$

۲۸ ۱ ۲ **۳** ۴ یک رابطه که به‌صورت زوج مرتب داده شده است. در صورتی تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی دارای مولفه‌ی اول یکسان نباشند، یعنی اگر مولفه‌ی اول دو زوج مرتب مساوی بود، مولفه‌ی دومشان هم مساوی باشد.

$(۱,۳),(۱,b^۲-۱) \in f$ شرط تابع بودن $\rightarrow b^۲ - ۱ = ۳ \Rightarrow b^۲ = ۴ \Rightarrow b = \pm ۲$

اما به ازای $b = ۲$ رابطه به‌صورت $f = \{(۱,۳),(۲,۴),(۱,۳),(۲,۶),(۳,۱)\}$ در می‌آید که تابع نیست. اما به ازای $b = -۲$ رابطه به صورت

$f = \{(۱,۳),(۲,۴),(۱,۳),(-۲,۶),(۳,۱)\}$ در می‌آید که تابع است.

۲۹ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\begin{cases} \sqrt{x-۱} : x - ۱ \geq ۰ \Rightarrow x \geq ۱ (۱) \\ \sqrt{۳ - \sqrt{x-۱}} : ۳ - \sqrt{x-۱} \geq ۰ \Rightarrow ۳ \geq \sqrt{x-۱} \rightarrow ۹ \geq x - ۱ \Rightarrow x \leq ۱۰ (۲) \end{cases}$$

از اشتراک دو شرط (۱) و (۲) داریم: $۱ \leq x \leq ۱۰$، پس $D_f = [۱,۱۰]$

۳۰ ۱ ۲ **۳** ۴ با توجه به ضابطه‌های توابع f و g داریم:

$$\begin{cases} g(-۴) = \sqrt{۱ - ۲(-۴)} = \sqrt{۹} = ۳ \end{cases} \Rightarrow (۲f - g)(-۴) = ۲f(-۴) - g(-۴) = ۲(-۳) - ۳ = -۹$$

۳۱ ۱ ۲ **۳** ۴

$$f(۴) \overset{\text{ضابطه‌ی بالا}}{=\!=\!=} \sqrt{۴} - ۱ = ۱ \rightarrow f(f(۴)) = f(۱) \overset{\text{ضابطه‌ی پایین}}{=\!=\!=} ۲(۱) + ۱ = ۳$$

۳۲ ۱ **۲** ۳ ۴

$$fog(۳) = f(g(۳)) = f(\frac{}{۱ - ۳}) = f(-\frac{۳}{۲}) = [\frac{-۳}{۲}] = [-۱/۵] = -۲$$

۳۳ ۱ ۲ **۳** ۴

$$\Rightarrow -\frac{۲}{۳} \qquad \frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{۱}{۳} < -x \leq \frac{۲}{۳} \Rightarrow [x] = -۱, [-x] = ۰ \Rightarrow [x] - [-x] = -۱$$

۳۴ ۱ ۲ **۳** ۴ روش اول:

$$x > x^{۲} \Rightarrow x^{۲} - x < ۰ \Rightarrow x(x-۱) < ۰$$

$$\xrightarrow{\text{تعیین علامت}} ۰ < x < ۱ \Rightarrow ۰ < x^{۳} < ۱ \Rightarrow -۱ < -x^{۳} < ۰ \Rightarrow [-x^{۳}] = -۱$$

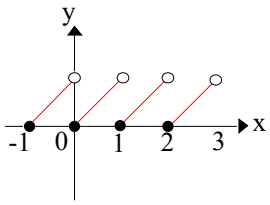
روش دوم:

$x = \frac{۱}{۲}$ در رابطه‌ی $x > x^{۲}$ صدق می‌کند. بنابراین کافی است حاصل $[-x^{۳}]$ را به ازای $x = \frac{۱}{۲}$ به‌دست آوریم:

$$\left[-(\frac{۱}{۲})^{۳}\right] = \left[-\frac{}{۸}\right] = -۱$$

۳۵ ۴ **۳** ۲ ۱ شکل تابع $y = x - [x]$ را همواره به خاطر داشته باشید.

مطابق شکل نمودار از چهار پاره خط ساخته می‌شود:



۳۶ ۴ ۳ **۲** ۱

می‌دانیم $۰ \le f(x) - [f(x)] < ۱$ است.

$$۰ \le x - [x] < ۱ \xrightarrow{\times ۲} ۰ \le ۲(x - [x]) < ۲ \Rightarrow ۰ \le ۲x - ۲[x] < ۲ \Rightarrow ۰ \le y < ۲ \Rightarrow y \in [۰, ۲)$$

۳۷ ۴ ۳ **۲** ۱ زیر رادیکال باید بزرگ‌تر مساوی صفر باشد.

$$-x(x-۱)^{۳} \ge ۰ \Rightarrow \begin{array}{c|ccccccc} & -\infty & & & & & & +\infty \\ \hline y & & - & ۰ & + & ۰ & - & \end{array} \Rightarrow D_f = [۰, ۱]$$

۳۸ ۴ ۳ **۲** ۱

$$g(f(x)) = (f(x))^{۲} - ۲f(x) = x^{۲} + ۱$$

$$\xrightarrow{\text{به دو طرف یک اضافه می‌کنیم}} f^{۲}(x) - ۲f(x) + ۱ = x^{۲} + ۲ \Rightarrow (f(x) - ۱)^{۲} = x^{۲} + ۲$$

$$\Rightarrow |f(x) - ۱| = \sqrt{x^{۲} + ۲} \xrightarrow{f(x) > ۱} f(x) - ۱ = \sqrt{x^{۲} + ۲} \Rightarrow f(۰) = \sqrt{۲} + ۱$$ (محور عرض، طولش صفر است)

۳۹ ۴ ۳ ۲ **۱** تابع موردنظر را به فرم $f(x) = ax + b$ درنظر می‌گیریم، اکنون می‌توان نوشت:

$$f(x+۱) = a(x+۱) + b = ax + a + b \Rightarrow f(f(x+۱)) = a(ax + a + b) + b = a^{۲}x + a^{۲} + ab + b$$

اکنون از تساوی $a^{۲}x + a^{۲} + ab + b = ۹x - ۳$ می‌توان دریافت:

$$a^{۲} = ۹ \xrightarrow{a < ۰} a = -۳ \Rightarrow f(x) = -۳x + b \Rightarrow f(۳) - f(۱) = (-۹ + b) - (-۳ + b) = -۶$$

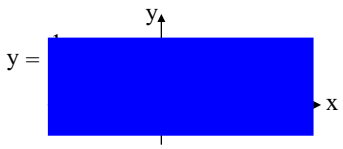
۴۰ ۴ **۳** ۲ ۱

$$\left[\frac{}{n+۳}\right] = \left[\frac{}{n+۳}\right] = \left[۳ - \frac{۲}{n+۳}\right] = ۳ + \left[\frac{}{n+۳}\right] = ۳ + (-۱) = ۲$$

البته می‌توان یک عدد طبیعی دلخواه را انتخاب کرده و در عبارت قرار دهیم و حاصل را به‌دست آورد.

۴۱ ۱ **۲** ۳ ۴

از این معادله نتیجه می‌شود $x-[x]=\frac{۱}{۵}$ است. نمودار $y=x-[x]$ را ببینید:



خط $y=\frac{۱}{۵}$ در ۵ نقطه این نمودار را قطع می‌کند. پس معادله ۵ جواب دارد.

۴۲ **۱** ۲ ۳ ۴ با توجه به این‌که زوج مرتب‌های تابع همانی $(y=x)$، به‌صورت (x,x) هستند، می‌توان نتیجه گرفت:

$$\begin{cases} b+c=۲ \xrightarrow{\text{جمع}} ۲(a+b+c)=۶ \Rightarrow a+b+c=۳ \end{cases}$$

۴۳ ۱ ۲ **۳** ۴

$$f(x)f(\frac{۱}{x})-f(x^۲)=(x+\frac{۱}{x})(\frac{۱}{x}\qquad x^۲+\frac{۱}{x^۲})=۱+x^۲+\frac{۱}{x^۲}+۱-x^۲-\frac{۱}{x^۲}=۲$$

۴۴ ۱ ۲ **۳** ۴ از $f(x)=x^۲-۴x+۳$ می‌توان دریافت $f(g(x))=g^۲(x)-۴g(x)+۳$، پس می‌توان نوشت:

$$g^۲(x)-۴g(x)+۳=x^۲-۲x$$

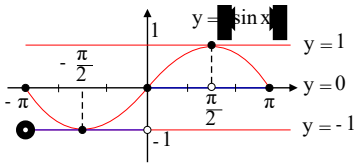
اگر به طرفین تساوی بالا عدد ۱ را اضافه کنیم خواهیم داشت:

$$g^۲(x)-۴g(x)+۴=x^۲-۲x+۱$$

$$\Rightarrow (g(x)-۲)^۲=(x-۱)^۲ \Rightarrow |g(x)-۲|=|x-۱| \quad (\text{چون } g(x)\geq ۲ \text{ است داخل قدر مطلق، مثبت است})$$

$$\Rightarrow g(x)-۲=|x-۱| \;\Rightarrow\; g(x)=۲+|x-۱|$$

۴۵ ۱ ۲ ۳ **۴**



واضح است که شکل از سه پاره‌خط و دو نقطه تشکیل شده است.

۴۶ **۱** ۲ ۳ ۴

$$g=\{(۳,۴)(۰,۳)(۴,۲)(۱,۲)\} \quad \rightarrow \quad f+g=\{(۳,۵)(۱,۶)(۰,۵)\}$$

برد تابع، مجموعه‌ی $\{۵,۶\}$ است. دقت کنید زوج‌های مرتبی از دو تابع را در نظر بگیرید که دارای xهای برابر باشند. سپس xهای آن‌ها را نوشته و عرض های آن‌ها را باهم جمع می‌کنیم.

۴۷ ۱ **۲** ۳ ۴ کافی است دامنه‌ی تعریف دو تابع را پیدا کرده و سپس از آن‌ها اشتراک بگیریم (زیرا رادیکال‌ها باید بزرگ‌تر مساوی صفر باشند.)

$$D_f:\; x^۲-۱\geq ۰ \rightarrow x^۲\geq ۱ \;\rightarrow\; x\geq ۱,\; x\leq -۱ \quad (I)$$

$$D_g:\; ۴-x^۲\geq ۰ \;\rightarrow\; x^۲\leq ۴ \rightarrow\; -۲\leq x\leq ۲ \quad (II)$$

از اشتراک I , II جواب $-۲\leq x\leq -۱ \cup ۱\leq x\leq ۲$ حاصل می‌شود یعنی $x\in[-۲,-۱]\cup[۱,۲]$

۴۸ ۱ ۲ **۳** ۴ چون در زوج مرتب اول و سوم مولفه‌های اول باهم برابرند باید مولفه‌های دوم نیز برابر باشند.

$$a^{۲}-۱=۳\to a^{۲}=۴\to\begin{cases}a=۲\ \to(۲,۳)(۲,۵)\cdots \text{ تابع نمی باشد}\\ a=-۲\to(۲,۳)(-۲,۵)(۲,۳)(۳,۴)\text{ تابع است}\end{cases}$$

پس فقط $a=-۲$ قابل قبول است.

۴۹ ۴ ۳ ۲ **۱** **اگر $[x]=۱$ باشد آن‌گاه $۱\le x<۲$ است.**

$$\sqrt{x^{۲}-۲x+۱}+\sqrt{x^{۲}-۴x+۴}=\sqrt{(x-۱)^{۲}}+\sqrt{(x-۲)^{۲}}=\underbrace{|x-۱|}_{+}+\underbrace{|x-۲|}_{-}=x-۱+۲-x=۱$$

۵۰ ۴ ۳ **۲** ۱ **روش اول: چون n عددی طبیعی است واضح است که:**

$$۴n^{۲}<۴n^{۲}+۳n+۱<۴n^{۲}+۴n+۱\to(۲n)^{۲}<۴n^{۲}+۳n+۱<(۲n+۱)^{۲}$$
$$\to\sqrt{(۲n)^{۲}}<\sqrt{۴n^{۲}+۳n+۱}<\sqrt{(۲n+۱)^{۲}}$$
$$\to ۲n<\sqrt{۴n^{۲}+۳n+۱}<۲n+۱\to[\sqrt{۴n^{۲}+۳n+۱}]=۲n$$

روش دوم: یک عدد طبیعی دلخواه انتخاب می‌کنیم. $n=۱\to[\sqrt{۴+۳+۱}]=[\sqrt{۸}]=[۲/\cdots]=۲$

گزینه‌ای درست است که اگرچه جای n آن عدد یک قراردهی حاصل ۲ شود. (گزینه‌ی دوم)

۵۱ **۴** ۳ ۲ ۱ **تابع خطی به‌صورت $f(x)=ax+b$ نشان داده می‌شود.**

$$f(x)+f(\frac{۱}{x})=\frac{x^{۲}-۱۲x+۱}{۲x}\to ax+b+\ \ +b=\frac{ax^{۲}+bx+a+bx}{x}$$
$$=\frac{ax^{۲}+۲bx+a}{x}=\frac{۲ax^{۲}+۴bx+۲a}{۲x}=\frac{x^{۲}-۱۲x+۱}{۲x}\xrightarrow{\text{مقایسه}}a=\frac{۱}{۲},\ ۴b=-۱۲\ ,\ b=-۳$$

بنابراین $f(x)=\frac{۱}{۲}x-۳\to f(-۴)=-۲-۳=-۵$

۵۲ ۴ ۳ **۲** ۱ **تابع خطی به‌صورت $f(x)=ax+b$ نشان داده می‌شود.**

$$f(۵)=۲\to ۵a+b=۲\Rightarrow\begin{cases}\ \\ ۵a+b=۲\end{cases}\to a=\frac{۲}{۹},b=\frac{۸}{۹}\to f(x)=\frac{۲}{۹}x+\frac{۸}{۹}$$
$$\to f(۱۴)=\frac{۲۸}{۹}+\frac{۸}{۹}=\frac{۳۶}{۹}=۴$$

۵۳ ۴ ۳ **۲** ۱

$$g(f(x))=۸x^{۲}+۲۲x+۲۰\to g(۲x+۳)=۸x^{۲}+۲۲x+۲۰$$

$$\xrightarrow{۲x+۳=\frac{۱}{۲}\to x=\frac{-۵}{۴}}g(\frac{۱}{۲})=۸(\frac{۲۵}{۱۶})+۲۲(\frac{-۵}{۴})+۲۰\to g(\frac{۱}{۲})=\frac{۲۵}{۲}-\frac{۵۵}{۲}+۲۰=۵$$

۵۴ ۱ ۲ ۳ ۴

$[3x-2] = -4 \Rightarrow [3x]-2=-4 \Rightarrow [3x]=-2$

در نتیجه $-2 \le 3x < -1$ پس $\frac{-2}{3} \le x < \frac{-1}{3}$ یا بازه‌ی $[-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3})$ جواب معادله است.

۵۵ ۱ ۲ ۳ ۴ روش اول: چون n عددی طبیعی است واضح است که داریم:

$8n^3 < 8n^3+6n^2+1 < 8n^3+12n^2+6n+1$

$\rightarrow (2n)^3 < 8n^3+6n^2+1 < (2n+1)^3 \rightarrow \sqrt[3]{(2n)^3} < \sqrt[3]{8n^3+6n^2+1} < \sqrt[3]{(2n+1)^3}$

$\rightarrow 2n < \sqrt[3]{8n^3+6n^2+1} < 2n+1 \rightarrow \left[\sqrt[3]{8n^3+6n^2+1}\right] = 2n$

روش دوم: یک عدد طبیعی دلخواه انتخاب می‌کنیم.

$n=1 \rightarrow \left[\sqrt[3]{8+6+1}\right] = \left[\sqrt[3]{15}\right] = [2/\cdots] = 2$

گزینه‌ای که به‌جای n آن عدد یک قرار دهیم و حاصل ۲ شود جواب تست است (گزینه‌ی اول)

۵۶ ۱ ۲ ۳ ۴

$\sqrt{xf(x)}$: دامنه $\rightarrow xf(x) \ge 0 \rightarrow xy \ge 0 \xrightarrow{x,y \text{ باید هم‌علامت باشند}} [-2,0] \cup [1,4]$

۵۷ ۱ ۲ ۳ ۴

$f(g(2)) = f(1-2\sqrt{2}) = 2(1-2\sqrt{2}) - [1-2\sqrt{2}]$

$= 2-4\sqrt{2} - [-1/8] = 2-4\sqrt{2}-(-2) = 4-4\sqrt{2} = 4(1-\sqrt{2})$

دقت کنید که:

$1-2\sqrt{2} \simeq 1-2(1/4) = 1-2/8 = -1/8$

۵۸ ۱ ۲ ۳ ۴

$D_f: 1-x^2 \ge 0 \Rightarrow x^2 \le 1 \Rightarrow -1 \le x \le 1 \ , \ D_g = \{-3, -1, 0\}$

کاملاً مشخص است که دامنه‌ی $(g-f)\cdot 2g$ برابر است با: $D_f \cap D_g$ یعنی $D_f \cap D_g = \{-1, 0\}$

$((g-f)\cdot 2g)(0) = (g(0)-f(0))\cdot 2g(0) = (7-1)\times 2(7) = 84$

$\Rightarrow (g-f)\cdot 2g = \{(-1, 32), (0, 84)\} \Rightarrow$ بیش‌ترین مقدار تابع برابر ۸۴ است.

۵۹ ۱ ۲ ۳ ۴

$[\frac{\quad}{x}] = 1 \Rightarrow 1 \le \frac{\quad}{x} < 2 \Rightarrow 1 \le \frac{1}{x} - 1 < 2 \rightarrow 2 \le \frac{1}{x} < 3$

$\xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{1}{2} \ge \frac{\quad}{x} > \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} < x \le \frac{\quad}{\quad} \xrightarrow{\times(-6)} -2 > -6x \ge -3 \Rightarrow [-6x] = -3$

توجه کنید اگر طرفین یک نامعادله که هم‌علامت باشند را معکوس کنیم جهت نامساوی عوض می‌شود.

۶۰ ۱ ۲ ۳ ۴ از آن‌جا که $(-1, 3k)$, $(-1, -9)$ هر دو عضو f هستند، باتوجه به تعریف تابع باید: $3k = -9$ و در نتیجه $k=-3$. اما با این مقدار k نیز رابطه‌ی f تابع نخواهد بود، زیرا در این صورت زوج مرتب $(2+k, 5)$ به

صورت $(-۱\ ,\ ۵)$ درخواهد آمد و خواهیم داشت:

۶۱ ۱ ۲ ۳ **۴** ابتدا نامعادله‌ی معادله‌ی قدرمطلقی را حل می‌کنیم:

$$\Rightarrow -۱ < x < ۰ \Rightarrow \begin{cases} \\ ۰ < x^۲ < ۱ \Rightarrow [x^۲] = ۰ \end{cases} \Rightarrow [x] + [x^۲] = -۱$$

۶۲ **۱** ۲ ۳ ۴ به ازای هر عدد طبیعی n به راحتی می‌توان نشان داد که:

$$\underbrace{n^۲ + ۲n + ۱}_{(n+۱)^۲} < n^۲ + ۴n + ۱ < \underbrace{n^۲ + ۴n + ۴}_{(n+۲)^۲} \Rightarrow n + ۱ < \sqrt{n^۲ + ۴n + ۱} < n + ۲$$

$$\Rightarrow \quad n \in N : [\sqrt{n^۲ + ۴n + ۱}] = n + ۱ \xrightarrow{\text{طبق فرض}} n + ۱ = ۹ \quad \Rightarrow \quad n = ۸$$

پس داریم:

$$[\sqrt{۲n^۲ + n + ۱}] = [\sqrt{۱۲۸ + ۸ + ۱}] = [\sqrt{۱۳۷}] = [۱۱/\cdots] = ۱۱$$

۶۳ **۱** ۲ ۳ ۴

$$\left[\frac{\quad}{x}\right] = ۳ \Rightarrow \left[\frac{}{x} - \frac{۱}{x}\right] = ۳ \left[۲ - \frac{۱}{x}\right] = ۳$$

می توان عدد صحیح را به خارج جزء صحیح منتقل کرد، در نتیجه داریم:

$$۲ + \left[-\frac{۱}{x}\right] = ۳ \Rightarrow \left[-\frac{۱}{x}\right] = ۱ \Rightarrow ۱ \le -\frac{۱}{x} < ۲ \Rightarrow -۲ < \frac{۱}{x} \le -۱ \Rightarrow -۱ \le x < -\frac{۱}{۲}$$

۶۴ **۱** ۲ ۳ ۴

$$f(g(x)) = x^۲ + \frac{۱}{x^۲} - ۴ \to f(x - \frac{۱}{x}) = (x - \frac{۱}{x})^۲ + ۲ - ۴$$

$$\xrightarrow{x - \frac{۱}{x} = t} f(t) = t^۲ - ۲ \to f(x) = x^۲ - ۲$$

توجه کنید که $a^۲ + b^۲ = (a - b)^۲ + ۲ab$ می‌باشد.

۶۵ ۱ **۲** ۳ ۴

$$y = (f \cdot g)(x) = f(x)g(x) = x^۲ - x^۲ + ۱ = ۱ \to \text{خط افقی}$$

از طرفی: $D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g$

$$\to \begin{cases} g(x) = x - \sqrt{x^۲ - ۱} \\ f(x) = x + \sqrt{x^۲ - ۱} \end{cases} \Rightarrow x^۲ - ۱ \ge ۰ \Rightarrow x^۲ \ge ۱ \Rightarrow |x| \ge ۱ \Rightarrow x \le -۱ \text{ یا } x \ge ۱$$

۶۶ ۱ ۲ **۳** ۴

توابع

اگر $x^۲ + ۲x$ را مساوی ۵ قرار دهیم پیدا کردن x به روش دلتا منجر به بدست آوردن x های رادیکالی می شود که محاسبه، سخت می‌شود پس سعی می‌کنیم با توجه به ورودی تابع f که برابر $x^۲ + ۲x$ است، در طرف دوم تساوی نیز عبارت $x^۲ + ۲x$ را ایجاد کنیم.

$$\frac{x^۴+۴+۴x^۲-۴x^۲}{x^۲-۲x+۲}=\frac{(x^۲+۲)^۲-۴x^۲}{(x^۲-۲x+۲)}=\frac{(x^۲+۲-۲x)(x^۲+۲+۲x)}{(x^۲-۲x+۲)}=x^۲+۲x+۲$$

$$\to f(x^۲+۲x)=x^۲+۲x+۲\Rightarrow f(t)=t+۲\to f(۵)=۵+۲=۷$$

۶۷ ۱ ۲ ۳ **۴**

در توابع چند ضابطه‌ای برای تابع بودن نباید دامنه‌ی مشترکی بین ضابطه‌ها وجود داشته باشد در صورت وجود، باید به ازای دامنه‌های مشترک ضابطه‌ها نیز با هم برابر باشند.

$\Rightarrow$ شرط تابع بودن $۱+m=۲m+۲\Rightarrow m=-۱$

$$\Rightarrow f(-۱)=(-۱)^۲+(-۱)(-۱)=۱+۱=۲$$

۶۸ ۱ ۲ ۳ **۴**

برای تابع $f(x)$ داریم:

$$f(x)=[x]+[-x]=\begin{cases}۰\\-۱ & x\notin Z\end{cases}$$

با توجه به این‌که در صورت سوال ذکر شده تابع $gof(x)=g(f(x))$ به ازای تمام مقادیر x برابر ۲ است. پس مقادیر ورودی را به دو قسمت $x\in Z$ و $x\notin Z$ تقسیم می‌کنیم و داریم:

$$\begin{cases}x\notin Z: g(f(x))=۲\ \Rightarrow\ g(-۱)=۲\ \Rightarrow\ ۱-a+b=۲\ \xrightarrow{(*)}\ a=۱\\ \end{cases}\Rightarrow a+b=۳$$

۶۹ ۱ **۲** ۳ ۴ چون در صورت سؤال $f(۳)$ را خواسته، ابتدا هر یک از عبارت‌های $x-۲$ و $۲-x$ را مساوی ۳ قرار می‌دهیم:

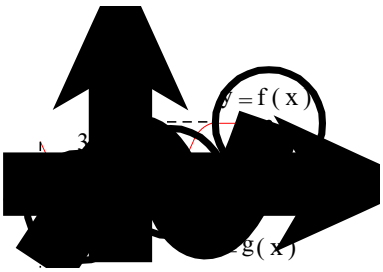
$$x-۲=۳\to x=۵\ ,\ ۲-x=۳\to x=-۱$$

$$x=-۱\to ۵f(-۳)+f(۳)=-۳\Big\}\times(-۵)\to -۲۴f(۳)=-۱۰۸\to f(۳)=۴/۵$$

۷۰ ۱ ۲ ۳ **۴** برای یافتن دامنه‌ی $y=\frac{۱}{\sqrt{f(x)-g(x)}}$، باید x هایی را بیابیم که برای آن‌ها حاصل $f(x)-g(x)$ مثبت است، یعنی باید داشته باشیم $f(x)-g(x)>۰$ یا $f(x)>g(x)$.

توجه کنید که $f(x)-g(x)$ نمی‌تواند برابر صفر باشد چون باعث صفر شدن مخرج کسر می‌شود.

اگر نمودار هر دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم کنیم خواهیم داشت:



باتوجه به شکل به ازای مقادیری از x که به $[-۲,-\frac{۳}{۲})\cup(۲,۷)$ تعلق دارد $f(x)$ بزرگ‌تر از $g(x)$ است.

۷۱ ۴ ۳ ۲ **۱**

$$(x+\frac{1}{x})^2-(x-\frac{1}{x})^2=4\Rightarrow(x+\frac{1}{x})^2=4+(x-\frac{1}{x})^2\Rightarrow x+\frac{1}{x}=\pm\sqrt{4+(x-\frac{1}{x})^2}$$

$$\Rightarrow f(x-\frac{1}{x})=\pm\sqrt{4+(x-\frac{1}{x})^2}+6$$

$$\xrightarrow{x-\frac{1}{x}=t} f(t)=\pm\sqrt{4+t^2}+6\Rightarrow f(\sqrt{2})=\pm\sqrt{6}+6$$

۷۲ ۴ **۳** ۲ ۱ ابتدا ضابطه‌ی $f(x)$ و از روی آن ضابطه‌ی $f(2x)$ را بدست می‌آوریم.

$$x+3=t\to x=t-3\to f(t)=t-3+\frac{5}{t-3}\to f(x)=x-3+\frac{5}{x-3}$$

$$\to f(2x)=2x-3+\frac{\quad}{2x-3}$$

$$y=3-f(2x)=3-2x+3-\frac{\quad}{2x-3}\to y=6-2x-\frac{\quad}{2x-3}$$

گزینه‌ی سوم در این رابطه صدق می‌کند.

۷۳ ۴ ۳ ۲ **۱**

تابع $\sqrt{x-f(x)}=\sqrt{4x-x^3}$ وقتی با معنی است که $4x-x^3\geq 0$ باشد

$$4x-x^3\geq\to x(d-x^2)\geq 0\to$$

x	$-\infty$		-2				$+\infty$
عبارت ≥ 0		$+$	0	$-$	0	$+$	0 $-$

بنابراین دامنه‌ی تعریف تابع به‌صورت $(-\infty,-2]\cup[0,2]$ است.

۷۴ ۴ **۳** ۲ ۱

به ترتیب اعمال مورد نظر را انجام می‌دهیم:

$$f(x)=x^2\xrightarrow{\text{انتقال ۴ واحد به طرف } x \text{ های منفی}} f_1(x)=(x+4)^2\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x \text{ ها}} f_2(x)=-(x+4)^2$$

$$\xrightarrow{\text{دو برابر کردن برد}} f_3(x)=-2(x+4)^2\xrightarrow{\text{انتقال ۳ واحد به طرف } y \text{ های منفی}} f_4(x)=-2(x+4)^2-3$$

$$f_4(x)=-2(x^2+8x+16)-3\to y=-2x^2-16x-35$$

۷۵ ۴ ۳ **۲** ۱ باتوجه به خطی بودن f می‌توان گفت $f(x)=ax+b$ حال عبارت طرف اول را ساخته هم‌ارز طرف دوم قرار می‌دهیم:

$$12ax+a+b\overset{\text{هم‌ارز}}{=\!=}24x-20\to\begin{cases}12a=24\to a=2\\ \end{cases}$$

$$f(x)=2x-22\to f(1)=-20$$

۷۶ ۴ ۳ **۲** ۱ چون f تابعی ثابت است به ازای هیچ مقادیر ورودی، یک خروجی ثابت تولید می‌نماید پس داریم:

$$(I)\ m^{۲}+۱=۲m \to m^{۲}-۲m+۱=۰$$

$$=۰ \to m=۱ \to f:\{(۳,۲),(۲,۱+n)\}$$

$$(II)\ ۱+n=۲ \to n=۱ \to m\times n=۱$$

۷۷ **۴** ۳ ۲ ۱ باتوجه به خطی بودن f ضرایب $x^{۲}$ و $x^{۳}$ الزاماً باید صفر باشد پس داریم:

$$\{$$

$$f(x)=-۴x+۲ \to f(۱)=-۲$$

۷۸ **۴** ۳ ۲ ۱ باتوجه به ثابت بودن f می‌توان نتیجه گرفت $f(x)=۴$ و چون g تابع همانی است، ورودی و خروجی آن با هم برابر است. پس داریم:

۷۹ ۴ ۳ **۲** ۱ شرط تساوی دو تابع اول برابری دسته‌هاست و سپس ساده شده‌ی ضابطه با هم برابر باشد.

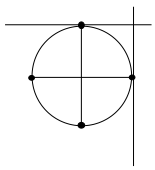
$$a)\quad f(x)=\sin^{۲}x \to \cos^{۲}x \qquad D_f=\mathbb{R}$$
$$g(x)=۱ \quad D_g=\mathbb{R}$$

حال که $D_f=D_g$ باید ساده شده ی ضابطه‌ی f را تعیین نمائیم.

$$f(x)=\sin^{۲}x+\cos^{۲}x=۱ \to f(x)=g(x)$$

$$b)\quad f(x)=\frac{x^{۴}-۱}{x^{۲}-۱} \qquad D_f=\mathbb{R}-\{\pm۱\} \quad \to\ D_f\neq D_g \to f(x)\neq g(x)$$
$$g(x)=x^{۲}+۱ \qquad D_g=\mathbb{R}$$

$$c)\quad g(x)=۱ \qquad D_g=\mathbb{R}$$
$$D_f\neq D_g \to f(x)\neq g(x)$$



$$D_f=\mathbb{R}-\left\{\frac{k\pi}{۲}\right\}$$

۸۰ **۴** ۳ ۲ ۱ گزینه‌های ۱ و ۲ به دلیل عدم برابری دامنه‌ی توابع با هم، با یکدیگر برابر نیستند. ساده شده‌ی ضابطه‌ی به صورت زیر است:

$$f(x)=\sqrt{۱-\sin^{۲}x}=\sqrt{\cos^{۲}x}=|\cos x| \qquad D_f=\mathbb{R}$$

گزینه‌ی ۱ $g(x)=\cot x\cdot\sin x \qquad D_g: x\neq k\pi$

گزینه‌ی ۲ $g(x)=\tan x\cdot\cos x \qquad D_g: x\neq k\pi+\frac{\pi}{۲}$

در گزینه‌ی سوم دامنه‌ها برابر است ولی ساده شده‌ی ضابطه‌ها برابر نیستند.

۸۱ ۴ **۳** ۲ ۱ ابتدا باید تابع فرم ساده‌تری پیدا نماید:

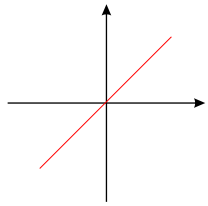
$$(y+1)^3 = x^2 \to y+1 = \sqrt[3]{x^2} \to y = \sqrt[3]{x^2}+1$$

$$f(-x) = \sqrt[3]{(-x)^2}+1 = \sqrt[3]{x^2}+1 = f(x)$$

۸۲ ۴ **۳** ۲ ۱ ابتدا تابع به فرم ساده‌تری تبدیل می‌شود. بدین منظور ۱ واحد به طرفین اضافه می‌کنیم:

$$y^3-3y^2+3y+1 = x^3-3x^2+3x+1$$

$$(y-1)^3 = (x-1)^3 \to y-1 = x-1 \to y = x$$



باتوجه به نمودار تابع وارون‌پذیر، اکیداً صعودی است و $f(-x) = -f(x)$ خواهد بود.

۸۳ ۴ ۳ ۲ **۱**

گزینه‌ی یک: $y = \dfrac{\quad}{x^2+3}$ به دلیل ریشه‌ی مضاعف صورت یک به یک نیست

$$b)\ y = \frac{\quad}{|x|+1} = 0 \to |x|-1 = 0 \to |x| = 1 \to x = \pm 1$$

به دلیل وجود بیش از یک ریشه یک به یک نیست.

$c)\ y = \sin x$ به دلیل متناوب بودن یک به یک نیست.

۸۴ ۴ ۳ ۲ **۱** این تابع هموگرافیک است که در همه‌ی حالات یک به یک می‌باشد. حال اگر تابع از حالت یک به یک خارج شود و به تابع ثابت تبدیل شود یک به یک نیست.

$$f(x) = \frac{\quad}{cx+d} \to \frac{\quad}{c} = \frac{\quad}{d}$$ تابع ثابت

$$\frac{3}{1} = \frac{\quad}{a} \to 3a = a+4 \to a = 2$$

۸۵ ۴ ۳ **۲** ۱ شرط یک به یک بودن در توابع چند ضابطه موارد زیر است:

۱. تک ضابطه‌ها یک به یک باشند.

۲. اشتراک بردها تهی باشد.

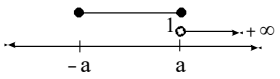
در تابع مورد نظر شرط اول برقرار است، لذا باید شرط دوم را تکمیل کنیم.

$$y = a\sin x \qquad x \in [-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}]$$

$$\sin x \in [-1,+1] \xrightarrow[a>0]{\times(a)} R_1 = [-a,+a]$$

$$y = \frac{2}{\pi}x+1 \qquad x \in (\frac{\pi}{2},+\infty) \xrightarrow{\times\frac{2}{\pi}} x \in (1,+\infty) \xrightarrow{+1} R_2 = (2,+\infty)$$

حال اشتراک باید تهی باشد.



باتوجه به تصویر حداکثر مقدار a یک خواهد بود $a \le 1 \to a_{\max} = 1$

۸۶ ۴ ۳ ۲ **۱** اگر $f(x) > ۰$ باشد $|f(x)|$ هیچ تغییری نمی‌نماید و همچنان یک به یک خواهد بود. اما $f(|x|)$ نسبت به محور yها متقارن است و از حالت یک به یک خارج می‌شود.

۸۷ ۴ **۳** ۲ ۱ گزینه‌ی اول تابعی است زوج و توابع زوج یک به یک نیستند.

گزینه‌ی دوم: اگر $f(x) = -x$ در نظر بگیریم آنگاه $y = x + f(x) = x - x = ۰$ و تابع ثابت یک به یک نیست.

گزینه‌ی سوم: باتوجه به تعریف تابع یک به یک داریم

$$f(\frac{۱}{x_۱}) = f(\frac{۱}{x_۲}) \to \frac{۱}{x_۱} = \frac{۱}{x_۲} \to x_۱ = x_۲ \to \text{یک به یک}$$

گزینه‌ی چهارم: اگر $f(x) = x$ در نظر بگیریم:

$$y = x \cdot f(x) = x^۲$$

همانطور که می‌دانید تابع درجه‌ی ۲ یک به یک نیست.

۸۸ ۴ **۳** ۲ ۱ براساس تعریف تابع اکیداً صعودی می‌توان گفت: $f(x_۲) > f(x_۱) \to x_۲ > x_۱$

برای تعیین دامنه می‌توان از این ویژگی استفاده کرد؛

$$f(x^۲ + ۲) - f(۳x) > ۰ \to f(x^۲ + ۲) > f(۳x) \to x^۲ + ۲ > ۳x$$

$$x^۲ - ۳x + ۲ > ۰ \quad \begin{array}{c|ccccc} x & -\infty & & 1 & & 2 & & +\infty \\ \hline P & & + & 0 & - & 0 & + & \\ & & \text{ج} & & & & \text{ج} & \end{array} \to D = (-\infty, ۱) \cup (۲, +\infty)$$

۸۹ ۴ ۳ **۲** ۱ برای یک به یک بودن توابع چند ضابطه‌ای علاوه بر یک به یک بودن تک تک ضابطه‌ها، اشتراک بردها باید تهی باشد.

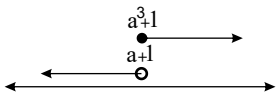
$$f(x) \begin{cases} +۱ & \\ x + ۱ & x < a \end{cases}$$

$$(I)\ x \in [a, +\infty) \xrightarrow{(\ )^۳} x^۳ \in [a^۳, +\infty) \xrightarrow{+۱} \underbrace{\quad + ۱}_{R_۱} \in [a^۳ + ۱, +\infty)$$

$$(II)\ x \in (-\infty, a) \xrightarrow{+۱} \underbrace{x + ۱}_{R_۲} \in (-\infty, a + ۱)$$

حال شرط $R_۱ \cap R_۲ = \varnothing$ را بررسی می‌نمائیم

باتوجه به تصویر داریم:



$$a + ۱ \le a^۳ + ۱ \to a^۳ - a \ge ۰$$

$$\begin{array}{c|ccccccc} a & & -1 & & 0 & & +1 & \\ \hline a^3 - a & - & 0 & + & 0 & - & 0 & + \\ & & \text{ج} & & \text{ج} & & \text{ج} & \end{array} \to a \in [-۱, ۰] \cup [۱, +\infty)$$

حداقل مقدار a برابر -۱ است.

۹۰ ۴ **۳** ۲ ۱ در تابع هموگرافیک $f(x) + \dfrac{\quad}{cx + d}$ اگر $a + d = ۰$ تابع f و وارون آن برابر است با:

$a+d=0 \to f^{-1}(x)=f(x)$

$f(f(f(f(\sqrt{2})))) = f(f^{-1}(f(f^{-1}(\sqrt{2})))) = \sqrt{2}$

۹۱ ۱ ۲ ۳ **۴** ابتدا وارون تابع f را محاسبه می‌کنیم

$y=ax+b \to x=ay+b \to y=f^{-1}(x)=\frac{1}{a}x-\frac{}{a}$

$f(x)=f^{-1}(x) \to ax+b=\frac{1}{a}x-\frac{}{a} \to a=\frac{1}{a} \to a^2=1 \to \begin{cases} a= \\ a=-1 \end{cases}$

$a=1 \to b=-\frac{}{a} \to b=-b \to b=0 \to f(x)=x$

$a=-1 \to b=-\frac{}{a} \to b=b \to b\in\mathbb{R} \to f(x)=-x+b$

پس بی‌شمار تابع قابل تعریف است که با فرم $f(x)=-x+b$ قابل بازنویسی می‌باشد.

۹۲ **۱** ۲ ۳ ۴ برای تعیین $D_{f^{-1}}$ کافیست R_f را تعیین نمائیم.

$f(x)=\sqrt{1-\sqrt{1-x}}$

$x\in(-\infty,+\infty) \xrightarrow{\times(-)} (-\infty,+\infty) \xrightarrow{+1} \sqrt{1-x}\in(-\infty,+\infty) \xrightarrow{\checkmark}$

$\sqrt{1-x}\in[0,+\infty) \xrightarrow{\times(-)} -\sqrt{1-x}\in(-\infty,0] \xrightarrow{+1} 1-\sqrt{1-x}\in(-\infty,1] \xrightarrow{\checkmark}$

$\sqrt{1-\sqrt{1-x}}\in[0,1] \to R_f=[0,1]=D_{f^{-1}}$

۹۳ ۱ **۲** ۳ ۴ برد تابع وارون همان دامنه‌ی تابع اصلی می‌باشد، پس کافیست دامنه‌ی f را تعیین نمائیم.

$f(x)=5(\sqrt{2-x})^3+1 \to D_f: 2-x\geq 0 \to x\leq 2$

$R_{f^{-1}}=D_f=(-\infty,2]$

۹۴ **۴** ۳ ۲ ۱ ابتدا بهتر است عبارت به فرم مربع کامل تبدیل کنیم.

$f(x)=x+\sqrt{x}+1 \to f(x)=(\sqrt{x})^2+\sqrt{x}+\frac{1}{4}+\frac{3}{4}$

$\to y=(\sqrt{x}+\frac{1}{2})^2+\frac{}{} \xrightarrow{\text{وارون}} x=(\sqrt{y}+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}$

$\to (\sqrt{y}+\frac{1}{2})^2=x-\frac{3}{4} \to \underbrace{|\sqrt{y}+\frac{1}{2}|}_{\text{همواره } +}=\sqrt{x-\frac{3}{4}}$

$\to \sqrt{y}+\frac{1}{2}=\sqrt{x-\frac{3}{4}} \to \sqrt{y}=\sqrt{x-\frac{3}{4}}-\frac{1}{2} \to y=(\sqrt{x-\frac{3}{4}}-\frac{1}{2})^2=f^{-1}(x)$

توابع **۹۵** ۴ **۳** ۲ ۱ ابتدا باید تابع را به فرم ساده‌تری تبدیل کرد تا بتوان وارون آن را محاسبه کرد.

$y=x\sqrt{x}+3(\sqrt{x})^2+3\sqrt{x} \to y=(\sqrt{x})^3+3(\sqrt{x})^2+3\sqrt{x}+1-1$

$$\to y=(\sqrt{x}+۱)^۳-۱ \xrightarrow{\text{وارون}} x=(\sqrt{y}+۱)^۳-۱ \to (\sqrt{y}+۱)^۳=x+۱$$

$$\to \sqrt{y}+۱=\sqrt[۳]{x+۱} \to \sqrt{y}=\sqrt[۳]{x+۱}-۱ \to y=(\sqrt[۳]{x+۱}-۱)^۲=f^{-۱}(x)$$

۹۶ ۴ ۳ **۲** ۱ قدم اول تبدیل تابع به فرم مربع کامل می‌باشد

$$f(x)=x^۲-۲x+۲ \to y=(x-۱)^۲+۱ \to x\le ۱ \xrightarrow{\text{وارون}} x=(y-۱)^۲+۱ \quad y\le ۱$$

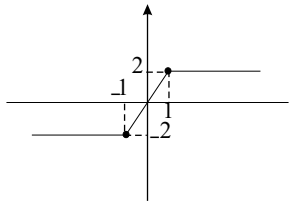
$$\to x-۱=(y-۱)^۲ \to |y-۱|=\sqrt{x-۱}$$

حال باتوجه به شرط $y\le ۱$ عبارت درون قدر مطلق عبارتی منفی می‌باشد:

$$-y+۱=\sqrt{x-۱} \to y=۱-\sqrt{x-۱}=f^{-۱}(x)$$

۹۷ ۴ ۳ ۲ **۱** ابتدا باید تابع f را به فرم چند ضابطه‌ای بنویسیم

$$f(x)\begin{cases} ۲x & \\ ۲ & x>۱ \end{cases}$$



باتوجه به نمودار تابع در بازه‌ی $x<-۱$ و $x>۱$ ثابت بوده و وارون‌پذیر نیست پس بازه‌ی $[a,b]$ یعنی $[-۱,+۱]$ و برد f برابر است با $R_f=[-۲,۲]$

$$y=۲x \xrightarrow{\text{معکوس}} x=۲y \to y=\frac{x}{۲}$$

$$D_f=[-۱,+۱] \qquad D_{f^{-۱}}=[-۲,۲]$$

$$R_f=[-۲,۲] \qquad R_{f^{-۱}}=[-۱,+۱]$$

۹۸ ۴ ۳ **۲** ۱

قدم اول محاسبه $f(x)$ می‌باشد

$$f(\frac{}{۲x-۱})=\frac{}{۹x+۶}=\frac{۲}{۳}\times\frac{}{۳x+۲}=\frac{۲}{۳}\times\frac{}{\overline{۲x-۱}}$$

باتوجه به فرم نهائی تابع f ورودی خود را معکوس کرده و در ضریب $\frac{۲}{۳}$ ضرب نموده پس می‌توان گفت:

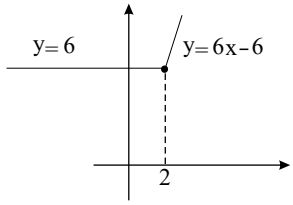
$$f(x)=\frac{۲}{۳}\times\frac{۱}{x}=\frac{}{۳x}$$

حال می‌توان وارون f را محاسبه کرد

$$y=\frac{}{۳x} \xrightarrow{\text{وارون}} x=\frac{}{۳y} \to f^{-۱}(x)=\frac{}{۳x}$$

۹۹ ۴ ۳ **۲** ۱ ابتدا بهتر است که تابع f را به صورت چند ضابطه بنویسیم

$$f(x)\begin{cases} \\ ۶x-۶ & x\geq ۲\end{cases}$$



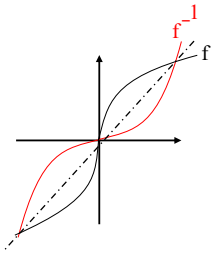
باتوجه به نمودار، تابع f در بازه‌ی $[۲,+\infty)$ وارون‌پذیر است.

$$y=f(x)=۶x-۶\xrightarrow{\text{وارون}}x=۶y-۶\rightarrow y=\frac{x+۶}{۶}$$

$$D_f=[۲,+\infty) \qquad D_{f^{-۱}}=[۶,+\infty)$$

$$R_f=[۶,+\infty) \qquad R_{f^{-۱}}=[۲,+\infty)$$

۱۰۰ ۴ **۳** ۲ ۱ ابتدا باید تابع f را رسم کنیم سپس نسبت به نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم قرینه نماییم



۱۰۱ **۴** ۳ ۲ ۱

اگر $A\left\vert\begin{matrix}\\ b\end{matrix}\right.$ روی تابع f باشد $A'\left\vert\begin{matrix}\\ a\end{matrix}\right.$ روی تابع $f^{-۱}$ قرار دارد. یعنی: $f(a)=b\leftrightarrow f^{-۱}(b)=a$

$$f^{-۱}\left\vert\begin{matrix}\\ ?\end{matrix}\right. \rightarrow f\left\vert\begin{matrix}?\\ -\frac{۱}{۲}\end{matrix}\right. \rightarrow f(x)=\frac{-۱}{۲}\rightarrow\frac{x}{\sqrt{x^۲+۱}}=-\frac{۱}{۲}$$

از این تساوی علامت x را می‌توان تعیین کرد، مخرج‌ها هم‌علامت هستند لذا صورتها هم باید هم‌علامت باشند، پس x منفی است

$$-۲x=\sqrt{x^۲+۱}\rightarrow ۴x^۲=x^۲+۱\rightarrow ۳x^۲=۱\rightarrow x^۲=\frac{۱}{۳}$$

$$\rightarrow x=\pm\frac{\sqrt{۳}}{\cdots}\xrightarrow{x<۰}x=-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

۱۰۲ ۴ ۳ ۲ **۱**

اگر $A\left\vert\begin{matrix}\\ b\end{matrix}\right.$ روی تابع f باشد $A'\left\vert\begin{matrix}\\ a\end{matrix}\right.$ روی تابع $f^{-۱}$ قرار دارد. یعنی: $f(a)=b\leftrightarrow f^{-۱}(b)=a$

لذا برای حل تست کافیست به روش زیر عمل کنیم

$$f^{-۱}\left\vert\begin{matrix}۳\\ ?\end{matrix}\right. \rightarrow f\left\vert\begin{matrix}?\\ \sqrt{۳}\end{matrix}\right. \rightarrow f(x)=\sqrt{۳}$$

$$x+\sqrt{x^۲+۳}=\sqrt{۳}\rightarrow x-\sqrt{۳}=\sqrt{x^۲+۳}$$

$$\xrightarrow{(\ )^{۲}} x^{۲}+۳-۲\sqrt{۳}x=x^{۲}+۳ \to -۲\sqrt{۳}x=۰ \to x=۰$$

$$A'\left|\begin{matrix}\sqrt{۳}\\ ۰\end{matrix}\right. \to f^{-۱}(\sqrt{۳})=۰$$

۱۰۳ ۴ **۳** ۲ ۱ قدم اول تعیین مقدار k می‌باشد. تابع را با خط $y=۲k+۵$ تقاطع می‌دهیم

$$f(x)=۲k+۵ \to ۲x^{۵}+(k-۱)x^{۴}+۲k+۵=۲k+۵$$

$$\to x^{۴}(۲x+k-۱)=۰ \to \begin{cases} x=\dfrac{۱-k}{۲} \end{cases}$$

حال باید برای حفظ وارون‌پذیری تابع هر دو ریشه با هم برابر باشند.

$$\frac{۱-k}{۲}=۰ \to k=۱ \to f(x)=۲x^{۵}+۷$$

اگر $A\left\vert\begin{matrix}\\ b\end{matrix}\right.$ روی تابع f باشد $A'\left\vert\begin{matrix}\\ a\end{matrix}\right.$ روی تابع $f^{-۱}$ قرار دارد. یعنی: $f(a)=b \leftrightarrow f^{-۱}(b)=a$

$$\underset{f^{-۱}}{\left|\begin{matrix}۹\\ ?\end{matrix}\right.} \to \underset{f}{\left|\begin{matrix}?\\ ۹\end{matrix}\right.} \to f(x)=۹ \to ۲x^{۵}+۷=۹$$

$$\to ۲x^{۵}=۲ \to x^{۵}=۱ \to x=۱ \to f^{-۱}(۹)=۱$$

$$f\left(-f^{-۱}(۹)\right)=f(-۱)=۲(-۱)^{۵}+۷=۵$$

۱۰۴ ۴ ۳ **۲** ۱

اگر $A\left\vert\begin{matrix}\\ b\end{matrix}\right.$ روی تابع f باشد $A'\left\vert\begin{matrix}\\ a\end{matrix}\right.$ روی تابع $f^{-۱}$ قرار دارد. یعنی: $f(a)=b \leftrightarrow f^{-۱}(b)=a$

باتوجه به اطلاعات مسئله داریم:

$$f(۳)=۷ \to A(۳,۷) \to A'(۷,۳) \in f^{-۱}$$

$$\left.\begin{matrix} f^{-۱}(۷)=۳ \\ f(\dfrac{۳a-۱}{۲})=۳ \end{matrix}\right\} \frac{۳a-۱}{۲}=۷ \to ۳a-۱=۱۴ \to a=۵$$

$$f(a-۲) \overset{a=۵}{=\!=\!=} f(۳)=۷$$

۱۰۵ ۴ **۳** ۲ ۱ ابتدا مختصات نقطه‌ی برخورد را به طور کامل تعیین می‌نمائیم

$$y=x-۱ \xrightarrow{y=۲} x-۱=۲ \to x=۳ \to A'\left|\begin{matrix}۳\\ ۲\end{matrix}\right.$$

اگر $A\left\vert\begin{matrix}\\ b\end{matrix}\right.$ روی تابع f باشد $A'\left\vert\begin{matrix}\\ a\end{matrix}\right.$ روی تابع $f^{-۱}$ قرار دارد. یعنی: $f(a)=b \leftrightarrow f^{-۱}(b)=a$

پس $A(۲,۳)$ روی تابع f قرار دارد و مختصات نقطه در تابع صدق می‌کند

$$A(۲,۳):\ ۳=\frac{۲m+۳}{\sqrt{(۲)^۳+۱}}\to\frac{۲m+۳}{۳}=۳\to ۲m+۳=۹\to m=۳$$

۱۰۶ ۱ ۲ ۳ **۴**

درتابع هموگرافیک $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ اگر $a+d=۰$ باشد تابع $f(x)$ و وارون آن برهم منطبق می‌باشند. $f(x)=f^{-۱}(x)$

در این تابع هم $a+d=۰$ پس تابع f و معکوس آن بر هم منطبق می‌باشند و بی‌شمار نقطه‌ی برخورد دارند.

۱۰۷ ۱ **۲** ۳ ۴

درتابع هموگرافیک $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ اگر $a+d=۰$ باشد تابع و وارون برهم منطبق می‌باشند. $f(x)=f^{-۱}(x)$

پس در این تابع می‌توان گفت: $۱+d=۰\to d=-۱$

ضریب n باید مخالف صفر باشد تا تابع هموگرافیک حفظ شود و ضریب m محدودیتی ندارد.

$$d=-۱\ ,\ n\neq ۰\ ,\ m\in\mathbb{R}$$

۱۰۸ ۱ **۲** ۳ ۴ باید توجه داشت که معکوس معکوس یک تابع خود تابع می‌باشد.

$$\left(g^{-۱}(x)\right)^{-۱}=g(x)$$

پس می‌توان برای حل مسئله نوشت:

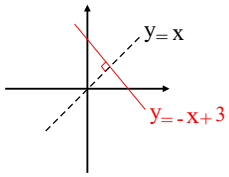
$$g(x)=f^{-۱}(x)\xrightarrow{\text{وارون}}g^{-۱}(x)=f(x)\xrightarrow{x=۱}g^{-۱}(۱)=f(۱)=۱۲$$

۱۰۹ **۱** ۲ ۳ ۴

در تابع هموگرافیک $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ اگر $a+d=۰$ باشد تابع و وارون بر هم منطبق می‌باشند. $f(x)=f^{-۱}(x)$

پس در این تابع داریم: $-m^۲+۱=۰\to m^۲=۱\to m=\pm۱$

حال هر دو مقدار را در تابع جایگذاری می‌نمائیم:



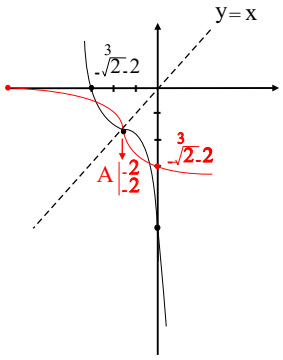
$m_۱=۱\to f(x)=\dfrac{\quad}{۴x+۱}$ قابل قبول

$m_۲=۱\to f(x)=-x+۳$

حالت $m=-۱$ به تابع هموگرافیک نرسیده‌ایم ولی نیمساز ناحیه‌ی دوم و چهارم و کلیه‌ی خطوط موازی با آن نیز دارای این ویژگی می‌باشند و بر معکوس خود منطبق هستند. پس هر دو مقدار قابل قبول می‌باشد. $m_۱+m_۲=۰$

۱۱۰ **۴** ۳ ۲ ۱ ابتدا تابع f را رسم می‌نمائیم و باتوجه به نمودار تابع f اکیداً نزولی است و فقط می‌توان با رسم تابع وارون تعداد نقاط برخورد را شناسائی کرد.

باتوجه به نمودار سه نقطه‌ی برخورد دارد.



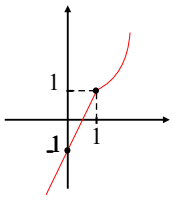
۱۱۱ ۱ ۲ **۳** ۴

اگر $A\Big\vert_{b}$ روی تابع f باشد $A'\Big\vert_{a}$ روی تابع $f^{-۱}$ قرار دارد. یعنی: $f(a)=b \leftrightarrow f^{-۱}(b)=a$

لذا باید گزینه‌ها را بررسی نمائیم. با بررسی گزینه‌ی ۳ داریم:

$$A'(۶۶,۴) \to A(۴,۶۶) \to f(۴)=(۴)^{۳}+\sqrt{۴}=۶۶ \to A\in f \to A'\in f^{-۱}$$

۱۱۲ **۴** ۳ ۲ ۱ **ابتدا تابع را رسم کرده و برد تابع را تعیین می‌کنیم**



$$f(x)\begin{cases} \\ ۲x-۱ \quad x<۱ \to y<۱\end{cases}$$

حال توجه داشته باشید که $D_f=R_{f^{-۱}}$ **و** $R_f=D_{f^{-۱}}$.

$$y=x^{۲} \quad x\geq ۱ \to \sqrt{y}=|x| \xrightarrow{x\geq ۱} x=\sqrt{y} \xrightarrow{\text{وارون}} y=\sqrt{x}$$

$$y=۲x-۱ \quad x<۱ \to y+۱=۲x \to x=\frac{y+۱}{} \xrightarrow{\text{وارون}} y=\frac{x+۱}{۲}$$

باتوجه به $R_f=D_{f^{-۱}}$ **داریم:**

$$f^{-۱}(x)\begin{cases} x \\ \frac{۱}{۲}(x+۱) \quad x<۱\end{cases}$$

۱۱۳ ۴ **۳** ۲ ۱ **ابتدا به دامنه‌ها توجه می‌نمائیم.**

$$D_{f-g}=D_f\cap D_g \to \{b,-۱,۲\}\cap\{۴,۳,۲\}=\{۴,c\}$$

از این مجموعه نتیجه می‌شود $b=۴$ **و** $c=۲$ **باشد.**

$$f-g=\{(۴,d),(۲,۸)\} \to \begin{cases} \\ ۵-a=۸ \to a=-۳\end{cases}$$

در نتیجه داریم:

$ab + cd = -۱۲ + ۶ = -۶$

۱۱۴ ۴ **۳** ۲ ۱ ابتدا باید ساختار توابع f و g را تغییر دهیم

$$f(x) = \sqrt{x - ۴ + ۴\sqrt{x - ۴} + ۴} = \sqrt{(\sqrt{x - ۴} + ۲)^۲} = \left|\sqrt{x - ۴} + ۲\right|$$

$$g(x) = \sqrt{x - ۴ - ۴\sqrt{x - ۴} + ۴} = \sqrt{(\sqrt{x - ۴} - ۲)^۲} = \left|\sqrt{x - ۴} - ۲\right|$$

باتوجه به بازه‌ی مطرح شده قدر مطلق‌ها را بر می‌داریم:

$$f(x) + g(x) = |\underbrace{x - ۴}_{+} + ۲| + |\underbrace{x - ۴}_{-} - ۲| = \sqrt{x - ۴} + ۲ - \sqrt{x - ۴} + ۲ = ۴$$

۱۱۵ ۴ **۳** ۲ ۱ برای حل باید ساختار تابع f و g تغییر نماید

$$f(x) = \sqrt{x - ۹ - ۶\sqrt{x - ۹} + ۹} = \sqrt{(\sqrt{x - ۹} - ۳)^۲} = \left|\sqrt{x - ۹} - ۳\right|$$

$$g(x) = \sqrt{x - ۹ + ۶\sqrt{x - ۹} + ۹} = \sqrt{(\sqrt{x - ۹} + ۳)^۲} = \left|\sqrt{x - ۹} + ۳\right|$$

حال باتوجه به شرط $x \geq ۱۸$ قدر مطلق‌ها را بر می‌داریم

$$f - g = |\underbrace{x - ۹}_{+} - ۳| - |\underbrace{x - ۹}_{+} + ۳| = -۶ \to R_f = \{-۶\}$$

۱۱۶ **۴** ۳ ۲ ۱

$$\overline{g} = D_f \cap D_g - \{x \,|\, g(x) = ۰\}$$

پس قدم اول تعیین دامنه‌ی f و g می‌باشد.

$$f(x) = \sqrt{۴ - x^۲} \to ۴ - x^۲ \geq ۰ \to x^۲ \leq ۴ \to |x| \leq ۲ \to D_f = [-۲, +۲]$$

$$g(x) = \sqrt{۳x - x^۲} \to ۳x - x^۲ \geq ۰ \to \begin{array}{c|ccccc} & & ۰ & & ۳ & \\ \hline P & - & ۰ & + & ۰ & - \\ & & ج & ج & ج & \end{array} \to D_g = [۰, ۳]$$

حال ریشه‌های تابع g را بدست می‌آوریم:

$$g(x) = ۰ \to \sqrt{۳x - x^۲} = ۰ \to \left\{ x = ۳ \right.$$

$$\overline{g} = D_f \cap D_g - \{g \text{ ریشه های }\} = [-۲, ۲] \cap [۰, ۳] - \{۰, ۳\} = (۰, ۲]$$

۱۱۷ **۴** ۳ ۲ ۱

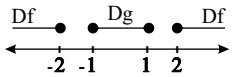
$$D_{f \times g} = D_f \cap D_g$$

پس باید ابتدا دامنه‌ی f و g را تعیین نمائیم

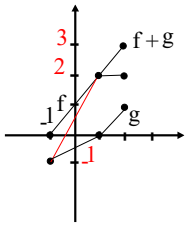
$$f(x) = \sqrt{x^۲ - ۴} \to x^۲ - ۴ \geq ۰ \to x^۲ \geq ۴ \to |x| \geq ۲ \to \left\{ x \leq -۲ \right.$$

$$g(x) = \sqrt{۱ - x^۲} \to ۱ - x^۲ \geq ۰ \to x^۲ \leq ۱ \to |x| \leq ۱ \to -۱ \leq x \leq ۱$$

$D_{f\times g} = D_f \cap D_g = \varnothing$



۱۱۸ ۱ **۲** ۳ ۴ باتوجه به اینکه f و g هر دو توابع خطی هستند کافیست ارتفاع ابتدا و انتهای پاره‌خط‌ها را با یکدیگر جمع جبری نمائیم تا نقطه‌ی ابتدا و انتهای هر پاره‌خط مشخص شده در آنها را به هم وصل نمائیم.



۱۱۹ ۱ ۲ **۳** ۴ برای حل ابتدا باید ضابطه‌ی $f(x)$ به فرم زوج مرتب تبدیل شود و برای اینکار فقط از اعضای دامنه‌ی g استفاده می‌نمائیم

$$D_g = \{۰,-۲,۳\} \rightarrow \begin{cases} \\ f(۳) = ۲ \rightarrow (۳,۲) \end{cases} \rightarrow f = \{(۰,۱),(۳,۲)\} \rightarrow D_f = \{۰,۳\}$$

حال داریم

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{۰,۳\}$$

۱۲۰ ۱ ۲ **۳** ۴ در این تبدیل چون ضرایب بیرون تابع قرار دارند فقط ارتفاع نقطه دچار تغییرات می‌شود. این

$$A(۱,۳) \rightarrow (۱,۷)$$

۱۲۱ ۱ ۲ ۳ **۴** برای محاسبه‌ی مختصات نقطه‌ی نهائی کافیست تبدیلات مربوط به یک نقطه را بنویسیم

$$\underbrace{\quad}_{f} \rightarrow (x-۱, \underbrace{-۲y+۱}_{-۲f(x+۱)+۱})$$

$$A(۲,۱) \rightarrow (۱,-۱)$$

۱۲۲ ۱ ۲ **۳** ۴ در این حالت ۲ واحد از طول نقاط کم می‌شود، لذا از دامنه‌ی تابع f نیز ۲ واحد کم خواهد شد.

$$D_f = [-۲,۴] \xrightarrow{-۲} [-۴,۲]$$

۱۲۳ ۱ ۲ ۳ **۴** ابتدا عبارت مطرح شده را ساده‌تر می‌نمائیم:

$$(\frac{\quad}{f+g})(x) = (f-g)(x) = (x-\sqrt{x}) - (x+\sqrt{x}) = -۲\sqrt{x}$$

۱۲۴ ۱ ۲ ۳ **۴** شرط تساوی دو تابع به صورت مقابل است:

$$\begin{cases} D_f = D_g \\ f \text{ ساده شده } = g \text{ ساده شده} \end{cases}$$

ابتدا دامنهٔ توابع را بررسی می‌نماییم، اگر دامنه‌ها برابر نباشند دو تابع برابر نیستند.

$$(۱)\begin{cases} f(x)=x \to D_f=\mathbb{R} \\ g(x)=(\sqrt{x})^{۲} \to D_g=[۰,+\infty) \end{cases} \quad D_f \neq D_g$$

$$(۲)\begin{cases} f(x)=\dfrac{۱}{x-۱} & D_f=\mathbb{R}-\{۱\} \\ g(x)=\dfrac{}{x^{۲}-۱} & D_g=\mathbb{R}-\{\pm ۱\} \end{cases} \quad D_f \neq D_g$$

$$(۳)\begin{cases} f(x)=\dfrac{}{\sqrt{x}} & D_f=(۰,+\infty) \\ g(x)=\sqrt{x} & D_g=[۰,+\infty) \end{cases} \quad D_f \neq D_g$$

$$(۴)\begin{cases} f(x)=\dfrac{}{x} & D_f=\mathbb{R}-\{۰\} \to f(x)\begin{cases} ۳ \\ -۳ & x<۰ \end{cases} \\ g(x)=\dfrac{}{|x|} & D_g=\mathbb{R}-\{۰\} \to g(x)\begin{cases} ۳ \\ -۳ & x<۰ \end{cases} \end{cases}$$

۱۲۵ ۴ ۳ ۲ **۱**

$$f(x)=x+\sqrt{-x^{۲}-۲x+۳}$$

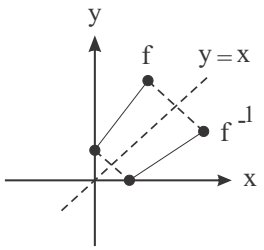
دامنهٔ تابع رادیکالی با فرج زوج برابر است با: $-x^{۲}-۲x+۳\geq ۰ \xrightarrow{x(-)}$

$$+۲x-۳\leq ۰ \to (x-۱)(x+۳)\leq ۰$$

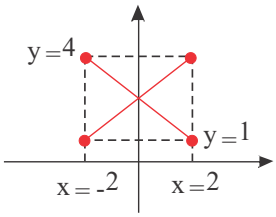
x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
P		+	ج	-	ج	+	

$$\to D_f=[-۳,۱]=[a,b] \to b-a=۱-(-۳)=۴$$

۱۲۶ ۴ ۳ **۲** ۱ کافیست نمودار f را نسبت به نیمساز قرینه کنیم.



۱۲۷ ۴ ۳ **۲** ۱ می‌توان برای حل سوال از نمودار استفاده کرد. با توجه به نمودار دو تابع خطی می توان رسم کرد که ویژگی موردنظر سوال را داشته باشد.

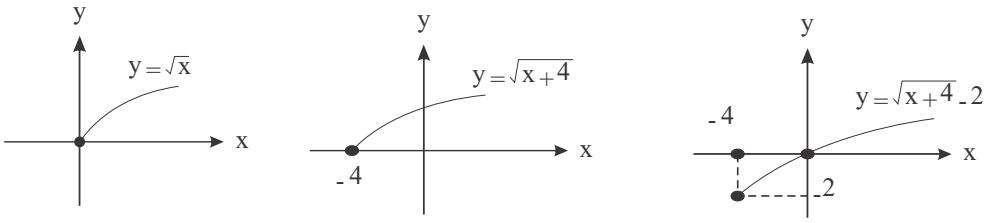


۱۲۸ ۴ **۳** ۲ ۱ روش اول:

ابتدا نمودار پایه موردنظر را شناسایی می‌نماییم و با توجه به جایگاه هر عدد تغییرات نمودار را اعمال می‌نماییم.

$$f(x)=\sqrt{x}\to f(x+۴)=\sqrt{x+۴}\to f(x+۴)\quad ۲=\sqrt{x+۴}-۲$$

۴ واحد به سمت چپ ↓ ↓ ۲ واحد به سمت پایین



روش دوم:

می توانیم با کمک نقطه یابی گزینه های نادرست را مشخص کرده و حذف کنیم و سپس پزینه درست را پیدا کنیم:

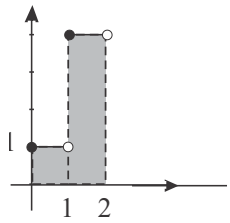
$f(x)=-۲+\sqrt{x+۴}\to x+۴\geqslant ۰\to x\geqslant -۴\to D_f=[-۴,+\infty)\to$ گزینهٔ یک حذف می شود

$f(-۴)=-۲+\sqrt{-۴+۴}=-۲+۰=-۲\to(-۴,-۲)\in f\to$ گزینهٔ چهار حذف می‌شود

$f(۰)=-۲+\sqrt{۰+۴}=-۲+۲=۰\to(۰,۰)\in f\to$ گزینهٔ دو حذف می شود

و گزینهٔ باقی‌مانده، گزینهٔ (۳) است.

۱۲۹ ۴ ۳ ۲ **۱** **برای محاسبهٔ مساحت باید تابع را رسم نمود.**



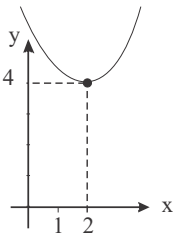
$$۱\leq x<۲\to y=۳(۱)+۱=۴$$

با توجه به نمودار دو مستطیل داریم:

۱۳۰ ۴ ۳ **۲** ۱ **ابتدا بهتر است تابع را ساده‌تر کنیم.**

$$f(x)=(x-۲)(x-۴)+۲x=x^۲-۴x+۸=x^۲-۴x+۴+۴=(x-۲)^۲+۴$$

با توجه به معادله نمودار $f(x)$ به شکل زیر می‌باشد.



با توجه به نمودار تابع فقط در بازهٔ مطرح شده در گزینهٔ ۲ یعنی $[-۱,۲]$ یک‌به‌یک می‌باشد.

۱۳۱ ۴ ۳ ۲ **۱** **باید توجه داشت اگر $A\Big|_b$ روی تابع f قرار داشته باشد، نقطهٔ $A'\Big|_a$ روی تابع وارون قرار دارد. پس داریم:**

$$f(x)=(a+۵)x+۲b$$

$$\begin{cases} f^{-1}(۱۱)=۳ \to f(۳)=۱۱ \to (a+۵)(۳)+۲b=۱۱ \to \\ f^{-1}(۷)=۲ \to f(۲)=۷ \to (a+۵)(۲)+۲b=۷ \to \end{cases}$$

$$\ominus \to \boxed{a=-۱}$$

$$\boxed{b=-\frac{۱}{۲}}$$

۱۳۲ ۴ **۳** ۲ ۱ باید محدودهٔ هر عدد را مشخص نماییم تا مقدار نهائی جزء صحیح را مشخص کنیم. اعداد بین صفر تا یک زمانی که توان می‌رسد هم بین صفر تا یک هستند.

$$۰<\frac{۳۷}{۴۱}<۱ \xrightarrow{()^۳} ۰<\left(\frac{۳۷}{۴۱}\right)^۳<۱ \to \left[\left(\frac{۳۷}{۴۱}\right)^۳\right]=۰$$

$$-۱<-\frac{۱۳}{۵۱}<۰ \xrightarrow{()^۵} -۱<\left(-\frac{۱۳}{۵۱}\right)^۵<۰ \to \left[\left(-\frac{۱۳}{۵۱}\right)^۵\right]=-۱$$

مقدار نهائی برابر است با: -۱

$$۰+(-۱)=-۱$$

۱۳۳ ۴ **۳** ۲ ۱ با توجه به دامنهٔ توابع گویا که برابر $\mathbb{R}-\{\text{ریشه مخرج}\}$ می‌باشد می‌توان نتیجه گرفت مخرج این تابع فقط یک ریشه خواهد داشت و $\Delta=۰$ می‌باشد.

$$x^۲+۶x+a=۰ \xrightarrow{\Delta=۰} \Delta=(۶)^۲-۴(a)=۰$$

$$۳۶-۴a=۰ \to \boxed{a=۹} \to x^۲+۶x+۹=۰ \to (x+۳)^۲=۰ \to \boxed{x=-۳}$$

پس دامنه به‌صورت $D_f=\mathbb{R}-\{-۳\}$ می‌باشد و $\boxed{b=-۳} \leftarrow a+b=۹-۳=۶$

۱۳۴ ۴ ۳ ۲ **۱** نکته: برای تابع وارون‌پذیر f داریم: $(a,b)\in f \Leftrightarrow (b,a)\in f^{-1}$

نکته: دو زوج مرتب (a,b) و (c,d) برابرند، اگر و تنها اگر: $a=c\ ,\ b=d$

$$f=\{(۲,a+۱),(\sqrt{b},۳)\} \Rightarrow f^{-1}=\{(a+۱,۲),(۳,\sqrt{b})\}$$

از طرفی طبق فرض داریم:

$$f^{-1}=\{(a-۱,c+۱),(d,b-۲)\}$$

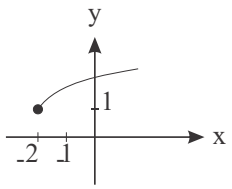
بنابراین: $\{(a+۱,۲),(۳,\sqrt{b})\}=\{(a-۱,c+۱),(d,b-۲)\}$

واضح است که $a+۱\neq a-۱$، پس:

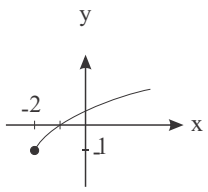
$$\begin{cases} (۳,\sqrt{b})=(a-۱,c+۱) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۲=b-۲ \Rightarrow \boxed{b=۴} \\ ۳=a-۱ \Rightarrow \boxed{a=۴} \\ a+۱=d \xrightarrow{a=۴} \boxed{d=۵} \\ \sqrt{b}=c+۱ \xrightarrow{b=۴} \boxed{c=۱} \end{cases}$$

بنابراین: $a+b+c+d=۴+۴+۱+۵=۱۴$

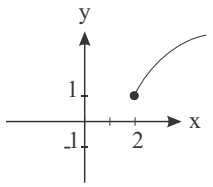
۱۳۵ ۴ **۳** ۲ ۱ گزینهٔ «۱»: برای رسم نمودار تابع $f(x)=\sqrt{x+۲}+۱$، نمودار تابع $y=\sqrt{x}$ را دو واحد به چپ و یک واحد به بالا انتقال می‌دهیم.



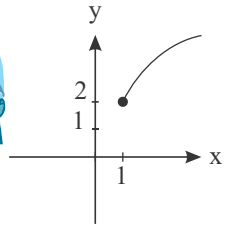
گزینهٔ «۲»: برای رسم نمودار تابع $f(x)=\sqrt{x+۲}-۱$، نمودار تابع $y=\sqrt{x}$ را دو واحد به چپ و یک واحد به پایین انتقال می‌دهیم.



گزینهٔ «۳»: برای رسم نمودار تابع $f(x)=\sqrt{x-۲}+۱$، نمودار تابع $y=\sqrt{x}$ را دو واحد به راست و یک واحد به بالا انتقال می‌دهیم.



گزینهٔ «۴»: برای رسم نمودار تابع $f(x)=\sqrt{x-۱}+۲$، نمودار تابع $y=\sqrt{x}$ را یک واحد به راست و دو واحد به بالا انتقال می‌دهیم.



۱۳۶ ۴ **۳** ۲ ۱ شرط آنکه دو تابع مساوی باشند، آن است که:

۱ – دامنهٔ دو تابع یکسان باشد.

۲ – برای هر x از دامنه، مقادیر دو تابع با هم برابر باشند.

این دو شرط باید هر دو برقرار باشند، یعنی اگر یکی برقرار نباشد، دو تابع مساوی نیستند.

$$۱)D_f=D_g=R\ ,\ f(-۲)=۲\ ,\ g(-۲)=-۲\Rightarrow f(-۲)\neq g(-۲)$$

$$۲)D_f=D_g=R-\{۰\}\ ,\ f(-\frac{۱}{۲})=۱\ ,\ g(-\frac{۱}{۲})=-۱\Rightarrow f(-\frac{۱}{۲})\neq g(-\frac{۱}{۲})$$

$$۴)D_f=R\ ,\ D_g=R-\{۰\}\Rightarrow D_f\neq D_g$$

$$۳)D_f=R\ ,\ |x|+۱=۰\Rightarrow |x|=-۱\ \text{معادله جواب ندارد}\Rightarrow D_g=R\Rightarrow D_f=D_g=R$$

$$f(x)=|x|-۱\ ,\ g(x)=\frac{-۱}{|x|+۱}\xrightarrow{x^۲=|x|^۲}g(x)=\frac{-۱}{|x|+۱}=\frac{\quad}{|x|+۱}$$

$$\Rightarrow g(x)=|x|-۱\Rightarrow f(x)=g(x)$$

تابع

۱۳۷ ۴ **۳** ۲ ۱ قدم اول حل سوال تعیین محدودهٔ x می‌باشد. با توجه به اینکه جواب جزء صحیح برابر یک شده است، عبارت درون جزء صحیح بین ۱ تا ۲ قرار داشته باشد:

$$\left[\frac{x-۳}{۲}\right]=۱ \to ۱ \le \frac{x-۳}{۲} < ۲ \xrightarrow{\times ۲} ۲ \le x-۳ < ۴ \xrightarrow{+۴}$$

$$۶ \le x+۱ < ۸ \xrightarrow{\div ۲} ۳ \le \frac{x+۱}{۲} < ۴ \xrightarrow{[\,]} \left[\frac{x+۱}{۲}\right]=۳$$

۱۳۸ ۴ ۳ ۲ **۱**

طبق خواص جزء صحیح می توان عدد صحیح را از داخل جزء صحیح خارج نمود:

$$۳ \le x < ۴ \Rightarrow [x]=۳ \Rightarrow y=۱$$

بنابراین برد تابع در بازهٔ داده شده شامل یک مقدار مثبت است.

۱۳۹ ۴ **۳** ۲ ۱ ابتدا باید مقدار a را تعیین نماییم. برای تعیین مقدار a دامنه تابع f را بررسی می‌نماییم.

$$f(x)=\sqrt{۲x+۱} \to ۲x+۱ \ge ۰ \to x \ge -\frac{۱}{۲}$$

$$D_f=[-\frac{۱}{۲},+\infty)=[a,+\infty) \to \boxed{\frac{۱}{۲}}$$

$$g(x)=\left[-\frac{۳}{۲}x\right] \to g(۲a)=g(۲(-\frac{۱}{۲}))=g(-۱)=\left[-\frac{۳}{۲}(-۱)\right]=\left[\frac{۳}{۲}\right]=۱$$

۱۴۰ ۴ **۳** ۲ ۱ اگر وارون یک تابع، خود یک تابع باشد، آنگاه تابع یک‌به‌یک است، پس f باید یک‌به‌یک باشد.

از آنجا که نمودار تابع f یک سهمی است، برای یک به یک بودن، بازهٔ (a,b) نباید شامل رأُس سهمی باشد.

$$x_{\text{رأس سهمی}}=\frac{-b}{۲a}=-\frac{}{۲\times(۲)}=\frac{۷}{۴}=۱/۷۵$$

از بین گزینه‌ها، تنها گزینهٔ (۳) شامل رأس سهمی نمی‌باشد.

۱۴۱ ۴ ۳ ۲ **۱** با قرار دادن اعضای مجموعهٔ A به جای x، تابع f را می‌نویسیم:

$$f=\{(۱,۵),(۲,۳),(۳,۱),(۴,-۱)\} \Rightarrow f^{-۱}(۳)=۲\ ,\ f(۱)=۵ \Rightarrow f^{-۱}(۳)+f(۱)=۲+۵=۷$$

۱۴۲ ۴ ۳ **۲** ۱

$$(۲,۶)\in f^{-۱} \Rightarrow (۶,۲)\in f \Rightarrow f(۶)=۲ \Rightarrow ۲=\frac{۲}{۳}\times(۶)+a \Rightarrow ۲=۴+a \Rightarrow \boxed{a=-۲}$$

ضابطهٔ $f^{-۱}$ را به دست می‌آوریم:

$$y=\frac{۲}{۳}x-۲ \Rightarrow \frac{۲}{۳}x=y+۲ \Rightarrow x=\frac{۳}{۲}(y+۲)$$

$$\Rightarrow x=\frac{۳}{۲}y+۳ \xrightarrow[x,y \text{ جای}]{\text{عوض کردن}} y=\frac{۳}{۲}x+۳ \Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{۳}{۲}x+۳ \Rightarrow f^{-۱}(۰)=۳$$

۱۴۳ ۴ ۳ ۲ **۱**

$$f^{-۱}(۲)=a \Rightarrow f(a)=۲$$

$$f^{-۱}(-۲)=b \Rightarrow f(b)=-۲$$

اگر $a \le ۰$ باشد: $f(a)=۲a-۱=۲ \Rightarrow ۲a=۳ \Rightarrow a=\frac{۳}{۲}$ غ‌ق‌ق

اگر $a > ۰$ باشد: $f(a)=a-۱=۲ \Rightarrow \boxed{a=۳}$

اگر $b \le ۰$ باشد: $f(b)=۲b-۱=-۲ \Rightarrow ۲b=-۱ \Rightarrow \boxed{\frac{۱}{۲}}$

اگر $b > ۰$ باشد: $f(b)=b-۱=-۲ \Rightarrow b=-۱$ غ‌ق‌ق

$$\Rightarrow f^{-۱}(۲)+f^{-۱}(-۲)=۳-\frac{۱}{۲}=\frac{۵}{۲}$$

۱۴۴ ۴ ۳ **۲** ۱ چون $D_{f-g}=\{۱,۳\}$ پس ۳ و ۱ حتماً در دامنهٔ g هستند. همچنین ممکن است دامنهٔ g شامل عضوهای دیگری هم باشد.

$$(۱,-۴) \in f-g \Rightarrow (f-g)(۱)=-۴ \Rightarrow f(۱)-g(۱)=-۴ \Rightarrow ۴-g(۱)=-۴ \Rightarrow \boxed{g(۱)=۸}$$

$$(۳,۱) \in f-g \Rightarrow (f-g)(۳)=۱ \Rightarrow f(۳)-g(۳)=۱ \Rightarrow ۴-g(۳)=۱ \Rightarrow \boxed{g(۳)=۳}$$

$$\Rightarrow g(۱)-۲g(۳)=۸-۶=۲$$

۱۴۵ ۴ **۳** ۲ ۱ برای تشکیل $f \times g$ ابتدا باید دامنهٔ مشترک f و g را مشخص نماییم سپس در هر بخش ضابطه‌ها را در هم ضرب نماییم.

$$\left.\begin{array}{l} D_f=(-\infty,-۳)\cup(۱,+\infty) \\ D_g=(-\infty,-۵)\cup(-۲,۲) \end{array}\right\} D_{f\times g}=D_f\cap D_g=(-\infty,-۵)\cup(۱,۲)$$

حال در هر بخش از دامنهٔ مشترک ضابطه‌های مرتبط را در هم ضرب می‌نماییم:

$$(f\times g)(x)\begin{cases}(x)(۲x^۲) \\ x\cdot\binom{۱}{x} \quad x<-۵\end{cases} \rightarrow (f\times g)(x)\begin{cases}۲x^۳ \\ ۱ \quad x<-۵\end{cases}$$

۱۴۶ ۴ ۳ **۲** ۱ برای محاسبهٔ پارامتر b می‌توان از دامنه استفاده کرد.

$$=[-۱,+\infty) \rightarrow x \geqslant -۱$$

$$f(x)=a+\sqrt{x+b} \rightarrow x+b \ge ۰ \rightarrow x \ge -b \xrightarrow{x\ge -۱} \begin{array}{l}-b=-۱ \\ \boxed{b=۱}\end{array}$$

برای محاسبه پارامتر a مختصات نقطهٔ $(-۱,۱)$ در تابع جایگذاری می‌نماییم

$$۱=a+\sqrt{-۱+۱} \rightarrow a=۱ \rightarrow f(x)=۱+\sqrt{x+۱}$$

$$f(\frac{۵}{۴})=۱+\sqrt{\frac{۵}{۴}+۱}=۱+\sqrt{\frac{۹}{۴}}=۱+\frac{۳}{۲}=\frac{۵}{۲}$$

۱۴۷ ۴ ۳ ۲ ۱ هرگاه دو خط نسبت به نیمساز قرینه باشند. شیب یکی معکوس دیگری است یا حاصل‌ضرب شیب آن‌ها یک خواهد بود.

$$m_f \times m_{f^{-1}} = ۱ \to (m)(۴m) = ۱ \to m^۲ = \frac{۱}{۴} \to m = \pm\frac{۱}{۲}$$

۱۴۸ ۴ ۳ ۲ ۱ تنها در نمودار گزینهٔ «۴» هر خط موازی محور yها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند (شرط تابع بودن) و هر خط موازی محور xها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند (شرط یک به یک بودن).

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: تابع نیست.

گزینه‌های ۲ و ۳: یک به یک نیستند.

۱۴۹ ۴ ۳ ۲ ۱ تعداد درون تابع منحنی را در راستای محور xها و خلاف جهت جابه‌جا می‌نماید و اعداد بیرون تابع که با تابع جمع جبری شوند نمودار را در راستای محور yها و هم جهت جابه‌جا می‌نماید. ضمناً قرینه شدن نسبت به محور xها به علت وجود منفی پشت تابع می‌باشد.

$$f(x) = |x| \xrightarrow{\text{یک واحد به چپ}} f(x+۱) = |x+۱|$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x \text{ ها}} -f(x+۱) = -|x+۱| \xrightarrow{\text{یک واحد بالا}} -f(a+۱)+۱ = -|x+۱|+۱$$

$$g(x) = -|x+۱|+۱ \to g(\sqrt{۲}-۱) = -\left|\sqrt{۲}-۱+۱\right|+۱ = -\sqrt{۲}+۱$$

۱۵۰ ۴ ۳ ۲ ۱ ابتدا معادلهٔ سهمی را به دست می‌آوریم. $x = ۲$ و $x = ۴$ ریشه‌های تابع درجه دوم هستند:

$$f(x) = a'(x-۲)(x-۴)$$

$$\xrightarrow{\text{نقطه } (۰,۸) \text{ در معادله صدق می‌کند.}} ۸ = a'(۰-۲)(۰-۴) \Rightarrow ۸a' = ۸ \Rightarrow a' = ۱ \Rightarrow f(x) = (x-۲)(x-۴)$$

وارون g، نمودار را در نقاط ۱ و ۳ قطع می‌کند، پس:

$$x = ۳ \Rightarrow f(۳) = (۳-۲)(۳-۴) = ۱(-۱) = -۱ \Rightarrow (۳,-۱) \in g^{-۱}$$

حال معادلهٔ خط $g^{-۱}$ را می‌یابیم:

$$m = \frac{}{۱-۳} = \frac{۴}{-۲} = -۲ \Rightarrow y-۳ = -۲(x-۱)$$

$$\Rightarrow y = -۲x+۵ \Rightarrow g^{-۱}(x) = -۲x+۵$$

حال وارون $g^{-۱}(x)$ را به دست می‌آوریم:

$$\Rightarrow x = \frac{۵-y}{۲} \Rightarrow g(x) = \frac{۵-x}{۲}, g^{-۱}(x) = g(x) \Rightarrow -۲x+۵ = \frac{۵-x}{۲} \Rightarrow x = \frac{۵}{۳}$$

۱۵۱ ۴ ۳ ۲ ۱ ابتدا دامنه تابع $\frac{۴}{f^۲}$ را بررسی می‌نماییم. دامنه این تابع همان دامنه f است. به‌جز ریشه‌های مخرج یا همان ریشه های $f^۲$، دامنه شامل $\{۰,-۱\}$ می‌باشد، لذا $f(۱) = ۰$ خواهد بود.

$$f(۱) = ۰ \to \boxed{b = ۰}$$

$$(\frac{۴}{f^۲})(-۱) = ۱ \to \frac{۴}{f^۲(-۱)} = ۱ \to f^۲(-۱) = ۴ \to \boxed{a^۲ = ۴}$$

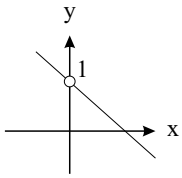
$$a^۲ - b^۲ = ۴ - ۰ = ۴$$

۱۵۲ ۴ ۳ **۲** ۱ برای محاسبه برد ابتدا تابع $f - g$ را تشکیل می‌دهیم.

$$\begin{matrix} D_f = \mathbb{R} - \{۰\} \\ D_g = \mathbb{R} - \{۰\} \end{matrix} \to D_{f-g} = \mathbb{R} - \{۰\}$$

$$f(x) - g(x) = \frac{\quad}{x} - \frac{x^۲ + ۱}{x} = \frac{x + ۱ - x^۲ - ۱}{x} = \frac{\quad}{x} = \frac{\quad}{x} \xlongequal{\text{با فرض } x \neq ۰} ۱ - x$$

حال خط $y = ۱ - x$ را با توجه به دامنه $D_{f-g} = \mathbb{R} - \{۰\}$ رسم می‌نماییم.

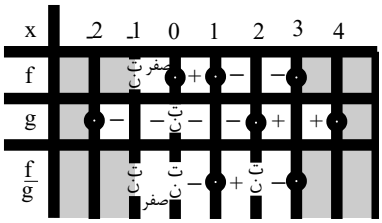


$$D_{f-g} = \mathbb{R} - \{۱\}$$

۱۵۳ ۴ ۳ ۲ **۱** باید عبارت زیر رادیکال بزرگ‌تر یا مساوی صفر باشد:

$$(\ _g)(x) \geq ۰$$

از تعیین علامت استفاده می‌کنیم:



با توجه به جدول تعیین علامت داریم:

$$\left(\ _g\right)(x) \geq ۰ \Rightarrow \text{مجموعه جواب} = (-۱, ۰) \cup [۱, ۲) \cup \{۳\}$$

۱۵۴ ۴ **۳** ۲ ۱ دو تابع زمانی با هم برابرند که اولاً دامنهٔ یکسان داشته باشند و ثانیاً ساده شدهٔ ضابطهٔ آنها یکسان باشد. با توجه به متن سوال دامنهٔ دو تابع برابر است:

$$D_f = D_g = \mathbb{R}$$

حال ساده شدهٔ ضابطه‌ها را بررسی می‌نماییم:

$$x \neq -\frac{۱}{۳} \to f(x) = \frac{۹ \quad - ۱}{۳x + ۱} = \frac{\quad}{۳x + ۱} \xlongequal{\text{با فرض } x \neq -\frac{۱}{۳}} ۳x - ۱$$

پس به‌ازای $x \neq -\frac{۱}{۳}$ دو تابع برابرند.

$$x = -\frac{۱}{۳} \to g(-\frac{۱}{۳}) = ۳(-\frac{۱}{۳}) - ۱ = -۲$$

$$x = -\frac{۱}{۳} \to f(-\frac{۱}{۳}) = k - \frac{۱}{۳}$$

$$\xrightarrow{f=g} k - \frac{۱}{۳} = -۲ \to k = -۲ + \frac{۱}{۳} = -\frac{۵}{۳}$$

۱۵۵ ۱ ۲ **۳** ۴

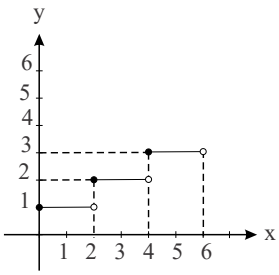
$$y=\left[\frac{۲+x}{۲}\right]=\left[۱+\frac{x}{۲}\right]=\left[\frac{x}{۲}\right]+۱$$

$$۰\le\frac{x}{۲}<۱\Rightarrow\left\{۰\le x<۲\right.$$

$$۱\le\frac{x}{۲}<۲\Rightarrow\left\{۲\le x<۴\right.$$

$$۲\le\frac{x}{۲}<۳\Rightarrow\left\{۴\le x<۶\right.$$

اکنون پاره‌خط‌های حاصل را رسم می‌کنیم:



۱۵۶ ۱ **۲** ۳ ۴ در مورد (الف) با رسم تابع می‌توان مشخص کرد، که تابع یک‌به‌یک است هم‌چنین در مورد (ت) تابع یک‌به‌یک است.

در نمودار مختصاتی تابع اگر هر خط موازی محور xها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند، تابع یک‌به‌یک است.

۱۵۷ ۱ ۲ **۳** ۴

$$f(x)=\frac{۳x-۱}{۲}\Rightarrow y=\frac{۳x-۱}{۲}$$

جای x و y را عوض می‌کنیم:

$$x=\frac{۳y-۱}{۲}\Rightarrow ۲x=۳y-۱\Rightarrow ۳y=۲x+۱\Rightarrow y=\frac{۲x+۱}{۳}\Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{۲x+۱}{۳}$$

۱۵۸ ۱ ۲ **۳** ۴ برای حل سوال ابتدا باید دامنهٔ هر دو ضابطه را تعیین نماییم و بین آن‌ها اشتراک بگیریم:

$$f(x)=\sqrt{x+۳}\to x+۳\ge ۰\to x\ge -۳$$

$$g(x)=\quad \overline{a}-\overline{x}\to a-x\ge ۰\to x\le a$$

$$D_{f-g}=D_f\cap D_g=[-۳,a]=[-۳,۱۰]\to\boxed{a=۱۰}$$

حال برای محاسبهٔ پارامتر b باید تابع $f+g$ را بسازیم:

$$(f+g)(x)=f(x)+g(x)=\sqrt{x+۳}+\sqrt{a-x}+۲b$$

$$(f+g)(۶)=f(۶)+g(۶)=\sqrt{۶+۳}+\sqrt{۱۰-۶}+۲b$$

$$۳+۲+۲b=۶\to ۲b=۱\to\boxed{b=\frac{۱}{۲}}$$

پس جواب نهائی برابر است با:

$$a+b=۱۰+\frac{۱}{۲}=\frac{۲۱}{۲}$$

۱۵۹ ۱ ۲ ۳ **۴** برای محاسبه f و g می‌توان یک دستگاه تشکیل داد:

$$(f-g)(x)=۲-x \rightarrow \begin{cases} f(x)-g(x)=۲-x \\ \boxed{+}\ \ ۲f(x)=۲x+۳ \end{cases}$$

$$\boxed{f(x)=\frac{۲x+۳}{۲}}$$

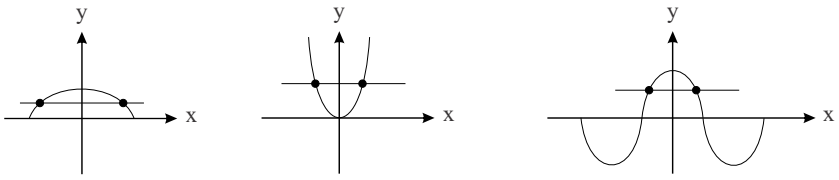
$$g(x)=(۳x+۱)-f(x)=۳x+۱-\frac{۲x+۳}{۲}$$

$$g(x)=\frac{۴x-۱}{۲} \rightarrow \boxed{g(x)=۲x-\frac{۱}{۲}}$$

$$(\ _g)(۶)=\frac{}{g(۶)}=\frac{\frac{۱۵}{۲}}{\frac{۲۳}{۲}}=\frac{۱۵}{۲۳}$$

۱۶۰ ۱ **۲** ۳ ۴ نکته: تابع یک‌به‌یک، تابعی است که هر خط موازی محور xها نمودار آن را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

با توجه به نکتهٔ بالا و نمودارهای زیر، گزینهٔ ۲ پاسخ است.



گزینه1 گزینه3 گزینه4

۱۶۱ ۱ ۲ **۳** ۴

نکته: $\ _{\overline{g}}=D_f\cap D_g-\{x|g(x)=۰\}$

$f(x)$ و $g(x)$ هر دو چندجمله‌ای هستند، پس $D_f=D_g=\mathbb{R}$. اکنون با استفاده از نکتهٔ بالا داریم:

$$\ _{\overline{g}}=\mathbb{R}\cap\mathbb{R}-\{x|x-۲=۰\}=\mathbb{R}-\{x|x=۲\}=\mathbb{R}-\{۲\}$$

۱۶۲ ۱ ۲ ۳ **۴**

نکته: $D_{f+g}=D_f\cap D_g \quad , \quad (f+g)(x)=f(x)+g(x)$

$$\begin{cases} f=\{(۲,۵),(۳,۴),(۰,-۲)\}\Rightarrow D_f=\{۲,۳,۰\} \\ g=\{(-۱,۲),(۰,۳),(۲,۴),(۳,۰)\}\Rightarrow D_g=\{-۱,۰,۲,۳\} \end{cases} \Rightarrow D_{f+g}=\{۲,۳,۰\}$$

بنابراین:

۱۶۳ ۱ ۲ **۳** ۴

نکته: $D_{f\cdot g}=D_f\cap D_g \quad , \quad (f\cdot g)(x)=f(x)\cdot g(x)$

$$f(x)=\sqrt{x}+۱ \Rightarrow D_f=[۰,+\infty)$$
$$g(x)=\sqrt{x}-۱ \Rightarrow D_g=[۰,+\infty)$$

بنابراین $D_{f\cdot g}=[۰,+\infty)$ و داریم:

$$f(x)\cdot g(x)=(\sqrt{x}+۱)(\sqrt{x}-۱)=x-۱$$

پس نمودار تابع $y=x-۱$ با شرط $x\geq ۰$ موردنظر است، بنابراین گزینهٔ ۳ پاسخ است.

۱۶۴ ۴ ۳ **۲** ۱ روش اول:

برای حل سوال کافیست، از تعریف جزء صحیح استفاده کرد.

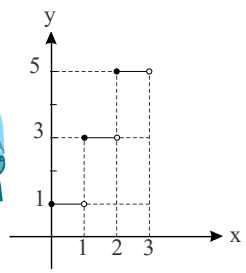
حال تک تک بازه‌های مطرح شده را می‌توان در ضابطه‌ها جایگذاری کنیم:

$$\begin{cases} ۰\leq x<۱ \rightarrow [x]=۰ \xrightarrow{f(x)=۱} f(x)=۲[x]+۱ \\ ۱\leq x<۲ \rightarrow [x]=۱ \xrightarrow{f(x)=۳} f(x)=۲[x]+۱ \\ ۲\leq x<۳ \rightarrow [x]=۲ \xrightarrow{f(x)=۵} f(x)=۲[x]+۱ \end{cases}$$

روش دوم:

ابتدا نمودار تابع را رسم می کنیم.

با توجه به اینکه فاصلهٔ قائم پله ۲ واحد و طول پله‌ها یک واحد است، تابع به صورت $y=۲[x]+b$ می باشد که تنها گزینهٔ ۲ صحیح می‌باشد.



۱۶۵ ۴ ۳ **۲** ۱ برای حل می‌توان از خاصیت $[x]+\overset{\uparrow}{k}=[x+k]$ استفاده کرد.

$$۲[x]+۲=۱۰ \rightarrow ۲[x]=۸ \rightarrow [x]=۴ \rightarrow ۴\leq x<۵$$

۱۶۶ ۴ ۳ **۲** ۱ برای محاسبهٔ b,a کافیست، وارون تابع f را محاسبه و معادل f قرار می‌دهیم:

$$f(x)=۳x-a \rightarrow y=۳x-a \xrightarrow{\text{وارون}} x+a$$
$$۳$$

$$f^{-۱}(x)=\frac{x+a}{۳}=\frac{}{b} \rightarrow \begin{cases} \\ b=۳ \end{cases} \rightarrow a+b=۲$$

۱۶۷ ۴ ۳ **۲** ۱ نکته: دو تابع f و g را برابر نامیم، هرگاه:

الف) دامنهٔ تابع f و دامنهٔ تابع g با هم برابر باشند.

ب) به‌ازای هر x از این دامنهٔ یکسان داشته باشیم: $f(x)=g(x)$.

با استفاده از نکتهٔ بالا، هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ ۱ : $\begin{cases} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} \\ g(x) = \frac{x^۲ - x}{x - ۱} \quad \Rightarrow D_g = \mathbb{R} = \{۱\} \end{cases} \Rightarrow D_f \neq D_g \Rightarrow f \neq g$

گزینهٔ ۲ : $\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x-۲}}{x-۲} \quad \Rightarrow D_f = (۲, +\infty) \\ g(x) = \frac{۱}{\sqrt{x-۲}} \quad \Rightarrow D_g = (۲, +\infty) \end{cases} \Rightarrow D_f = D_g$

همچنین داریم $f(x) = \frac{\sqrt{x-۲}}{(\sqrt{x-۲})^۲} = \frac{۱}{\sqrt{x-۲}}$. پس به‌ازای هر $x \in D_f = D_g$، داریم $f(x) = g(x)$. بنابراین:

گزینهٔ ۳ : $\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^۲(x-۱)} \Rightarrow D_f = [۱, +\infty) \cup \{۰\} \\ g(x) = |x|\sqrt{x-۱} \Rightarrow D_g = [۱, +\infty) \end{cases} \Rightarrow D_f \neq D_g \Rightarrow f \neq g$

گزینهٔ ۴ : $\begin{cases} f(x) = \frac{}{x} \\ g(x) = \frac{}{x} \end{cases} : f(۱) = ۰ \ , \ g(۱) = ۲ \Rightarrow f \neq g$

۱۶۸ ۴ **۳** ۲ ۱ نکته: اگر $f(x)$ و $g(x)$ دو تابع با دامنهٔ D_f و D_g باشند، آنگاه حاصل‌ضرب آن‌ها که با نماد $(f \times g)(x)$ نمایش داده می‌شود، تابعی با دامنهٔ $D_{f\times g} = D_f \cap D_g$ و ضابطهٔ $(f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$ است.

طبق فرض داریم:

$$f = \{(۲,۴), (۴,۶), (۵,۰)\} \Rightarrow D_f = \{۲,۴,۵\}$$
$$g = \{(۵,-۲), (۷,۰), (۶,۱), (۲,۰)\} \Rightarrow D_g = \{۵,۷,۶,۲\}$$

اکنون با استفاده از نکتهٔ بالا داریم:

$$D_{f\times g} = D_f \cap D_g = \{۲,۴,۵\} \cap \{۵,۷,۶,۲\} = \{۲,۵\}$$
$$f \times g = \{(۲, f(۲) \times g(۲)), (۵, f(۵) \times g(۵))\} = \{(۲,۰), (۵,۰)\}$$

۱۶۹ ۴ ۳ ۲ **۱** نکته: با فرض $a > ۰$، اگر نمودار $y = f(x)$ را a واحد به سمت راست (چپ) انتقال دهیم، ضابطهٔ تابع به‌صورت درمی‌آید.

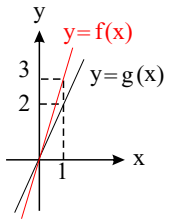
نکته: با فرض $a > ۰$، اگر نمودار $y = f(x)$ را a واحد به سمت بالا (پایین) انتقال دهیم، ضابطهٔ تابع به‌صورت درمی‌آید.

نکته: اگر نمودار $y = f(x)$ را نسبت به محور xها قرینه کنیم، ضابطهٔ تابع به‌صورت $y = -f(x)$ درمی‌آید.

با استفاده از نکتهٔ بالا داریم:

$$y = |x| \xrightarrow[\text{به راست}]{\text{دو واحد}} y = |x-۲| \xrightarrow[\text{به پایین}]{\text{یک واحد}} y = |x-۲| - ۱ \xrightarrow[\text{محور طول‌ها}]{\text{قرینه نسبت به}} y = -(|x-۲| - ۱) = ۱ - |x-۲|$$

۱۷۰ ۴ **۳** ۲ ۱



روش اول:

نکته: اگر $f(x)$ و $g(x)$ دو تابع با دامنهٔ D_f و D_g باشند، آنگاه حاصل جمع آن‌ها که با نماد $(f+g)(x)$ نمایش داده می‌شود، تابعی با دامنهٔ $D_{f+g}=D_f\cap D_g$ و ضابطهٔ است.

نکته: نمودار تابع خطی در حالت کلی به‌صورت است.

در صورتی که نمودار تابع از مبدأ مختصات بگذرد، ضابطهٔ آن به‌صورت $y=ax$ درمی‌آید.نمودار $f(x)$ از مبدأ مختصات می‌گذرد، پس ضابطه‌اش به‌صورت $f(x)=ax$ است.

با توجه به نمودار، نقطهٔ $(۱,۳)$ روی این تابع قرار دارد، پس:$f(۱)=۳\Rightarrow a=۳\Rightarrow f(x)=۳x$

نمودار $g(x)$ از مبدأ مختصات می‌گذرد، پس ضابطه‌اش به‌صورت $g(x)=a'x$ است. با توجه به نمودار، نقطهٔ $(۱,۲)$ روی این تابع قرار دارد، پس:$g(۱)=۲\Rightarrow a'=۲\Rightarrow g(x)=۲x$

بنابراین:

دقت کنید که دامنهٔ این تابع برابر است با:$D_{f+g}=D_f\cap D_g=\mathbb{R}\cap\mathbb{R}=\mathbb{R}$

روش دوم:

تابع خطی $y=f(x)$ از نقاط $(۱,۳),(۰,۰)$ و تابع خطی $y=۶(x)$ از نقاط $(۰,۰),(۱,۲)$ می گذرد پس تابع $y=(f+y)(x)$ از نقاط $(۰,۰),(۱,۵)$ می گذرد، داریم:

$$a=\frac{}{۱-۰}=\frac{۵}{۱}=۵\rightarrow\boxed{y=(f+g)(x)=۵x}$$

۱۷۱ ۴ ۳ ۲ **۱** نکته: اگر $f(x)$ و $g(x)$ دو تابع با دامنهٔ D_f و D_g باشند، آنگاه حاصل تقسیم $g(x)$ بر D_f که با نماد $(\ _f)(x)$ نمایش داده می‌شود، تابعی با دامنهٔ $\ _{\overline{f}}=D_g\cap D_f-\{x|f(x)=۰\}$ و ضابطهٔ $(\ _f)(x)=\frac{}{f(x)}$ است.

طبق فرض داریم:

$$f=\{(۲,۳),(۴,۵),(۳,۱۰)\}\Rightarrow D_f=\{۲,۴,۳\}$$
$$g=\{(۳,۴),(-۲,۱),(۴,۲),(۵,۳)\}\Rightarrow D_g=\{۳,-۲,۴,۵\}$$

اکنون با استفاده از نکتهٔ بالا داریم:

$$\ _{\overline{f}}=D_g\cap D_f-\{x|f(x)=۰\}=\{۳,-۲,۴,۵\}\cap\{۲,۴,۳\}-\{\}=\{۳,۴\}$$

$$\ _{\overline{f}}=\left\{(۳,\frac{}{f(۳)}),(۴,\frac{}{f(۴)})\right\}=\left\{(۳,\frac{۴}{۱۰}),(۴,\frac{۲}{۵})\right\}$$

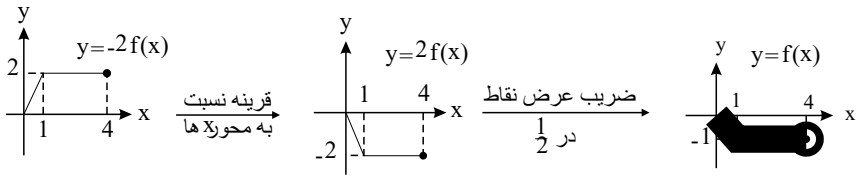
بنابراین برد این تابع عبارت است از: $\ _{\overline{f}}=\left\{\begin{matrix}۲\\۵\end{matrix}\right\}$

۱۷۲ **۴** ۳ ۲ ۱ روش اول:

نکته: با فرض $k>۰$، برای رسم نمودار $y=kf(x)$ کافی است عرض هر نقطه روی نمودار تابع $y=f(x)$ را k برابر کنیم.

نکته: برای رسم نمودار $y=-f(x)$ کافی است نمودار تابع $y=f(x)$ را نسبت به محور xها قرینه کنیم.

با استفاده از نکات بالا، داریم:



بنابراین گزینهٔ ۴ پاسخ است.

روش دوم:

$$(۴,۲) \in -۲f(x) \to -۲f(۴) = ۲ \to f(۴) = -۱$$

جواب فقط گزینهٔ ۴ است.

۱۷۳ ۴ **۳** ۲ ۱ برای تعیین دامنه $y = \frac{}{g(x)}$ ابتدا باید دامنهٔ f و g را محاسبه نماییم:

$$f(x) = \frac{۲}{x-۲} - \frac{۲}{x-۲} \to D_f = \mathbb{R} - \{۲\}$$

$$g(x) = ۲ + \frac{۲}{x-۳} \to D_f = \mathbb{R} - \{۳\}$$

قبل از محاسبهٔ دامنهٔ نهایی باید ریشهٔ تابع g که در مخرج قرار گرفته محاسبه شود:

$$g(x) = ۲ + \frac{۱}{x-۳} = ۰ \to \frac{۱}{x-۳} = -۲ \to -۲x + ۶ = ۱ \to -۲x = -۵ \to x = \frac{۵}{۲}$$

حال با توجه به فرمول داریم:

$$\frac{}{g} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = ۰\}$$

$$D_f \cap D_g = (\mathbb{R} - \{۲\}) \cap (\mathbb{R} - \{۳\}) = \mathbb{R} - \{۲,۳\}$$

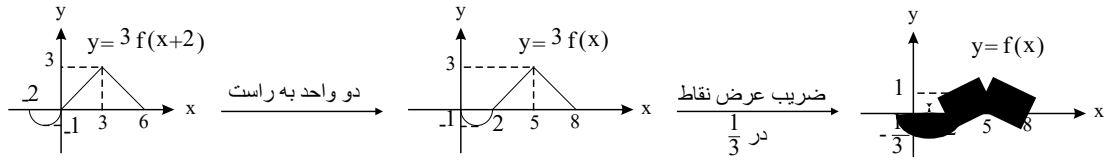
و نهایتاً ریشه‌های مخرج را از اشتراک کم می‌نماییم.

$$\frac{}{g} = \mathbb{R} - \{۲,۳\} - \left\{\frac{۵}{۲}\right\} = \mathbb{R} - \left\{۲,۳,\frac{۵}{۲}\right\} \to a + b + c = ۲ + ۳ + \frac{۵}{۲} = \frac{۱۵}{۲}$$

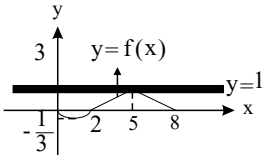
۱۷۴ ۴ ۳ ۲ **۱** نکته: با فرض $k > ۰$، برای رسم نمودار $y = kf(x)$ کافی است عرض هر نقطه روی نمودار تابع $y = f(x)$ را k برابر کنیم.

نکته: با فرض $a > ۰$، اگر نمودار $y = f(x)$ را a واحد به سمت راست (چپ) انتقال دهیم، ضابطهٔ تابع به‌صورت درمی‌آید.

ابتدا با استفاده از نکات بالا، نمودار تابع $y = f(x)$ را رسم می‌کنیم:



بنابراین نمودار تابع $f(x)$، نمودار $y = ۱$ را در یک نقطه قطع می‌کند.



۱۷۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ابتدا توابع داده شده را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x)=\begin{cases} \\ x & x\geq ۲\end{cases} \quad , \quad g(x)=\begin{cases} \\ ۳x & x\geq ۲\end{cases}$$

اکنون داریم:

$$f(x)-g(x)=\begin{cases} \\ x-۳x & x\geq ۲\end{cases} = \begin{cases} \\ -۲x & x\geq ۲\end{cases}$$

بنابراین:

$$f(x)-g(x)=\begin{cases} & x<۱ \quad \text{یا} \\ -۳x & ۱\leq x<۲\end{cases}$$

۱۷۶ ۴ ۳ ۲ ۱ ابتدا باید دامنه تابع $f-g$ را محاسبه نماییم و کافیست بین دامنه اشتراک بگیریم

$$D_{f-g}=D_f\cap D_g=\{۱,۰,a\}\cap\{-۱,۲,۰\}=\{۰,-۲\}\rightarrow a=-۲$$

$$f=\{(۱,۲),(۰,۴),(-۲,۰)\} \qquad g=\{(-۱,۲),(-۲,۱),(۰,۴)\}$$

حال باید $x=۰$, $x=-۲$ را در تابع جایگذاری نماییم:

$$x=۰\rightarrow y=\frac{}{f(۰)}=\frac{۴}{۴}=۱$$

$$x=-۲\rightarrow y=\frac{}{f(-۲)}=\frac{۱}{۰} \quad \text{تعریف نشده} \quad \rightarrow \frac{}{f}=\{(۰,۱)\}$$

۱۷۷ ۴ ۳ ۲ ۱ با توجه به محدودهٔ پارامترهای a و b ابتدا قدر مطلق‌ها را برمی‌داریم.

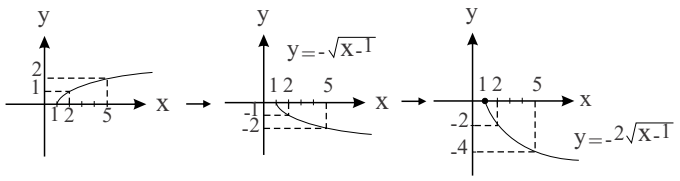
$$|x-۱|=\begin{cases} \\ -(x-۱) & x<۱\end{cases} \qquad |x-۳|=\begin{cases} \\ -(x-۳) & x<۳\end{cases}$$

حال می‌توان تابع $f+g$ را بسازیم.

$$(f+g)(x)=\begin{cases} \\ ۲(x-۱)-(x-۳) & x\geq ۳\end{cases} \Rightarrow (f+g)(x)=\begin{cases} \\ x+۱ & x\geq ۳\end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l}(f+g)(a)\overset{۱<a<۳}{=\!=\!=}۳a-۵\\(f+g)(b)\overset{b<۱}{=\!=}-b-۱\end{array}\right\}\rightarrow \frac{}{(f+g)(b)}=\frac{}{-b-۱}$$

۱۷۸ ۴ ۳ ۲ ۱ نمودار تابع $y=\sqrt{x-۱}$ را رسم کرده، سپس نسبت به محور xها قرینه کرده و عرض نقاط را دو برابر می‌کنیم.



روش دوم:

با کمک نقطه یابی می توانیم گزینه ها را حذف کنیم و به گزینهٔ درست برسیم:

$f(۱) = -۲\sqrt{۱-۱} = ۰ \rightarrow$ گزینهٔ سه حذف می‌شود

$f(۲) = -۲\sqrt{۲-۱} = -۲ \rightarrow$ گزینهٔ یک و دوحذف می‌شود

$f(۵) = -۲\sqrt{۵-۱} = -۴ \rightarrow$ گزینهٔ چهار تأیید می‌شود

۱۷۹ ۴ **۳** ۲ ۱ قدم اول محاسبهٔ دامنه توابع f و g می‌باشد.

$$f(x) = \frac{۱}{x-۲} \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{۲\}$$

$$g(x) = \sqrt{۲x^۲ - ۲x + ۱} \rightarrow ۲x^۲ - ۲x + ۱ \geq ۰ \xrightarrow{\Delta<۰}$$

p	$+$	$+$	$+$

$$\Rightarrow Dg = \mathbb{R}$$

باتوجه به متن سوال تابع $\frac{۲f+g}{g^۲}$ تابعی کسری می‌باشد و می‌توان گفت:

$$D_{\frac{۲f+g}{g^۲}} = D_{۲f+g} \cap D_{g^۲} - \{x | g(x) = ۰\}$$

حال دامنهٔ $۲f+g$ برابر است با:

$$D_{۲f+g} = D_{۲f} \cap D_g \rightarrow \mathbb{R} - \{۲\} \cap \mathbb{R} = \mathbb{R} - \{۲\}$$
$$D_{g^۲} = D_g = \mathbb{R}$$

مرحلهٔ آخر محاسبه طبق تعریف ریشه‌های $g(x) = ۰$ می‌باشد که چون Δ معادله منفی، معادله ریشه ندارد:

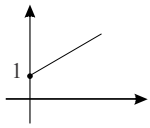
$$۲x^۲ - ۲x + ۱ = ۰ \rightarrow \Delta = -۴ < ۰$$
$$D_{\frac{۲f+g}{g^۲}} = ((\mathbb{R} - \{۲\}) \cap \mathbb{R}) - \{\} = \mathbb{R} - \{۲\}$$

۱۸۰ **۴** ۳ ۲ ۱ قبل محاسبه برد ابتدای باید دامنه تابع $f+g$ را بیابیم

$$\left.\begin{array}{l} f(x) = x - \sqrt{x} \rightarrow D_f = [۰, +\infty) \\ g(x) = ۱ + \sqrt{x} \rightarrow D_g = [۰, +\infty) \end{array}\right\} \rightarrow D_{f+g} = [۰, +\infty)$$
$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = x - \sqrt{x} + ۱ + \sqrt{x} = x + ۱$$

باید توجه داشت دامنهٔ تابع $[۰, +\infty)$ می‌باشد. کافیست تابع را رسم کنیم.

$$R_{f+g} = [۱, +\infty)$$



۱۸۱ ۴ ۳ **۲** ۱ برای حل سؤال ابتدا $x = ۲$ را در هر دو تابع جایگذاری می‌نماییم و سپس به صورت یک دستگاه $g(۲)$ را محاسبه می کنیم:

$$(f+g)(x)=f(x)+g(x)=۴x^۲+۱ \xrightarrow{x=۲}$$
$$(f-g)(x)=f(x)-g(x)=۲x+۱ \xrightarrow{x=۲} -$$
$$۲g(۲)=۱۲ \to g(۲)=۶$$

۱۸۲ ۱ ۲ **۳** ۴ برای محاسبهٔ پارامتر a و b ابتدا باید مراحل تعیین دامنهٔ تابع f را طی نماییم:

$$f(x)=\frac{x^۲+۱}{\sqrt{۲x^۲-۶x+a}} \begin{array}{l} \to D_{\text{صورت}}=\mathbb{R} \\ \to D_{\text{مخرج}}: ۲x^۲-۶x+a>۰ \end{array}$$

عبارت درجه دو باید دو ریشه داشته باشد که یکی از آن‌ها $x=۱$ خواهد بود. زیرا بر اساس دامنهٔ مطرح شده در متن سوال جدول تعیین علامت به صورت زیر می‌باشد:

x		1		b	
$2x^2-6x+a$	+ ج	۰	−	۰	+ ج
	ج		ج		

$$۲x^۲-۶x+a \overset{x=۱}{=\!=} ۰ \to ۲-۶+a=۰ \to a=۴$$
$$۲x^۲-۶x+۴=۰ \to ۲(x^۲-۳x+۲)=۰ \to ۲(x-۱)(x-۲)=۰ \begin{cases} x=۲ \end{cases}$$

پس ریشهٔ دوم این عبارت درجه دو $x=۲$ می‌باشد که همان پارامتر b است.

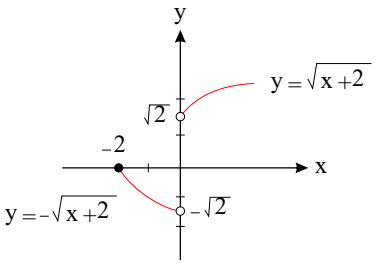
$$\begin{cases} \Rightarrow a\times b=۴\times ۲=۸ \end{cases}$$

۱۸۳ ۱ ۲ **۳** ۴ برای رسم تابع ابتدا، دامنهٔ تابع را تعیین می‌نماییم:

$$f(x)=\frac{\quad}{|x|} \quad \overline{x}+\overline{۲} \to x+۲\geq ۰ \to x\geq -۲$$
$$D_f=[-۲,+\infty)-\{۰\}$$

با توجه به وجود عامل $|x|$ و دامنهٔ تابع، دامنه باید به دو بخش مختلف تقسیم شود:

$$(I) \quad x\in[-۲,۰) \to y=\frac{\quad}{-x}\sqrt{x+۲}=-\sqrt{x+۲}$$
$$(II) \quad x\in(۰,+\infty) \to y=\frac{\quad}{x}\sqrt{x+۲}=\sqrt{x+۲}$$



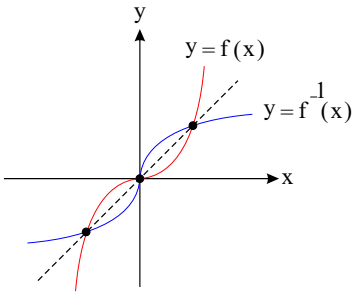
پس نمودار از نواحی اول و سوم عبور می‌نماید.

۱۸۴ ۱ ۲ **۳** ۴ یکی از روش‌های حل این سوال رسم می‌باشد:

$$f(x)=x|x|=\begin{cases} x^۲ \\ -x^۲ \quad x<۰ \end{cases}$$

پس از رسم نمودار را نسبت به نیمساز ناحیهٔ اول و سوم قرینه می‌نماییم تا منحنی تابع معکوس مشخص شود:

https://www.monta.ir/#print;a5=%25D8%25AA%25D9%2588%25D8%25A7%25D8%25A8%25D8%25B9;a28=1398%255C003%255C014;a46… 66/82



با توجه به منحنی سه نقطهٔ برخورد وجود دارد.

۱۸۵ ۱ ۲ ۳ **۴** راه حل اول:

نکته: برای محاسبهٔ ضابطهٔ تابع وارون $y = f(x)y = f(x)$، ابتدا x را برحسب y به دست می‌آوریم، سپس x و y را جابه‌جا می‌کنیم.

ابتدا با استفاده از نکتهٔ بالا، ضابطهٔ $f^{-1}(x)$ را به دست می‌آوریم:

$$y = \frac{۲x - ۱}{۵} \Rightarrow ۲x - ۱ = ۵y \Rightarrow x = \frac{۵y + ۱}{۲} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{۵x + ۱}{۲}$$

بنابراین:

$$f(f^{-1}(۴)) = f(\frac{۵(۴) + ۱}{۲}) = f(\frac{۲۱}{۲}) = \frac{۲(\frac{۲۱}{۲}) - ۱}{۵} = ۴$$

راه حل دوم:

نکته: $f(f^{-1}(x)) = x \quad , \quad f^{-1}(f(x)) = x$

با استفاده از نکتهٔ بالا داریم: $f(f^{-1}(۴)) = ۴$

۱۸۶ ۱ ۲ **۳** ۴ شرط تساوی دو تابع این است که:

۱) دامنهٔ توابع برابر باشد.

۲) ساده شدهٔ ضابطهٔ $f(x)$ و $g(x)$ با هم برابر باشد.

$$f(x) = g(x) \Rightarrow \frac{x(x^۲ + ۲)}{ax^۲ + bx + c} = \frac{x}{۲} \to \frac{x^۲ + ۲}{ax^۲ + bx + c} = \frac{۱}{۲} \to ax^۲ + bx + c = ۲ \quad + ۴$$

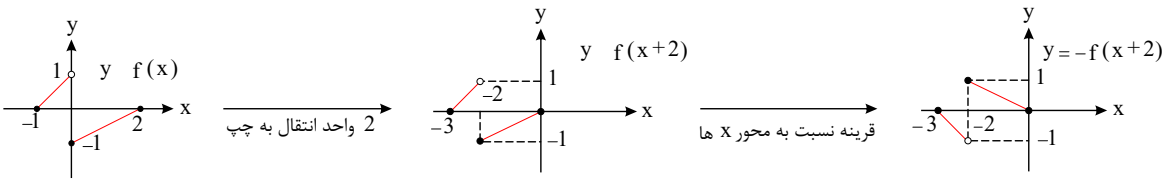
برای اینکه تساوی فوق به ازاء جمیع x برقرار باشد باید $\boxed{a = ۲}$ و $\boxed{b = ۰}$ و $\boxed{c = ۴}$ در نظر گرفته شود.

$$a + b + c = ۲ + ۰ + ۴ = ۶$$

۱۸۷ ۱ ۲ ۳ **۴** نکته: برای رسم نمودار تابع $y = f(x + a)$ کافی است نمودار $y = f(x)$ را a واحد در راستای محور xها انتقال دهیم. اگر $a > ۰$، انتقال در جهت منفی و اگر $a < ۰$، انتقال در جهت مثبت است.

نکته: برای رسم نمودار تابع $y = -f(x)$، کافی است نمودار $y = f(x)$ را نسبت به محور xها قرینه کنیم.

بنابراین گزینهٔ ۴ پاسخ است.



۱۸۸ ۱ ۲ ۳ ۴

$$y = \sqrt{f(x) - x} \to f(x) - x \geq ۰ \to f(x) \geq x$$

$\to$ نقاطی قابل قبول هستند که نمودار تابع بالای $y = x$ (نیمساز ربع اول و سوم) باشد.

۱۸۹ ۱ ۲ **۳** ۴

$$f(-۳)=\sqrt{\sqrt{-۳+۱۲}-۲(-۳)}=\sqrt{۳+۶}=\quad ۹=۳$$

۱۹۰ ۱ ۲ **۳** ۴ با توجه به شکل تابع (هموگرافیک) می‌بینیم که $D_f=\mathbb{R}-\{۱\}$ و با توجه به کسری بودن تابع، باید ریشهٔ مخرج باشد پس داریم:

$$۱+b=۰\rightarrow \boxed{\quad ۱}$$

$$\rightarrow f(x)=\frac{\quad}{x-۱}\quad,\quad f(۰)=۰\rightarrow\frac{\quad}{۰-۱}=۰\rightarrow\frac{\quad}{-۱}=۰\rightarrow\boxed{a=۰}$$

۱۹۱ ۱ ۲ **۳** ۴ چون تابع کسری است و دامنهٔ تابع، مجموعهٔ اعداد حقیقی است پس مخرج کسر هیچ‌گاه صفر نمی‌شود و داریم:

$$(m-۱)x^۲+(۲m-۱)x-۱\neq ۰\rightarrow\Delta=(۲m-۱)^۲-۴(m-۱)(-۱)<۰$$

$$\rightarrow ۴m^۲-۴m+۱+۴m-۴<۰\rightarrow ۴m^۲-۳<۰\rightarrow ۴m^۲<۳$$

$$\rightarrow m^۲<\frac{۳}{۴}\rightarrow -\frac{\sqrt{۳}}{۲}<m<\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

۱۹۲ ۱ ۲ **۳** ۴

$$f(x)=۳+\sqrt{ax+b}\rightarrow ax+b\geq ۰\rightarrow ax\geq -b\xrightarrow[a>۰]{D_f=[-۲,+\infty)}\rightarrow x\geq -\frac{\quad}{a}$$

$$\rightarrow -\frac{\quad}{a}=-۲\rightarrow\boxed{b=۲a}\rightarrow f(x)=۳+\sqrt{ax+۲a}$$

محل تقاطع نمودار تابع و خط $۲y-۴x=۱۰$ روی محور ها است پس طول نقطه برابر صفر بوده؛ داریم:

نقطهٔ $A(۰,۵)$ روی نمودار تابع قرار دارد.

$$f(۰)=۵\rightarrow ۵=۳+\sqrt{a(۰)+۲a}\rightarrow ۲=\sqrt{۲a}\rightarrow\boxed{a=۲}\ ,\ \boxed{b=۴}$$

$$\rightarrow f(x)=۳+\sqrt{۲x+۴}\rightarrow f(a+b)=f(۲+۴)=f(۶)=۳+\sqrt{۲(۶)+۴}=۳+\sqrt{۱۶}$$

$$=۳+۴=۷$$

۱۹۳ **۱** ۲ ۳ ۴ تابع خطی f را به‌صورت $f(x)=ax+b$ در نظر می‌گیریم و داریم:

$$(۱,۰)\in f^{-۱}\rightarrow(۰,۱)\in f\rightarrow f(۰)=۱\rightarrow a(۰)+b=۱\rightarrow b=۱$$

$$\rightarrow\Big\{\qquad\qquad\rightarrow f(x)=-x+۱\rightarrow y=-x+۱$$

$$\rightarrow x=-y+۱\rightarrow f^{-۱}(x)=-x+۱\xrightarrow{x=۲}f^{-۱}(۲)=-۲+۱=-۱$$

۱۹۴ ۱ **۲** ۳ ۴

$$A'(a,۰) \in f^{-۱} \to (۰,a) \in f \to f(۰) = a \to (۰)^۳ + ۰ + ۲ = a \to a = ۲$$

$$\to A'(۲,۰) \xrightarrow{\text{قرینه } A' \text{ نسبت به خط } y=x} A(۰,۲)$$

$$\to AA' = \sqrt{(x_A - x_{A'})^۲ + (y_A - y_{A'})^۲} = \sqrt{(۰-۲)^۲ + (۲-۰)^۲} = \sqrt{۴+۴} = \sqrt{۸} = ۲\sqrt{۲}$$

۱۹۵ **۱** ۲ ۳ ۴

$$f(x) = \sqrt{-۲x+۶} \to -۲x+۶ \geq ۰ \to ۶ \geq ۲x \to ۳ \geq x$$

$$\to D_f = (-\infty,۳] = (-\infty,a] \to \boxed{a=۳}$$

$$(f-g)(a) \overset{a=۳}{=\!=} (f-g)(۳) = f(۳) - g(۳) = \sqrt{-۲(۳)+۶} - |۲(۳)-۳|$$

$$= \sqrt{-۶+۶} - |۶-۳| = \sqrt{۰} - |۳| = ۰ - ۳ = -۳$$

۱۹۶ ۱ **۲** ۳ ۴

$$[x+\frac{۱}{۲}] + [x+\frac{۳}{۲}] = ۳ \to [x+\frac{۱}{۲}] + [x+\frac{۱}{۲}+۱] = ۳$$

$$\to [x+\frac{۱}{۲}] + [x+\frac{۱}{۲}] + ۱ = ۳ \to ۲[x+\frac{۱}{۲}] = ۲ \to [x+\frac{۱}{۲}] = ۱$$

$$\to ۱ \leq x+\frac{۱}{۲} < ۲ \to \frac{۱}{۲} \leq x < \frac{۳}{۲} \to x \in [\frac{۱}{۲},\frac{۳}{۲}) = [a,b)$$

$$\to a = \frac{۱}{۲}\ ,\ b = \frac{۳}{۲} \to a+b = \frac{۱}{۲} + \frac{۳}{۲} \to \boxed{a+b=۲}$$

۱۹۷ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$f(x) = \sqrt{(a^۲-۴)x^۲ + ax + ۶} \to (a^۲-۴)x^۲ + ax + ۶ \geq ۰$$

مجموعهٔ جواب نامعادلهٔ درجهٔ دوم به‌صورت $\mathbb{R}$ یا $\{d\}$ یا $\varnothing$ یا $(-\infty,d] \cup [e,+\infty)$ یا $[d,e]$ است و به‌صورت $(-\infty,b]$ نمی‌باشد پس نامعادله نمی‌تواند درجهٔ ۲ باشد و ضریب $x^۲$ باید صفر باشد و داریم:

$$-۴ = ۰ \to a = \pm ۲$$

$$۱)\ a = ۲ \to f(x) = \sqrt{۲x+۶} \to ۲x+۶ \geq ۰ \to ۲x \geq -۶ \to x \geq -۳$$

$\to D_f = [-۳,+\infty)$ **(غیر قابل قبول)**

$$۲)\ a = -۲ \to f(x) = \sqrt{-۲x+۶} \to -۲x+۶ \geq ۰ \to ۶ \geq ۲x \to ۳ \geq x$$

$$\to D_f = (-\infty,۳]$$

$$\to \boxed{b=۳}\ ,\ \boxed{a=-۲} \to a+b = -۲+۳ = ۱$$

۱۹۸ ۱ **۲** ۳ ۴ **ابتدا محدوده‌ای را برای a محاسبه می‌کنیم که تابع در بازهٔ داده شده یک‌به‌یک نباشد سپس مجموع جواب حاصل را از $\mathbb{R}$ کم می‌کنیم. می‌دانیم اگر ریشهٔ عبارت داخل قدرمطلق در بازهٔ $(-۲,۱)$ قرار داشته باشد تابع در آن بازه یک‌به‌یک نخواهد بود. پس:**

ریشهٔ عبارت داخل قدرمطلق: $\frac{x}{۲}+a=۰ \Rightarrow x=-۲a \Rightarrow -۲<-۲a<۱ \Rightarrow -\frac{۱}{۲}<a<۱$

بنابراین:

a محدودهٔ $=\mathbb{R}-(-\frac{۱}{۲},۱)$

۱۹۹ ۴ ۳ ۲ **۱**

$f^{-۱}(۱)=a \to f(a)=۱ \to \sqrt{a}+۲a+۱=۱ \to \sqrt{a}+۲a=۰$

$\to \sqrt{a}=-۲a \xrightarrow{\text{توان ۲}} a=۴a^۲ \to ۴a^۲-a=۰ \to a(۴a-۱)=۰$

$$\to \begin{cases} \boxed{a=۰} \to f^{-۱}(۱)=۰ \\ a=\frac{۱}{۴} \ (\text{غیر قابل قبول}) \end{cases}$$

$f^{-۱}(۴)=b \to f(b)=۴ \to \sqrt{b}+۲b+۱=۴ \to \sqrt{b}=۳-۲b$

$\xrightarrow{\text{توان ۲}} b=۹-۱۲b+۴b^۲ \to ۴b^۲-۱۳b+۹=۰$

$$\xrightarrow{۴-۱۳+۹=۰} \begin{cases} \boxed{b=۱} \to f^{-۱}(۴)=۱ \\ b=\frac{۹}{۴} \ (\text{غیر قابل قبول}) \end{cases}$$

$\to f^{-۱}(۱)+f^{-۱}(۴)=۰+۱=۱$

۲۰۰ ۴ ۳ **۲** ۱ تابع $f(x)=x^۲-۶x+۱۰$ سهمی است و برای اینکه یک‌به‌یک باشد دامنهٔ انتخاب‌شده باید دو طرف رأس سهمی نباشد طول رأس سهمی می‌تواند ابتدا یا انتهای بازه باشد، پس داریم:

به شرط گفته شده در بالا تنها گزینهٔ ۲ یعنی $(-۳,۳]$ قابل قبول است. $\to$ $x_S=-\frac{}{۲a}=-\frac{}{۲(۱)}=۳$ (رأس سهمی)

۲۰۱ **۴** ۳ ۲ ۱

$D_f=\{۱,۰,a\}$, $D_g=\{-۱,-۲,۰\}$, $D_{f-g}=D_f\cap D_g=\{۰,-۲\}$

$\to \boxed{\quad ۲ \quad} \to f=\{(۱,۲),(۰,۴),(-۲,۰)\}$

$\bar{f}=(D_f\cap D_g)-\{x|f(x)=۰\}=\{۰\}$

$$\rightarrow (\ _f)(x) = \{(۰, \frac{۴}{۴})\} \rightarrow (\ _f)(x) = \{(۰, ۱)\}$$

۲۰۲ ۴ ۳ ۲ **۱** چون $D_f = \mathbb{R} - \{۳\}$ می‌باشد پس عبارت درجه دوم مخرج کسر باید ریشهٔ مضاعف ۳ داشته باشد، بنابراین داریم:

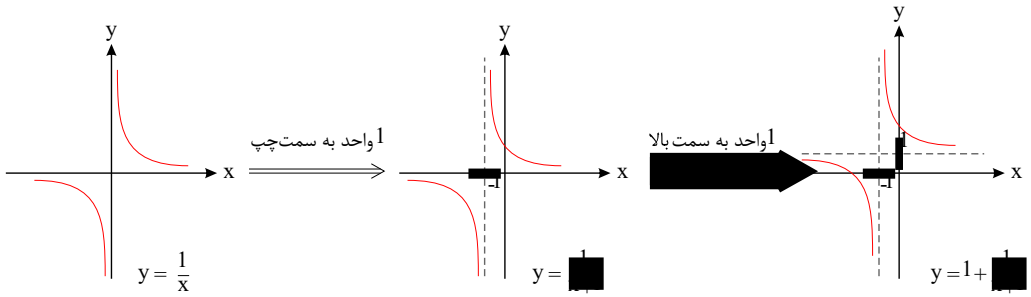
$$۲(x-۳)^۲ = ۲x^۲ + ax + b \rightarrow ۲(x^۲ - ۶x + ۹) = ۲x^۲ + ax + b$$

$$\rightarrow ۲x^۲ - ۱۲x + ۱۸ = ۲x^۲ + ax + b \rightarrow \begin{cases} \\ b = ۱۸ \end{cases} \rightarrow a - b = -۳۰$$

۲۰۳ ۴ **۳** ۲ ۱

$$f(x) = \frac{\quad}{x+۱} = \frac{\quad}{x+۱} + \frac{۱}{x+۱} \rightarrow f(x) = \frac{۱}{x+۱} + ۱$$

اکنون نمودار $f(x) = \frac{۱}{x}$ را رسم می‌کنیم، سپس آن را یک واحد به سمت چپ و پس از آن یک واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم.



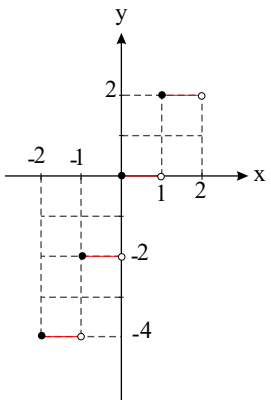
۲۰۴ ۴ **۳** ۲ ۱

$$\rightarrow \begin{cases} \\ \\ [x] = ۳ \rightarrow ۳ \leq x < ۴ \end{cases} \xrightarrow{\text{اجتماع}} ۱ \leq x < ۴ \rightarrow x \in [۱, ۴) \rightarrow a = ۱, b = ۴ \rightarrow a + b = ۵$$

۲۰۵ ۴ **۳** ۲ ۱

$$[x] \in \mathbb{Z} \rightarrow f(x) = [x + [x]] = [x] + [x] = ۲[x]$$

اکنون نمودار تابع f را در بازهٔ $[-۲,۲)$ رسم می‌کنیم.



پس نمودار از ۴ پاره‌خط با طول مساوی تشکیل شده است.

۲۰۶ ۴ ۳ **۲** ۱

$$(۶,۸) \in f^{-۱}(x) \Rightarrow (۸,۶) \in f(x)$$

$$f(x) = -۲x + b \quad (I)$$

$$\rightarrow f(۸) = ۶ \rightarrow -۲(۸) + b = ۶ \rightarrow b = ۲۲$$

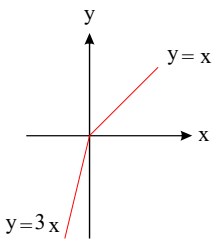
با جایگذاری b در معادلهٔ (I) داریم:

$$\rightarrow x = \frac{-y + ۲۲}{۲} \xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را عوض می‌کنیم.}} f^{-۱}(x) = \frac{-x}{۲} + ۱۱$$

$$f^{-۱}(x) = g(x) \rightarrow -\frac{x}{۲} + ۱۱ = -۱/۵x + ۶ \rightarrow ۱/۵x - ۰/۵x = ۶ - ۱۱ \rightarrow x = -۵$$

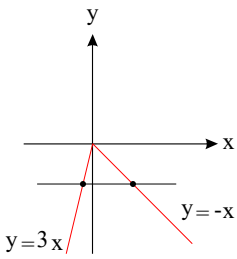
۲۰۷ ۴ ۳ **۲** ۱

$$f(x) = ۲x - |x| = \begin{cases} ۲x + x & ; x < ۰ \end{cases} \rightarrow f(x) = \begin{cases} ۳x & ; x < ۰ \end{cases}$$



یک‌به‌یک

$$g(x) = x - |۲x| = \begin{cases} x + ۲x & ; x < ۰ \end{cases} \rightarrow g(x) = \begin{cases} ۳x & ; x < ۰ \end{cases}$$



غیر یک‌به‌یک

۲۰۸ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$g^{-1}(-5)=a \to g(a)=-5 \to \frac{\quad}{a+1}=-5 \to a-2=-5a-5$$

$$\to a+5a=-5+2 \to 6a=-3 \to a=-\frac{1}{2}$$

$$\to f(a) \xlongequal{a=-\frac{1}{2}} f(-\frac{1}{2})=2[-\frac{1}{2}]-1=2(-1)-1 \to f(a)=-3$$

۲۰۹ **۱** ۲ ۳ ۴

$$(a+4,a)\in f^{-1} \Rightarrow (a,a+4)\in f \to f(a)=a+4$$

$$\to \frac{\quad}{\quad}=a+4 \to (1-2a)=(3a+4)(a+4)$$

$$\to 1-2a=3a^2+12a+4a+16 \to 3a^2+18a+15=0$$

$$\to 3(a^2+6a+5)=0 \to (a+5)(a+1)=0 \to \begin{cases} \\ a=-1 \end{cases}$$

۲۱۰ ۱ ۲ ۳ **۴**

روش اول:

ابتدا تابع f را می‌یابیم:

$$f=\{(3,2),(-1,1),(2,0),(0,-1)\}$$

دامنهٔ تابع $\frac{2f^{-1}}{f}$ برابر است با:

$$\frac{\quad}{f}=D_{f^{-1}}\cap D_f-\{x|f(x)=0\}=\{2,1,0,-1\}\cap\{3,-1,2,0\}-\{2\}=\{-1,0\}$$

بنابراین:

$$x=0:\left(\frac{2f^{-1}}{f}\right)(0)=\frac{2f^{-1}(0)}{f(0)}=\frac{\quad}{-1}=-4 \Rightarrow (0,-4)\in\frac{2f^{-1}}{f}$$

روش دوم:

$$f^{-1}=\{(2,3),(1,-1),(0,2),(-1,0)\} \to \begin{cases} 2f^{-1}=\{(2,6),(1,-2),(0,4),(-1,0)\} \\ f=\{(3,2),(-1,1),(2,0),(0,-1)\} \end{cases}$$

$$\to \frac{2f^{-1}}{f}=\{(2,\frac{6}{0}),(0,\frac{4}{-1}),(-1,\frac{0}{1})\}=\{(0,-4),(-1,0)\}$$

۲۱۱ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\begin{cases} (g-f)(x) = x - ۲ \end{cases} \rightarrow + \begin{cases} \cancel{} + g(x) = ۲x + ۱ \quad (I) \\ g(x) - \cancel{} = x - ۲ \end{cases}$$

$$۲g(x) = ۳x - ۱ \rightarrow g(x) = \frac{۳}{۲}x - \frac{۱}{۲}$$

با جایگذاری در معادلهٔ شمارهٔ (I) داریم:

$$f(x) + \frac{۳}{۲}x - \frac{۱}{۲} = ۲x + ۱ \rightarrow f(x) = \frac{۱}{۲}x + \frac{۳}{۲}$$

$$\rightarrow f(۱) + g(۳) = \frac{۱}{۲}(۱) + \frac{۳}{۲} + \frac{۳}{۲}(۳) - \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲} + \frac{۳}{۲} + \frac{۹}{۲} - \frac{۱}{۲} = ۶$$

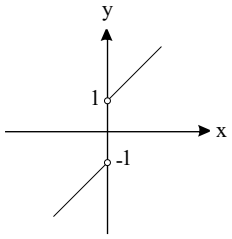
۲۱۲ ۱ ۲ **۳** ۴

$$f(x) = x^۲ + |x| \rightarrow D_f = \mathbb{R} \quad , \quad ,g(x) = \frac{۱}{x} \rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{۰\}$$

$$D_{f\cdot g} = D_f \cap D_g = \mathbb{R} \cap (\mathbb{R} - \{۰\}) = \mathbb{R} - \{۰\}$$

$$\rightarrow (f \cdot g)(x) = \frac{x^۲ + |x|}{x} \quad ,D_{f\cdot g} = \mathbb{R} - \{۰\}$$

$$\rightarrow (f \cdot g)(x) = x + \frac{}{x} = \begin{cases} x - ۱ \quad ; x < ۰ \end{cases}$$



$\rightarrow$ برد: $R_{(f\cdot g)} = (-\infty, -۱) \cup (۱, +\infty)$

برد تابع $(f \cdot g)(x)$ شامل ۳ عدد صحیح $\{۱, ۰, -۱\}$ نمی‌باشد.

۲۱۳ ۱ **۲** ۳ ۴

$$f(x) = \frac{[x]}{\sqrt{x - x^۲}} \rightarrow x - x^۲ > ۰ \rightarrow x^۲ - x < ۰ \rightarrow x(x-۱) < ۰ \rightarrow ۰ < x < ۱$$

$$۰ < x < ۱ \rightarrow [x] = ۰ \rightarrow f(x) = \frac{۰}{\sqrt{x - x^۲}} \rightarrow f(x) = ۰$$

پس برد تابع $f(x)$ شامل یک عدد صحیح است.

۲۱۴ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$f(x)=\frac{\quad}{bx-۲}\xrightarrow{f(۰)=۰}۰=\frac{\quad}{b(۰)-۲}\to\boxed{a=۰}\qquad(۱)$$

$D_f=\mathbb{R}-\{-۲\}\to$ ریشهٔ مخرج است. $x=-۲\to b(-۲)-۲=۰\to\boxed{\quad ۱\quad}\qquad(۲)$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)}f(x)=\frac{\quad}{-x-۲}\to f(۱)=\frac{۱}{-۱-۲}\to f(۱)=-\frac{۱}{۳}$$

۲۱۵ ۱ ۲ **۳** ۴ دو تابع f و g به‌شرطی باهم برابرند که اولاً دامنه‌هایشان برابر باشند و ثانیاً به‌ازای هر x از دامنه‌ها $f(x)=g(x)$ باشد.

گزینهٔ ۱) $f(x)=\frac{\sqrt{x^۲}}{\sqrt[۳]{x^۳}}=\frac{\quad}{x}=\begin{cases}۱\\-۱ & x<۰\end{cases}\quad,\quad g(x)=\frac{\quad}{|x|}=\begin{cases}۱\\-۱ & x<۰\end{cases}$

$D_f=\mathbb{R}-\{۰\}\ ,\ D_g=\mathbb{R}-\{۰\}$ پس داریم: $f(x)=g(x)$

گزینهٔ ۲) $f(x)=\sqrt{۱-x}+\sqrt{x-۱}\to\begin{cases}\\x-۱\geq ۰\end{cases}\to\begin{cases}۱\leq x\\ \end{cases}\xrightarrow{\text{اشتراک}}x=۱\to D_f=\{۱\}$

$g(x)=\sqrt{۱-x}\times\sqrt{x-۱}\to\begin{cases}\\x-۱\geq ۰\end{cases}\to\begin{cases}۱\leq x\\ \end{cases}\xrightarrow{\text{اشتراک}}x=۱\to D_g=\{۱\}$

$\to f(x)=g(x)$

گزینهٔ ۳) $f(x)=\sqrt{x^۲-x}\to x^۲-x\geq ۰\to x(x-۱)\geq ۰\to D_f=(-\infty,۰]\cup[۱,+\infty)$

$g(x)=\sqrt{x}\times\sqrt{x-۱}\to\begin{cases}x\geq ۰\\ \end{cases}\xrightarrow{\text{اشتراک}}x\geq ۱\to D_g=[۱,+\infty)$

پس $D_f\neq D_g$ در نتیجه داریم: $f(x)\neq g(x)$

گزینهٔ ۴) $\begin{cases}f(x)=\frac{x}{x^۲}=\frac{۱}{x}\to D_f=\mathbb{R}-\{۰\}\\ g(x)=\frac{x^۲}{x^۳}=\frac{۱}{x}\to D_g=\mathbb{R}-\{۰\}\end{cases}\Rightarrow f(x)=g(x)$

۲۱۶ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$f(x)=\frac{۳x+۲}{۴}\to y=\frac{۳x+۲}{۴}\to ۴y=۳x+۲\to ۴y-۲=۳x$$

$$\to x=\frac{۴y-۲}{۳}\xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را عوض می‌کنیم.}} y=\frac{۴x-۲}{۳}\to f^{-۱}(x)=\frac{۴x-۲}{۳}$$

۲۱۷ ۱ **۲** ۳ ۴

$$۲f=\{(۱,۱۰),(۲,۰),(۳,۸),(۴,۱۲)\}\quad ،\quad g^{-۱}=\{(۴,-۱),(۱,۲),(۳,۰)\}$$

$$D_{۲f}\cap D_{g^{-۱}}=\{۱,۴\}$$

$$\frac{}{g^{-۱}}=\{(۱,\frac{۱۰}{۲}),(۴,\frac{۱۲}{-۱})\}\to \frac{}{g^{-۱}}=\{(۱,۵),(۴,-۱۲)\}$$

$\frac{}{g^{-۱}}$ **حاصل ضرب اعضای برد** $=۵\times(-۱۲)=-۶۰$

۲۱۸ **۱** ۲ ۳ ۴

$$f(x)=\begin{cases} ۲x-۶ & ,۲<x\le ۴\end{cases}\quad ,\quad g(x)=\begin{cases} x-۲ & ,۲<x\le ۴\end{cases}$$

$$\to (f+g)(x)=\begin{cases} ۳x-۸ & ,۲<x\le ۴\end{cases}$$

۲۱۹ ۱ ۲ **۳** ۴

$$f(x)=\frac{}{x+۱}\to x+۱\neq ۰\to x\neq -۱\to D_f=\mathbb{R}-\{-۱\}$$

$$g(x)=\frac{}{x-۳}\to x-۳\neq ۰\to x\neq ۳\to D_g=\mathbb{R}-\{۳\}$$

$$\frac{}{g}=D_f\cap D_g-\{x|g(x)=۰\}=\mathbb{R}-\{-۱,۳\}-\{۲\}\to \frac{}{g}=\mathbb{R}-\{-۱,۲,۳\}$$

۲۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴

مطابق شکل $D_f=[۲,+\infty)$ ، $x+a\ge ۰\to x\ge -a\to D_f=[-a,+\infty)$

$$[۲,+\infty)=[-a,+\infty)\to ۲=-a\to \boxed{\quad ۲\quad}\to y=b-\sqrt{x-۲}$$

$$f(۲) = ۱ \to ۱ = b - \sqrt{۲ - ۲} \to \boxed{b = ۱} \to \boxed{۲ \qquad ۳}$$

۲۲۱ ۴ ۳ ۲ **۱**

روش اول:

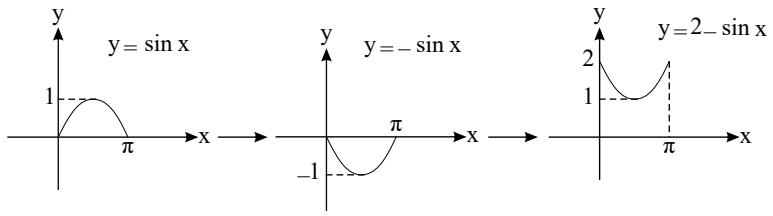
$$\cos(\frac{۳\pi}{۲} + x) = \sin x \to y = -\cos(\frac{۳\pi}{۲} + x) + ۲ = -\sin x + ۲$$

$$\to y = -\sin x + ۲ \to \begin{cases} f(\frac{\pi}{۲}) = -۱ + ۲ = ۱ \to (\frac{\pi}{۲}, ۱) \\ f(\pi) = -۰ + ۲ = ۲ \to (\pi, ۲) \end{cases}$$

روش دوم: با استفاده از روش حل انتقال

$$y = -\cos(\frac{۳\pi}{۲} + x) + ۲ = -\cos(\frac{\pi}{۲} + \pi + x) + ۲$$
$$= \sin(\pi + x) + ۲ \Rightarrow y = ۲ - \sin x$$

حال به کمک انتقال نمودار $y = \sin x$، نمودار تابع $y = ۲ - \sin x$ را در فاصلهٔ $[۰, \pi]$ رسم می‌کنیم.



۲۲۲ ۴ ۳ **۲** ۱

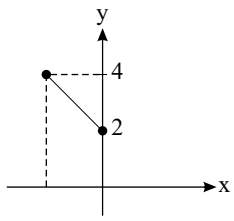
$$f(x) = \begin{cases} x + ۲ \\ ۲ \end{cases} \quad , ۰ < x \qquad , \quad g(x) = -x \ , \ x \le ۰$$

دامنهٔ : $D_{f+۲g} = D_f \cap D_g = [-۲, +\infty) \cap (-\infty, ۰] \to D_{f+۲g} = [-۲, ۰]$

برای محاسبهٔ برد داریم:

$$(f + ۲g)(-۲) = ۴ \quad , \quad (f + ۲g)(۰) = ۲$$

$\to$ برد : $R_{f+۲g} = [۲, ۴]$



۲۲۳ ۴ **۳** ۲ ۱ نمودار تابع $y = \frac{\quad}{x}$ محور yها را قطع نمی‌کند، چون شامل هیچ نقطه‌ای با طول صفر نیست.

۲۲۴ **۴** ۳ ۲ ۱ اگر تعداد پنالتی‌هایی که از این به بعد بزند را x درنظر بگیریم نسبت پنالتی‌های گل‌شده به کل پنالتی‌ها به‌صورت زیر است، داریم:

$$P(A)=\frac{}{۵+x}=\frac{۹۰}{۱۰۰}$$

$\boxed{}$

۲۲۵ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\frac{۳+۲\sqrt{۲}}{۳-۲\sqrt{۲}}\times\frac{۳+۲\sqrt{۲}}{۳+۲\sqrt{۲}}=\frac{۹+۱۲\quad ۲+۸}{۹-۸}=۱۷+۱۲\sqrt{۲}$$

$$\sqrt{۲}\simeq ۱/۴\to ۱۶<۱۲\sqrt{۲}\simeq ۱۶/۸<۱۷\to ۳۳<۱۷+۱۲\sqrt{۲}<۳۴\to[۱۷+۱۲\sqrt{۲}]=۳۳$$

$$\frac{\sqrt{۲}+۱}{\sqrt{۲}-۱}\times\frac{\sqrt{۲}+۱}{\sqrt{۲}+۱}=\frac{۲+۲\quad ۲+۱}{۲-۱}=۳+۲\sqrt{۲}\ ,\ \sqrt{۲}\simeq ۱/۴$$

$$\to ۲<۲\sqrt{۲}\simeq ۲/۸<۳\to ۵<۳+۲\sqrt{۲}<۶\to[۳+۲\sqrt{۲}]=۵$$

$$\to M=\left[\frac{۳۳}{۵}\right]=\left[۶\frac{۳}{۵}\right]=۶$$

۲۲۶ ۱ ۲ ۳ ۴ تابعی یک‌به‌یک است که اگر مؤلفه‌های دوم یکسان باشند، مؤلفه‌های اول نیز یکسان باشند.

$$f=\{(-۳,k),(\frac{a}{۲},-۲),(۲a+۱,k),(b-۱,۱),(-۱,۴b)\}$$

$$(-۳,k)\in f\ ,\ (۲a+۱,k)\in f\xrightarrow{\text{یک‌به‌یک}}۲a+۱=-۳\to ۲a=-۴\to\boxed{۲}$$

$$(-۱,۴b)\in f\ ,\ (-۱,-۲)\in f\xrightarrow{\text{تابع}}۴b=-۲\to\boxed{b=-\frac{۱}{۲}}$$

$$\to a-b=-۲-(-\frac{۱}{۲})=-\frac{۳}{۲}$$

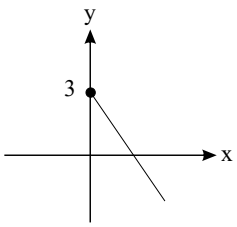
۲۲۷ ۱ ۲ ۳ ۴

$$(-m,-۱)\in f^{-۱}\to(-۱,-m)\in f\to f(-۱)=-m$$

$$\to(-۱)^۲-m(-۱)+۱=-m\to ۱+m+۱=-m\to ۲m=-۲\to\boxed{۱}$$

۲۲۸ ۴ ۳ ۲ **۱**

تابع f را برای رسم می‌کنیم، داریم:



نمودار تابع $x^۲ - ۲x + k$ سهمی رو به بالاست پس باید کم‌ترین مقدار آن بزرگ‌تر یا مساوی ۳ باشد.

$$y = x^۲ - ۲x + k = x^۲ - ۲x + ۱ + k - ۱ = (x - ۱)^۲ + (k - ۱)$$

کم‌ترین مقدار این تابع در نقطهٔ مرزی $x = ۰$ اتفاق می‌افتد.

$$\to (۰ - ۱)^۲ + k - ۱ \geq ۳ \to ۱ + k - ۱ \geq ۳ \to k \geq ۳$$

۲۲۹ ۴ ۳ **۲** ۱

$$f(x) = \begin{cases} -x & \\ x + ۲ & , ۰ \leq x \leq ۲ \end{cases} \qquad D_f = (-۳, ۲] \to R_{f^{-۱}} = (-۳, ۲)$$

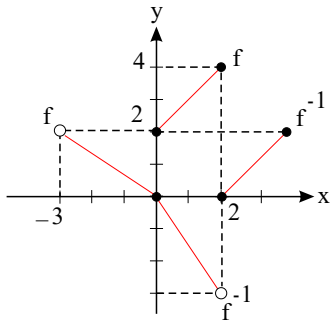
$$R_f = (۰, ۴] \to D_{f^{-۱}} = (۰, ۴]$$

$$\to D_{f+f^{-۱}} = D_f \cap D_{f^{-۱}} = (۰, ۲]$$

$$f(x) = x + ۲ \quad ۰ < x \leq ۲$$

$$\to f^{-۱}(x) = \begin{cases} -\frac{۳}{۲}x & \\ ۰ & , x = ۲ \end{cases}$$

$$\to (f + f^{-۱})(x) = \begin{cases} -\frac{۱}{۲}x + ۲ & \\ ۴ & , x = ۲ \end{cases}$$



$$۰ < x < ۲ \to ۰ > -\frac{۱}{۲}x > -۱ \to ۲ > -\frac{۱}{۲}x + ۲ > ۱$$

$$R_{(f+f^{-۱})} = (۱, ۲) \cup \{۴\}$$

۲۳۰ **۴** ۳ ۲ ۱ ابتدا ضابطهٔ f و g را به‌دست می‌آوریم.

$$f(x) = \begin{cases} -۲ & , ۳ < x \end{cases} \quad , \quad g(x) = \begin{cases} \frac{۳}{۲}x + ۱ & \\ ۴ & , ۲ < x \leq ۴ \end{cases}$$

سپس دامنهٔ $f + ۲g$ را محاسبه می‌کنیم.

$$D_{f+۲g} = D_f \cap D_g = [۰,+\infty) \cap [-۲,۴] = [۰,۴]$$

$$\rightarrow (f+۲g)(x) = \begin{cases} -x+۱+۲(\frac{۳x}{۲}+۱) = ۲x+۳ \\ \\ -۲+۲(۴) = ۶ \qquad\qquad , ۳ < x \leq ۴ \end{cases}$$

چون ضابطه‌ها به‌صورت خطی هستند پس مقدار max تابع در یکی از نقاط مرزی رخ می‌دهد:

$$\rightarrow y_{\max} = ۷$$

پاسخ‌نامه کلیدی

۱	۱	۲	**۳**	۴	۳۶	۱	**۲**	۳	۴	۷۱	**۱**	۲	۳	۴	۱۰۶	۱	۲	۳	**۴**
۲	**۱**	۲	۳	۴	۳۷	۱	**۲**	۳	۴	۷۲	۱	۲	**۳**	۴	۱۰۷	۱	**۲**	۳	۴
۳	۱	۲	۳	**۴**	۳۸	۱	**۲**	۳	۴	۷۳	**۱**	۲	۳	۴	۱۰۸	۱	**۲**	۳	۴
۴	۱	**۲**	۳	۴	۳۹	**۱**	۲	۳	۴	۷۴	۱	۲	**۳**	۴	۱۰۹	**۱**	۲	۳	۴
۵	**۱**	۲	۳	۴	۴۰	۱	۲	**۳**	۴	۷۵	۱	**۲**	۳	۴	۱۱۰	۱	۲	۳	**۴**
۶	۱	۲	۳	**۴**	۴۱	۱	**۲**	۳	۴	۷۶	۱	**۲**	۳	۴	۱۱۱	۱	۲	**۳**	۴
۷	**۱**	۲	۳	۴	۴۲	**۱**	۲	۳	۴	۷۷	۱	۲	۳	**۴**	۱۱۲	۱	۲	۳	**۴**
۸	۱	۲	۳	**۴**	۴۳	۱	۲	**۳**	۴	۷۸	۱	۲	۳	**۴**	۱۱۳	۱	۲	**۳**	۴
۹	۱	۲	**۳**	۴	۴۴	۱	۲	**۳**	۴	۷۹	۱	**۲**	۳	۴	۱۱۴	۱	۲	**۳**	۴
۱۰	۱	۲	**۳**	۴	۴۵	۱	۲	۳	**۴**	۸۰	۱	۲	۳	**۴**	۱۱۵	۱	۲	**۳**	۴
۱۱	۱	۲	**۳**	۴	۴۶	**۱**	۲	۳	۴	۸۱	۱	۲	**۳**	۴	۱۱۶	۱	۲	۳	**۴**
۱۲	۱	۲	**۳**	۴	۴۷	۱	**۲**	۳	۴	۸۲	۱	۲	**۳**	۴	۱۱۷	۱	۲	۳	**۴**
۱۳	**۱**	۲	۳	۴	۴۸	۱	۲	**۳**	۴	۸۳	**۱**	۲	۳	۴	۱۱۸	۱	**۲**	۳	۴
۱۴	**۱**	۲	۳	۴	۴۹	**۱**	۲	۳	۴	۸۴	**۱**	۲	۳	۴	۱۱۹	۱	۲	**۳**	۴
۱۵	**۱**	۲	۳	۴	۵۰	۱	**۲**	۳	۴	۸۵	۱	**۲**	۳	۴	۱۲۰	۱	۲	**۳**	۴
۱۶	**۱**	۲	۳	۴	۵۱	۱	۲	۳	**۴**	۸۶	**۱**	۲	۳	۴	۱۲۱	۱	۲	۳	**۴**
۱۷	۱	**۲**	۳	۴	۵۲	۱	**۲**	۳	۴	۸۷	۱	۲	**۳**	۴	۱۲۲	۱	۲	**۳**	۴
۱۸	۱	۲	۳	**۴**	۵۳	۱	**۲**	۳	۴	۸۸	۱	۲	**۳**	۴	۱۲۳	۱	۲	۳	**۴**
۱۹	**۱**	۲	۳	۴	۵۴	**۱**	۲	۳	۴	۸۹	۱	**۲**	۳	۴	۱۲۴	۱	۲	۳	**۴**
۲۰	**۱**	۲	۳	۴	۵۵	**۱**	۲	۳	۴	۹۰	۱	۲	**۳**	۴	۱۲۵	**۱**	۲	۳	۴
۲۱	**۱**	۲	۳	۴	۵۶	**۱**	۲	۳	۴	۹۱	۱	۲	۳	**۴**	۱۲۶	۱	**۲**	۳	۴
۲۲	۱	۲	**۳**	۴	۵۷	۱	**۲**	۳	۴	۹۲	**۱**	۲	۳	۴	۱۲۷	۱	**۲**	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	**۴**	۵۸	۱	۲	**۳**	۴	۹۳	۱	**۲**	۳	۴	۱۲۸	۱	۲	**۳**	۴
۲۴	**۱**	۲	۳	۴	۵۹	**۱**	۲	۳	۴	۹۴	۱	۲	۳	**۴**	۱۲۹	**۱**	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	**۳**	۴	۶۰	۱	۲	۳	**۴**	۹۵	۱	۲	**۳**	۴	۱۳۰	۱	**۲**	۳	۴
۲۶	۱	**۲**	۳	۴	۶۱	۱	۲	۳	**۴**	۹۶	۱	**۲**	۳	۴	۱۳۱	**۱**	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	**۳**	۴	۶۲	**۱**	۲	۳	۴	۹۷	۱	۲	۳	**۴**	۱۳۲	۱	۲	**۳**	۴
۲۸	۱	۲	**۳**	۴	۶۳	**۱**	۲	۳	۴	۹۸	۱	**۲**	۳	۴	۱۳۳	۱	۲	**۳**	۴
۲۹	۱	۲	۳	**۴**	۶۴	**۱**	۲	۳	۴	۹۹	۱	**۲**	۳	۴	۱۳۴	**۱**	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	**۳**	۴	۶۵	۱	**۲**	۳	۴	۱۰۰	۱	۲	**۳**	۴	۱۳۵	۱	۲	**۳**	۴
۳۱	۱	۲	**۳**	۴	۶۶	۱	۲	**۳**	۴	۱۰۱	۱	۲	۳	**۴**	۱۳۶	۱	۲	**۳**	۴
۳۲	۱	**۲**	۳	۴	۶۷	۱	۲	۳	**۴**	۱۰۲	۱	۲	۳	**۴**	۱۳۷	۱	۲	**۳**	۴
۳۳	۱	۲	**۳**	۴	۶۸	۱	۲	۳	**۴**	۱۰۳	۱	۲	**۳**	۴	۱۳۸	**۱**	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	**۳**	۴	۶۹	۱	**۲**	۳	۴	۱۰۴	۱	**۲**	۳	۴	۱۳۹	۱	۲	**۳**	۴
۳۵	۱	۲	**۳**	۴	۷۰	۱	۲	۳	**۴**	۱۰۵	۱	۲	**۳**	۴	۱۴۰	۱	۲	**۳**	۴

۱۴۱	۱	۱۶۴	۲	۱۸۷	۴	۲۱۰	۴
۱۴۲	۲	۱۶۵	۲	۱۸۸	۱	۲۱۱	۴
۱۴۳	۱	۱۶۶	۲	۱۸۹	۳	۲۱۲	۳
۱۴۴	۲	۱۶۷	۲	۱۹۰	۳	۲۱۳	۲
۱۴۵	۳	۱۶۸	۳	۱۹۱	۳	۲۱۴	۴
۱۴۶	۲	۱۶۹	۱	۱۹۲	۳	۲۱۵	۳
۱۴۷	۴	۱۷۰	۳	۱۹۳	۱	۲۱۶	۴
۱۴۸	۴	۱۷۱	۱	۱۹۴	۲	۲۱۷	۲
۱۴۹	۴	۱۷۲	۴	۱۹۵	۱	۲۱۸	۱
۱۵۰	۱	۱۷۳	۳	۱۹۶	۲	۲۱۹	۳
۱۵۱	۱	۱۷۴	۱	۱۹۷	۴	۲۲۰	۱
۱۵۲	۲	۱۷۵	۴	۱۹۸	۲	۲۲۱	۱
۱۵۳	۱	۱۷۶	۴	۱۹۹	۱	۲۲۲	۲
۱۵۴	۳	۱۷۷	۱	۲۰۰	۲	۲۲۳	۳
۱۵۵	۳	۱۷۸	۴	۲۰۱	۴	۲۲۴	۴
۱۵۶	۲	۱۷۹	۳	۲۰۲	۱	۲۲۵	۱
۱۵۷	۳	۱۸۰	۴	۲۰۳	۳	۲۲۶	۱
۱۵۸	۳	۱۸۱	۲	۲۰۴	۳	۲۲۷	۱
۱۵۹	۴	۱۸۲	۳	۲۰۵	۳	۲۲۸	۱
۱۶۰	۲	۱۸۳	۳	۲۰۶	۲	۲۲۹	۲
۱۶۱	۳	۱۸۴	۳	۲۰۷	۲	۲۳۰	۴
۱۶۲	۴	۱۸۵	۴	۲۰۸	۴		
۱۶۳	۳	۱۸۶	۳	۲۰۹	۱		