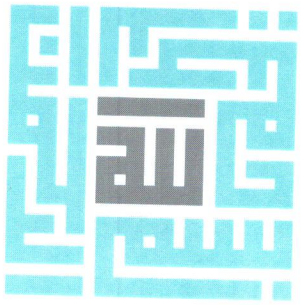
@MOHammad_Free



MOHammad_Free

Telegram: @MOHammad_Free

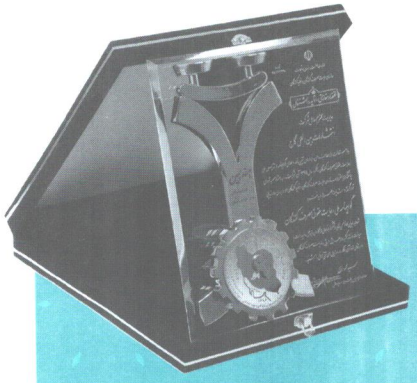
@MOHammad_Free

خط ویژه

سرشناسه: رحمانی، ارسلان
عنوان: فیزیک جامع کنکور تجربی (جلد اول)
مشخصات نشر: تهران، انتشارات بین‌المللی گاج؛ ۱۳۹۸.
مشخصات ظاهری: ۱۶۰ ص نمودار.
فروست: از مجموعه کتاب‌های خط ویژه گاج
شابک: ۹-۰۱۷۶-۰۳-۶۲۲-۹۷۸
وضعیت فهرست‌نویسی: فیپای مختصر.
شناسه افزوده: عباسیان، شاهین
شمارهٔ کتابشناسی ملی: ۵۵۳۳۵۴۶

شناسنامه

[ناشر: انتشارات بین‌المللی گاج]
[مدیر مسئول: مهندس ابوالفضل جوکار]
[معاونت علمی: مهندس محمد جوکار]
[واحد پژوهش و برنامه‌ریزی کتاب‌های: خط ویژه]
[مدیر تألیف و نظارت بر محتوا: مهندس علیرضا شعبانی نصر]
[عنوان کتاب: فیزیک جامع کنکور تجربی (جلد اول)]
[مؤلفان: ارسلان رحمانی، شاهین عباسیان] + [همکار مؤلفان: مهدی آذرنسب]
[هماهنگی اجرایی: سحر رجبعلیان]
[ویراستاران علمی: رضا تیموری، مرتضی اخلاقی، فراز رسولی]
[ویرایش فنی: نسرین یوسفی قهی]
[مدیر واحد فنی و گرافیک: حسن حاجی‌محمدی]
[گرافیک: مریم هنرمند]
[صفحه‌آرایی: سیده فاطمه دیوبند، نفیسه کلیج، فاطمه آقایی‌پور]
[آماده‌سازی و نظارت بر چاپ و توزیع: گاج] + [لیتوگرافی: گاج]
[چاپ‌خانه و صحافی: گاج] + [ناظر چاپ: علی مزرعتی]
[نوبت چاپ: دوم (۹۸-۱۳۹۷)] + [شمارگان: ۲۰۰۰ نسخه]
[دفتر مرکزی و فروشگاه: تهران، خیابان انقلاب، بین چهارراه ولیعصر(عج) و خیابان فلسطین، شماره ۹۱۹]
[ارسال کتاب با پیک گاجت: ۶۴۲۰-۰۲۱]
[سرویس پیام کوتاه (SMS): ۲۰۰۰۶۴۲۰]
[صندوق پستی: ۳۷۷-۱۳۱۴۵]
[پایگاه اینترنتی: www.gajmarket.com]
[قیمت: ۳۵۰۰۰ تومان]



Telegram: @MOHammad_Free

@MOHammad_Free

سخن ناشر

بانام خدا

آیا می دانید برای تهیه ی هر تن کاغذ ۱۷ اصله درخت سبز قطع می شود؟ آیا می دانید برای تولید یک عنوان کتاب ۲ صفحه ای وقطع رحلی در شمارگان ۲۰۰۰ نسخه یک تن کاغذ مصرف می شود؟ لذا شایسته است پس از مطالعه ی کتاب حاضر آن را در وب سایت mygaj.com قرار دهید تا از تولید مجدد آن جلوگیری و در مصرف کاغذ صرفه جویی شود. باشد که شما دوستان خوب نادیده ام با این حرکت به ظاهر کوچک، گامی بلند در حفظ منابع طبیعی کره ی زمین برداشته باشید.

ارادتمند شما
ابوالفضل جوکار

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

سخن مدیر تألیف

حتماً اسم «خط ویژه» رو بارها و بارها شنیدید و احتمالاً اوّلین چیزی که از شنیدن این اسم به ذهنتون میاد، اینه که خط ویژه راهیه که مسیر پر پیچ و خم و پر اضطراب کنکور رو براتون راحت‌تر و هموار می‌کنه.

بله، دقیقاً درسته. کتاب‌های خط ویژهٔ گاج برای جمع‌بندی همهٔ اون چیزیه که در طول سال تحصیلی باید یاد بگیریم. درسنامه‌هایی جامع و کاربردی، خلاصه و مفهومی، تست‌های خلّاق از تمارین کتاب درسی و کنکورهای سراسری، پاسخ‌هایی کاملاً تشریحی و آزمون‌های جامع و استاندارد از ویژگی‌های این کتاب کم‌حجم است.

خلاصه این‌که هر چیزی رو که شما در طول سال تحصیلی نیاز داشته باشین، به‌طور خیلی مفید در حجمی کم، برای شما گردآوری کردیم.

امیدواریم تونسته باشیم کمک کوچیکی برای یادگیری بهتر شما عزیزان انجام داده باشیم.

به یادتان هستیم، به یادمان باشید!

علیرضا شعبانی‌نصر

@MOHammad_Free
Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

مقدمهٔ مؤلفان

خط‌ویژه فیزیک خطی ویژه، برای رسیدن به درصدهای بالا در درس فیزیک است.

مقدمه یک کتاب برخلاف اسمش آخرین مرحله از تألیف یک کتابه و وقتی نوشته می‌شه که کار تألیف کتاب تموم شده.

در نوشتن این کتاب چند نکته مدنظر ما بوده است:

۱) اینکه هر سال ما با این سؤال از طرف عمده داوطلبین کنکور مواجه می‌شیم که «آقا تست‌های فیزیک خیلی زیاده ما نمی‌رسیم همشو حل کنیم. اگه همه تست‌ها رو حل نکنیم می‌تونیم درصد خوبی بزنیم، چیکار کنیم که با حل تعداد تست‌های کمتری به همه نکات مطالب مسلط بشیم» جواب این سؤال خوندن کتاب خط‌ویژه است. راستی چرا اسمش رو گذاشتیم خط ویژه، چون خوندن این کتاب مثل حرکت توی خط ویژه اتوبوس‌ها می‌مونه و شما رو از از شر ترافیک (تست‌های زیاد) خلاص می‌کنه و با سرعت به مقصد می‌رسونه.

۲) اینکه خیلی از بچه‌ها در طی سال مطالب فیزیک رو خوب یاد می‌گیرن، ولی بعد از گذشت ۳ یا ۴ ماه از خوندن یک فصل مطالب اون رو فراموش می‌کنن و برای یادآوری مجبور می‌شن دوباره همه تست‌های اون فصل رو بزنن. خط ویژه این مشکل شما رو هم برای دوران جمع‌بندی حل می‌کنه. علی‌الخصوص جمع‌بندی فصل در یک نگاه که در ابتدای هر فصل آورده شده، کل مطالب رو در یک یا دو صفحه خلاصه می‌کنه.

۳) به شما اطمینان می‌دیم که با خوندن این کتاب و حل تست‌های اون هیچ نکته و مطلبی رو از فیزیک از دست نمی‌دید و این کتاب جمع‌بندی و چکیده تمامی مطالب درسی سال دوازدهم برای شماست.

۴) با توجه به ارتباط فصل‌های کتاب دوازدهم با همدیگه سؤالات ترکیبی آورده شده که با حل این تست‌های ترکیبی می‌تونید روی مطالب چند فصل به‌طور هم‌زمان تسلط پیدا کنید.

حرف آخر

در تألیف این کتاب چند نفر خیلی زحمت کشیدن و بدون حضور اونها کار به این خوبی به سرانجام نمی‌رسید. در ابتدا جا داره از جناب آقای مهندس ابوالفضل جوکار مدیر مسئول انتشارات گاج، جناب آقای مهندس محمد جوکار معاونت علمی انتشارات تشکر ویژه داشته باشیم. جناب آقای مهندس علیرضا شعبانی‌نصر مدیریت تألیف کتاب‌های خط‌ویژه، فراز رسولی که مثل همیشه در کار تألیف و جمع‌بندی کمک حال من بودن.

امیررضا خوئینی‌ها که در رسم نقشه راه کمک زیادی کردن. مهندس مهدی آذرنسب که در تک‌تک مراحل کار همراهی کردن و در پایان با خوندن کامل کار ایرادات اون رو برطرف کردن. ایشون کلی کلاس رو به‌خاطر خوندن این کتاب کنسل کردن که من اینجا از شاگرداشون عذرخواهی می‌کنم.

امیدوارم همه کسایی که این کتاب رو می‌خونن در کنکور سراسری موفق بشن و درصد بالایی رو در درس فیزیک کسب کنن.

به امید موفقیت روزافزون شما عزیزان

ارسلان رحمانی - شاهین عباسیان

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

فهرست

فصل اوّل:

حرکت بر خط راست ۷

فصل دوم:

دینامیک ۵۱

فصل سوم:

نوسان و امواج ۷۷

فصل چهارم:

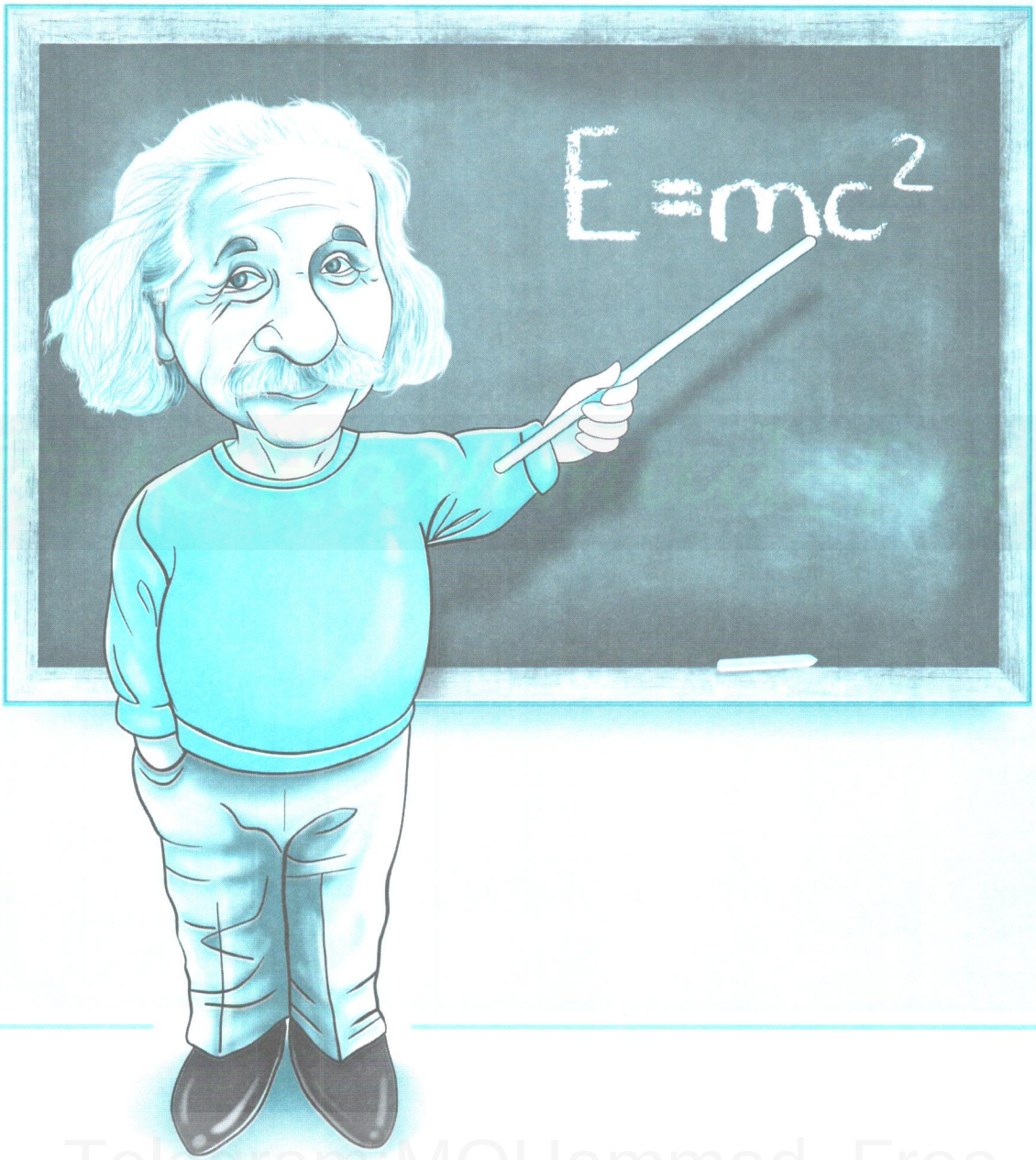
آشنایی با فیزیک اتمی و هسته‌ای ۱۲۱

@MOHammad_Free

@MOHammad_Free

فصل اوّل

حرکت بر خط راست



Telegram.MOHammad_Free

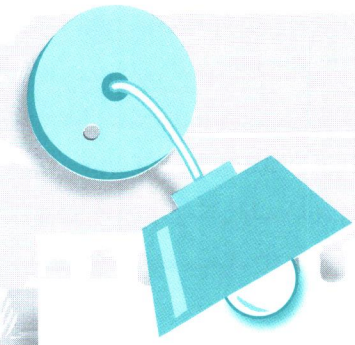
@MOHammad_Free

جمع‌بندی فصل اوّل در یک نگاه

- کلیات حرکت
  - سرعت متوسط: $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$
  - تندی متوسط: $s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$
  - شتاب متوسط: $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
  - تعیین نوع حرکت: $av > 0$ تندشونده، $av < 0$ کندشونده
- حرکت با سرعت ثابت
  - معادلهٔ مکان- زمان: $x = vt + x_0$، $\Delta x = v\Delta t$
  - نمودارها
    - نمودار مکان- زمان: $v > 0$ (x صعودی با t)، $v < 0$ (x نزولی با t)
    - نمودار سرعت- زمان: $v > 0$ (خط بالای محور)، $v < 0$ (خط پایین محور)
  - حرکت‌های چند مرحله‌ای: $v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots}$
- کلیات حرکت و حرکت سرعت ثابت
  - تعیین علامت کمیت‌های حرکت‌شناسی از روی نمودار
    - نمودار مکان- زمان: $v > 0$ (x صعودی)، $v < 0$ (x نزولی)؛ $a > 0$ (x رو به بالا)، $a < 0$ (x رو به پایین)
    - نمودار سرعت- زمان: $v > 0$ (بالای محور)، $v < 0$ (پایین محور)؛ $a > 0$ (صعودی)، $a < 0$ (نزولی)
  - محاسبهٔ کمیت‌های حرکت‌شناسی از روی نمودار
    - نمودار مکان- زمان: شیب ← سرعت؛ مساحت زیر نمودار ← مکان
    - نمودار سرعت- زمان: شیب ← شتاب؛ مساحت زیر نمودار ← سرعت

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free



حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت

حرکت شتاب ثابت

روابط

روابط اصلی

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$v = at + v_0$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

روابط کمکی

$$\Delta x_{\text{توقف}} = \frac{-v_0^2}{2a}$$

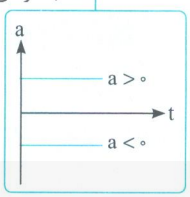
$$t_{\text{توقف}} = -\frac{v_0}{a}$$

$$\Delta x = (n - 0/5)aT^2 + v_0T$$

جابه‌جایی در T ثانیه n ام

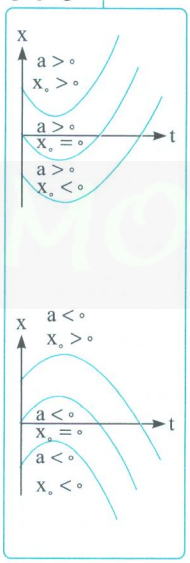
نمودارها

شتاب- زمان



سرعت- زمان

مکان- زمان



Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

مبحث (۱): جابه‌جایی و مسافت

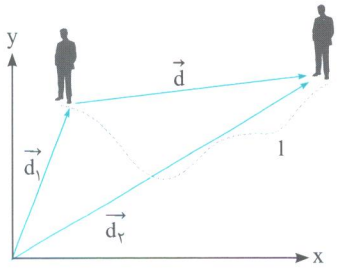
در شروع این فصل می‌خواهیم شما را با کمیت‌های اصلی حرکت‌شناسی آشنا کنیم.

بردار مکان: برداری است که ابتدای آن مبدأ مکان و انتهای آن مکان جسم است.

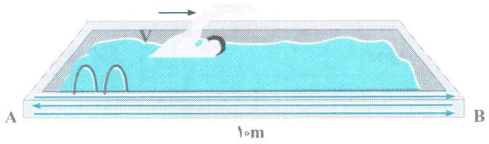
بردار جابه‌جایی: برداری که ابتدای آن مکان اولیهٔ جسم و انتهای آن مکان ثانویهٔ جسم است.

مسافت: طول مسیر پیموده شده توسط متحرک مسافت نام دارد.

به‌طور مثال فرض کنید مطابق شکل روبه‌رو شخصی در مسیر نشان داده شده حرکت کرده باشد. در این شکل بردار مکان اولیه ($\vec{d}_1$)، بردار مکان ثانویه ($\vec{d}_2$)، بردار جابه‌جایی ($\vec{d}$) و مسافت طی شده توسط متحرک (l) نشان داده شده است.



! نکته دقت کنید که جابه‌جایی متحرک فقط به نقاط شروع و پایان حرکت بستگی دارد، در صورتی‌که، مسافت طی شده توسط متحرک به کل مسیر طی شده بستگی دارد. به‌طور مثال فرض کنید مطابق شکل زیر، شناگری طول یک استخر ۱۰ متری را سه بار طی کرده و از نقطهٔ A به B برسد. در این‌صورت اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط متحرک برابر است با:



مسافت طی شده $l = ۱۰ + ۱۰ + ۱۰ = ۳۰m$

اندازهٔ جابه‌جایی $|\vec{d}| = AB = ۱۰m$

مبحث (۲): تندی متوسط و سرعت متوسط

تندی متوسط: به نسبت مسافت طی شده توسط متحرک به زمان حرکت، تندی متوسط گویند. تندی متوسط کمیتی نرده‌ای است و آن را به‌صورت s_{av} نشان می‌دهند و به‌صورت مقابل به‌دست می‌آید:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$$

s_{av} ← تندی متوسط برحسب متر بر ثانیه $(\frac{m}{s})$

l ← مسافت طی شده برحسب متر (m)

Δt ← مدت زمان حرکت برحسب ثانیه (s)

سرعت متوسط: به نسبت جابه‌جایی انجام شده توسط متحرک به زمان حرکت، سرعت متوسط گویند. سرعت متوسط کمیتی برداری است و آن را به‌صورت $\vec{v}_{av}$ نشان می‌دهند و به‌صورت مقابل به‌دست می‌آید:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

$\vec{v}_{av}$ ← بردار سرعت متوسط برحسب متر بر ثانیه $(\frac{m}{s})$

$\vec{d}$ ← بردار جابه‌جایی برحسب متر (m)

به‌طور مثال، اگر در قسمت قبل، کل مدت زمان شناکردن شناگر ۶۰s باشد تندی متوسط و اندازهٔ سرعت متوسط آن به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۳۰}{۶۰} = \frac{۱}{۲}\frac{m}{s}$$

$$|\vec{v}_{av}| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} = \frac{۱۰}{۶۰} = \frac{۱}{۶}\frac{m}{s}$$

مبحث (۳): شتاب متوسط

شتاب متوسط: به نسبت تغییرات سرعت متحرک به زمان حرکت شتاب متوسط گویند. شتاب متوسط کمیتی برداری است و آن را به‌صورت $\vec{a}_{av}$ نشان می‌دهند و به‌صورت مقابل به‌دست می‌آید:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t}$$

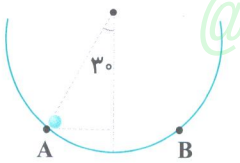
! نکته با توجه به رابطهٔ بالا هرگاه سرعت جسمی تغییر کند حرکت آن شتاب‌دار است. با توجه به این‌که بردار سرعت در هر نقطه بر مسیر حرکت مماس است، تغییر سرعت جسم در نقاط مختلف مسیر حرکت می‌تواند به دلیل تغییر در اندازهٔ بردار سرعت (تندی) جسم باشد و یا می‌تواند به دلیل تغییر در جهت بردار سرعت آن باشد و یا همچنین می‌تواند به دلیل تغییر در اندازه و جهت بردار سرعت به‌صورت هم‌زمان باشد.

Telegram:MOHammad_Free

@Mohammad_Free

۱ گزینهٔ ۲

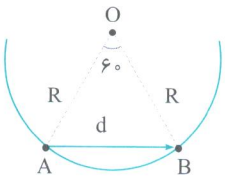
گلوله‌ای مطابق شکل درون نیم‌کره به شعاع R قرار دارد. گلوله‌ای از نقطهٔ A رها شده و تا نقطهٔ B روبه‌روی نقطهٔ A بالا می‌رود. در این حرکت مسافت طی شده توسط گلوله چند برابر اندازهٔ جابه‌جایی آن است؟



☐۱) $\frac{\pi}{۶}$ ☐۲) $\frac{\pi}{۳}$

☐۳) ۲ ☐۴) ۱

حل با توجه به شکل، مثلث OAB متساوی‌الاضلاع است. جابه‌جایی جسم برابر پاره‌خط AB و مسافت طی شده هم برابر کمانی از دایره است که مقادیر آنها را می‌توان به‌صورت زیر محاسبه کرد:



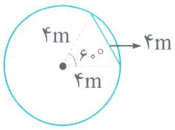
$$\left.\begin{array}{l} d = R \\ l = \frac{\text{محیط}}{۶} = \frac{۲\pi R}{۶} = \frac{\pi R}{۳} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{l}{d} = \frac{\frac{\pi R}{۳}}{R} = \frac{\pi}{۳}$$

۲ گزینهٔ ۳

شخصی زغال‌گردانی به طول ۴m را با تندی ثابت می‌چرخاند. اگر اندازهٔ جابه‌جایی در هر ثانیه برای انتهای زغال‌گردان که محفظهٔ زغال است، برابر ۴m باشد، مسیر پیموده شده توسط محفظهٔ زغال در مدت ۴s چند متر است؟ ($\pi = ۳$)

☐۱) ۱۲ ☐۲) ۶ ☐۳) ۱۶ ☐۴) ۳۶

حل با توجه به شکل که طرحی از مسیر حرکت محفظهٔ زغال‌گردان است، متحرک روی مسیر دایره‌ای به شعاع ۴ متر در هر ثانیه ۴ متر جابه‌جا می‌شود، بنابراین متحرک در هر ثانیه $\frac{۱}{۶}$ از محیط دایره را طی می‌کند.



پس مسافت طی شده در ۴ ثانیه برابر $\frac{۲}{۳}$ از محیط دایره است.

$$l = \frac{۲}{۳}(\text{محیط دایره}) = \frac{۲}{۳}(۲\pi R) = \frac{۲}{۳}(۲ \times ۳ \times ۴) = ۱۶m$$

۳ گزینهٔ ۱

در یک ساعت مچی طول عقربهٔ ثانیه‌شمار ۲ برابر طول عقربهٔ ساعت‌شمار است. در مدت ۱ ساعت تندی متوسط نوک عقربهٔ ثانیه‌شمار چند برابر تندی متوسط نوک عقربهٔ ساعت‌شمار است؟

☐۱) ۱۴۴۰ ☐۲) ۷۲۰ ☐۳) ۲۴۰ ☐۴) ۱۲۰

حل عقربهٔ ساعت‌شمار در هر ساعت $\frac{۱}{۱۲}$ دور می‌زند امّا عقربهٔ ثانیه‌شمار در یک ساعت ۶۰ دور می‌زند. می‌دانیم طول عقربهٔ ثانیه‌شمار دو برابر طول عقربهٔ ساعت‌شمار است، در نتیجه محیطی که طی می‌کند دو برابر محیط عقربهٔ ثانیه‌شمار است.

$$\frac{S_{av\,\text{ثانیه‌شمار}}}{S_{av\,\text{ساعت‌شمار}}} = \frac{\frac{l_۱}{\Delta t_۱}}{\frac{l_۲}{\Delta t_۲}} \Rightarrow \frac{S_{av_۱}}{S_{av_۲}} = \frac{l_۱}{l_۲} \times \frac{\Delta t_۲}{\Delta t_۱} = \frac{۶۰(۲\pi R_۱)}{\frac{۱}{۱۲}(۲\pi R_۲)} = ۷۲۰ \times \frac{۲R_۲}{R_۲} = ۷۲۰ \times ۲ = ۱۴۴۰$$

مرحلهٔ دوم جمع‌بندی — نمودارهای حرکت

مبحث (۱): تعیین کمیت‌ها و لحظات خاص از روی نمودارها

در این مرحله ابتدا شما را با چند اصطلاح خاص که در حرکت‌شناسی بسیار کاربرد دارد آشنا می‌کنیم:

۱ مکان اولیهٔ حرکت ← مکانی که متحرک در لحظهٔ $t = ۰$ در آن قرار دارد. به عبارت دیگر فاصلهٔ اولیهٔ متحرک از مبدأ است.

۲ مبدأ مکان ← مبدأ مختصات یا به عبارت دیگر $x = ۰$ است و فاصله تمام نقاط نسبت به آن سنجیده می‌شود.

۳ تغییر جهت بردار مکان ← به‌طور کلی اگر متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در قسمت مثبت محور x (سمت راست مبدأ) باشد مکان آن مثبت و اگر در قسمت منفی محور x (سمت چپ مبدأ) باشد، مکان آن منفی است. بنابراین در لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند، بردار مکان تغییر جهت می‌دهد.

۴ تغییر جهت متحرک ← به‌طور کلی اگر متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در جهت محور x در حال حرکت باشد، سرعت آن مثبت و اگر در خلاف جهت محور x حرکت کند سرعت آن منفی می‌شود. بنابراین در لحظه‌ای که اندازهٔ سرعت صفر شده و علامت آن تغییر می‌کند، متحرک تغییر جهت می‌دهد.

Telegram:MOHammad_Free

۵ ثانیهٔ n ام ← بازهٔ زمانی $t_۱ = n-۱$ تا $t_۲ = n$ ثانیهٔ n ام نام دارد. به‌طور مثال منظور از ثانیهٔ پنجم بازهٔ زمانی $t_۱ = ۴s$ تا $t_۲ = ۵s$ است.

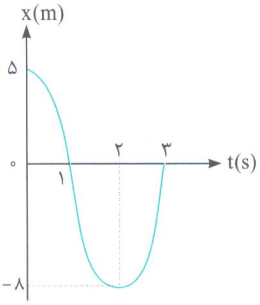
۶ T ثانیهٔ n ام ← بازهٔ زمانی $t_۱ = (n-۱)T$ تا $t_۲ = nT$ ، T ثانیهٔ n ام نام دارد. به‌طور مثال منظور از سه ثانیهٔ دوم، بازهٔ زمانی $t_۱ = ۳s$ تا $t_۲ = ۶s$ است.

@MOHammad_Free

در ادامه شما را با نمودارهای حرکت یک متحرک آشنا می‌کنیم:

الف) نمودار مکان - زمان

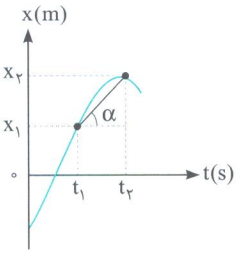
۱) نمودار مکان - زمان، مکان متحرک را در هر لحظه نشان می‌دهد. برای به‌دست آوردن جابه‌جایی متحرک در یک بازهٔ زمانی مشخص کافی است تفاضل مکان ثانویه و اولیهٔ آن را به‌دست آوریم و برای به‌دست آوردن مسافت طی شده توسط آن باید کل مسیر طی شده را محاسبه کنیم. به‌طور مثال داریم:



جابه‌جایی در ۳ ثانیهٔ اوّل $= ۰ - ۵ = -۵m$

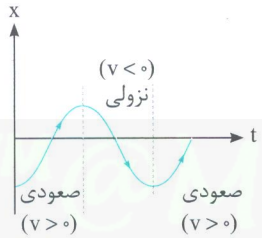
مسافت در ۳ ثانیهٔ اوّل $= ۵ + ۸ + ۸ = ۲۱m$

۲) شیب خط واصل بین دو نقطه از نمودار مکان - زمان برابر سرعت متوسط متحرک در آن بازهٔ زمانی است.

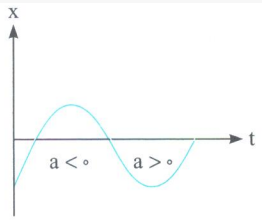


$$\text{شیب خط واصل} = \tan\alpha = \frac{\Delta x}{\Delta t} = v_{av}$$

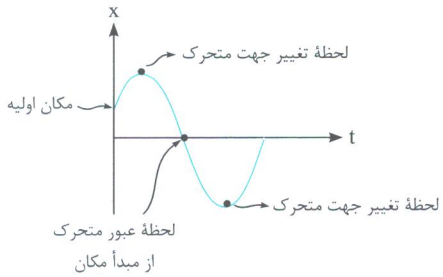
۳) شیب خط مماس به نمودار مکان - زمان برابر سرعت لحظه‌ای متحرک در آن لحظه است. به عبارت دیگر هنگامی‌که نمودار مکان - زمان صعودی است، سرعت متحرک مثبت بوده و متحرک در جهت محور x ها حرکت می‌کند و هنگامی‌که نمودار مکان - زمان نزولی است، سرعت متحرک منفی بوده و متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.



۴) تقعر نمودار مکان - زمان بیانگر علامت شتاب متحرک است. به عبارت دیگر، اگر تقعر نمودار مثبت باشد (نمودار این شکلی ∪ باشد!) شتاب متحرک مثبت و اگر تقعر نمودار منفی باشد (نمودار این شکلی ∩ باشد!) شتاب متحرک منفی و اگر نمودار به‌صورت خطی باشد، شتاب متحرک صفر است.

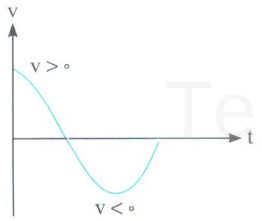


۵) و در آخر لحظات خاصی که با آنها آشنا شده‌اید در نمودار مکان - زمان به‌صورت روبه‌رو است:



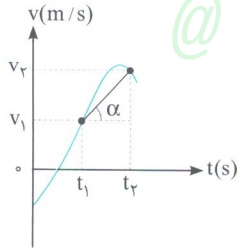
ب) نمودار سرعت - زمان

۱) در هر لحظه که نمودار بالای محور t است، سرعت متحرک مثبت بوده و متحرک در جهت محور x ها حرکت می‌کند و در هر لحظه که نمودار زیر محور t است، سرعت متحرک منفی بوده و متحرک در خلاف جهت محور x ها حرکت می‌کند.



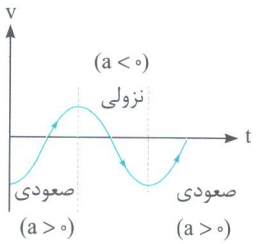
Telegram:MOHammad_Free

۲ شیب خط واصل بین دو نقطه از نمودار سرعت - زمان برابر شتاب متوسط متحرک در آن بازهٔ زمانی است.

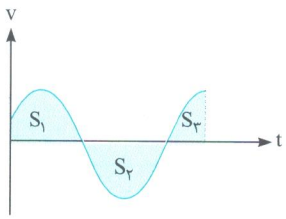


$$\text{شیب خط واصل} = \tan\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = a_{av}$$

۳ شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان برابر شتاب لحظه‌ای متحرک است. به عبارت دیگر هنگامی‌که نمودار سرعت - زمان صعودی است، شتاب متحرک مثبت و هنگامی‌که نمودار سرعت - زمان نزولی است، شتاب متحرک منفی است.



۴ مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان بیانگر جابه‌جایی متحرک در هر بازه زمانی است. برای به‌دست آوردن جابه‌جایی یا مسافت کل طی شده توسط متحرک به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

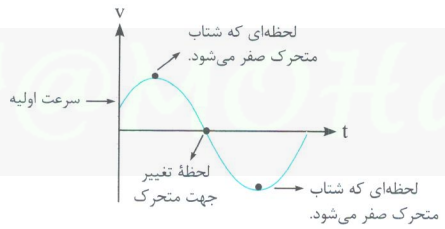


جابه‌جایی متحرک $= |S_۱| - |S_۲| + |S_۳|$

مسافت طی شده توسط متحرک $= |S_۱| + |S_۲| + |S_۳|$

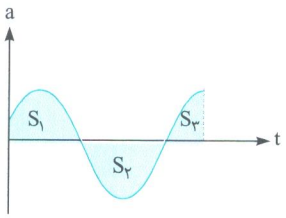
دقت کنید که به‌کمک نمودار سرعت - زمان به‌راحتی می‌توان جابه‌جایی و مسافت طی‌شده توسط متحرک را به‌دست آوریم و به‌کمک روابط $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ و $s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$ می‌توانیم سرعت متوسط و تندی متوسط را محاسبه کنیم.

۵ و در آخر لحظات خاصی که با آنها آشنا شدیم، در نمودار سرعت - زمان به‌صورت مقابل است:



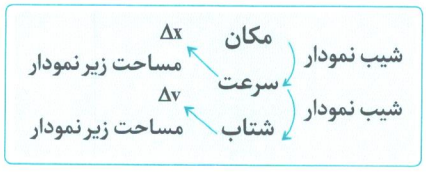
ج نمودار شتاب - زمان

مساحت محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان بیانگر تغییرات سرعت متحرک است. برای به‌دست آوردن تغییرات سرعت متحرک در یک بازهٔ زمانی به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:



$$\Delta v = |S_۱| - |S_۲| + |S_۳|$$

جمع‌بندی نکات اصلی نمودارهای حرکت‌شناسی: به‌طور کلی نکات مطرح شده در قسمت‌های گذشته را می‌توان به‌صورت زیر خلاصه کرد:



مبحث (۲): تعیین نوع حرکت متحرک

اگر سرعت متحرک در طی حرکت آن ثابت باشد، (یعنی متحرک با تندی ثابت و بدون تغییر جهت روی خط راست حرکت کند.) حرکت را سرعت ثابت می‌نامند و اگر سرعت متحرک تغییر کند، حرکت آن را شتاب‌دار می‌نامند. در این فصل فقط حرکت متحرکی را بررسی می‌کنیم که با سرعت ثابت یا شتاب ثابت روی خط راستی در حال حرکت است.

در حرکت شتاب ثابت اگر بردار شتاب در جهت بردار سرعت باشد ($av > ۰$)، تندی حرکت متحرک افزایش می‌یابد، به این حرکت در اصطلاح تندشونده می‌گویند. و اگر بردار شتاب در خلاف جهت بردار سرعت باشد ($av < ۰$)، تندی حرکت متحرک کاهش می‌یابد، که به این حرکت در اصطلاح کندشونده می‌گویند.

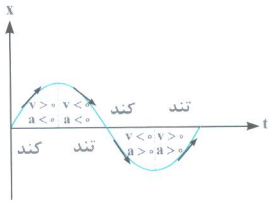
@MOHammad_Free
Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

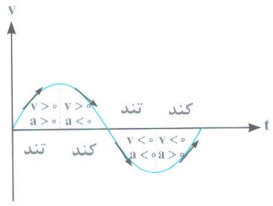
به‌طور خلاصه در مورد نوع حرکت متحرک می‌توانیم بگوییم:

نوع حرکت متحرک:
- سرعت ثابت: $(a = 0)$
- شتاب ثابت: $(a \neq 0) \Leftarrow$
  - تندشونده: $(av > 0)$
  - کندشونده: $(av < 0)$

نکات ۱ همان‌طور که در تحلیل نمودار مکان - زمان مشاهده کردید به کمک نمودار مکان - زمان می‌توان علامت سرعت و شتاب متحرک را به‌دست آورد و به کمک آن می‌توان نوع حرکت متحرک را تشخیص داد. به‌طور مثال در نمودار مقابل داریم:

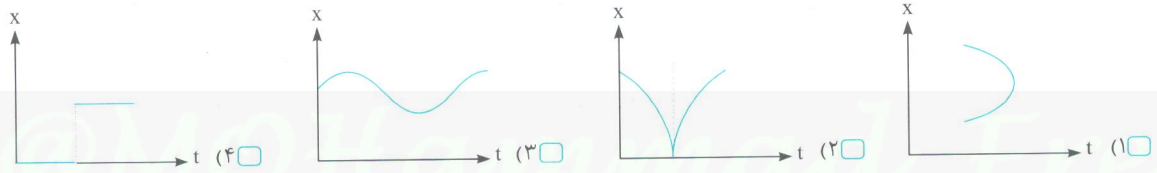


۲ در نمودار سرعت - زمان هم می‌توان به کمک بررسی علامت av نوع حرکت را تشخیص داد. امّا علاوه بر این روش می‌توانیم بگوییم در نمودار سرعت - زمان هرگاه نمودار به $(v = 0)$ نزدیک شد، حرکت کندشونده و هرگاه از آن دور شد حرکت تندشونده است. به نمودار روبه‌رو دقت کنید:



۴ **کدام نمودار $x - t$ مربوط به حرکت متحرکی است که روی خط راست در حال حرکت است؟**

گزینهٔ ۳



حل نمودار مکان - زمان یک متحرک روی خط راست باید شرایط زیر را دارا باشد:

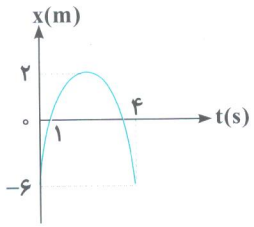
۱) در یک لحظه در دو مکان نباشد. [رد گزینهٔ «۱»]

۲) نمودار باید پیوسته باشد. [رد گزینهٔ «۴»]

۳) سرعت هرگز بی‌نهایت نمی‌شود یعنی خط مماس به شکل قائم درنمی‌آید. [رد گزینهٔ «۲»]

۵ **نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت در مسیر مستقیم حرکت می‌کند مطابق شکل است، سرعت متوسط در فاصلهٔ زمانی $t = 1s$ تا $t = 4s$ چند متر بر ثانیه است؟** (تجربی داخل ۸۷)

گزینهٔ ۲



(۱ ۲
(۲ -۲
(۳ ۶
(۴ -۶

حل سرعت متوسط، برابر جابه‌جایی در واحد زمان می‌باشد، داریم:

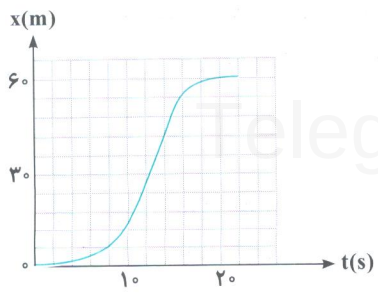
$$v_{av_{[1,4]}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{4 - 1} = \frac{-6 - (0)}{3} = -2\frac{m}{s}$$

حال اگر همین سؤال، تندی را از ما خواسته باشد، روش حل آن چگونه است؟

$$s_{av_{[1,4]}} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{|\Delta x_1| + |\Delta x_2|}{\Delta t} = \frac{2+8}{3} = \frac{10}{3}\frac{m}{s}$$

۶ **شکل مقابل، نمودار مکان - زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت کرده است. بیشینهٔ سرعت آن چند متر بر ثانیه است؟** (تجربی خارج ۹۵)

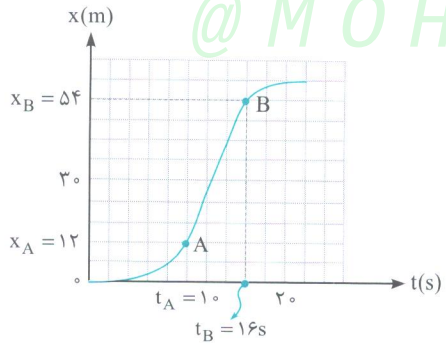
گزینهٔ ۳



(۱ ۳
(۲ ۵
(۳ ۷
(۴ ۹

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free



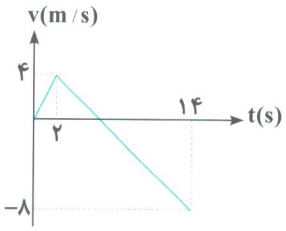
حل حرکت این متحرک در ابتدا تند شونده است (شیب خط مماس یا همان سرعت در حال افزایش) و سرعت در حال افزایش است.

سپس نوع حرکت یکنواخت شده و در نهایت حرکت کندشونده می‌شود. (شیب خط مماس یا همان سرعت در حال کاهش) پس بیشترین مقدار سرعت مربوط به قسمتی است که حرکت یکنواخت است. برای محاسبه سرعت در این بازه توجه کنید که روی محور زمان هر خانه بیانگر ۲s و روی محور مکان هر خانه معادل با ۶m است. برای تعیین سرعت در قسمت حرکت یکنواخت با توجه به ثابت بودن سرعت، مقدار سرعت متوسط را در بازه زمانی ۱۰ تا ۱۶ ثانیه محاسبه می‌کنیم.

$$v = v_{av_{[۱۰,۱۶]}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_B - x_A}{۱۶-۱۰} = \frac{۵۴-۱۲}{۱۶-۱۰} = ۷\frac{m}{s}$$ یکنواخت

۷ گزینهٔ ۳

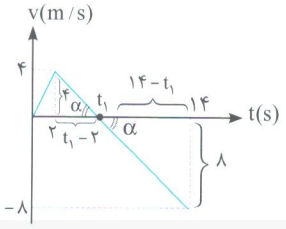
متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و نمودار سرعت - زمان آن مطابق شکل روبه‌رو است. متحرک در ۱۴ ثانیهٔ اوّل، چند ثانیه در سوی مخالف محور x حرکت کرده است؟ (ریاضی داخل ۸۹)



۱) ۴ ☐ ۲) ۶ ☐

۳) ۸ ☐ ۴) ۱۲ ☐

حل مدت زمان حرکت متحرک خلاف جهت محور x، بازه زمانی است که علامت سرعت در آن منفی باشد. پس ابتدا لحظه‌ای را که سرعت صفر شده پیدا می‌کنیم.



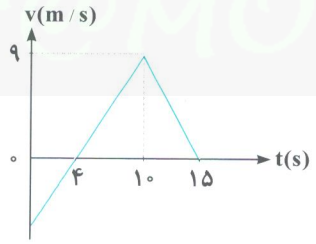
$$\tan\alpha = \tan\alpha$$

$$\frac{۴}{t_1-۲} = \frac{۸}{۱۴-t_1} \Rightarrow t_1 = ۶s$$

در سؤال مدت زمان حرکت با سرعت منفی خواسته شده که منظور طول بازه زمانی [۶s,۱۴s] می‌باشد که برابر با ۸s است.

۸ گزینهٔ ۱

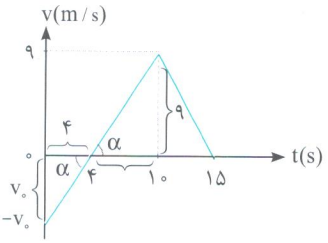
نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t = ۰$ تا $t = ۱۵s$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟ (تجربی خارج ۹۳)



۱) ۰/۴ ☐ ۲) ۰/۶ ☐

۳) ۰/۸ ☐ ۴) ۲/۵ ☐

حل برای تعیین شتاب متوسط، سرعت را در دو لحظه، ۰ و ۱۵ ثانیه لازم داریم. در لحظهٔ ۱۵ ثانیه با توجه به نمودار، سرعت برابر صفر است و سرعت لحظهٔ $t = ۰$ را از ثابت بودن شیب در بازه ۰ تا ۱۰ ثانیه به‌دست می‌آوریم.



$$\tan\alpha = \tan\alpha$$

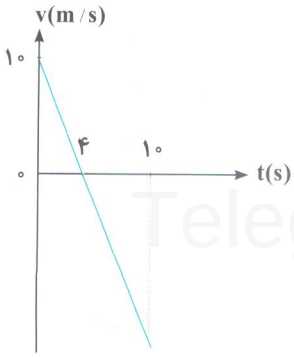
$$\frac{v_۰}{۴} = \frac{۹}{۶} \Rightarrow v_۰ = ۶\frac{m}{s}$$

در ادامه برای محاسبه شتاب متوسط داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_۱}{۱۵-۰} = \frac{۰-(-۶)}{۱۵} = ۰/۴\frac{m}{s^۲}$$

۹ گزینهٔ ۲

نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. متحرک در لحظهٔ $t = ۱۰s$ در چند متری مبدأ قرار دارد؟ (متحرک در لحظهٔ $t = ۰$ در $x = +۲m$ قرار دارد. x های مثبت در سمت راست مبدأ مختصات واقع‌اند.) (ریاضی خارج ۸۴)



۱) ۲۷ متری سمت راست مبدأ ☐

۲) ۲۳ متری سمت چپ مبدأ ☐

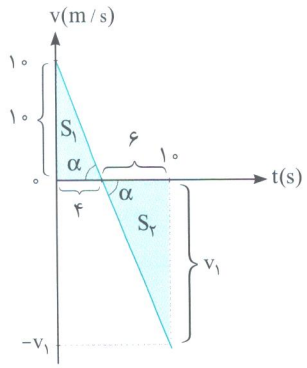
۳) ۲۵ متری سمت چپ مبدأ ☐

۴) ۲۲۷ متری سمت راست مبدأ ☐

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

حل اوّل سرعت لحظهٔ $t=10s$ را از ثابت بودن شیب نمودار به‌دست می‌آوریم:



$$\tan\alpha=\tan\alpha$$

$$\frac{10}{4}=\frac{v_1}{6}\Rightarrow v_1=15\frac{m}{s}$$

جابه‌جایی برابر با سطح زیر نمودار سرعت - زمان متحرک می‌شود.

$$\Delta x_{[0,10]}=+S_1-S_2=(+\frac{1}{2}\times10\times4)-(\frac{1}{2}\times6\times15)$$

$$\Rightarrow \Delta x_{[0,10]}=+20-45=-25m$$

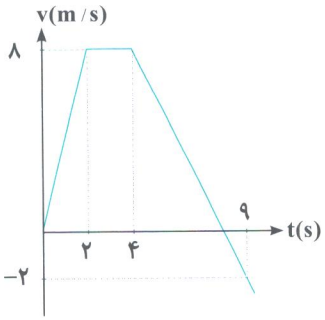
خواست سؤال از ما مکان در لحظهٔ $t=10s$ است، پس:

$$\Delta x_{[0,10]}=-25\Rightarrow x_2-x_1=-25\Rightarrow x_2-2=-25\Rightarrow x_2=-23m$$

علامت منفی نشان‌دهندهٔ این است که متحرک سمت چپ مبدأ قرار داشته است.

۱۰ گزینهٔ ۲

نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x از مکان $x=-36m$ شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. پس از چند ثانیه متحرک برای اولین بار از مبدأ مکان می‌گذرد؟ (ریاضی خارج ۸۹)



۱) ۲

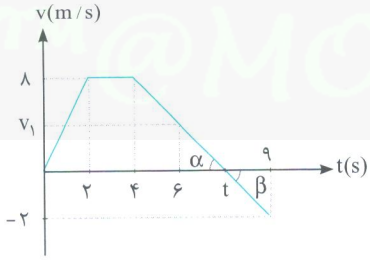
۲) ۶

۳) ۸

۴) ۱۰

حل *خب اینم یه سؤال پر محاسبه و خوب.*

ابتدا زمانی را که سرعت صفر می‌شود به‌دست می‌آوریم:

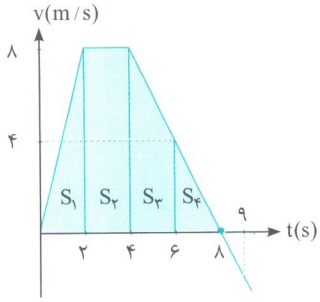


$$\tan\alpha=\tan\beta\Rightarrow\frac{8}{t-4}=\frac{2}{9-t}\Rightarrow t=8s$$

در ادامه با توجه به ثابت بودن شیب نمودار در بازهٔ زمانی ۴s تا ۹s سرعت متحرک را در لحظهٔ $t=6s$ بدست می‌آوریم:

$$\tan\alpha=\tan\alpha\Rightarrow\frac{8}{8-4}=\frac{v_1}{8-6}\Rightarrow v_1=4\frac{m}{s}$$

پس شکل نمودار سرعت - زمان ما به‌صورت زیر است. در لحظهٔ عبور از مبدأ جابه‌جایی متحرک (یا همان سطح زیر نمودار v-t) برابر با ۳۶ می‌شود.



$$S_1=\frac{1}{2}\times2\times8=8 \qquad S_2=2\times8=16$$

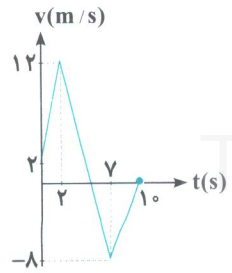
$$S_3=(\frac{8+4}{2})\times2=12 \qquad S_4=\frac{1}{2}\times4\times2=4$$

$$\Delta x_{[0,2]}=+S_1=8m$$

$$\Delta x_{[0,6]}=+S_1+S_2+S_3=36m \quad ✓$$

۱۱ گزینهٔ ۱

شکل مقابل، نمودار سرعت - زمان یک متحرک را نشان می‌دهد که روی خط راست از مکان اولیه $x_0=+7m$ شروع به حرکت می‌کند. بیشینهٔ فاصلهٔ این متحرک از مبدأ در ۱۰ ثانیهٔ اوّل حرکت چند متراست؟



۱) ۳۹

۲) ۲۱

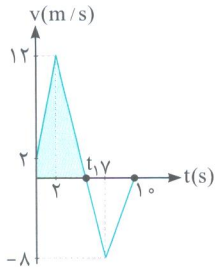
۳) ۳۲

۴) ۲۵

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

حل بیشینهٔ جابه‌جایی یعنی بیشینهٔ مساحت زیر نمودار، که در لحظه‌ای که نمودار محور افقی را قطع می‌کند (t_1) رخ می‌دهد. دلیل این است که بعد از لحظهٔ t_1 سطح زیر نمودار با علامت منفی در نظر گرفته می‌شود، پس بیشینهٔ جابه‌جایی در بازهٔ صفر تا t_1 ثانیه اتفاق می‌افتد و در لحظهٔ t_1 دارای بیشترین فاصله از مبدأ است. لحظهٔ t_1 به شکل زیر محاسبه می‌گردد:



$$\frac{۷-t_1}{t_1-۲}=\frac{۸}{۱۲}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow ۲۱-۳t_1=۲t_1-۴\Rightarrow ۵t_1=۲۵\Rightarrow t_1=۵s$$

$$S_{۰\to ۲}=\frac{۲+۱۲}{۲}\times ۲=۱۴m$$

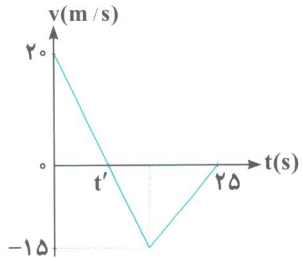
$$S_{۲\to ۵}=\frac{۱۲\times(۵-۲)}{۲}=۱۸m$$

$$\Delta x_{max}=۱۴+۱۸=۳۲m$$

$$x-x_۰=\Delta x\Rightarrow x-۷=۳۲\Rightarrow x=۳۹m$$

۱۲ گزینهٔ ۳

نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. بزرگی سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی که حرکت متحرک خلاف جهت محور x است، چند متر بر ثانیه است؟ (ریاضی داخل ۹۴)



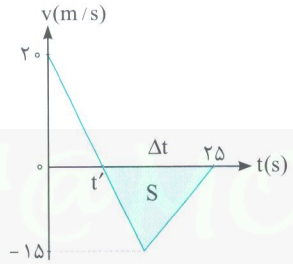
۱) صفر

۲) ۲/۵

۳) ۷/۵

۴) ۱۰

حل همان‌طور که می‌دانید هنگامی که سرعت متحرک منفی است، متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. بنابراین متحرک موردنظر در بازهٔ زمانی t' تا ۲۵s در خلاف جهت محور x در حال حرکت بوده است.

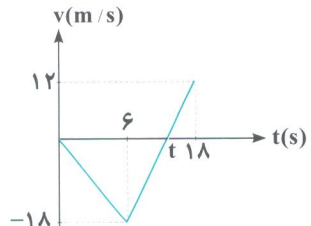


$$|v_{av}|=\frac{|\Delta x|}{\Delta t}=\frac{|s|}{\Delta t}=\frac{\frac{۱}{۲}\times ۱۵\times \Delta t}{\Delta t}=۷/۵\frac{m}{s}$$

ملاحظه می‌کنید که برای محاسبهٔ سرعت متوسط نیازی به محاسبهٔ لحظهٔ t' نیست.

۱۳ گزینهٔ ۲

نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی خط راست از مبدأ مکان حرکت خود را آغاز کرده، در شکل مقابل نشان داده شده است. اندازهٔ سرعت متوسط این متحرک در مدت زمانی که در حال دور شدن از مبدأ بوده است، چند متر بر ثانیه است؟



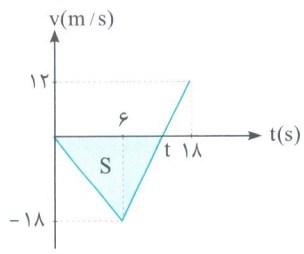
۱) ۴

۲) ۹

۳) ۱۲

۴) ۱۰

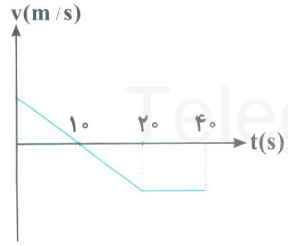
حل مساحت زیر نمودار سرعت - زمان همان جابه‌جایی است. چون متحرک از مبدأ حرکت کرده تا t ثانیه به اندازهٔ Δx در جهت منفی از مبدأ دور شده است و سپس بعد از t در جهت مثبت به سمت مبدأ برمی‌گردد و به مبدأ نزدیک می‌شود پس از لحظهٔ صفر تا t متحرک از مبدأ دور می‌شود.



$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-S}{\Delta t}=\frac{\frac{-۱۸\times t}{۲}}{t}=-۹\frac{m}{s}\Rightarrow|v_{av}|=|-۹\frac{m}{s}|=۹\frac{m}{s}$$

۱۴ گزینهٔ ۲

نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، به شکل مقابل است. اگر تندی متوسط تا لحظهٔ $t=۴۰s$ برابر $۱۵\frac{m}{s}$ باشد، اندازهٔ شتاب متحرک در $t=۷s$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟



۱) ۱

۲) ۲

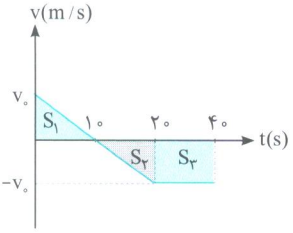
۳) $\frac{۲}{۳}$

۴) $\frac{۳}{۲}$

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

حل سطح زیر نمودار v-t نشان‌دهندهٔ جابه‌جایی است. اگر قدرمطلق مساحت‌های زیر نمودار را جمع کنیم مسافت طی شده به‌دست خواهد آمد. نمودار تا لحظهٔ $t=20s$ خط راست و لحظهٔ $t=10s$ در وسط ۰ تا ۲۰ است. سرعت اولیه را v_0 در نظر می‌گیریم، پس از ۱۰ ثانیه سرعت صفر می‌شود و پس از ۲۰ ثانیه $-v_0$ خواهد شد.



$$l=|S_1|+|S_2|+|S_3| \Rightarrow l=\left|\frac{v_0\times 10}{2}\right|+\left|\frac{v_0\times 10}{2}\right|+|20\times v_0| \Rightarrow l=30v_0$$

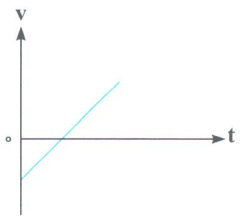
$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{30v_0}{40}=15 \Rightarrow v_0=20\frac{m}{s}$$

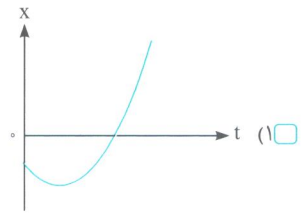
از نقطهٔ $t=0$ تا $t=10s$ شتاب متحرک ثابت است بنابراین:

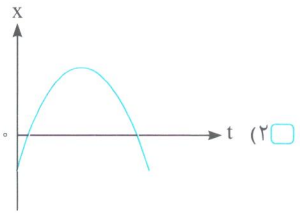
$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{0-20}{10}=-2\frac{m}{s^2} \Rightarrow |a|=2\frac{m}{s^2}$$

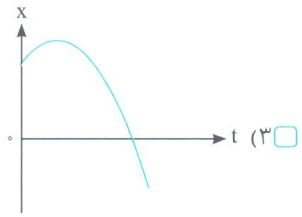
۱۵ گزینهٔ ۱

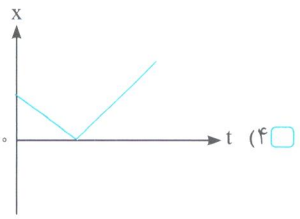
نمودار سرعت - زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل است. نمودار مکان - زمان آن به کدام صورت می‌تواند باشد؟ (منحنی‌های رسم شده در گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ قسمتی از یک سهمی هستند.) (تجربی داخل ۸۵)



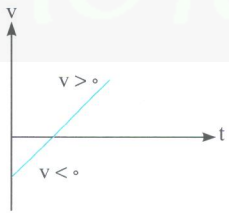
۱) 

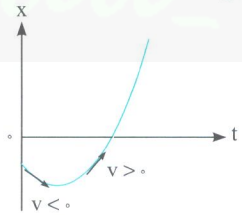
۲) 

۳) 

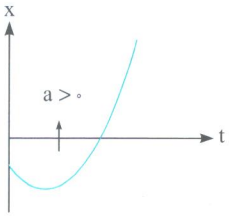
۴) 

حل روش اوّل: علامت سرعت ابتدا منفی و سپس مثبت است پس نمودار مکان-زمانی می‌تواند درست باشد که ابتدا نزولی و سپس صعودی باشد و تنها گزینهٔ «۱» این ویژگی را دارد.





روش دوم: شیب نمودار سرعت - زمان علامت شتاب را مشخص می‌کند که در این نمودار مثبت است، اثرش در نمودار مکان - زمان این است که باید جهت تقعر یا همان دهانهٔ منحنی به‌سمت بالا باشد که فقط گزینهٔ «۱» چنین ویژگی را دارد.



۱۶ گزینهٔ ۱

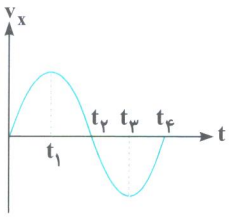
نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. در بازهٔ زمانی بین t_1 و t_2، حرکت متحرک ..... شونده و در ..... محور x است. (تجربی داخل ۸۶)

۱) کند - جهت

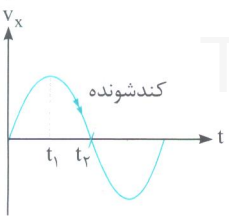
۲) تند - جهت

۳) کند - خلاف جهت

۴) تند - خلاف جهت

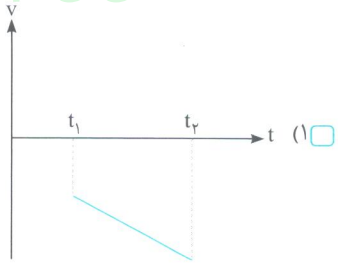


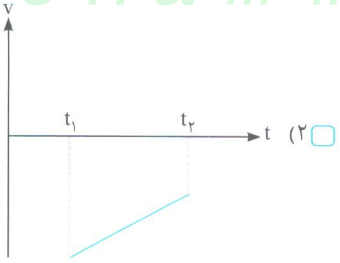
حل در بازه زمانی t_1 تا t_2 نمودار در حال نزدیک شدن به محور افقی است، پس نوع حرکت آن کندشونده است. به علاوه نمودار بالای محور قرار دارد و سرعت مثبت است و جهت حرکت در جهت محور است.

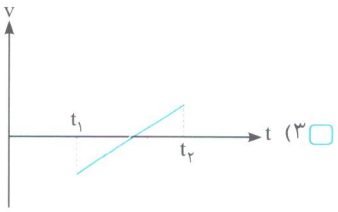


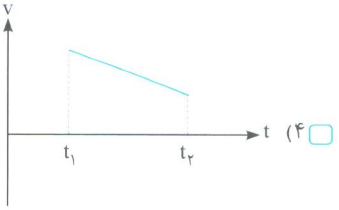
Telegram:MOHammad_Free

۱۷ گزینهٔ ۱ **کدام نمودار مربوط به متحرکی است که در بازهٔ زمانی نشان داده شده، حرکت آن پیوسته تندشونده است؟** (تجربی داخل ۹۰)

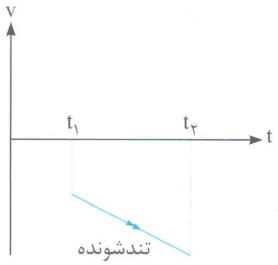
۱) 

۲) 

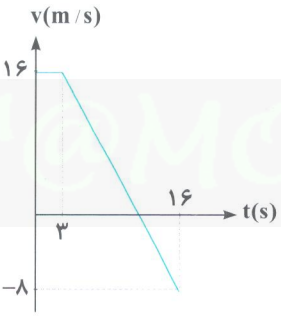
۳) 

۴) 

حل برای اینکه حرکت همواره تندشونده باشد باید نمودار سرعت - زمان در حال دور شدن از محور افقی باشد که این مطلب فقط در گزینهٔ «۱» برقرار است.



۱۸ گزینهٔ ۱ **شکل روبه‌رو نمودار سرعت - زمان جسمی را نشان می‌دهد که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. سرعت متوسط متحرک در مدت زمانی که جسم حرکت کندشونده دارد، چند برابر بزرگی سرعت متوسط آن در مدتی است که حرکت متحرک تندشونده است؟**



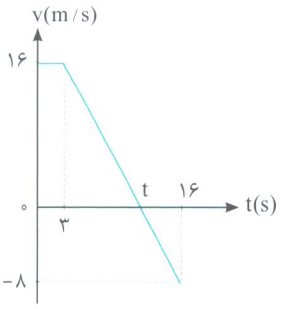
۱) ۲

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) ۱

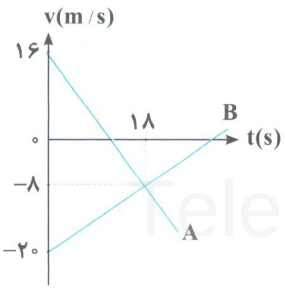
۴) ۴

حل مطابق شکل از لحظهٔ ۰ تا $t = ۳s$ حرکت جسم با سرعت ثابت انجام شده است. از لحظهٔ $t_۱ = ۳s$ تا t حرکت کندشونده و از لحظهٔ t تا $t_۲ = ۱۶s$ حرکت جسم تندشونده است. در حرکت با شتاب ثابت (جایی که شیب نمودار v - t بدون تغییر است) سرعت متوسط برابر میانگین سرعت در ابتدا و انتهای بازه است. از آن جایی که از لحظهٔ $t_۱ = ۳s$ تا $t_۲ = ۱۶s$ حرکت با شتاب ثابت است داریم:



$$\begin{cases} v_{av_{۳\to t}} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲} = \frac{۱۶ + ۰}{۲} = ۸\frac{m}{s} \\ v_{av_{t\to ۱۶}} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲} = \frac{۰ + (-۸)}{۲} = -۴\frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow \frac{|v_{av_{۳\to t}}|}{|v_{av_{t\to ۱۶}}|} = \frac{۸}{۴} = ۲$$

۱۹ گزینهٔ ۲ **نمودار سرعت، زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل مقابل است. در مدتی که متحرک A در جهت محور x حرکت کرده است، بزرگی جابه‌جایی متحرک B، چند متر است؟** (ریاضی داخل ۹۵)



۱) ۱۸۶

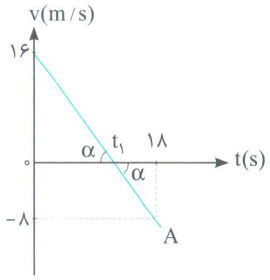
۲) ۱۹۲

۳) ۲۰۰

۴) ۲۲۸

@MOHammad_Free

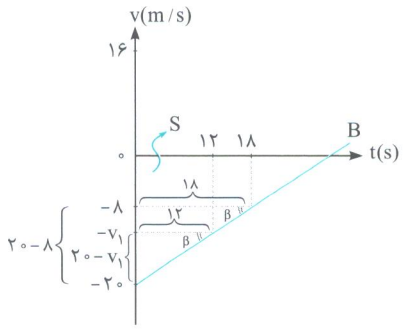
حل سؤال را در دو مرحله حل می‌کنیم، ابتدا لحظه‌ای را پیدا می‌کنیم که سرعت متحرک A تا آن لحظه در جهت محور x بوده. اگر این لحظه را t_1 فرض کنیم با توجه به ثابت بودن شیب خواهیم داشت:



$$\tan\alpha = \tan\alpha$$

$$\frac{۱۶}{t_1} = \frac{۸}{۱۸-t_1} \Rightarrow t_1 = ۳۶ - ۲t_1 \Rightarrow t_1 = ۱۲s$$

مثل همین کار را برای نمودار B انجام می‌دهیم تا سرعتش را در لحظهٔ t_1 به‌دست آوریم:



$$\tan\beta = \tan\beta$$

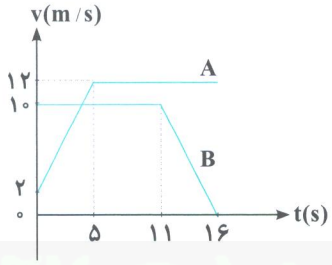
$$\frac{۲۰-۸}{۱۸} = \frac{۲۰-v_1}{۱۲} \Rightarrow \frac{۱۲}{۳} = \frac{۲۰-v_1}{۲} \Rightarrow ۲۰ - v_1 = ۸ \Rightarrow v_1 = ۱۲\frac{m}{s^2}$$

خب رسیدیم به مرحله آخر حل، برای تعیین جابه‌جایی متحرک B باید سطح زیر نمودار سرعت - زمان B را تا لحظه $t = ۱۲s$ محاسبه کرد.

$$|\Delta x_B| = S = (\frac{۲۰+۱۲}{۲}) \times ۱۲ = ۱۹۲m$$

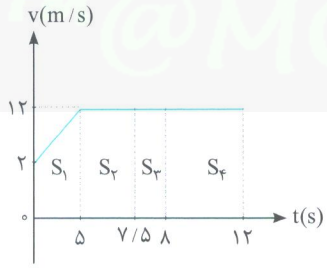
۲۰ **گزینهٔ ۳**

نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B، که روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل مقابل است. اگر در لحظهٔ $t = ۰$، هر دو در مکان $x = ۰$ قرار داشته باشند، چند ثانیه پس از آن، دو متحرک به هم می‌رسند؟ *(ریاضی داخل ۹۰)*



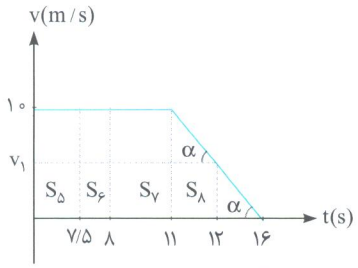
۱) ۷/۵
۲) ۸
۳) ۱۲
۴) ۱۲/۵

حل نقطهٔ شروع حرکت دو متحرک با هم یکسان است، پس در لحظهٔ به‌هم رسیدن، جابه‌جایی دو متحرک یکسان است، به عبارت دیگر در لحظه به هم رسیدن دو متحرک مساحت زیر نمودار سرعت - زمان برای دو متحرک با هم برابر می‌شود. بهترین راه این است که مساحت زیر نمودار دو متحرک را برای گزینه‌ها به‌دست آوریم:



$$S_1 = (\frac{۱۲+۲}{۲}) \times ۵ = ۳۵ \qquad S_2 = ۲/۵ \times ۱۲ = ۳۰$$

$$S_3 = ۰/۵ \times ۱۲ = ۶ \qquad S_4 = ۴ \times ۱۲ = ۴۸$$



$$\tan\alpha = \tan\alpha \Rightarrow \frac{۱۰}{۵} = \frac{۱۰-v_1}{۱} \Rightarrow v_1 = ۸\frac{m}{s}$$

$$S_5 = ۷/۵ \times ۱۰ = ۷۵ \qquad S_6 = ۰/۵ \times ۱۰ = ۵$$

$$S_7 = ۳ \times ۱۰ = ۳۰ \qquad S_8 = (\frac{۱۰+۸}{۲}) \times ۱ = ۹$$

در ادامه زمان‌های مطرح شده در گزینه‌ها را مورد بررسی قرار می‌دهیم و در هر مورد جابه‌جایی دو متحرک را بدست می‌آوریم. اگر جابه‌جایی دو متحرک یکسان شد، دو متحرک در لحظهٔ موردنظر به یکدیگر می‌رسند.

۱) $t = ۷/۵s \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_A = +S_1 + S_2 = ۶۵m \\ \Delta x_B = +S_5 = ۷۵m \end{cases}$

۲) $t = ۸s \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_A = +S_1 + S_2 + S_3 = ۷۱m \\ \Delta x_B = S_5 + S_6 = ۸۰m \end{cases}$

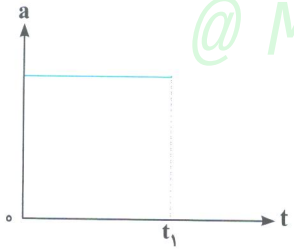
۳) $t = ۱۲s \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_A = +S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = ۱۱۹m \\ \Delta x_B = S_5 + S_6 + S_7 + S_8 = ۱۱۹m \end{cases}$

Telegram:MOHammad_Free

پیداست که در گزینهٔ «۳» جابه‌جایی دو متحرک با هم برابر است.

۲۱ **نمودار شتاب - زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند به‌صورت شکل مقابل است، حرکت متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 چگونه است؟** (ریاضی خارج ۸۶)

گزینهٔ ۴



۱) تندشونده

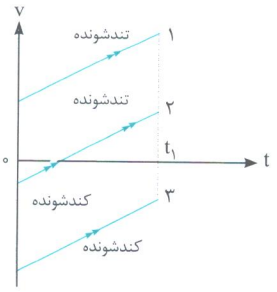
۲) کندشونده

۳) کندشونده سپس تندشونده

۴) بستگی به سرعت اولیه دارد.

حل علامت شتاب حرکت مثبت است.

با توجه به مقدار سرعت اولیه، ۳ حالت زیر برای حرکت امکان‌پذیر است:



در نمودار ۱، $v_0 > 0$ است و حرکت تندشونده است.

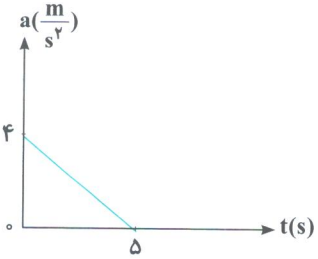
در نمودار ۲، $v_0 < 0$ است و ابتدا حرکت کندشونده و سپس تندشونده است.

و در نمودار ۳، $v_0 < 0$ است و نوع حرکت کندشونده است.

پس با توجه به مقدار سرعت اولیه هر سه حالت امکان‌پذیر است.

۲۲ **متحرکی با سرعت اولیهٔ $-6\frac{m}{s}$ در مسیر مستقیم به حرکت درمی‌آید و نمودار شتاب - زمان آن به‌صورت مقابل است. حرکت این متحرک در فاصلهٔ زمانی نشان داده شده چگونه است؟** (ریاضی خارج ۸۷)

گزینهٔ ۴



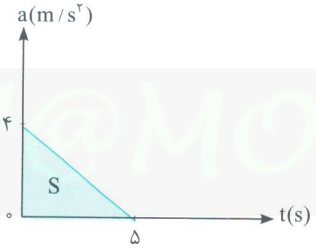
۱) پیوسته کندشونده

۲) پیوسته تندشونده

۳) تندشونده و سپس کندشونده

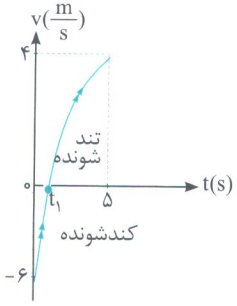
۴) کندشونده و سپس تندشونده

حل سطح زیر نمودار شتاب - زمان برابر با Δv است.



$$\Delta v_{[0-5]} = +S = +\frac{1}{2}\times 4\times 5 = +10\frac{m}{s} \Rightarrow v_{(5)} - v_{(0)} = +10 \Rightarrow v_{(5)} - (-6) = 10 \Rightarrow v_{(5)} = +4\frac{m}{s}$$

پس نمودار سرعت - زمان این حرکت به شکل روبه‌رو است. جایی که نمودار سرعت زمان در حال نزدیک شدن به محور افقی بوده (از نقطه صفر تا t_1) حرکت کندشونده و بعد از آن حرکت تندشونده است. (از لحظه t_1 تا ۵ ثانیه)



مرحلهٔ سوم جمع‌بندی — حرکت با سرعت ثابت روی خط راست

مبحث (۱): معادلهٔ مکان - زمان حرکت با سرعت ثابت

اگر اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت باشد، حرکت آن را سرعت ثابت گویند. در این حرکت سرعت متوسط متحرک با سرعت لحظه‌ای آن در تمام لحظات برابر است و داریم:

$$v = v_{av} \Rightarrow v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\Delta x = v\Delta t}$$

Δx ← جابه‌جایی متحرک در حرکت سرعت ثابت برحسب متر (m)

v ← سرعت متحرک برحسب متر بر ثانیه $(\frac{m}{s})$

Δt ← مدت زمان حرکت برحسب ثانیه (s)

اگر متحرک در لحظهٔ $t_1 = 0$ در مکان x_0 و در لحظهٔ $t_2 = t$ در مکان x باشد، رابطهٔ فوق به‌صورت مقابل می‌شود:

$$\boxed{x = vt + x_0}$$

x ← مکان ثانویه برحسب متر (m)

x_0 ← مکان اولیه برحسب متر (m)

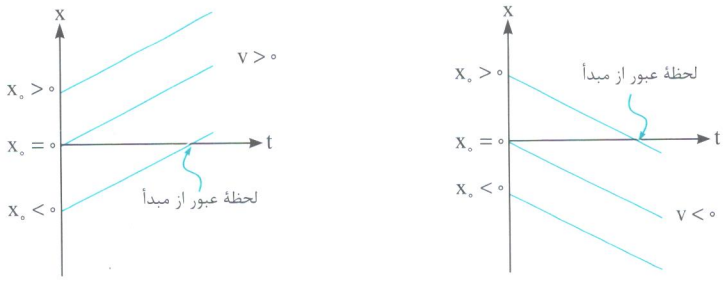
@MOHammad_Free
Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

مبحث (۲): نمودارهای حرکت با سرعت ثابت

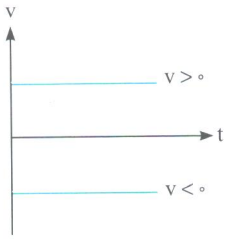
نمودار مکان - زمان حرکت با سرعت ثابت

با توجه به رابطهٔ $x = vt + x_0$ نمودار مکان - زمان این حرکت به‌صورت یک خط راست می‌باشد، که شیب آن معرف v و عرض از مبدأ آن معرف x_0 است. به‌طور کلی حالت‌های زیر می‌تواند برای یک متحرک رخ دهد.



نمودار سرعت - زمان حرکت با سرعت ثابت

همان‌طور که از نام این حرکت مشخص است، نمودار سرعت - زمان این حرکت به‌صورت یک خط افقی است. اگر متحرک در جهت محور x ها حرکت کند. ($v > 0$) و خط موردنظر در قسمت مثبت (v) رسم می‌شود و برعکس.



مبحث (۳): حرکت چند مرحله‌ای

یکی از رایج‌ترین مسائل حرکت سرعت ثابت، حرکت‌های چندمرحله‌ای است. فرض کنید متحرکی در بازه‌های زمانی متوالی Δt_1 ، Δt_2 و... جابه‌جایی‌های Δx_1 ، Δx_2 و... را داشته باشد. در این‌صورت برای به‌دست آوردن سرعت متوسط متحرک در کل حرکت داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_{کل}}{\Delta t_{کل}} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \cdots}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \cdots}$$

نکات

۱ در برخی از مسائل متحرک دارای چند حرکت سرعت ثابت متوالی با سرعت‌های v_1 ، v_2 و... است. اگر در هر بازه سرعت و زمان حرکت را داشته باشیم برای به‌دست آوردن سرعت متوسط در کل حرکت می‌توانیم از رابطهٔ روبه‌رو استفاده کنیم:

$$v_{av} = \frac{v_1\Delta t_1 + v_2\Delta t_2 + \cdots}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \cdots}$$

۲ در برخی از مسائل جابه‌جایی، متحرک و سرعت آن در هر بازه مشخص است. امّا زمان حرکت متحرک در هر قسمت مشخص نیست. در این حالت داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \cdots}{\frac{\Delta x_1}{v_1} + \frac{\Delta x_2}{v_2} + \cdots}$$

۳ اگر متحرکی مسیر مستقیمی را در n بازهٔ زمانی مساوی با سرعت‌های v_1 ، v_2 و... در یک جهت طی کند، سرعت متوسط متحرک در کل مسیر به کمک رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

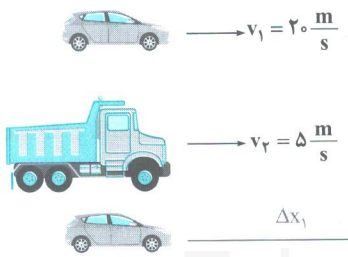
$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2 + \cdots}{n}$$

دقت کنید که هیچ لزومی ندارد روابط بالا را به خاطر بسپارید و بهتر است چگونگی به‌دست آوردن آنها را در ذهن داشته باشید.

مبحث(۴): حرکت دو متحرک با سرعت ثابت

مسائل حرکت دو متحرک، مسائل متنوعی می‌باشند که با روش‌های گوناگونی قابل حل هستند. با حل کردن سؤالات این قسمت با مسائل زیبای این مبحث و روش‌های حل آنها بهتر آشنا خواهید شد. امّا به‌عنوان یک راه کار کلی نوشتن یک معادله بین جابه‌جایی‌ها، می‌تواند بسیار راه‌گشا باشد. به مثال زیر توجه کنید.

مثال مطابق شکل نشان داده شده یک خودرو و یک کامیون در لحظهٔ $t = 0$ به‌ترتیب با سرعت‌های $v_1 = 20\frac{m}{s}$ و $v_2 = 5\frac{m}{s}$ در یک جهت شروع به حرکت می‌کنند. در چه لحظه‌ای فاصلهٔ دو متحرک به ۶۰m می‌رسد؟



حل برای حل این‌گونه سؤالات ابتدا شکل ساده‌ای از مسأله را رسم می‌کنیم. به شکل مقابل دقت کنید.

حالا یک معادله بین جابه‌جایی‌ها نوشته و سپس مقادیر Δx را به کمک رابطهٔ $\Delta x = v\Delta t$ جای‌گذاری می‌کنیم:

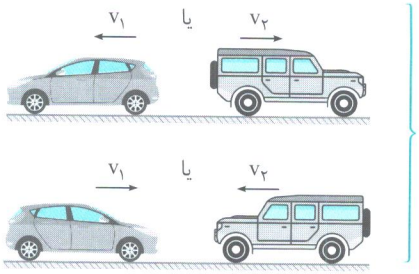
$$\Delta x_1 = \Delta x_2 + d \Rightarrow v_1 t = v_2 t + d \Rightarrow 20(t) = 5(t) + 60 \Rightarrow t = 4s$$

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

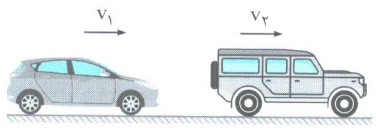
حرکت نسبی: برای حل سؤالات شامل دو متحرک می‌توانیم از روش زیبای حرکت نسبی استفاده کنیم. در این روش فقط کافی است در رابطهٔ $\Delta x = v\Delta t$ پارامترهای v و Δx را به‌صورت نسبی جای‌گذاری کنیم. برای به‌دست آوردن $v_{نسبی}$ و $\Delta x_{نسبی}$ به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

اگر دو متحرک در خلاف جهت یک‌دیگر حرکت کنند، $v_{نسبی}$ برابر حاصل جمع بزرگی سرعت‌های آنها خواهد بود:



$$v_{نسبی} = v_1 + v_2$$

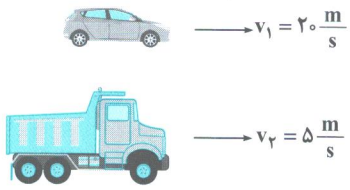
و اگر دو متحرک در جهت یک‌دیگر حرکت کنند، $v_{نسبی}$ برابر اندازهٔ تفاضل سرعت‌های آنها خواهد بود:



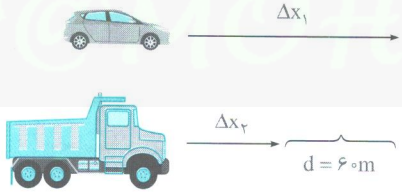
$$v_{نسبی} = |v_2 - v_1|$$

برای به‌دست آوردن جابه‌جایی نسبی نیز می‌توانیم دقیقاً مانند سرعت نسبی عمل کنیم.

مثال **مطابق شکل نشان داده شده یک خودرو و یک کامیون در لحظهٔ $t = 0$ به‌ترتیب با سرعت‌های $v_1 = 20\frac{m}{s}$ و $v_2 = 5\frac{m}{s}$ از یک مکان و در یک جهت شروع به حرکت می‌کنند. در چه لحظه‌ای فاصلهٔ دو متحرک به $60m$ می‌رسد؟**



حل می‌خواهیم این سؤال را به کمک روابط نسبی حل کنیم، با توجه به این‌که دو متحرک در یک جهت حرکت می‌کنند و با توجه به شکل زیر سرعت نسبی آنها برابر $15\frac{m}{s}$ بوده و جابه‌جایی نسبی آنها برابر $60m$ می‌باشد؛ داریم:

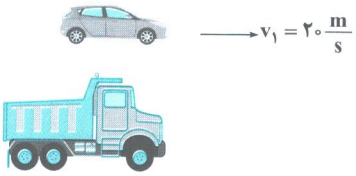


$$\Delta x_{نسبی} = v_{نسبی}\Delta t \Rightarrow 60 = 15t \Rightarrow t = 4s$$

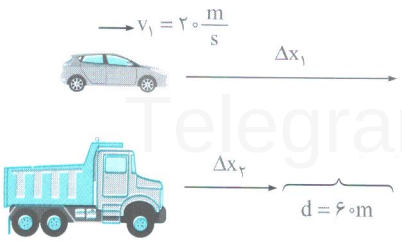
نکته **فقط در مسائلی مجاز به استفاده از روش حرکت نسبی هستیم که دو متحرک به‌صورت هم‌زمان حرکت کنند.**

مثلاً در مثال زیر نمی‌توانیم از حرکت نسبی استفاده کنیم:

مثال **مطابق شکل نشان داده شده یک خودرو در لحظهٔ $t = 0$ با سرعت $v_1 = 20\frac{m}{s}$ شروع به حرکت می‌کند. اگر ۶ ثانیه بعد کامیونی با سرعت $v_2 = 5\frac{m}{s}$ از همان نقطه به دنبال خودرو شروع به حرکت کند، چند ثانیه بعد از لحظهٔ $t = 0$ فاصلهٔ دو متحرک به $60m$ می‌رسد؟**



حل باز هم مانند سؤالات قبل اولین قدم رسم شکل ساده‌ای از مسأله است و در قدم بعدی نوشتن یک معادله بین جابه‌جایی‌ها. دقت کنید که اگر خودرو به مدت t ثانیه حرکت کرده باشد، کامیون به مدت $(t-6)$ ثانیه حرکت کرده است و داریم:

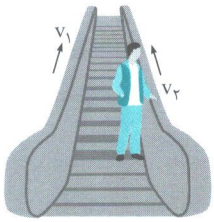


$$\Delta x_1 = \Delta x_2 + 60 \Rightarrow v_1 t = v_2(t-6) + 60 \Rightarrow 20t = 5(t-6) + 60 \Rightarrow 15t = 30 \Rightarrow t = 2s$$

Telegram.MOHammad_Free

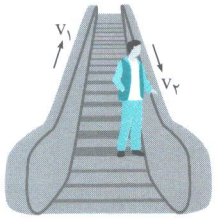
@MOHammad_Free

حرکت متحرک در دستگاه متحرک



فرض کنید مطابق شکل روبه‌رو، یک پله برقی با تندی v_1 در حال حرکت به سمت بالا باشد و شخصی با تندی v_2 در جهت حرکت پله‌ها حرکت کند. در این حالت تندی حرکت شخص به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$v = v_1 + v_2$ تندی حرکت شخص



حال فرض کنید شخصی در خلاف جهت حرکت پله‌ها، از بالا به سمت پایین حرکت کند. در این حالت اگر تندی حرکت شخص بیشتر از تندی حرکت پله‌برقی باشد داریم:

$v = v_2 - v_1$ تندی حرکت شخص

هشدار: لطفاً روابط این قسمت را با روابط مبحث حرکت نسبی تفکیک کنید و در دو جای مختلف ذهنتان قرار دهید تا قاطی نشوند!

۲۳ گزینهٔ ۱

متحرکی مسافتی را با سرعت $2v$ در مدت ۱۰ ثانیه روی خط راست در یک جهت طی می‌کند. اگر سرعت این متحرک $5\frac{m}{s}$ افزایش یابد، همین مسافت را در مدت ۸ ثانیه طی می‌کند. v چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۰ ☐ ۲) $\frac{15}{4}$ ☐ ۳) $\frac{10}{3}$ ☐ ۴) $\frac{10}{7}$ ☐

حل سرعت در مرحلهٔ اوّل $2v$ و در مرحلهٔ دوم $2v+5$ می‌باشد، چون جابه‌جایی‌ها برابر است می‌توان نوشت:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow 2v \times 10 = (2v+5) \times 8 \Rightarrow 20v = 16v + 40 \Rightarrow 4v = 40 \Rightarrow v = \frac{40}{4} = 10\frac{m}{s}$$

۲۴ گزینهٔ ۲

متحرکی روی خط راست، فاصلهٔ $AB = 11/4km$ را در مدت ۱۰ دقیقه طی می‌کند. اگر این متحرک ۴ دقیقه اوّل را با سرعت $25\frac{m}{s}$ حرکت کرده باشد، سرعت متوسط متحرک در بقیهٔ راه چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۷/۵ ☐ ۲) ۱۵ ☐ ۳) ۲۲/۵ ☐ ۴) ۳۰ ☐

حل متحرک کل مسیر را در ۱۰ دقیقه طی کرده است پس قسمت دوم مسیر را در مدت ۶ دقیقه حرکت کرده است. حال فاصلهٔ قسمت دوم مسیر را محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta x_1 = v_1 t_1 \Rightarrow \Delta x_1 = 25 \times 4 \times 60 = 6000m = 6km$$

$$\Delta x_{\text{قسمت دوم مسیر}} = 11/4 - 6 = 5/4km = 5400m$$

برای محاسبهٔ سرعت متوسط در قسمت دوم مسیر خواهیم داشت:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{5400}{6 \times 60} = 15\frac{m}{s}$$

۲۵ گزینهٔ ۳

متحرکی $\frac{1}{3}$ از مسیر حرکتش را با سرعت $24\frac{m}{s}$ و $\frac{1}{3}$ دیگر را با سرعت $8\frac{m}{s}$ و مابقی مسیر را با سرعت $6\frac{m}{s}$ در یک جهت طی می‌کند. سرعت متوسط در کل مسیر حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۳ ☐ ۲) ۶ ☐ ۳) ۹ ☐ ۴) ۱۲ ☐

حل کل مسیر حرکت را x فرض می‌کنیم پس در مرحلهٔ اوّل $\frac{1}{3}x$، در مرحلهٔ دوم $\frac{1}{3}x$ و مرحلهٔ سوم $\frac{1}{3}x$ را طی می‌کند، حال زمان هر مرحله را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x_1 = v_1 t_1 \Rightarrow \frac{1}{3}x = v_1 t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{\frac{1}{3}x}{v_1} = \frac{x}{3v_1} = \frac{x}{3 \times 24}$$

$$\Delta x_2 = v_2 t_2 \Rightarrow \frac{1}{3}x = v_2 t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{\frac{1}{3}x}{v_2} = \frac{x}{3v_2} = \frac{x}{3 \times 8}$$

$$\Delta x_3 = v_3 t_3 \Rightarrow \frac{1}{3}x = v_3 t_3 \Rightarrow t_3 = \frac{\frac{1}{3}x}{v_3} = \frac{x}{3v_3} = \frac{x}{3 \times 6}$$

Telegram:MOHammad_Free

سرعت متوسط در کل مسیر حرکت را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_{\text{کل}}}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3} = \frac{\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}x}{\frac{x}{3 \times 24} + \frac{x}{3 \times 8} + \frac{x}{3 \times 6}} = \frac{x}{\frac{x + 3x + 4x}{3 \times 24}} = \frac{x}{\frac{8x}{3 \times 24}} = \frac{x \times 3 \times 24}{8x} = 9\frac{m}{s}$$

@MOHammad_Free

۲۶ متحرکی ۲ ثانیه با سرعت $5\frac{m}{s}$ و ۳ ثانیه با سرعت $10\frac{m}{s}$ و t ثانیه با سرعت $12\frac{m}{s}$ بر مسیر مستقیم در یک جهت حرکت می‌کند. اگر سرعت متوسط در کل مسیر $11\frac{m}{s}$ باشد، t چند ثانیه است؟

گزینهٔ ۴

۱) ۵ ☐ ۲) ۶ ☐ ۳) ۹ ☐ ۴) ۱۵ ☐

حل جابه‌جایی متحرک را در هر مرحله از مسیر محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases}\Delta x_1 = v_1 t_1 \Rightarrow \Delta x_1 = 5\times 2 = 10m \\ \Delta x_2 = v_2 t_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 10\times 3 = 30m \\ \Delta x_3 = v_3 t_3 \Rightarrow \Delta x_3 = 12t\end{cases} \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x_{کل}}{\Delta t_{کل}} = \frac{\Delta x_1+\Delta x_2+\Delta x_3}{\Delta t_1+\Delta t_2+\Delta t_3} = \frac{10+30+12t}{2+3+t} = 11 \Rightarrow \frac{40+12t}{5+t} = 11 \Rightarrow 40+12t = 55+11t \Rightarrow t = 15s$$

۲۷ متحرکی $\frac{1}{6}$ کل زمان حرکت را با سرعت ثابت $6\frac{m}{s}$، $\frac{1}{10}$ کل زمان حرکت را با سرعت ثابت $10\frac{m}{s}$ و بقیهٔ زمان حرکت را با سرعت ثابت $15\frac{m}{s}$ حرکت می‌کند، تندی متوسط متحرک در کل حرکت چند متر بر ثانیه است؟

گزینهٔ ۳

۱) ۱۱ ☐ ۲) ۱۲ ☐ ۳) ۱۳ ☐ ۴) ۱۴ ☐

حل مسافت کل برابر با مجموع مسافت‌ها است و تندی متوسط نسبت مسافت کل به زمان کل است.

$$s_{av} = \frac{L_1+L_2+L_3}{\Delta t_1+\Delta t_2+\Delta t_3} = \frac{v_1\Delta t_1+v_2\Delta t_2+v_3\Delta t_3}{\Delta t_1+\Delta t_2+\Delta t_3} = \frac{\frac{1}{6}t\times 6+\frac{1}{10}t\times 10+(1-\frac{1}{6}-\frac{1}{10})t\times 15}{\frac{1}{6}t+\frac{1}{10}t+(1-\frac{1}{6}-\frac{1}{10})t} = \frac{t+t+11t}{t} = \frac{13t}{t} = 13\frac{m}{s}$$

۲۸ راننده‌ای برای طی فاصلهٔ مستقیم بین دو شهر، ابتدا به مدت ۲ ساعت با سرعت متوسط $30\frac{m}{s}$ حرکت می‌کند و سپس ۲۰ دقیقه توقف کرده و در ادامه با سرعت متوسط $40\frac{m}{s}$ به مدت ۶۰ دقیقه رانندگی می‌کند. سرعت متوسط آن در کل مسیر چند متر بر ثانیه کمتر از سرعت متوسط در طول مدت رانندگی بوده است؟

گزینهٔ ۱

۱) $\frac{10}{3}$ ☐ ۲) $\frac{5}{3}$ ☐ ۳) ۵ ☐ ۴) ۳ ☐

حل در هر دو حالت که مسیر بدون توقف و با توقف ۲۰ دقیقه‌ای بوده است، جابه‌جایی آن یکسان است.

مرحلهٔ اوّل $v_{av} = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} \Rightarrow 30 = \frac{\Delta x_1}{2\times 3600} \Rightarrow \Delta x_1 = 216000m$

مرحلهٔ دوم $v_{av} = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} \Rightarrow 40 = \frac{\Delta x_2}{60\times 60} \Rightarrow \Delta x_2 = 144000m$

$\Rightarrow \Delta x = \Delta x_1+\Delta x_2 = 216000+144000$

در طول مدت رانندگی $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{216000+144000}{3\times 3600} = \frac{100}{3}\frac{m}{s}$

در کل مسیر $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{216000+144000}{(2\times 3600+60\times 60+20\times 60)} = 30\frac{m}{s}$

اختلاف سرعت $= \frac{100}{3}-30 = \frac{100-90}{3} = \frac{10}{3}\frac{m}{s}$

۲۹ اتومبیلی فاصلهٔ بین دو شهر را در مسیر مستقیم با سرعت ۸۰ کیلومتر بر ساعت رفته و سپس نصف این مسیر را با سرعت ۱۲۰ کیلومتر بر ساعت برمی‌گردد. اندازهٔ سرعت متوسط آن در کل این حرکت چند کیلومتر بر ساعت است؟

گزینهٔ ۱

۱) ۳۰ ☐ ۲) ۴۰ ☐ ۳) ۲۰ ☐ ۴) ۶۰ ☐

حل زمان‌های مسیر رفت و برگشت را محاسبه می‌کنیم. اگر فاصلهٔ بین دو شهر را x فرض کنیم، داریم:

$\Delta x_{رفت} = vt_1 \Rightarrow x = 80t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{x}{80}$

$\Delta x_{برگشت} = vt_2 \Rightarrow \frac{x}{2} = 120t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{x}{240}$

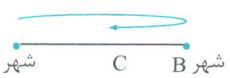
$$v_{av} = \frac{\Delta x_{کل}}{\Delta t_{کل}} = \frac{x-\frac{x}{2}}{t_1+t_2} = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{x}{80}+\frac{x}{240}} = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{4x}{240}} = 30\frac{m}{s}$$

۳۰ اتومبیلی با سرعت ثابت $60\frac{km}{h}$ بر مسیر مستقیم فاصلهٔ بین دو شهر را طی می‌کند و با سرعت $30\frac{km}{h}$، $\frac{1}{3}$ مسیر را بازمی‌گردد. تندی متوسط اتومبیل در کل این مدت چند کیلومتر بر ساعت است؟

گزینهٔ ۱

۱) ۴۸ ☐ ۲) ۲۴ ☐ ۳) ۱۲ ☐ ۴) ۶ ☐

حل مسافت کل برابر مجموع مسافت‌ها است.



$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{l_{AB}+l_{BC}}{\Delta t_{AB}+\Delta t_{BC}} = \frac{l+\frac{1}{3}l}{\frac{l}{60}+\frac{\frac{1}{3}l}{30}} = \frac{\frac{4}{3}l}{\frac{l}{60}+\frac{l}{90}} = \frac{\frac{4}{3}l}{\frac{5l}{180}} = 48\frac{km}{h}$$

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

۳۱ گزینهٔ ۲

دو شهر A و B در فاصلهٔ مشخصی از یک‌دیگر قرار دارند. اتومبیل (۱) با سرعت ثابت $۶۰\frac{km}{h}$ از شهر A به طرف شهر B و نیم ساعت بعد اتومبیل (۲) با سرعت $۷۵\frac{km}{h}$ از شهر B به سمت شهر A حرکت می‌کند. یک ساعت بعد از اینکه اتومبیل (۲) شروع به حرکت کرد، دو متحرک به یکدیگر می‌رسند. فاصلهٔ دو شهر از یک‌دیگر چند کیلومتر است؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۶۵ ۳) ۱۷۰ ۴) ۳۰

حل متحرک اوّل در مجموع ۱/۵ ساعت و متحرک دوم یک ساعت در حال حرکت بوده است، فاصلهٔ دو شهر از هم برابر با مجموع جابه‌جایی‌های دو اتومبیل است:

$$\begin{cases}\Delta x_۱ = vt = ۶۰\times\frac{۳}{۲} = ۹۰km\\ \Delta x_۲ = vt = ۷۵\times۱ = ۷۵km\end{cases} \Rightarrow \text{فاصلهٔ دو شهر} = \Delta x_۱ + \Delta x_۲ = ۹۰+۷۵ = ۱۶۵km$$

۳۲ گزینهٔ ۴

دو متحرک A و B به‌ترتیب با سرعت‌های $۲\frac{m}{s}$ و $۳\frac{m}{s}$ در یک مسیر مستقیم به طرف یک‌دیگر حرکت می‌کنند. اگر فاصلهٔ اولیه دو متحرک از یک‌دیگر ۱۰۰ متر باشد، در چه لحظاتی برحسب ثانیه فاصلهٔ دو متحرک از یک‌دیگر ۲۰ متر خواهد بود؟

۱) ۱۰، ۱۶ ۲) ۲۰، ۲۴ ۳) ۱۶، ۲۰ ۴) ۱۶، ۲۴

حل هنگامی‌که دو متحرک به طرف یک‌دیگر حرکت می‌کنند دو بار فاصلهٔ آنها از یک‌دیگر ۲۰ متر خواهد شد. پس ابتدا معادلهٔ حرکت دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x_A = v_A t + x_۰ \Rightarrow x_A = ۲t + ۰ \Rightarrow x_A = ۲t$$

$$x_B = v_B t + x_۰ \Rightarrow x_B = -۳t + ۱۰۰$$

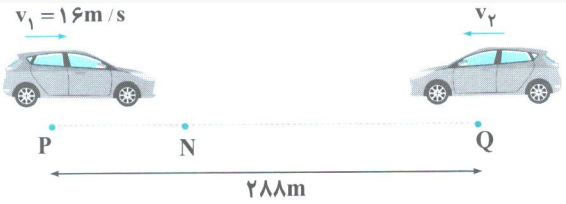
$$x_B - x_A = ۲۰ \Rightarrow -۳t + ۱۰۰ - ۲t = ۲۰ \Rightarrow -۵t = -۸۰ \Rightarrow t = ۱۶s$$

$$x_A - x_B = ۲۰ \Rightarrow ۲t + ۳t - ۱۰۰ = ۲۰ \Rightarrow ۵t = ۱۲۰ \Rightarrow t = ۲۴s$$

سعی کنید این سؤال را به کمک روابط حرکت نسبی نیز حل کنید.

۳۳ گزینهٔ ۱

مطابق شکل زیر متحرک (۱) و (۲) به‌ترتیب با سرعت‌های $v_۱ = ۱۶\frac{m}{s}$ و $v_۲$ به سمت همدیگر شروع به حرکت می‌کنند و پس از t ثانیه در نقطهٔ N به هم می‌رسند. اگر متحرک اوّل فاصلهٔ NQ را در ۱۲ ثانیه طی کند، متحرک دوم NP را در چند ثانیه طی می‌کند؟



۱) ۳
۲) ۶
۳) ۹
۴) ۱۲

حل متحرک اوّل در مدت ۱۲ ثانیه از نقطهٔ N به Q می‌رود.

$$\Delta x_{NQ} = v_۱ t_۱ = ۱۶\times۱۲ = ۱۹۲m$$

بنابراین فاصلهٔ PN برابر با اختلاف ۲۸۸ و ۱۹۲ متر یعنی ۹۶ متر است. حال اگر زمان شروع حرکت تا لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند را t فرض کنیم داریم:

$$PN = v_۱ t \Rightarrow ۹۶ = ۱۶t \Rightarrow t = ۶s$$

$$PQ = v_{\text{نسبی}} \times t \Rightarrow ۲۸۸ = (۱۶ + v_۲)\times۶ \Rightarrow v_۲ = ۳۲\frac{m}{s}$$

برای محاسبهٔ زمان حرکت متحرک دوم خواهیم داشت:

$$NP = v_۲ t_۲ \Rightarrow ۹۶ = ۳۲t_۲ \Rightarrow t_۲ = ۳s$$

۳۴ گزینهٔ ۴

پله‌برقی به طول ۱۰m با سرعت $۲\frac{m}{s}$ در حال حرکت به سمت پایین است. شخصی با سرعت $۴\frac{m}{s}$ در حال دویدن در خلاف جهت حرکت پله‌ها به سمت بالا است. چند ثانیه طول می‌کشد تا شخص به بالای پله برقی برسد؟

۱) $\frac{۱۰}{۳}$ ۲) $\frac{۱۰}{۶}$ ۳) ۲/۵ ۴) ۵

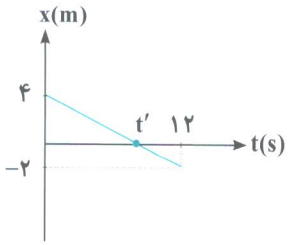
حل پله برقی با سرعت $۲\frac{m}{s}$ به سمت پایین حرکت می‌کند و شخص با سرعت $۴\frac{m}{s}$ به سمت بالا می‌دود، بنابراین در کل، شخص با سرعت $۲\frac{m}{s}$ به سمت بالا جابه‌جا می‌شود.

$$\Delta x = vt \Rightarrow ۱۰ = ۲t \Rightarrow t = ۵s$$

Telegram:MOHammad_Free

۳۵ گزینهٔ ۳

در شکل زیر نمودار مکان - زمان متحرکی که برروی محور x ها حرکت می‌کند، نشان داده شده است. به‌ترتیب از راست به چپ اندازهٔ تندی متوسط متحرک از لحظهٔ صفر تا t' چندمتر بر ثانیه و لحظهٔ t' برابر با چند ثانیه است؟



۱) ۱ و ۸

۲) ۰/۵ و ۴

۳) ۰/۵ و ۸

۴) ۱ و ۴

حل روش اوّل: سرعت متحرک منفی است و در تمام مدت زمان حرکت خود در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. ابتدا با استفاده از تشابه مثلث‌ها لحظهٔ t' را محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{۴}{۲}=\frac{t'}{۱۲-t'} \Rightarrow ۲=\frac{t'}{۱۲-t'} \Rightarrow ۲۴-۲t'=t' \Rightarrow ۳t'=۲۴ \Rightarrow t'=۸s$$

در مرحلهٔ دوم تندی متوسط را به‌دست می‌آوریم.

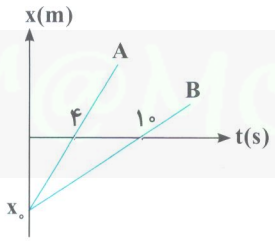
$$|s_{av}|=\left|\frac{l}{\Delta t}\right|=\frac{۴}{۸}=۰/۵\frac{m}{s}$$

روش دوم: نمودار به شکل یک خط است، بنابراین در تمامی نقاط آن شیب ثابت است. از طرفی قدرمطلق شیب خط در نمودار $(x-t)$ در هر بازه زمانی بیانگر تندی متوسط متحرک در آن بازه است که برابر با تندی متحرک در هر لحظه است، بنابراین شیب خط را در بازهٔ زمانی ۰ تا ۱۲ ثانیه محاسبه می‌کنیم که همان تندی متوسط از ۰ تا t' است.

$$|s_{av}|=\frac{۲+۴}{۱۲-۰}=\frac{۱}{۲}\frac{m}{s}$$

۳۶ گزینهٔ ۲

شکل زیر نمودار مکان - زمان دو متحرک را که در مسیری مستقیم با سرعت ثابت حرکت می‌کنند، نشان می‌دهد. سرعت متوسط متحرک B چند برابر سرعت متوسط متحرک A است؟



۱) ۲/۵

۲) ۰/۴

۳) ۱

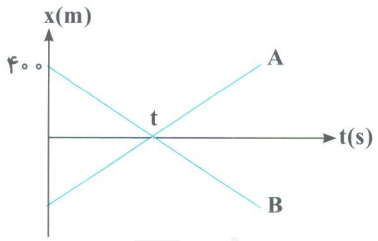
۴) ۳

حل چون نمودار مکان - زمان دو متحرک به‌صورت خط راست است، حرکت آنها با سرعت ثابت می‌باشد و در حرکت با سرعت ثابت سرعت متوسط با سرعت لحظه‌ای برابر است.

$$\begin{cases} v_A=\frac{\Delta x_A}{\Delta t_A}=\frac{۰-x_۰}{۴}=\frac{-x_۰}{۴} \\ v_B=\frac{\Delta x_B}{\Delta t_B}=\frac{۰-x_۰}{۱۰}=\frac{-x_۰}{۱۰} \end{cases} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A}=\frac{-\frac{x_۰}{۱۰}}{-\frac{x_۰}{۴}}=\frac{۴}{۱۰}=۰/۴$$

۳۷ گزینهٔ ۱

نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B به‌صورت زیر است. این دو متحرک در مبدأ زمان در فاصلهٔ ۱km از هم قرار دارند و هم‌زمان در مسیری مستقیم به سمت یک‌دیگر شروع به حرکت می‌کنند. اگر $v_A=۳۰\frac{m}{s}$ باشد، زمان t برحسب ثانیه در نمودار مکان - زمان شکل زیر چند است؟



۱) ۲۰

۲) ۱۰

۳) ۱۵

۴) ۵

حل فاصلهٔ دو متحرک از هم ۱km و نقطهٔ شروع متحرک B برابر $x_{۰B}=۴۰۰m$ است، بنابراین نقطهٔ شروع حرکت متحرک A برابر $x_{۰A}=-۶۰۰m$ است. در لحظهٔ t هر دو متحرک در مبدأ محور x به هم می‌رسند.

$$\Delta x_A=v_A t \Rightarrow ۶۰۰=۳۰t \Rightarrow t=۲۰s$$

@MOHammad_Free

۳۸ **نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B به‌صورت شکل مقابل است. سرعت متحرک A چند متر بر ثانیه بیشتر از سرعت متحرک B است؟** (تجربی داخل ۹۴)

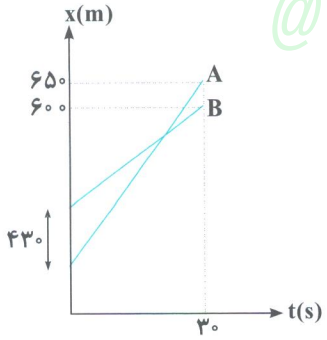
گزینهٔ ۳

۱) ۱۲

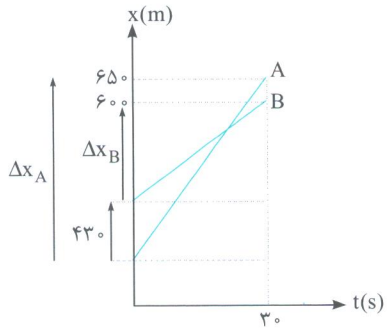
۲) ۱۲/۶

۳) ۱۶

۴) ۱۶/۳



حل از روی شکل مقابل، اختلاف جابه‌جایی دو متحرک را به‌دست می‌آوریم:



$$\Delta x_A - \Delta x_B = (۴۳۰ + ۵۰) = ۴۸۰\,m$$

برای تعیین اختلاف سرعت‌ها خواهیم داشت:

$$v_A - v_B = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} - \frac{\Delta x_B}{\Delta t} = \frac{\Delta x_A - \Delta x_B}{\Delta t} = \frac{۴۸۰}{۳۰} = ۱۶\,\frac{m}{s}$$

۳۹ **نمودار مکان - زمان دو متحرک که با سرعت ثابت روی خط راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل است. چند ثانیه طول می‌کشد تا فاصلهٔ آنها از یک‌دیگر برابر با ۱۲۰m شود؟**

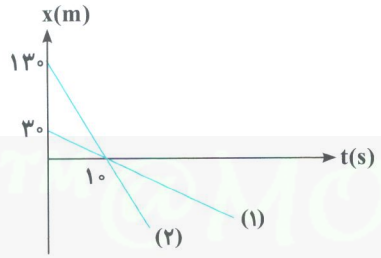
گزینهٔ ۲

۱) ۱۱

۲) ۲۲

۳) ۳۳

۴) ۴۴



حل حرکت هر دو متحرک یکنواخت و با سرعت ثابت انجام می‌شود بنابراین:

$$x_۱ = v_۱t + x_{۰_۱} \Rightarrow ۰ = v_۱ \times ۱۰ + ۳۰ \Rightarrow v_۱ = -۳\,\frac{m}{s}$$

$$x_۲ = v_۲t + x_{۰_۲} \Rightarrow ۰ = v_۲ \times ۱۰ + ۱۳۰ \Rightarrow v_۲ = -۱۳\,\frac{m}{s}$$

برای تعیین زمان، اختلاف مکان دو متحرک را برابر با ۱۲۰m قرار می‌دهیم:

$$x_۱ - x_۲ = ۱۲۰ \Rightarrow v_۱t + x_{۰_۱} - v_۲t - x_{۰_۲} = ۱۲۰ \Rightarrow -۳t + ۳۰ - (-۱۳t) - ۱۳۰ = ۱۲۰ \Rightarrow ۱۰t = ۲۲۰ \Rightarrow t = \frac{۲۲۰}{۱۰} = ۲۲s$$

۴۰ **نمودار مکان - زمان دو متحرک که با سرعت ثابت حرکت می‌کنند مطابق با شکل است. در لحظه‌ای که متحرک A از مبدأ عبور می‌کند، فاصله متحرک B از آن چند متر است؟**

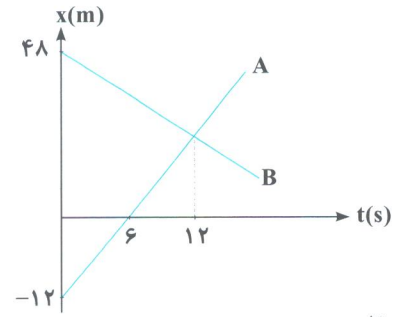
گزینهٔ ۴

۱) ۱۰

۲) ۱۵

۳) ۲۰

۴) ۳۰



حل حرکت دو متحرک با سرعت ثابت انجام می‌شود و دو متحرک در لحظهٔ $t = ۱۲s$ به یک‌دیگر می‌رسند.

$$x_A = v_At + x_{۰_A} \Rightarrow ۰ = v_A \times ۶ - ۱۲ \Rightarrow v_A = ۲\,\frac{m}{s}$$

$$x_A = x_B \Rightarrow v_At + x_{۰_A} = v_Bt + x_{۰_B} \Rightarrow (۲ \times ۱۲) - ۱۲ = (v_B \times ۱۲) + ۴۸ \Rightarrow ۱۲ = ۱۲V_B + ۴۸ \Rightarrow -۳۶ = ۱۲v_B \Rightarrow v_B = -۳\,\frac{m}{s}$$

در لحظهٔ عبور متحرک A از مبدأ فاصلهٔ B از آن برابر با مکان متحرک B است.

$$x_B = vt + x_۰ \Rightarrow x_B = -۳ \times ۶ + ۴۸ \Rightarrow x_B = -۱۸ + ۴۸ = ۳۰m$$

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

مرحلهٔ چهارم جمع‌بندی — حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت

مبحث(۱): روابط اصلی

حرکتی را که سرعت در آن تغییر می‌کند، حرکت شتابدار گویند و اگر در حرکت بر روی خط راست، سرعت در بازه‌های زمانی مساوی به یک اندازه تغییر کند، حرکت را شتاب‌دار با شتاب ثابت می‌نامند.

برای پاسخ‌گویی به مسائل این قسمت باید چهار رابطهٔ اصلی زیر را به خوبی بشناسید.

الف) معادلهٔ مکان - زمان (مستقل از سرعت ثانویه)

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \qquad x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

x ← مکان ثانویه بر حسب متر (m)

x_0 ← مکان اولیه بر حسب متر (m)

Δx ← جابه‌جایی بر حسب متر (m)

a ← شتاب بر حسب متر بر مجذور ثانیه $(\frac{m}{s^2})$

t ← زمان بر حسب ثانیه (s)

v_0 ← سرعت اولیه بر حسب متر بر ثانیه $(\frac{m}{s})$

ب) معادلهٔ سرعت - زمان (مستقل از مکان)

$$v = at + v_0$$

v ← سرعت ثانویه بر حسب متر بر ثانیه $(\frac{m}{s})$

v_0 ← سرعت اولیه بر حسب متر بر ثانیه $(\frac{m}{s})$

ج) معادلهٔ سرعت - جابه‌جایی (مستقل از زمان)

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

د) معادلهٔ سرعت متوسط (مستقل از شتاب)

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v + v_0}{2}$$

نکته اگر به روابط فوق دقّت کنید متوجه می‌شوید که در هر رابطه یکی از کمیت‌های حرکت‌شناسی وجود ندارد و رابطه مستقل از آن کمیت است. در حل مسائل حرکت‌شناسی می‌توانید به جای اینکه به داده‌ها و خواسته‌های مسئله توجه کنید به نداده‌ها و نخواسته‌های مسئله فکر کنید و رابطهٔ مناسب را پیدا کنید. به مثال زیر توجه کنید:

مثال خودرویی از حال سکون با شتاب ثابت $2\frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند، بعد از چند متر جابه‌جایی سرعت خودرو به $8\frac{m}{s}$ می‌رسد؟

حل همان‌طور که می‌بینید در این مسئله راجع به زمان حرکت صحبتی نشده است، یعنی زمان حرکت نه جزء داده‌های مسئله و نه جزء خواسته‌های مسئله است، بنابراین بهترین رابطه برای حل این سؤال رابطه مستقل از زمان می‌باشد:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow (8)^2 = 2(2)\Delta x \Rightarrow \Delta x = 16m$$

مبحث(۲): مسائل توقف

اگر متحرکی با شتاب ثابت به‌صورت کندشونده روی خط راست در حال حرکت باشد، بعد از گذشت مدت زمان Δt و بعد از طی کردن مسافتی به اندازه Δx متوقف می‌شود. برای به‌دست آوردن Δt و Δx می توان از روابط زیر کمک گرفت:

$$\Delta x = \frac{-v_0^2}{2a} \Rightarrow |\Delta x| = \left|\frac{v_0^2}{2a}\right| \qquad \Delta t = \frac{-v_0}{a} \Rightarrow |\Delta t| = \left|\frac{v_0}{a}\right|$$

Δt ← زمان توقف بر حسب ثانیه (s)

Δx ← مسافت توقف بر حسب متر (m)

v_0 ← سرعت اولیه بر حسب متر بر ثانیه $(\frac{m}{s})$

a ← اندازهٔ شتاب حرکت بر حسب متر بر مجذور ثانیه $(\frac{m}{s^2})$

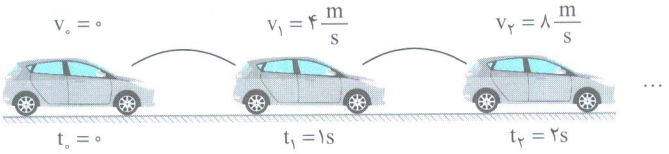
این روابط به کمک روابط مستقل از مکان و مستقل از زمان به‌دست آمده‌اند. بد نیست، کمی سعی کنید تا این روابط را اثبات کنید.

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

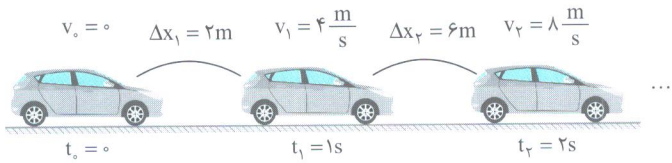
مبحث(۳): حل مسائل حرکت‌شناسی به کمک روش کمان‌های تصاعدی

هنگامی که می‌گوییم سرعت متحرکی $۲۰\frac{m}{s}$ است، یعنی در هر ثانیه مکان متحرک به اندازهٔ ۲۰m تغییر می‌کند و هنگامی که می‌گوییم شتاب متحرکی $۴\frac{m}{s^۲}$ یعنی تندی متحرک در هر ثانیه $۴\frac{m}{s}$ تغییر می‌کند. حالا فرض کنید متحرکی از حالت سکون با شتاب $۴\frac{m}{s^۲}$ بر روی خط راست شروع به حرکت کند، در این صورت سرعت متحرک در هر ثانیه $۴\frac{m}{s}$ افزایش می‌یابد، به طور مثال در لحظهٔ $t = ۱s$ به $۴\frac{m}{s}$ و در لحظهٔ $t = ۲s$ به $۸\frac{m}{s}$ و... می‌رسد. به شکل زیر دقّت کنید.



از طرف دیگر در هر بازهٔ زمانی می‌توانیم جابه‌جایی متحرک را به کمک رابطهٔ $\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}$ به‌دست می‌آوریم. اگر بازهٔ زمانی مورد نظر را برابر یک ثانیه در نظر بگیریم، می‌توانیم بگوییم در هر بازه جابه‌جایی انجام شده توسط متحرک برابر $\frac{v_۱ + v_۲}{۲}$ است.

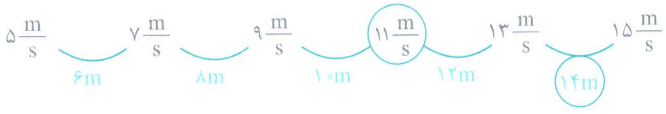
به‌این ترتیب داریم:



همان‌طور که می‌بینید در حرکت شتابدار با شتاب ثابت سرعت متحرک در هر لحظه یک تصاعد حسابی با قدر نسبت (a) و جملهٔ اوّل ($v_۰$) تشکیل می‌دهد که در حل مسائل حرکت بسیار کاربرد دارد. به مثال زیر توجه کنید.

مثال **اتومبیلی با سرعت اولیهٔ $۵\frac{m}{s}$ و شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ شروع به حرکت می‌کند. تندی حرکت اتومبیل در لحظه $t = ۳s$ و جابه‌جایی آن در ثانیه پنجم حرکت چند واحد SI است؟**

حل ابتدا سرعت اولیهٔ اتومبیل را می‌نویسیم و با توجه به اینکه شتاب حرکت اتومبیل $۲\frac{m}{s^۲}$ است، سرعت را ۲ تا ۲ تا زیاد می‌کنیم. در شکل زیر هر کمان معرف یک ثانیه و اعدادی که با رنگ مشکی مشخص شده‌اند، معرف اندازهٔ سرعت متحرک در هر لحظه هستند. از طرف دیگر همان‌طور که گفتیم برای به‌دست آوردن جابه‌جایی در هر بازهٔ زمانی یک ثانیه می‌توانیم، از رابطهٔ $\frac{v_۱ + v_۲}{۲}$ استفاده کنیم. در شکل زیر، اعدادی که به‌صورت رنگی مشخص شده‌اند، جابه‌جایی را در هر ثانیه مشخص می‌کنند. به شکل روبه‌رو دقّت کنید.



همان‌طور که در این شکل می‌بینید در لحظهٔ $t = ۳s$، اندازهٔ سرعت متحرک $۱۱\frac{m}{s}$ و در ثانیه پنجم حرکت اندازهٔ جابه‌جایی متحرک ۱۴m است، سعی کنید این سؤال را به کمک روابط اصلی حرکت‌شناسی نیز حل کنید.

! نکته **دقّت کنید که اگر حرکت متحرک تندشونده باشد، اندازهٔ سرعت متحرک در هر ثانیه به اندازهٔ شتاب افزایش یافته و اگر حرکت متحرک کندشونده باشد، اندازهٔ سرعت متحرک در هر ثانیه به اندازهٔ شتاب کاهش می‌یابد.**

مبحث(۴): جابه‌جایی در T ثانیه nام حرکت

همان‌طور که در مبحث قبل مشاهده کردید، جابه‌جایی‌های انجام شده توسط متحرک در ثانیه‌های متوالی تشکیل یک تصاعد حسابی با قدر نسبت (a) می‌دهد. اثبات می‌شود که جابه‌جایی‌های انجام شده در T ثانیه‌های متوالی نیز تشکیل یک تصاعد حسابی با قدر نسبت ($aT^۲$) می‌دهد. بنابراین برای به‌دست آوردن جابه‌جایی انجام شده توسط متحرک در T ثانیه nام حرکت می‌توانیم از رابطهٔ زیر استفاده کنیم:

$$\Delta x = (n - ۰/۵)aT^۲ + v_۰T$$

Δx ← جابه‌جایی در T ثانیهٔ nام حرکت بر حسب متر (m)

T ← طول بازهٔ زمانی مورد نظر بر حسب ثانیه (s)

n ← شمارهٔ بازهٔ مورد نظر

a ← شتاب حرکت بر حسب متر بر مجذور ثانیه ($\frac{m}{s^۲}$)

$v_۰$ ← سرعت اولیه بر حسب متر بر ثانیه ($\frac{m}{s}$)

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

برای درک بهتر این رابطه به مثال زیر توجه کنید.

مثال متحرکی با سرعت $4\frac{m}{s}$ و شتاب ثابت $2\frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. جابه‌جایی متحرک را در دو ثانیه سوم حرکت به‌دست آورید.

حل

جابه‌جایی در دو ثانیه سوم

جابه‌جایی در T ثانیهٔ nام: $\Delta x = (n - 0/5)aT^2 + v_0T$

$\Rightarrow \Delta x = (3 - 0/5)(2)(2)^2 + 4(2) \Rightarrow \Delta x = 2/5(8) + 8 = 28m$

سعی کنید این سؤال را به روش کمان‌های تصاعدی نیز حل کنید.

۴۱ گزینهٔ ۲

اتومبیلی که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند، در $t = 0$ از $x = 25m$ در $t = 3s$ از $x = 103m$ و در $t = 5s$ از $x = 175m$ عبور می‌کند. در چه زمانی سرعت متحرک برابر $25\frac{m}{s}$ می‌شود؟

۱) ۱/۵ ۲) ۱/۲۵ ۳) ۳ ۴) ۲/۵

حل با توجه به معادله مکان - زمان حرکت متحرک با شتاب ثابت بر خط مستقیم می‌توان نوشت:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} 103 = \frac{9}{2}a + 3v_0 + 25 \\ 175 = \frac{25}{2}a + 5v_0 + 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 78 = \frac{9}{2}a + 3v_0 \\ 150 = \frac{25}{2}a + 5v_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 26 = \frac{3}{2}a + v_0 \\ 30 = \frac{5}{2}a + v_0 \end{cases} \Rightarrow a = 4\frac{m}{s^2}, v_0 = 20\frac{m}{s}$$

برای تعیین زمان خواسته‌شده از معادلهٔ سرعت - زمان استفاده می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 25 = 4t + 20 \Rightarrow 4t = 5 \Rightarrow t = 1/25s$$

۴۲ گزینهٔ ۳

اگر معادلهٔ مکان - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند در SI به صورت $x = 6t^2 - 36t + 12$ باشد، در کدام یک از بازه‌های زمانی زیر مسافت طی‌شده با اندازه جابه‌جایی برابر است؟

۱) $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 4s$ ۲) $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 5s$ ۳) $t_1 = 5s$ تا $t_2 = 8s$ ۴) $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 7s$

حل برای اینکه مسافت طی‌شده برابر اندازهٔ جابه‌جایی باشد باید متحرک در مسیر مستقیم حرکت کرده و تغییر جهت ندهد. پس ابتدا زمانی که متحرک تغییر جهت می‌دهد را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x = 6t^2 - 36t + 12 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}a = 6 \Rightarrow a = 12\frac{m}{s^2} \Rightarrow v_0 = -36\frac{m}{s}$$

برای تعیین زمان خواسته شده از معادلهٔ سرعت-زمان استفاده می‌کنیم.

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 12t - 36 \xrightarrow{v=0} 12t - 36 = 0 \Rightarrow t = 3s$$

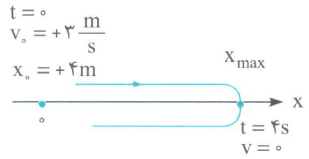
پس متحرک در لحظهٔ $t = 3s$ تغییر جهت داده است، بنابراین چون تابع درجه یک است تغییر علامت هم می‌دهد. پس در گزینه‌ها بررسی می‌کنیم که در کدام گزینه $t = 3s$ در بازهٔ زمانی قرار ندارد.

۴۳ گزینهٔ ۱

متحرکی روی محور x با شتاب ثابت در حرکت است و در مبدأ زمان با سرعت $v = +3\frac{m}{s}$ از مکان $x = +4m$ می‌گذرد. اگر متحرک در لحظهٔ $t = 4s$ در جهت مثبت محور x در بیش‌ترین فاصلهٔ خود از مبدأ باشد، در لحظهٔ $t = 8s$ در چند متری مبدأ خواهد بود؟ (ریاضی خارج ۹۰)

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۲

حل روش اوّل: منظور از لحظه‌ای که متحرک در بیشترین فاصله از مبدأ قرار دارد همان لحظهٔ توقف است، به شکل روبه‌رو نگاه کنید.



پس می‌توانیم مقدار شتاب را محاسبه کنیم و معادلهٔ مکان - زمان را بنویسیم.

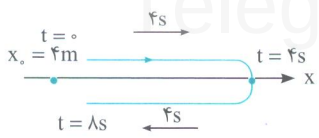
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 3}{4} = -\frac{3}{4}\frac{m}{s^2}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = -\frac{3}{8}t^2 + 3t + 4$$

سؤال فاصله از مبدأ در لحظهٔ $t = 8s$ را از ما خواسته که منظور همان مقدار x است.

$$x = -\frac{3}{8}t^2 + 3t + 4 \xrightarrow{t=8} x = -\frac{3}{8} + 64 + 3 \times 8 + 4 = 4m$$

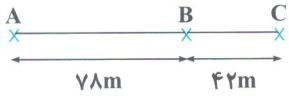
روش دوم: با توجه به تقارن بازهٔ زمانی داده‌شده (۰ تا ۴s و ۴s تا ۸s) متحرک دقیقاً همان مسافتی را که از لحظهٔ ۰ تا ۴ ثانیه رفته، از ۴ تا ۸ ثانیه برگشته است، یعنی به نقطهٔ شروع حرکت ($x_0 = 4m$) برمی‌گردد.



Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

۴۴ گزینهٔ ۱ **متحرکی با شتاب ثابت در مبدأ زمان از نقطهٔ A عبور کرده و ۶ ثانیه بعد، از نقطهٔ B به فاصلهٔ ۷۸ متر از نقطهٔ A و دو ثانیه بعد از آن از نقطهٔ C که در فاصلهٔ ۴۲ متری نقطهٔ B است، عبور می‌کند. شتاب و سرعت اولیهٔ این متحرک در نقطهٔ A به‌ترتیب از راست به چپ چند واحد SI است؟**



۱) ۷,۲ ۲) ۶,۲ ۳) ۷,۴ ۴) ۶,۴

حل لازم است قسمت‌های AB و AC را در نظر بگیریم زیرا در هر دو قسمت سرعت اولیه برابر v_0 است.

$$(AB): \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow ۷۸ = \frac{1}{2} \times a \times ۳۶ + ۶v_0 \Rightarrow ۷۸ = ۱۸a + ۶v_0$$

$$(AC): \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow ۱۲۰ = \frac{1}{2} \times a \times ۶۴ + ۸v_0 \Rightarrow ۱۲۰ = ۳۲a + ۸v_0$$

$$\xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \begin{cases} ۷۸ = ۱۸a + ۶v_0 \\ ۱۲۰ = ۳۲a + ۸v_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = ۲ \frac{m}{s^2} \\ v_0 = ۷ \frac{m}{s} \end{cases}$$

۴۵ گزینهٔ ۴ **متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و معادلهٔ مکان - زمان آن در SI به صورت $x = -۲t^2 + ۱۲t - ۴۰$ است. مسافتی که این متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $t = ۵s$ طی می‌کند، چند متر است؟** (ریاضی خارج ۹۴)

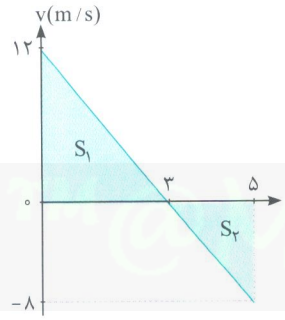
۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۴ ۴) ۲۶

حل اوّل از روی معادلهٔ مکان - زمان، شتاب و سرعت اولیه را تعیین می‌کنیم تا معادلهٔ سرعت - زمان را به دست آورده و نمودارش را رسم کنیم.

$$\begin{cases} x = -۲t^2 + ۱۲t - ۴۰ \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -۴ \frac{m}{s^2} \\ v_0 = ۱۲ \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$v = at + v_0 = -۴t + ۱۲ \xrightarrow{v=0} t = ۳s$$

$$v = -۴t + ۱۲ \xrightarrow{t=۵s} v = -۸ \frac{m}{s}$$



برای تعیین مسافت از سطح زیر نمودار استفاده می‌کنیم:

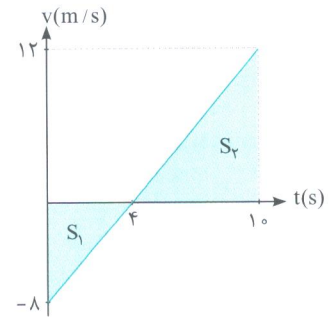
$$l = +S_1 + S_2 = (+\frac{1}{2} \times ۱۲ \times ۳) + (\frac{1}{2} \times ۲ \times ۸) = ۲۶m$$

۴۶ گزینهٔ ۲ **متحرکی روی خط راست حرکت می‌کند و معادله مکان - زمان آن در SI به صورت $x = t^2 - ۸t + ۱۳$ است. تندی متوسط متحرک در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟**

۱) ۵ ۲) ۵/۲ ۳) ۲/۶ ۴) ۳

حل مشابه با سؤال قبل از روی معادله مکان - زمان، شتاب و سرعت اولیه را محاسبه می‌کنیم. با استفاده از نمودار سرعت - زمان متحرک و محاسبه مساحت زیر نمودار مسافت را محاسبه می‌کنیم.

$$v = ۲t - ۸ \Rightarrow \begin{cases} t = ۴s \Rightarrow v = ۰ \\ t = ۱۰s \Rightarrow v = ۱۲ \frac{m}{s} \end{cases}$$



$$l = |S_1| + |S_2| = |\frac{-۸ \times ۴}{۲}| + |\frac{۶ \times ۱۲}{۲}| = ۵۲m$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۵۲}{۱۰} = ۵/۲ \frac{m}{s}$$

۴۷ گزینهٔ ۳ **معادلهٔ حرکت جسمی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به‌صورت $x = -t^2 + ۱۰t - ۱۶$ است. در بازهٔ زمانی ۶ تا ۷ ثانیه نوع حرکت و سوی حرکت متحرک کدام است؟** (ریاضی خارج ۸۴)

۱) کندشونده در سوی مثبت محور x ۲) کندشونده در سوی منفی محور x
۳) تندشونده در سوی منفی محور x ۴) تندشونده در سوی مثبت محور x

Telegram:MOHammad_Free

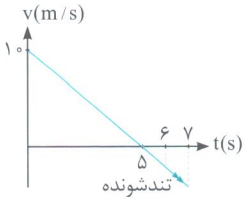
@MOHammad_Free

حل بهترین راه برای تحلیل حرکت، رسم نمودار سرعت - زمان است. اوّل از معادلهٔ مکان - زمان مقادیر سرعت اولیه و شتاب را تعیین می‌کنیم تا نمودار سرعت - زمان را بکشیم.

$$\begin{cases} x = -t^2 + 10t - 16 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \end{cases} \Rightarrow a = -2\frac{m}{s^2}, v_0 = 10\frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0 = -2t + 10 \Rightarrow v = 0 \Rightarrow t = 5s$$

با توجه به نمودار، در بازهٔ زمانی ۶ تا ۷ ثانیه نمودار از محور افقی دور می‌شود، پس نوع حرکت متحرک تندشونده است، به‌علاوه نمودار پایین محور قرار گرفته، پس علامت سرعت منفی بوده و جهت حرکت خلاف جهت محور x است.



۴۸ گزینهٔ ۴

متحرکی در مسیر مستقیم و با شتاب ثابت فاصلهٔ ۸۰ متری از A تا B را در مدت ۸ ثانیه طی می‌کند و در لحظهٔ رسیدن به نقطهٔ B سرعتش به $15\frac{m}{s}$ می‌رسد. شتاب متحرک چند متر بر مربع ثانیه است؟ (ریاضی داخل ۸۹)

۱) $\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{5}{2}$ ۴) $\frac{5}{4}$

حل ابتدا با استفاده از معادلهٔ مستقل از شتاب سرعت متحرک را در نقطهٔ A به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta x = \frac{v_A + v_B}{2} \times \Delta t \Rightarrow 80 = \frac{v_A + 15}{2} \times 8 \Rightarrow v_A = 5\frac{m}{s}$$

v_A — $\Delta x = 80m$ — $v_B = 15\frac{m}{s}$

$\Delta t = 8s$

حالا به سادگی مقدار شتاب را از روی تعریف شتاب تعیین می‌کنیم.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15-5}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}\frac{m}{s^2}$$

۴۹ گزینهٔ ۲

متحرکی با شتاب ثابت و بدون سرعت اولیه از نقطهٔ A به حرکت درمی‌آید و در ادامهٔ مسیر به نقطهٔ B و سپس به C می‌رسد و فاصلهٔ ۱۲۰ متری BC را در مدت ۱۰ ثانیه طی می‌کند. اگر سرعت متحرک در نقطهٔ C، $20\frac{m}{s}$ باشد، فاصلهٔ بین A و B چند متر است؟ (ریاضی خارج ۸۹)

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۲۲/۵

حل سؤال را در سه مرحله حل می‌کنیم.

$v_{A=0}$ — $v_B = ?$ — $\Delta x = 120m$ — $v_C = 20\frac{m}{s}$

Δx_{AB} — $\Delta t = 10s$

مرحلهٔ اوّل: با استفاده از رابطهٔ مستقل از شتاب، بین B تا C سرعت را در نقطهٔ B به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x_{BC} = \frac{v_B + v_C}{2} \times \Delta t \Rightarrow 120 = \frac{v_B + 20}{2} \times 10 \Rightarrow v_B = 4\frac{m}{s}$$

مرحلهٔ دوم: با معلوم شدن v_B می‌توانیم شتاب حرکت را به‌دست آوریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_C - v_B}{\Delta t} = \frac{20-4}{10} = \frac{8}{5}\frac{m}{s^2}$$

مرحلهٔ سوم: و در نهایت با به‌کار بردن رابطهٔ مستقل از زمان بین A و B فاصلهٔ بین این دو نقطه به‌دست می‌آید:

$$v_B^2 - v_A^2 = 2a\Delta x_{AB} \Rightarrow 4^2 - 0^2 = 2 \times \frac{8}{5} \times \Delta x_{AB} \Rightarrow \Delta x_{AB} = 5m$$

۵۰ گزینهٔ ۱

متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، با شتاب ثابت در مدت ۱۰ ثانیه با طی مسافت ۵۰ متر متوقف می‌شود. سرعت متوسط در ۴ ثانیهٔ دوم حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۴ ۲) ۲۰ ۳) ۳ ۴) ۸

حل ابتدا از معادلهٔ مستقل از شتاب، سرعت اولیه را تعیین می‌کنیم و با معلوم بودن آن، شتاب را به‌دست می‌آوریم.

$t_0 = 0$ — $\Delta x_{توقف} = 50m$ — $t_1 = 10s$

$v_0 = ?$ — $\Delta t_{توقف} = 10s$ — $v_1 = 0$

$$(1)\ \Delta x = \frac{v_0 + v_1}{2} \times \Delta t \Rightarrow 50 = \frac{v_0 + 0}{2} \times 10 \Rightarrow v_0 = 10\frac{m}{s}$$

$$(2)\ v_1 = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 10 + 10 \Rightarrow a = -1\frac{m}{s^2}$$

برای به‌دست آوردن سرعت متوسط به سرعت ابتدا و انتهای بازه نیاز داریم. منظور از ۴ ثانیه دوم حرکت بازهٔ زمانی ۴ تا ۸ ثانیه است.

$$(3)\ v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} v_4 = a \times 4 + v_0 \Rightarrow v_4 = -4 + 10 = 6\frac{m}{s} \\ v_8 = a \times 8 + v_0 \Rightarrow v_8 = -8 + 10 = 2\frac{m}{s} \end{cases}$$

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{2+6}{2} = 4\frac{m}{s}$$

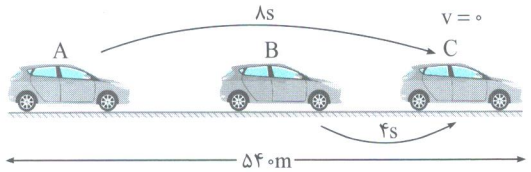
Telegram:@MOHammad_Free

@MOHammad_Free

۵۱ گزینهٔ ۳ **متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، با شتاب ثابت ترمز می‌کند و در مدت ۸ ثانیه و با طی مسافت ۵۴۰ متر متوقف می‌گردد. مسافت طی‌شده در ۴ ثانیه آخر چند متر است؟**

۱) ۲۷۰ ۲) ۱۸۰ ۳) ۱۳۵ ۴) ۵۴۰

حل ابتدا طرحی از حرکت متحرک رسم می‌کنیم:



اگر حرکت را به شکل برعکس از C به‌طرف B و A در نظر بگیریم، حرکتی از حال سکون خواهیم داشت.

حال دو قسمت CA و CB را مورد بررسی قرار می‌دهیم زیرا نقطهٔ اشتراک آن‌ها ابتدای مسیر است که $v_0 = 0$ است.

$(\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + v_0t)$

از آنجایی‌که جابه‌جایی با مجذور زمان رابطهٔ مستقیم دارد خواهیم داشت:

$$\frac{\Delta x_{CB}}{\Delta x_{CA}} = (\frac{t_{CB}}{t_{CA}})^2 \Rightarrow \frac{\Delta x_{CB}}{۵۴۰} = (\frac{۴}{۸})^2 \Rightarrow \frac{\Delta x_{CB}}{۵۴۰} = \frac{۱۶}{۶۴} \Rightarrow \Delta x_{CB} = ۱۳۵m$$

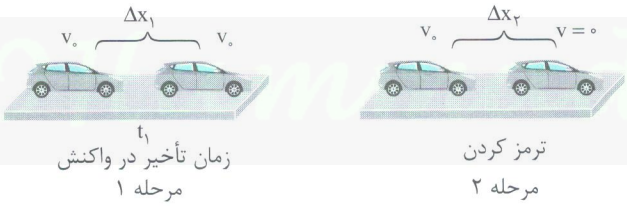
۵۲ گزینهٔ ۱ **اتومبیلی با سرعت $۹۰\frac{km}{h}$ در حرکت است. راننده ناگهان مانعی را در فاصله ۸۰ متری خود می‌بیند و ترمز می‌کند. اگر زمان تأخیر در واکنش راننده ۰/۴s باشد، و اندازه شتاب کند شدن اتومبیل در حین ترمز $۵\frac{m}{s^2}$ باشد، اتومبیل:** (تجربی خارج ۸۶)

۱) در ۷/۵ متری مانع می‌ایستد. ۲) به مانع برخورد می‌کند.

۳) در فاصله ۱۰ متری مانع می‌ایستد. ۴) در لحظه رسیدن به مانع متوقف می‌شود.

حل برای اینکه معلوم شود رانندهٔ محترم به مانع برخورد کرده یا نه باید جابه‌جایی اتومبیل را تا لحظهٔ توقف تعیین کنیم.

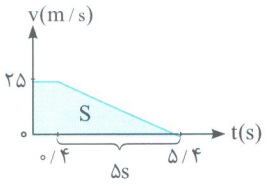
روش اوّل: حرکت از دو قسمت تشکیل شده، در زمان تأخیر در واکنش (از لحظهٔ دیدن تا لحظهٔ ترمز کردن) حرکت یکنواخت و در زمان ترمز کردن حرکت با شتاب ثابت انجام می‌شود.



$$\Delta x_{کل} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = v_0t_1 + \frac{v_0^2}{2a} \xrightarrow{v_0 = ۹۰\frac{km}{h} = \frac{۹۰}{۳/۶} = ۲۵\frac{m}{s}} \Delta x_{کل} = ۲۵ \times ۰/۴ + \frac{(۲۵)^2}{۲ \times ۵} = ۱۰ + ۶۲/۵ = ۷۲/۵m$$

فاصلهٔ اولیهٔ اتومبیل از مانع ۸۰ متر بوده در حالی که اتومبیل تا توقف ۷۲/۵m طی می‌کند و در فاصلهٔ ۷/۵m از مانع متوقف می‌شود.

روش دوم: برای تعیین جابه‌جایی اتومبیل تا لحظهٔ توقف از نمودار سرعت - زمان استفاده می‌کنیم. توجه کنید در مدت ترمز کردن با شتاب $۵\frac{m}{s^2}$ به اندازهٔ ۵s طول می‌کشد تا سرعت از $۲۵\frac{m}{s}$ به صفر برسد. (چرا؟)



$$S = \Delta x = (\frac{۵/۴ + ۰/۴}{۲}) \times ۲۵ = ۷۲/۵m$$

۵۳ گزینهٔ ۴ **اتومبیلی روی یک خط راست با سرعت ۱۰۸km/h در حال حرکت است. راننده با دیدن مانعی در فاصلهٔ ۱۶۵m با شتاب ثابت $۳\frac{m}{s^2}$ ترمز می‌کند و درست جلو مانع می‌ایستد. اگر زمان واکنش راننده t_1 و زمانی که حرکت اتومبیل کندشونده بوده t_2 باشد، $\frac{t_2}{t_1}$ کدام است؟** (ریاضی داخل ۹۶)

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

حل روش اوّل: حرکت از دو قسمت تشکیل شده است، در مدت زمان واکنش (t_1) حرکت سرعت ثابت است و جابه‌جایی آن را Δx_1 فرض می‌کنیم. در زمان ترمز کردن (t_2) حرکت با شتاب ثابت انجام می‌شود که جابه‌جایی آن را با Δx_2 نشان می‌دهیم:

Telegram:MOHammad_Free

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v=0} \Delta x_2 = -\frac{v_0^2}{2a} \xrightarrow{v_0 = ۱۰۸\frac{km}{h} = ۳۰\frac{m}{s}} \Delta x_2 = \frac{۳۰^2}{۲ \times ۳} = ۱۵۰m$$

$$\Delta x_{کل} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| \Rightarrow ۱۶۵ = |\Delta x_1| + ۱۵۰ \Rightarrow |\Delta x_1| = ۱۵m$$

@MOHammad_Free

حالا می‌توانیم زمان حرکت دو قسمت را تعیین کنیم.

حرکت یکنواخت:

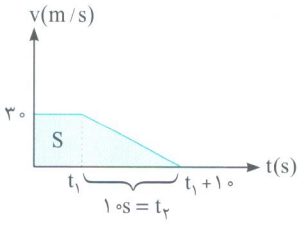
$$\Delta x_1 = v_0 t_1 \Rightarrow 15 = 30 t_1 \Rightarrow t_1 = 0/5s \quad (1)$$

حرکت شتاب دار:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -3 = \frac{0-30}{t_2} \Rightarrow t_2 = 10s \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{10}{0/5} = 20$$

روش دوم: با استفاده از مفهوم شتاب، نمودار $(v-t)$ را رسم می‌کنیم. توجه کنید هنگامی که شتاب $-3\frac{m}{s^2}$ است در مدت $10s$ سرعت از $v_0 = 108\frac{km}{h} = 30\frac{m}{s}$ به صفر می‌رسد. در مدت زمان واکنش تا لحظه t_1، حرکت یکنواخت است.



سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر با جابه‌جایی است.

$$S = \Delta x = (\frac{t_1 + 10 + t_1}{2}) \times 30 = 165 \Rightarrow (2t_1 + 10) = \frac{165}{15} = 11$$

$$\Rightarrow 2t_1 = 1 \Rightarrow t_1 = 0/5s \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{10}{0/5} = 20$$

۵۴ گزینهٔ ۲ **معادله سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $v = -2t + 4$ است. بزرگی جابه‌جایی متحرک در دو ثانیهٔ سوم چند متر است؟** (ریاضی داخل ۸۸)

۱) ۱۵ ☐ ۲) ۱۲ ☐ ۳) ۱۸ ☐ ۴) ۲۴ ☐

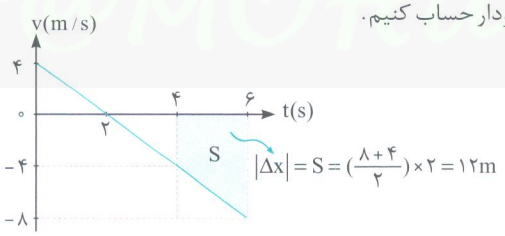
حل روش اوّل: با مقایسه معادله سرعت - زمان با فرم کلی معادله، شتاب و سرعت اولیه را معلوم می‌کنیم و معادله مکان و زمان را با فرض صفر بودن مکان اولیه $(x_0 = 0)$ می‌نویسیم.

$$\begin{cases} v = -2t + 4 \\ v = at + v_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2\frac{m}{s^2} \\ v_0 = 4\frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{x_0 = 0} x = -t^2 + 4t$$

منظور از دو ثانیهٔ سوم بازهٔ زمانی ۴ تا ۶ ثانیه است.

$$\Delta x_{[4,6]} = x_6 - x_4 = (-36 + 24) - (-16 + 16) = -12m \Rightarrow |\Delta x| = 12m$$

روش دوم: با رسم نمودار سرعت - زمان اندازه، جابه‌جایی را می‌توانیم از روی سطح زیر نمودار حساب کنیم.



$$v = -2t + 4 \Rightarrow \begin{cases} v = 0 \Rightarrow t = 2s \\ t = 4s \Rightarrow v = -4\frac{m}{s} \\ t = 6s \Rightarrow v = -8\frac{m}{s} \end{cases}$$

۵۵ گزینهٔ ۱ **متحرکی با شتاب ثابت و سرعت اولیهٔ v_0 در دو ثانیهٔ اوّل حرکت خود، ۱۳ متر و در دو ثانیهٔ سوم حرکت خود، ۲۵ متر را طی می‌کند. شتاب حرکت در SI کدام است؟** (تجربی داخل ۹۱)

۱) ۱/۵ ☐ ۲) ۵ ☐ ۳) ۳ ☐ ۴) ۲/۵ ☐

حل روش اوّل: اگر سرعت اولیه را v_0 فرض کنیم، معادلهٔ مکان - زمان به شکل زیر درمی‌آید.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

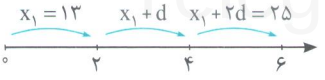
منظور از دو ثانیهٔ اوّل بازهٔ زمانی ۰ تا ۲ ثانیه و منظور از دو ثانیهٔ سوم بازهٔ زمانی ۴ تا ۶ ثانیه است.

$$\Delta x_{[0,2]} = x_2 - x_0 = (2a + 2v_0 + x_0) - (x_0) = 2a + 2v_0 = 13 \quad (1)$$

$$\Delta x_{[4,6]} = x_6 - x_4 = (18a + 6v_0 + x_0) - (8a + 4v_0 + x_0) = 10a + 2v_0 = 25 \quad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow \begin{cases} 2a + 2v_0 = 13 \\ 10a + 2v_0 = 25 \end{cases} \Rightarrow a = 1/5\frac{m}{s^2}, v_0 = 5\frac{m}{s}$$

روش دوم: در حرکت با شتاب ثابت جابه‌جایی‌های متحرک تشکیل یک تصاعد عددی با قدر نسبت $a(\Delta t)^2$ می‌دهند. دو ثانیهٔ سوم جملهٔ سوم این تصاعد و دو ثانیهٔ اوّل جملهٔ اوّل این تصاعد است که اختلاف آن‌ها دو برابر قدر نسبت است.



$$\begin{cases} x_1 = 13 \\ x_1 + 2d = 25 \end{cases} \Rightarrow d = 6$$

$$d = a(\Delta t)^2 = 6 \Rightarrow 4a = 6 \Rightarrow a = 1/5\frac{m}{s^2}$$

@MOHammad_Free

۵۶ گزینهٔ ۲ **متحرکی روی خط راست، با شتاب ثابت $۴\frac{m}{s^۲}$ به‌صورت تندشونده حرکت می‌کند. اگر جابه‌جایی طی‌شده در دو ثانیهٔ دوم، $\frac{۳۱}{۱۵}$ جابه‌جایی طی‌شده در دو ثانیهٔ اوّل باشد، سرعت متحرک در $t = ۰$ چند متر بر ثانیه بوده است؟**

۱) ۳ ☐ ۲) ۳/۵ ☐

۳) ۲ ☐ ۴) ۲/۵ ☐

حل روش اوّل: با توجه به شکل رسم‌شده، متحرک، می‌توان سرعت را در لحظات $t = ۲s$ و $t = ۴s$ بر حسب $v_۰$ تعیین کرد و سپس با استفاده از معادلهٔ مستقل از شتاب، جابه‌جایی در هر بازه را تعیین کرد.

$$v_۰ \quad v_۱ = ۴\times۲ + v_۰ = ۸ + v_۰ \quad v_۲ = (۴\times۴) + v_۰ = ۱۶ + v_۰$$
$$t = ۰ \qquad t_۱ = ۲s \qquad t_۲ = ۴s$$

$$\begin{cases} v = at + v_۰ \Rightarrow v = ۴t + v_۰ \\ t_۱ = ۲s \Rightarrow v_۱ = ۸ + v_۰ \\ t_۲ = ۴s \Rightarrow v_۲ = ۱۶ + v_۰ \end{cases}$$

$$\Delta x_۲ = \frac{۳۱}{۱۵}\Delta x_۱ \Rightarrow (\frac{v_۱ + v_۲}{۲})\Delta t_۲ = \frac{۳۱}{۱۵}(\frac{v_۰ + v_۱}{۲})\Delta t_۱ \Rightarrow \frac{۸ + v_۰ + ۱۶ + v_۰}{۲}\times۲ = \frac{۳۱}{۱۵}\times\frac{۸ + v_۰ + v_۰}{۲}\times۲ \Rightarrow v_۰ = ۳/۵\frac{m}{s}$$

روش دوم: با توجه به رابطهٔ $\Delta x = (n - ۰/۵)aT^۲ + v_۰T$ جابه‌جایی متحرک را در دو ثانیهٔ اول و دو ثانیهٔ دوم حرکت به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x = (n - ۰/۵)aT^۲ + v_۰T \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_۱ = ۰/۵(۴)(۲)^۲ + v_۰(۲) = ۲v_۰ + ۸ \\ \Delta x_۲ = ۱/۵(۴)(۲)^۲ + v_۰(۲) = ۲v_۰ + ۲۴ \end{cases}$$

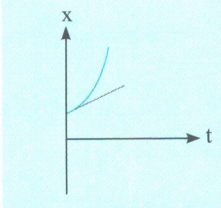
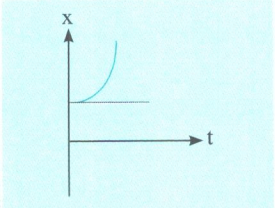
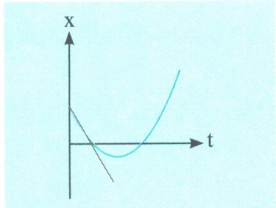
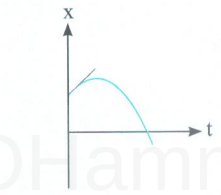
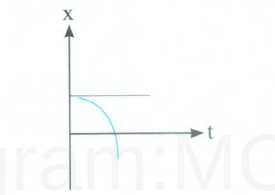
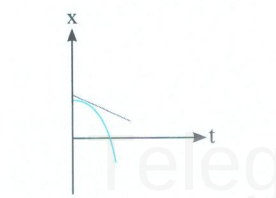
در ادامه داریم:

$$\Delta x_۲ = \frac{۳۱}{۱۵}\Delta x_۱ \Rightarrow ۲v_۰ + ۲۴ = \frac{۳۱}{۱۵}(۲v_۰ + ۸) \Rightarrow v_۰ = ۳/۵\frac{m}{s}$$

مرحلهٔ پنجم جمع‌بندی: نمودارهای حرکت با شتاب ثابت

مبحث (۱): نمودار مکان - زمان حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت

همان‌طور که گفتیم معادلهٔ مکان - زمان حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت به‌صورت $x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$ است و به‌صورت یک سهمی می‌باشد. در حرکت‌هایی که شتاب حرکت مثبت است، تقعر سهمی رو به بالا (∪) و در حرکت‌هایی که شتاب حرکت منفی است، تقعر سهمی رو به پایین (∩) است. از طرف دیگر اگر سرعت اولیهٔ متحرک مثبت باشد، خط مماس بر نمودار در لحظهٔ $t = ۰$ صعودی و اگر سرعت اولیهٔ متحرک منفی باشد، خط مماس بر نمودار در لحظهٔ $t = ۰$ نزولی است. به جدول زیر توجه کنید:

نمودار مکان - زمان حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت	$v_۰ > ۰$	$v_۰ = ۰$	$v_۰ < ۰$
$a > ۰$			
$a < ۰$			

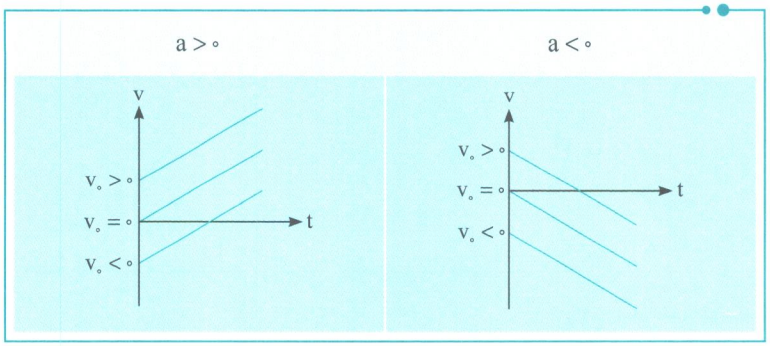
Telegram:MOHammad_Free

دقّت کنید که در تمام نمودارهای فوق $x_۰ > ۰$ در نظر گرفته شده است. شما می‌توانید تمام حالت‌های رسم شده را برابر $x_۰ = ۰$ و یا $x_۰ < ۰$ نیز در نظر بگیرید.

@MOHammad_Free

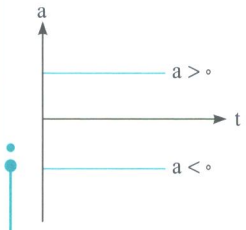
مبحث (۲): نمودار سرعت - زمان حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت

همان‌طور که گفته‌شد معادلهٔ سرعت - زمان حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت به صورت $v = at + v_0$ است و به‌صورت یک خط راست می‌باشد که شیب خط برابر شتاب حرکت و عرض از مبدأ خط برابر سرعت اولیهٔ متحرک است. به جدول زیر دقّت کنید:

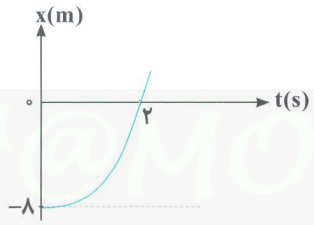


مبحث (۳): نمودار شتاب - زمان حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت:

از آنجایی که شتاب حرکت ثابت است. نمودار شتاب - زمان دو حالت روبه‌رو را می‌تواند داشته باشد:



۵۷ گزینهٔ ۴ — **متحرکی بدون سرعت اولیه و با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند و نمودار مکان - زمان آن مطابق شکل مقابل است. سرعت آن در لحظهٔ $t = 2s$ چند متر بر ثانیه است؟** (تجربی داخل ۸۸)



۱) ۲ ☐ ۲) ۴ ☐ ۳) ۶ ☐ ۴) ۸ ☐

حل روش اوّل: با توجه به نمودار مشخص است که $x_0 = -8m$ است و در لحظهٔ $t = 2s$ متحرک از مبدأ عبور می‌کند. پس برای محاسبهٔ شتاب داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow[x_0=-8m]{v_0=0} x = \frac{1}{2}at^2 - 8$$

$$\xrightarrow[x=0]{t=2s} \text{لحظه عبور از مبدأ} \quad 0 = \frac{1}{2}a \times 4 - 8 \Rightarrow a = 4\frac{m}{s^2}$$

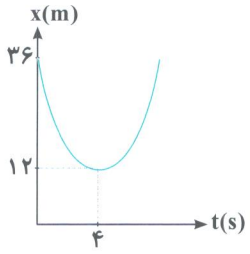
برای تعیین سرعت در لحظه $t = 2s$ کافیست از معادلهٔ سرعت - زمان استفاده کنیم:

$$v = at + v_0 = 4t + 0 \xrightarrow{t=2s} v = 8\frac{m}{s}$$

روش دوم: به‌سادگی خوردن یک لیوان آب، از معادلهٔ مستقل از شتاب بین دو لحظهٔ $t = 0$ و $t = 2s$ استفاده می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \times \Delta t \Rightarrow 8 = \frac{0 + v_2}{2} \times 2 \Rightarrow v_2 = 8\frac{m}{s}$$

۵۸ گزینهٔ ۱ — **شکل مقابل نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان می‌دهد که روی خط راست با شتاب ثابت در حرکت است. سرعت متوسط این متحرک در ۹ ثانیهٔ ابتدای حرکت چند متر بر ثانیه است؟**



۱) ۱/۵ ☐ ۲) ۲ ☐ ۳) ۲/۵ ☐ ۴) ۳ ☐

حل در ۴ ثانیهٔ اوّل حرکت، متحرک با سرعت v_0 شروع به حرکت کرده است و سرعت آن به صفر رسیده است. اگر حرکت را از لحظهٔ $t = 4s$ تا لحظهٔ $t = 0$ برعکس نگاه کنیم داریم:

$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt \Rightarrow -24 = \frac{-1}{2}a \times 16 + 0 \Rightarrow a = 3\frac{m}{s^2}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 3 \times 4 + v_0 \Rightarrow v_0 = -12\frac{m}{s}$$

اکنون می‌توانیم سرعت متوسط متحرک را در ۹ ثانیهٔ اوّل محاسبه کنیم.

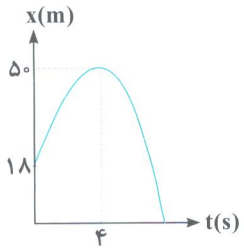
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v + v_0}{2} = \frac{at + v_0 + v_0}{2} = \frac{1}{2}at + v_0 = \frac{1}{2} \times 3 \times 9 + (-12) = 1/5\frac{m}{s}$$

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

۵۹ گزینهٔ ۲

سهمی شکل مقابل، نمودار مکان - زمان متحرکی است که روی خط راست حرکت می‌کند. چند ثانیه بعد از تغییر جهت حرکت، تندی متحرک به $۱۲\frac{m}{s}$ می‌رسد؟



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۲/۵
۴) ۳/۵

حل حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت است، از طرفی می‌دانیم در لحظهٔ تغییر جهت، اندازهٔ سرعت متحرک برابر صفر است، بنابراین داریم:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{۲}\Delta t \Rightarrow ۵۰ - ۱۸ = \frac{۰ + v_0}{۲} \times ۴ \Rightarrow v_0 = ۱۶\frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow ۰ = a \times ۴ + ۱۶ \Rightarrow a = -۴\frac{m}{s^۲}$$

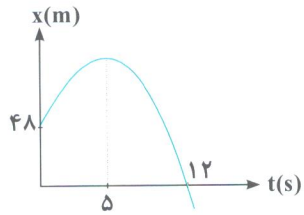
در ادامه حرکت متحرک را از لحظهٔ $t = ۴s$ به بعد در نظر می‌گیریم. در این‌صورت داریم:

$$s = |v| \Rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow -۱۲ = -۴(t) + ۰ \Rightarrow t = ۳s$$

دقت کنید که بعد از لحظهٔ تغییر جهت نمودار مکان - زمان نزولی بوده و سرعت متحرک منفی می‌شود.

۶۰ گزینهٔ ۲

سهمی شکل مقابل نمودار مکان - زمان متحرکی است که روی خط راست حرکت می‌کند. تندی متوسط از شروع حرکت تا لحظهٔ عبور از مبدأ چند متر بر ثانیه است؟



۱) $\frac{۳۷}{۲}$
۲) $\frac{۳۷}{۳}$
۳) ۱۲
۴) ۱۱

حل با توجه به نمودار مکان - زمان، سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۵s$ صفر است، پس متحرک در این لحظه تغییر جهت داده است. حال شتاب متحرک و اندازهٔ سرعت اولیهٔ آن را محاسبه می‌کنیم.

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_0 t + x_0 \Rightarrow ۰ = \frac{۱}{۲}a \times ۱۲^۲ + v_0 \times ۱۲ + ۴۸ \Rightarrow ۷۲a + ۱۲v_0 + ۴۸ = ۰ \quad (۱)$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow ۰ = a \times ۵ + v_0 \Rightarrow v_0 = -۵a \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} ۷۲a + ۱۲(-۵a) + ۴۸ = ۰ \Rightarrow a = -۴\frac{m}{s^۲}, v_0 = ۲۰\frac{m}{s}$$

در ادامه مکان متحرک را در لحظهٔ $t = ۵s$ بدست می‌آوریم:

$$x_۵ = \frac{۱}{۲} \times -۴ \times ۲۵ + ۲۰ \times ۵ + ۴۸ = ۹۸m$$

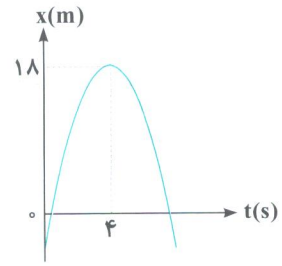
و در نهایت مسافت طی شده توسط متحرک در ۱۲ ثانیهٔ اول حرکت برابر است با:

$$l = |x_۵ - x_0| + |x_{۱۲} - x_۵| = |۹۸ - ۴۸| + |۰ - ۹۸| = ۵۰ + ۹۸ = ۱۴۸m$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۱۴۸}{۱۲} = \frac{۳۷}{۳}\frac{m}{s}$$

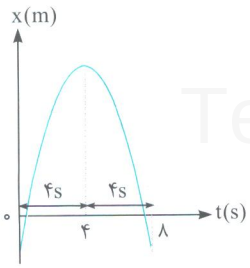
۶۱ گزینهٔ ۳

نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل به‌صورت سهمی است. چند ثانیه پس از لحظهٔ $t = ۰$ بزرگی سرعت متحرک برابر بزرگی سرعت اولیه می‌شود؟ (ریاضی خارج ۹۳)



۱) ۶
۲) ۷
۳) ۸
۴) ۹

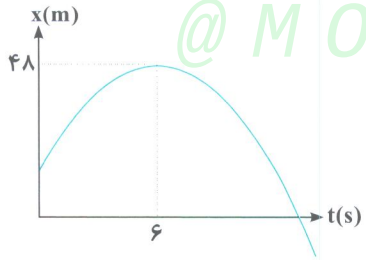
حل نمودار سهمی نسبت به رأس سهمی متقارن است، پس در لحظه‌ای اندازهٔ سرعت با سرعت لحظهٔ $t = ۰$ برابر می‌شود که این لحظه با لحظهٔ صفر نسبت به رأس سهمی متقارن باشد و جواب لحظهٔ $t = ۸s$ است.



Telegram:MOHammad_Free

۶۲ گزینهٔ ۱

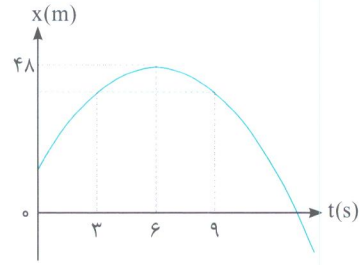
نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل به‌صورت سهمی است. اگر مسافت طی‌شده توسط متحرک در بازه زمانی $t=3s$ تا $t=9s$ برابر ۱۲ متر باشد، جابه‌جایی متحرک در این بازه چند متر است؟ (ریاضی داخل ۹۳)



۱) صفر
۲) ۳
۳) ۶
۴) ۱۲

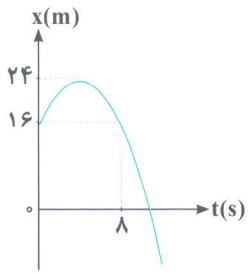
حل به نمودار خوب نگاه کنید دو لحظهٔ داده‌شده، نسبت به رأس سهمی یعنی لحظه $t=6s$ تقارن دارند و مکان هر دو با هم برابر است، پس جابه‌جایی در این بازه صفر است. به همین راحتی!

راستی بچه‌ها به نظرتون شتاب حرکت و سرعت اولیه رو چه جوری می‌شه محاسبه کرد؟



۶۳ گزینهٔ ۱

نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل مقابل به‌صورت سهمی است. در بازهٔ زمانی ۰ تا ۸s بزرگی شتاب متوسط و سرعت متوسط به‌ترتیب از راست به چپ در SI، کدام است؟ (ریاضی داخل ۹۷)



۱) ۱ و صفر
۲) ۲ و صفر
۳) ۱ و ۱
۴) ۲ و ۲

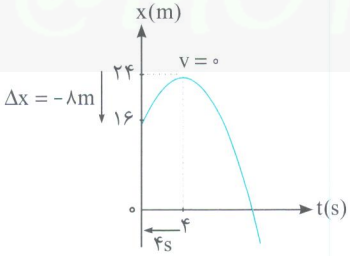
حل روش اوّل: نمودار مکان - زمان به شکل سهمی بوده پس شتاب حرکت متحرک ثابت بوده و لحظهٔ توقف یا همان رأس سهمی لحظهٔ $t=4s$ است. برای تعیین شتاب، ابتدا در بازهٔ زمانی ۰ تا ۴s رابطهٔ مستقل از شتاب را به‌کار می‌بریم تا سرعت اولیه به‌دست بیاید.

$$\Delta x_{[0,4]}=\frac{v_0+v_4}{2}\times\Delta t \Rightarrow 24-16=\frac{v_0+0}{2}\times 4 \Rightarrow v_0=4\frac{m}{s}$$

$$a_{[0,4]}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{0-4}{4}=-1\frac{m}{s^2} \Rightarrow |a|=1\frac{m}{s^2}$$

سرعت متوسط هم که محاسبه نمی‌خواهد. مکان در دو لحظهٔ $t=0$ و $t=8s$ با هم برابر و سرعت متوسط در آن بازه صفر است.

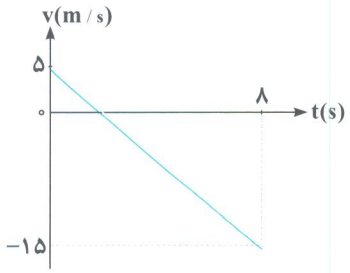
روش دوم: برای محاسبهٔ شتاب می‌توانیم حرکت را در بازهٔ ۰ تا ۴s به شکل برعکس در نظر بگیریم. علت این است که سرعت اولیه برابر با صفر می‌شود. به شکل روبه‌رو نگاه کنید.



$$\Delta x_{4\to 0}=\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow -8=\frac{1}{2}a\times 16 \Rightarrow a=-1\frac{m}{s^2} \Rightarrow |a|=1\frac{m}{s^2}$$

۶۴ گزینهٔ ۱

شکل مقابل، نمودار سرعت - زمان یک متحرک در مسیر مستقیم است. سرعت متوسط در این ۸ ثانیه برابر چند متر بر ثانیه است؟ (تجربی خارج ۸۴)



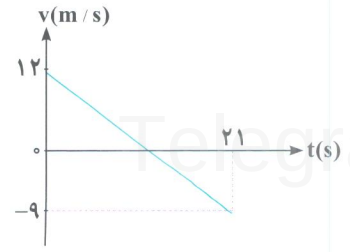
۱) -۵
۲) -۷/۵
۳) -۱۰
۴) +۱۰

حل شیب نمودار مقدار ثابتی است، پس شتاب حرکت ثابت است و برای محاسبهٔ سرعت متوسط می‌توانیم میانگین سرعت را محاسبه کنیم.

$$v_{av}=\frac{v_1+v_2}{2}=\frac{(+5)+(-15)}{2}=-5\frac{m}{s}$$

۶۵ گزینهٔ ۲

نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. بزرگی جابه‌جایی متحرک در فاصلهٔ زمانی $t=6s$ تا $t=12s$ چند متر است؟ (تجربی داخل ۹۳)



۱) ۱۲
۲) ۱۸
۳) ۲۲/۵
۴) ۳۲/۵

@MOHammad_Free

حل روش اوّل: شتاب حرکت مقداری ثابت و برابر است با:

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{21 - 0} = \frac{-9 - (12)}{21} = -1 \frac{m}{s^2}$$

حال سرعت را در دو لحظهٔ $t = 6s$ و $t = 12s$ محاسبه می‌کنیم.

$$v = at + v_0 = -t + 12 \Rightarrow \begin{cases} t = 6s \Rightarrow v_1 = +6 \frac{m}{s} \\ t = 12s \Rightarrow v_2 = 0 \end{cases}$$

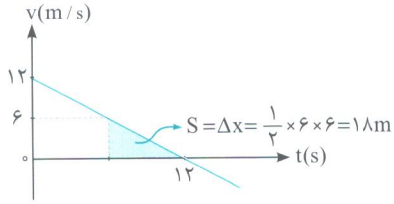
برای محاسبهٔ Δx از معادلهٔ مستقل از شتاب استفاده می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \times \Delta t = \frac{6 + 0}{2} \times 6 = 18m$$

روش دوم: بعد از محاسبهٔ v_1 و v_2 از رابطهٔ مستقل از زمان Δx را به‌دست می‌آوریم.

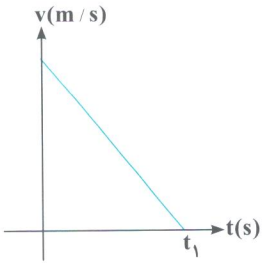
$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 6^2 = 2(-1)\Delta x \Rightarrow \Delta x = 18m$$

روش سوم: بعد از تعیین v_1 و v_2 با استفاده از سطح زیر نمودار Δx را به‌دست می‌آوریم.



۶۶ **نمودار سرعت - زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. اگر این متحرک در ۲ ثانیه اوّل ۳۶ متر و در ۲ ثانیه آخر ۴ متر جابه‌جا شده باشد، t_1 چند ثانیه است؟** (ریاضی خارج ۹۷)

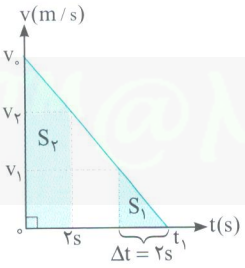
گزینهٔ ۲



۱) ۸
۲) ۱۰
۳) ۱۲
۴) ۱۵

حل روش اوّل: جابه‌جایی دو ثانیه آخر برابر مساحت s_1 است.

$$\Delta x = s_1 = \frac{1}{2} v_1 \times \Delta t \Rightarrow 4 = \frac{1}{2} v_1 \times 2 \Rightarrow v_1 = 4 \frac{m}{s}$$



حالا می‌توانیم شتاب حرکت را از روی دو ثانیهٔ آخر حرکت محاسبه کنیم.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - v_1}{2} = -\frac{4}{2} = -2 \frac{m}{s^2}$$

برای تعیین v_0 از جابه‌جایی ۲ ثانیهٔ اوّل حرکت استفاده می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x = -t^2 + v_0 t \xrightarrow[\Delta x = 36m]{t = 2s} 36 = -4 + 2v_0 \Rightarrow v_0 = 20 \frac{m}{s}$$

حالا می‌توانیم لحظهٔ t_1 را پیدا کنیم. لحظهٔ t_1 همان لحظهٔ توقف است.

$$v = at_1 + v_0 = -2t_1 + 20 \xrightarrow{v=0} t_1 = 10s$$

روش دوم: برای صفر شدن سرعت اولیه، حرکت را از لحظهٔ t_1 به شکل برعکس در نظر می‌گیریم.

$$\Delta x_{t_1 \to t_1 - 2} = \frac{1}{2} |a| t^2 \Rightarrow 4 = \frac{1}{2} |a| \times 2^2 \Rightarrow |a| = 2 \frac{m}{s^2}$$

با توجه به منفی بودن شیب، شتاب برابر $-2 \frac{m}{s^2}$ است. ادامهٔ حل هم مثل روش قبل است.

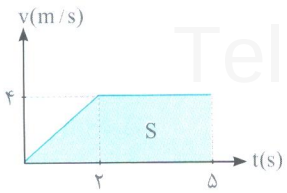
مرحلهٔ ششم جمع‌بندی — مسائل ترکیبی حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت

مبحث (۱): حرکت‌های چند مرحله‌ای

یکی از مسائل بسیار رایج حرکت‌شناسی مسائلی است که یک متحرک دارای چند مرحله حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت است. برای حل این‌گونه مسائل بهترین راه‌کار رسم نمودار سرعت - زمان است. به مثال زیر توجه کنید.

مثال **متحرکی از حال سکون به مدت ۲ ثانیه با شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ حرکت می‌کند و سپس سه ثانیه با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. جابه‌جایی این متحرک در ۵ ثانیه اوّل حرکت چند متر است؟**

حل قبل از هر چیز سعی می‌کنیم، نمودار سرعت - زمان این متحرک را رسم کنیم. به نمودار مقابل دقّت کنید:



$$v = at + v_0 = 2(2) = 4 \frac{m}{s}$$

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

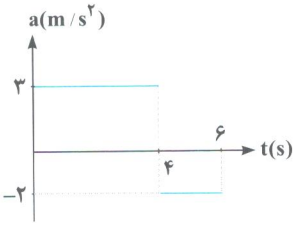
همان‌طور که در نمودار صفحهٔ قبل می‌بینید، متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده است و در مدت دو ثانیه، تندی حرکت خود را با شتاب ثابت به $۴\frac{m}{s}$ رسانده است و از آن لحظه به مدت ۳ ثانیه با همین سرعت به حرکت خود ادامه داده است.

حالا برای به‌دست آوردن جابه‌جایی متحرک در ۵ ثانیهٔ اوّل حرکت کافی است، مساحت زیر نمودار را به‌دست آوریم.

$$\Delta x = S = \frac{(۳+۵)\times ۴}{۲} = ۱۶m$$

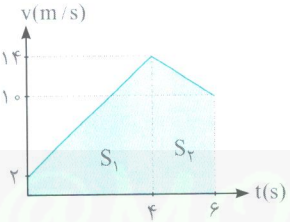
در برخی از مسائل حرکت‌های چند مرحله‌ای به‌جای اینکه چگونگی حرکت متحرک را در صورت سؤال توضیح دهند، یک نمودار شتاب - زمان پلکانی رسم می‌کنند که شتاب حرکت را در هر مرحله مشخص می‌کند. برای حل این‌گونه سوالات نیز بهترین روش، رسم نمودار سرعت - زمان است. به مثال زیر توجه کنید.

مثال **نمودار شتاب - زمان متحرکی که با سرعت اولیهٔ $۲\frac{m}{s}$ روی محور x ها شروع به حرکت می‌کند به‌صورت مقابل است. اندازهٔ سرعت متوسط متحرک در ۶ ثانیهٔ اوّل حرکت چند متر بر ثانیه است؟**



حل مساحت زیر نمودار شتاب - زمان بیانگر تغییرات سرعت متحرک است. در چهار ثانیهٔ اوّل حرکت، مساحت زیر نمودار شتاب - زمان ۱۲ واحد است، بنابراین سرعت متحرک در ۴ ثانیهٔ اوّل حرکت به اندازهٔ $۱۲\frac{m}{s}$ افزایش یافته و از $۲\frac{m}{s}$ به $۱۴\frac{m}{s}$ می‌رسد. در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۴s$ تا $t_۲ = ۶s$ مساحت زیر نمودار ۴ واحد است. چون نمودار زیر محور زمان است، سرعت متحرک $۴\frac{m}{s}$ کاهش یافته و از $۱۴\frac{m}{s}$ به $۱۰\frac{m}{s}$ می‌رسد.

به نمودار مقابل دقّت کنید:



در ادامه به‌کمک مساحت زیر نمودار سرعت - زمان، جابه‌جایی متحرک را در ۶ ثانیهٔ اوّل حرکت به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta x = S_۱ + S_۲ = \frac{(۲+۱۴)\times ۴}{۲} + \frac{(۱۰+۱۴)\times ۲}{۲} = ۳۲ + ۲۴ = ۵۶m$$

و در نهایت سرعت متوسط متحرک در این بازهٔ زمانی برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۵۶}{۶} = \frac{۲۸}{۳}\frac{m}{s}$$

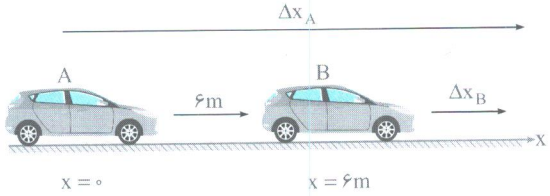
مبحث(۲): بررسی حرکت دو متحرک

این مبحث نیز جزء مباحث بسیار پرکاربرد کنکور است، البته به‌دلیل تنوع بالایی که سؤالات این مبحث دارند به دانش‌آموزانی که وقت و انرژی کافی ندارند پیشنهاد می‌کنیم عطایش را به لقایش ببخشند.

یکی از روش‌های کارآمد پاسخ‌گویی به این سؤالات نوشتن یک معادله بین جابه‌جایی های انجام شده توسط دو متحرک است. به مثال زیر دقّت کنید.

مثال **اتومبیل A با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ از حال سکون از مبدأ مکان در جهت محور x شروع به حرکت می‌کند در همین لحظه اتومبیل B با شتاب $۱\frac{m}{s^۲}$ و سرعت اولیهٔ $۲\frac{m}{s}$ از نقطهٔ $x = ۶m$ در جهت محور x حرکت خود را آغاز می‌کند. چند ثانیه بعد از شروع حرکت، دو متحرک به یکدیگر می‌رسند؟**

حل قبل از هر اقدامی شکل ساده‌ای از مسئلهٔ مورد نظر را رسم می‌کنیم.



در ادامه بین جابه‌جایی های انجام‌شده توسط دو متحرک معادلهٔ زیر را می‌نویسیم و مقادیر Δx_A و Δx_B را باز می‌کنیم.

$$\Delta x_A = \Delta x_B + ۶ \Rightarrow \frac{۱}{۲}a_A t^۲ + \cancel{v_{۰A}^{\,۰}t} = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ + v_{۰B}t + ۶ \Rightarrow \frac{۱}{۲}(۲)t^۲ = \frac{۱}{۲}(۱)t^۲ + ۲t + ۶$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}t^۲ - ۲t - ۶ = ۰ \Rightarrow t^۲ - ۴t - ۱۲ = ۰ \Rightarrow (t+۲)(t-۶) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = -۲ \text{ غ.ق.ق} \\ t = ۶s \end{cases}$$

Telegram:MOHammad_Free

بنابراین دو متحرک در لحظهٔ $t = ۶s$ به یکدیگر می‌رسند.

@MOHammad_Free

یکی دیگر از روش‌های کار آمد برای حل این گونه سؤالات استفاده از حرکت نسبی است. همان‌طور که در حرکت دو متحرک به‌صورت یکنواخت مشاهده کردید، در این روش همان روابط معمولی را می‌نویسیم و فقط پارامترها را به‌صورت نسبی جایگذاری می‌کنیم.

به‌عنوان مثال، برای حل سؤال قبل به روش حرکت نسبی داریم:

$$v_{\circ_{نسبی}} = v_{\circ B} - v_{\circ A} = ۲ - ۰ = ۲ \frac{m}{s}$$

$$a_{نسبی} = a_B - a_A = ۱ - ۲ = -۱ \frac{m}{s^۲}$$

$$\Delta x_{نسبی} = \Delta x_B - \Delta x_A = -۶m$$

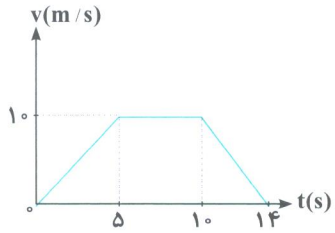
$$\Delta x_{نسبی} = \frac{۱}{۲}(a_{نسبی})t^۲ + (v_{\circ_{نسبی}})t$$

$$\Rightarrow -۶ = (-\frac{۱}{۲})t^۲ + ۲t \Rightarrow \frac{۱}{۲}t^۲ - ۲t - ۶ = ۰$$

که این معادله همان معادله‌ای است که در روش قبل به‌دست آمد. از اینجا به بعد دقیقاً مانند روش قبل معادله را حل می‌کنیم.

۶۷ گزینهٔ ۱

متحرکی در مسیر مستقیم حرکت می‌کند و نمودار سرعت - زمان آن مطابق شکل مقابل است. شتاب متوسط این متحرک در بازهٔ زمانی $t = ۲s$ تا $t = ۱۲s$، چند متر بر مربع ثانیه است؟ (تجربی داخل ۹۲)



۱) $\frac{۱}{۱۰}$ ۲) $\frac{۵}{۱۰}$ ۳) $\frac{۷}{۱۰}$ ۴) صفر

حل در ابتدا باید مقدار سرعت را در دو لحظهٔ $t = ۲s$ و $t = ۱۲s$ محاسبه کرد. برای این کار مقدار شتاب را یکی برای بازهٔ ۰ تا ۵ ثانیه و یکی برای بازهٔ ۱۰ تا ۱۴ ثانیه به‌دست می‌آوریم.

$$a_{۱[۰,۵]} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۵ - v_\circ}{۵ - ۰} = \frac{۱۰ - ۰}{۵} = ۲ \frac{m}{s^۲}$$

$$a_{۲[۱۰,۱۴]} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{۱۴} - v_{۱۰}}{۱۴ - ۱۰} = \frac{۰ - ۱۰}{۴} = -۲/۵ \frac{m}{s^۲}$$

حال نوبت به محاسبهٔ سرعت در دو لحظهٔ داده‌شده است:

$$v_{(۲)} = a_۱ \Delta t_۱ + v_{(۰)} = ۲ \times ۲ + ۰ = +۴ \frac{m}{s}$$

$$v_{(۱۲)} = a_۲ \Delta t_۲ + v_{(۱۰)} = ۲(-۲/۵) + ۱۰ = +۵ \frac{m}{s}$$

در نهایت به محاسبهٔ شتاب متوسط می‌پردازیم:

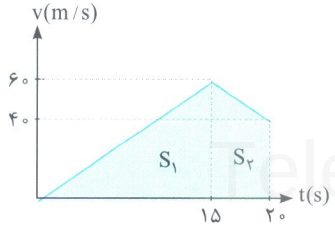
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{۱۲} - v_۲}{۱۲ - ۲} = \frac{۵ - ۴}{۱۰} = \frac{۱}{۱۰} \frac{m}{s^۲}$$

۶۸ گزینهٔ ۲

متحرکی از حال سکون روی مسیر مستقیم با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند و در مدت ۱۵ ثانیه سرعتش به $۶۰ \frac{m}{s}$ می‌رسد. سپس با شتاب ثابت سرعتش را کم می‌کند و پس از ۵ ثانیه سرعتش به $۴۰ \frac{m}{s}$ می‌رسد. سرعت متوسط این متحرک در ۲۰ ثانیهٔ اوّل حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۰ ۲) ۳۵ ۳) ۲۰ ۴) ۱۵

حل ابتدا نمودار سرعت - زمان آن را رسم می‌کنیم. سطح زیر نمودار سرعت - زمان بیانگر جابه‌جایی است.



$$S_۱ = \frac{۶۰ \times ۱۵}{۲} = ۴۵۰m$$

$$S_۲ = \frac{(۶۰ + ۴۰)}{۲} \times ۵ = ۲۵۰m$$

$$\Delta x = S_۱ + S_۲ = ۴۵۰ + ۲۵۰ = ۷۰۰m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۷۰۰}{۲۰} = ۳۵ \frac{m}{s}$$

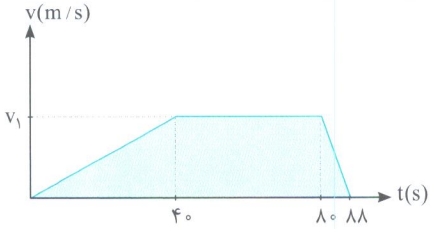
Telegram:MOHammad_Free

@MoHammad_Free

۶۹ گزینهٔ ۲ **اتومبیلی از حال سکون با شتاب ثابت a_1 به حرکت درمی‌آید و ۴۰ ثانیه با همین شتاب حرکت می‌کند تا به سرعت v_1 برسد. سپس ۴۰ ثانیه با سرعت ثابت v_1 حرکت می‌کند و بعد از آن با شتاب ثابت ترمز می‌کند و در مدت ۸ ثانیه متوقف می‌شود. اگر سرعت متوسط اتومبیل در کل این مدت ۱۶ متر بر ثانیه باشد، اندازهٔ شتاب حرکت در قسمت کندشونده چند متر بر مربع ثانیه است؟**

۱) ۳ ۲) ۲/۷۵ ۳) ۴ ۴) ۳/۷۵

حل ابتدا نمودار سرعت - زمان آن را رسم می‌کنیم. می‌دانیم سطح زیر نمودار سرعت - زمان بیانگر جابه‌جایی است. بنابراین:



$$\Delta x = S = \frac{(۴۰+۸۸)v_1}{۲} = ۶۴v_1$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow ۱۶ = \frac{۶۴v_1}{۸۸} \Rightarrow v_1 = ۲۲\frac{m}{s}$$

حال می‌توانیم شتاب حرکت در قسمت کند شونده ($t = ۸۰s$ تا $t = ۸۸s$) را محاسبه کنیم:

$$|a_{av}| = |\frac{۰-۲۲}{۸}| = |-\frac{۱۱}{۴}| = |-۲/۷۵| = ۲/۷۵\frac{m}{s^۲}$$

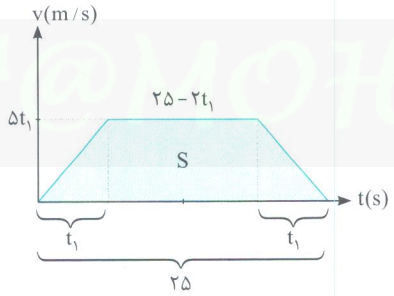
۷۰ گزینهٔ ۳ **متحرکی در یک مسیر مستقیم با شتاب ثابت $۵\frac{m}{s^۲}$ به حرکت درمی‌آید و پس از مدتی حرکتش یکنواخت می‌شود و در نهایت با همان شتاب $۵\frac{m}{s^۲}$ حرکت کند شده و می‌ایستد. اگر کل زمان حرکت ۲۵ ثانیه و سرعت متوسط در این مدت $۲۰\frac{m}{s}$ باشد. زمانی که حرکت متحرک یکنواخت بوده است، چند ثانیه است؟** (تجربی داخل ۹۷)

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

حل بهترین راه برای حل این سؤال رسم نمودار سرعت - زمان است.

توجه کنید که زمان حرکت در قسمت تندشونده و کندشونده با هم برابر است و اگر این زمان را t_1 فرض کنیم زمان در قسمت حرکت یکنواخت برابر $۲۵-۲t_1$ می‌شود.

قسمت تند شونده $v = at + v_۰ \Rightarrow v_1 = ۵t_1$



سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. بنابراین:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S}{\Delta t} \Rightarrow ۲۰ = \frac{(\frac{۲۵+(۲۵-۲t_1)}{۲})\times ۵t_1}{۲۵}$$

$$\Rightarrow ۵۰۰ = (\frac{۵۰-۲t_1}{۲})۵t_1 \Rightarrow ۵۰۰ = (۲۵-t_1)۵t_1$$

$$\Rightarrow ۱۰۰ = ۲۵t_1 - t_1^۲ \Rightarrow t_1^۲ - ۲۵t_1 + ۱۰۰ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t_1 = ۲۰ \text{ غ.ق.ق} \\ t_1 = ۵s \end{cases}$$

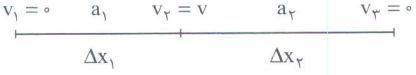
توجه کنید که مدت زمان حرکت یکنواخت خواسته شده یعنی $۲۵-۲t_1$.

$$\Delta t = ۲۵ - ۲t_1 = ۲۵ - ۲\times ۵ = ۱۵s$$

۷۱ گزینهٔ ۲ **اتومبیلی از حال سکون با شتاب ثابت a_1 در مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کند. بعد از مدتی، ادامهٔ مسیر را در همان جهت با شتاب ثابت a_2 طی می‌کند تا بایستد. اگر مسافت طی‌شده در مرحلهٔ اوّل ۴ برابر مسافت طی‌شده در مرحلهٔ دوم باشد، اندازهٔ a_2 چند برابر اندازهٔ a_1 است؟** (ریاضی داخل ۸۸)

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

حل شتاب حرکت مرحلهٔ اوّل a_1 و جابه‌جایی این قسمت را Δx_1 و برای قسمت دوم شتاب را a_2 و جابه‌جایی را Δx_2 در نظر می‌گیریم. دو بار رابطهٔ مستقل از زمان را به‌کار می‌بریم.



$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a_۱\Delta x \xrightarrow[v_۲=v]{v_۱=۰} v^۲ = ۲a_۱\Delta x_۱ \Rightarrow \Delta x_۱ = \frac{v^۲}{۲a_۱} (۱)$$

$$v_۳^۲ - v_۲^۲ = ۲a_۲\Delta x_۲ \xrightarrow[v_۲=v]{v_۳=۰} ۰ - v^۲ = ۲a_۲\Delta x_۲ \Rightarrow \Delta x_۲ = -\frac{v^۲}{۲a_۲} (۲)$$

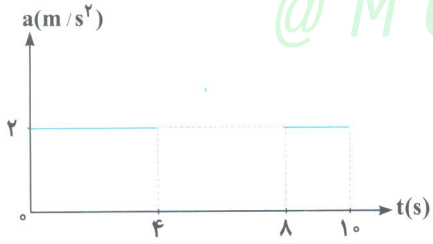
مسافت طی‌شده در مرحله دوم ۴ برابر قسمت اوّل حرکت بوده است.

$$(۱) \text{ و } (۲) \Rightarrow |\Delta x_۱| = ۴|\Delta x_۲| \Rightarrow \frac{v^۲}{۲a_۱} = ۴(\frac{v^۲}{۲a_۲}) \Rightarrow a_۲ = ۴a_۱$$

Telegram.MoHammad_Free

۷۲ گزینهٔ ۳

شکل مقابل نمودار شتاب - زمان متحرکی را در مسیر مستقیم نشان می‌دهد. اندازه شتاب متوسط در مدت ۱۰ ثانیه چند متر بر مجذور ثانیه است؟ (تجربی خارج ۸۴)



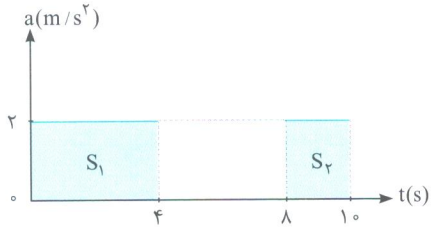
۱) ۰/۴

۲) ۰/۸

۳) ۱/۲

۴) ۱/۶

حل سطح زیر نمودار شتاب - زمان برابر با تغییرات سرعت است.

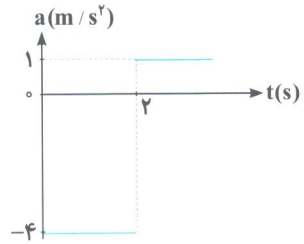


$$\Delta v = S_1 + S_2 = (2\times 4) + (2\times 2) = 12\frac{m}{s}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12}{10} = 1/2\frac{m}{s^2}$$

۷۳ گزینهٔ ۱

متحرکی از حال سکون در مسیر مستقیم به حرکت درمی‌آید و نمودار شتاب - زمان آن مطابق شکل است. در کدام لحظه (بر حسب ثانیه)، جهت سرعت عوض می‌شود؟ (تجربی خارج ۸۹)



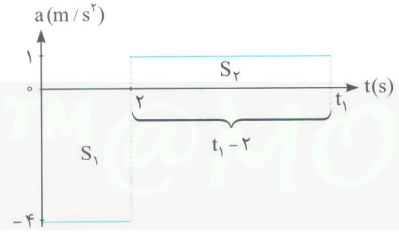
۱) ۱۰

۲) ۴

۳) ۶

۴) ۸

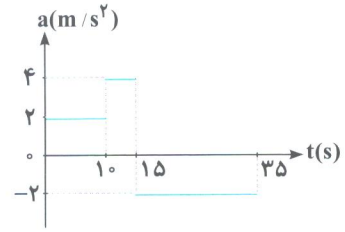
حل سرعت اولیهٔ متحرک برابر با صفر است و در لحظهٔ تغییر جهت حرکت نیز سرعت صفر است پس تغییر سرعت کل در حرکت صفر است. اگر لحظه مورد نظر را t_1 فرض کنیم خواهیم داشت:



$$\Delta v_{کل} = -S_1 + S_2 = 0 \Rightarrow S_2 = S_1 \Rightarrow (t_1 - 2)\times 1 = 4\times 2 \Rightarrow t_1 - 2 = 8 \Rightarrow t_1 = 10\,s$$

۷۴ گزینهٔ ۳

نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور x در لحظهٔ $t = 0$ از مبدأ می‌گذرد مطابق شکل روبه‌رو است. اگر $v_0 = -10\frac{m}{s}$ باشد، بیشترین فاصلهٔ متحرک از مبدأ در بازهٔ زمانی $t = 0$ تا $t = 35s$ چند متر است؟ (تجربی داخل ۹۵)



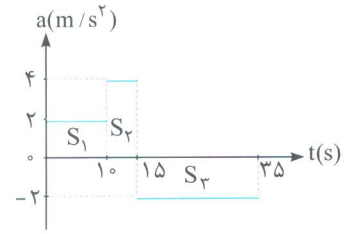
۱) ۲۱۰

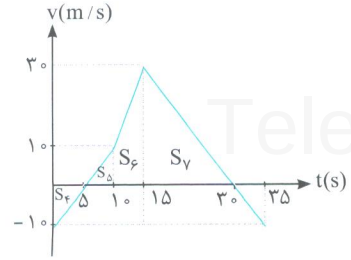
۲) ۲۲۵

۳) ۳۲۵

۴) ۳۵۰

حل سطح زیر نمودار شتاب - زمان برابر با تغییرات سرعت متحرک است، با استفاده از این مطلب، ابتدا نمودار سرعت - زمان را برای متحرک رسم می‌کنیم.





$$\Delta v_{[0,10]} = +S_1 = +20\frac{m}{s} \Rightarrow v_{(10)} = -10 + 20 = +10\frac{m}{s}$$

$$\Delta v_{[10,15]} = +S_2 = +20\frac{m}{s} \Rightarrow v_{(15)} = +10 + 20 = +30\frac{m}{s}$$

$$\Delta v_{[15,35]} = -S_3 = -40\frac{m}{s} \Rightarrow v_{(35)} = +30 - 40 = -10\frac{m}{s}$$

@MOhammad_Free
Telegram:MOhammad_Free

@MOHammad_Free

برای تعیین لحظات صفرشدن سرعت در بازهٔ ۰ تا ۱۰ ثانیه با توجه به تقارن نمودار لحظهٔ قطع شدن محور افقی دقیقاً وسط بازه برابر با $t = 5s$ است. در بازهٔ ۱۵ تا ۳۵ برای کاهش سرعت از ۳۰ به صفر با شتاب $-2\frac{m}{s^2}$ ، ۱۵s زمان لازم است. بیشترین فاصله متحرک از مبدأ مربوط به لحظه $t = 30s$ است. (چرا؟)

حال نوبت به استفاده از سطح زیر نمودار سرعت زمان است که به ما جابه‌جایی را می‌دهد.

$$\Delta x_{[0,30]} = -S_4 + S_5 + S_6 + S_7$$

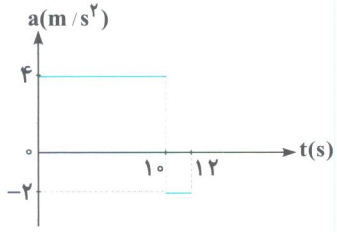
$$\Delta x_{[0,30]} = -\frac{10\times5}{2} + \frac{10\times5}{2} + \frac{(10+30)}{2}\times5 + \frac{30\times15}{2} \Rightarrow \Delta x_{[0,30]} = \Delta x_{max} = 325m$$

شروع حرکت از مبدأ بوده است پس مقدار جابه‌جایی و فاصله از مبدأ با هم برابر هستند.

$$x_{max} = \Delta x_{max} = 325m$$

۷۵ گزینهٔ ۴

نمودار شتاب - زمان متحرکی که سرعتش در مبدأ زمان $+5\frac{m}{s}$ است، به‌صورت شکل مقابل می‌باشد، سرعت متوسط متحرک در این ۱۲ ثانیه، چند متر بر ثانیه است؟ (ریاضی داخل ۹۴)



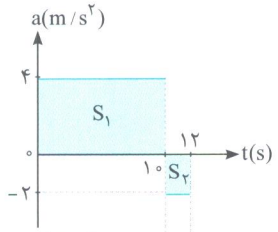
۱) ۱۳/۵

۲) ۱۴

۳) ۲۷

۴) ۲۸

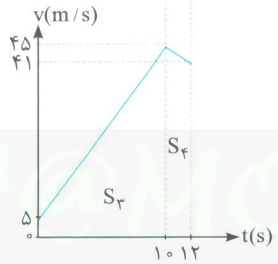
حل ابتدا باید از روی نمودار شتاب - زمان و سطح زیر نمودار آن نمودار سرعت - زمان را رسم کنیم.



$$\Delta v_{[0,10]} = +S_1 = +40\frac{m}{s} \Rightarrow v_{(10)} - v_{(0)} = +40 \Rightarrow v_{(10)} - 5 = +40 \Rightarrow v_{(10)} = 45\frac{m}{s}$$

$$\Delta v_{[10,12]} = -S_2 = -4\frac{m}{s} \Rightarrow v_{(12)} - v_{(10)} = -4 \Rightarrow v_{(12)} - 45 = -4 \Rightarrow v_{(12)} = 41\frac{m}{s}$$

حال از روی سطح زیر نمودار سرعت - زمان جابه‌جایی را به‌دست آورده و از روی جابه‌جایی سرعت متوسط را به‌دست می‌آوریم.

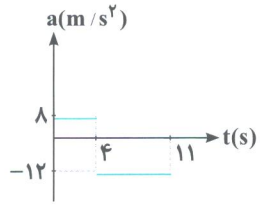


$$\Delta x = S_3 + S_4 = (\frac{45+5}{2})\times10 + (\frac{45+41}{2})\times2$$

$$\Rightarrow \Delta x = 250 + 86 = 336m \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{336}{12} = 28\frac{m}{s}$$

۷۶ گزینهٔ ۱

شکل مقابل، نمودار شتاب - زمان متحرکی را نشان می‌دهد که از حال سکون روی محور x حرکت خود را آغاز کرده است. سرعت متوسط این متحرک در مدتی که حرکت کند شونده دارد، چند متر بر ثانیه است؟



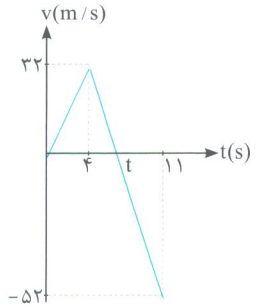
۱) ۱۶

۲) ۳۲

۳) ۸

۴) ۴

حل ابتدا نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می‌کنیم:



$$v_1 = a_1t_1 + v_0 \Rightarrow v_1 = 8\times4 + 0 = 32\frac{m}{s}$$

$$v_2 = a_2t_2 + v_1 \Rightarrow v_2 = -12\times7 + 32 = -52\frac{m}{s}$$

در مدت ۴ تا t ثانیه نوع حرکت کند شونده است. مساحت زیر نمودار در این بازه برابر است با:

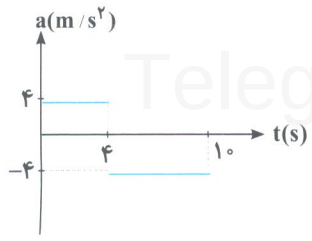
$$\Delta x = \frac{32\times(t-4)}{2} = 16(t-4)$$

برای محاسبهٔ سرعت متوسط خواهیم داشت:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{16(t-4)}{t-4} = 16\frac{m}{s}$$

۷۷ گزینهٔ ۳

نمودار شتاب - زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند به‌صورت شکل مقابل است. اگر جابه‌جایی متحرک در این ۱۰ ثانیه ۱۵۶ متر باشد، سرعت اولیهٔ متحرک چند متر بر ثانیه است؟ (تجربی داخل ۹۶)



۱) ۲۰

۲) ۱۵

۳) ۱۰

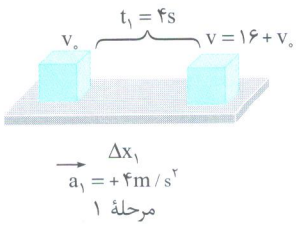
۴) ۵

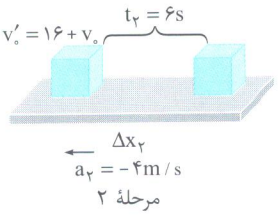
Telegram:MOHammad_Free

@Mohammad_Free

حل روش اول: حرکت از دو مرحله تشکیل شده است. اگر سرعت اولیه را برابر v_0 در نظر بگیریم، سرعت در لحظه $t = 4s$ که سرعت اولیه مرحله دوم حرکت است به شکل زیر محاسبه می‌شود.

$$v = at + v_0 = 4 \times 4 + v_0 = 16 + v_0$$



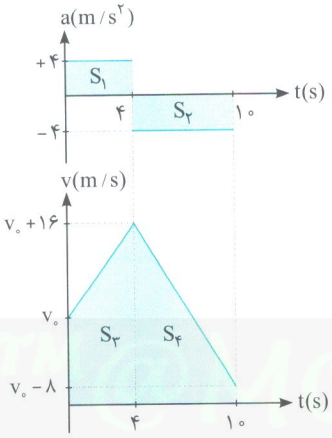


$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 + v_0 t_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times 4^2 + v_0 \times 4 = 32 + 4v_0 \quad (1)$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} a_2 t_2^2 + v_0' t_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{1}{2}(-4) \times 6^2 + (16 + v_0) \times 6 = 24 + 6v_0 \quad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow \Delta x_1 + \Delta x_2 = (32 + 4v_0) + (24 + 6v_0) = 156 \Rightarrow v_0 = 10 \frac{m}{s}$$

روش دوم: نمودار سرعت - زمان حرکت را رسم می‌کنیم. سطح زیر نمودار شتاب - زمان برابر با Δv است.



$$\Delta v_{[0,4]} = +S_1 = +16 \frac{m}{s} \Rightarrow v(4) = v_0 + 16$$

$$\Delta v_{[4,10]} = -S_2 = -24 \frac{m}{s} \Rightarrow v(10) = v(4) - 24 = v_0 - 8$$

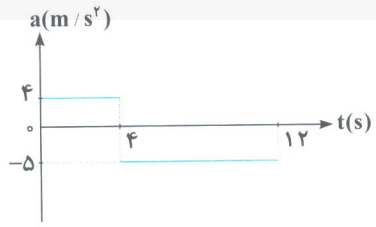
سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر با جابه‌جایی است.

$$\Delta x = S_3 + S_4 = \left(\frac{v_0 + v_0 + 16}{2}\right) \times 4 + \left(\frac{v_0 + 16 + v_0 - 8}{2}\right) \times 6$$

$$\Rightarrow \Delta x = 2(2v_0 + 16) + 3(2v_0 + 8) = 156 \Rightarrow v_0 = 10 \frac{m}{s}$$

Telegram:MOHammad_Free

۷۸ **نمودار شتاب - زمان متحرکی که در مبدأ زمان با سرعت $4 \frac{m}{s}$ از مبدأ مکان می‌گذرد، مطابق شکل است. مسافت طی‌شده در بازه زمانی صفر تا ۱۲ ثانیه چند متر است؟** (تجربی خارج ۹۲)



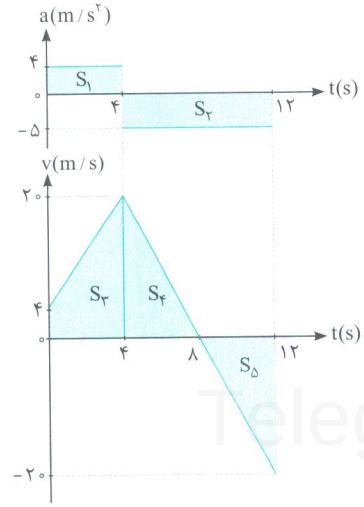
۱) ۴۸

۲) ۹۶

۳) ۱۲۸

۴) ۱۶۰

حل ابتدا باید نمودار $(v-t)$ را از روی نمودار $(a-t)$ رسم کنیم.



$$S_{a-t} = \Delta v$$

$$\Delta v_{[0,4]} = +S_1 = +16$$

$$\Rightarrow v_{(4)} = v_0 + 16 = 20 \frac{m}{s}$$

$$\Delta v_{[4,12]} = -S_2 = -40 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v_{(12)} = +20 - 40 = -20 \frac{m}{s}$$

با توجه به تقارن نمودار $(v-t)$ در بازهٔ $[4,12]$ مشخص است لحظه‌ای که نمودار محور افقی را قطع می‌کند، لحظهٔ $t = 8s$ است. سطح زیر نمودار $(v-t)$ به ما جابه‌جایی را می‌دهد.

$$\text{مسافت طی‌شده} = +|S_3| + |S_4| + |S_5| = \left(\frac{4+20}{2}\right) \times 4 + \frac{1}{2} \times 4 \times 20 + \frac{1}{2} \times 4 \times 20$$

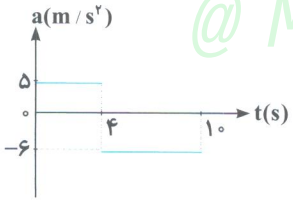
$$\Rightarrow l = 48 + 40 + 40 = 128m$$

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

۷۹ گزینهٔ ۱

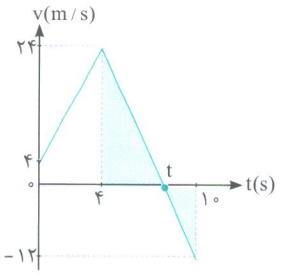
نمودار شتاب - زمان متحرکی که بر خط راست حرکت می‌کند، به شکل مقابل است. اگر در $t = ۰$ سرعت متحرک $-۴\frac{m}{s}$ باشد، تندی متوسط در مدت زمانی که شتاب خلاف جهت محور x ها است، چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۱۰ ☐ ۲) ۳/۶ ☐

۳) ۶ ☐ ۴) ۱۲ ☐

حل ابتدا نمودار سرعت - زمان آن را رسم می‌کنیم.



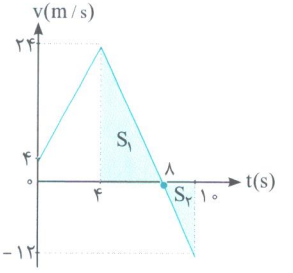
$$v_۱ = a_۱t_۱ + v_۰ \Rightarrow v_۱ = ۵\times۴ + ۴ = ۲۴\frac{m}{s}$$

$$v_۲ = a_۲t_۲ + v_۱ \Rightarrow v_۲ = -۶\times۶ + ۲۴ = -۳۶ + ۲۴ = -۱۲\frac{m}{s}$$

با استفاده از تشابه دو مثلث هاشور خورده زمان t را محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{۲۴}{۱۲} = \frac{t-۴}{۱۰-t} \Rightarrow ۲۰ - ۲t = t - ۴ \Rightarrow t = ۸s$$

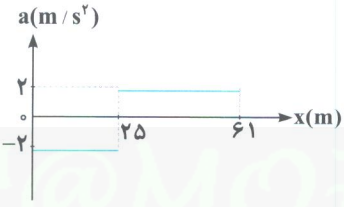
می دانیم مجموع قدر مطلق مساحت‌های زیر نمودار، مسافت طی‌شده را نمایش می‌دهد.



$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{S_۱ + S_۲}{\Delta t} = \frac{(\frac{۱}{۲}\times۴\times۲۴) + (\frac{۱}{۲}\times۲\times۱۲)}{۶} = ۱۰\frac{m}{s}$$

۸۰ گزینهٔ ۲

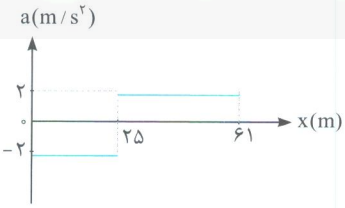
نمودار شتاب - مکان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. اگر متحرک در لحظه $t = ۰$ از مبدأ با سرعت $۱۰\frac{m}{s}$ عبور می‌کند، سرعت آن در مکان $x = ۶۱m$ چند متر بر ثانیه است؟ (تجربی داخل ۹۷)



۱) ۲۲ ☐ ۲) ۱۲ ☐

۳) ۸ ☐ ۴) ۶ ☐

حل بچه‌ها حواستان خوب جمع باشد که این نمودار تغییر شتاب بر حسب مکان است، برای حل آن دو بار باید رابطه مستقل از زمان را بنویسیم. یک بار در ۲۵m اوّل و بار دیگر از ۲۵m تا ۶۱m . اگر سرعت در مکان $x = ۲۵m$ را $v_۱$ و در مکان $x = ۶۱m$ را $v_۲$ فرض کنیم، داریم:



$$v_۱^۲ - v_۰^۲ = ۲a_۱\Delta x_۱ \Rightarrow v_۱^۲ - ۱۰^۲ = ۲(-۲)\times۲۵ \Rightarrow v_۱ = ۰$$

یعنی متحرک در مکان $x = ۲۵$ متوقف شده و سرعت صفر می‌باشد.

$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a_۲\Delta x_۲ \Rightarrow v_۲^۲ - ۰ = ۲(۲)(۶۱-۲۵) \Rightarrow v_۰^۲ = ۲(۲)\times۳۶ \Rightarrow v_۲ = ۱۲\frac{m}{s}$$

۸۱ گزینهٔ ۲

دو متحرک روی خط راست با شتاب‌های ثابت a و $a + ۱/۵\frac{m}{s^۲}$ از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند و بعد از مدت t ، سرعت آن‌ها به ترتیب $۱۰\frac{m}{s}$ و $۲۲\frac{m}{s}$ می‌شود، t چند ثانیه است؟ (ریاضی داخل ۹۶)

۱) ۱۰ ☐ ۲) ۸ ☐ ۳) ۶ ☐ ۴) ۴ ☐

حل با بررسی معادلهٔ سرعت - زمان دو متحرک، به راحتی می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} v_۱ = at = ۱۰ \\ v_۲ = (a + ۱/۵)t = ۲۲ \end{cases} \xrightarrow{\text{کم کردن طرفین}} ۱/۵t = ۱۲ \Rightarrow t = ۸s$$

۸۲ گزینهٔ ۱

دو متحرک از حال سکون با شتاب‌های $۲\frac{m}{s^۲}$ و $۸\frac{m}{s^۲}$ از نقطه A در مسیر مستقیم به مقصد نقطه B همزمان به حرکت در می‌آیند. اگر اختلاف زمانی رسیدن آن‌ها به مقصد ۳ ثانیه باشد، AB چند متر است؟ (ریاضی خارج ۸۵)

۱) ۳۶ ☐ ۲) ۴۸ ☐ ۳) ۵۴ ☐ ۴) ۷۲ ☐

حل از دو متحرک، متحرکی که شتابش بیشتر است، زودتر به مقصد می‌رسد. پس اگر زمان حرکت اوّلی را $t_۱$ فرض کنیم زمان حرکت دومی $(t_۱ - ۳)$ ثانیه می‌شود.

$$\Delta x_۱ = \Delta x_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}a_۱t_۱^۲ = \frac{۱}{۲}a_۲t_۲^۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}\times۲\times t_۱^۲ = \frac{۱}{۲}\times۸\times(t_۱-۳)^۲ \Rightarrow t_۱^۲ = ۴(t_۱-۳)^۲ \xrightarrow{\text{جذر}} t_۱ = ۲(t_۱ - ۳) \Rightarrow t_۱ = ۶s$$

برای تعیین فاصله طی شده، از معادلهٔ متحرک اوّل خواهیم داشت:

$$AB = \Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}a_۱t_۱^۲ = \frac{۱}{۲}\times۲\times۶^۲ = ۳۶m$$

Telegram:MOHammad_Free

۸۳ گزینهٔ ۲

دو متحرک A و B از یک نقطه بدون سرعت اولیه در یک مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کنند. اگر شتاب متحرک A، ۴ برابر شتاب متحرک B باشد، در یک جابه‌جایی مساوی سرعت متوسط متحرک A چند برابر سرعت متوسط متحرک B است؟ (ریاضی خارج ۹۲)

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ☐ ۲) ۲ ☐ ۳) $\sqrt{۲}$ ☐ ۴) ۴ ☐

حل سرعت اولیهٔ هر دو متحرک برابر با صفر است، پس برای مقایسه سرعت نهایی هر دو در انتهای مسیر خواهیم داشت:

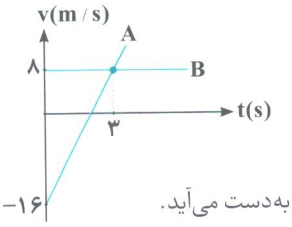
$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \xrightarrow{v_۰=۰} v = \sqrt{۲a\Delta x} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{a_A}{a_B}} = \sqrt{۴} = ۲$$

برای مقایسهٔ سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{v_۰ + v}{۲} = \frac{v}{۲} \Rightarrow \frac{v_{av_A}}{v_{av_B}} = \frac{v_A}{v_B} = ۲$$

۸۴ گزینهٔ ۱

نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که در $t = ۰$ از نقطه $x = -۱۱m$ عبور می‌کنند، مطابق شکل است. در چه زمانی فاصله دو متحرک از یکدیگر ۶۴ متر می‌شود؟



۱) ۸ ☐ ۲) ۱۱ ☐ ۳) ۵ ☐ ۴) ۴ ☐

حل با توجه به نمودار رسم شده، متحرک A با شتاب ثابت حرکت می‌کند و معادلهٔ مکان - زمان آن به‌صورت زیر به‌دست می‌آید.

$$a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۲۴}{۳} = ۸\frac{m}{s^۲}, v_{۰A} = -۱۶\frac{m}{s}$$

$$x_A = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ = ۴t^۲ - ۱۶t - ۱۱$$

متحرک B به‌صورت یکنواخت حرکت می‌کند. بنابراین داریم:

$$v_B = ۸\frac{m}{s}$$

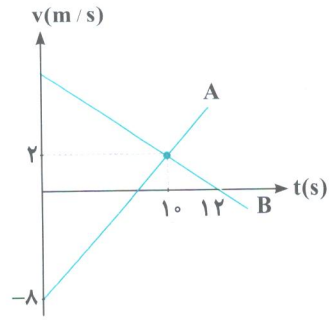
$$x_B = vt + x_۰ = ۸t - ۱۱$$

فاصلهٔ دو متحرک از هم برابر با ۶۴m می‌شود.

$$|x_A - x_B| = ۶۴ \Rightarrow |(۴t^۲ - ۱۶t - ۱۱) - (۸t - ۱۱)| = ۶۴ \Rightarrow |t^۲ - ۶t| = ۱۶ \Rightarrow t^۲ - ۶t \pm ۱۶ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} (t-۳)^۲ = ۲۵ \Rightarrow t = ۸s \\ \text{غ. ق. ق} \; (t-۳)^۲ = -۷ \end{cases}$$

۸۵ گزینهٔ ۳

در شکل مقابل نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که روی خط راست حرکت می‌کنند، در یک دستگاه مختصات نشان داده شده است. در لحظه تغییر جهت متحرک A، سرعت متحرک B چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۲/۵ ☐ ۲) ۱/۶ ☐ ۳) ۴ ☐ ۴) ۴/۵ ☐

حل ابتدا شتاب دو متحرک A و B را محاسبه می‌کنیم:

$$a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۲ - (-۸)}{۱۰ - ۰} = ۱\frac{m}{s^۲}$$

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۰ - ۲}{۱۲ - ۱۰} = -۱\frac{m}{s^۲}$$

حال معادله سرعت - زمان دو متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{aligned} v_A &= a_At + v_{۰A} \Rightarrow v_A = t - ۸ \\ v_B &= a_Bt + v_{۰B} = -t + v_{۰B} \end{aligned}\right\} \xrightarrow{t=۱۰s} v_A = v_B \Rightarrow ۱۰ - ۸ = -۱۰ + v_{۰B} \Rightarrow v_{۰B} = ۱۲\frac{m}{s}$$

برای تغییر جهت متحرک A باید $v_A = ۰$ باشد.

$$v_A = ۰ \Rightarrow t - ۸ = ۰ \Rightarrow t = ۸s$$

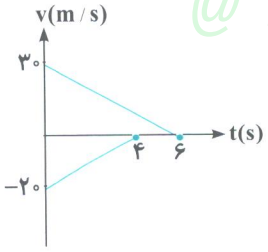
$$v_B = -t + ۱۲ = -۸ + ۱۲ = ۴\frac{m}{s}$$

@MOHammad_Free
Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

۸۶ گزینهٔ ۲

دو قطار در امتداد یک خط راست به طرف یکدیگر حرکت می‌کنند، نمودار تغییرات سرعت بر حسب زمان دو قطار مطابق شکل است. اگر در لحظه $t = ۰$ فاصله دو قطار از هم ۲۰۰ متر باشد، وقتی دو قطار متوقف می‌شوند، چند متر از هم فاصله دارند؟ (تجربی خارج ۸۷)

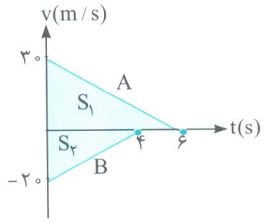


۱) ۲۰
۲) ۷۰
۳) ۱۰۰
۴) ۱۵۰

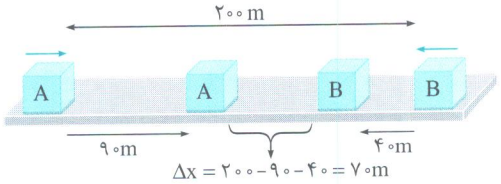
حل سطح زیر نمودار سرعت - زمان جابه جایی را به ما می‌دهد.

$$\Delta x_A = +S_1 = +\frac{۱}{۲} \times ۳۰ \times ۶ = +۹۰m \quad \text{به سمت راست}$$

$$\Delta x_B = -S_2 = -\frac{۱}{۲} \times ۲۰ \times ۴ = -۴۰m \quad \text{به سمت چپ}$$

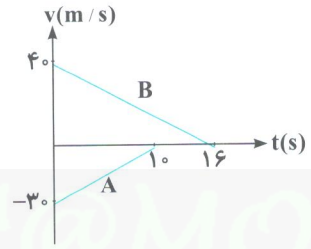


برای تعیین فاصلهٔ دو قطار بعد از توقف کافیست یک شکل ساده رسم کنیم.



۸۷ گزینهٔ ۲

نمودار سرعت - زمان دو قطار A و B که روی یک ریل مستقیم به طرف هم حرکت می‌کنند، مطابق شکل مقابل است، در لحظه $t = ۰$، فاصله قطارها از هم ۵۰۰ متر است، لحظه ای که قطار A می‌ایستد، قطار B در چه فاصله‌ای از آن قرار دارد؟ (تجربی خارج ۹۷)

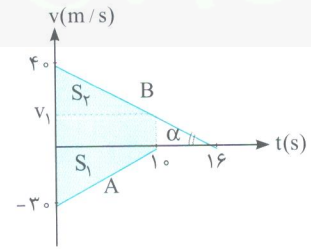


۱) ۲۵
۲) ۷۵
۳) ۱۰۰
۴) ۱۲۵

حل اوّل سرعت قطار B را در لحظه توقف قطار A تعیین می‌کنیم. شیب نمودار B مقدار ثابتی است.

$$\tan\alpha = \tan\alpha \Rightarrow \frac{۴۰}{۱۶-۰} = \frac{v_1}{۱۶-۱۰} \Rightarrow v_1 = ۱۵\frac{m}{s}$$

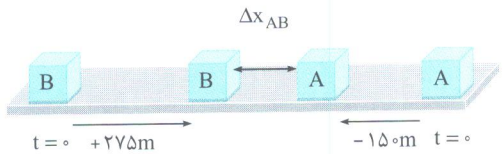
با استفاده از سطح زیر نمودار جابه‌جایی هر دو قطار را تا لحظه $t = ۱۰s$ حساب می‌کنیم.



$$\Delta x_A = -S_1 = -\frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۳۰ = -۱۵۰m \quad \text{۱۵۰m به طرف چپ}$$

$$\Delta x_B = +S_2 = +\frac{(۴۰+۱۵)}{۲} \times ۱۰ = +۲۷۵m \quad \text{۲۲۵m به طرف راست}$$

حال به شکل نگاه کنید:



$$\Delta x_{AB} = ۵۰۰ - ۲۷۵ - ۱۵۰ = ۷۵m$$

۸۸ گزینهٔ ۲

دو قطار A و B به ترتیب به طول‌های ۲۲۰m و ۲۸۰m روی دو ریل موازی و مجاور هم قرار دارند و قطار A با سرعت ثابت $۲۰\frac{m}{s}$ در حرکت است. در لحظه‌ای که انتهای قطار A درست به مقابل ابتدای قطار B می‌رسد، قطار B از حال سکون با شتاب ثابت به‌دنبال A شروع به حرکت می‌کند. شتاب حرکت قطار B چند متر بر ثانیه باشد تا بعد از طی مسافت ۱۱۰۰ متر، کاملاً از کنار قطار A عبور کند؟

۱) $\frac{۱۱}{۹}$
۲) $\frac{۲۲}{۹}$
۳) $\frac{۱۰}{۳}$
۴) $\frac{۲۲}{۳}$

حل برای اینکه قطار B کاملاً از A عبور کند، باید جابه‌جایی B به‌اندازهٔ مجموع جابه‌جایی قطار A و طول قطارهای A و B باشد و داشته باشیم:

$$\begin{cases} \Delta x_B = \Delta x_A + (۲۲۰+۲۸۰) \Rightarrow \Delta x_B = ۲۰t + ۵۰۰ \\ \Delta x_B = ۱۱۰۰m \end{cases} \Rightarrow ۱۱۰۰ = ۲۰t + ۵۰۰ \Rightarrow ۲۰t = ۶۰۰ \Rightarrow t = ۳۰s$$

$$\Delta x_B = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \Rightarrow ۱۱۰۰ = \frac{۱}{۲} \times a \times ۳۰^۲ \Rightarrow a = \frac{۲۲}{۹}\frac{m}{s^۲}$$

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

۸۹ گزینهٔ ۴ قطار A به طول ۲۰۰ متر با سرعت ثابت $40\frac{m}{s}$ در حال حرکت است. قطار B به طول ۲۲۵ متر که روی ریل مجاور توقف کرده است، به محض اینکه قطار A کاملاً از آن عبور کرد، با شتاب ثابت $2\frac{m}{s^2}$ در همان جهت حرکت قطار A شروع به حرکت می‌کند و سرعت خود را به $50\frac{m}{s}$ می‌رساند و با همان سرعت حرکت خود را ادامه می‌دهد. قطار B چند ثانیه پس از شروع به حرکت، از قطار A سبقت گرفته و از کنار آن کاملاً عبور می‌کند؟ (ریاضی داخل ۹۲)

۱) ۵۷/۵ ۲) ۸۲/۵

۳) ۸۰ ۴) ۱۰۵

حل روش اوّل: شرط اینکه قطار B از قطار A کاملاً سبقت بگیرد این است که جابه‌جایی قطار B به اندازه مجموع طول دو قطار از جابه‌جایی قطار A بیشتر شود. توجه داشته باشید که قطار B دو قسمت حرکت دارد، قسمت اوّل با شتاب ثابت و به مدت ۲۵s .

$$v_B = a_B t + v_{0_B} \Rightarrow 50 = 2t + 0 \Rightarrow t = 25s$$

و قسمت دوم حرکت یکنواخت به مدت t_1 ثانیه با سرعت ثابت $50\frac{m}{s}$ ، زمان حرکت متحرک A به اندازهٔ ۲۵ ثانیه از t_1 بیشتر است.

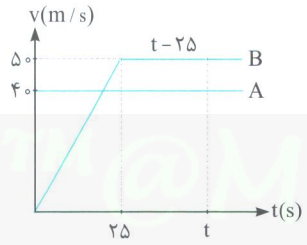
$$\Delta x_B = \Delta x_A + L_B + L_A$$

$$\Delta x_{1_B} + \Delta x_{2_B} = \Delta x_A + L_B + L_A$$

$$\frac{1}{2}a_B t^2 + v_B t_1 = v_A(t_1 + 25) + 225 + 200 \Rightarrow \frac{1}{2}\times 2 \times (25)^2 + 50t_1 = 40(t_1 + 25) + 425 \Rightarrow 625 + 50t_1 = 40t_1 + 1425 \Rightarrow 10t_1 = 800 \Rightarrow t_1 = 80s$$

پس کل زمان ($80 + 25 = 105s$) است.

روش دوم: نمودار سرعت - زمان هر دو متحرک را رسم می‌کنیم. با توجه به اینکه سطح زیر نمودار جابه‌جایی را نشان میدهد، داریم:



$$\Delta x_B = \Delta x_A + L_B + L_A$$

$$S_B = S_A + 425$$

$$\frac{t + (t-25)}{2} \times 50 = 40t + 425 \Rightarrow (2t - 25) \times 25 = 40t + 425$$

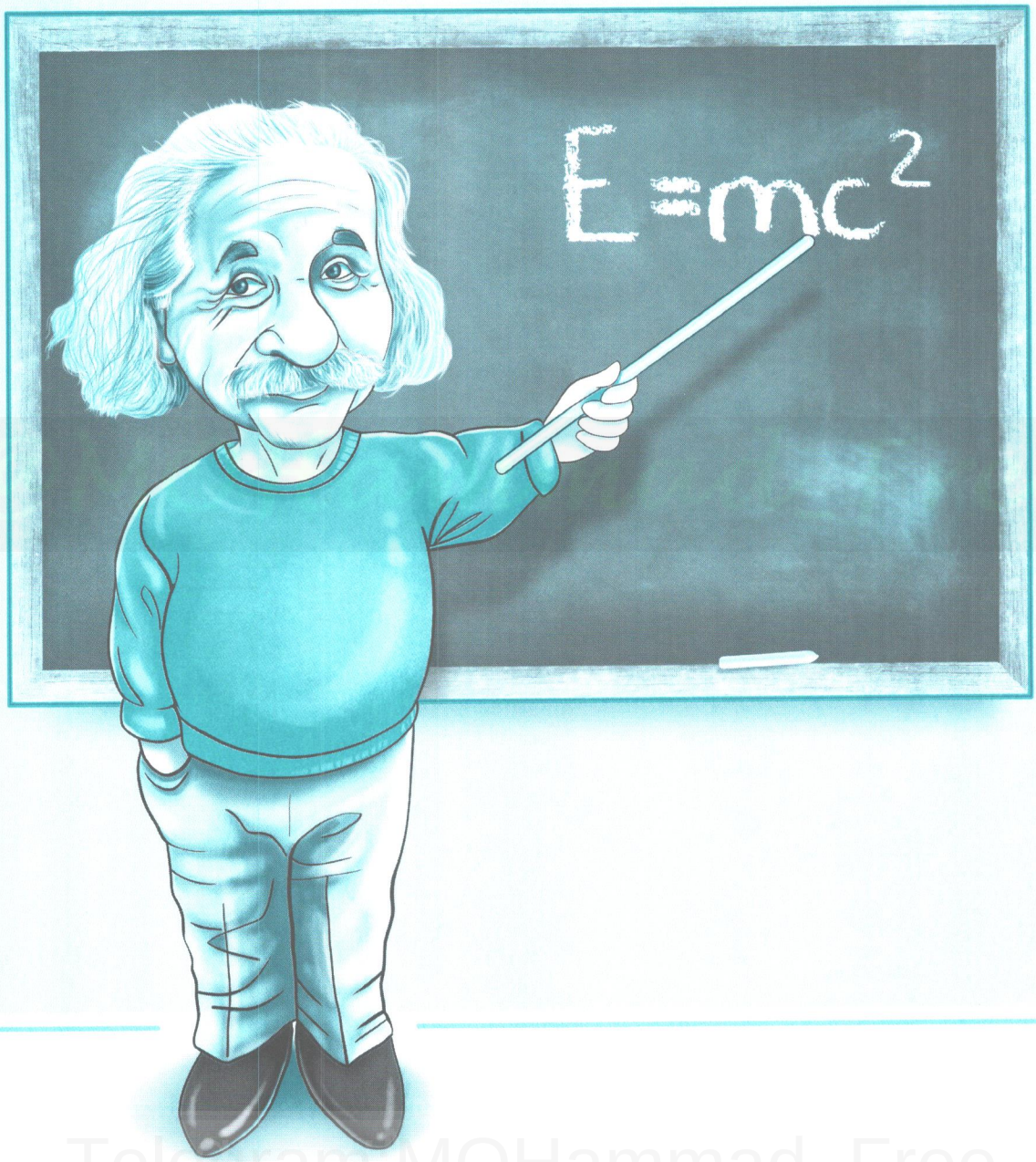
$$\xrightarrow{\div 5} (2t - 25) \times 5 = 8t + 85 \Rightarrow 2t = 210 \Rightarrow t = 105s$$

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

فصل دوم

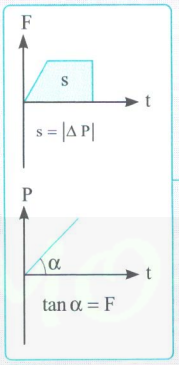
دینامیک

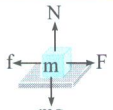


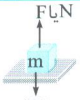
Telegram.MOHammad_Free

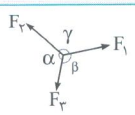
@MOHammad_Free

جمع‌بندی فصل دوم در یک نگاه

- **دینامیک**
  - **تکانه**
    - رابطهٔ اصلی: $\vec{P} = m\vec{v}$
    - تکانه و نیرو: $\vec{F_{av}} = \frac{\vec{\Delta P}}{\Delta t}$
    - نمودار تکانه و نیرو
      - 

    - تکانه و نیروی جنبشی: $K = \frac{1}{2}\frac{P^2}{m}$ ، $K = \frac{1}{2}Pv$
  - **کاربرد قانون اول نیوتون (مسائل نیوتون)**
    - حالت اول: حرکت جسم در راستای افقی
      - 

      - $N = mg$
      - $F - f = ma$
    - حالت دوم: حرکت جسم در راستای قائم
      - 

      - تعادل $N = mg$
      - حرکت با شتاب $F = m(g \pm a)$
  - **کاربرد قانون دوم نیوتن**
    - معرفی قوانین نیوتون و انواع نیرو
      - قوانین نیوتون
        - قانون اول: $\Sigma F = 0$
        - قانون دوم: $\Sigma F = ma$
        - قانون سوم: عمل و عکس‌العمل
      - انواع نیرو
        - $W = mg$
        - عمودی سطح: به‌کمک قوانین نیوتون بدست می‌آید
        - اصطکاک: $f_s = F$ ، $f_{s,max} = \mu_s N$ ، $f_k = \mu_k N$
        - فنر: $F_e = kx$
        - کشش طناب: به‌کمک قوانین نیوتون بدست می‌آید
        - نیروی گرانشی: $F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$
    - روش اول: صفر شدن برآیند نیروها در راستای x و y
      - $\Sigma F_x = 0$
      - $\Sigma F_y = 0$
    - روش دوم: قانون سینوس‌ها (قضیه لامی)
      - 

      - $\frac{F_1}{\sin\alpha} = \frac{F_2}{\sin\beta} = \frac{F_3}{\sin\gamma}$

Telegram: @MOHammad_Free

@MOHammad_Free

مرحلهٔ اوّل جمع‌بندی | قوانین نیوتون

مبحث (۱): قانون اوّل نیوتون

یک جسم، حالت سکون یا حرکت با سرعت ثابت خود را حفظ می‌کند، مگر آنکه نیروی خالص غیرصفری به آن وارد شود.

به عبارت دیگر وقتی نیروهای وارد بر جسمی متوازن باشند (نیروی خالص وارد شده به جسم صفر باشد.) اگر جسم ساکن باشد، همچنان ساکن باقی می‌ماند و اگر در حال حرکت باشد، به حرکت خود با سرعت ثابت ادامه می‌دهد.

نکته اگر به جسمی نیروی خالصی وارد نشود، جسم تمایل دارد وضعیت قبلی خود را حفظ کند، به این خاصیت در اصطلاح لختی می‌گویند. لختی نتیجه‌ای از قانون اوّل نیوتون است. بنابر خاصیت لختی هنگامی‌که شما در اتومبیل در حال حرکت هستید و راننده ناگهان ترمز می‌کند، شما تمایل دارید وضعیت قبلی خود را که در حال حرکت بودید حفظ کنید، اما اتومبیل می‌خواهد بایستد به همین خاطر شما به جلو پرتاب می‌شوید.

مبحث (۲): قانون دوم نیوتون

هرگاه به جسمی نیروی خالصی وارد شود، جسم تحت تأثیر آن نیرو شتاب می‌گیرد که این شتاب با نیروی خالص وارد بر جسم نسبت مستقیم دارد و در همان جهت نیروی خالص است و با جرم جسم نسبت وارون دارد.

به عبارت دیگر داریم:

$\vec{F}_{net}$ ← نیروی خالص وارد شده به جسم بر حسب نیوتون (N)

m ← جرم جسم بر حسب کیلوگرم (kg)

$\vec{a}$ ← شتاب حرکت جسم بر حسب متر بر مجذور ثانیه $(\frac{m}{s^2})$

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \quad \text{یا} \quad \Sigma F = ma$$

نکات

۱) در رابطهٔ فوق برای محاسبهٔ F_{net}، نیروهایی که در جهت حرکت هستند (نیروهایی که به حرکت جسم کمک می‌کنند یا به عبارت دیگر نیروهای خوب) با علامت مثبت و نیروهایی که در خلاف جهت حرکت هستند (نیروهایی که با حرکت جسم مخالفت می‌کنند یا به عبارت دیگر نیروهای بد) با علامت منفی جایگذاری می‌شوند.

۲) همان‌طور که می‌دانید نیرو کمیتی برداری است، بنابراین برای محاسبهٔ $\vec{F}_{net}$ باید برآیند نیروها را به صورت برداری محاسبه کنیم.

۳) کمیت شتاب (a) هم در فصل حرکت‌شناسی و هم در فصل دینامیک به چشم می‌خورد. بنابراین می‌توان گفت پل ارتباطی این دو فصل کمیت شتاب است. بنابراین در سؤالاتی که داده‌ها و خواسته‌های مسأله ترکیبی از فصل حرکت و دینامیک می‌باشند، اوّل شتاب حرکت متحرک را به‌دست آورید.

مبحث (۳): قانون سوم نیوتون

هرگاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم دوم نیز به جسم اوّل نیرویی هم‌اندازه و هم‌راستا اما در خلاف جهت وارد می‌کند.

نکات

۱) نیروها همواره به صورت جفت وجود دارند. اگر یکی از این نیروها را کنش بنامیم، نیروی دیگر واکنش نامیده می‌شود.

قانون سوم نیوتون رابطهٔ کمی بین نیروهای کنش و واکنش است.

۲) نیروی واکنش همواره به عامل به وجود آورندهٔ کنش وارد می‌شود *(یعنی اگر من تو رو هل بدم، تو منو هل می‌دی نه یه نفر دیگه رو!)*.

۳) از آنجایی که نیروهای کنش و واکنش همواره به دو جسم وارد می‌شوند، هیچ‌گاه یکدیگر را خنثی نمی‌کنند.

۴) نیروهای کنش و واکنش همواره هم نوع‌اند؛ مثلاً هر دو الکتریکی و یا هر دو مغناطیسی هستند.

۱ کدام یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟ گزینهٔ ۳

۱) قانون اوّل نیوتون بیان می‌کند که یک جسم، حالت سکون یا حرکت با سرعت ثابت خود را حفظ می‌کند مگر آنکه نیروی خالص غیرصفری به آن وارد شود.

۲) به جلو پرت شدن ما در اثر ترمز شدید در اتومبیل نمونه‌ای از قانون اوّل نیوتون است.

۳) هنگامی‌که یک اتومبیل با یک کامیون تصادف می‌کند، کامیون به‌علت جرم بیشتری که دارد نیروی بیشتری به اتومبیل وارد می‌کند.

۴) وقتی جسمی روی زمین قرار دارد، اندازهٔ نیرویی که زمین به جسم وارد می‌کند، برابر اندازهٔ نیرویی است که جسم به زمین وارد می‌کند.

حل وقتی کامیون و اتومبیل تصادف کنند نیرویی که به هم وارد می‌کنند برابر است ولی علت کمتر آسیب دیدن کامیون وزن بالاتر (استحکام بیشتر) آن نسبت به اتومبیل است.

۲ در شکل روبه‌رو، بار اوّل نخ را به‌آرامی پایین می‌کشیم و به تدریج این نیرو را افزایش می‌دهیم تا یکی از نخ‌ها پاره شود. بار دوم همین آزمایش را به این ترتیب تکرار می‌کنیم که نخ را به صورت ضربه‌ای در یک لحظه به پایین می‌کشیم تا یکی از نخ‌های دو طرف وزنه پاره شود. در مورد این آزمایش کدام گزینه درست است؟ گزینهٔ ۳ *(ریاضی داخل ۹۱)*

۱) در هر دو آزمایش نخ از قسمت پایین وزنه پاره می‌شود.

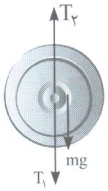
۲) در هر دو آزمایش نخ از قسمت بالای وزنه پاره می‌شود.

۳) در آزمایش اوّل نخ از بالای وزنه پاره می‌شود و در آزمایش دوم از پایین وزنه.

۴) در آزمایش اوّل نخ از پایین وزنه پاره می‌شود و در آزمایش دوم از بالای وزنه.

Telegram:MOHammad_Free

حل اگر فرض کنیم جنس نخ بالایی و پایینی با هم یکی باشد، حداکثر نیروی قابل تحمل هر دو با هم برابر است، یعنی هر دو نخ با رسیدن به یک نیرو پاره میشوند. در حالت اوّل که به‌آرامی نیرو را زیاد می‌کنیم به‌دلیل تعادل گلوله داریم:

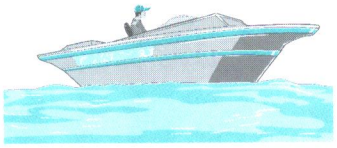


$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T_2 = T_1 + mg \Rightarrow T_2 > T_1$$

پس در این حالت نیروی کشش نخ بالایی مقدار بیشتری دارد و با افزایش نیرو زودتر به حد نهایی تحمل خودش می‌رسد و نخ از بالا پاره می‌شود.

اما در حالت دوم چون به شکل ضربه‌ای در یک لحظه نخ کشیده می‌شود فرصت انتقال نیرو به نخ بالایی وجود ندارد و نخ از قسمت پایین پاره می‌شود.

۳ گزینهٔ ۱ **فردی درون یک قایق موتوری نشسته است؛ موتور این قایق به گونه‌ای تنظیم شده که همواره نیروی افقی خالص ۶۰۰N را به جلو وارد کند، اگر مجموع جرم قایق و فرد نشسته در آن ۵۰۰kg باشد، شتاب حرکت قایق برحسب متر بر مجذور ثانیه و اندازهٔ نیروی پیشران آن وقتی نیروی مقاوم ۳۰۰N باشد برحسب نیوتون به ترتیب از راست به چپ کدام است؟**



۱) ۹۰۰ ، ۱/۲ ۲) ۹۰۰ ، ۱ ۳) ۳۰۰ ، ۱/۲ ۴) ۳۰۰ ، ۱

حل نیروی خالص وارد بر قایق و فرد، ۶۰۰ نیوتون است با استفاده از قانون دوم نیوتون به سادگی شتاب حرکت قایق را محاسبه می‌کنیم:

$$F = ma \xrightarrow[m=500kg]{F=600N} 600 = 500a \Rightarrow a = 1/2 \frac{m}{s^2}$$

نیروی خالص وارد بر قایق، برآیند نیروی پیشران و نیروی مقاوم است. بنابراین به سادگی داریم:

نیروی پیشران ⇒ نیروی خالص = نیروی مقاوم - نیروی پیشران $\Rightarrow$ نیروی پیشران $= 600 - (-300) = 900N$

۴ گزینهٔ ۱ **نیروی F به جسمی به جرم m، شتاب a می‌دهد. اگر نیروی $3F+1$ به جسمی به جرم $\frac{m}{2}$ شتاب $6a+2$ بدهد، m چند کیلوگرم است؟ (تمامی مقادیر در واحد SI هستند).**

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

حل با دو مرتبه نوشتن قانون دوم نیوتون مسئله حل می‌شود:

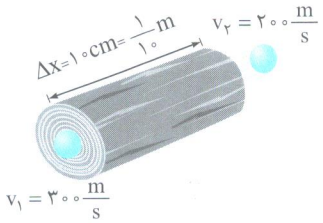
$$\left.\begin{array}{l} \text{حالت اول: } F = ma \\ \text{حالت دوم: } 3F+1 = \frac{m}{2}(6a+2) \end{array}\right\} \Rightarrow 3ma+1 = 3ma+m \Rightarrow m = 1kg$$

۵ گزینهٔ ۲ **گلوله‌ای فولادی به جرم ۲۰g با سرعت $300\frac{m}{s}$ در تنهٔ درختی که ضخامت آن ۱۰cm است فرو می‌رود و از طرف دیگر آن با سرعت $200\frac{m}{s}$ خارج می‌شود. اندازهٔ نیروی متوسطی که تنه به آن وارد می‌کند چند نیوتون است؟**

(ریاضی خارج ۸۴)

۱) ۵۰ ۲) 5×10^3 ۳) 5×10^4 ۴) 5×10^8

حل اوّل باید از رابطه مستقل از زمان شتاب حرکت را تعیین کنیم.



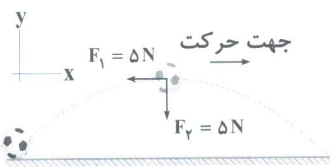
$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 200^2 - 300^2 = 2a \times \frac{1}{10} \Rightarrow a = -250000\frac{m}{s^2}$$

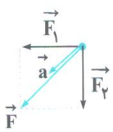
مفهوم علامت منفی در رابطهٔ شتاب این است که سرعت در حال کاهش بوده است.

برای محاسبهٔ نیرو هم باید حواستون باشه که جرم بر حسب گرم داده شده و باید تبدیل به کیلوگرم بشه.

$$|F_{net}| = m|a| \Rightarrow |F_{net}| = \frac{20}{1000} \times 250000 = 5\times10^3 N$$

۶ گزینهٔ ۳ **شکل زیر نیروهای وارد بر توپ فوتبالی به جرم ۵۰۰ گرم را در بالاترین نقطهٔ مسیرش نشان می‌دهد. $\vec{F}_1$ نیروی مقاومت هوا و $\vec{F}_2$ وزن توپ است. بزرگی شتاب در این نقطه چند متر بر مربع ثانیه است؟**





۱) ۱۰ ۲) ۸ ۳) $10\sqrt{2}$ ۴) ۲۰

حل در راستای افقی نیروی $\vec{F}_1 = 5N$ و در راستای قائم $\vec{F}_2 = 5N$ به توپ وارد می‌شود. با نوشتن قانون دوم نیوتون برای جسم در هر دو راستای افقی، مؤلفه‌های شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$\sum F_x = ma_x \Rightarrow -\vec{F}_1 = ma_x \xrightarrow[m=0/5kg]{\vec{F}_1=5N} -5 = 0/5a_x \Rightarrow a_x = -10\frac{m}{s^2}$$

$$\sum F_y = ma_y \Rightarrow -\vec{F}_2 = ma_y \xrightarrow[m=0/5kg]{\vec{F}_2=5N} -5 = 0/5a_y \Rightarrow a_y = -10\frac{m}{s^2}$$

حالا با برآیندگیری بین مؤلفه‌های شتاب، بزرگی شتاب را به‌دست می‌آوریم:

$$|a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \Rightarrow |a| = \sqrt{(-10)^2 + (-10)^2} \Rightarrow |a| = 10\sqrt{2}\frac{m}{s^2}$$

@MOHammad_Free
Telegram:MOHammad_Free

@MohammadFree

۷ فقط دو نیروی $\vec{F_1}=2\vec{i}-6\vec{j}$ و $\vec{F_2}$ برذره‌ای وارد می‌شوند و این ذره با سرعت ثابت $v_1=4\vec{i}-2\vec{j}$ حرکت می‌کند. در این حالت نیروی $\vec{F_2}$ کدام است؟ (یکاها در SI است). (ریاضی خارج ۸۸)

گزینهٔ ۴

۱) $\vec{i}+2\vec{j}$ ۲) $-\vec{i}-2\vec{j}$ ۳) $2\vec{i}-6\vec{j}$ ۴) $-2\vec{i}+6\vec{j}$

حل جسم در حال حرکت با سرعت ثابت است و این به‌معنای صفربودن شتاب و برآیند نیروها است. پس نیروی $\vec{F_2}$ باید قرینه نیروی $\vec{F_1}$ باشد تا کاملاً آن را خنثی کند.

$$\vec{F_2}+\vec{F_1}=0 \Rightarrow \vec{F_2}=-\vec{F_1} \Rightarrow \vec{F_2}=-2\vec{i}+6\vec{j}$$

۸ جسمی به جرم 5kg تحت تأثیر سه نیروی $\vec{F_1}=-15\vec{i}+8\vec{j}$، $\vec{F_2}=-21\vec{i}+19\vec{j}$ و $\vec{F_3}$ قرار گرفته و شتاب $\vec{a}=-4\vec{i}+3\vec{j}$ را پیدا کرده است. اندازهٔ نیروی $\vec{F_3}$ کدام است؟ (همهٔ اندازه‌ها در SI است). (ریاضی داخل ۸۹)

گزینهٔ ۲

۱) ۴ ۲) ۲۰ ۳) ۲۸ ۴) ۴۸

حل ابتدا از قانون دوم نیوتون برآیند نیروها را به شکل برداری حساب می‌کنیم تا از روی آن بردار نیروی $\vec{F_3}$ به‌دست بیاید.

$$\vec{F}_{net}=m\vec{a}$$

$$\vec{F_1}+\vec{F_2}+\vec{F_3}=m\vec{a} \Rightarrow (-15\vec{i}+8\vec{j})+(-21\vec{i}+19\vec{j})+\vec{F_3}=5(-4\vec{i}+3\vec{j}) \Rightarrow -36\vec{i}+27\vec{j}+\vec{F_3}=-20\vec{i}+15\vec{j} \Rightarrow \vec{F_3}=16\vec{i}-12\vec{j}$$

حالا نوبت پیدا کردن اندازهٔ نیروی $\vec{F_3}$ می‌شود.

$$|\vec{F_3}|=\sqrt{16^2+12^2}=20N$$

۹ سه نیروی $\vec{F_1}=2\vec{i}+2\vec{j}$، $\vec{F_2}=3\vec{i}+\beta\vec{j}$ و $\vec{F_3}=3\vec{i}+8\vec{j}$ به‌طور همزمان به جسمی به جرم 4kg اثر می‌کنند. اگر به‌ازای دو مقدار β اندازهٔ شتاب متحرک $2\sqrt{2}\ \frac{m}{s^2}$ شود، مجموع دو مقدار β در SI کدام است؟

گزینهٔ ۱

۱) ۲۰- ۲) ۱۶- ۳) ۱۶+ ۴) ۸-

حل با توجه به این‌که مؤلفهٔ افقی تمامی نیروها را در اختیار داریم، مؤلفهٔ افقی شتاب متحرک را محاسبه می‌کنیم.

$$\sum F_x=ma_x \Rightarrow 2+3+3=4a_x \Rightarrow a_x=2\frac{m}{s^2}$$

شتاب برآیند را در اختیار داریم پس به سادگی اندازهٔ مؤلفهٔ عمودی شتاب را هم محاسبه می‌کنیم.

$$a^2=a_x^2+a_y^2 \Rightarrow (2\sqrt{2})^2=2^2+a_y^2 \Rightarrow |a_y|=2\frac{m}{s^2}$$

حالا با استفاده از اندازهٔ شتاب قائم، اندازهٔ برآیند نیروهای قائم را حساب می‌کنیم.

$$|\sum F_y|=m|a_y| \xrightarrow[m=4kg]{|a_y|=2\frac{m}{s^2}} |\sum F_y|=4\times 2=8N \Rightarrow \sum F_y=8 \text{ یا } \sum F_y=-8$$

برای هر دو حالت اندازهٔ β را حساب می‌کنیم.

$$\left.\begin{array}{l}\sum F_y=8 \Rightarrow 8+2+\beta_1=8 \Rightarrow \beta_1=-2\\ \sum F_y=-8 \Rightarrow 8+2+\beta_2=-8 \Rightarrow \beta_2=-18\end{array}\right\} \Rightarrow \beta_1+\beta_2=-20$$

۱۰ به جسمی به جرم 3kg هم‌زمان نیروهای ۳، ۷ و ۱۷ نیوتونی اثر می‌کنند. کدام گزینه می‌تواند شتاب حرکت این جسم در SI باشد؟

گزینهٔ ۱

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۱۰ ۴) صفر

حل هرگاه چند نیرو به یک جسم وارد شود و یکی از نیروها بزرگ‌تر از مجموع نیروهای دیگر باشد ($17>7+3$) جسم الزاماً به حرکت درمی‌آید (چرا؟).

کمترین شتاب حرکت آن هنگامی خواهد بود که مابقی نیروها در خلاف جهت نیروی بزرگ‌تر باشند و بیشترین شتاب هنگامی است که همهٔ نیروها هم جهت باشند بنابراین می‌توان نوشت:

$$F_{min}\le F\le F_{max} \xrightarrow[F_{min}=17-7-3]{F_{max}=17+7+3} 7\le F\le 27 \xrightarrow{F=ma} 7\le ma\le 27 \xrightarrow{m=3kg} \frac{7}{3}\le a\le 9$$

تنها گزینهٔ «۱» در این بازه قرار دارد.

۱۱ جسمی به جرم 2kg تحت اثر چهار نیروی ۲، ۴، ۸ و ۱۱ نیوتونی در تعادل است. اگر اندازهٔ نیروهای ۲، ۴ و ۱۱ نیوتونی را سه برابر کنیم، جسم با چه شتابی بر حسب متر بر مربع ثانیه به حرکت درخواهد آمد؟

گزینهٔ ۱

۱) ۸ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) ۱

حل وقتی که جسمی تحت اثر چهار نیرو در تعادل است؛ هر کدام از این چهار نیرو توسط سه نیروی دیگر خنثی می‌شود، به بیان دیگر برآیند هر سه نیروی دلخواه از این جمع برابر با نیروی چهارم است؛ بنابراین برآیند نیروهای ۲، ۴ و ۱۱ نیوتونی برابر ۸ نیوتون است و وقتی هر کدام از آن‌ها سه برابر شود برآیند آن‌ها هم سه برابر می‌شود؛ پس داریم:

$$\sum F=\underbrace{24}_{\text{نیروهای سه برابر شده}}-\underbrace{8}_{\text{نیروی ۸ نیوتونی بدون تغییر}}=16=ma \xrightarrow{m=2kg} a=8\frac{m}{s^2}$$

Telegram:MOHammad_Free

۱۲ گزینهٔ ۱

مطابق شکل روبه‌رو دو اسکیت‌باز (۱) و (۲) به‌ترتیب، به جرم‌های ۸۰kg و ۴۰kg در یک سالن مسطح و صاف بدون اصطکاک روبروی هم ایستاده‌اند. شخص اوّل با نیروی ۲۰N شخص دوم را به سمت راست هُل می‌دهد. اندازه شتابی که شخص دوم و شخص اوّل برحسب متر بر مربع ثانیه می‌گیرند به‌ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱) ۰/۲۵ – ۰/۵
۲) ۰/۵ – ۰/۵
۳) ۰/۲۵ – ۰/۲۵
۴) ۰/۵ – ۰/۲۵

حل طبق قانون سوم نیوتون وقتی شخص اوّل به شخص دوم نیروی ۲۰ نیوتونی به سمت راست وارد می‌کند، شخص دوم هم به شخص اوّل همان نیرو را به سمت چپ (خلاف جهت نیرویی که شخص اوّل وارد کرده) وارد می‌کند؛ با نوشتن قانون دوم نیوتون برای هر دو شخص خواهیم داشت:

$$|\sum F_2| = |m_2 a_2| \xrightarrow{m_2 = 40\,kg} |20| = |40 a_2| \Rightarrow |a_2| = 0/5 \frac{m}{s^2}$$

$$|\sum F_1| = |m_1 a_1| \xrightarrow{m_1 = 80\,kg} |20| = |80 a_1| \Rightarrow |a_1| = 0/25 \frac{m}{s^2}$$

مرحلهٔ دوم جمع‌بندی — معرفی انواع نیرو

در این مرحله شما را با برخی نیروهای خاص آشنا می‌کنیم:

مبحث (۱): نیروی وزن

نیروی گرانشی که از طرف زمین به جسمی در نزدیکی زمین وارد می‌شود، وزن نام دارد و به صورت روبه‌رو محاسبه می‌شود:

$$\vec{W} = m\vec{g}$$

$\vec{W}$ ← نیروی وزن برحسب نیوتون (N)

m ← جرم جسم برحسب کیلوگرم (kg)

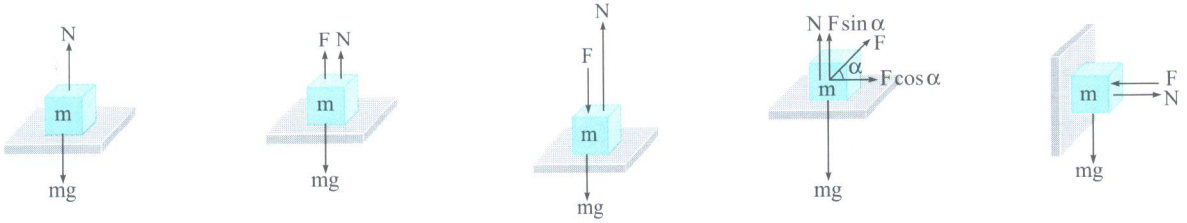
$\vec{g}$ ← شتاب گرانش برحسب نیوتون به کیلوگرم $\left(g = 9/8 \frac{N}{kg} \simeq 10 \frac{N}{kg}\right)$

نکته دقت کنید که جرم جسم به مقدار مادهٔ تشکیل‌دهندهٔ جسم بستگی دارد و در تمام نقاط ثابت است، اما وزن جسم علاوه بر جرم به $\vec{g}$ نیز بستگی دارد که در نقاط مختلف می‌تواند متفاوت باشد. به‌طور مثال اگر یک کتاب را از سطح زمین به سطح ماه منتقل کنید، جرم آن ثابت می‌ماند، اما وزن آن کاهش می‌یابد، چون جاذبهٔ گرانش در سطح ماه ضعیف‌تر از سطح زمین است.

مبحث (۲): نیروی عمودی سطح

اگر جسمی بر روی سطحی قرار بگیرد سطح تماس دو جسم تغییر شکل می‌دهد و باعث می‌شود سطح به‌طور عمودی نیرویی به جسم وارد کند که به آن نیروی عمودی سطح (تکیه‌گاه) می‌گویند و آن را با نماد $\vec{F}_N$ نشان می‌دهند که در این کتاب برای سادگی بیشتر گاهی با $\vec{N}$ نشان داده می‌شود.

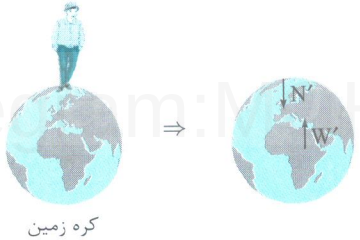
همان‌طور که می‌دانید نیروهای وارد به جسم ساکن متوازن هستند. بنابراین برای به‌دست آوردن اندازهٔ نیروی عمودی سطح در حالت‌های مختلف می‌توانیم به صورت زیر عمل کنیم:



$N = mg$ | $F + N = mg$ | $N = F + mg$ | $N + F\sin\alpha = mg$ | $N = F$

نکته دقت کنید که نیروهای وزن $(\vec{W})$ و عمودی سطح $(\vec{N})$ به یک جسم وارد می‌شوند و نیروهای کنش و واکنش نیستند.

نیروی واکنش وزن $(\vec{W'})$ به مرکز کرهٔ زمین و نیروی واکنش عمودی سطح $(\vec{N'})$ به سطح وارد می‌شود. به شکل زیر دقت کنید:



کره زمین

@Mohammad_Free
Telegram:@Mohammad_Free

@MOHammad_Free

مبحث (۳): نیروی اصطکاک

نیروی اصطکاک یک نیروی تماسی است که با حرکت نسبی دو جسمی که با هم در تماس هستند مخالفت می‌کند. نیروی اصطکاک به‌علت ناهمواری‌های محل تماس دو جسم ایجاد می‌شود. حتی سطوحی که بسیار صاف به نظر می‌رسند، ناهمواری‌های میکروسکوپی بسیاری دارند که باعث به وجود آمدن نیروی اصطکاک می‌شود.

نیروی اصطکاک بین دو جسم به جنس سطح دو جسم و زبری و نرمی آن‌ها و ... بستگی دارد.

نیروی اصطکاک دارای دو نوع ایستایی و جنبشی است که در ادامه مورد بررسی قرار می‌گیرد:

نیروی اصطکاک ایستایی: به نیروی اصطکاکی که در حالت سکون به جسم وارد می‌شود، اصطکاک ایستایی می‌گویند و آن را با f_s نشان می‌دهند.

فرض کنید، مطابق شکل زیر جسمی را با نیروی F روی سطح افقی بکشیم و جسم حرکت نکند، در این حالت، نیروی اصطکاک ایستایی (f_s) در خلاف جهت F به جسم وارد می‌شود و مانع حرکت جسم می‌شود.

با توجه به این‌که جسم ساکن است، بنابر قانون دوم نیوتون برآیند نیروهای وارد شده به آن صفر است و داریم:

$$f_s = F$$

با افزایش نیروی F، اندازهٔ f_s نیز افزایش می‌یابد و جسم همچنان ساکن می‌ماند، اگر اندازهٔ F را به اندازهٔ کافی افزایش دهیم، جسم در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد. در این حالت f_s دارای بیشترین مقدار خود است که به آن **نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه** می‌گویند و آن را با $f_{s_{max}}$ نشان می‌دهند و به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$f_{s_{max}} = \mu_s N$$

$f_{s_{max}}$ ← نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه بر حسب نیوتون (N)

μ_s ← ضریب اصطکاک ایستایی

N ← نیروی عمودی سطح بر حسب نیوتون (N)

نیروی اصطکاک جنبشی: اگر در شکل بالا اندازهٔ نیروی F را به اندازه‌ای افزایش دهیم که بیشتر از $f_{s_{max}}$ شود، جسم شروع به حرکت می‌کند. به نیروی اصطکاکی که در این حالت به جسم وارد می‌شود، اصطکاک جنبشی می‌گویند و آن را با f_k نشان می‌دهند و به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$f_k = \mu_k N$$

f_k ← نیروی اصطکاک جنبشی بر حسب نیوتون (N)

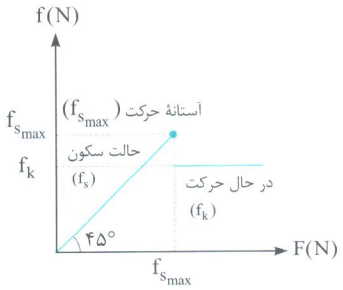
μ_k ← ضریب اصطکاک جنبشی

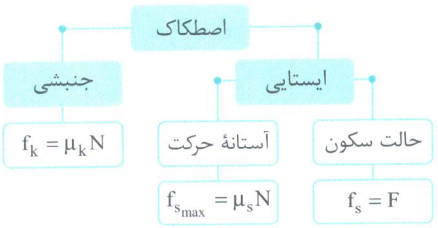
N ← نیروی عمودی سطح بر حسب نیوتون (N)

! نکته ضریب اصطکاک ایستایی (μ_s) و ضریب اصطکاک جنبشی (μ_k) به عواملی مانند جنس سطح تماس دو جسم، میزان صافی و زبری آن‌ها و ... بستگی دارد.

دقت کنید که معمولاً ضریب اصطکاک جنبشی میان دو سطح کمتر از ضریب اصطکاک ایستایی میان آن دو سطح است.

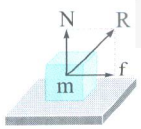
در نمودار زیر تغییرات نیروی اصطکاک وارد شده به جسم بر حسب تغییرات نیروی F رسم شده است. به نمودار زیر توجه کنید.





مبحث (۴): نیروی عکس‌العمل سطح

هنگامی‌که جسمی روی سطحی ثابت است و یا در حال حرکت می‌باشد، از طرف سطح دو نیروی عمودی سطح و اصطکاک می‌تواند به جسم وارد شود. به برآیند نیروهایی که از طرف یک سطح به جسم روی آن وارد می‌شود، نیروی عکس‌العمل سطح می‌گویند و آن را با $\vec{R}$ نشان می‌دهند و به صورت زیر به‌دست می‌آید:



$$R = \sqrt{f^2 + N^2}$$

Telegram:MOHammad_Free

R ← نیروی عکس‌العمل سطح بر حسب نیوتون (N)

f ← نیروی اصطکاک بر حسب نیوتون (N)

N ← نیروی عمودی سطح بر حسب نیوتون (N)

@MOHammad_Free

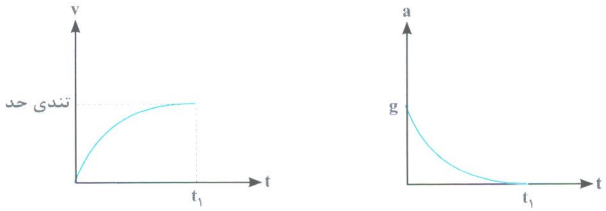
مبحث (۵): نیروی مقاومت شاره

هنگامی‌که جسمی در یک شاره (مایع یا گاز) حرکت می‌کند، نیرویی در خلاف جهت حرکت از طرف شاره به جسم وارد می‌شود که به آن نیروی مقاومت شاره می‌گویند و آن را با f_D نشان می‌دهند. اگر شارهٔ موردنظر هوا باشد به این نیرو، نیروی مقاومت هوا می‌گویند.

نکات ۱ نیروی مقاومت شاره به سطح جلوی جسم و تندی حرکت آن بستگی دارد. هر چه سطح جلوی جسم بیشتر باشد و تندی حرکت آن بیشتر شود، نیروی مقاومت شاره افزایش می‌یابد.

۲ اگر جسمی در هوا رها شود، علاوه بر نیروی وزن (mg) نیروی مقاومت هوا (f_D) نیز به آن وارد می‌شود. در شروع حرکت که تندی حرکت جسم ناچیز است، اندازهٔ نیروی مقاومت هوا نیز کم می‌باشد، بنابراین $mg > f_D$ بوده و جسم با شتابی نزدیک به g به‌صورت تندشونده پایین می‌آید. با افزایش تندی حرکت جسم، به تدریج نیروی مقاومت هوا افزایش می‌یابد و در نتیجه شتاب حرکت جسم کاهش می‌یابد، این روند تا جایی ادامه پیدا می‌کند که اندازهٔ نیروی مقاومت هوا برابر وزن جسم شود و نیروهای وارد شده به جسم متوازن شوند و شتاب حرکت جسم صفر شود.

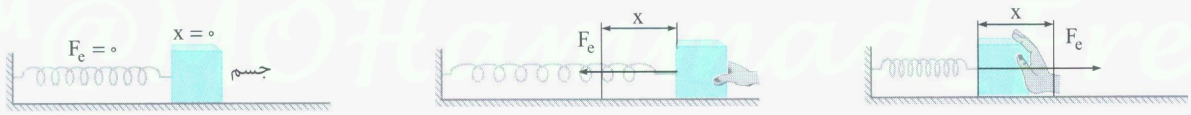
از این مرحله به بعد جسم با تندی ثابتی به نام تندی حد به طرف پایین حرکت می‌کند. در شکل‌های زیر نمودار تغییرات تندی و شتاب جسمی که در هوا سقوط می‌کند، رسم شده است.



مبحث (۶): نیروی کشسانی فنر

اگر مطابق شکل‌های زیر فنری را به اندازهٔ x بکشیم یا فشرده کنیم، فنر نیرویی به طرف نقطهٔ تعادل به جسم وارد می‌کند که به آن نیروی کشسانی فنر می‌گویند و آن را با F_e نشان می‌دهند و اندازهٔ آن به صورت مقابل به‌دست می‌آید:

$$F_e = kx$$



(الف) (ب) (پ)

F_e ← نیروی کشسانی فنر بر حسب نیوتون (N)

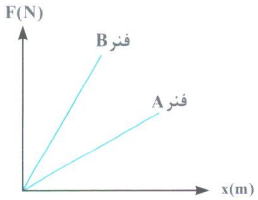
k ← ثابت فنر بر حسب نیوتون بر متر $(\frac{N}{m})$

x ← تغییرات طول فنر نسبت به حالت عادی بر حسب متر (m)

نکات ۱ ثابت فنر از مشخصات فنر است و به اندازه، شکل و ساختار ماده‌ای که فنر از آن ساخته شده بستگی دارد. هر چه k بیشتر باشد، فنر سخت‌تر بوده و برای ایجاد تغییر طول معین در آن باید نیروی بیشتری به آن وارد کنیم.

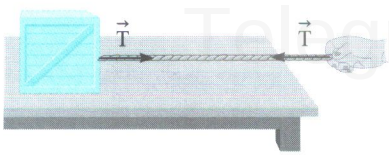
۲ طبق رابطهٔ $F_e = kx$ نمودار نیروی کشسانی فنر بر حسب تغییرات طول آن به صورت خطی می‌باشد. دقت کنید که شیب این خط برابر ثابت فنر می‌باشد و هر چه شیب نمودار بیشتر باشد، ثابت فنر بزرگ‌تر است.

$$\text{شیب نمودار B} > \text{شیب نمودار A} \Rightarrow k_B > k_A$$



مبحث (۷): نیروی کشش طناب

نیرویی که نخ (طناب، کابل یا ریسمان) کشیده شده به جسم متصل به خود وارد می‌کند، نیروی کشش طناب نام دارد. این نیرو را با T نشان می‌دهند. نیروی کشش طناب در هر نقطه، برابر نیرویی است که اگر به طناب بریده شده در آن نقطه وارد شود، جسم حالت قبلی خود را حفظ می‌کند. (یعنی اگر جسم ساکن است، ساکن باقی می‌ماند و اگر در حال حرکت است با همان شتاب قبلی به حرکت خود ادامه می‌دهد).



دقت کنید که جهت نیروی کشش طناب همواره در راستای طناب بوده و به سمت بیرون جسم است به عبارت دیگر، طناب هیچ‌گاه جسمی را هل نمی‌دهد، در شکل مقابل شخصی به وسیلهٔ طنابی جسمی را می‌کشد. در این شکل جهت نیروی کشش طناب که به‌دست و به جسم وارد می‌شود مشخص شده است.

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

مبحث (۸): نیروی گرانش

طبق نظریهٔ نیوتون هر جرمی در عالم، جرم‌های دیگر را به خود جذب می‌کند. به‌طور مثال میز کنار شما، صندلی شما را جذب می‌کند، شما، تختهٔ کلاس را و تخته، پنکه متصل به سقف را جذب خواهند کرد و به‌طور کلی هر دو جرم در طبیعت یکدیگر را جذب خواهند کرد.

طبق قانون گرانش عمومی نیوتون نیروی گرانشی میان دو ذره با حاصل‌ضرب جرم دو ذره نسبت مستقیم و با مربع فاصلهٔ آن‌ها از یکدیگر نسبت وارون دارد.

به عبارت دیگر داریم:

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

F ← نیروی گرانشی بین دو ذره بر حسب نیوتون (N)

m_1 و m_2 ← جرم دو ذره بر حسب کیلوگرم (kg)

r ← فاصله مرکز دو ذره بر حسب متر (m)

G ← ثابت گرانش عمومی ($G = 6/67 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$)

نکته همان‌طور که در رابطهٔ بالا می‌بینید، مقدار G بسیار بسیار کوچک است. بنابراین نیروی گرانش فقط برای اجرام بسیار بزرگ مانند سیاره‌ها و یا ذره‌هایی که در فاصلهٔ بسیار کم از یکدیگر قرار گرفته‌اند مانند پروتون‌ها و نوترون‌های موجود در هسته قابل در نظر گرفتن است (به همین دلیل شما به تختهٔ کلاس نمی‌چسبید!).

وزن و نیروی گرانش: وزن یک جسم که روی سطح زمین قرار گرفته است، برابر نیروی گرانشی است که از طرف زمین به جسم وارد می‌شود. بنابراین برای محاسبهٔ وزن یک جسم در سطح زمین می‌توانیم از رابطهٔ مقابل استفاده کنیم:

$$W = \frac{GM_em}{R_e^2}$$

W ← وزن یک جسم در سطح زمین بر حسب نیوتون (N)

G ← ثابت گرانش عمومی

M_e ← جرم کرهٔ زمین بر حسب کیلوگرم (kg)

m ← جرم جسم بر حسب کیلوگرم (kg)

R_e ← شعاع کرهٔ زمین بر حسب متر (m)

شتاب گرانش در سطح زمین و اطراف زمین: اگر رابطهٔ بالا را با رابطهٔ $W = mg$ مقایسه کنید، می‌توانید شتاب گرانش را در سطح زمین به صورت زیر به‌دست آورید:

$$\left.\begin{matrix} W = mg \\ W = \frac{GM_em}{R_e^2} \end{matrix}\right\} \Rightarrow g = \frac{GM_e}{R_e^2}$$

g ← شتاب گرانش در سطح زمین

رابطهٔ بالا شتاب گرانش را در سطح زمین مشخص می‌کند، اگر بخواهیم شتاب گرانش را در فاصلهٔ r از مرکز زمین به‌دست آوریم داریم:

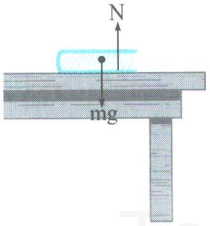
$$g' = \frac{GM_e}{r^2}$$

نکته در رابطهٔ بالا r فاصلهٔ نقطهٔ موردنظر تا مرکز زمین است. بنابراین اگر فاصلهٔ نقطهٔ موردنظر تا سطح زمین h و شعاع کره زمین R_e باشد، داریم:

$$r = h + R_e$$

۱۳ در ارتباط با شکل مقابل کدام گزینه صحیح **نیست**؟

گزینهٔ ۴



۱) نیروی N توسط میز به کتاب وارد می‌شود.

۲) عکس‌العمل نیروی N به میز وارد خواهد شد.

۳) نیروی وزن توسط نیروی N خنثی می‌شود.

۴) عکس‌العمل نیروی وزن، توسط میز به کتاب وارد خواهد شد.

حل نیروی N توسط میز به کتاب وارد می‌شود [درستی گزینه «۱»]؛ عکس‌العمل این نیرو توسط کتاب به میز وارد خواهد شد. [درستی گزینهٔ «۲»]

نیروهای N و mg هر دو به کتاب وارد می‌شوند و یکدیگر را خنثی می‌کنند تا در نهایت کتاب روی میز به حال تعادل باقی بماند. [درستی گزینهٔ «۳»]

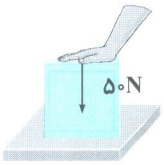
نیروی وزن توسط زمین به کتاب وارد می‌شود پس عکس‌العمل آن هم توسط کتاب به زمین وارد خواهد شد عبارت درج شده در گزینهٔ «۴» نادرست است.

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

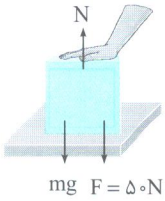
۱۴ گزینهٔ ۳

همانند شکل مقابل جعبه‌ای به جرم ۳kg روی میزی افقی قرار دارد. فردی با استفاده از دست خود نیروی ۵۰ نیوتونی به سمت پایین به جعبه وارد می‌کند؛ نیروی عمودی سطح در این حالت چند نیوتون است؟ $(g = 10\frac{N}{kg})$



۱) ۲۰ ☐ ۲) ۶۰ ☐ ۳) ۸۰ ☐ ۴) ۱۰۰ ☐

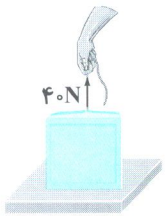
حل جعبه در حال تعادل است، پس برآیند نیروهای وارد بر آن در راستای قائم و افقی صفر است؛ پس برای محاسبهٔ نیروی عمودی سطح F_N داریم:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 50 + mg = F_N \xrightarrow[g=10\frac{N}{kg}]{m=3kg} 50 + (3\times 10) = F_N \Rightarrow F_N = 80N$$

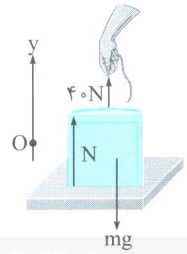
۱۵ گزینهٔ ۴

در شکل مقابل نخی را به یک جعبه بسته‌ایم و به وسیلهٔ آن نیروی ۴۰ نیوتون را روبه بالا به جعبه وارد می‌کنیم. اگر وزن جعبه ۶kg باشد؛ اندازهٔ نیروی عمودی سطح چند نیوتون خواهد بود؟ $(g = 10\frac{N}{kg})$



۱) ۱۰۰ ☐ ۲) ۱۰ ☐ ۳) ۸۰ ☐ ۴) ۲۰ ☐

حل وزن جعبه $(W = mg = 60N)$ بیشتر از نیرویی است که رو به بالا به جعبه وارد شده است، بنابراین جعبه روی سطح افقی باقی می‌ماند. با صفر قرار دادن برآیند نیروهای وارد بر جعبه در راستای قائم، نیروی عمودی سطح را به سادگی حساب می‌کنیم.



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow mg = N + 40 \xrightarrow[g=10\frac{N}{kg}]{m=6kg} 6\times 10 = N + 40 \Rightarrow N = 20N$$

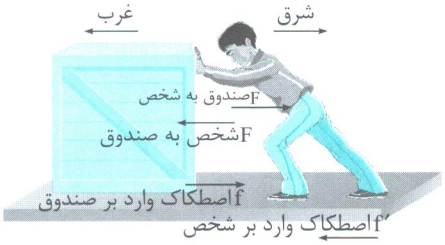
۱۶ گزینهٔ ۱

شخصی روی سطح افقی، یک صندوق را به سمت غرب هُل می‌دهد. در این عمل، نیروهای اصطکاک وارد به شخص و صندوق، به ترتیب، هر یک به کدام جهت است؟

(تجربی داخل ۹۶)

۱) غرب و شرق ☐ ۲) هر دو غرب ☐ ۳) شرق و غرب ☐ ۴) هر دو شرق ☐

حل به شکل مقابل نگاه کنید.

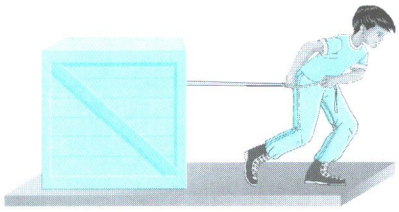


شخص صندوق را به طرف غرب حرکت می‌دهد، پس اصطکاک وارد بر صندوق (f) که مخالف حرکت صندوق می‌شود به سمت شرق است.

از طرف دیگر صندوق شخص را به طرف شرق هل می‌دهد و اصطکاک وارد شده به شخص در خلاف جهت آن به سمت غرب خواهد بود.

۱۷ گزینهٔ ۴

در شکل زیر فردی جعبه‌ای به جرم ۲۰kg را با نیروی افقی ۱۰۰N می‌کشد. اگر $\mu_s = 0/4$ و $\mu_k = 0/2$ باشد؛ پس از اعمال نیروی ۱۰۰ نیوتونی



۱) جسم ساکن می‌ماند.

۲) جسم در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد.

۳) جسم با شتاب $1\frac{m}{s^2}$ به راه می‌افتد.

۴) جسم با شتاب $3\frac{m}{s^2}$ به راه می‌افتد.

حل برای این‌که ببینیم جسم شروع به حرکت می‌کند یا ساکن می‌ماند لازم است نیروی محرک ۱۰۰ نیوتونی را با بیشینهٔ اصطکاک ایستایی مقایسه کنیم؛ اگر $F_{محرک} > f_{s_{max}}$ باشد جسم ساکن است؛ اگر $F_{محرک} = f_{s_{max}}$ شود جسم در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد و در نهایت اگر $F_{محرک} < f_{s_{max}}$ باشد جسم شروع به حرکت می‌کند و در این حالت نیروی مقاوم وارد بر جعبه اصطکاک جنبشی خواهد بود.

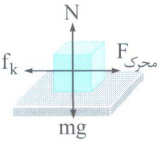
Telegram:MOHamad_Free

پس در گام اوّل F و $f_{s_{max}}$ را مقایسه می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l} F_{محرک} = 100N \\ f_{s_{max}} = \mu_s N = \mu_s mg \xrightarrow[g=10\frac{N}{kg}]{\mu_s=0/4,m=20kg} f_{s_{max}} = 0/4\times 20\times 10 = 80N \end{array}\right\} \Rightarrow F_{محرک} > f_{s_{max}}$$

@MOHammad_Free

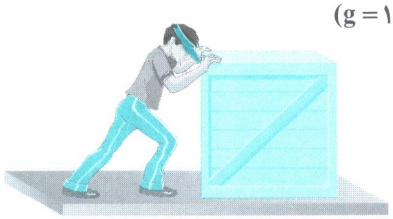
پس جسم به حرکت درمی‌آید؛ برای محاسبهٔ شتاب با نوشتن قانون دوم نیوتون برای جسم داریم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow F_{محرک} - f_k = ma \xrightarrow{f_k = \mu_k mg} F_{محرک} - \mu_k mg = ma$$

$$\xrightarrow[m=۲۰kg, g=۱۰\frac{N}{kg}]{F_{محرک}=۱۰۰N, \mu_k=۰/۲} ۱۰۰ - ۰/۲ \times ۲۰ \times ۱۰ = ۲۰a \Rightarrow ۱۰۰ - ۴۰ = ۲۰a \Rightarrow a = ۳\frac{m}{s^۲}$$

۱۸ گزینهٔ ۱ **شکل زیر فردی را نشان می‌دهد که با نیروی افقی ۴۲۰N در حال هل دادن یک کمد ۸۰ کیلوگرمی است؛ اگر ضریب اصطکاک ایستایی $\mu_s = ۰/۷۵$ و ضریب اصطکاک جنبشی $\mu_k = ۰/۵$ باشد، برای به حرکت در آوردن کمد نیرویی که از طرف فرد به کمد وارد می‌شود حداقل چند نیوتون باید افزایش یابد و حداقل شتاب کمد پس از به حرکت درآمدن چند متر بر مربع ثانیه خواهد بود؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$**



۱) ۱۸۰ - ۲/۵

۲) ۶۰۰ - ۲/۵

۳) ۱۸۰ - ۵

۴) ۶۰۰ - ۵

حل فرد برای این‌که کمد را به حرکت درآورد حداقل باید نیروی افقی برابر با بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی به کمد وارد کند، پس در گام اوّل باید نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه را حساب کنیم.

$$F_{محرک} = f_{s_{max}} \xrightarrow{f_{s_{max}} = \mu_s N = \mu_s mg} F_{محرک} = \mu_s mg \xrightarrow[g=۱۰\frac{N}{kg}]{\mu_s = ۰/۷۵, m = ۸۰kg} F_{محرک} = ۰/۷۵ \times ۸۰ \times ۱۰ \Rightarrow F_{محرک} = ۶۰۰N$$

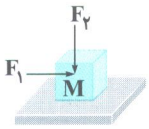
نیرویی که فرد در ابتدا وارد می‌کند ۴۲۰ نیوتون است و حداقل نیروی لازم برای به حرکت درآوردن کمد ۶۰۰N است؛ بنابراین نیروی فرد باید ۱۸۰ نیوتون افزایش یابد.

وقتی کمد با نیروی ۶۰۰ نیوتون شروع به حرکت می‌کند؛ به کمد نیروی اصطکاک حرکتی وارد می‌شود، پس با نوشتن قانون دوم نیوتون برای حرکت کمد خواهیم داشت:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_{محرک} - f_k = ma$$

$$\xrightarrow{f_k = \mu_k mg} F_{محرک} - \mu_k mg = ma \xrightarrow[F_{محرک}=۶۰۰N]{\mu_k = ۰/۵, m = ۸۰kg, g = ۱۰\frac{N}{kg}} ۶۰۰ - ۰/۵ \times ۸۰ \times ۱۰ = ۸۰a \Rightarrow ۲۰۰ = ۸۰a \Rightarrow a = ۲/۵\frac{m}{s^۲}$$

۱۹ گزینهٔ ۴ **در شکل زیر جسم تحت اثر دو نیروی $F_۱$ و $F_۲$ در حال تعادل است؛ اگر اندازهٔ نیروی $F_۱$ را چهار برابر کنیم باز هم جسم وضعیت سکون خود را حفظ می‌کند؛ در رابطه با این جسم کدام عبارت درست نیست؟**



۱) نیروی اصطکاک وارد بر جسم چهار برابر می‌شود.

۲) نیروی واکنش سطح افزایش می‌یابد ولی به چهار برابر نمی‌رسد.

۳) ممکن است با کاهش $F_۲$ ، جسم شروع به حرکت کند.

۴) با دو برابر کردن $F_۲$ نیروی اصطکاک نیز دو برابر می‌شود.

حل **بررسی گزینه‌ها:**

گزینهٔ «۱»: وقتی در وضعیت اولیه با نیروی $F_۱$ جسم در حال تعادل است نتیجه می‌گیریم که $f_{s_{max}} > F_۱$ و با توجه به این‌که با چهار برابر کردن $F_۱$ هم تغییری در وضعیت جسم ایجاد نمی‌شود می‌توان گفت که $۴F_۱$ هم از $f_{s_{max}}$ کمتر است اما می‌دانیم به جسم در حال تعادل الزاماً نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه وارد نمی‌شود بلکه نیروی اصطکاک به اندازهٔ نیروی محرک وارد خواهد شد بنابراین با چهار برابر کردن $F_۱$ (نیروی محرک) نیروی اصطکاک هم چهار برابر خواهد شد.

گزینهٔ «۲»: نیروی واکنش سطح، برآیند نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح است؛ وقتی نیروی اصطکاک چهار برابر شود ولی نیروی عمودی سطح ثابت بماند، فقط یکی از مؤلفه‌های نیروی واکنش چهار برابر شده؛ نیروی واکنش افزایش می‌یابد ولی به چهار برابر نمی‌رسد.

گزینهٔ «۳»: اگر نیروی $F_۲$ را کاهش دهیم، نیروی عمودی سطح کاهش می‌یابد و از آنجا که نیروی عمودی سطح با اصطکاک ایستایی بیشینه رابطهٔ مستقیم دارد با کاهش آن نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه کاهش می‌یابد و ممکن است $f_{s_{max}} < ۴F_۱$ شود و در نتیجه جسم شروع به حرکت کند.

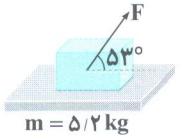
گزینهٔ «۴»: با دو برابر کردن $F_۲$ نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه دو برابر می‌شود، ولی چون نیروی اصطکاک دقیقاً برابر با نیروی محرک وارد می‌شود، پس نیروی اصطکاک ثابت می‌ماند.

Telegram: MOHammad_Free

@MOHammad_Free

۲۰ گزینهٔ ۲

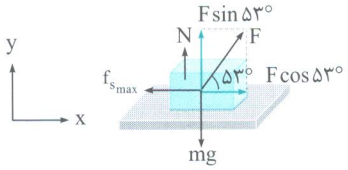
در شکل زیر، F را به تدریج زیاد می‌کنیم، وقتی به ۲۰ نیوتون رسید، وزنه روی سطح افقی شروع به حرکت می‌کند. ضریب اصطکاک ایستایی چقدر است؟ $(\cos 53^\circ = 0/6, g = 10 \frac{N}{kg})$ (ریاضی خارج ۸۹)



۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{3}$

۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{5}$

حل در لحظهٔ شروع حرکت، جسم در آستانهٔ حرکت قرار دارد و برآیند نیروها در دو راستای x و y صفر است.



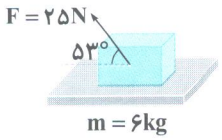
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N + F\sin 53^\circ = mg \Rightarrow N = mg - F\sin 53^\circ \quad (1)$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow f_{s_{max}} = F\cos 53^\circ \Rightarrow \mu_s N = F\cos 53^\circ \xrightarrow{(1)} \mu_s(mg - F\sin 53^\circ) = F\cos 53^\circ$$

$$\xrightarrow[F=20N]{m=5/2kg} \mu_s \times (5/2 \times 10 - 20 \times 0/8) = 20 \times 0/6 \Rightarrow \mu_s(52 - 16) = 12 \Rightarrow \mu_s = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

۲۱ گزینهٔ ۳

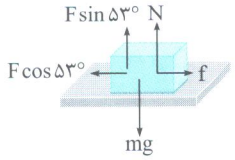
در شکل روبه‌رو به جسم ۶kg نیروی F اعمال شده است؛ نیروی اصطکاک وارد شده به جسم چند نیوتون است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg}, \mu_k = 0/3, \mu_s = 0/6)$



۱) ۱۲ ۲) ۲۴

۳) ۱۵ ۴) ۱۸

حل در ابتدا باید ببینیم که اصطکاک وارده بر جسم از نوع ایستایی است یا جنبشی؛ به همین منظور باید در گام اوّل نیروی محرک $(F\cos 53^\circ)$ را با بیشینهٔ اصطکاک ایستایی $f_{s_{max}}$ مقایسه کنیم:

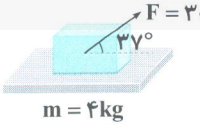


$$\left.\begin{array}{l} F_{محرک} = F\cos 53^\circ = 25 \times 0/6 = 15N \\ f_{s_{max}} = \mu_s N \xrightarrow{N=mg-F\sin 53^\circ} f_{s_{max}} = 0/6(6 \times 10 - 25 \times 0/8) = 24N \end{array}\right\} F_{محرک} < f_{s_{max}}$$

نیروی محرک کم‌تر از بیشینهٔ اصطکاک ایستایی به‌دست آمد، بنابراین اصطکاک وارد شده به جسم برابر با نیروی محرک و ۱۵N خواهد بود.

۲۲ گزینهٔ ۴

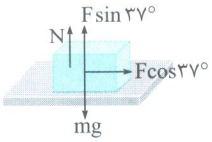
شکل مقابل جسمی را نشان می‌دهد که توسط نیروی F کشیده می‌شود. اگر $\mu_s = 0/5$ و $\mu_k = 0/25$ باشد؛ نیروی اصطکاک وارد شده به جسم چند نیوتون است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$



۱) ۱۱ ۲) ۲۴

۳) ۱۲ ۴) ۵/۵

حل اگر نیروی محرک وارد بر جسم $(F\cos 37^\circ)$ بیشتر از بیشینهٔ اصطکاک ایستایی $(f_{s_{max}})$ باشد نیروی اصطکاک جنبشی به جسم اعمال می‌شود و اگر نیروی محرک کوچک‌تر یا مساوی بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی باشد؛ نیروی اصطکاک دقیقاً برابر با نیروی محرک به جسم اعمال می‌شود. پس در ابتدا باید $F_{محرک}$ را با $f_{s_{max}}$ مقایسه کنیم:



$$F_{محرک} = F\cos 37^\circ \xrightarrow{F=30N,\cos 37^\circ=0/8} F_{محرک} = 30 \times 0/8 = 24N$$

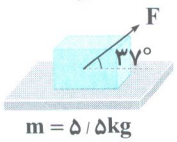
$$f_{s_{max}} = \mu_s N \xrightarrow{N=mg-F\sin 37^\circ} f_{s_{max}} = \mu_s(mg - F\sin 37^\circ) \xrightarrow[F=30N,\sin 37^\circ=0/6]{\mu_s=0/5,m=4kg} f_{s_{max}} = 0/5(40 - 30 \times 0/6) = 11N$$

$F_{محرک} > f_{s_{max}}$ بنابراین نیروی اصطکاک جنبشی به جسم اعمال می‌شود و داریم:

$$f_k = \mu_k N \xrightarrow{N=mg-F\sin 37^\circ} f_k = \mu_k(mg - F\sin 37^\circ) \xrightarrow[F=30N,\sin 37^\circ=0/6]{\mu_k=0/25,m=4kg,g=10\frac{N}{kg}} f_k = 0/25(4 \times 10 - 30 \times 0/6) = 5/5N$$

۲۳ گزینهٔ ۲

در شکل زیر، جسم با سرعت ثابت در سطح افقی در حال حرکت است. اگر نیروی F، ۲ برابر شود. نیروی اصطکاک جنبشی چند برابر می‌شود؟ $(\sin 37^\circ = 0/6, g = 10 \frac{m}{s^2})$ (تجربی داخل ۹۵)



۱) $\frac{3}{8}$ ۲) $\frac{5}{8}$

۳) ۱ ۴) ۲

Telegram:MOHammad_Free

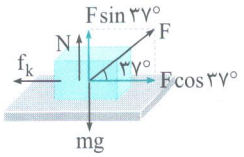
@MOHammad_Free

حل در حالت اوّل جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند و شتابش صفر است، اکنون به راحتی می‌توانیم نیروی F را محاسبه کنیم.

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N + F\sin 37^\circ = mg \Rightarrow N_1 = mg - F\sin 37^\circ \Rightarrow N_1 = 55 - 0/6F$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F\cos 37^\circ = f_{k_1} \Rightarrow F\cos 37^\circ = \mu_k . N_1 \Rightarrow F \times 0/8 = 0/5(55 - 0/6F) \Rightarrow F = 25N$$

در حالت دوم $F_2 = 2F_1 = 50N$ است و برای مقایسهٔ اصطکاک در دو حالت داریم:

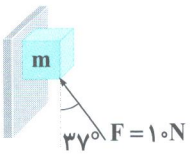


$$f_k = \mu_k N \Rightarrow \frac{f_{k_2}}{f_{k_1}} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{55 - 0/6F_2}{55 - 0/6F_1} = \frac{55 - 0/6 \times 50}{55 - 0/6 \times 25} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$$

۲۴ گزینهٔ ۲

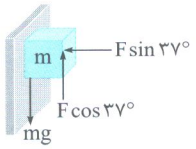
در شکل مقابل جسم توسط نیروی F روی دیوار عمودی ثابت شده است؛ نیروی اصطکاک بین جسم و دیوار چند نیوتون و در کدام جهت است؟

$$(g = 10\frac{N}{kg}, \sin 37^\circ = 0/6, \mu_s = 0/6 \text{ و } m = 0/7kg)$$



۱) ۱ نیوتون و رو به بالا
۲) ۱ نیوتون و رو به پایین
۳) ۴/۸ نیوتون و رو به بالا
۴) ۴/۸ نیوتون و رو به پایین

حل برای تعیین جهت و اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد بر جسم باید برآیند نیروهای وارد بر جسم را در راستای قائم برابر صفر قرار دهیم. به جسم دو نیروی $F\cos 37^\circ$ و mg در راستای قائم وارد می‌شود و برای تعیین جهت نیروی اصطکاک کافی است بدانیم که این نیرو به کمک نیروی ضعیف‌تر (از میان mg و $F\cos 37^\circ$) می‌رود تا جسم را به حالت تعادل نگاه دارد؛ پس:



$$\left.\begin{matrix} F\cos 37^\circ = 10 \times 0/8 = 8N \\ mg = 0/7 \times 10 = 7N \end{matrix}\right\} \Rightarrow mg < F\cos 37^\circ \Rightarrow f_s \text{ رو به پایین}$$

$$\oplus \downarrow \sum F_y = 0 \Rightarrow mg - F\cos 37^\circ - f_s = 0 \Rightarrow 7 - 6 - f_s = 0 \Rightarrow f_s = 1N \text{ رو به پایین}$$

دقت کنید که مقدار f_s نباید از $f_{s_{max}}$ بیشتر به‌دست آید، پس برای اطمینان $f_{s_{max}}$ را هم محاسبه می‌کنیم:

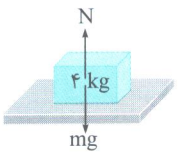
$$f_{s_{max}} = \mu_s N = \mu_s (F\sin 37^\circ) \Rightarrow f_{s_{max}} = 0/6(10 \times 0/6) = 3/6N$$

۲۵ گزینهٔ ۲

جسمی به جرم ۴kg را روی سطح افقی با $\mu_k = 0/1$ و $\mu_s = 0/3$ توسط نیروی افقی ۱۵N می‌کشیم. نیروی واکنش سطح و شتاب جسم به ترتیب از راست به چپ چند واحد SI است؟

۱) ۴۰ و صفر
۲) $4\sqrt{101}$ و ۲/۷۵
۳) $20\sqrt{10}$ و ۳/۷۵
۴) $40\sqrt{2}$ و ۲/۷۵

حل نیروی واکنش سطح برآیند نیروهای عمودی سطح و اصطکاک وارد بر جسم است؛ ابتدا نیروی عمودی سطح را حساب می‌کنیم:



$$N = mg \Rightarrow N = 4 \times 10 = 40N$$

حالا نیروی اصطکاک را باید محاسبه کنیم، در گام اوّل باید تشخیص بدهیم که جسم حرکت خواهد کرد یا خیر؛ برای این منظور باید $f_{s_{max}}$ را حساب کنیم.

$$f_{s_{max}} = \mu_s N \xrightarrow[N=40N]{\mu_s = 0/3} f_{s_{max}} = 0/3 \times 40 = 12N$$

نیروی محرک از بیشینه اصطکاک ایستایی بیشتر است، بنابراین جسم حرکت می‌کند و اصطکاک جنبشی به جسم وارد خواهد شد؛ برای محاسبهٔ اصطکاک جنبشی داریم:

$$f_k = \mu_k N \xrightarrow[N=40N]{\mu_s = 0/1} f_k = 0/1 \times 40 = 4N$$

و حالا نیروی واکنش سطح را محاسبه می‌کنیم:

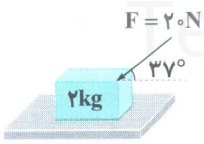
$$R = \sqrt{N^2 + f_k^2} \Rightarrow R = \sqrt{40^2 + 4^2} \Rightarrow R = 4\sqrt{101}N$$

مقدار نیروی افقی از نیروی اصطکاک آستانه حرکت ($f_{s_{max}}$) بیشتر است. بنابراین جسم حرکت می‌کند. در این حالت، اصطکاک جسم و سطح از نوع جنبشی است و برای محاسبهٔ شتاب جسم داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \xrightarrow{f_k = 4N} 15 - 4 = 4a \Rightarrow a = \frac{11}{4} = 2/75\frac{m}{s^2}$$

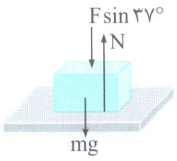
۲۶ گزینهٔ ۴

در شکل زیر جسم ساکن است؛ نیرویی که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ $(g = 10\frac{N}{kg}, \mu_s = 0/7)$



۱) ۳۲
۲) $32\sqrt{2}$
۳) $16\sqrt{2}$
۴) $16\sqrt{5}$

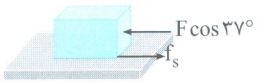
Telegram:MOHammad_Free



حل نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند برابر است با برآیند نیروی عمودی سطح (N) و نیروی اصطکاک وارد بر جسم. در ابتدا به سادگی نیروی عمودی سطح را محاسبه می‌کنیم:

$$N = mg + F\sin 37^\circ \Rightarrow N = 2\times 10 + 20\times\frac{6}{10} \Rightarrow N = 32N$$

در مورد نیروی اصطکاک هم در نظر داشته باشید که چون جسم ساکن است پس حتماً $f_{s_{max}} \geq F_{\text{محرک}}$ خواهد بود.



بنابراین محاسبهٔ $f_{s_{max}}$ اهمیتی ندارد. مقدار نیروی اصطکاک وارد شده دقیقاً برابر با نیروی محرک است. پس:

$$f_s = F\cos 37^\circ \xrightarrow[\cos 37^\circ = 0/8]{F=20N} f_s = 20\times 0/8 = 16N$$

مرحلهٔ آخر حل، برآیندگیری بین نیروهای عمودی سطح و اصطکاک است:

$$R = \sqrt{N^2 + f_s^2} \xrightarrow[f_s=16N]{N=32N} R = \sqrt{32^2 + 16^2} \Rightarrow R = 16\sqrt{5}N$$

۲۷ گزینهٔ ۲ **مطابق شکل روبه‌رو جسمی به فنر متصل شده و در حال تعادل است. اگر جرم جسم ۲۰۰g باشد، طول فنر ۲۱cm و اگر جرم جسم ۴۰۰g باشد، طول فنر ۲۵cm خواهد بود. ثابت فنر چند واحد SI است؟ $(g = 10\frac{N}{kg})$**

۱) ۱۰۰ ۲) ۵۰ ۳) ۸۰ ۴) ۱۵۰

حل در حالت دوم وزنه را نسبت به حالت اوّل ۲۰۰g سنگین‌تر کرده‌ایم و به‌ازای این مقدار، طول فنر ۴ سانتی‌متر افزایش می‌یابد؛ بنابراین:

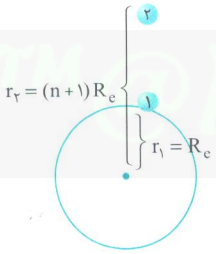
$$\Delta F_e = \Delta mg = 0/2\times 10 = 2$$

$$\Delta F_e = k\Delta x \xrightarrow{\Delta x = 4cm = 0/04} 2 = k(0/04) \Rightarrow k = 50\frac{N}{m}$$

۲۸ گزینهٔ ۱ **در نقطه‌ای که فاصله‌اش تا سطح زمین n برابر شعاع زمین است، شتاب گرانش، $\frac{1}{4}$ شتاب گرانش در روی زمین است. n کدام است؟** (تجربی خارج ۹۱)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

حل شتاب گرانش با مجذور فاصله از مرکز زمین رابطه عکس دارد، برای مقایسهٔ دو حالت داریم:



$$g = \frac{GM_e}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{R_e}{(n+1)R_e}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_2}{g_1} = \frac{1}{(n+1)^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow (n+1)^2 = 4 \Rightarrow n = 1$$

۲۹ گزینهٔ ۳ **فرض کنید سیاره‌ای باشد که شعاع آن نصف شعاع زمین و جرم آن $\frac{1}{4}$ جرم کرهٔ زمین باشد، شتاب گرانشی در سطح آن سیاره، چند برابر شتاب گرانشی در سطح کرهٔ زمین خواهد شد؟** (ریاضی داخل ۹۶)

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۱ ۴) ۲

حل برای مقایسهٔ شتاب گرانش این سیاره با زمین با استفاده از رابطهٔ شتاب گرانش خواهیم داشت:

$$g = \frac{GM_e}{r^2} \Rightarrow \frac{g_{\text{سیاره}}}{g_{\text{زمین}}} = \frac{M_{\text{سیاره}}}{M_{\text{زمین}}}\times\left(\frac{r_{\text{زمین}}}{r_{\text{سیاره}}}\right)^2 \xrightarrow[r_{\text{سیاره}} = \frac{1}{2}r_{\text{زمین}}]{M_{\text{سیاره}} = \frac{1}{4}M_{\text{زمین}}} \frac{g_{\text{سیاره}}}{g_{\text{زمین}}} = \frac{1}{4}\times\left(\frac{1}{\frac{1}{2}}\right)^2 = \frac{1}{4}\times 4 = 1$$

مرحلهٔ سوم جمع‌بندی — کاربرد قانون اوّل نیوتون

طبق قانون اوّل نیوتون اگر جسمی ساکن باشد، نیروی خالص وارد شده به آن صفر است. به عبارت دیگر نیروهای وارد شده به اجسام در حال تعادل متوازن می‌باشند. برای حل مسائل تعادل از دو روش زیر می‌توانیم استفاده کنیم:

روش اوّل: صفر شدن برآیند نیروها در دو راستای x و y

در این روش مراحل زیر را طی می‌کنیم:

۱ نیروهای وارد شده به جسم را مشخص کرده و محورهای مختصات را رسم می‌کنیم.

۲ اگر نیرویی در راستای محورهای مختصات نبود، آن را تجزیه می‌کنیم.

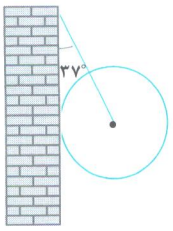
۳ از آنجایی که جسم ساکن است، برآیند نیروهای آن در راستای افق و قائم صفر است و داریم:

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0$$

@MOHammad_Free
Telegram:MOHammad_Free

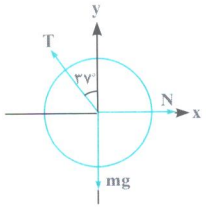
@MOHammad_Free

برای درک بهتر روش اول به مثال زیر توجه کنید:

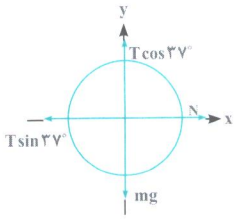


مثال **مطابق شکل مقابل کره‌ای همگن به جرم ۸kg به وسیلهٔ طنابی به جرم ناچیز به یک دیوار تکیه داده شده است. اندازهٔ نیروی عمودی سطحی که دیوار به این کره وارد می‌کند، چند نیوتون است؟** $(\sin 37^\circ = 0/6, g = 10 \frac{N}{kg})$

حل ابتدا نیروهای وارد شده به جسم را مشخص کرده و محورهای مختصات را رسم می‌کنیم:



چون نیروی T در راستای محورهای مختصات نیست باید به صورت زیر تجزیه شود:



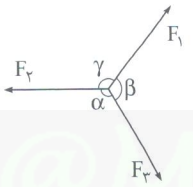
حالا برآیند نیروهای وارد شده به جسم را در دو راستای افقی و قائم برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T\cos 37^\circ = mg \Rightarrow T(0/8) = 8(10) \Rightarrow T = 100N$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N = T\sin 37^\circ \xrightarrow{T=100N} N = 100(0/6) = 60N$$

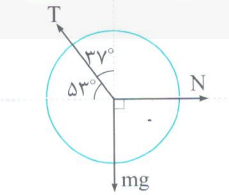
روش دوم: قضیهٔ سینوس‌ها

برای حل کردن مسائل تعادل می‌توانیم از قضیهٔ سینوس‌ها استفاده کنیم. طبق این قضیه اگر مطابق شکل مقابل سه نیرو به جسمی وارد شوند و جسم در حال تعادل باشد، نسبت هر نیرو به سینوس زاویهٔ بین دو نیروی دیگر مقدار ثابتی است. به عبارت دیگر داریم:



$$\frac{F_1}{\sin\alpha} = \frac{F_2}{\sin\beta} = \frac{F_3}{\sin\gamma}$$

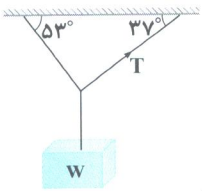
به‌عنوان مثال می‌خواهیم سؤال قبل را با این روش حل کنیم:



$$\frac{T}{\sin 90^\circ} = \frac{N}{\sin(90^\circ + 53^\circ)} = \frac{mg}{\sin(90^\circ + 37^\circ)}$$

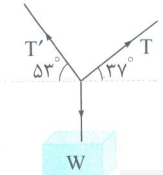
$$\xrightarrow{\sin(90^\circ+\alpha)=\cos\alpha} \frac{T}{1} = \frac{N}{\cos 53^\circ} = \frac{mg}{\cos 37^\circ} \Rightarrow T = \frac{N}{0/6} = \frac{80}{0/8} \Rightarrow \begin{cases} T = 100N \\ N = 60N \end{cases}$$

۳۰ **در شکل مقابل جرم نخ‌ها ناچیز است؛ اگر $T = 6N$ باشد، W چند نیوتون است؟** $(\cos 37^\circ = 0/8)$ *(ریاضی داخل ۸۹)*



۱) ۸
۲) ۱۰
۳) ۱۲
۴) ۱۴

حل روش اوّل: دستگاه در حال تعادل است. بنابراین نیروهای وارد بر گره را ترسیم کرده و با صفر قرار دادن برآیند نیروها در راستای افقی و قائم مقدار W را به‌دست می‌آوریم:



ابتدا در راستای افقی برآیند نیروها را محاسبه می‌کنیم:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T\cos 37^\circ = T'\cos 53^\circ \xrightarrow[\cos 53^\circ = 0/6]{T=6N,\cos 37^\circ = 0/8} 6 \times 0/8 = T' \times 0/6 \Rightarrow T' = 8N$$

حال در راستای قائم برآیند نیروها را محاسبه کرده و W را به‌دست می‌آوریم:

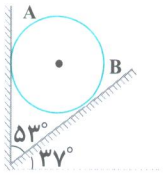
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T\sin 37^\circ + T'\sin 53^\circ = W \xrightarrow[T'=8N,\sin 53^\circ = 0/8]{T=6N,\sin 37^\circ = 0/6} 6 \times 0/6 + 8 \times 0/8 = W \Rightarrow 3/6 + 6/4 = W \Rightarrow W = 10N$$

روش دوم: از قانون sin ها استفاده می‌کنیم:

$$\frac{W}{\sin 90^\circ} = \frac{T}{\sin(90^\circ + 53^\circ)} \Rightarrow \frac{W}{1} = \frac{T}{\cos 53^\circ} \Rightarrow \frac{W}{1} = \frac{6}{0/6} \Rightarrow W = 10N$$

@MoHammad_Free

۳۱ گزینهٔ ۴ **در شکل مقابل اگر W وزن کره باشد، نسبت نیروی عمودی تکیه‌گاه B به نیروی عمودی تکیه‌گاه A چقدر است؟ (اصطکاک ناچیز و $\sin 37^\circ = 0/6$ است)**



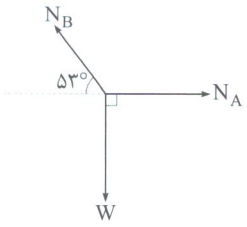
۱) $\frac{3}{5}$ ۲) $\frac{5}{4}$ ۳) $\frac{4}{5}$ ۴) $\frac{5}{3}$

حل به کره سه نیرو وارد می‌شود:

۱- نیروی وزن

۲- نیروی عمودی سطح B

۳- نیروی عمودی سطح A



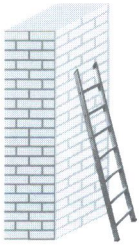
با رسم نیروهای وارد بر کره و توجه به این نکته که کره در حال تعادل است؛ با صفر قرار دادن برآیند نیروها در راستای افقی خواهیم داشت:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_B \cos 53^\circ = N_A \Rightarrow \frac{N_B}{N_A} = \frac{1}{\cos 53^\circ} \xrightarrow{\cos 53^\circ = 0/6} \frac{N_B}{N_A} = \frac{5}{3}$$

اصلاً نیازی به W هم نداشتیم.

همین سؤال را می‌توانید از قانون sin ها هم حل کنید.

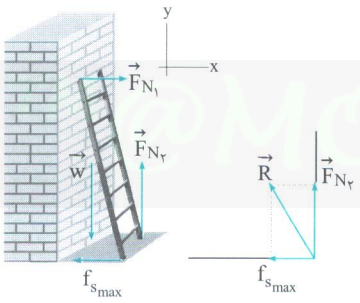
۳۲ گزینهٔ ۳ **در شکل مقابل نردبانی به جرم ۴۰kg به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده شده است؛ ضریب اصطکاک ایستایی بین زمین و پای نردبان $\mu_s = 0/5$ است. در آستانهٔ سُر خوردن نردبان، نیرویی که از طرف زمین به نردبان وارد می‌شود چند نیوتون است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$**



۱) $100\sqrt{5}$ ۲) $50\sqrt{5}$

۳) $200\sqrt{5}$ ۴) $400\sqrt{5}$

حل در ابتدا نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم؛ نردبان در حال تعادل است؛ پس نیروی خالص در راستای قائم و افقی صفر است. به شکل مقابل دقت کنید از طرف زمین به نردبان دو نیروی F_{N_2} و $f_{s_{max}}$ وارد می‌شود. بنابراین بزرگی برآیند این دو نیرو که آن را با $|\vec{R}|$ نمایش می‌دهیم به صورت زیر به‌دست می‌آید:



$$|\vec{R}| = \sqrt{F_{N_2}^2 + f_{s_{max}}^2} \xrightarrow[f_{s_{max}} = \mu_s F_{N_2} = 0/5 \times 400 = 200N]{F_{N_2} = W = mg \Rightarrow F_{N_2} = 40 \times 10 = 400N} |\vec{R}| = \sqrt{400^2 + 200^2} \Rightarrow |\vec{R}| = 200\sqrt{5}\,N$$

به نظر شما اگر در این سؤال نیرویی که دیوار قائم به نردبان وارد می‌کند خواسته شود چند نیوتون خواهد بود؟

مرحلهٔ چهارم جمع‌بندی — کاربرد قانون دوم نیوتون

کاربرد قانون دوم نیوتون را در دو حالت زیر مورد بررسی قرار می‌دهیم:

مبحث (۱): حرکت جسم در راستای افقی

۱ محورهای مختصات را رسم کرده و نیروهای وارد شده به جسم را مشخص می‌کنیم.

۲ اگر نیرویی در راستای محورهای مختصات نبود آن را تجزیه می‌کنیم.

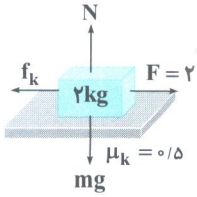
۳ نیروی عمودی سطح را به‌دست می‌آوریم.

۴ نیروی اصطکاک را به‌دست می‌آوریم.

۵ رابطهٔ $F_{net} = ma$ را در راستای حرکت برای جسم می‌نویسیم. دقت کنید که برای محاسبهٔ F_{net} نیروهایی که به حرکت کمک می‌کنند را منهای نیروهایی می‌کنیم که با حرکت مخالفت می‌کنند. *(نیروهای خوب منهای نیروهای بد)*

به مثال زیر توجه کنید:

مثال **شتاب حرکت جسم مقابل چند واحد SI است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$**



حل

$$N = mg = 20N$$

$$f_k = \mu_k N = 0/5(20) = 10N$$

$$F_{net} = \sum F_x = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 20 - 10 = 2(a) \Rightarrow a = 5 \frac{m}{s^2}$$

Telegram:MOHammad_Free

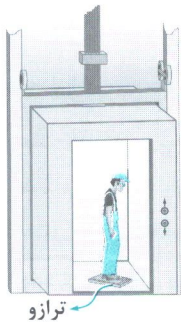
@MOHammad_Free

مبحث (۲): حرکت جسم در راستای قائم

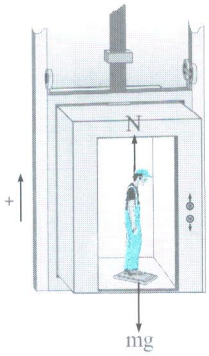
تقریباً در این حالت نیز مانند حالت قبل عمل می‌کنیم، با این تفاوت که دیگر نیروی اصطکاک وجود ندارد و برآیند نیروهای وارد شده به جسم نیز در راستای قائم برابر صفر نمی‌شود.

به مثال زیر توجه کنید:

مثال مطابق شکل مقابل شخصی به جرم ۶۰kg داخل آسانسور روی یک ترازوی فنری ایستاده است. اگر آسانسور با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ به صورت تندشونده به سمت بالا حرکت کند، ترازو چند نیوتون را نشان می‌دهد؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$



حل ابتدا نیروهای وارد شده به شخص را رسم می‌کنیم و سپس قانون دوم نیوتون را در راستای قائم برای آن می‌نویسیم: (ترازو مقدار نیروی عمودی سطح را اندازه‌گیری می‌کند.)

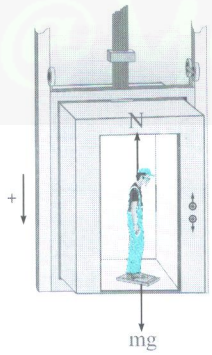


$$F_{net}=\sum F_y=ma \Rightarrow N-mg=ma$$

$$\Rightarrow N=mg+ma=۶۰۰+۱۲۰=۷۲۰N$$

مثال در سؤال قبل اگر آسانسور با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ به صورت تندشونده به سمت پایین حرکت کند ترازو چند نیوتون را نشان می‌دهد؟

حل



$$F_{net}=\sum F_y=ma \Rightarrow mg-N=ma$$

$$\Rightarrow N=mg-ma=۶۰۰-۱۲۰=۴۸۰N$$

نکته در بررسی حرکت آسانسور برای به‌دست آوردن نیرویی که کف آسانسور به جسم داخل آن وارد می‌کند (وزن ظاهری) می‌توانیم از رابطهٔ زیر استفاده کنیم:

$$N=m(g\pm a)$$

N ← نیرویی که کف آسانسور به جسم وارد می‌کند بر حسب نیوتون (N)

m ← جرم جسم بر حسب کیلوگرم (kg)

a ← شتاب حرکت آسانسور بر حسب نیوتون بر کیلوگرم $(\frac{N}{kg})$

برای مشخص کردن علامت (+) یا (-) در رابطهٔ بالا به صورت زیر عمل می‌کنیم:

اگر حرکت آسانسور به سمت بالا بود جهت (+) و اگر به سمت پایین بود جهت (-) است. اگر حرکت تندشونده بود (+) و اگر حرکت کندشونده بود (-) است. دقت کنید که در رابطهٔ بالا علامت مورد نظر از حاصل‌ضرب علامت‌های گفته شده به‌دست می‌آید.

به‌طور مثال اگر بخواهیم دو مثال گذشته را با این رابطه حل کنیم داریم:

هنگامی‌که آسانسور تندشونده بالا می‌رود: $N=m(g+a)=۶۰(۱۰+۲)=۷۲۰N \Leftarrow (+)=\text{بالا}(+)\times\text{تند}(+)$

هنگامی‌که آسانسور تندشونده پایین می‌رود: $N=m(g-a)=۶۰(۱۰-۲)=۴۸۰N \Leftarrow (-)=\text{پایین}(-)\times\text{تند}(+)$

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

۳۳ گزینهٔ ۳

چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست هستند؟

الف) جهت حرکت یک جسم همواره در جهت برآیند نیروهای وارد بر آن است.

ب) تغییرات سرعت یک جسم همواره در جهت شتاب حرکت آن است.

ج) بیشترین مقدار نیروی اصطکاک وارد شده به جسم هنگامی است که جسم در آستانهٔ حرکت قرار دارد.

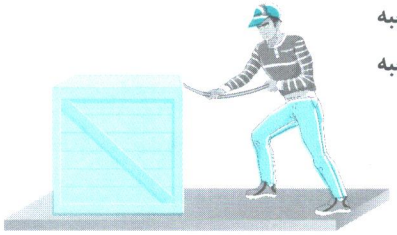
د) ضریب اصطکاک بین دو سطح، به جنس سطوح تماس بستگی دارد.

۱) ۳ ☐ ۲) ۲ ☐ ۳) ۱ ☐ ۴) صفر ☐

حل عبارت‌های (ب)، (ج) و (د) درست هستند.

علت نادرستی عبارت (الف) این است که الزاماً جهت حرکت جسم در جهت برآیند نیروهای وارد بر آن نیست. به عنوان مثال در اتومبیل در حال حرکت در هنگام ترمزگیری برآیند نیروها به سمت عقب است ولی جسم رو به جلو حرکت می‌کند تا در نهایت متوقف شود.

۳۴ گزینهٔ ۱

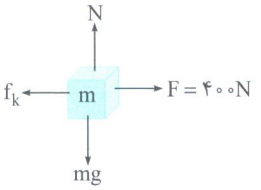


شکل مقابل شخصی را در حال کشیدن یک جعبه از حال سکون نشان می‌دهد. نیرویی که فرد به جعبه وارد می‌کند افقی و برابر با ۴۰۰N است؛ اگر وزن جعبه ۷۵ کیلوگرم و ضریب اصطکاک جنبشی بین جعبه و سطح افقی $\frac{۱}{۳}$ باشد، جعبه پس از چند ثانیه ۹ متر جابه‌جا می‌شود؟ $(g = ۱۰ \frac{N}{kg})$

۱) ۳ ☐ ۲) ۴ ☐

۳) ۵ ☐ ۴) ۶ ☐

حل در ابتدا نیروهای وارد بر جعبه را رسم می‌کنیم، سپس با نوشتن قانون دوم نیوتون برای آن شتاب حرکت جعبه را محاسبه می‌کنیم.



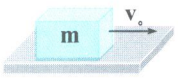
$$F_{net} = \sum F_x = ma \Rightarrow F - f_k = ma \xrightarrow{f_k = \mu_k N = \mu_k mg} F - \mu_k mg = ma$$

$$\xrightarrow[g=۱۰\frac{N}{kg}]{F=۴۰۰N,\ \mu_k=\frac{۱}{۳},\ m=۷۵kg} ۴۰۰ - \frac{۱}{۳} \times ۷۵ \times ۱۰ = ۷۵a \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$

حالا زمان لازم برای این‌که جعبه با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$، ۹ متر جابه‌جا شود را با نوشتن معادلهٔ مکان - زمان حرکت جعبه به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \xrightarrow[\Delta x = ۹m]{v_۰ = ۰,\ a = ۲\frac{m}{s^۲}} ۹ = \frac{۱}{۲}(۲)t^۲ \Rightarrow t = ۳s$$

۳۵ گزینهٔ ۲



مطابق شکل مقابل جسمی با تندی اولیهٔ $۶\frac{m}{s}$ بر روی سطح افقی پرتاب می‌شود. اگر ضریب اصطکاک جنبشی جعبه با زمین ۰/۲ باشد؛ جعبه پس از طی مسافت چند متر متوقف خواهد شد؟ $(g = ۱۰ \frac{N}{kg})$

۱) ۸ ☐ ۲) ۹ ☐ ۳) ۱۶ ☐ ۴) ۲۵ ☐

حل به جعبه فقط نیروی اصطکاک جنبشی وارد می‌شود، بنابراین در گام اوّل اندازهٔ این نیرو و شتابی که به جعبه می‌دهد را محاسبه می‌کنیم:

$$f_k = \mu_k mg \xrightarrow{\mu_k = ۰/۲,\ g = ۱۰\frac{N}{kg}} f_k = ۲m$$

قانون دوم نیوتون برای حرکت جعبه:

$$F_{net} = \sum F_x = ma \Rightarrow -f_k = ma \xrightarrow{f_k = ۲m} -۲m = ma \Rightarrow a = -۲\frac{m}{s^۲}$$

حالا با نوشتن معادلهٔ مستقل از زمان، مسافت توقف جعبه را حساب می‌کنیم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \xrightarrow[v_۰ = ۶\frac{m}{s}]{v=۰} -۶^۲ = ۲(-۲)\Delta x \Rightarrow \Delta x = ۹m$$

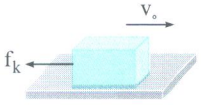
۳۶ گزینهٔ ۴

دو وزنهٔ A و B با سرعت اولیهٔ یکسان، مماس بر یک سطح افقی پرتاب می‌شوند. اگر جرم وزنهٔ A نصف جرم وزنهٔ B و ضریب اصطکاک آن ۲ برابر ضریب اصطکاک وزنهٔ B باشد، مسافتی که وزنهٔ A طی می‌کند تا بایستد، چند برابر مسافتی است که وزنهٔ B طی می‌کند تا بایستد؟ (ریاضی داخل ۹۵)

۱) ۲ ☐ ۲) ۱ ☐ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ☐ ۴) $\frac{۱}{۲}$ ☐

حل اوّل باید شتاب حرکت را برای پرتاب جسم روی سطح افقی به‌دست آوریم.

$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g \quad (۱)$$

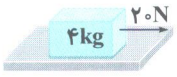


برای مقایسه جابه‌جایی توقف خواهیم داشت:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \xrightarrow{v=۰} \Delta x_{\text{توقف}} = \left|\frac{v_۰^۲}{۲a}\right| \xrightarrow[(۱)]{v_{۰A} = v_{۰B}} \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{a_B}{a_A} = \frac{\mu_{k_B}}{\mu_{k_A}} = \frac{۱}{۲}$$

@MOHammad Free

۳۷ گزینهٔ ۳



در شکل مقابل، جسم از حال سکون، در مسیر افقی و در لحظهٔ $t = ۰$ تحت نیروی ثابت به حرکت درمی‌آید و بعد از ۳ ثانیه نخ بسته شده به جسم پاره می‌شود. کل مسافتی که جسم از شروع حرکت تا لحظهٔ ایستادن طی می‌کند، چند متر است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$ *(ریاضی خارج ۸۷)*

۱) ۹ ☐ ۲) ۱۲ ☐ ۳) ۱۵ ☐ ۴) ۱۸ ☐

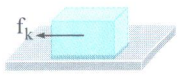
حل حرکت جسم را باید در دو مرحله بررسی کنیم.

مرحلهٔ اوّل: تا قبل از پاره‌شدن نخ:

$$F - f_k = ma_۱ \Rightarrow F - \mu_k mg = ma_۱ \Rightarrow ۲۰ - ۰/۳ \times ۴ \times ۱۰ = ۴a_۱ \Rightarrow a_۱ = ۲\frac{m}{s^۲}$$

$$\Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}a_۱t_۱^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۳^۲ = ۹m \quad (۱) \qquad v_۱ = a_۱t + v_۰ = ۲ \times ۳ = ۶\frac{m}{s}$$

مرحله دوم: بعد از پاره شدن نخ: جسم با سرعت اولیه $۶\frac{m}{s}$ روی سطح افقی پرتاب می‌شود و برای تعیین جابه‌جایی مرحله دوم شتاب حرکت را تعیین می‌کنیم و از رابطه مستقل از زمان جابه‌جایی به‌دست می آید.

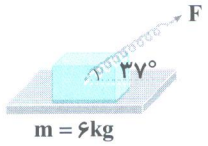


$$-f_k = ma_۲ \Rightarrow -\mu_k mg = ma_۲ \Rightarrow a_۲ = -۳\frac{m}{s^۲}$$

$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a_۲\Delta x_۲ \Rightarrow ۰ - ۶^۲ = ۲(-۳)\Delta x_۲ \Rightarrow \Delta x_۲ = ۶m \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow \Delta x = \Delta x_۱ + \Delta x_۲ = ۹ + ۶ = ۱۵m$$

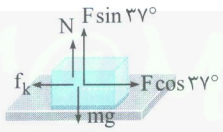
۳۸ گزینهٔ ۲



در شکل مقابل، با استفاده از یک فنر با ثابت $۴۰\frac{N}{m}$ جسم ۶ کیلوگرمی را روی سطح افقی با سرعت ثابت به حرکت درمی‌آوریم؛ اگر ضریب اصطکاک جنبشی سطح $\frac{۱}{۳}$ باشد؛ طول فنر چند سانتی‌متر افزایش خواهد یافت؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۲۵ ☐ ۲) ۵۰ ☐ ۳) ۱۲/۵ ☐ ۴) ۳۷/۵ ☐

حل در ابتدا نیروی F را به دو بردار عمودی و افقی تجزیه می‌کنیم؛ سپس با نوشتن قانون دوم نیوتون برای حرکت آن روی سطح و صفر قرار دادن شتاب، مقدار F را محاسبه می‌کنیم:



$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow N + F\sin ۳۷° = mg \Rightarrow N = mg - F\sin ۳۷°$$

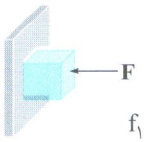
$$\sum F_x = ma \Rightarrow F\cos ۳۷° - f_k = ma \xrightarrow{f_k = \mu_k N} F\cos ۳۷° - \mu_k N = ma$$

$$\xrightarrow{N = mg - F\sin ۳۷°} F\cos ۳۷° - \mu_k[mg - F\sin ۳۷°] = ma \xrightarrow[\mu_k = \frac{۱}{۳}, \sin ۳۷° = ۰/۶, a = ۰]{\cos ۳۷° = ۰/۸, m = ۶kg, g = ۱۰\frac{N}{kg}} ۰/۸F - \frac{۱}{۳}[۶۰ - ۰/۶F] = ۰ \Rightarrow ۰/۸F - ۲۰ + ۰/۲F = ۰ \Rightarrow F = ۲۰N$$

نیروی کشش فنر را به‌دست آوردیم حالا به سادگی محاسبه می‌کنیم که این نیرو چقدر طول فنر را افزایش می‌دهد.

$$F_e = k\Delta x \Rightarrow ۲۰ = ۴۰\Delta x \Rightarrow \Delta x = ۰/۵\,m = ۵۰\,cm$$

۳۹ گزینهٔ ۳



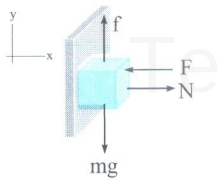
در شکل مقابل، جسم با نیروی افقی $F_۱$ در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد و با نیروی افقی $F_۲$ با سرعت ثابت به طرف پایین می‌لغزد. اگر نیروی اصطکاک در این دو حالت به ترتیب $f_۱$ و $f_۲$ باشد، کدام مورد درست است؟ $(\mu_s > \mu_k)$ *(ریاضی داخل ۹۵)*

۱) $f_۱ > f_۲, F_۱ > F_۲$ ☐ ۲) $f_۱ > f_۲, F_۱ = F_۲$ ☐ ۳) $f_۱ = f_۲, F_۱ < F_۲$ ☐ ۴) $f_۱ = f_۲, F_۱ = F_۲$ ☐

حل اوّل تکلیف نیروی اصطکاک را در دو حالت مشخص می‌کنیم. به دلیل صفر بودن برآیند نیروها چه در حالت تعادل و چه حرکت با سرعت ثابت باید نیروی اصطکاک نیروی وزن را خنثی کند و مقدارش در دو حالت با هم برابر است.

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow f = mg \Rightarrow f_۱ = f_۲$$

اما برای مقایسهٔ F در دو حالت توجه کنید که در حالت اول به دلیل این‌که جسم در آستانهٔ حرکت است، بنابراین $f_۱$ بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی و در حالت دوم به دلیل این‌که با سرعت ثابت در حال حرکت است، بنابراین $f_۲$ نیروی اصطکاک جنبشی می‌شود.



$$f_۱ = f_۲ \Rightarrow f_{s_{max}} = f_k \Rightarrow \mu_s N_۱ = \mu_k N_۲$$

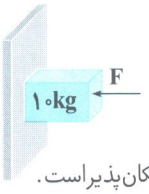
$$\xrightarrow{\sum F_x = ۰ \Rightarrow N = F} \mu_s F_۱ = \mu_k F_۲ \Rightarrow \frac{F_۲}{F_۱} = \frac{\mu_s}{\mu_k} \xrightarrow{\mu_s > \mu_k} F_۲ > F_۱$$

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad Free

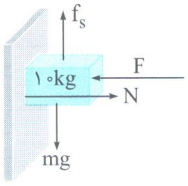
۴۰ گزینهٔ ۲

در شکل مقابل با نیروی افقی F جسم ۱۰kg را به دیوار فشرده‌ایم، اگر جسم در این وضعیت ساکن بماند با افزایش نیروی F تا دو برابر، نیروی واکنش سطح چگونه تغییر می‌کند؟



۱) دو برابر می‌شود.
۲) افزایش می‌یابد ولی به دو برابر نمی‌رسد.
۳) بیش از دو برابر افزایش می‌یابد.
۴) بسته به ضریب اصطکاک ایستایی سطح، هر سه گزینه امکان‌پذیر است.

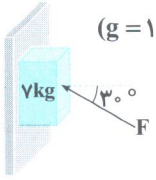
حل نیروی واکنش سطح برآیند نیروهای عمودی سطح و اصطکاک ایستایی وارد بر جسم است؛ با دو برابر شدن نیروی F نیروی عمودی سطح هم دو برابر می‌شود ولی با توجه به این‌که نیروی محرک برای حرکت جسم در راستای قائم (همان نیروی وزن جسم) ثابت مانده است نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم ثابت باقی می‌ماند.



در نهایت با توجه به این‌که یکی از مؤلفه‌های نیروی واکنش سطح ثابت مانده (اصطکاک ایستایی) و دیگری دو برابر شده است (نیروی عمودی سطح) نیروی واکنش سطح افزایش می‌یابد ولی به دو برابر نخواهد رسید.

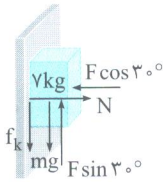
۴۱ گزینهٔ ۴

در شکل مقابل اگر جسم ۷ کیلوگرمی با سرعت ثابت $1\frac{m}{s}$ در حال حرکت رو به بالا باشد مقدار نیروی F چند نیوتون است؟ $(g = 10\frac{N}{kg})$



۱) ۱۰۰
۲) ۱۵۰
۳) ۱۸۰
۴) ۲۰۰

حل وقتی جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، یعنی شتاب حرکت آن و در نتیجه برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است، پس با صفر قرار دادن برآیند نیروهای وارد بر جسم در راستای قائم داریم:

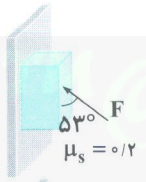


$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F\sin 30° = mg + f_k \xrightarrow{f_k=\mu_k N,\ N=F\cos 30°} F\sin 30° = mg + \mu_k F\cos 30°$$

$$\xrightarrow[\mu_k=\frac{\sqrt{3}}{10},\cos 30°=\frac{\sqrt{3}}{2}]{\sin 30°=\frac{1}{2},\ m=7kg,\ g=10\frac{N}{kg}} F\times\frac{1}{2} = 70 + \frac{\sqrt{3}}{10}\times F\times\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{F}{2} = 70 + \frac{3}{20}F \Rightarrow 0/35F = 70 \Rightarrow F = 200N$$

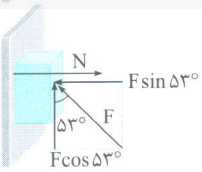
۴۲ گزینهٔ ۲

در شکل روبه‌رو، به جسمی به وزن ۲۰N که به دیوار قائم تکیه دارد، نیروی F وارد می‌شود، بیشترین مقدار F در حالتی که جسم به حال سکون بماند، چند نیوتون است؟ $(\cos 53° = 0/6)$ (ریاضی خارج ۹۴)



۱) $\frac{500}{19}$
۲) $\frac{500}{11}$
۳) $\frac{200}{19}$
۴) $\frac{200}{11}$

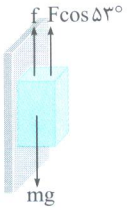
حل باید وضعیت جسم را در دو حالت در نظر بگیریم. یک بار در آستانه حرکت رو به بالا و بار دیگر رو به پایین. حال تکلیف نیروی عمود بر سطح و بیشینهٔ اصطکاک ایستایی را مشخص می‌کنیم.



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N = F\sin 53° = 0/8F$$

$$f_{s_{max}} = \mu_s.N = 0/2\times 0/8F = 0/16F$$

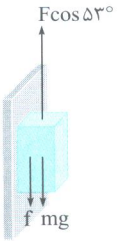
حالت اوّل جسم را در آستانه حرکت رو به پایین در نظر می‌گیریم که جهت اصطکاک رو به بالا می‌شود.



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F\cos 53° + f = mg \Rightarrow 0/6F + 0/16F = 20$$

$$\Rightarrow 0/76F = 20 \Rightarrow F = \frac{2000}{76} = \frac{500}{19} \quad (1)$$

حالت دوم جسم را در آستانهٔ حرکت رو به بالا در نظر می‌گیریم که جهت اصطکاک رو به پایین می‌شود.



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F\cos 53° = mg + f \Rightarrow 0/6F = 20 + 0/16F$$

$$\Rightarrow 0/44F = 20 \Rightarrow F = \frac{2000}{44} = \frac{500}{11} \quad (2)$$

که از این دو عدد، مقدار $\frac{500}{11}$ بزرگتر است.

دقت کنید که از همان ابتدا می‌توانستیم بگوییم که وقتی بیشترین مقدار F از ما خواسته شده است، جسم در آستانهٔ حرکت به سمت بالا قرار می‌گیرد.

Telegram:MOHammad_Free

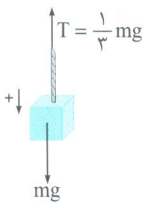
۴۳ گزینهٔ ۳

اگر در شکل مقابل اندازهٔ نیروی کشش نخ $\frac{1}{3}$ وزن جسم باشد، شتاب حرکت جسم چند برابر شتاب گرانش است؟ (تجربی خارج ۸۹)

۱) $\frac{1}{2}$
۲) $\frac{1}{3}$
۳) $\frac{2}{3}$
۴) $\frac{3}{2}$

@MOHammad_Free

حل نیروی وزن از کشش نخ بزرگ‌تر است و جهت شتاب رو به پایین می‌شود.



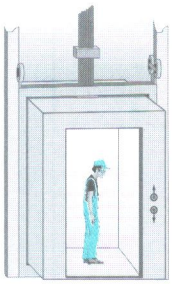
$$\sum F_y = ma \Rightarrow mg - T = ma \Rightarrow mg - \frac{1}{3}mg = ma$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}mg = ma \Rightarrow a = \frac{2}{3}g$$

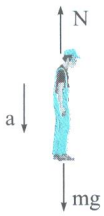
۴۴ گزینهٔ ۴

شخصی به جرم ۸۰kg درون آسانسوری قرار دارد. در لحظه‌ای که آسانسور با شتاب ثابت $2\frac{m}{s^2}$ به‌صورت تندشونده رو به پایین حرکت می‌کند، نیرویی که از طرف شخص به آسانسور وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ $(g = 10\frac{m}{s^2})$ (ریاضی داخل ۹۳)

۱) ۹۶۰ ☐ ۲) ۸۰۰ ☐ ۳) ۱۶۰ ☐ ۴) ۶۴۰ ☐



حل حرکت تندشونده رو به پایین بوده، بنابراین جهت شتاب به طرف پایین است. این یعنی برآیند نیروهای وارد بر شخص به سمت پایین بوده و نیروی وزن زورش از نیروی عمود بر سطح بیشتر بوده است.



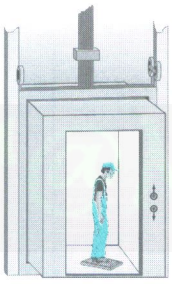
$$\sum F_y = ma \Rightarrow mg - N = ma$$

$$\Rightarrow 800 - N = 80 \times 2 \Rightarrow N = 640N$$

۴۵ گزینهٔ ۱

شخصی به وزن ۶۰۰N درون آسانسوری، روی یک ترازوی فنری ایستاده است و ترازو عدد ۴۸۰N را نشان می‌دهد. شتاب آسانسور چند متر بر مجذور ثانیه و به کدام جهت است؟ $(g = 10\frac{m}{s^2})$ (ریاضی خارج ۸۶)

۱) ۲، پایین ☐ ۲) ۲، بالا ☐ ۳) $\frac{1}{2}$، پایین ☐ ۴) $\frac{1}{2}$، بالا ☐



حل چون عدد ترازو (وزن ظاهری) از وزن واقعی کم‌تر بوده، بنابراین شتاب حرکت به طرف پایین است.

با به کار بردن قانون دوم نیوتون برای شخص خواهیم داشت:

$$\sum F_y = ma \Rightarrow mg - N = ma$$

$$600 - 480 = 60a \Rightarrow a = 2\frac{m}{s^2}$$

۴۶ گزینهٔ ۲

وزنه‌ای توسط یک نیروسنج از سقف یک آسانسور آویزان است. در حالت اوّل آسانسور با شتاب $2\frac{m}{s^2}$ به‌صورت تندشونده روبه بالا می‌رود و نیروسنج F_1 را نشان می‌دهد. در حالت دوم آسانسور با شتاب $2\frac{m}{s^2}$ به‌صورت تندشونده روبه پایین می‌رود و نیروسنج نیروی F_2 را نشان می‌دهد. نسبت $\frac{F_2}{F_1}$ چقدر است؟ $(g = 10\frac{N}{kg})$ (تجربی خارج ۹۶)

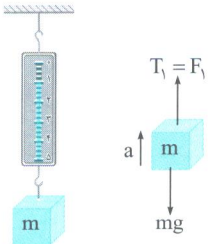
۱) $\frac{5}{4}$ ☐ ۲) $\frac{2}{3}$ ☐ ۳) ۲ ☐ ۴) ۴ ☐

حل روش اوّل: نیروسنج کشش نخ متصل به جسم را نشان می‌دهد.

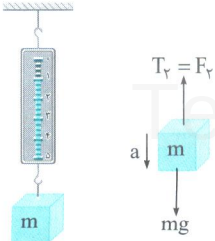
در هر دو حالت نوع حرکت تندشونده است، پس جهت شتاب و سرعت در هر دو حالت با هم یکی است.

یعنی در حالت اوّل شتاب حرکت رو به بالا و در حالت دوم رو به پایین می‌شود.

با به‌کار بردن قانون دوم نیوتون در دو حالت، کشش نخ را محاسبه می‌کنیم:



$$\sum F_y = ma \Rightarrow T_1 - mg = ma \Rightarrow T_1 - 10m = 2m \Rightarrow T_1 = 12m \quad (1)$$



$$\sum F_y = ma \Rightarrow mg - T_2 = ma \Rightarrow 10m - T_2 = 2m \Rightarrow T_2 = 8m \quad (2)$$

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

برای تعیین نسبت دو حالت خواهیم داشت:

$$\frac{F_2}{F_1}=\frac{T_2}{T_1}=\frac{8m}{12m}=\frac{2}{3} \Rightarrow (2)\text{ و }(1)$$

روش دوم:

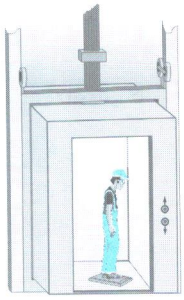
حالت اول: تندشونده (+) × بالا (+) = + $F_1 = m(g+a) = 12m$

حالت دوم: تندشونده (+) × پایین (−) = + $F_2 = m(g-a) = 8m$

از اینجا به بعد هم مانند روش اول عمل می‌کنیم.

۴۷ گزینهٔ ۳

شخصی درون یک آسانسور روی یک ترازو ایستاده است؛ اگر جرم شخص ۶۰ کیلوگرم باشد؛ عددی که ترازو در هنگام حرکت کندشونده آسانسور با شتاب $2\frac{m}{s^2}$ رو به پایین و همچنین عددی که ترازو پس از پارگی کابل آسانسور و سقوط آزاد آن نشان می‌دهند به ترتیب از راست به چپ چند نیوتون خواهد بود؟ $(g=10\frac{N}{kg})$



۱) ۷۲۰ و ۶۰۰

۲) ۴۸۰ و ۶۰۰

۳) ۷۲۰ و صفر

۴) ۴۸۰ و صفر

حل هنگامی‌که آسانسور با شتاب a، کندشونده به پایین (یا تندشونده به بالا) حرکت کند عددی که ترازو نشان می‌دهد از رابطهٔ $N=m(g+a)$ قابل محاسبه است پس خواهیم داشت:

$$N=m(g+a) \xrightarrow[g=10\frac{N}{kg},a=2\frac{m}{s^2}]{m=60kg} N=60(10+2) \Rightarrow N=720N$$

از طرفی هنگامی‌که آسانسور سقوط آزاد کند، یعنی شتاب آن (g) رو به پایین است، پس نیروی عمودی سطح (نیرویی که ترازو به شخص وارد می‌کند) صفر خواهد بود و ترازو عدد صفر را نشان می‌دهد.

۴۸ گزینهٔ ۴

شخصی در طبقهٔ سوم ساختمان، سوار آسانسور می‌شود و به طبقهٔ دهم می‌رود. جرم شخص 70kg است و یک کوله‌پشتی به جرم 5kg بر دوش دارد. آسانسور بین طبقات پنجم تا هفتم مسافت 6m را در مدت ۲ ثانیه با سرعت ثابت طی می‌کند. در این ۲ ثانیه کار نیرویی که آسانسور به شخص وارد می‌کند، چند ژول است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

(تجربی داخل ۹۶)

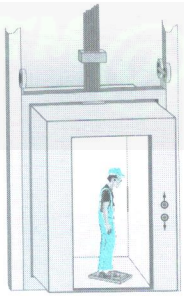
۱) صفر

۲) ۳۹۰۰

۳) ۴۲۰۰

۴) ۴۵۰۰

حل چون شخص همراه آسانسور با سرعت ثابت حرکت می‌کند، پس نیرویی که آسانسور به شخص وارد می‌کند هم‌اندازه با مجموع نیروی وزن شخص و کوله‌پشتی است.



حرکت با سرعت ثابت $\begin{cases}\sum F_y=0\\ m=m_{\text{شخص}}+m_{\text{کوله‌پشتی}}\end{cases} \xrightarrow{N=mg} N=(m_{\text{شخص}}+m_{\text{کوله‌پشتی}})g=(70+5)\times 10=750N$

برای محاسبه کار خواهیم داشت:

$$W_N = Nd\cos\alpha \Rightarrow W_N = 750\times 6\times \cos 0^\circ = 4500J$$

مرحلهٔ پنجم جمع‌بندی — تکانه

مبحث (۱): رابطهٔ اصلی تکانه

به حاصل‌ضرب جرم در سرعت یک متحرک تکانه گویند. تکانه را با $\vec{P}$ نشان می‌دهند. تکانه کمیتی برداری است و یکای آن در SI، $\frac{kg.m}{s}$ می‌باشد. تکانهٔ یک جسم به صورت مقابل به‌دست می‌آید:

$$\vec{P}=m\vec{v}$$

$\vec{P}$ ← تکانه بر حسب کیلوگرم متر بر ثانیه $(\frac{kg.m}{s})$

m ← جرم بر حسب کیلوگرم (kg)

$\vec{v}$ ← سرعت بر حسب متر بر ثانیه $(\frac{m}{s})$

مبحث (۲): رابطهٔ تکانه و نیرو

اگر نیروی خالص متوسط وارد شده به جسمی در مدت زمان Δt برابر $\vec{F}_{av}$ باشد، رابطهٔ زیر برقرار است:

$$\vec{F}_{av}=m\vec{a}_{av}=m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}_{av}=\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}$$

$\vec{F}_{av}$ ← نیروی خالص متوسط وارد شده به جسم بر حسب نیوتون (N)

$\Delta\vec{P}$ ← تغییرات تکانه برحسب کیلوگرم متر بر ثانیه $(\frac{kg.m}{s})$

Δt ← زمان اعمال شدن نیرو بر حسب ثانیه (s)

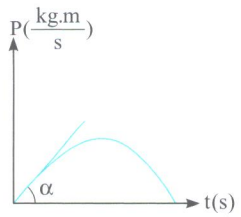
نکته در رابطهٔ فوق برای به‌دست آوردن $\Delta\vec{P}$ می‌توانیم از رابطهٔ $\Delta\vec{P}=m\Delta\vec{v}$ استفاده کنیم. فقط دقت کنید که $\Delta\vec{v}$ باید به صورت برداری محاسبه شود.

Telegram:MOHammad_Free

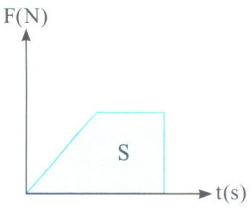
@MOHammad_Free

مبحث (۳): نمودارهای تکانه - زمان و نیرو - زمان

شیب خط مماس بر نمودار تکانه - زمان در هر لحظه برابر نیروی وارد شده به جسم در آن لحظه و مساحت زیر نمودار نیرو - زمان برابر اندازهٔ تغییرات تکانهٔ جسم است. به عبارت دیگر داریم:



شیب نمودار $= \tan\alpha = F$



مساحت زیر نمودار $= S = |\Delta\vec{p}|$

مبحث (۴): رابطهٔ تکانه و انرژی جنبشی

بین تکانه و انرژی جنبشی یک جسم روابط زیر برقرار است:

$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\frac{(mv)^2}{m} = \frac{1}{2}\frac{P^2}{m} \Rightarrow \boxed{K = \frac{1}{2}\frac{P^2}{m}}$

$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(mv)v = \frac{1}{2}Pv \Rightarrow \boxed{K = \frac{1}{2}Pv}$

K ← انرژی جنبشی بر حسب ژول (J)

P ← تکانه بر حسب کیلوگرم متر بر ثانیه $(\frac{kg.m}{s})$

m ← جرم جسم بر حسب کیلوگرم (kg)

v ← سرعت جسم بر حسب متر بر ثانیه $(\frac{m}{s})$

۴۹ **معادلهٔ بردار تکانهٔ یک جسم ۴۰۰ گرمی در SI به صورت $\vec{P} = 6t\vec{i} + 4t^2\vec{j}$ است. در لحظهٔ $t = 2s$ اندازهٔ سرعت جسم چند متر بر ثانیه است؟**

گزینهٔ ۲

۱) ۴۰ ☐ ۲) ۵۰ ☐ ۳) ۶۰ ☐ ۴) ۷۰ ☐ (ریاضی داخل ۸۶)

حل اوّل بردار تکانه و اندازه‌اش را در لحظه $t = 2s$ به‌دست می‌آوریم.

$$\vec{P} = 6t\vec{i} + 4t^2\vec{j} \xrightarrow{t=2s} \vec{P} = 12\vec{i} + 16\vec{j} \Rightarrow |\vec{P}| = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20\frac{kg.m}{s}$$

حالا به‌راحتی با معلوم بودن جرم مقدار سرعت به‌دست می‌آید.

$$|P| = m|v| \Rightarrow 20 = \frac{400}{1000}|v| \Rightarrow |v| = 50\frac{m}{s}$$

۵۰ **جسمی به جرم ۵۰ گرم از ارتفاع ۶۰ متری رها می‌شود و در لحظه‌ای، سرعت آن به $14\frac{m}{s}$ می‌رسد و یک ثانیه پس از آن، سرعت جسم به $23\frac{m}{s}$ می‌رسد. تغییر تکانهٔ جسم در این یک ثانیه، چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟**

گزینهٔ ۱

(تجربی داخل ۹۳)

۱) $\frac{9}{20}$ ☐ ۲) $\frac{9}{10}$ ☐ ۳) $\frac{23}{20}$ ☐ ۴) $\frac{23}{10}$ ☐

حل

$$\vec{P} = m\vec{v} \Rightarrow \Delta\vec{P} = m\Delta\vec{v} = \frac{50}{1000}(23-14) \Rightarrow \Delta\vec{P} = \frac{9}{20}\frac{kg.m}{s}$$

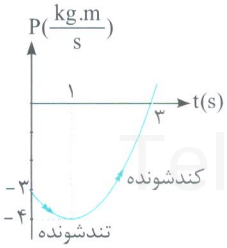
۵۱ **معادلهٔ تکانه - زمان ذره‌ای که بر محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $P = t^2 - 2t - 3$ است، نوع حرکت از لحظهٔ $t = 0$ تا $t = 3s$ کدام است؟**

گزینهٔ ۴

۱) همواره کندشونده ☐ ۲) همواره تندشونده ☐

۳) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده ☐ ۴) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده ☐ (ریاضی خارج ۸۷)

حل اگر اندازه تکانه در حال افزایش باشد، سرعت هم در حال افزایش است و نوع حرکت تندشونده است و اگر اندازه تکانه در حال کاهش باشد، سرعت هم در حال کاهش است و نوع حرکت کندشونده است. پس مثل فصل حرکت، اوّل نمودار تکانه-زمان را رسم می‌کنیم.



$$P = t^2 - 2t - 3 \xrightarrow{\text{رأس}} s\begin{cases}\frac{-b}{2a} = -\frac{-2}{2\times1} = 1\\ P(\frac{-b}{2a}) = 1 - 2 - 3 = -4\end{cases}$$

$$P = t^2 - 2t - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases}t = -1\,s\\ t = 3\,s\end{cases}$$

پس در بازهٔ زمانی ۰ تا ۱s نوع حرکت تندشونده و پس از آن کندشونده است.

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

۵۲ معادلهٔ بردار تکانهٔ متحرکی در SI به صورت $\vec{P} = ۵\vec{i} + (-۳t+۶)\vec{j}$ است. حرکت این متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۱s$ تا $t_۲ = ۵s$ چگونه است؟ (ریاضی خارج ۹۵)

گزینهٔ ۳

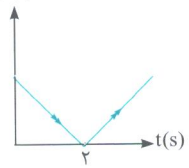
۱) ابتدا تندشونده، سپس کندشونده ۲) پیوسته تندشونده

۳) ابتدا کندشونده، سپس تندشونده ۴) پیوسته کندشونده

حل اگر اندازهٔ بردار تکانه در حال افزایش باشد، سرعت هم زیاد می‌شود و حرکت تندشونده است و اگر اندازهٔ بردار تکانه در حال کاهش باشد، سرعت هم کم می‌شود و حرکت کندشونده است. مؤلفهٔ افقی بردار تکانه، عددی ثابت است، پس باید مؤلفه y را بررسی کنیم.

$$P_y = -۳t+۶ \Rightarrow |P_y| = |-۳t+۶|$$

برای فهم بهتر نمودار $|P_y|$ را رسم می‌کنیم.



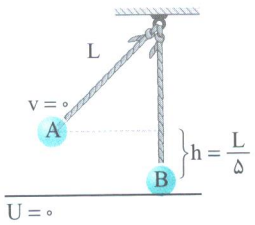
پس اندازهٔ تکانه تا لحظهٔ $t = ۲s$ در حال کاهش بوده و نوع حرکت کندشونده است و بعد از آن در حال افزایش بوده و نوع حرکت تندشونده است.

۵۳ گلولهٔ آونگی به جرم M از ریسمانی به طول L، آویزان است. گلوله روی مسیر دایره‌ای به یک طرف کشیده می‌شود تا به ارتفاع $\frac{L}{۵}$ بالاتر از وضعیت تعادل برسد. اگر گلوله از آن حالت رها شود، تکانه‌اش در هنگام عبور از پایین‌ترین نقطهٔ مسیر چقدر است؟ (ریاضی داخل ۹۰)

گزینهٔ ۳

۱) $\frac{۸}{۵}M.Lg$ ۲) $\frac{۲}{۵}M.Lg$ ۳) $\sqrt{\frac{۲}{۵}M^۲.Lg}$ ۴) $\sqrt{\frac{۸}{۵}M^۲.Lg}$

حل اوّل از قانون پایستگی انرژی مکانیکی سرعت گلوله را در پایین‌ترین نقطه محاسبه می‌کنیم:



$$mgh + ۰ = ۰ + \frac{۱}{۲}mv_B^۲ \Rightarrow v_B = \sqrt{۲gh} = \sqrt{۲g\frac{L}{۵}}$$

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B$$

برای محاسبه تکانه کافیست جرم را در سرعت ضرب کنیم.

حواستان باشد در گزینه‌ها M را زیر رادیکال ببرید.

$$P = Mv = M\sqrt{\frac{۲}{۵}gL} = \sqrt{\frac{۲}{۵}M^۲gL}$$

۵۴ معادلهٔ تکانهٔ جسمی به جرم ۰/۵ کیلوگرم در SI به‌صورت $P = t^۲ - ۱۰t + ۲۰$ است. نیروی متوسط وارد بر جسم در بازهٔ $t_۱ = ۵s$ تا $t_۲ = ۷s$ چند نیوتون است؟ (تجربی خارج ۹۳)

گزینهٔ ۲

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

حل کافیست قانون دوم نیوتون را بر حسب تکانه بنویسیم.

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{P(۷) - P(۵)}{۷ - ۵} = \frac{-۱ - (-۵)}{۲} = ۲N \quad , \quad P = t^۲ - ۱۰t + ۲۰ \Rightarrow \begin{cases} t = ۵s \Rightarrow P(۵) = -۵ \\ t = ۷s \Rightarrow P(۷) = -۱ \end{cases}$$

۵۵ جسمی به جرم ۲kg روی سطح افقی بدون اصطکاکی با سرعت $۵\frac{m}{s}$ در حال حرکت است. اگر نیروی افقی $F = ۳N$ در جهت حرکت جسم به مدت ۴ ثانیه بر جسم وارد شود، در پایان این مدت، تکانهٔ جسم چند $\frac{kg.m}{s}$ می‌شود؟ (تجربی داخل ۹۰)

گزینهٔ ۳

۱) ۱۲ ۲) ۱۸ ۳) ۲۲ ۴) ۳۸

حل رابطهٔ تکانه و نیرو را به‌صورت زیر می‌نویسیم. چون نیروی F در جهت حرکت وارد می‌شود آن را با علامت مثبت وارد می‌کنیم.

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} \Rightarrow +۳ = \frac{\Delta\vec{P}}{۴} \Rightarrow \Delta\vec{P} = +۱۲ \Rightarrow \vec{P}_۲ - \vec{P}_۱ = +۱۲ \quad , \quad P_۲ - mv_۱ = +۱۲ \Rightarrow P_۲ - ۲\times۵ = +۱۲ \Rightarrow P_۲ = ۲۲\frac{kg.m}{s}$$

به نظر شما اگر نیروی F خلاف جهت حرکت باشد، جواب مسأله چه می‌شود؟

۵۶ در یک تصادف اتومبیل، سرعت اتومبیل از $۵۴\frac{km}{h}$ به صفر می‌رسد و زمان این حرکت کندشونده ۰/۳s است. در این تصادف، برای این‌که مسافری به جرم ۶۰kg از پشتی صندلی جدا نشود (به جلو پرت نشود) بزرگی نیروی متوسطی که کمربند ایمنی باید بر او وارد کند، تقریباً چند نیوتون است؟ (تجربی خارج ۹۰)

گزینهٔ ۲

۱) ۳۶۰۰ ۲) ۳۰۰۰ ۳) ۶۰۰۰ ۴) ۶۳۰۰۰

حل یک سؤال ساده از کاربرد قانون دوم نیوتون در تصادف، اوّل شتاب حرکت را محاسبه می‌کنیم:

$$v_۰ = ۵۴\frac{km}{h} = \frac{۵۴}{۳/۶} = ۱۵\frac{m}{s} \quad , \quad |a| = \frac{|\Delta v|}{\Delta t} = \frac{۱۵}{۰/۳} = ۵۰\frac{m}{s^۲}$$

برای تعیین نیرو از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم:

$$|F_{av}| = ma_{av} = ۶۰\times۵۰ = ۳۰۰۰N$$

به نظر شما چطور می‌توان این سؤال را به کمک رابطهٔ تکانه حل کرد.

Telegram:MOHammad_Free

۵۷ گزینهٔ ۱

سرعت گلوله‌ای به جرم ۰/۲kg تحت اثر نیروی ثابتی، از $\vec{v}_1 = 10\vec{i} - 8\vec{j}$ به $\vec{v}_2 = 6\vec{i} - 5\vec{j}$ می‌رسد (در SI). اگر زمان تأثیر نیرو برابر با ۰/۱ ثانیه باشد، بزرگی نیرو چند نیوتون است؟ (ریاضی داخل ۹۲)

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

حل روش اوّل: اوّل بردار شتاب حرکت و اندازهٔ آن را محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{(6\vec{i} - 5\vec{j}) - (10\vec{i} - 8\vec{j})}{0/1}$$

$$\Rightarrow \vec{a}_{av} = \frac{-4\vec{i} + 3\vec{j}}{0/1} = -40\vec{i} + 30\vec{j} \Rightarrow |\vec{a}_{av}| = \sqrt{(-40)^2 + (30)^2} = 50\frac{m}{s^2}$$

حالا با استفاده از قانون دوم نیوتون بزرگی نیرو را محاسبه می‌کنیم:

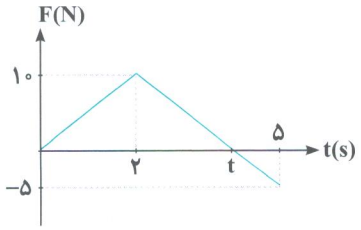
$$|F_{av}| = m|a_{av}| = 0/2 \times 50 = 10N$$

روش دوم: می‌توان مسئله را از رابطهٔ تکانه و نیرو هم حل کرد.

$$|\vec{F}_{av}| = \frac{|\Delta\vec{P}|}{\Delta t} = \frac{m|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} = (0/2)\frac{|(6\vec{i} - 5\vec{j}) - (10\vec{i} - 8\vec{j})|}{(0/1)} = \frac{0/2}{0/1} \times |(-4\vec{i} + 3\vec{j})| = 2 \times \sqrt{(-4)^2 + (3)^2} = 2 \times 5 = 10N$$

۵۸ گزینهٔ ۴

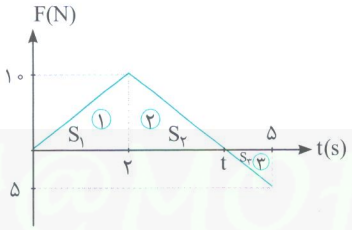
در شکل روبه‌رو نمودار نیرو - زمان یک متحرک به جرم ۲/۵kg رسم شده است. در بازهٔ زمانی ۰ تا ۵ ثانیه تغییرات سرعت جسم چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۱۰ ۴) ۷

حل سطح زیر نمودار نیرو - زمان بیانگر تغییر تکانه است؛ در ابتدا باید لحظهٔ t را بیابیم.

با تشابه مثلث‌های ۲ و ۳ خواهیم داشت:



تشابه مثلث‌های ۲ و ۳: $\frac{10}{5} = \frac{t-2}{5-t} \Rightarrow t = 4s$

حالا تغییر تکانه را از ۰ تا ۵s حساب می‌کنیم:

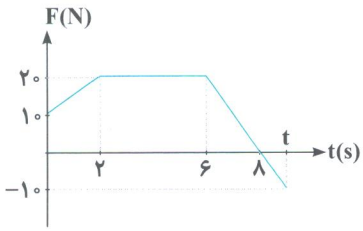
$$\Delta P = +S_1 + S_2 - S_3 \xrightarrow[S_3 = \frac{1\times5}{2} = 2/5]{S_1 = \frac{2\times10}{2} = 10, S_2 = \frac{2\times10}{2} = 10} \Delta P = 10 + 10 - 2/5 \Rightarrow \Delta P = 17/5\frac{kg.m}{s}$$

می‌دانیم تغییرات تکانه برابر است با جرم جسم در تغییرات سرعت آن. پس داریم:

$$\Delta P = m\Delta v \xrightarrow[m = 2/5kg]{\Delta P = 17/5\frac{kgm}{s}} 17/5 = 2/5\Delta v \Rightarrow \Delta v = 7\frac{m}{s}$$

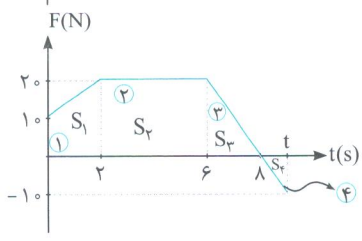
۵۹ گزینهٔ ۲

شکل روبه‌رو نمودار نیرو - زمان یک جسم به جرم ۴kg را نشان می‌دهد. در بازهٔ زمانی ۰ تا t نیروی متوسط وارد شده به جسم چند نیوتون است؟



۱) $\frac{125}{3}$ ۲) $\frac{125}{9}$ ۳) $\frac{25}{3}$ ۴) $\frac{50}{9}$

حل سطح زیر نمودار نیرو - زمان برابر با تغییرات تکانه است؛ بنابراین با به‌دست آوردن تغییرات تکانه در بازهٔ زمانی ۰ تا t و تقسیم آن بر طول بازهٔ زمانی طبق رابطهٔ $F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ نیروی متوسط را خواهیم یافت؛ پس ابتدا t را از تشابه مثلث‌های ۳ و ۴ به‌دست می‌آوریم:



تشابه مثلث‌های ۳ و ۴: $\frac{20}{10} = \frac{8-6}{t-8} \Rightarrow t = 9s$

حال تغییرات تکانه را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta P = S_1 + S_2 + S_3 - S_4 \xrightarrow[S_4 = \frac{1\times10}{2} = 5]{S_1 = \frac{(10+20)2}{2} = 30, S_2 = 4\times20 = 80, S_3 = \frac{20\times2}{2} = 20}$$

$$\Delta P = 30 + 80 + 20 - 5 \Rightarrow \Delta P = 125\frac{kg.m}{s}$$

در نهایت با تقسیم تغییرات تکانه بر زمان، اندازهٔ نیروی متوسط را به‌دست می‌آوریم:

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{125}{9}N$$

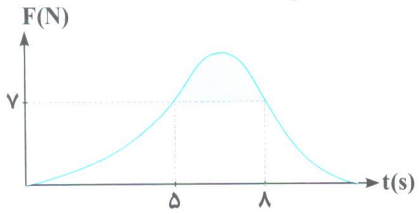
@MOHammad_Free
Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

۶۰ در شکل زیر مساحت قسمت هاشور خورده ۱۵ واحد SI است. نیروی متوسط در بازهٔ زمانی ۵ تا ۸ ثانیه چند نیوتون است؟

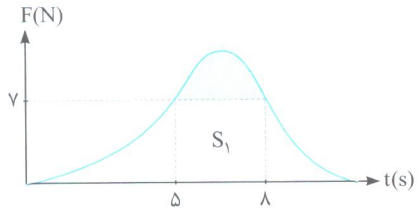
گزینهٔ ۱

۱) ۱۲
۲) ۵
۳) ۷
۴) ۲۱



حل سطح زیر نمودار نیرو - زمان برابر با تغییرات تکانه است. در بازهٔ ۵ تا ۸ ثانیه سطح زیر نمودار، مجموع سطح قسمت هاشور خورده و سطح مستطیل زیر آن است. پس داریم:

$$\Delta P_{\text{۵ تا ۸s}} = S_{\text{هاشورخورده}} + S_1 \xrightarrow[S_1 = ۷\times۳ = ۲۱]{S_{\text{هاشورخورده}} = ۱۵} \Delta P_{\text{هاشورخورده}} = ۱۵ + ۲۱ = ۳۶ \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$



حالا با تقسیم تغییرات تکانه به طول بازهٔ زمانی نیروی متوسط را حساب می‌کنیم:

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{۳۶}{۳} = ۱۲N$$

۶۱ اگر m، v و P، به ترتیب سرعت، جرم و تکانهٔ یک جسم باشد، کدام رابطه نشان‌دهندهٔ انرژی جنبشی آن جسم است؟ (ریاضی داخل ۹۳)

گزینهٔ ۳

۱) $\frac{mv}{۲P}$
۲) $\frac{Pv}{۲m}$
۳) $\frac{P^۲}{۲m}$
۴) $\frac{mP^۲}{۲}$

حل به تست ساده و راحت، داریم:

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ = \frac{۱}{۲m}m^۲v^۲ = \frac{(mv)^۲}{۲m} = \frac{P^۲}{۲m}$$

۶۲ بزرگی اندازهٔ حرکت (تکانه) جسمی به جرم ۲ کیلوگرم برابر $۶\frac{\text{kgm}}{\text{s}}$ است. انرژی جنبشی جسم چند ژول است؟ (ریاضی داخل ۹۶)

گزینهٔ ۳

۱) ۳
۲) ۶
۳) ۹
۴) ۱۲

حل از رابطهٔ انرژی جنبشی بر حسب تکانه استفاده می‌کنیم:

$$K = \frac{P^۲}{۲m} = \frac{۶^۲}{۲\times۲} = ۹J$$

۶۳ دو گلولهٔ A و B تکانهٔ یکسانی دارند. اگر جرم گلولهٔ B، سه برابر جرم گلولهٔ A باشد و انرژی جنبشی گلولهٔ A برابر ۱۸J باشد، انرژی جنبشی گلولهٔ B چند ژول است؟ (ریاضی داخل ۹۰)

گزینهٔ ۲

۱) ۲
۲) ۶
۳) ۱۲
۴) ۲۸

حل با استفاده از رابطهٔ انرژی جنبشی و تکانه، می‌دانیم وقتی که تکانه دو جسم یکسان باشد، انرژی جنبشی با جرم رابطهٔ عکس دارد، بنابراین داریم:

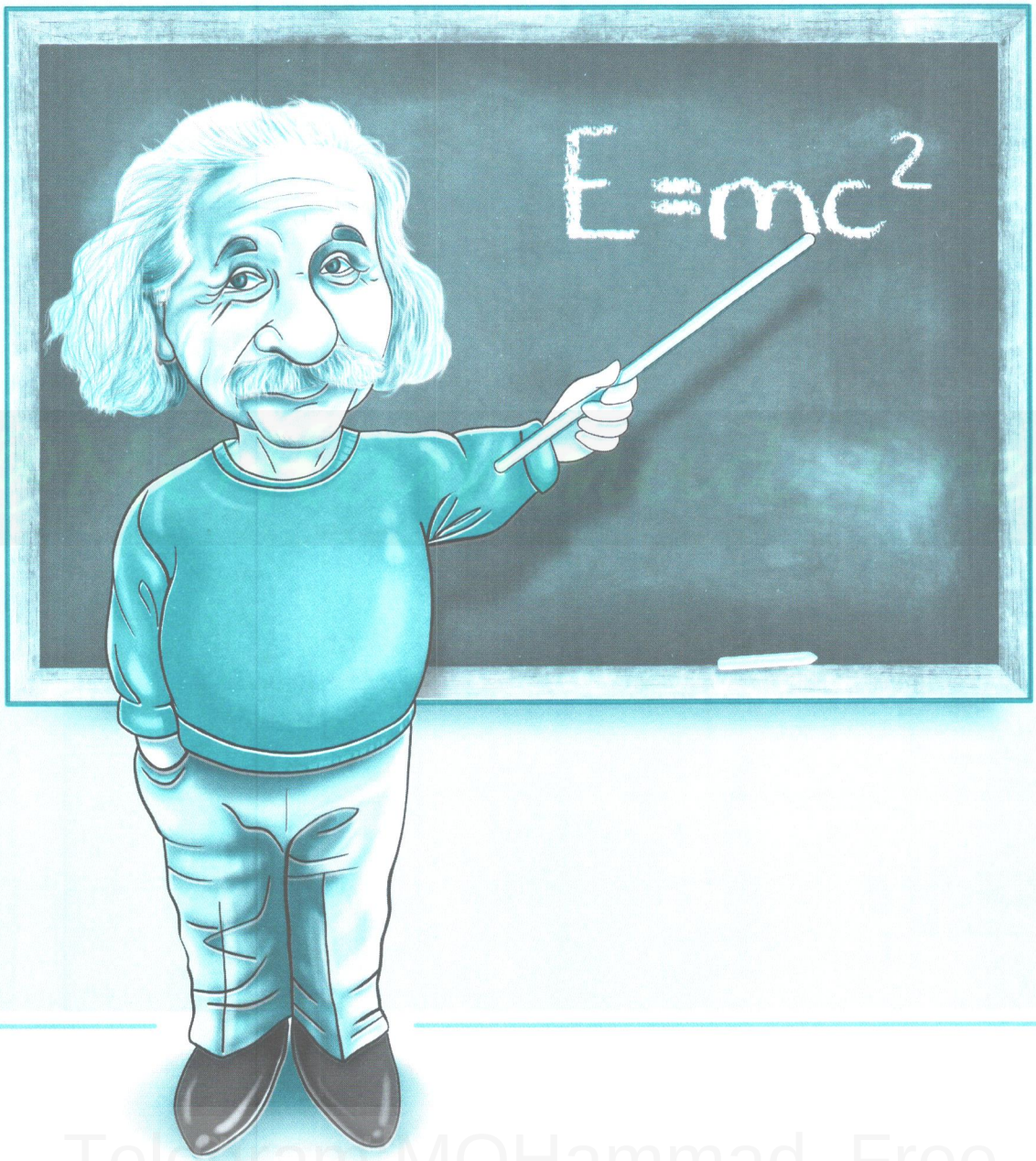
$$K = \frac{P^۲}{۲m} \xrightarrow{P_A = P_B} \frac{K_A}{K_B} = \frac{m_B}{m_A} \Rightarrow \frac{۱۸}{K_B} = \frac{۳m_A}{m_A} \Rightarrow K_B = ۶J$$

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

فصل سوم

نوسان و امواج



Telegram.MOHammad_Free

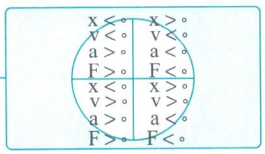
@MOHammad_Free

جمع‌بندی فصل سوم در یک نگاه

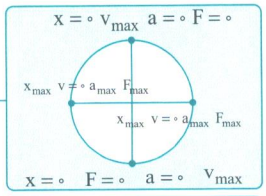
نوسان و امواج

حرکت هماهنگ ساده

- علامت کمیت‌های مختلف



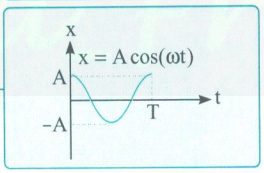
- اندازهٔ کمیت‌های مختلف



- روابط اولیه

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

- معادله نمودار مکان- زمان



- جرم- فنر

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

- نوسانگرها
- آونگ ساده

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

- روابط انرژی

$$E = K + U$$
$$E = \frac{1}{2}kA^2 = 2\pi^2 mA^2 f^2$$
$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

- بیشینه کمیت‌ها

$$x_{max} = A$$
$$v_{max} = A\omega$$
$$a_{max} = A\omega^2$$
$$F_{max} = mA\omega^2$$
$$K_{max} = U_{max} = 2\pi^2 mA^2 f^2$$

موج

- انواع موج
  - مکانیکی
    - عرضی: مانند موج ایجاد شده در طناب
      $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ ، $\mu = \frac{m}{L}$ ، $\mu = \rho A$
    - طولی: مانند صوت
  - امواج الکترومغناطیسی (عرضی): مانند نور
    $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$
- روابط وکمیت‌های اصلی

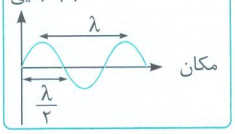
$v = \lambda f$

v تابع ویژگی‌های محیط

f تابع ویژگی‌های چشمه

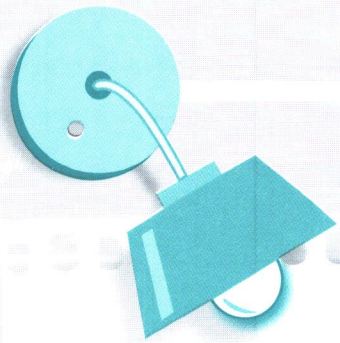
λ تابع f و v

جابه‌جایی



Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

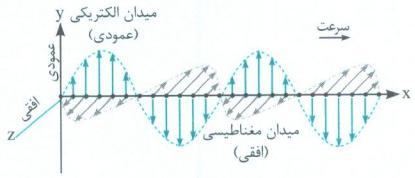


صوت و امواج الکترومغناطیسی

ویژگی‌ها

۱) امواج الکترومغناطیسی از E متغیر و B متغیر به وجود می‌آیند.
۲) E متغیر B تولید می‌کند، B متغیر E تولید می‌کند.
۳) E و B برهم عمودند و هم‌فازند.
۴) E و B برجهت انتشار عمودند و امواج الکترومغناطیسی عرضی هستند.
۵) نیاز به محیط مادی برای انتشار ندارند.

نمودار



طیف

افزایش بسامد و انرژی

پرتوهای گاما	X	فرابنفش	مرئی	فرو سرخ	میکروموج	امواج رادیویی

بنفش، نیلی، آبی، سبز، زرد، نارنجی، قرمز

افزایش طول موج

تندی انتشار صوت

$v_{\text{گازها}} < v_{\text{مایعات}} < v_{\text{جامدات}}$

شدت صوت

$$I = \frac{\bar{P}}{A} = \frac{E}{A.t} \qquad \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

تراز شدت صوت

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \qquad \Delta\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

دوپلر

چشمه ساکن ناظر متحرک

$\lambda_A = \lambda_S = \lambda_B$ $\qquad f_A > f_S > f_B$

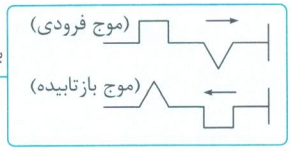
چشمه متحرک ناظر ساکن

$\lambda_A > \lambda_S > \lambda_B$ $\qquad f_A < f_S < f_B$

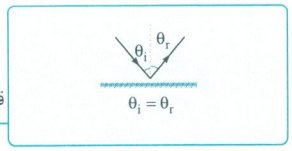
بازتاب و شکست امواج

بازتاب امواج

برخورد امواج به موانع

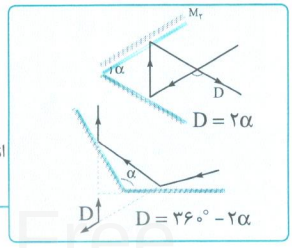


قانون عمومی بازتاب



$\theta_i = \theta_r$

انحراف پرتوها در آینه‌های متقاطع

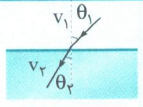


شکست امواج

ضریب شکست

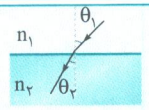
$$n = \frac{c}{v} \qquad \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

قانون عمومی شکست



$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}$$

قانون اسنل



$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

جمع‌بندی روابط شکست

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

Telegram:MOHammad_Free

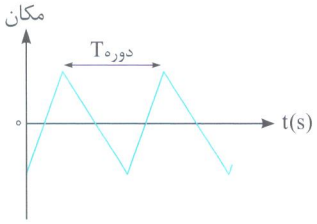
@MOHammadFree

مبحث (۱): تعاریف اولیه

به هر حرکت رفت و برگشتی حرکت نوسانی می‌گویند. حرکت‌های نوسانی می‌توانند به‌صورت دوره‌ای یا غیر دوره‌ای باشند.

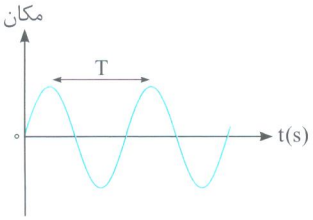
نوسان‌های دوره‌ای: نوسان‌هایی که چرخه (سیکل) آن‌ها در دوره‌های دیگر تکرار شود، نوسان دوره‌ای نام دارند.

در شکل روبه‌رو چرخهٔ یک نوسان دوره‌ای مشخص شده است.



حرکت هماهنگ ساده (SHM): حرکت نوسانی دوره‌ای که به‌صورت سینوسی باشد، حرکت هماهنگ ساده نام دارد.

در شکل روبه‌رو چرخهٔ یک حرکت ساده مشخص شده است.



دورهٔ تناوب: مدت زمان یک چرخه، دورهٔ تناوب حرکت نامیده می‌شود. دورهٔ تناوب را با T نشان می‌دهند و یکای آن در SI ثانیه است و به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$T = \frac{t}{n}$$

T ← دورهٔ تناوب بر حسب ثانیه (s)

t ← کل زمان طی شدن چرخه‌ها برحسب ثانیه (s)

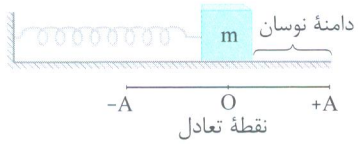
n ← تعداد چرخه‌های طی شده

بسامد (فرکانس): تعداد نوسان‌های انجام شده (تعداد چرخه) در هر ثانیه بسامد (فرکانس) نامیده می‌شود. بسامد (فرکانس) را با f نشان می‌دهند و یکای آن در SI هرتز (Hz) است و به‌صورت روبه‌رو به‌دست می‌آید:

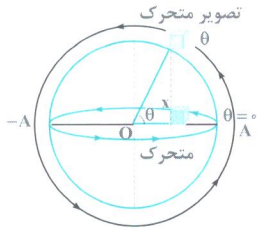
$$f = \frac{1}{T} = \frac{n}{t}$$

مبحث (۲): تحلیل دقیق‌تر حرکت نوسانی ساده

فرض کنید مطابق شکل مقابل جسمی به فنر متصل شده باشد و روی سطح افقی بدون اصطکاکی قرار گرفته باشد. اگر این جسم را به اندازهٔ A از وضع تعادل خود به سمت راست بکشیم و رها کنیم جسم بر روی پاره‌خطی به طول ۲A حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. بیشینهٔ فاصلهٔ جسم از نقطهٔ تعادل دامنهٔ حرکت هماهنگ ساده نام دارد که با A نشان داده می‌شود.



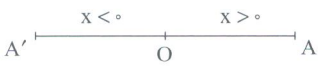
نکته برای تحلیل راحت‌تر حرکت هماهنگ ساده از یک دایرهٔ فرضی به نام دایرهٔ مرجع استفاده می‌کنیم. همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید هنگامی‌که متحرک روی پاره‌خط نوسان، یک حرکت رفت‌وبرگشتی کامل انجام می‌دهد، تصویر متحرک روی دایرهٔ مرجع یک دایرهٔ کامل را طی می‌کند.



همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید، زاویه‌ای که محل تصویر را مشخص می‌کند، θ یا فاز حرکت نام دارد.

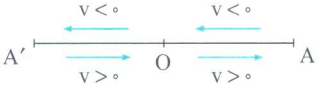
تعیین علامت کمیت‌های مختلف در حرکت هماهنگ ساده

مکان: فرض کنید جسمی روی محور xها بر روی پاره‌خطی به طول ۲A حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر نقطهٔ تعادل را به‌عنوان مبدأ مختصات در نظر بگیریم، می‌توانیم بگوییم هنگامی‌که متحرک در سمت راست نقطهٔ تعادل قرار دارد (در ربع‌های اول و چهارم دایرهٔ مرجع) مکان آن مثبت و هنگامی‌که سمت چپ نقطهٔ تعادل قرار دارد (ربع‌های دوم و سوم دایرهٔ مرجع) مکان آن منفی است.

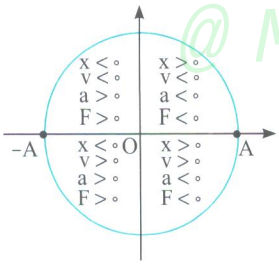


Telegram:MOHammad_Free

سرعت: هنگامی‌که متحرک در جهت محور xها حرکت می‌کند (ربع‌های سوم و چهارم) سرعت مثبت و هنگامی‌که در خلاف جهت محور xها حرکت می‌کند (ربع‌های اول و دوم) سرعت متحرک منفی است.



@MOHammad_Free



شتاب و نیرو: به‌طور کلی طبق رابطهٔ $F = ma$ ، شتاب و نیرو همواره هم‌علامت هستند. در حرکت هماهنگ ساده هنگامی‌که جسم در سمت راست نقطهٔ تعادل قرار می‌گیرد فنر جسم را به سمت چپ می‌کشد و هنگامی‌که جسم در سمت چپ نقطهٔ تعادل قرار می‌گیرد، فنر آن را به سمت راست هل می‌دهد. به عبارت دیگر می‌توانیم بگوییم، هنگامی‌که $x > ۰$ است نیروی واردشده و به‌دنبال آن شتاب حرکت جسم منفی هستند و هنگامی‌که $x < ۰$ است، نیروی وارد شده به جسم و شتاب حرکت جسم مثبت هستند. در شکل مقابل علامت کمیت‌های مختلف در یک دایره مشخص شده است.

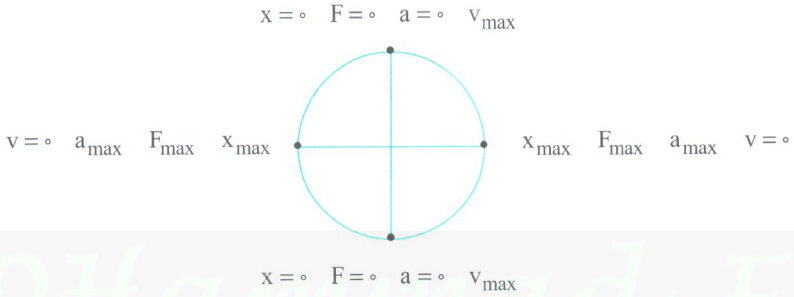
تعیین مقدار کمیت‌های مختلف در حرکت هماهنگ ساده

مکان: هنگامی‌که متحرک در نقطهٔ تعادل است $x = ۰$ می‌باشد و هنگامی‌که در ابتدا و انتهای پاره‌خط نوسان قرار می‌گیرد، بیشترین فاصله را تا مبدأ مختصات دارد. به نقاط ابتدا و انتهای پاره‌خط نوسان در اصطلاح نقاط بازگشت می‌گویند.

سرعت: در نقاط بازگشت، متحرک یک لحظه توقف می‌کند و تغییر جهت می‌دهد، بنابراین در این نقاط $v = ۰$ است و در هنگام عبور از نقطهٔ تعادل اندازهٔ سرعت متحرک بیشینه است.

شتاب و نیرو: در نقاط بازگشت، چون جسم بیشترین فاصله را از نقطهٔ تعادل دارد. (فنر بیشترین فشردگی یا بیشترین کشیدگی را دارد.)، نیروی وارد شده به جسم و در نتیجه شتاب حرکت جسم بیشینه است. امّا در نقطهٔ تعادل نیروی وارد شده به جسم و در نتیجه شتاب حرکت آن صفر است.

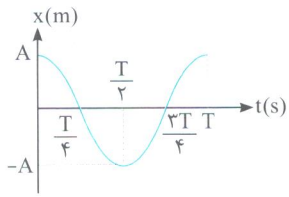
در شکل زیر اندازهٔ کمیت‌های مختلف در نقاط خاص مشخص شده‌اند.



@MOHammad_Free

مبحث (۳): معادله و نمودار مکان - زمان در حرکت هماهنگ ساده

همان‌طور که گفتیم در حرکت هماهنگ ساده نمودار مکان - زمان نموداری سینوسی است، یعنی مکان را می‌توان به‌صورت تابعی سینوسی یا کسینوسی از زمان نوشت که در کتاب درسی فیزیک سال دوازدهم تابع کسینوسی انتخاب شده است و داریم:



$$x = A\cos(\omega t)$$

x ← مکان نوسانگر برحسب متر (m)

A ← دامنه حرکت نوسانگر برحسب متر (m)

ω ← بسامد زاویه‌ای برحسب رادیان برثانیه ($\frac{rad}{s}$)

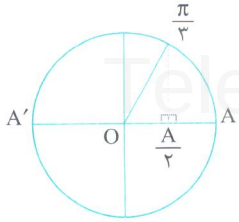
t ← زمان برحسب ثانیه (s)

! نکته در رابطهٔ بالا بسامد زاویه‌ای (ω) برابر تغییرات فاز حرکت در واحد زمان است که به‌صورت روبه‌رو به‌دست می‌آید:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{۲\pi}{T} = ۲\pi f$$

آشنایی با مکان‌ها و فازهای معروف کنکور

هنگامی‌که جسم روی پاره‌خط نوسان در مکان x قرار دارد، تصویر آن روی دایرهٔ مرجع در فاز θ قرار می‌گیرد. دقت کنید که در معادلهٔ مکان - زمان شناسهٔ تابع کسینوس (یعنی ωt) همان فاز حرکت است. به‌طور مثال هنگامی‌که تصویر متحرک در فاز $\frac{\pi}{۳}$ است، مکان متحرک به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

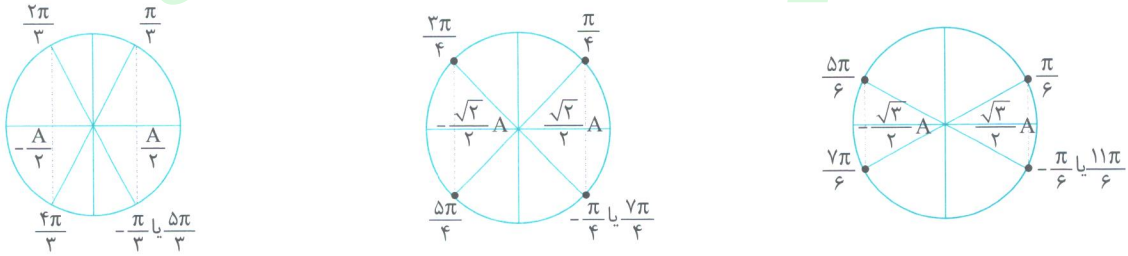


$$x = A\cos(\omega t) = A\cos(\frac{\pi}{۳}) = \frac{A}{۲}$$

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

برای افزایش سرعت پاسخ‌گویی سؤالات این قسمت، تمام فازها و مکان‌های معروف را در سه شکل زیر مشخص کرده‌ایم. لطفاً این شکل‌ها را خیلی خوب بررسی کنید.



نکته هنگامی‌که نوسانگر از مکان x_1 به مکان x_2 جابه‌جا می‌شود فاز آن از θ_1 تا θ_2 تغییر می‌کند. برای به‌دست آوردن زمان این جابه‌جایی می‌توان از دو روش زیر استفاده کرد:

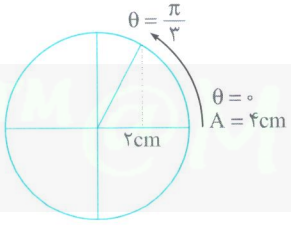
روش (۱): استفاده از بسامد زاویه‌ای $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

روش (۲): استفاده از تناسب $\frac{\Delta\theta}{2\pi} = \frac{\Delta t}{T}$

برای درک بهتر این نکته به مثال زیر توجه کنید:

مثال **متحرکی بر روی پاره‌خطی به طول ۸cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر متحرک در مدت زمان ۲s از $x_1 = 4cm$ به $x_2 = 2cm$ برسد، دورهٔ تناوب آن چند ثانیه است؟ (مبدأ مختصات منطبق بر نقطهٔ تعادل است.)**

حل با توجه به این‌که طول پاره‌خط نوسان ۸cm است، دامنهٔ نوسان برابر ۴cm می‌باشد، بنابراین همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید متحرک از نقطهٔ $x = A$ به نقطهٔ $x = \frac{A}{2}$ رفته است به عبارت دیگر فاز متحرک از $\theta = 0$ تا $\theta = \frac{\pi}{3}$ تغییر کرده است و داریم:



روش اوّل: $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\frac{\pi}{3}}{2} = \frac{\pi}{6}\frac{rad}{s}$

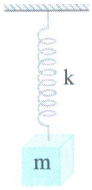
$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 12s$

روش دوم: $\frac{\Delta\theta}{2\pi} = \frac{\Delta t}{T} \Rightarrow \frac{\frac{\pi}{3}}{2\pi} = \frac{2}{T} \Rightarrow T = 12s$

مبحث (۴): نوسانگرها

در ادامه با دو نوسانگر مهم و روابط آن‌ها آشنا می‌شوید.

الف) جرم و فنر: فرض کنید مطابق شکل زیر جسمی به جرم m به فنری به ثابت k متصل شده باشد و جسم در راستای قائم در حال نوسان باشد. در این حالت برای به‌دست آوردن دوره و بسامد زاویه‌ای سامانهٔ جرم - فنر می‌توانیم از روابط زیر استفاده کنیم:



$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ $\quad$ $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

T ← دورهٔ سامانهٔ جرم - فنر برحسب ثانیه (s)

ω ← بسامد زاویه‌ای سامانهٔ جرم - فنر برحسب رادیان بر ثانیه ($\frac{rad}{s}$)

m ← جرم جسم متصل شده به فنر برحسب کیلوگرم (kg)

k ← ثابت فنر برحسب نیوتون بر متر ($\frac{N}{m}$)

ب) آونگ ساده: آونگ ساده شامل وزنهٔ کوچکی است که از نخ بدون جرم و کش نیامدنی به طول L که سر دیگر آن ثابت شده است، آویزان است. اگر زاویهٔ انحراف آونگ از وضع تعادل کوچک باشد، آونگ حرکت هماهنگ ساده خواهد داشت و در این حالت برای به‌دست آوردن دوره و بسامد زاویه‌ای آن می‌توانیم از روابط روبه‌رو استفاده کنیم:

$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$ $\quad$ $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

T ← دورهٔ نوسان آونگ ساده برحسب ثانیه (s)

ω ← بسامد زاویه‌ای آونگ ساده برحسب رادیان بر ثانیه ($\frac{rad}{s}$)

L ← طول نخ برحسب متر (m)

g ← شتاب گرانش در محل مورد نظر برحسب متر بر مجذور ثانیه ($\frac{m}{s^2}$)

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

نکته اگر آونگ ساده داخل آسانسوری که با شتاب a در حال حرکت می‌باشد، قرار بگیرد به‌جای g مقدار g' را جایگذاری می‌کنیم که از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$g' = (g \pm a)$$

علامت مثبت برای هنگامی است که شتاب رو به بالا و علامت منفی برای وقتی است که شتاب رو به پایین باشد.

اگر کاربرد این رابطه را به خاطر ندارید نگاهی به مبحث آسانسور در همین کتاب بیندازید.

نکته اگر آونگ ساده در ارتفاع h از سطح زمین قرار بگیرد و h به اندازهٔ کافی زیاد باشد تا شتاب گرانش تغییر کند، در رابطهٔ فوق مقدار g به کمک رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$g = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2}$$

اگر این رابطه را هم فراموش کرده‌اید نگاهی به مبحث گرانش در همین کتاب داشته باشید.

مبحث (۵): رابطهٔ شتاب و نیرو برحسب مکان در حرکت هماهنگ ساده

همان‌طور که می‌دانید در حرکت هماهنگ سادهٔ سامانهٔ جرم - فنر، اندازهٔ نیرویی که از طرف فنر به جسم وارد می‌شود برابر $F = kx$ است. از طرف دیگر طبق قانون دوم نیوتون، $F = ma$ است و داریم:

$$\left.\begin{matrix} F = kx \\ F = ma \end{matrix}\right\} \Rightarrow kx = ma \Rightarrow a = \frac{k}{m}x \xrightarrow{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}} a = \omega^2 x \xrightarrow[\text{علامت } a \text{ قرینهٔ } x \text{ است}]{} \boxed{a = -\omega^2 x}$$

a ← شتاب نوسانگر برحسب متر برمجذور ثانیه $(\frac{m}{s^2})$

ω ← بسامد زاویه‌ای برحسب رادیان برثانیه $(\frac{rad}{s})$

x ← مکان نوسانگر برحسب متر (m)

نکات ۱ دقت کنید که رابطهٔ فوق برای سامانهٔ جرم - فنر به‌دست آمده است امّا می‌توان نشان داد که برای سایر نوسانگرها مانند آونگ ساده نیز قابل استفاده است.

۲ با مشخص شدن رابطهٔ شتاب برحسب مکان، رابطهٔ نیرو برحسب مکان نیز به‌صورت مقابل به‌دست می‌آید: $\boxed{F = ma \Rightarrow F = -m\omega^2 x}$

۳ همان‌طور که می‌دانید، بیشترین مقدار x برابر A می‌باشد، بنابراین بیشترین اندازهٔ نیروی وارد شده به نوسانگر و بیشینهٔ شتاب نوسانگر برابر است با:

$$a = -\omega^2 x \xrightarrow{x_{max} = A} \boxed{|a_{max}| = A\omega^2}$$

$$F_{max} = ma_{max} \Rightarrow \boxed{|F_{max}| = mA\omega^2}$$

a_{max} ← بیشینهٔ شتاب نوسانگر برحسب متر برمجذور ثانیه $(\frac{m}{s^2})$

F_{max} ← بیشینهٔ نیروی وارد شده به نوسانگر برحسب نیوتون (N)

مبحث (۶): انرژی در حرکت هماهنگ ساده

فرض کنید جسمی به جرم m به فنری به ثابت k متصل شده باشد و در راستای افقی حرکت هماهنگ ساده انجام دهد. در این حالت با نوسان جسم به‌طور مداوم انرژی جنبشی نوسانگر به انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر تبدیل شده و انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره‌شده در فنر به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود، به‌طوری‌که در نقاط بازگشت که تندی حرکت صفر است، انرژی جنبشی نوسانگر صفر بوده و همهٔ انرژی آن به‌صورت پتانسیل می‌باشد و در نقطهٔ تعادل که فنر طول عادی خود را دارد، انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره‌شده در فنر صفر شده و همهٔ انرژی آن به‌صورت جنبشی است. دقت کنید که چون اصطکاک و تلفات انرژی نداریم مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل جسم که برابر انرژی مکانیکی نوسانگر است، ثابت می‌ماند و اندازهٔ آن به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\boxed{E = \frac{1}{2}kA^2} \qquad \boxed{E = 2\pi^2 mA^2 f^2}$$

E ← انرژی مکانیکی نوسانگر برحسب ژول (J)

k ← ثابت فنر برحسب نیوتون بر متر $(\frac{N}{m})$

A ← دامنهٔ نوسان برحسب متر (m)

m ← جرم جسم بر حسب کیلوگرم (kg)

f ← بسامد نوسان برحسب هرتز (Hz)

نکات ۱ دقت کنید که تمام نکات مطرح شده در مورد انرژی سامانهٔ جرم و فنر برای سایر نوسانگرها مانند آونگ ساده نیز صادق است.

۲ همان‌طور که می‌دانید انرژی مکانیکی جسم طبق رابطهٔ $E = K + U$ برابر مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل جسم است. اگر به کمک رابطهٔ بالا E را به‌دست آورده و به کمک رابطهٔ $K = \frac{1}{2}mv^2$ انرژی جنبشی جسم را حساب کنیم و در رابطهٔ $E = K + U$ قرار دهیم انرژی پتانسیل جسم به‌دست می‌آید.

۳ در نقطهٔ تعادل انرژی پتانسیل برابر صفر بوده و انرژی جنبشی جسم بیشترین مقدار خود را دارد و در نقاط بازگشت انرژی جنبشی جسم برابر صفر بوده و انرژی پتانسیل جسم بیشترین مقدار خود را دارد که به‌صورت روبه‌رو به‌دست می‌آید:

$$\boxed{K_{max} = U_{max} = E = 2\pi^2 mA^2 f^2}$$

Telegram:MOHammad_Free

@MohammadFree

۴ به کمک مقدار K_{max} می‌توان مقدار بیشترین تندی که متحرک می‌تواند در طول حرکتش داشته باشد را به‌صورت زیر به‌دست آورد:

$$K_{max} = \frac{1}{2}mv^2_{max} \Rightarrow v_{max} = A\omega$$

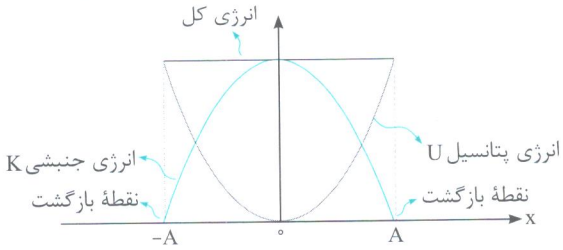
v_{max} ← بیشترین تندی حرکت نوسانگر بر حسب متر بر ثانیه $(\frac{m}{s})$

A ← دامنهٔ حرکت برحسب متر (m)

ω ← بسامد زاویه‌ای برحسب رادیان بر ثانیه $(\frac{rad}{s})$

نمودار انرژی در حرکت هماهنگ ساده

همان‌طور که گفتیم در نقاط بازگشت انرژی پتانسیل بیشینه و انرژی جنبشی صفر است و در نقطهٔ تعادل انرژی جنبشی بیشینه و انرژی پتانسیل صفر است و مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگر که برابر انرژی مکانیکی آن می‌باشد، ثابت است. بنابراین نمودارهای انرژی نوسانگر برحسب مکان به‌صورت زیر می‌باشد:



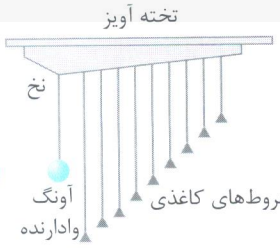
مبحث (۷): تشدید

بسامد طبیعی: اگر یک سامانهٔ جرم - فنر یا یک آونگ ساده را از وضع تعادل خارج کرده و رها کنیم با بسامد معینی شروع به نوسان می‌کند که به بسامد این حرکت بسامد طبیعی گویند و با f_0 نشان داده می‌شود.

نوسان واداشته: اگر به وسیلهٔ اعمال یک نیروی خارجی نوسانگرهایی مانند سامانهٔ جرم - فنر یا آونگ ساده را وادار به حرکت کنیم، حرکت انجام شده را نوسان واداشته می‌گویند و بسامد آن را با f_d نشان می‌دهند.

تشدید: اگر به یک نوسانگر یک نیروی خارجی دوره‌ای وارد شود و بسامد نیروی خارجی (f_d) برابر بسامد طبیعی نوسانگر (f_0) باشد، دامنهٔ نوسان‌های جسم بزرگ و بزرگ‌تر می‌شود که به این پدیده، تشدید یا رزونانس می‌گویند.

برای بررسی پدیدهٔ تشدید از وسیلهٔ آزمایشگاهی مقابل استفاده می‌شود که به آن آونگ‌های بارتون می‌گویند. در این آزمایش اگر آونگ وادارنده شروع به نوسان کند، انرژی آن از طریق نخ به سایر آونگ‌ها منتقل شده و همگی شروع به حرکت می‌کنند امّا آونگی که با آونگ وادارنده هم طول است با دامنهٔ بیشتری حرکت خواهد کرد، زیرا طبق رابطهٔ $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$ آونگ‌های هم‌طول دارای بسامد و بسامد زاویه‌ای یکسانی هستند و در نتیجه در آونگی که با آونگ وادارنده هم‌طول است، تشدید روی می‌دهد.



۱ **تغییر فاز نوسان یک نوسانگر ساده در مدت ۱s، با کدام کمیت وابسته به آن نوسانگر برابر است؟** *(تجربی داخل ۸۰)*

گزینهٔ ۴

۱) طول موج ۲) دوره ۳) بسامد ۴) بسامد زاویه‌ای

حل تغییر فاز نوسانگر در واحد زمان تعریف بسامد زاویه‌ای است.

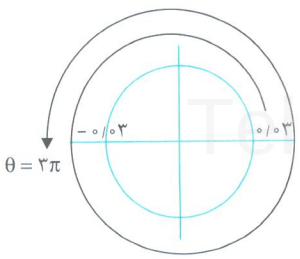
۲ **معادلهٔ هماهنگ ساده‌ای در SI به‌صورت $x = 0/03\cos\frac{\pi}{2}t$ است. این نوسانگر در فاصلهٔ زمانی $0 < t < 6s$ چند سانتی‌متر مسافت را پیموده است؟**

گزینهٔ ۴

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۸

حل فاز حرکت نوسانگر را به‌دست می‌آوریم:

$$\theta = \frac{\pi}{2}t \xrightarrow{t=6s} \theta = \frac{\pi}{2}\times 6 = 3\pi\,rad$$



همان‌طور که می‌دانید متحرک در هر نوسان کامل مسافتی به اندازهٔ 4A طی می‌کند، در این مسأله متحرک 3π تغییر فاز داده و ۱/۵ نوسان کامل را طی کرده است، بنابراین مسافت طی شده توسط متحرک برابر ۶A می‌شود و داریم:

$$L = 6A = 6(0/03) = 0/18m = 18cm$$ مسافت طی شده

Telegram:MohammadFree

@MOHammad_Free

۳ گزینهٔ ۲ — معادلهٔ حرکت هماهنگ سادهٔ نوسانگری در SI به‌صورت $x = 0/03\cos(\frac{3}{2}\pi t)$ است. چند ثانیه پس از لحظهٔ $t = 0$ این نوسانگر برای دومین بار به مکان $-1/5cm$ می‌رسد؟

۱) $\frac{9}{8}$ ۲) $\frac{8}{9}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{4}{3}$

حل روش اوّل: فاز حرکت متحرک را در ابتدا محاسبه می‌کنیم:

$$\cos\theta = \frac{x}{A} \Rightarrow \cos\theta = \frac{-1/5}{3} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$$

متحرک از $\theta = 0$ شروع به حرکت می‌کند و در $\theta = \frac{2\pi}{3}$ برای اولین بار و در $\theta = \frac{4\pi}{3}$ برای بار دوم به $x = -1/5cm$ رسیده است. برای این‌که زمان رسیدن نوسانگر از $\theta = 0$ تا $\theta = \frac{4\pi}{3}$ را به‌دست آوریم، داریم:

$$\Delta\theta = \omega\Delta t \Rightarrow \frac{4\pi}{3} = \frac{3}{2}\pi\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\frac{4\pi}{3}}{\frac{3}{2}\pi} = \frac{8\pi}{9\pi} = \frac{8}{9}s$$

روش دوم: با توجه به اینکه $A = 3cm$ است، $x = -1/5cm$ مربوط به مکان $-\frac{A}{2}$ بوده و فاز مورد نظر جزء گروه $\frac{\pi}{3}$ است. فاز حرکت می‌تواند $\frac{2\pi}{3}$ یا $\frac{4\pi}{3}$ باشد، با توجه به اینکه می‌خواهیم متحرک برای دومین بار در مکان $x = -1/5cm$ قرار بگیرد، فاز قابل قبول $\frac{4\pi}{3}$ است و داریم:

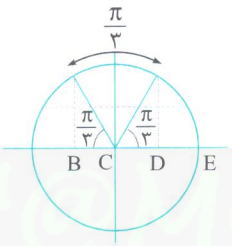
$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow \frac{3}{2}\pi = \frac{\frac{4\pi}{3}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{8}{9}s$$

۴ گزینهٔ ۴ — با توجه به شکل زیر، یک نوسانگر ساده با معادلهٔ $x = A\cos(\omega t)$ روی پاره خط AE نوسان می‌کند. اگر نوسانگر فاصلهٔ ED را در مدت t_1 و فاصلهٔ DB را در زمان t_2 طی کند نسبت $\frac{t_1}{t_2}$ کدام است؟ $(AB = BC = CD = DE)$

A B C D E

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۳) $\sqrt{3}$ ۴) ۱

حل با توجه به اینکه نقطهٔ D در مکان $\frac{A}{2}$ قرار دارد، تغییر فاز حرکت متحرک از E تا D برابر $\frac{\pi}{3}$ است و همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید تغییر فاز متحرک از D تا B نیز برابر $\frac{\pi}{3}$ می‌باشد و داریم:



$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{\Delta\theta_2}{\Delta\theta_1} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{\frac{\pi}{3}}{\frac{\pi}{3}} = 1$$

۵ گزینهٔ ۴ — در لحظهٔ t_1 مکان یک نوسانگر برای اولین بار $\frac{\sqrt{3}}{2}$ مکان بیشینه آن می‌شود. اگر $\frac{1}{12}$ ثانیه پس از این لحظه اندازهٔ مکان نوسانگر $\frac{1}{2}$ برابر اندازهٔ مکان بیشینه شود، دورهٔ تناوب نوسان حداکثر چند ثانیه است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۱

حل گام اوّل: ابتدا فاز حرکت متحرک را محاسبه می‌کنیم:

$$x = A\cos\theta_1 \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}A = A\cos\theta_1 \Rightarrow \theta_1 = \frac{\pi}{6}rad$$

گام دوم: $\frac{1}{12}$ ثانیه پس از لحظهٔ t_1 اندازهٔ مکان نوسانگر $\frac{1}{2}$ برابر اندازهٔ مکان بیشینه است:

$$|\cos\theta_2| = |\frac{x}{A}| = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_2 = \frac{\pi}{3} \text{ یا } \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \text{ یا } \frac{5\pi}{3} \; rad$$

گام سوم: هر کدام از فازهای $\frac{2\pi}{3}$، $\frac{4\pi}{3}$ و $\frac{5\pi}{3}$ می‌تواند مکان نوسانگر پس از $\frac{1}{12}$ ثانیه باشد.

که به دلیل این‌که حداکثر دوره تناوب خواسته‌شده، $\frac{\pi}{3}$ را در نظر می‌گیریم.

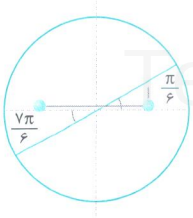
$$\Delta\theta = \omega\Delta t \Rightarrow \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \omega \times \frac{1}{12} \Rightarrow \omega = 2\pi \; \frac{rad}{s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 2\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 1s$$

۶ گزینهٔ ۴ — ذره‌ای حرکت نوسانی ساده با دامنهٔ A و دورهٔ T انجام می‌دهد و در یک لحظه مکان ذره $\frac{\sqrt{3}}{2}A+$ و سرعتش منفی است. کم‌ترین زمان لازم برای آنکه مکان ذره $\frac{\sqrt{3}}{2}A-$ و سرعت آن مثبت شود کدام است؟

۱) $\frac{3T}{4}$ ۲) $\frac{T}{4}$ ۳) $\frac{T}{6}$ ۴) $\frac{T}{2}$

حل نوسانگر در لحظهٔ t_1، در مکان $\frac{\sqrt{3}}{2}A+$ قرار دارد و سرعتش منفی است. یعنی فاز آن در ربع اول و در خانوادهٔ $\frac{\pi}{6}$ است. در لحظهٔ t_2 در مکان $\frac{\sqrt{3}}{2}A-$ قرار دارد و سرعتش مثبت است، یعنی فاز آن در ربع سوم و همان خانوادهٔ $\frac{\pi}{6}$ یعنی $\frac{7\pi}{6}$ است.



$$\Delta\theta = \omega\Delta t \Rightarrow \frac{7\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \omega \times \Delta t \Rightarrow \pi = \omega\Delta t \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{T} \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{2}$$

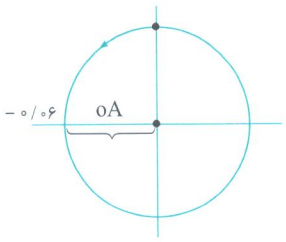
@MOHammad_Free

۷ گزینهٔ ۲

معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به‌صورت $x = ۰/۰۶\cos(\frac{\pi}{۳}t)$ است. اندازهٔ سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = \frac{۳}{۲}s$ تا $t_۲ = ۳s$ چند متر برثانیه است؟

۱) ۰/۰۲ ☐ ۲) ۰/۰۴ ☐ ۳) ۰/۰۶ ☐ ۴) ۰/۰۸ ☐

حل ابتدا با توجه به معادلهٔ مکان - زمان، مکان متحرک را محاسبه می‌کنیم:



$$t_۱ = \frac{۳}{۲}s \Rightarrow x_۱ = ۰/۰۶\cos(\frac{\pi}{۳}\times\frac{۳}{۲}) \Rightarrow x_۱ = ۰$$

$$t_۲ = ۳ \Rightarrow x_۲ = ۰/۰۶\cos(\frac{\pi}{۳}\times ۳) \Rightarrow x_۲ = -۰/۰۶m$$

$$|v_{av}| = |\frac{\Delta x}{\Delta t}| = |\frac{-۰/۰۶}{\frac{۳}{۲}}| = |-۰/۰۴\frac{m}{s}| = ۰/۰۴\frac{m}{s}$$

۸ گزینهٔ ۳

اگر حداکثر سرعت یک نوسانگر را با v_{max} نشان دهیم، اندازهٔ سرعت متوسط یک نوسانگر که در مبدأ زمان از انتهای مسیر شروع به حرکت می‌کند تا لحظه‌ای که برای اولین بار به نقطهٔ تعادل می‌رسد کدام گزینه است؟

۱) $\frac{\pi}{۲}v_{max}$ ☐ ۲) πv_{max} ☐ ۳) $\frac{۲}{\pi}v_{max}$ ☐ ۴) $۲\pi v_{max}$ ☐

حل متحرک از انتهای مسیر شروع به حرکت کرده است و $\frac{۱}{۴}T$ طول می‌کشد تا به نقطهٔ تعادل برسد بنابراین:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{A}{\frac{۱}{۴}T} \Rightarrow v_{av} = \frac{۴A}{T}$$

مقدار سرعت متوسط برحسب v_{max} خواسته شده است.

$$v_{max} = A\omega \Rightarrow v_{max} = ۲\pi\frac{A}{T}$$

$$\frac{v_{av}}{v_{max}} = \frac{\frac{۴A}{T}}{\frac{۲\pi A}{T}} = \frac{۲}{\pi} \Rightarrow v_{av} = \frac{۲}{\pi}v_{max}$$

۹ گزینهٔ ۳

نوسانگری روی پاره‌خطی به طول ۱۲ سانتی‌متر حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. این نوسانگر دو جابه‌جایی مساوی و متوالی را بدون تغییر جهت انجام می‌دهد که مجموع آن‌ها برابر دامنه نوسان است. اگر هریک از این جابه‌جایی‌ها در مدت ۰/۰۴ ثانیه انجام شود، بیشینهٔ سرعت این نوسانگر چند متر برثانیه است؟ ($\pi = ۳$) (تجربی داخل ۹۴)

۱) صفر ☐ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ☐ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ☐ ۴) $\frac{۳}{۲}$ ☐

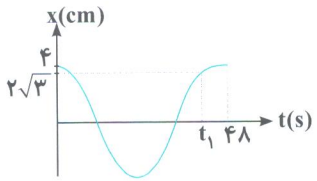
حل طول پاره‌خط نوسان ۲ برابر طول دامنه است. پس جابه‌جایی مساوی و متوالی بدون تغییر جهت که مجموع آن‌ها برابر دامنهٔ نوسان است فقط بین $\frac{+A}{۲}$ و $\frac{-A}{۲}$ در زمان‌های مساوی انجام می‌شود. در نتیجه زمان این حرکت (۲×۰/۰۴) برابر با $\frac{T}{۶}$ است.

$$\frac{T}{۶} = ۰/۰۸ \Rightarrow T = ۰/۴۸s \Rightarrow \omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲۵}{۲}\frac{rad}{s}$$

$$v_{max} = A\omega = \frac{۶}{۱۰۰}\times\frac{۲۵}{۲} = \frac{۳}{۴}\frac{m}{s}$$

۱۰ گزینهٔ ۲

نمودار مکان - زمان یک نوسانگر مطابق شکل مقابل است. لحظهٔ $t_۱$ چند ثانیه است؟



۱) ۲۶ ☐ ۲) ۴۴ ☐ ۳) ۳۴ ☐ ۴) ۴۰ ☐

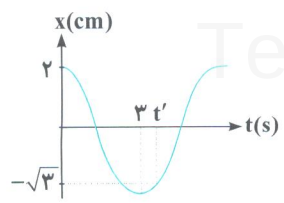
حل با توجه به نمودار متحرک از انتهای مسیر $\theta = ۰$ شروع به حرکت کرده است و دوره تناوب ۴۸s است و در لحظهٔ $t_۱$ برای دومین بار به مکان $+۲\sqrt{۳}cm$ می‌رسد.

$$\cos\theta = \frac{x}{A} = \frac{۲\sqrt{۳}}{۴} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \theta = \underbrace{\frac{\pi}{۶}}_{\text{ق ق ق}}, \underbrace{\frac{۱۱\pi}{۶}}_{\text{غ ق}} rad$$

$$\Delta\theta = \omega\Delta t = \frac{۲\pi}{T}\Delta t \Rightarrow (\frac{۱۱\pi}{۶} - ۰) = \frac{۲\pi}{۴۸}\times\Delta t \Rightarrow \Delta t = ۴۴s \Rightarrow t_۱ - ۰ = ۴۴ \Rightarrow t_۱ = ۴۴s$$

۱۱ گزینهٔ ۲

نمودار مکان - زمان یک حرکت نوسانی مطابق شکل روبه‌رو است. t' چند ثانیه است؟



۱) ۴ ☐ ۲) ۳/۵ ☐ ۳) ۷/۵ ☐ ۴) ۹ ☐

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

حل دوره و بسامد زاویه‌ای و فاز نوسانگر در زمان t' را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{T}{2}=3 \Rightarrow T=6s$$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{6}=\frac{\pi}{3}\ \frac{rad}{s}$$

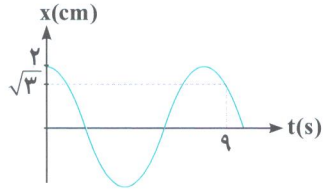
$$\cos\theta=\frac{x}{A} \Rightarrow \cos\theta=\frac{-\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{\text{ربع سوم}} \theta=\frac{7\pi}{6}\ rad$$

برای تعیین لحظه t' با استفاده از رابطه بسامد زاویه‌ای خواهیم داشت:

$$\omega=\frac{\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\pi}{3}=\frac{\frac{7\pi}{6}}{t'} \Rightarrow t'\times\pi=3\times\frac{7\pi}{6} \Rightarrow t'=\frac{7}{2}=3/5s$$

۱۲ **نمودار مکان - زمان نوسانگر ساده‌ای مطابق شکل مقابل است. دورهٔ حرکت چند ثانیه است؟**

گزینهٔ ۳



۱) $\frac{3}{108}$ ۲) $\frac{5}{108}$ ۳) $\frac{108}{13}$ ۴) $\frac{108}{5}$

حل ابتدا فاز نوسانگر در لحظهٔ $t=9s$ را محاسبه می‌کنیم:

$$x=A\cos\theta \Rightarrow \sqrt{3}=2\cos\theta \Rightarrow \cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{\text{ربع اول}} \theta=2k\pi+\frac{\pi}{6}\ rad$$

چون نوسانگر یک دور کامل زده است بنابراین در لحظهٔ $t=9s$ فاز حرکت برابر است با:

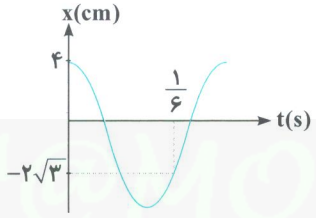
$$\theta=2\pi+\frac{\pi}{6}=\frac{13\pi}{6}\ rad$$

در مسأله دوره تناوب خواسته شده است.

$$\Delta\theta=\omega\Delta t \Rightarrow \Delta\theta=\frac{2\pi}{T}\Delta t \Rightarrow \frac{13\pi}{6}=\frac{2\pi}{T}\times 9 \Rightarrow T=\frac{108}{13}s$$

۱۳ **نمودار مکان - زمان یک نوسانگر ساده روی خط راست مطابق شکل است. حداکثر سرعت این نوسانگر چند متر برثانیه است؟ ($\pi\simeq 3$)**

گزینهٔ ۳



۱) ۰/۲۱ ۲) ۰/۴۲ ۳) ۰/۸۴ ۴) ۱/۰۵

حل بیشینهٔ سرعت نوسانگر در حرکت نوسانی به‌صورت $v_{max}=A\omega$ است، پس ابتدا دامنه و سپس با نوشتن معادلهٔ مکان - زمان سرعت زاویه‌ای آن را به‌دست می‌آوریم:

$$A=4cm=0/04m$$

$$x=A\cos\omega t \Rightarrow -2\sqrt{3}=4\cos\omega t \Rightarrow \cos\omega t=-\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \omega t=\pi+\frac{\pi}{6} \Rightarrow \omega\times\frac{1}{6}=\frac{7\pi}{6} \Rightarrow \omega=7\pi\frac{rad}{s}$$

$$\Rightarrow v_{max}=A\omega=4\times10^{-2}\times7\pi=4\times10^{-2}\times7\times3=84\times10^{-2}=0/84\frac{m}{s}$$

۱۴ **وزنه‌ای به جرم ۸۰g به انتهای فنری با جرم ناچیز و ثابت فنر $2\pi^2\frac{N}{m}$ آویخته شده و با دامنهٔ کم نوسان می‌کند. بسامد نوسان‌های آن چند هرتز است؟**

گزینهٔ ۴

۱) $\frac{2}{5}$ ۲) $\frac{5}{2}\pi$ ۳) $\frac{2}{5}\pi$ ۴) $\frac{5}{2}$

حل با استفاده از رابطهٔ $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ می‌توان بسامد زاویه‌ای نوسان را محاسبه کرد.

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{2\pi^2}{8\times10^{-2}}}=5\pi\frac{rad}{s}$$

برای محاسبه بسامد خواهیم داشت:

$$\omega=2\pi f=5\pi \Rightarrow f=\frac{5}{2}Hz$$

۱۵ **به انتهای یک فنر با جرم ناچیز وزنهٔ ۵۰۰g آویزان می‌کنیم و آن را در راستای قائم با دامنهٔ کم به نوسان در می‌آوریم. اگر ثابت فنر $20\frac{N}{m}$ باشد، وزنه در هر دقیقه چند نوسان کامل انجام می‌دهد؟ ($\pi^2\simeq 10$)** (ریاضی داخل ۸۳)

گزینهٔ ۴

۱) ۱۲ ۲) ۱۸ ۳) ۳۰ ۴) ۶۰

Telegram:MOHammad_Free

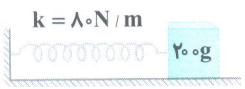
حل با استفاده از دوره‌ای که به‌دست می‌آوریم می‌توانیم تعداد نوسانات در یک دقیقه را محاسبه کنیم:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T=2\pi\sqrt{\frac{5\times10^{-1}}{20}} \Rightarrow T=1s$$

$$n=\frac{t}{T} \Rightarrow n=\frac{60}{1} \Rightarrow n=60$$

@MOHammad_Free

۱۶ گزینهٔ ۳ — در شکل روبه‌رو وزنه را از حالت تعادل به اندازهٔ ۲۰cm در جهت محور x جابه‌جا و از حال سکون رها می‌کنیم. معادلهٔ حرکت آن در SI کدام است؟ (مبدأ مکان نقطهٔ تعادل وزنه، مبدأ زمان لحظهٔ رها کردن وزنه است.)



۱) $x = ۰/۲\cos ۲۰\pi t$ ۲) $x = ۰/۲\cos \pi t$ ۳) $x = ۰/۲\cos ۲۰t$ ۴) $x = ۰/۲\cos ۲\pi t$

حل ابتدا سرعت زاویه‌ای نوسانگر را محاسبه می‌کنیم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{۸۰}{۲۰۰\times ۱۰^{-۳}}} = ۲۰\frac{rad}{s}$$

دامنهٔ حرکت ۲۰cm است بنابراین:

$$x = A\cos \omega t \Rightarrow x = ۰/۲\cos ۲۰t$$

۱۷ گزینهٔ ۴ — طول پاره‌خطی که یک نوسانگر وزنه - فنر بر روی آن نوسان می‌کند برابر ۱۰cm است. اگر جرم وزنهٔ متصل به فنر ۱۰۰ گرم و ثابت فنر $۴۰\frac{N}{m}$ باشد، بزرگی بیشینهٔ سرعت حرکت این نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

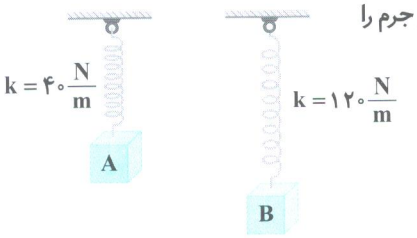
حل طول پاره‌خط ۱۰cm است یعنی دامنهٔ آن ۵cm می‌باشد. سرعت زاویه‌ای را محاسبه می‌کنیم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{۴۰}{۱۰^{-۱}}} \Rightarrow \omega = ۲۰\frac{rad}{s}$$

می‌دانیم رابطهٔ بیشینهٔ سرعت به‌صورت $v_{max} = A\omega$ است.

$$v_{max} = A\omega = ۵\times ۱۰^{-۲}\times ۲۰ = ۱\frac{m}{s}$$

۱۸ گزینهٔ ۱ — فنرهای دو دستگاه وزنه - فنر مطابق شکل توسط دو وزنهٔ هم‌جرم افزایش طول پیدا کرده‌اند. اگر دو جرم را وادار به نوسان کنیم، دورهٔ دستگاه B چند برابر دستگاه A است؟



۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۲) $\sqrt{۳}$ ۳) ۲ ۴) ۱

حل با استفاده از رابطهٔ $T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ مقایسه دو حالت به شکل روبه‌رو است:

$$\frac{T_B}{T_A} = \sqrt{\frac{m_B}{m_A}}\times\sqrt{\frac{k_A}{k_B}} \Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \sqrt{\frac{۴۰}{۱۲۰}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

۱۹ گزینهٔ ۴ — وزنه‌ای را از انتهای فنر سبکی آویزان می‌کنیم. در حالتی که وزنه به حال تعادل قرار می‌گیرد و می‌ایستد، طول فنر ۱۰cm افزایش می‌یابد. وزنه را از این وضعیت کمی پایین کشیده و رها می‌کنیم تا در راستای قائم به نوسان درآید. دورهٔ نوسان چند ثانیه است؟ (ریاضی داخل ۹۰)

۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۲\pi}{۵}$ ۴) $\frac{\pi}{۵}$

حل با استفاده از رابطهٔ نیروی فنر و برقراری تعادل، ثابت فنر را محاسبه می‌کنیم:

$$F = ky \Rightarrow k = \frac{F}{y} \Rightarrow k = \frac{mg}{y} \Rightarrow k = \frac{mg}{۰/۱} = ۱۰۰m\frac{N}{m}$$

حال در رابطهٔ $T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ به‌جای k مقدار به‌دست آمده را جایگزین می‌کنیم:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{۲\pi}{۱۰} \Rightarrow T = \frac{\pi}{۵}s$$

۲۰ گزینهٔ ۲ — خودرویی روی چهارفنر با ثابت $۴\times ۱۰^{۴}\frac{N}{m}$ قرار دارد اگر دورهٔ ارتعاشی خودرو هنگام عبور از سرعت‌گیر برابر $\frac{۱}{۲}s$ باشد، جرم خودرو چند کیلوگرم است؟ ($\pi^۲ \simeq ۱۰$)

۱) ۲۰۰۰ ۲) ۱۰۰۰ ۳) ۴۰۰۰ ۴) ۱۵۰۰۰

حل ابتدا با استفاده از دورهٔ ارتعاشی، سرعت زاویه‌ای فنر خودرو را محاسبه می‌کنیم:

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = ۴\pi\frac{rad}{s}$$

حال می‌توانیم از طریق معادلهٔ $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ جرم را به‌دست آوریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow ۴\pi = \sqrt{\frac{۴\times ۱۰^{۴}}{m}} \Rightarrow ۱۶\pi^۲ = \frac{۴\times ۱۰^{۴}}{m} \Rightarrow m = \frac{۴\times ۱۰^{۴}}{۱۶\pi^۲} = ۲۵۰kg$$

سهم جرم خودرو بر روی یک فنر را محاسبه کردیم. از آنجایی که ۴ فنر درگیر هستند جرم کل خودرو برابر است با:

$$m = ۴\times ۲۵۰ = ۱۰۰۰kg$$

۲۱ گزینهٔ ۲ — آونگی به طول ۶/۲۵m در حال نوسان است. این آونگ در هر دقیقه چند بار طول پاره‌خطی که روی آن نوسان می‌کند را طی می‌کند؟ ($\pi^۲ \simeq g$)

۱) ۱۲ ۲) ۲۴ ۳) ۶ ۴) ۳

حل ابتدا با استفاده از رابطهٔ $T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ دورهٔ حرکت آونگ را محاسبه می‌کنیم:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T = ۲\pi\sqrt{\frac{۶/۲۵}{g}} \xrightarrow{\pi=\sqrt{g}} T = ۲\sqrt{g}\times\frac{\sqrt{۶/۲۵}}{\sqrt{g}} \Rightarrow T = ۵s$$

حال تعداد نوسانات آونگ را به‌دست می آوریم:

$$n = \frac{t}{T} \Rightarrow n = \frac{۶۰}{۵} = ۱۲$$

توجه کنید درهر نوسان، آونگ دوبار پاره‌خط مسیر را طی می‌کند، پس در ۱۲ نوسان، ۲۴ بار پاره‌خط مسیر طی می‌شود.

Telegram:@MOHammad_Free

@MOHammad_Free

۲۲ گزینهٔ ۱ **طول نخ آونگ ساده‌ای را نصف می‌کنیم، دورهٔ آن چند برابر می‌شود؟** (ریاضی خارج ۹۲)

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) ۲

حل با استفاده از روابط $\omega=\sqrt{\frac{g}{L}}$ و $\omega=\frac{۲\pi}{T}$ رابطهٔ بین دوره و طول نخ را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases}\omega=\sqrt{\frac{g}{L}}\\ \omega=\frac{۲\pi}{T}\end{cases}\Rightarrow\frac{۲\pi}{T}=\sqrt{\frac{g}{L}}\Rightarrow T\propto\sqrt{L}$$

$$\frac{T_۲}{T_۱}=\sqrt{\frac{L_۲}{L_۱}}=\sqrt{\frac{\frac{۱}{۲}L_۱}{L_۱}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۲۳ گزینهٔ ۲ **دو آونگ A و B در یک نقطه روی سطح زمین نوسان می‌کنند. در مدت زمان یکسان تعداد نوسانات آونگ A نصف آونگ B است. اگر طول آونگ‌های A و B به ترتیب L_A و L_B باشد، $\frac{L_A}{L_B}$ چقدر است؟**

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) ۲

حل با توجه به رابطهٔ $T=\frac{t}{n}$ ، دورهٔ تناوب با تعداد نوسانات رابطهٔ عکس دارد.

$$n_A=\frac{۱}{۲}n_B\Rightarrow\frac{T_A}{T_B}=\frac{n_B}{n_A}\Rightarrow T_A=۲T_B$$

حال می‌توان با رابطهٔ $T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ نسبت $\frac{L_A}{L_B}$ را محاسبه کرد:

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\Rightarrow\frac{T_A}{T_B}=\sqrt{\frac{L_A}{L_B}}\Rightarrow(\frac{T_A}{T_B})^۲=\frac{L_A}{L_B}\Rightarrow\frac{L_A}{L_B}=۴$$

۲۴ گزینهٔ ۳ **دو آونگ ساده با دوره‌های ۰/۹s و ۱s از یک وضعیت اولیه به نوسان درمی‌آیند. چند ثانیه طول می‌کشد تا یک آونگ ۱۵ نوسان کامل بیشتر از دیگری انجام دهد؟**

۱) ۱۸۰ ۲) ۲۷۰ ۳) ۱۳۵ ۴) ۲۴۰

حل با توجه به این‌که زمان انجام نوسان برای هر دو آونگ یکسان است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$t=nT\xrightarrow{t_۲=t_۱}nT_۲=(n+۱۵)T_۱\xrightarrow{T_۲=۱s,T_۱=۰/۹}n\times۱=(n+۱۵)\times۰/۹\Rightarrow n=۰/۹n+۱۳/۵\Rightarrow ۰/۱n=۱۳/۵\Rightarrow n=۱۳۵$$

$$t=nT\Rightarrow t=۱\times۱۳۵=۱۳۵s$$

۲۵ گزینهٔ ۴ **دورهٔ تناوب آونگی درون آسانسور که با شتاب $۷/۳۵\frac{m}{s^۲}$ به شکل کندشونده به سمت بالا حرکت می‌کند برابر ۴ ثانیه است. اگر آونگ را از داخل آسانسور خارج کنیم، دورهٔ آن چند ثانیه خواهد شد؟ $(g=۹/۸\frac{m}{s^۲})$**

۱) ۱۲ ۲) ۸ ۳) ۴ ۴) ۲

حل می‌دانیم دورهٔ تناوب روی سطح زمین از رابطهٔ $T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ به‌دست می‌آید و در صورتی‌که جسم داخل آسانسور باشد $T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g'}}$ می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{T}{T'}=\sqrt{\frac{g'}{g}}\Rightarrow\frac{T}{۴}=\sqrt{\frac{۹/۸-۷/۳۵}{۹/۸}}=\sqrt{\frac{۲/۴۵}{۹/۸}}\Rightarrow\frac{T}{۴}=\sqrt{۰/۲۵}\Rightarrow\frac{T}{۴}=۰/۵\Rightarrow T=۲s$$

۲۶ گزینهٔ ۴ **دورهٔ نوسان آونگی در سطح زمین T است. اگر به اندازهٔ ۳ برابر شعاع زمین از سطح زمین دور شویم دورهٔ تناوب آن چند برابر می‌شود؟ (R_e: شعاع کرهٔ زمین است.)**

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

حل طبق رابطهٔ $T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ و $g=\frac{GM_e}{(R_e+h)^۲}$ می‌توان نوشت:

$$\frac{T_۲}{T_۱}=\frac{R_e+h_۲}{R_e+h_۱}\Rightarrow\frac{T_۲}{T_۱}=\frac{۴R_e}{R_e}\Rightarrow\frac{T_۲}{T_۱}=۴$$

۲۷ گزینهٔ ۴ **در مدت زمانی که در سطح زمین یک شبانه‌روز می‌گذرد، یک ساعت آونگ‌دار در ارتفاع $۳R_e$ از سطح زمین چند ساعت جلو می‌رود؟ (شعاع کرهٔ زمین را R_e در نظر بگیرید)**

۱) ۴۸ ۲) ۲۴ ۳) ۱۲ ۴) ۶

حل با استفاده از رابطهٔ شتاب گرانش زمین و دورهٔ حرکت نوسانی آونگ ابتدا رابطهٔ مقایسهٔ دورهٔ آونگ ساعت را برحسب فاصله و طول آونگ به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{matrix}T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\\ g=G\frac{M_e}{r^۲}\end{matrix}\Rightarrow\frac{T_۲}{T_۱}=\sqrt{\frac{L_۲}{L_۱}\times(\frac{r_۲}{r_۱})^۲}\Rightarrow\frac{T_۲}{T_۱}=\frac{r_۲}{r_۱}\times\sqrt{\frac{L_۲}{L_۱}}\xrightarrow{L_۲=L_۱,r_۱=R_e,r_۲=۳R_e+R_e=۴R_e}\frac{T_۲}{T_۱}=\frac{۴R_e}{R_e}\times\sqrt{۱}\Rightarrow\frac{T_۲}{T_۱}=۴$$

Telegram.MOHammad_Free

@MOHammad_Free

طبق رابطهٔ $T=\frac{t}{n}$ در مدت زمان یکسان دوره با n رابطهٔ عکس دارد، بنابراین داریم: $\frac{n_2}{n_1}=\frac{T_1}{T_2}=\frac{1}{4}$

بنابراین تعداد نوسان‌های ساعت آونگ‌دار در ارتفاع $3R_e$ از سطح زمین $\frac{1}{4}$ تعداد نوسان‌های آن در سطح زمین خواهد بود و در نتیجه گذر زمان را $\frac{1}{4}$ گذر زمان واقعی نشان می‌دهد و در مدت ۲۴h، ساعت مورد نظر گذشت ۶h را نشان خواهد داد.

۲۸ گزینهٔ ۲

آونگ ساده‌ای از گلوله‌ای آهنی که به انتهای نخ سبکی بسته شده است، تشکیل یافته و دورهٔ آن ۲ ثانیه می‌باشد. طول آونگ را به $\frac{1}{4}$ طول اولیه‌اش می‌رسانیم و به وسیلهٔ یک آهن‌ربا نیروی قائمی به طرف پایین و مساوی ۳ برابر وزن گلوله برآن وارد می‌سازیم. در این حالت دورهٔ آونگ برابر با ..... ثانیه است. (ریاضی داخل ۹۴)

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۴) ۲

حل دورهٔ آونگ ساده و عادی از رابطهٔ $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ به‌دست می‌آید و هنگامی‌که نیروی F به‌صورت قائم و رو به پایین وارد می‌گردد، معادلهٔ آن به‌صورت $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g+\frac{F}{m}}}$ است، بنابراین:

$$\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{L_2}{L_1}}\times\sqrt{\frac{g}{g+\frac{F}{m}}}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{1}{4}}\times\sqrt{\frac{g}{g+3g}}\Rightarrow\frac{T_2}{2}=\frac{1}{4}\Rightarrow T_2=\frac{1}{2}s$$

۲۹ گزینهٔ ۱

نوسانگر وزنه - فنری در مدت یک دقیقه پاره‌خطی به طول ۱۲۰cm را ۲۰ بار طی می‌کند. اگر جرم وزنهٔ متصل به آن ۲۰۰g باشد، معادلهٔ نیرو بر حسب مکان در SI کدام است؟

۱) $F=\frac{-\pi^2}{45}x$ ۲) $F=\frac{-\pi^2}{90}x$ ۳) $F=\frac{\pi^2}{45}x$ ۴) $F=\frac{\pi}{90}x$

حل هنگامی که نوسانگر ۲۰ بار پاره‌خط مسیر را طی می‌کند، ۱۰ نوسان کامل انجام داده است.

ابتدا دورهٔ حرکت دستگاه را محاسبه می‌کنیم:

$$n=\frac{t}{T}\Rightarrow 10=\frac{60}{T}\Rightarrow T=6s$$

حال که دورهٔ حرکت را محاسبه کردیم، سرعت زاویه‌ای را به‌دست می‌آوریم:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{6}=\frac{\pi}{3}\frac{rad}{s}$$

معادله نیرو بر حسب مکان به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$F=-m\omega^2x\Rightarrow F=-0/2\times\frac{\pi^2}{9}x\Rightarrow F=-\frac{\pi^2}{45}x$$

۳۰ گزینهٔ ۲

معادلهٔ نیروی وارد برآونگی به طول ۴۰cm در SI به‌صورت $F=-100x$ است. جرم آونگ چند کیلوگرم است؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$

۱) ۰/۴ ۲) ۴ ۳) ۴۰ ۴) ۰/۰۴

حل در حرکت نوسانی آونگ ساده داریم:

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{l}}=\sqrt{\frac{10}{0/4}}=5\frac{rad}{s}$$

با مقایسه معادله داده شده با معادله نیرو - مکان می‌توان جرم را تعیین کرد.

$$\left.\begin{matrix}F=-100x\\F=-m\omega^2x\end{matrix}\right\}\Rightarrow m\omega^2=100\Rightarrow m(25)=100\Rightarrow m=4kg$$

۳۱ گزینهٔ ۲

معادلهٔ نیرو - مکان نوسانگر ساده‌ای در SI به‌صورت $F=-\pi^2y$ است. اگر جرم نوسانگر ۱۰g باشد، این نوسانگر در هر دقیقه چند نوسان کامل انجام می‌دهد؟ $(\pi^2=10)$ (ریاضی داخل ۸۸)

۱) ۱۵۰ ۲) ۳۰۰ ۳) ۲۵۰ ۴) ۲۰۰

حل براساس رابطهٔ $F=-m\omega^2y$ سرعت زاویه‌ای را محاسبه می‌کنیم:

$$F=-m\omega^2y\Rightarrow-\pi^2y=-m\omega^2y\Rightarrow\omega=10\pi\frac{rad}{s}$$

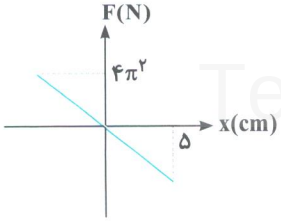
$$\omega=2\pi f\Rightarrow 10\pi=2\pi\times f\Rightarrow f=5Hz$$

حال که بسامد نوسانگر را محاسبه کردیم با استفاده از رابطهٔ $f=\frac{n}{t}$ تعداد نوسانات را به‌دست می‌آوریم:

$$f=\frac{n}{t}\Rightarrow 5=\frac{n}{60}\Rightarrow n=300$$

۳۲ گزینهٔ ۳

نمودار نیرو برحسب بعد نوسانگری به جرم ۵۰g مطابق شکل مقابل است. معادلهٔ مکان - زمان این نوسانگر در SI کدام گزینه است؟

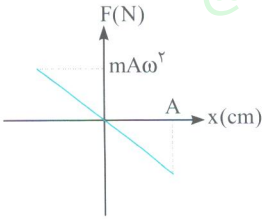


۱) $x=5\cos 4\sqrt{2}\pi t$
۲) $x=0/05\cos 40\sqrt{2}\pi t$
۳) $x=0/05\cos 40\pi t$
۴) $x=5\cos 40\pi t$

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

حل نمودار F - x نوسانگر ساده مطابق روبه‌رو است، پس می‌توان از روی نمودار اطلاعات لازم برای حل مسئله را محاسبه کرد.



$$\begin{cases} A = 0/05\,m \\ mA\omega^2 = 4\pi^2 \end{cases} \Rightarrow 0/05 \times 0/05 \times \omega^2 = 4\pi^2$$

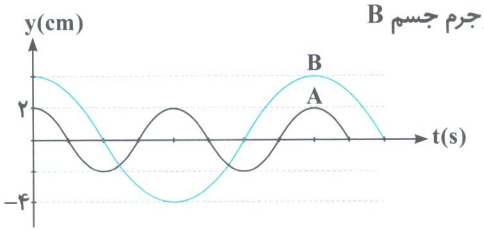
$$\omega^2 = \frac{4\pi^2}{(0/05)^2} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0/05} = 40\pi \frac{rad}{s}$$

معادله مکان - زمان خواسته شده است.

$$x = A\cos\omega t \Rightarrow x = 0/05\cos 40\pi t$$

۳۳ گزینهٔ ۴

شکل مقابل مربوط به نمودار مکان - زمان دو نوسان‌کنندهٔ A و B است و جرم A، ۲ برابر جرم جسم B است. بیشینهٔ نیروی وارد بر جسم A چند برابر بیشینهٔ نیروی وارد بر جسم B است؟



۱) ۲ ☐ ۲) $\frac{1}{2}$ ☐ ۳) $\frac{1}{4}$ ☐ ۴) ۴ ☐

حل با توجه به نمودار در مدتی که نوسانگر A، ۲ نوسان کامل انجام می‌دهد نوسانگر B یک نوسان انجام می‌دهد.

$$T_B = 2T_A \Rightarrow \frac{\omega_A}{\omega_B} = 2$$

$$\frac{F_{max\,A}}{F_{max\,B}} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{A_A}{A_B} \times \left(\frac{\omega_A}{\omega_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{F_{max\,A}}{F_{max\,B}} = \frac{2}{1} \times \frac{1}{2} \times 4 = 4$$

۳۴ گزینهٔ ۱

معادلهٔ مکان - زمان نوسانگر وزنه - فنری به‌صورت $x = 4 \times 10^{-2}\cos(1/5\pi t)$ است. اگر ثابت فنر $50\frac{N}{m}$ و جرم وزنهٔ متصل به آن ۱kg باشد، اندازهٔ شتاب حرکت متحرک در لحظهٔ $t = \frac{2}{9}s$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) ۱ ☐ ۲) ۲ ☐ ۳) ۳ ☐ ۴) ۶ ☐

حل با برابر قرار دادن دو معادلهٔ $F = -kx$ و $F = ma$ معادلهٔ شتاب نوسانگر را محاسبه می‌کنیم:

$$F = -kx = ma \Rightarrow a = -\frac{kx}{m} \Rightarrow a = \frac{-50 \times 4 \times 10^{-2}\cos(1/5\pi t)}{1} \Rightarrow a = -50 \times 4 \times 10^{-2}\cos(1/5\pi t) \Rightarrow a = -2\cos(1/5\pi t)$$

$$\xrightarrow{t=\frac{2}{9}s} a = -2\cos(1/5 \times \frac{2}{9}\pi) \Rightarrow a = -1\frac{m}{s^2} \Rightarrow |a| = 1\frac{m}{s^2}$$

۳۵ گزینهٔ ۱

وزنه‌ای به جرم ۱۰۰g به فنری آویزان و در حال تعادل است. اگر وزنه در راستای قائم ۱cm از وضع تعادل خارج و رها سازیم، با دورهٔ ۰/۲π ثانیه به نوسان درمی‌آید. اندازهٔ شتاب نوسانگر در لحظه‌ای که از فاصلهٔ ۰/۵cm وضع تعادل عبور می‌کند، چند متر بر مجذور ثانیه خواهد بود؟

۱) ۰/۵ ☐ ۲) ۲ ☐ ۳) ۱/۵ ☐ ۴) ۲ ☐

حل هنگامی‌که نوسانگر در فاصلهٔ ۰/۵ سانتی‌متری از وضع تعادل قرار دارد، مکان آن نصف مکان بیشینه (دامنه) است.

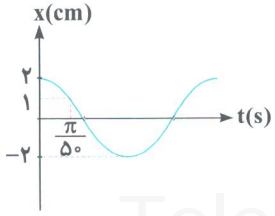
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow 0/2\pi = 2\pi\sqrt{\frac{0/1}{k}} \Rightarrow 0/1 = \sqrt{\frac{0/1}{k}} \Rightarrow 0/01 = \frac{0/1}{k} \Rightarrow k = \frac{0/1}{0/01} = 10\frac{N}{m}$$

حال با برابر قرار دادن $F = kx$ و $F = ma$ می‌توان مقدار شتاب حرکت را به‌دست آورد:

$$\begin{matrix} F = -kx \\ F = ma \end{matrix} \Rightarrow -kx = ma \Rightarrow a = \frac{-10}{0/1}\left(\frac{0/5}{100}\right) \Rightarrow a = -0/5\frac{m}{s^2} \Rightarrow |a| = 0/5\frac{m}{s^2}$$

۳۶ گزینهٔ ۲

شکل مقابل نمودار مکان - زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای را نشان می‌دهد. اگر ثابت فنر $100\frac{N}{m}$ باشد، اندازهٔ بیشینهٔ شتاب نوسانگر چند متر بر مجذور ثانیه است؟



۱) $\frac{9}{50}$ ☐ ۲) $\frac{50}{9}$ ☐ ۳) $\frac{9}{100}$ ☐ ۴) $\frac{100}{9}$ ☐

حل ابتدا با استفاده از معادلهٔ مکان - زمان حرکت نوسانی، سرعت زاویه‌ای را محاسبه می‌کنیم:

$$x = A\cos\omega t \Rightarrow 1 \times 10^{-2} = 2 \times 10^{-2}\cos\left(\frac{\pi}{50}\omega\right) \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{50}\omega\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{50}\omega = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \omega = \frac{50}{3}\frac{rad}{s}$$

می‌دانیم حداکثر شتاب از رابطه $|a_{max}| = A\omega^2$ به‌دست می‌آید:

$$|a_{max}| = A\omega^2 = 2 \times 10^{-2} \times \left(\frac{50}{3}\right)^2 = \frac{50}{9}\frac{m}{s^2}$$

@Mohammad_Free

۳۷ گزینهٔ ۳ **با یک جسم و یک فنر یک نوسانگر ساده ساخته‌ایم. در مدتی که جسم به طرف مرکز نوسان (جایی که فنر طول عادی خود را دارد) نزدیک می‌شود، انرژی مکانیکی و انرژی پتانسیل آن به ترتیب چگونه تغییر می‌کنند؟** (تجربی داخل ۸۰)

۱) افزایش - ثابت ۲) ثابت - افزایش ۳) ثابت - کاهش ۴) کاهش - ثابت

حل انرژی مکانیکی همواره ثابت است. وقتی نوسانگر به مرکز نوسان نزدیک می‌شود، سرعت و انرژی جنبشی آن افزایش یافته و در نتیجه انرژی پتانسیل آن در حال کاهش است.

۳۸ گزینهٔ ۲ **نوسانگری به انتهای فنر سبکی با ثابت $۱۰۰\frac{N}{m}$ بسته شده و با دامنهٔ ۴cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. انرژی جنبشی آن در لحظه‌ای که از مبدأ نوسان می‌گذرد چند ژول است؟**

۱) ۰/۰۶ ۲) ۰/۰۸ ۳) ۰/۱۲ ۴) ۰/۱۶

حل انرژی جنبشی در مبدأ حرکت بیشینه و با انرژی مکانیکی برابر است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$K_{\text{مبدأ}} = E = \frac{۱}{۲}kA^۲ \Rightarrow E = \frac{۱}{۲}\times ۱۰۰ \times (\frac{۴}{۱۰۰})^۲ \Rightarrow K_{\text{مبدأ}} = ۰/۰۸J$$

۳۹ گزینهٔ ۳ **اگر بیشینهٔ جابه‌جایی یک نوسانگر به جرم ۵۰g در نیم دوره برابر ۵cm و انرژی مکانیکی آن $۲/۵\times ۱۰^{-۲}\pi^۲$ ژول باشد، معادلهٔ مکان - زمان متحرک در SI کدام است؟**

۱) $x = ۰/۰۲۵\cos ۲۰\pi t$ ۲) $x = ۰/۰۵\cos ۲۰\pi t$ ۳) $x = ۰/۰۲۵\cos ۴۰\pi t$ ۴) $x = ۰/۰۵\cos ۴۰\pi t$

حل بیشترین جابه‌جایی در نصف دوره تناوب، زمانی اتفاق می‌افتد که نوسانگر یک‌بار پاره‌خط مسیر را طی کند. در نتیجه بیشترین جابه‌جایی دو برابر دامنه است.

$$۲A = ۵cm \Rightarrow A = ۲/۵cm$$

$$E = \frac{۱}{۲}m\omega^۲A^۲ \Rightarrow ۲/۵\times ۱۰^{-۲}\pi^۲ = \frac{۱}{۲}\times ۵۰\times ۱۰^{-۳}\times ۶/۲۵\times ۱۰^{-۴}\times \omega^۲$$

$$\Rightarrow \omega^۲ = \frac{۲/۵\times ۱۰^{-۲}\pi^۲\times ۴}{۶/۲۵\times ۱۰^{-۵}} = \frac{۴\pi^۲\times ۱۰^۳}{۲/۵} = ۴۰۰\times ۴\pi^۲ \Rightarrow \omega = ۴۰\pi\frac{rad}{s}$$

$$x = A\cos\omega t \Rightarrow x = ۰/۰۲۵\cos ۴۰\pi t$$

۴۰ گزینهٔ ۳ **انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگری ساده در یک لحظهٔ معین به ترتیب ۰/۱۲J و ۰/۰۶J است. اگر جرم نوسانگر ۱۰g و دامنهٔ حرکت ۴cm باشد. دورهٔ حرکت چند ثانیه است؟**

۱) ۳۰π ۲) $\frac{۴\pi}{۳}$ ۳) $\frac{\pi}{۷۵}$ ۴) $\frac{۴\pi}{۳\sqrt{۱۰}}$

حل انرژی مکانیکی نوسانگر همواره ثابت است:

$$E = K + U \Rightarrow E = ۰/۱۲ + ۰/۰۶ = ۰/۱۸J$$

$$E = \frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲ \Rightarrow ۰/۱۸ = \frac{۱}{۲}\times ۱۰^{-۲}\times ۱۶\times ۱۰^{-۴}\times \omega^۲ \Rightarrow \omega = ۱۵۰\frac{rad}{s}$$

با توجه به بسامد زاویه‌ای می‌توان دوره تناوب را محاسبه کرد.

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow ۱۵۰ = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{\pi}{۷۵}s$$

۴۱ گزینهٔ ۱ **اگر E و m به ترتیب انرژی مکانیکی و جرم یک نوسانگر ساده باشند، سرعت نوسانگر در لحظهٔ عبور از نقطهٔ تعادل برابر کدام است؟** (تجربی داخل ۹۰)

۱) $(\frac{۲E}{m})^{\frac{۱}{۲}}$ ۲) $\frac{E}{۲m^۲}$ ۳) $\frac{۲E}{m^۲}$ ۴) $(\frac{E}{m})^{\frac{۱}{۲}}$

حل انرژی مکانیکی با بیشینهٔ انرژی جنبشی و بیشینهٔ انرژی پتانسیل برابر است. در مرکز نوسان انرژی جنبشی بیشینه است.

$$K_{max} = E = \frac{۱}{۲}mv^۲_{max} \Rightarrow v^۲_{max} = \frac{۲E}{m} \Rightarrow v_{max} = (\frac{۲E}{m})^{\frac{۱}{۲}}$$

۴۲ گزینهٔ ۲ **بیشترین سرعت یک نوسانگر ساده $۵\frac{m}{s}$ است. در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر ۳ برابر انرژی جنبشی آن است، سرعت نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟** (تجربی خارج ۸۶)

۱) ۱/۲۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۷/۵ ۴) ۱۰

حل انرژی جنبشی با مجذور سرعت و بیشینهٔ انرژی جنبشی با مجذور بیشینهٔ سرعت رابطهٔ مستقیم دارد:

$$E = U + K \Rightarrow U = E - K \Rightarrow U = K_{max} - K \Rightarrow \frac{U}{K} = \frac{K_{max} - K}{K} = \frac{v^۲_{max} - v^۲}{v^۲}$$

$$\Rightarrow ۳ = \frac{v^۲_{max} - v^۲}{v^۲} \Rightarrow ۳v^۲ = v^۲_{max} - v^۲ \Rightarrow ۴v^۲ = v^۲_{max} \Rightarrow ۲v = v_{max} \Rightarrow v = \frac{v_{max}}{۲} = \frac{۵}{۲} = ۲/۵\frac{m}{s}$$

Telegram:@Mohammad_Free

@MOHammad_Free

۴۳ بیشینهٔ نیروی وارد بر نوسانگری ۵N و بیشینهٔ انرژی جنبشی آن ۱J است. طول مسیر نوسان چند سانتی‌متر است؟ (گزینهٔ ۲)

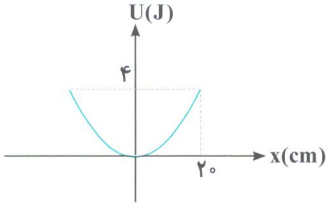
۱) ۴۰ ☐ ۲) ۸۰ ☐ ۳) ۳۲ ☐ ۴) ۱۶ ☐

حل بیشترین انرژی جنبشی برابر انرژی مکانیکی است بنابراین می‌توان نوشت:

$$E=\frac{1}{2}m\omega^2A^2=\frac{1}{2}A(m\omega^2A)\Rightarrow E=\frac{1}{2}AF_{max}\Rightarrow 1=\frac{1}{2}\times A\times 5\Rightarrow A=\frac{2}{5}m=40cm$$

طول پاره‌خط $d=2\times A=2\times 40=80cm$

۴۴ نمودار انرژی پتانسیل - مکان جسم متصل به فنری که در راستای افقی نوسان می‌کند، به‌صورت روبه‌رو است. ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟ (گزینهٔ ۲)

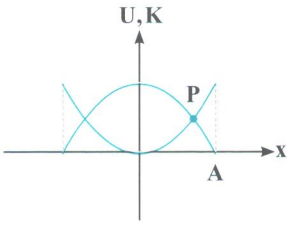


۱) ۱۵۰ ☐ ۲) ۲۰۰ ☐ ۳) ۲۵۰ ☐ ۴) ۳۰۰ ☐

حل انرژی مکانیکی با بیشینهٔ انرژی پتانسیل برابر است، بنابراین:

$$U_{max}=E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2 \xrightarrow{\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow\omega^2=\frac{k}{m}\Rightarrow k=m\omega^2} U_{max}=E=\frac{1}{2}kA^2\Rightarrow 4=\frac{1}{2}\times k\times 400\times 10^{-4}\Rightarrow k=200\frac{N}{m}$$

۴۵ نمودارهای انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی نوسانگر ساده‌ای مطابق شکل روبه‌رو است. در نقطهٔ P، نسبت انرژی جنبشی به انرژی مکانیکی جسم کدام است؟ (گزینهٔ ۲)

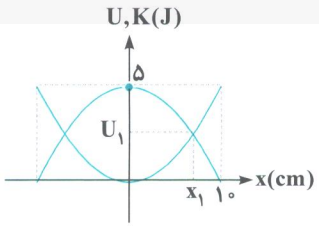


۱) ۲ ☐ ۲) $\frac{1}{2}$ ☐ ۳) ۱ ☐ ۴) ۳ ☐

حل در نقطهٔ P مقدار انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی برابر است و انرژی مکانیکی همواره ثابت است، بنابراین:

$$E=U+K\Rightarrow E=2K\Rightarrow\frac{K}{E}=\frac{1}{2}$$

۴۶ نمودارهای انرژی پتانسیل و جنبشی نوسانگری که در هر دقیقه ۶۰ نوسان می‌کند مطابق زیر است. v_1 سرعت نوسانگر و U_1 انرژی پتانسیل در مکان x_1، به ترتیب چند متر بر ثانیه و چند ژول است؟ (گزینهٔ ۱)



۱) $\sqrt{2}\pi\times10^{-1}$ ، ۲/۵ ☐

۲) $\sqrt{2}\pi\times10^{-1}$ ، ۵ ☐

۳) $\pi\times10^{-1}$ ، ۲/۵ ☐

۴) $\pi\times10^{-1}$ ، ۵ ☐

حل نوسانگر در هر دقیقه، ۶۰ نوسان انجام می‌دهد بنابراین می‌توان بسامد زاویه‌ای نوسانگر را محاسبه کرد:

$$T=\frac{t}{n}=\frac{60}{60}=1s\Rightarrow\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi\frac{rad}{s}$$

در مکان x_1، انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی با یکدیگر برابر هستند.

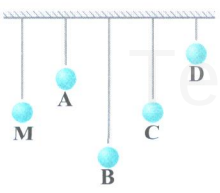
$$E=U+K\xrightarrow{U=K}E=2U\Rightarrow 5=2U\Rightarrow U=2/5J$$

برای محاسبه سرعت خواهیم داشت:

$$U=E-K\Rightarrow U=K_{max}-K\Rightarrow\frac{U}{K}=\frac{K_{max}-K}{K}=\frac{v_{max}^2-v^2}{v^2}\Rightarrow\frac{U}{K}=1\Rightarrow\frac{v_{max}^2-v^2}{v^2}=1\Rightarrow v_{max}^2-v^2=v^2$$

$$\Rightarrow v_{max}^2=2v^2\Rightarrow v_{max}=\sqrt{2}v\Rightarrow A\omega=\sqrt{2}v\Rightarrow v=\frac{\sqrt{2}}{2}A\omega=\frac{\sqrt{2}}{2}\times 0/1\times 2\pi\Rightarrow v=\sqrt{2}\pi\times10^{-1}\frac{m}{s}$$

۴۷ طبق شکل مقابل چند آونگ را از سیم افقی آویخته‌ایم. با به نوسان درآوردن آونگ M کدام آونگ با دامنهٔ بیشتری به نوسان واداشته می‌شود؟ (گزینهٔ ۳)



۱) A ☐ ۲) B ☐ ۳) C ☐ ۴) D ☐

حل با توجه به پدیدهٔ تشدید وقتی یک آونگ به نوسان درمی‌آید، آونگ هم طول با آن یعنی آونگ C با بیشترین دامنه به نوسان درمی‌آید.

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

مرحلهٔ دوم جمع‌بندی — موج

مبحث (۱): تعاریف اولیه

موج: انتقال انرژی بدون انتقال ماده در یک محیط را موج گویند. به عبارت دیگر هرگاه در ناحیه‌ای از یک محیط کشسان ارتعاشی به وجود آید موجب پدید آمدن ارتعاش‌های پی‌درپی دیگری می‌شود که از محل شروع ارتعاش دور می‌شوند که به این انتشار ارتعاش‌ها، موج می‌گویند.

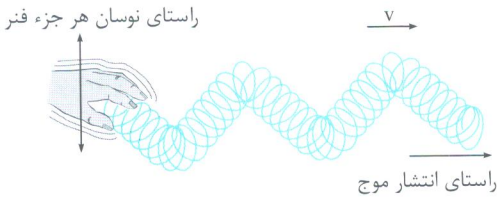
موج‌ها را می‌توان به دو دستهٔ مکانیکی و الکترومغناطیسی تقسیم‌بندی کرد.

موج‌های مکانیکی: موج‌هایی هستند که برای انتشار نیاز به محیط مادی دارند. مانند موج ایجاد شده در یک طناب یا فنر و یا موج‌های ایجاد شده در سطح آب و یا صوت.

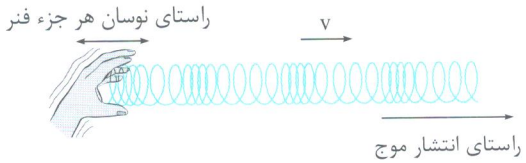
موج‌های الکترومغناطیسی: موج‌هایی هستند که برای انتشار نیاز به محیط مادی ندارند. مانند نور مرئی، موج‌های رادیویی و تلویزیونی، میکرو موج و پرتوهای x.

از دیدگاهی دیگر، موج‌ها را می‌توان به دو دستهٔ عرضی و طولی تقسیم‌بندی کرد:

موج‌های عرضی: موج‌هایی هستند که راستای نوسان ذرات محیط عمود بر راستای انتشار موج است. به شکل روبه‌رو دقت کنید.

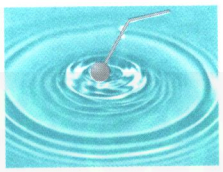


موج‌های طولی: موج‌هایی هستند که راستای نوسان ذرات محیط در راستای انتشار موج است. به شکل روبه‌رو دقت کنید.



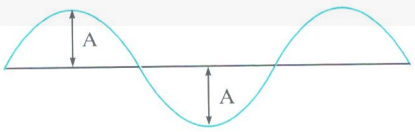
مشخصه‌های موج

فرض کنید مطابق شکل مقابل توسط یک گوی کوچک امواج دایره‌ای شکلی در سطح آب ایجاد کنیم. به هریک از برآمدگی‌ها یا فرورفتگی‌های ایجاد شده روی سطح آب، یک جبههٔ موج می‌گویند. به برآمدگی‌ها قله (ستیغ) و به فرورفتگی‌ها دره (پاستیغ) گفته می‌شود.



در ادامهٔ مبحث با مشخصه‌های دیگر موج آشنا می‌شویم.

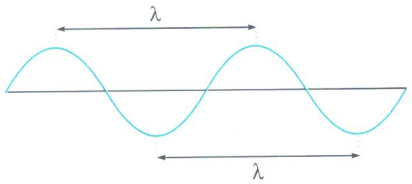
دامنه: بیشینهٔ فاصلهٔ یک ذره از مکان تعادل، دامنهٔ موج نامیده می‌شود که همان فاصلهٔ قله یا دره نسبت به سطح آرام یا ساکن است. دامنه را با (A) نشان می‌دهند و یکای آن در SI متر (m) است.



دوره تناوب: مدت زمانی که هر ذرهٔ محیط یک نوسان کامل انجام می‌دهد دورهٔ تناوب موج نامیده می‌شود که برابر با زمانی است که چشمهٔ موج یک نوسان کامل انجام می‌دهد. دوره را با (T) نشان می‌دهند و یکای آن ثانیه (s) است.

بسامد: تعداد نوسان‌های انجام شده توسط هر ذرهٔ محیط در یک ثانیه بسامد موج نامیده می‌شود که برابر بسامد چشمهٔ موج است. بسامد را با (f) نشان می‌دهند و یکای آن هرتز (Hz) است.

طول موج: مسافتی که موج در مدت دورهٔ تناوب نوسان چشمه طی می‌کند، طول موج نام دارد. طول موج را با (λ) نشان می‌دهند و یکای آن متر (m) است. همان‌طور که در شکل روبه‌رو می‌بینید، فاصلهٔ بین دو قله یا دو درهٔ متوالی برابر طول موج است.



تندی انتشار موج: انتشار موج در یک محیط به‌صورت یکنواخت است. بنابراین اگر جبههٔ موج در مدت Δt مسافت l را طی کند، تندی انتشار موج از رابطهٔ $v = \frac{l}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید. همان‌طور که گفتیم مسافتی که یک موج در مدت زمان T طی می‌کند برابر λ است. بنابراین داریم:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

- v ← تندی انتشار موج برحسب متر بر ثانیه $(\frac{m}{s})$
- λ ← طول موج برحسب متر (m)
- f ← بسامد موج بر حسب هرتز (Hz)
- T ← دورهٔ تناوب موج برحسب ثانیه (s)

Telegram:MOHammad_Free

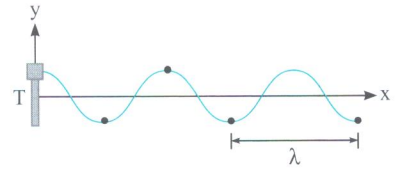
@MOHammad_Free

نکات ۱ در رابطهٔ صفحهٔ قبل **بسامد موج** فقط تابع شرایط چشمهٔ موج است و به محیط انتشار بستگی ندارد.

۲ در رابطهٔ صفحهٔ قبل **تندی انتشار موج** فقط تابع شرایط محیط موج است و به چشمه بستگی ندارد.

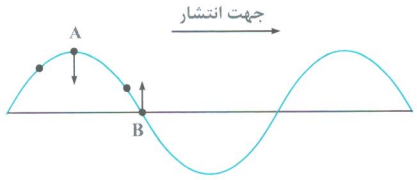
۳ در رابطهٔ صفحهٔ قبل **طول موج** هم به محیط و هم به چشمهٔ موج بستگی دارد.

مبحث (۲): تحلیل دقیق‌تر نقش موج

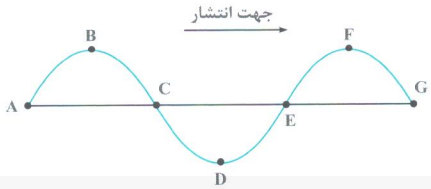


فرض کنید مطابق شکل مقابل یک سر طنابی به یک نوسان‌ساز متصل باشد. هنگامی‌که نوسان‌ساز با همان چشمهٔ موج شروع به نوسان می‌کند، تمام نقاط طناب با یک تأخیر زمانی حرکت نوسان‌ساز را تکرار می‌کنند و ارتعاش‌های ایجاد شده در طناب به پیش می‌روند. دقت کنید که هنگام انتشار موج، ذرات محیط منتقل نمی‌شوند و سر جای خود نوسان می‌کنند و این انرژی است که در محیط منتقل می‌شود.

نکات ۱ مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی (توان متوسط) در یک موج سینوسی برای همهٔ انواع امواج مکانیکی با مربع دامنه (A^2) و مربع بسامد (f^2) متناسب است.



۲ برای بررسی جهت حرکت هر یک از نقاط محیط انتشار موج کافی است به نقطهٔ قبلی آن توجه کنیم. هنگام انتشار یک موج تمام نقاط رفتار نقطهٔ قبلی خود را تکرار می‌کنند. (مانند زمانی که شما در ورزشگاه آزادی مشغول تماشای بازی فوتبال هستید و موج مکزیکی ایجاد می‌شود. اگر دقت کنید هر فرد رفتار نفر قبلی خود را تکرار می‌کند.) به‌طور مثال در شکل مقابل چون نقطهٔ قبل از A پایین‌تر از A است می‌توانیم بگوییم لحظهٔ بعد، A پایین می‌آید و همین‌طور چون نقطهٔ قبل از B بالاتر از B است می‌توانیم بگوییم لحظهٔ بعد، B بالا می‌رود.



۳ در یک موج نقاطی که دقیقاً مانند هم نوسان می‌کنند (با هم بالا و پایین می‌روند)، نقاط هم‌گام یا هم‌فاز نام دارند. به‌طور مثال در شکل مقابل نقاط (E,A) و (F,B) و (C,G) هم‌فاز هستند.

۴ در یک موج نقاطی که دقیقاً وضعیت نوسان آن‌ها بر عکس یکدیگر است (کاملاً بر عکس هم بالا و پایین می‌روند)، نقاط در فاز مخالف نام دارند. به‌طور مثال در شکل بالا نقاط (A,C)، (B,D) و (D,F) در فاز مخالف هستند.

مبحث (۳): تندی انتشار موج عرضی در تار یا فنر

همان‌طور که در مباحث قبل مشاهده کردید، تندی انتشار موج به جنس و ویژگی‌های محیط انتشار بستگی دارد. در ادامه تندی انتشار یک موج خاص را بررسی می‌کنیم.

برای به‌دست آوردن تندی انتشار موج عرضی در یک فنر یا یک ریسمان کشیده شده می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad , \quad \mu = \frac{m}{L}$$

v ← تندی انتشار موج عرضی در طناب یا فنر بر حسب متر بر ثانیه $(\frac{m}{s})$

F ← نیروی کشش بر حسب نیوتون (N)

μ ← جرم واحد طول بر حسب کیلوگرم بر متر $(\frac{kg}{m})$

m ← جرم فنر یا ریسمان بر حسب کیلوگرم (kg)

L ← طول فنر یا ریسمان بر حسب متر (m)

نکات ۱ اگر طول طنابی را n برابر کنیم، جرم آن نیز n برابر می‌شود، بنابراین μ ثابت مانده و در نتیجه تندی انتشار موج در آن طناب نیز ثابت می‌ماند.

۲ اگر طنابی را بکشیم یا از دستگاهی عبور دهیم تا با ثابت ماندن جرم، طول طناب n برابر شود، آن‌گاه μ، $\frac{1}{n}$ برابر شده و تندی انتشار موج $\sqrt{n}$ برابر می‌شود.

۳ برای به‌دست آوردن μ علاوه بر رابطهٔ $\mu = \frac{m}{L}$ از رابطهٔ مقابل نیز می‌توان استفاده کرد: $\mu = \rho A$

μ ← جرم واحد طول بر حسب کیلوگرم بر متر $(\frac{kg}{m})$

ρ ← چگالی طناب بر حسب کیلوگرم بر مترمکعب $(\frac{kg}{m^3})$

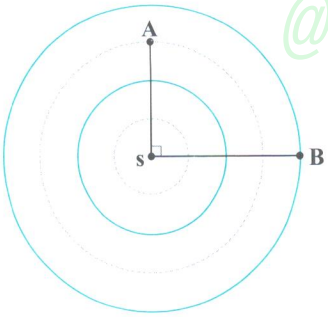
A ← سطح مقطع طناب بر حسب متر مربع (m^2)

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

۴۸ گزینهٔ ۴

در شکل روبه‌رو s، چشمه یک موج دو بعدی است. دایره‌های خط چین، دره‌ها و دایره‌های توپر قله‌های موج را نمایش می‌دهند. اگر طول موج چشمه برابر ۱۰ سانتی‌متر باشد، فاصلهٔ دو نقطهٔ A و B کدام است؟ (در لحظهٔ نشان داده شده s در قله است.)



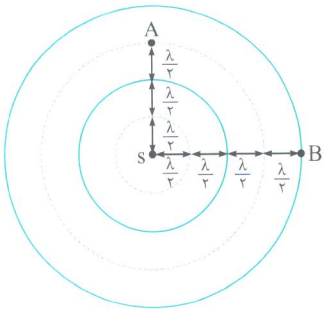
۱) ۱۰

۲) ۱۵

۳) ۲۰

۴) ۲۵

حل فاصله هر قله از دره برابر $\frac{\lambda}{۲}$ است.

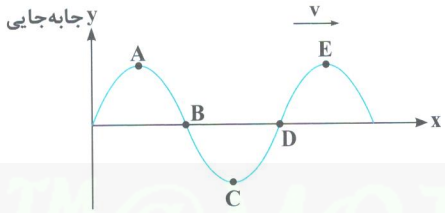


$$AB = \sqrt{AS^۲ + BS^۲} = \sqrt{(\frac{۳\lambda}{۲})^۲ + (\frac{۴\lambda}{۲})^۲} = \frac{۵\lambda}{۲}$$

$$AB = ۵ \times \frac{۱۰}{۲} = ۲۵cm$$

۴۹ گزینهٔ ۳

شکل مقابل یک موج سینوسی را در یک لحظه نمایش می‌دهد. ۵ جزء از ریسمان روی شکل نشان داده شده‌اند. جهت حرکت کدام یک از این اجزا بلافاصله بعد از این لحظه رو به پایین است؟



۱) B

۲) A

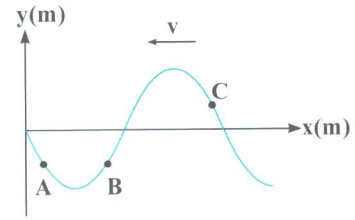
۳) A، D، E

۴) A، C، E

حل در نمودار جابه‌جایی بر حسب مکان، هر نقطه از ریسمان به سمت نقطهٔ قبل از خود حرکت می‌کند. با توجه به شکل نقطه قبل از نقطه‌های C و B بالاتر از آن‌ها و نقاط قبل از A، D و E پایین‌تر از آن‌ها قرار دارد. بنابراین نقاط B و C به سمت بالا و نقاط D، A و E به سمت پایین حرکت می‌کنند.

۵۰ گزینهٔ ۲

شکل روبه‌رو یک موج سینوسی را در یک لحظه نشان می‌دهد. حرکت نقاط A، B، C از محیط این موج به ترتیب چگونه است؟



۱) تندشونده، کندشونده، تندشونده

۲) کندشونده، تندشونده، تندشونده

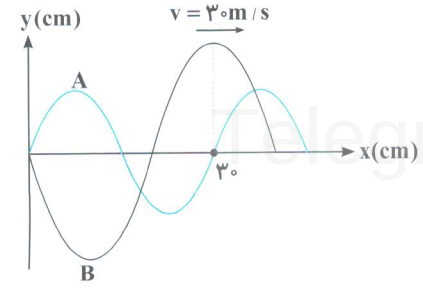
۳) کندشونده، تندشونده، کندشونده

۴) تندشونده، تندشونده، تندشونده

حل هر نقطه از محیط موج حرکت نقطه‌های قبلی خود را تکرار می‌کند. با توجه به علامت v جهت انتشار به سمت چپ است، نقاط قبل از A پایین‌تر از آن قرار دارند پس A رو به پایین حرکت می‌کند. نقاط قبل از B بالاتر از آن قرار دارند در نتیجه نقطه B رو به بالا حرکت می‌کند. نقطه‌های قبل از C پایین‌تر از آن قرار دارند، پس نقطهٔ C رو به پایین حرکت می‌کند، با نزدیک شدن هر نقطه به مرکز نوسان سرعت آن افزایش و با دور شدن از آن سرعت کاهش می‌یابد، در نتیجه نقطهٔ A که در حال دور شدن از مرکز می‌باشد، حرکتش کندشونده و نقاط B و C که در حال نزدیک شدن به مرکز هستند، حرکتش تندشونده است.

۵۱ گزینهٔ ۴

شکل روبه‌رو نقش دو موج را در لحظهٔ معینی نشان می‌دهد که در یک محیط در حال انتشار هستند. چشمهٔ موج A در هر ۲۰ ثانیه چند نوسان کامل بیشتر از چشمهٔ موج B انجام می‌دهد؟



۱) ۲۵

۲) ۷۵

۳) ۱۰۰

۴) ۵۰۰

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

حل ابتدا طول موج A و B را محاسبه می‌کنیم:

$$\lambda_A = ۳۰cm = ۰/۳m$$

$$\frac{۳\lambda_B}{۴} = ۳۰ \Rightarrow \lambda_B = ۴۰cm = ۰/۴m$$

حال دورهٔ هر دو موج را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda = vT \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} \Rightarrow \begin{cases} T_A = \frac{۰/۳}{۳۰} = \frac{۱}{۱۰۰}s \\ T_B = \frac{۰/۴}{۳۰} = \frac{۱}{۷۵}s \end{cases}$$

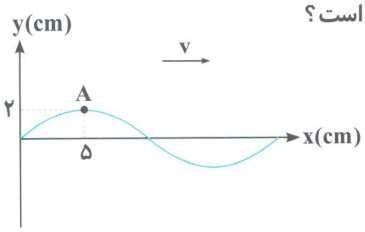
حال به کمک رابطهٔ $n = \frac{t}{T}$ تعداد نوسان‌های موج‌های A و B را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} n_A = \frac{t}{T_A} = \frac{۲۰}{\frac{۱}{۱۰۰}} = ۲۰۰۰ \\ n_B = \frac{t}{T_B} = \frac{۲۰}{\frac{۱}{۷۵}} = ۱۵۰۰ \end{cases} \Rightarrow n_A - n_B = ۲۰۰۰ - ۱۵۰۰ = ۵۰۰$$

تعداد نوسان چشمهٔ موج A، ۵۰۰ نوسان بیشتر از B است.

۵۲ **در شکل مقابل نسبت بیشینهٔ سرعت نوسانگر در نقطهٔ A به سرعت انتشار موج در SI برابر با کدام گزینه است؟**

گزینهٔ ۱



۱) $۰/۲\pi$

۲) $۰/۴\pi$

۳) $۰/۱\pi$

۴) π

حل بیشینه سرعت نوسانگر از رابطه $V_{max} = A\omega$ و سرعت انتشار موج همواره ثابت و از رابطهٔ $v = \lambda f$ به‌دست می‌آید:

$$\frac{v_{max}}{v} = \frac{A\omega}{\lambda f} \Rightarrow \frac{v_{max}}{v} = \frac{A۲\pi f}{\lambda f} \Rightarrow \frac{v_{max}}{v} = \frac{۲\pi A}{\lambda} \quad (۱)$$

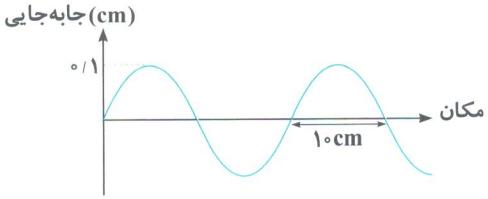
$$\frac{\lambda}{۴} = ۵cm \Rightarrow \lambda = ۲۰cm = ۰/۲m$$

$$A = ۲cm = ۲\times۱۰^{-۲}m$$

$$\xrightarrow{(۱)} \frac{v_{max}}{v} = \frac{۲\pi\times۲\times۱۰^{-۲}}{۲\times۱۰^{-۱}} = ۲\pi\times۱۰^{-۱} = ۰/۲\pi$$

۵۳ **شکل مقابل نمودار جابه‌جایی مکان یک موج که در جهت محور x منتشر می‌شود را نشان می‌دهد. اگر سرعت انتشار موج در محیط $۱۰\frac{m}{s}$ باشد، حداکثر شتاب نوسان نقاط محیط موج چند متر بر مجذور ثانیه است؟ $(\pi^۲ \simeq ۱۰)$**

گزینهٔ ۲



۱) $۱۰^۴$

۲) $۱۰^۲$

۳) $۱۰^۵$

۴) $۱۰^۶$

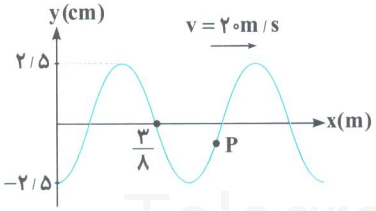
حل با توجه به قسمت نشان داده شده بر روی نمودار، نصف طول موج برابر ۱۰cm است. بنابراین طول موج $\lambda = ۲۰cm$ است.

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow ۰/۲ = \frac{۱۰}{f} \Rightarrow f = \frac{۱۰}{۰/۲} = ۵۰Hz$$

$$\begin{cases} a_{max} = A\omega^۲ \\ \omega = ۲\pi f \end{cases} \Rightarrow a_{max} = A(۲\pi f)^۲ = ۰/۱\times۱۰^{-۲}\times۴\times\pi^۲\times f^۲ \Rightarrow a_{max} = ۰/۱\times۱۰^{-۲}\times۴\times۱۰\times۲۵۰۰ = ۱۰^۲\frac{m}{s^۲}$$

۵۴ **شکل یک موج سینوسی درون یک طناب مطابق شکل روبه‌رو است. اگر جرم نقطهٔ P برابر ۲۵۰ گرم باشد، بیشینهٔ انرژی جنبشی این نقطه چند ژول است؟ $(\pi^۲ \simeq ۱۰)$**

گزینهٔ ۱



۱) ۵

۲) ۱۰

۳) ۱۵

۴) ۲۰

حل مقدار طول موج و بسامد را محاسبه می‌کنیم.

Telegram:MOHammad_Free

$$\frac{۳\lambda}{۴} = \frac{۳}{۸} \Rightarrow \lambda = \frac{۱}{۲}m$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{۲۰}{f} \Rightarrow f = ۴۰Hz$$

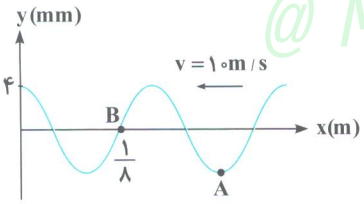
بیشینه انرژی جنبشی هر نقطه همان انرژی مکانیکی است.

$$K_{max} = E = ۲\pi^۲mA^۲f^۲ = ۲\times۱۰\times۲۵۰\times۱۰^{-۳}\times(۲/۵\times۱۰^{-۲})^۲\times۴۰^۲ = ۵J$$

@MOHammad_Free

۵۵ گزینهٔ ۳

نمودار جابه‌جایی مکان یک موج مطابق شکل است. در مدت زمان ۲ دقیقه نقطهٔ A چه مسافتی را در حرکت نوسانی خود بر حسب متر طی می‌کند؟



۱) ۱۲۰۰ ☐ ۲) ۲۰ ☐ ۳) ۱۱۵/۲ ☐ ۴) ۱۲۰ ☐

حل فاصلهٔ نقطهٔ B از مبدأ برابر $\frac{۱}{۸}m$ است، که $\frac{۳}{۴}$ طول موج است. بنابراین:

$$\frac{۳\lambda}{۴}=\frac{۱}{۸}\Rightarrow\lambda=\frac{۱}{۶}m\Rightarrow\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\frac{۱}{۶}=\frac{۱۰}{f}\Rightarrow f=۶۰Hz$$

حال تعداد نوسان و مسافت طی شده را محاسبه می‌کنیم.

$$f=\frac{n}{t}\Rightarrow ۶۰=\frac{n}{۲\times۶۰}\Rightarrow n=۷۲۰۰$$

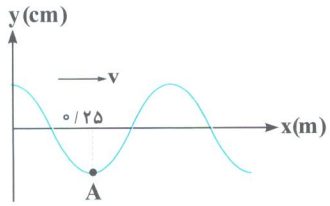
دامنه: $A=۴mm=۰/۰۰۴m$

در هر نوسان نقطهٔ A، چهار برابر دامنه مسافت طی می‌کند:

مسافت طی‌شده توسط نقطهٔ A در مدت زمان ۲ دقیقه $=۴\times۰/۰۰۴\times۷۲۰۰=۱۱۵/۲m$

۵۶ گزینهٔ ۳

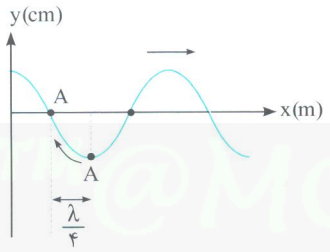
شکل مقابل تصویر لحظه‌ای موجی عرضی که در جهت محور x انتشار می‌یابد را نشان می‌دهد. اگر موج در مدت ۲ ثانیه ۵۰ متر پیشروی کند، پس از چه مدتی بر حسب ثانیه شتاب نقطهٔ A برای اولین بار به صفر می‌رسد؟



۱) ۵×۱۰^{-۲} ☐ ۲) ۲×۱۰^{-۳} ☐ ۳) ۵×۱۰^{-۳} ☐ ۴) ۲×۱۰^{-۲} ☐

حل با توجه به این‌که موج در مدت ۲ ثانیه ۵۰ متر پیشروی می‌کند، سرعت حرکت آن به‌صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\Delta x=vt\Rightarrow ۵۰=v\times۲\Rightarrow v=۲۵\frac{m}{s}$$



$$\frac{\lambda}{۲}=۰/۲۵\Rightarrow\lambda=۰/۵m$$

برای این‌که شتاب متحرک در حرکت نوسانی صفر شود باید نوسانگر در مرکز نوسان باشد. بنابراین باید موج به اندازهٔ $\frac{\lambda}{۴}$ پیشروی کند. بنابراین:

$$\Delta x=vt\Rightarrow\frac{۰/۵}{۴}=۲۵\times t\Rightarrow t=\frac{\frac{۵}{۴۰}}{\frac{۲۵}{۱}}=\frac{۵}{۴۰}\times\frac{۱}{۲۵}=\frac{۱}{۲۰۰}=۵\times۱۰^{-۳}s$$

۵۷ گزینهٔ ۱

تاری به جرم ۱۶۰g و به طول ۸۰cm بین دو نقطه با نیروی کشش ۲۰N محکم بسته شده است. سرعت انتشار موج عرضی در این تار چند متر بر ثانیه است؟ (تجربی داخل ۸۸)

۱) ۱۰ ☐ ۲) ۲۰ ☐ ۳) ۴۰ ☐ ۴) ۱۰۰ ☐

حل با توجه به رابطهٔ سرعت امواج عرضی می‌توان نوشت:

$$v=\sqrt{\frac{FL}{m}}\xrightarrow[m=۱۶۰g=۱۶\times۱۰^{-۲}kg]{F=۲۰N,L=۰/۸m}v=\sqrt{\frac{۲۰\times۰/۸}{۱۶\times۱۰^{-۲}}}=۱۰\frac{m}{s}$$

۵۸ گزینهٔ ۲

اگر طول و نیروی کشش تار به ترتیب ۲ برابر و نصف شوند، سرعت انتشار موج عرضی در تار چند برابر می‌شود؟

۱) $\sqrt{۲}$ ☐ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ☐ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ☐ ۴) ۱ ☐

حل وقتی طول تاری ۲ برابر شود جرم آن هم ۲ برابر می‌شود، پس تأثیری در سرعت آن ندارد. پس با توجه به رابطهٔ $v=\sqrt{\frac{FL}{m}}$ می‌توان نوشت:

$$\frac{v_۲}{v_۱}=\sqrt{\frac{F_۲}{F_۱}}\times\sqrt{\frac{L_۲}{L_۱}}\times\sqrt{\frac{m_۱}{m_۲}}\Rightarrow\frac{v_۲}{v_۱}=\sqrt{\frac{F_۲}{F_۱}}=\sqrt{\frac{۱}{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۵۹ گزینهٔ ۱

مساحت مقطع یک سیم $۱۰^{-۶}m^۲$ و چگالی آن $۶/۴\frac{g}{cm^۳}$ است. اگر این سیم با نیروی ۴N کشیده شود، سرعت انتشار امواج عرضی در آن چند متر بر ثانیه است؟ (ریاضی داخل ۸۸)

Telegram:MOHammad_Free

۱) ۲۵ ☐ ۲) ۵×۱۰^{۳} ☐ ۳) ۲۵۰ ☐ ۴) ۵۰ ☐

حل با توجه به رابطهٔ $v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ اندازهٔ سرعت را می‌توان به‌دست آورد:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}=\sqrt{\frac{۴}{۶۴۰۰\times۱۰^{-۶}}}=۲۵\frac{m}{s}$$

@MOHammad_Free

۶۰ گزینهٔ ۲

قطر مقطع یک سیم مرتعش یک میلی‌متر، چگالی آن $8\frac{g}{cm^3}$ و طول آن ۸۰cm است. اگر یک موج عرضی در مدت ۰/۰۲ ثانیه طول سیم را طی کند، نیروی کشش سیم چند نیوتون است؟ ($\pi \simeq 3$) (ریاضی داخل ۸۹)

۱) ۴/۸ ۲) ۹/۶ ۳) ۱۲/۴ ۵) ۱۶/۲

حل ابتدا سرعت پیشروی موج را تعیین می‌کنیم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{0/8}{0/02} = 40\frac{m}{s}$$

با استفاده از رابطهٔ $v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ می‌توان نیرو را به‌صورت زیر محاسبه کرد:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \xrightarrow{A=\frac{\pi D^2}{4}} v = \frac{2}{D}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}} \Rightarrow 40 = \frac{2}{10^{-3}}\sqrt{\frac{F}{8000\times 3}} \Rightarrow F = 9/6N$$

۶۱ گزینهٔ ۲

دو طناب از یک جنس که شعاع سطح مقطع یکی ۳ برابر دیگری است، در یک نقطه گره خورده و طناب مرکب را میان دو نقطه بسته‌ایم. نوساناتی با طول موج $\lambda = 45cm$ در طناب نازک ایجاد می‌کنیم. طول موج ایجاد شده در طناب کلفت چند سانتی‌متر است؟

۱) ۵ ۲) ۱۵ ۳) ۱۳۵ ۴) ۱۲۰۵

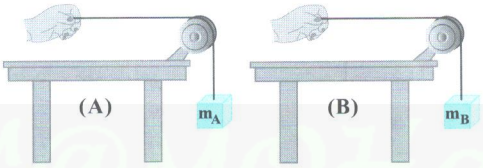
حل چون دو طناب به یکدیگر متصل و به یک نقطه وصل هستند، نیرویی که به هر دو طناب وارد می‌گردد یکسان است.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \Rightarrow \frac{v_{نازک}}{v_{ضخیم}} = \sqrt{\frac{A_{ضخیم}}{A_{نازک}}} = \frac{r_{ضخیم}}{r_{نازک}} = 3$$

$$\frac{\lambda_{ضخیم}}{\lambda_{نازک}} = \frac{v_{ضخیم}}{v_{نازک}} \Rightarrow \frac{\lambda_{ضخیم}}{45} = \frac{1}{3} \Rightarrow \lambda_{ضخیم} = 15cm$$

۶۲ گزینهٔ ۱

در شکل مقابل تندی انتشار موج در دو طناب با هم برابر و $\frac{m_A}{m_B} = \frac{8}{5}$ است. چگالی طناب A، چند برابر چگالی طناب B است؟ (سطح مقطع طناب‌ها یکسان است)



۱) $\frac{8}{5}$ ۲) $\frac{5}{8}$ ۳) $\sqrt{\frac{8}{5}}$ ۴) $\sqrt{\frac{5}{8}}$

حل نیروی کششی طناب‌ها برابر وزن وزنه‌هایی است که از آن‌ها آویزان شده‌اند.

از آنجایی که محیط انتشار موج در دو حالت یکسان است، بنابراین سرعت انتشار موج در دو طناب یکسان است:

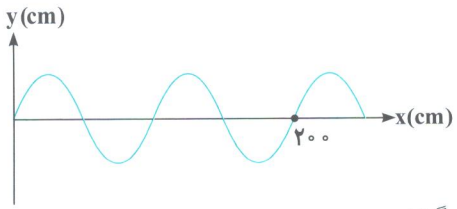
$$\frac{F_A}{F_B} = \frac{m_A g}{m_B g} = \frac{8}{5} \Rightarrow F_A = \frac{8}{5}F_B$$

$$v_A = v_B \Rightarrow \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \sqrt{\frac{F'}{\rho' A'}} \xrightarrow[F_A=\frac{8}{5}F_B]{A_A=A_B} \sqrt{\frac{\frac{8}{5}F_B}{\rho_A \times A_A}} = \sqrt{\frac{F_B}{\rho_B \times A_B}} \Rightarrow \frac{\sqrt{\frac{8}{5}}}{\sqrt{\rho_A}} = \frac{1}{\sqrt{\rho_B}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{8}{5}} = \sqrt{\frac{\rho_A}{\rho_B}} \Rightarrow \frac{8}{5} = \frac{\rho_A}{\rho_B}$$

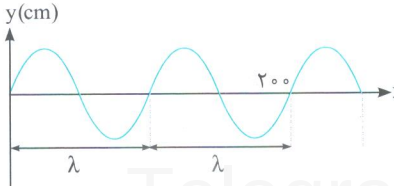
۶۳ گزینهٔ ۲

نقش یک موج عرضی که در یک طناب با جرم واحد طول $100\frac{g}{m}$ منتشر می‌شود، مطابق شکل مقابل است. اگر بسامد نوسانات ۲۰۰Hz باشد، نیروی کشش طناب چند کیلونیوتون است؟



۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

حل با توجه به نمودار، طول موج عرضی که در طناب منتشر می‌شود به‌صورت زیر محاسبه می‌گردد:



$$\lambda + \lambda = 200cm$$
$$\Rightarrow 2\lambda = 200cm$$
$$\Rightarrow \lambda = 100cm = 1m$$

با استفاده از رابطهٔ بین f, V, λ، سرعت انتشار موج را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow v = \lambda f = 1\times 200 = 200\frac{m}{s}$$

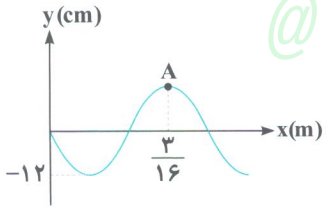
برای تعیین نیروی کشش طناب خواهیم داشت:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow 200 = \sqrt{\frac{F}{10^{-1}}} \Rightarrow 4\times 10^4 = \frac{F}{10^{-1}} \Rightarrow F = 4\times 10^3 N \Rightarrow F = 4kN$$

Telegram:MOHammad_Free

@ MOHammad Free

۶۴ نمودار جابه‌جایی بر حسب مکان برای یک موج عرضی که در یک محیط کشسان منتشر می‌شود، مطابق شکل است. اگر نیروی کشش طناب ۱۰۰N و بسامد منبع موج ۱۰۰ هرتز باشد، جرم واحد طول طناب چند گرم بر متر است؟ (گزینهٔ ۱)



۱) ۱۶۰ ۲) ۴۰

۳) ۱۲۰ ۴) ۶۰

حل فاصلهٔ نقطهٔ A از مبدأ $\frac{3\lambda}{4}$ است بنابراین:

$$\frac{3\lambda}{4}=\frac{3}{16} \Rightarrow \lambda=\frac{1}{4}m$$

$$\lambda=\frac{v}{f} \Rightarrow \frac{1}{4}=\frac{v}{100} \Rightarrow v=25\frac{m}{s}$$

برای محاسبه جرم واحد طول طناب از رابطه سرعت انتشار موج استفاده می‌کنیم. داریم:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow 25=\sqrt{\frac{100}{\mu}} \Rightarrow 625=\frac{100}{\mu} \Rightarrow \mu=\frac{100}{625}\frac{kg}{m} \Rightarrow \mu=160\frac{g}{m}$$

مرحلهٔ سوم جمع‌بندی / امواج الکترومغناطیسی

مبحث (۱): معرفی امواج الکترومغناطیسی

همان‌طور که گفتیم امواجی که برای انتشار نیاز به محیط مادی دارند، امواج مکانیکی و امواجی که برای انتشار نیاز به محیط مادی ندارند امواج الکترومغناطیسی نام دارند. امواج الکترومغناطیسی دارای ویژگی‌های زیر هستند:

۱) امواج الکترومغناطیسی از یک میدان الکتریکی متغیر و یک میدان مغناطیسی متغیر تشکیل شده‌اند.

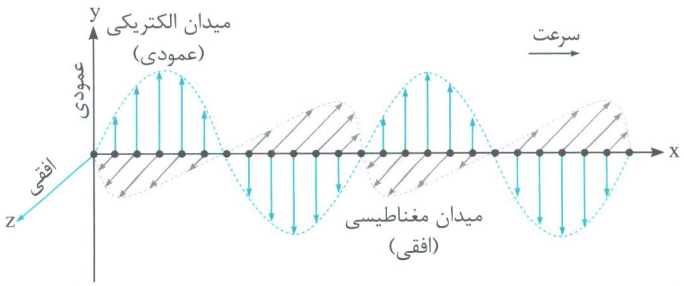
۲) تغییر میدان مغناطیسی باعث به وجود آمدن میدان الکتریکی می‌شود. (این موضوع توسط فاراده کشف شد) و تغییر میدان الکتریکی باعث به وجود آمدن میدان مغناطیسی می‌شود (این موضوع توسط ماکسول پیش‌بینی شد). ماکسول از این دو پدیده نتیجه گرفت که امواج الکترومغناطیسی باید لزوماً ناشی از تغییرات هم‌زمان میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی باشد.

۳) میدان‌های الکتریکی $(\vec{E})$ و مغناطیسی $(\vec{B})$ همواره بر هم عمودند.

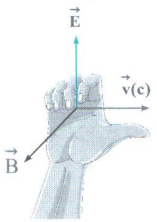
۴) $\vec{E}$ و $\vec{B}$ همواره بر جهت حرکت موج عمودند و در نتیجه، موج الکترومغناطیسی یک موج عرضی است.

۵) E و B هم‌بسامد و هم‌گام (هم‌فاز) هستند.

در شکل روبه‌رو یک موج الکترومغناطیسی نشان داده شده است:



! نکته جهت انتشار امواج الکترومغناطیس را می‌توان به کمک قاعدهٔ دست راست تعیین کرد. همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید اگر دست راست خود را به گونه‌ای قرار دهید که انگشتان دست در جهت میدان الکتریکی قرار گیرند و با خم کردن انگشتان، انگشتان در جهت میدان مغناطیسی قرار بگیرند، انگشت شست جهت انتشار را به ما نشان می‌دهد.



مبحث (۲): تندی انتشار امواج الکترومغناطیسی

تندی انتشار امواج الکترومغناطیسی در خلأ به کمک رابطهٔ روبه‌رو به‌دست می‌آید:

$$c=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$$

c ← تندی انتشار امواج الکترومغناطیسی در خلأ $(c=3\times10^8\frac{m}{s})$

μ_0 ← تراوایی مغناطیسی خلأ $(\mu_0=4\pi\times10^{-7}\frac{T.m}{A})$

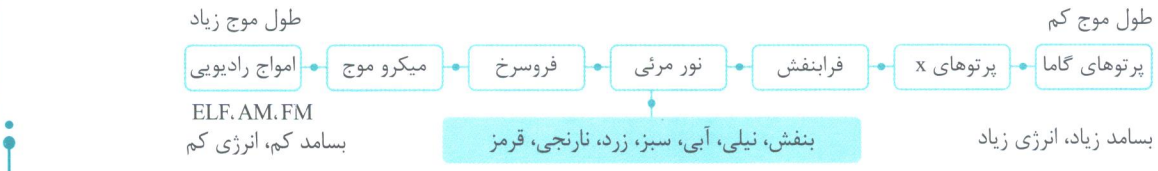
ε_0 ← ضریب گذردهی الکتریکی خلأ $(\varepsilon_0=8/85\times10^{-12}\frac{C^2}{N.m^2})$

Telegram:MOHammad Free

@MOHammad_Free

مبحث (۳): طیف امواج الکترومغناطیسی

امواج الکترومغناطیسی دارای طیف وسیعی هستند که از پرتوهای گاما تا امواج رادیویی گسترده شده‌اند. لطفاً پرتوهای طیف زیر را خیلی دقیق به خاطر بسپارید.



نکته هرچه از پرتوهای گاما به سمت امواج رادیویی حرکت کنیم، طول موج امواج افزایش یافته و انرژی و بسامد آن‌ها کاهش می‌یابد.

۶۵ وجوه مشترک در گسترهٔ امواج الکترومغناطیسی کدام است؟ (ریاضی داخل ۹۵)

گزینهٔ ۱

۱) سرعت انتشار در خلأ و قانون‌های حاکم بر آن‌ها
۲) ماهیت و سرعت انتشار در محیط‌های شفاف
۳) نحوهٔ تولید و قانون‌های حاکم بر آن
۴) ماهیت و نحوهٔ آشکارسازی

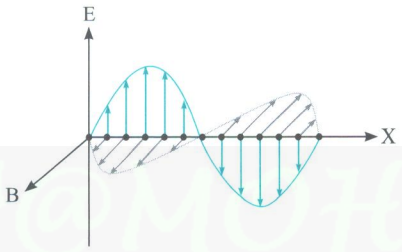
حل نحوهٔ تولید، آشکارسازی و چشمهٔ امواج الکترومغناطیسی متفاوت هستند. با توجه به این‌که طول موج و فرکانس این امواج با یکدیگر متفاوت هستند در نتیجه سرعت انتشار آن‌ها درمحیط‌های شفاف با یکدیگر متفاوت هستند.

۶۶ در یک موج الکترومغناطیسی منتشرشده در خلأ یا هوا، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی ..... و در هر نقطه با یکدیگر ..... . (ریاضی خارج ۸۷)

گزینهٔ ۲

۱) با هم موازی‌اند - هم فازند
۲) بر هم عمودند - هم فازند
۳) بر هم عمودند - در فاز مخالف‌اند
۴) با هم موازی‌اند - در فاز مخالف‌اند

حل با توجه به نمودار میدان مغناطیسی و میدان الکتریکی برحسب زمان واضح است که این دو میدان بر هم عمودند و همچنین در یک نقطه با هم صفر و بیشینه می‌شوند، یعنی هم فازند.



۶۷ چه تعداد از جملات زیر برای امواج الکترومغناطیسی درست نیست؟

گزینهٔ ۲

الف) برای انتشار نیاز به محیط مادی ندارد.
ب) سرعت انتشار آن‌ها در تمام محیط‌ها یکسان است.
پ) از دستهٔ امواج عرضی هستند.
ت) حامل ذرات باردار الکتریکی هستند.
ث) میدان الکتریکی و مغناطیسی آن در خلأ هم فاز هستند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

حل امواج الکترومغناطیسی برای انتشار نیاز به محیط مادی ندارند و در همهٔ محیط‌ها با یک سرعت منتشر نمی‌شوند.
امواج الکترومغناطیسی از نوع امواج عرضی هستند و در هر نقطه با یکدیگر صفر یا بیشینه می‌گردند. پس هم فاز هستند.

۶۸ بسامد یک موج الکترومغناطیسی f و طول موج آن در خلأ λ است. حاصل $\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0 f}}$ برابر کدام گزینه است؟ (ε_0 ضریب گذردهی خلأ و μ_0 ضریب تراوایی مغناطیسی خلأ است)

گزینهٔ ۱

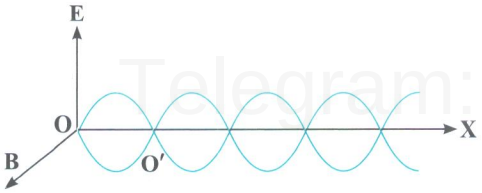
۱) λ ۲) λ^2 ۳) $\frac{1}{\lambda}$ ۴) $\frac{1}{\lambda^2}$

حل سرعت تمامی امواج الکترومغناطیسی در خلأ از رابطهٔ $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$ به‌دست می‌آید بنابراین:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}}{f} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} f}$$

۶۹ نمودار موج الکترومغناطیسی برحسب مکان یک موج رادیویی به بسامد ۲MHz که در خلأ منتشر می‌شود، مطابق شکل زیر است. لذا می‌توان گفت: ($c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$)

گزینهٔ ۲



۱) نقطه‌های O و O′ هم فازند.
۲) فاصلهٔ O از O′ برابر ۷۵ متر است.
۳) فاصلهٔ O′ از O برابر ۱۵۰ متر است.
۴) فاصلهٔ نقاط O و O′ برابر $\frac{\lambda}{4}$ است.

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

حل با توجه به نمودار فاصلهٔ دو نقطهٔ O و O′ از هم $\frac{\lambda}{2}$ است. پس محاسبهٔ طول موج، گزینهٔ درست را مشخص می‌کند. بنابراین:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{۳\times۱۰^{۸}}{۲\times۱۰^{۶}} = ۱۵۰\text{m} \Rightarrow \frac{\lambda}{۲} = ۷۵\text{m}$$

۷۰ گزینهٔ ۳ **در یک باند AM، بسامد موج رادیویی ۱۲۰۰ کیلوهرتز است. طول موج آن چند متر است؟** $(c = ۳\times۱۰^{۸}\ \frac{m}{s})$ (ریاضی خارج ۹۰)

۱) ۲/۵ ☐ ۲) ۴ ☐ ۳) ۲۵۰ ☐ ۴) ۴۰۰ ☐

حل با استفاده از رابطهٔ $\lambda = \frac{c}{f}$ می‌توان نوشت:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{۳\times۱۰^{۸}}{۱۲۰۰\times۱۰^{۳}} = ۲۵۰\text{m}$$

۷۱ گزینهٔ ۱ **یک ایستگاه رادیویی، موجی با بسامد ۱۰۰ مگاهرتز منتشر می‌کند. چند ثانیه طول می‌کشد تا این موج فاصلهٔ ۳۰۰km را در خلأ طی کند؟ (سرعت امواج الکترومغناطیسی در خلأ $۳\times۱۰^{۸}\ \frac{m}{s}$ است)** (ریاضی خارج ۹۲)

۱) $۱۰^{-۳}$ ☐ ۲) $۱۰^{-۵}$ ☐ ۳) ۳×۱۰^{-۳} ☐ ۴) ۳×۱۰^{-۵} ☐

حل همهٔ امواج الکترومغناطیسی در خلأ با سرعت ثابت حرکت می‌کنند.

$$\Delta x = vt \Rightarrow ۳۰۰\times۱۰^{۳} = ۳\times۱۰^{۸}\times\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{۱۰^{۵}}{۱۰^{۸}} = ۱۰^{-۳}\text{s}$$

۷۲ گزینهٔ ۲ **در شکل زیر طیف موج‌های الکترومغناطیسی را با یک مقیاس تقریبی نشان می‌دهد. نام قسمت‌هایی که با حروف علامت‌گذاری شده‌اند، کدام است؟**

رادیویی — S — نور مرئی — فرابنفش — Q — P

۱) پرتوی $S = x$، پرتوی $Q = \gamma$، فروسرخ $P =$ ☐
۲) فروسرخ $S =$، پرتوی $Q = x$، پرتوی $P = \gamma$ ☐
۳) پرتوی $S = x$، فروسرخ $Q =$، پرتوی $P = \gamma$ ☐
۴) فروسرخ $S =$، پرتوی $Q = \gamma$، پرتوی $P = x$ ☐

حل S موج فروسرخ، Q پرتوی x و P پرتوی γ هستند.

مرحلهٔ چهارم جمع‌بندی — صوت

مبحث (۱): معرفی صوت

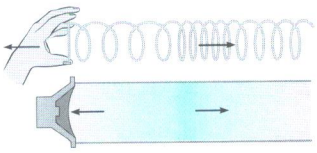
صوت یک موج مکانیکی طولی است که توسط چشمهٔ صوت تولید می‌شود. در مورد تولید و انتشار صوت می‌توان به نکات زیر اشاره کرد:

۱ سیم گیتار، تارهای صوتی حنجره انسان، دیاپازون و پوسته‌های مرتعشی مانند صفحهٔ مرتعش (دیافراگم) یک بلندگو می‌توانند به‌عنوان چشمهٔ صوت استفاده شوند.

۲ هنگام تولید صوت توسط یک چشمهٔ صوت، معمولاً صوت ایجاد شده در تمام جهت‌ها منتشر می‌شود.

۳ صوت فقط در محیط‌های مادی مانند گاز، جامد و مایع ایجاد و منتشر می‌شود.

۴ امواج صوتی مانند امواج طولی ایجاد شده در فنر که از مجموعه‌ای از کشیدگی‌ها و بازشدگی‌ها ایجاد شده‌اند، از مجموعه‌ای از تراکم‌ها و انبساط‌ها ایجاد می‌شوند. به شکل روبه‌رو دقت کنید.



تندی انتشار صوت

تندی انتشار صوت مانند هر موج مکانیکی دیگری به کمک رابطهٔ $v = \lambda f$ به‌دست می‌آید و به ویژگی‌های فیزیکی محیط انتشار صوت بستگی دارد.

نکته **تندی انتشار صوت معمولاً در جامدات بیشتر از مایعات و در مایعات بیشتر از گازها است و علاوه بر حالت محیط، تندی انتشار صوت به دمای محیط انتشار** نیز بستگی دارد.

مبحث (۲): شدت صوت

آهنگ متوسط انرژی که توسط موج به واحد سطح، عمود بر راستای انتشار صوت می‌رسد یا از آن عبور می‌کند، شدت صوت نام دارد. شدت صوت را با (I) نشان می‌دهند و به‌صورت روبه‌رو به‌دست می‌آید:

$$I = \frac{\bar{P}}{A} = \frac{E}{A.t}$$

I ← شدت صوت بر حسب وات بر مترمربع $(\frac{W}{m^{۲}})$

$\bar{P}$ ← توان متوسط منبع صوت بر حسب وات (W)

A ← مساحت سطحی که صوت با آن برخورد می‌کند بر حسب مترمربع $(m^{۲})$

E ← انرژی بر حسب ژول (J)

t ← زمان بر حسب ثانیه

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

نکات ۱ در رابطهٔ صفحهٔ قبل اگر صدا به شکل هندسی خاصی برسد، مساحت شکل مورد نظر را به‌جای A قرار می‌دهیم، به‌طور مثال اگر صدای حاصل از یک چشمهٔ صوت داخل کانال کولر منتشر شود و بخواهیم شدت صوت مورد نظر را به‌دست آوریم باید سطح مقطع کانال کولر که یک مستطیل است را در رابطه قرار دهیم، امّا اگر صدا به‌طور کلی در محیطی منتشر شود به‌جای A، مساحت کره را که برابر $۴\pi r^۲$ است قرار می‌دهیم.

۲ طبق رابطه صفحهٔ قبل شدت صوت با انرژی صوت رابطهٔ مستقیم دارد، همان‌طور که می‌دانید انرژی امواج با مربع دامنه و مربع بسامد موج رابطهٔ مستقیم دارد و از طرف دیگر شدت صوت با مساحت سطحی که صوت با آن برخورد می‌کند رابطهٔ عکس دارد، بنابراین داریم:

$$\left.\begin{array}{l} I=\frac{E}{A.t} \\ E \propto A^۲.f^۲ \\ A=۴\pi r^۲ \end{array}\right\} \Rightarrow I \propto (\frac{Af}{r})^۲ \Rightarrow \boxed{\frac{I_۲}{I_۱}=(\frac{A_۲}{A_۱})^۲ \times (\frac{f_۲}{f_۱})^۲ \times (\frac{r_۱}{r_۲})^۲}$$

لطفاً این تناسب را خیلی خوب به خاطر بسپارید. حتماً روزی به درد شما خواهد خورد.

مبحث (۳): تراز شدت صوت

تراز شدت صوت به‌صورت روبه‌رو تعریف می‌شود و بیانگر احساس ما از بلندی صوت است.

$$\boxed{\beta = ۱۰\log\frac{I}{I_۰}}$$

β ← تراز شدت صوت بر حسب دسی‌بل (dB)

I ← شدت صوت بر حسب وات بر متر مربع $(\frac{W}{m^۲})$

$I_۰$ ← شدت مرجع $(I_۰ = ۱۰^{-۱۲}\frac{W}{m^۲})$

نکته اگر در سؤالی تراز شدت صوت بر حسب بل (B) خواسته شده، β به‌صورت روبه‌رو به‌دست می‌آید:

$$\boxed{\beta = \log\frac{I}{I_۰}}$$

تغییرات تراز شدت صوت: دو صوت با شدت‌های $I_۱$ و $I_۲$ به گوش شنونده‌ای می‌رسند. برای به‌دست آوردن اختلاف تراز شدت این دو صوت داریم:

$$\Delta\beta = \beta_۲ - \beta_۱ = ۱۰\log\frac{I_۲}{I_۰} - ۱۰\log\frac{I_۱}{I_۰} = ۱۰\log\frac{\frac{I_۲}{I_۰}}{\frac{I_۱}{I_۰}} \Rightarrow \boxed{\Delta\beta = ۱۰\log\frac{I_۲}{I_۱}}$$

$\Delta\beta$ ← اختلاف یا تغییرات تراز شدت صوت بر حسب دسی‌بل (dB)

$\frac{I_۲}{I_۱}$ ← نسبت دو شدت صوت موردنظر که معمولاً به کمک تناسب $I \propto (\frac{Af}{r})^۲$ به‌دست می‌آید.

یادآوری مبحث لگاریتم

برای حل مسائل تراز شدت صوت باید تسلط خوبی در لگاریتم داشته باشید. نکات زیر از مبحث لگاریتم در حل این سؤالات بسیار به شما کمک خواهند کرد.

$\log a = x \Rightarrow a = ۱۰^x$ $\qquad$ $\log a^n = n\log a$

$\log(ab) = \log a + \log b$ $\qquad$ $\log(\frac{a}{b}) = \log a - \log b$

بد نیست لگاریتم‌های زیر را به یاد داشته باشید:

$\log ۱ = ۰$ $\quad$ $\log ۱۰ = ۱$ $\quad$ $\log ۲ = ۰/۳$ $\quad$ $\log ۳ = ۰/۵$ $\quad$ $\log ۵ = ۰/۷$

ادراک شنوایی انسان

اگر یک چشمهٔ صوت به‌صورت هماهنگ ساده ارتعاش کند، صدای حاصل از آن تن موسیقی یا به اختصار تن نامیده می‌شود.

با شنیدن هر تن دو ویژگی ارتفاع و بلندی آن را می‌توان از هم متمایز ساخت.

ارتفاع: بسامدی است که گوش انسان درک می‌کند.

بلندی: شدتی است که گوش انسان از صوت درک می‌کند.

گوش انسان قادر به شنیدن تن‌های صدای ۲۰Hz تا ۲۰۰۰۰Hz است که البته بیشترین حساسیت گوش انسان مربوط به صداهایی با بسامد بین ۲۰۰۰Hz تا ۵۰۰۰Hz است.

Telegram:MOHammad_Free

مبحث (۴): اثر دوپلر

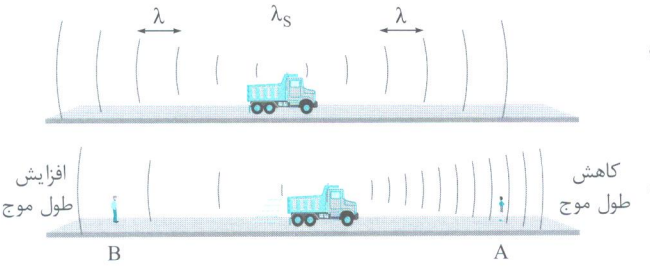
طبق اثر دوپلر اگر چشمهٔ صوت و شنونده به یکدیگر نزدیک و یا از یکدیگر دور شوند، بسامد تولید شده توسط چشمهٔ صوت با بسامد شنیده شده متفاوت خواهد بود.

@MOHammad_Free

برای بررسی دقیق‌تر اثر دوپلر دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

الف) چشمهٔ متحرک و ناظر (شنونده) ساکن

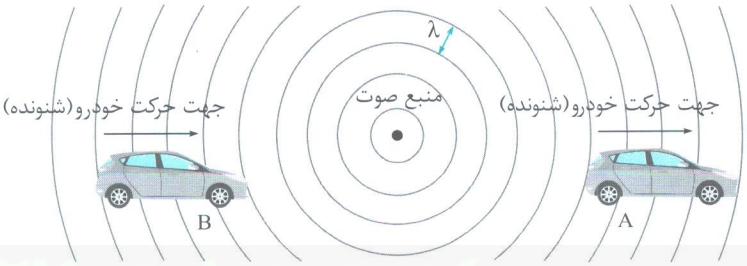
همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید هنگامی‌که چشمهٔ صوت در حال حرکت است (شکل ب)، فاصلهٔ جبهه‌های موج در جلوی چشمه کم‌تر از فاصلهٔ جبهه‌های موج در پشت چشمه است، بنابراین طول موج شنیده شده توسط شنونده A کم‌تر از B بوده و در نتیجه بسامد شنیده شده توسط شخص A بیشتر از شخص B می‌باشد و داریم:



$$\lambda_A < \lambda_S < \lambda_B$$
$$f_A > f_S > f_B$$

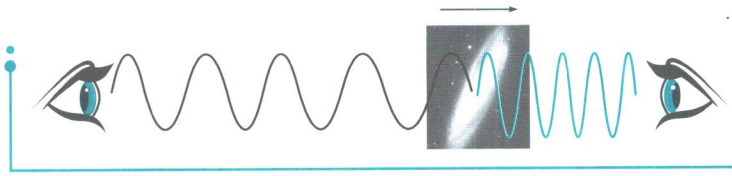
ب) چشمهٔ ساکن و ناظر (شنونده) متحرک

همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید در این حالت تجمع جبهه‌های موج در دو سوی چشمه یکسان است، بنابراین طول موج دریافتی توسط دو شنوندهٔ A و B یکسان است، امّا شنونده B به سمت چشمه حرکت می‌کند و در مقایسه با شنونده ساکن در مدت زمان یکسان با جبهه‌های بیشتری مواجه می‌شود و در نتیجه $f_B > f_S$ است و از طرف دیگر شنوندهٔ A از چشمه دور می‌شود و در مقایسه با ناظر ساکن در مدت زمان یکسان با جبهه‌های کم‌تری مواجه می‌شود و در نتیجه $f_A < f_S$ است و به عبارت دیگر داریم:



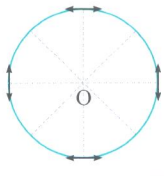
$$\lambda_A = \lambda_S = \lambda_B$$
$$f_A < f_S < f_B$$

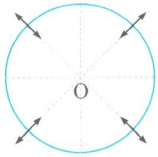
اثر دوپلر برای امواج الکترومغناطیس: همان‌طور که می‌دانید برای موج‌های الکترومغناطیسی مانند نور یا امواج رادیویی نیز اثر دوپلر برقرار است، ولی بررسی آن با اثر دوپلر در صوت متفاوت است. هرگاه چشمهٔ موج الکترومغناطیسی نسبت به ناظر (آشکارساز) در حرکت باشد، طول موج و بسامد دریافتی از چشمه تغییر می‌کند. وقتی چشمهٔ نور از ناظر دور می‌شود طول موج افزایش می‌یابد که به آن اصطلاحاً انتقال به سرخی می‌گویند و وقتی چشمهٔ نور به ناظر نزدیک می‌شود، طول موج کاهش پیدا می‌کند که به آن اصطلاحاً انتقال به آبی می‌گویند.

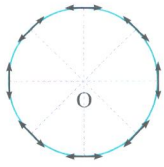


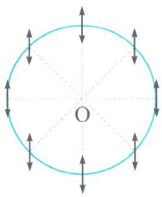
۷۳ **یک منبع صوتی در نقطهٔ O به‌طور یکنواخت صوت را در همهٔ جهات پخش می‌کند. جهت ارتعاش مولکول‌های هوای اطراف منبع صوت در کدام گزینه به درستی نشان داده شده است؟**

گزینهٔ ۲

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

حل تمامی امواج صوتی به‌صورت طولی از منبع صوتی خارج می‌شوند یعنی راستای انتشار و ارتعاش با هم یکی است. تنها گزینهٔ صحیح گزینهٔ «۲» است.

۷۴ **موج‌های صوتی A و B به ترتیب با طول موج‌های ۴۰۰m و ۳۰۰m در یک محیط منتشر می‌شوند. نسبت سرعت انتشار صوت A به سرعت انتشار صوت B و همچنین نسبت بسامد صوت A به بسامد صوت B به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟**

گزینهٔ ۳

۱) $1, \frac{3}{4}$ ۲) $\frac{3}{4}, \frac{4}{3}$ ۳) $\frac{3}{4}, 1$ ۴) $\frac{4}{3}, 1$

حل سرعت از ویژگی‌های محیط است پس چون دو موج در یک محیط منتشر می‌شوند سرعت‌های آن نیز با هم برابر است. حال با استفاده از رابطهٔ $f = \frac{v}{\lambda}$ نسبت بسامدهای خواسته شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{f_A}{f_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{300}{400} = \frac{3}{4}$$

@Mohammad_Free

۷۵ گزینهٔ ۱ **دو شخص A و B در فاصلهٔ معینی از یکدیگر در حال گفتگو هستند. اگر بسامد صوت شخص A نصف بسامد شخص B باشد، سرعت انتشار و طول موج صوت شخص A چند برابر سرعت انتشار و طول موج صوت شخص B است؟ (از جذب انرژی در هوا صرف نظر شود)**

۱) $\lambda_A = 2\lambda_B \ , v_A = v_B$ ۲) $\lambda_A = \frac{\lambda_B}{2} \ , v_A = 2v_B$ ۳) $\lambda_A = \lambda_B \ , v_A = v_B$ ۴) $\lambda_A = \lambda_B \ , v_A = \frac{v_B}{2}$

حل سرعت انتشار صوت در محیط فقط به ویژگی‌های محیطی که صوت در آن منتشر می‌گردد بستگی دارد، بنابراین سرعت صوت شخص A و B با یکدیگر برابر است. طول موج منتشر شده طبق رابطهٔ $\lambda = \frac{v}{f}$ با بسامد رابطهٔ عکس دارد. در نتیجه خواهیم داشت:

$$f_A = \frac{1}{2} f_B \Rightarrow f_B = 2f_A$$

$$\frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{f_B}{f_A} = 2 \Rightarrow \lambda_A = 2\lambda_B$$

۷۶ گزینهٔ ۳ **به ترتیب بلندترین و کوتاه‌ترین طول موجی که گوش انسان قادر به شنیدن آن باشد، کدام است؟ (سرعت صوت برابر $360 \frac{m}{s}$ است)**

۱) ۱۸cm , ۱۸mm ۲) ۱/۸mm , ۱۸cm ۳) ۱۸mm , ۱۸m ۴) ۱۷cm , ۱۸m

حل گوش انسان قادر به شنیدن بسامدی بین ۲۰Hz تا ۲۰۰۰۰Hz است بنابراین،

$$\lambda_{max} = \frac{v}{f_{min}} \Rightarrow \lambda_{max} = \frac{360}{20} = 18m \quad , \quad \lambda_{min} = \frac{v}{f_{max}} \Rightarrow \lambda_{min} = \frac{360}{20000} = 18 \times 10^{-3} m = 18mm$$

۷۷ گزینهٔ ۲ **صوت حاصل از یک چشمهٔ ساکن، در مدت ۰/۴ ثانیه به یک دیوار برخورد کرده و به محل چشمه برمی‌گردد. اگر بسامد چشمهٔ صوت ۴۰ کیلوهرتز و طول موج ۸/۷۵ میلی‌متر باشد، فاصلهٔ چشمهٔ صوت تا دیوار چند متر است؟** (تجربی داخل ۹۵)

۱) ۳۵ ۲) ۷۰ ۳) ۱۴۰ ۴) ۱۷۵

حل صوت در مدت ۰/۴ ثانیه مسیر رفت و برگشت را طی می‌کند بنابراین مسیر رفت ۰/۲ ثانیه طول کشیده است.

فاصلهٔ چشمهٔ صوت تا دیوار $\Delta x_{رفت} = vt = 350 \times 0/2 = 70m$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow 8/75 \times 10^{-3} = \frac{v}{40 \times 10^3} \Rightarrow v = 350 \frac{m}{s}$$

۷۸ گزینهٔ ۳ **شخصی درون یک تونل فلزی توخالی به طول ۱۴۰ متر و در ابتدای آن قرار دارد و برای اولین بار پای خود را بر تونل می‌کوبد. اگر صوت از انتهای دیگر تونل با اختلاف زمانی ۰/۳۲ ثانیه از طریق هوا و تونل فلزی توسط شخص دیگری شنیده شود، تندی صوت در تونل چند متر بر ثانیه است؟ ($v = 350 \frac{m}{s}$ صوت در هوا)**

۱) ۱۲۵۰ ۲) ۱۵۵۰ ۳) ۱۷۵۰ ۴) ۲۰۰۰

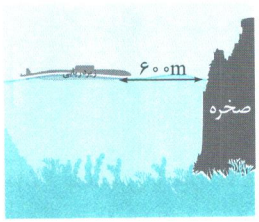
حل سرعت صوت در جامدات بیشتر از گازها است، بنابراین زمان رسیدن صوت به گوش شخص از طریق هوا بیشتر از زمان رسیدن صوت از طریق تونل به گوش او است.

$$t_{هوا} - t_{تونل} = 0/32 \xrightarrow[t=\frac{x}{v}]{x_{هوا}=x_{تونل}} (\frac{x}{v})_{هوا} - (\frac{x}{v})_{تونل} = 0/32 \Rightarrow \frac{140}{350} - \frac{140}{v_{تونل}} = 0/32 \Rightarrow 0/4 - 0/32 = \frac{140}{v_{تونل}} \Rightarrow v_{تونل} = 1750 \frac{m}{s}$$

۷۹ گزینهٔ ۱ **یک زیردریایی درون اقیانوس روی سطح آب در فاصلهٔ ۶۰۰ متری از یک صخره قرار دارد و امواج صوتی به طرف صخره فرستاده می‌شود. اختلاف زمانی بازگشت امواج به زیردریایی در آب و هوا چند ثانیه است؟ (سرعت انتشار صوت در هوا $300 \frac{m}{s}$ و در داخل آب $1500 \frac{m}{s}$ فرض شود.)**

۱) ۳/۲ ۲) ۰/۴ ۳) ۰/۸ ۴) ۱/۶

حل سرعت صوت در مایعات بیشتر از گازهاست. بنابراین زمان بیشتری طول می‌کشد تا صوت در هوا به صخره برسد.



$$t_{هوا} - t_{آب} = (\frac{x}{v})_{هوا} - (\frac{x}{v})_{آب}$$

$$\xrightarrow{x=600m} \frac{600}{300} - \frac{600}{1500} = 2 - 0/4 = 1/6s \Rightarrow \text{اختلاف زمان رفت و برگشت} = 2 \times 1/6 = 3/2s$$

۸۰ گزینهٔ ۱ **امواج لرزه‌ای P با سرعت $9 \frac{km}{h}$ و امواج لرزه‌ای S با سرعت $5 \frac{km}{h}$ در لایه‌های زمین منتشر می‌شود. یک دستگاه لرزه‌نگار دو زلزله را از دو نقطهٔ A و B واقع در لایه‌های زمین دریافت می‌کند. اگر موج P را از ایستگاه اول پس از ۳ ساعت و موج S را از ایستگاه دوم پس از زمان ۲/۵ ساعت دریافت کند و فاصلهٔ لرزه‌نگار از ایستگاه اول x_P و از ایستگاه دوم x_S باشد، حاصل $x_P + x_S$ چند کیلومتر است؟**

۱) ۳۹/۵ ۲) ۱۴/۵ ۳) ۳۷/۵ ۴) ۵۲/۵

حل

$$\begin{cases} x_P = v_P \times t \Rightarrow x_P = 9 \times 3 = 27km \\ x_S = v_S \times t \Rightarrow x_S = 5 \times 2/5 = 12/5km \end{cases} \Rightarrow x_P + x_S = 27 + 12/5 = 39/5km$$

Telegram.MO/Hammad_Free

@Mohammad_Free

۸۱ توان متوسط یک منبع صوتی $6\times10^{-3}\,W$ است. شدت صوت در فاصلهٔ یک متری از این منبع صوتی چند وات بر مترمربع است؟ $(\pi=3)$

گزینهٔ ۴

۱) $\frac{1}{5}\times10^{-2}$ ۲) $\frac{1}{2}\times10^{-2}$ ۳) 2×10^{-2} ۴) 5×10^{-2}

حل با توجه به رابطهٔ شدت صوت $I=\frac{\bar{P}}{A}$ می‌توان نوشت:

$$I=\frac{\bar{P}}{A}=\frac{\bar{P}}{4\pi r^2}=\frac{6\times10^{-3}}{4\times3\times1^2}=5\times10^{-2}\,\frac{W}{m^2}$$

۸۲ بلندگویی صوت را در همه جهات در فضا به‌صورت متقارن پخش می‌کند. شدت صوت در نقطهٔ A نصف نقطهٔ B است. اگر فاصلهٔ A و B در راستای انتشار موج ۲ متر باشد، فاصلهٔ نقطهٔ A تا منبع صوت چند متر است؟ (A، B و منبع در یک راستا قرار دارند و از جذب انرژی توسط محیط صرف‌نظر گردد.)

گزینهٔ ۴

۱) $4-2\sqrt{2}$ ۲) $\sqrt{2}-1$ ۳) $\sqrt{2}$ ۴) $4+2\sqrt{2}$

حل طبق رابطهٔ $I=\frac{P}{4\pi r^2}$ شدت صوت با مجذور فاصله نسبت عکس دارد، بنابراین:

$$\frac{I_B}{I_A}=\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 \xrightarrow{I_B=2I_A} 2=\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 \Rightarrow \sqrt{2}=\frac{r_A}{r_B} \Rightarrow r_B=\frac{\sqrt{2}}{2}r_A$$

فاصلهٔ نقطهٔ A تا B برابر ۲ متر است:

$$r_A-r_B=2m$$

حال می‌توانیم با استفاده از روابط به‌دست آمده در گام اوّل و دوم فاصلهٔ نقطهٔ A تا منبع صوت را محاسبه کنیم:

$$r_A-r_B=2 \Rightarrow r_A-\frac{\sqrt{2}}{2}r_A=2 \Rightarrow r_A\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=2 \Rightarrow r_A(2-\sqrt{2})=4 \Rightarrow r_A=\frac{4}{2-\sqrt{2}}\times\frac{2+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}=\frac{8+4\sqrt{2}}{2} \Rightarrow r_A=2\sqrt{2}+4$$

۸۳ تراز شدت صوتی ۳۷ دسی‌بل است. اگر شدت صوت مرجع برابر با $10^{-12}\,\frac{W}{m^2}$ باشد، شدت این صوت چند وات بر مترمربع است؟ $(\log5=0/7)$

گزینهٔ ۳

۱) 7×10^{-5} ۲) 10^{-7} ۳) 5×10^{-9} ۴) $1/5\times10^{-9}$ (ریاضی خارج ۸۵)

حل ابتدا از طریق رابطهٔ تراز شدت صوت، نسبت شدت صوت به شدت صوت مرجع را محاسبه می‌کنیم و سپس مقدار شدت صوت را به دست می‌آوریم.

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow 37=10\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow \log\frac{I}{I_0}=3/7 \xrightarrow{\log5=0/7} \log\frac{I}{I_0}=0/7+3=\log5+3\log10 \Rightarrow \log\frac{I}{I_0}=\log5\times10^3$$

$$\Rightarrow \frac{I}{I_0}=5\times10^3 \Rightarrow I=5\times10^3 I_0=5\times10^3\times10^{-12} \Rightarrow I=5\times10^{-9}\,\frac{W}{m^2}$$

۸۴ تراز شدت صوتی ۶۶ دسی‌بل است. شدت این صوت چند وات بر مترمربع است؟ $(I_0=10^{-12}\,\frac{W}{m^2}, \log2=0/3)$ (تجربی خارج ۹۲)

گزینهٔ ۱

۱) 4×10^{-6} ۲) 4×10^{-10} ۳) 6×10^{-6} ۴) 6×10^{-10}

حل با استفاده از تراز شدت صوت می‌توان نوشت:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow 66=10\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow 6/6=\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow 6+2\times0/3=\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow \log10^6+2\log2=\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow \log10^6+\log4=\log\frac{I}{I_0}$$

$$\Rightarrow \log4\times10^6=\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow 4\times10^6=\frac{I}{I_0} \Rightarrow 4\times10^6=\frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I=4\times10^{-6}\,\frac{W}{m^2}$$

۸۵ شنونده‌ای که مساحت پردهٔ گوشش ۶۰ میلی‌مترمربع است، تراز شدت صوت حاصل از این منبع را ۵۰ دسی‌بل احساس می‌کند. انرژی که در مدت ۵۰ ثانیه به پردهٔ گوش این شنونده می‌رسد، چند میکروژول است؟ $(I_0=10^{-6}\,\frac{\mu W}{m^2})$ (تجربی خارج ۹۴)

گزینهٔ ۳

۱) ۳ ۲) ۳۰۰ ۳) 3×10^{-4} ۴) 6×10^{-6}

حل ابتدا شدت صوت را محاسبه می‌کنیم.

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow 50=10\log\frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}}=10^5 \Rightarrow I=10^{-7}\,\frac{W}{m^2}$$

با استفاده از رابطه شدت صوت مقدار انرژی به‌دست می‌آید.

$$I=\frac{E}{At} \Rightarrow 10^{-7}=\frac{E}{60\times10^{-6}\times50} \Rightarrow E=3\times10^{-10}J=3\times10^{-4}\mu J$$

۸۶ بلندگویی با توان ۱۰۸W، صوتی با بسامد ۱۰۸Hz در هوا منتشر می‌کند. در چه فاصله‌ای بر حسب متر از بلندگو، گوش شخص سالم صدا را با تراز ۱۲۰ دسی‌بل می‌شنود؟ $(\pi=3,\ I_0=10^{-12}\,\frac{W}{m^2})$ و از اتلاف انرژی صوتی در هوا صرف نظر شود.)

گزینهٔ ۲

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

حل ابتدا شدت صوت را با استفاده از تراز شدت صوت محاسبه می‌کنیم.

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow 120=10\log\frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 10^{12}=\frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I=1\,\frac{W}{m^2}$$

حال می‌توانیم با با استفاده از رابطهٔ شدت صوت فاصلهٔ گوش شخص را تا بلندگو به‌دست آوریم:

$$I=\frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow 1=\frac{108}{4\times3\times r^2} \Rightarrow r^2=9 \Rightarrow r=3m$$

Telegram:MOHammad_Free

@Mohammad_Free

۸۷ گزینهٔ ۴ **اگر شدت صوتی ۱۶ برابر شود، تراز شدت صوت آن ۹ برابر می‌شود، شدت صوت اولیه چند $\frac{\mu W}{m^2}$ است؟ $(I_0 = 10^{-12}\frac{W}{m^2})$**

۱) $3\sqrt{2}\times10^{-12}$ ۲) $3\sqrt{2}\times10^{-6}$ ۳) $\sqrt{2}\times10^{-12}$ ۴) $\sqrt{2}\times10^{-6}$

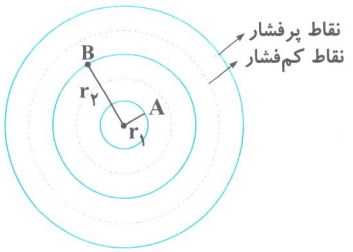
حل با استفاده از رابطهٔ اختلاف تراز شدت صوت، تراز شدت صوت اولیه را محاسبه می‌کنیم،

$$\beta_2-\beta_1=\log\frac{I_2}{I_1}\Rightarrow 9\beta_1-\beta_1=\log\frac{16I_1}{I_1}\Rightarrow 8\beta_1=\log16\Rightarrow 8\beta_1=\log2^4\Rightarrow 8\beta_1=4\log2\Rightarrow \beta_1=\frac{1}{2}\log2\Rightarrow \beta_1=\log\sqrt{2}$$

حال با نوشتن رابطهٔ تراز شدت صوت، شدت صوت اولیه را به‌دست می‌آوریم:

$$\beta_1=\log\sqrt{2}\Rightarrow\log\frac{I_1}{I_0}=\log\sqrt{2}\Rightarrow\frac{I_1}{I_0}=\sqrt{2}\Rightarrow\frac{I_1}{10^{-12}}=\sqrt{2}\Rightarrow I_1=\sqrt{2}\times10^{-12}\frac{W}{m^2}=\sqrt{2}\times10^{-6}\frac{\mu W}{m^2}$$

۸۸ گزینهٔ ۲ **در شکل مقابل امواج حاصل از چشمهٔ صوتی S با بسامد ۷۵۰Hz به‌صورت کره‌های هم مرکز در فضا پخش شده‌اند. اگر $r_1=20cm$ باشد، اختلاف تراز شدت صوت در نقطه‌های B و A چند دسی‌بل است؟ $(\log3=0/5, v_{هوا}=300\frac{m}{s})$**



۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

حل طول موج حاصل از منبع را محاسبه می‌کنیم:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\lambda=\frac{300}{750}=0/4m=40cm$$

فاصلهٔ منبع صوت تا لایهٔ پرفشار اول برابر با r_1 و تا لایهٔ پرفشار دوم برابر r_2 است. بنابراین:

$$r_2=r_1+\lambda=20+40=60cm$$

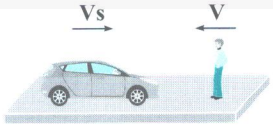
حال می‌توانیم نسبت شدت صوت نقطهٔ B به A را به‌دست آوریم:

$$\frac{I_B}{I_A}=(\frac{r_A}{r_B})^2\Rightarrow\frac{I_B}{I_A}=(\frac{20}{60})^2=\frac{1}{9}$$

حال اختلاف تراز شدت صوت بین دو نقطهٔ A و B را می‌توانیم محاسبه کنیم:

$$\beta_A-\beta_B=10\log\frac{I_A}{I_B}=10\log9=20\log3=20\times0/5=10dB$$

۸۹ گزینهٔ ۳ **مطابق شکل زیر یک ماشین پلیس آژیرکشان در حال حرکت است و شخصی با سرعت v به آن نزدیک می‌شود. اگر بسامد و طول موج صوت تولید شده توسط ماشین پلیس به‌ترتیب f_s و λ_s و بسامد و طول موج دریافتی توسط شخص به ترتیب f_0 و λ_0 باشد، گدام گزینه درست است؟**



۱) $\lambda_0>\lambda_s, f_0>f_s$ ۲) $\lambda_0>\lambda_s, f_0<f_s$ ۳) $\lambda_0<\lambda_s, f_0>f_s$ ۴) $\lambda_0<\lambda_s, f_0<f_s$

حل چون شخص در جلوی ماشین قرار گرفته است $\lambda_0<\lambda_s$ می‌باشد و چون منبع صوت و شنونده در حال نزدیک شدن به‌هم هستند، بنابراین $f_0>f_s$ است.

مرحلهٔ پنجم جمع‌بندی — بازتاب موج

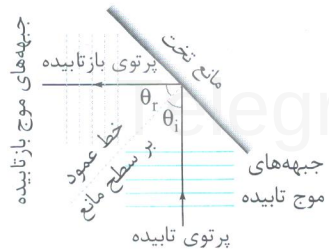
مبحث (۱): آشنایی با بازتاب موج و قانون بازتاب عمومی

بازتاب موج: همان‌طور که می‌دانید انتشار انرژی در یک محیط، موج نام دارد. هنگامی‌که این انرژی به یک مانع برخورد می‌کند، می‌تواند قسمتی از آن جذب و قسمتی از آن بازتاب شود که به این پدیده بازتاب موج گویند.

هم امواج مکانیکی و هم امواج الکترومغناطیسی می‌توانند دچار بازتاب شوند و بازتاب امواج برای همهٔ امواج از جمله یک بعدی، دو بعدی و سه بعدی می‌تواند روی دهد. در تمامی این موارد قانون بازتاب عمومی صادق است.

قانون بازتاب عمومی: برای تمام امواج و تمام موانع، هنگام بازتاب موج، **زاویهٔ بازتابش** برابر **زاویهٔ تابش** است.

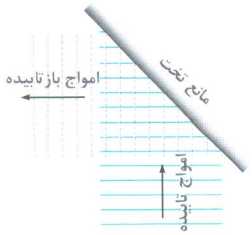
به زاویهٔ بین خط عمود بر سطح مانع و پرتوی تابیده (فرودی)، زاویهٔ تابش می‌گویند و آن را با θ_i نشان می‌دهند و به زاویهٔ بین خط عمود بر سطح مانع و پرتوی بازتابیده، زاویهٔ بازتابش گویند و آن را با θ_r نشان می‌دهند. در شکل مقابل θ_i و θ_r در برخورد یک موج تخت به یک مانع مشخص شده است.



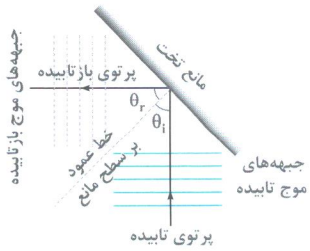
Telegram: @Mohammad_Free

@MoHammad_Free

نکات ۱ برای رسم ساده‌تر یک موج، می‌توانیم به جای رسم جبهه‌های موج مانند شکل (الف)، نمودار پرتویی موج را مانند شکل (ب) رسم کنیم. همان‌طور که در شکل (ب) می‌بینید یک پرتو، پیکان مستقیمی عمود بر جبهه‌های موج است که جهت انتشار موج را نشان می‌دهد.



شکل (الف)



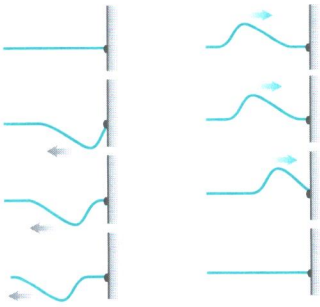
شکل (ب)

۲ برای تمام امواج در برخورد به تمام موانع، پرتوی تابش، پرتوی بازتابش و خط عمود بر سطح بازتابنده، در هر بازتابشی در یک صفحه قرار دارند.

در ادامه با نمونه‌هایی از بازتاب امواج مکانیکی و الکترومغناطیسی آشنا می‌شوید.

مبحث (۲): نمونه‌هایی از بازتاب امواج مکانیکی

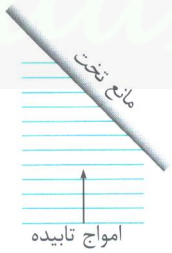
الف بازتاب در یک بعد: فرض کنید مطابق شکل (الف) موجی در یک ریسمان در یک بعد منتشر شود. هنگامی‌که این موج به انتهای ریسمان که به دیواری بسته شده است برخورد می‌کند، نیرویی به آن وارد می‌کند و طبق قانون سوم نیوتون، تکیه‌گاه نیز نیرویی با اندازهٔ برابر و در جهت مخالف به ریسمان وارد می‌کند. این نیرو در محل تکیه‌گاه تپی در ریسمان ایجاد می‌کند که مطابق شکل (ب) روی ریسمان در جهت مخالف تپ تابیده حرکت می‌کند.



شکل (الف) شکل (ب)

نکته برای رسم موج بازتابیده از انتهای بستهٔ ریسمان کافی است شکل موج فرودی را یک بار نسبت به محور x و یک بار نسبت به محور y قرینه کنیم.

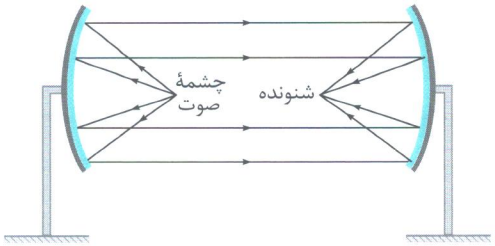
ب بازتاب در دو بعد: فرض کنید مطابق شکل (الف)، امواج تختی بر سطح آب در دو بعد در حال انتشار باشند. اگر این امواج به مانع تختی برخورد کنند، مانند شکل (ب) بازتابیده می‌شوند.



شکل (الف)

شکل (ب)

ج بازتاب در سه بعد: فرض کنید مطابق شکل مقابل صدای حاصل از یک چشمهٔ صوت که به صورت سه بعدی منتشر می‌شود به یک سطح کاو برخورد می‌کند. این امواج پس از بازتاب، به سطح کاو دیگری برخورد می‌کنند و در نقطه‌ای که کانون نام دارد به یکدیگر می‌رسند. در این حالت اگر شنونده‌ای در آن محل باشد صدا را به وضوح می‌شنود.



نکته اگر صوت حاصل از یک چشمهٔ صوت به مانعی برخورد کرده و بازتاب کند و با یک تأخیر زمانی به گوش شنونده‌ای برسد که صوت اولیه را مستقیماً می‌شنود، به چنین بازتابی، پژواک می‌گویند. اگر تأخیر زمانی بین این دو صوت کمتر از ۰/۱s باشد، گوش انسان نمی‌تواند پژواک را از صوت مستقیم اولیه تشخیص دهد.

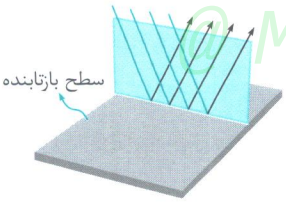
مبحث (۳): نمونه‌هایی از بازتاب امواج الکترومغناطیسی

امواج الکترومغناطیسی نیز مانند امواج مکانیکی هنگام برخورد به موانع طبق قانون عمومی بازتاب، بازتابیده می‌شوند. دریافت امواج رادیویی توسط آنتن‌های بشقابی و یا متمرکز کردن امواج فروسرخ برای گرم کردن آب و مواد غذایی در اجاق‌های خورشیدی نمونه‌هایی از بازتاب امواج الکترومغناطیسی در سه بعد هستند.

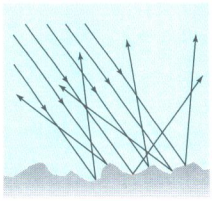
یکی از رایج‌ترین نمونه‌های بازتاب امواج الکترومغناطیسی بازتاب نور مرئی هنگام برخورد به سطوح مختلف است که به دو صورت **بازتاب آینه‌ای (منظم)** یا **بازتاب پخشنده (نامنظم)** روی می‌دهد.

Telegram: MoHammad_Free

بازتاب آینه‌ای (منظم): اگر سطحی که نور به آن برخورد می‌کند، مانند یک آینهٔ بسیار هموار باشد، پرتوهای نور مانند شکل مقابل به صورت منظم بازتاب می‌کنند.

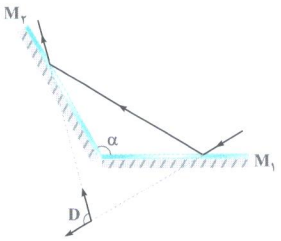


بازتاب پخشنده (نامنظم): اگر سطحی که نور به آن برخورد می‌کند صیقلی و هموار نباشد، پرتوهای نور مانند شکل مقابل به صورت کاتوره‌ای در تمام جهات پراکنده می‌شوند. به دلیل این بازتاب است که شما می‌توانید اشیاء اطراف خود را ببینید.

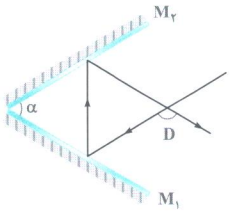


در ادامه با نکته‌ای بسیار مهم در بازتاب پرتوهای نور از آینه‌های متقاطع آشنا می‌شوید.

! نکته فرض کنید پرتو نوری به آینهٔ M_1 می‌تابد و بعد از بازتاب از آینهٔ M_1 به آینهٔ M_2 برخورد کرده و از آن بازتابیده شود. اگر زاویهٔ بین دو آینه تخت α و زاویهٔ انحراف پرتوی نهایی نسبت به پرتوی اولیه D باشد داریم:



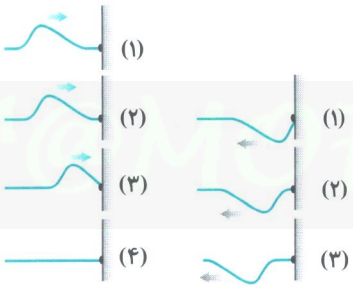
$90 \le \alpha < 180 \Rightarrow D = 360 - 2\alpha$



$0 < \alpha \le 90 \Rightarrow D = 2\alpha$

۹۰ گزینهٔ ۱

شکل مقابل وضعیت تپ ایجاد شده در طناب را پیش از رسیدن به مانع و پس از بازتابش از آن نشان می‌دهد. بنابر کدام یک از قوانین زیر موج بازتابیده شده به این شکل خواهد بود؟



۱) قانون سوم نیوتون

۲) قانون اسنل

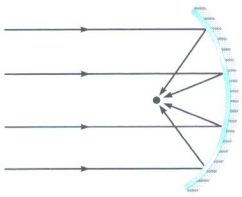
۳) قانون بقای انرژی

۴) قانون بقای تکانه

حل پدیدهٔ بازتاب تپ ایجاد شده در یک موج توسط تکیه‌گاه ثابت، توسط قانون سوم نیوتون توجیه می‌شود.

۹۱ گزینهٔ ۴

با توجه به شکل مقابل کدام عبارت نادرست است؟



۱) امواج الکترومغناطیسی تابیده به یک سطح کاو پس از بازتابش در یک نقطه به نام کانون متمرکز می‌شوند.

۲) این شکل نمونهٔ از بازتاب در سه بعد است.

۳) دریافت امواج رادیویی توسط آنتن‌های بشقابی و امواج فروسرخ برای گرم کردن آب در اجاق‌های خورشیدی نمونه‌ای از بازتاب امواج الکترومغناطیسی است.

۴) امواج الکترومغناطیسی از قانون بازتاب عمومی پیروی نمی‌کنند.

حل امواج الکترومغناطیسی هم از قانون بازتاب عمومی پیروی می‌کنند.

این امواج هنگام تابش به یک سطح کاو پس از بازتابش در یک نقطه، به نام کانون متمرکز می‌شوند و شکل نشان داده شده نمونه‌ای از بازتاب در سه بعد است. از سایر نمونه‌های این بازتاب هم می‌توان به دریافت امواج رادیویی توسط آنتن‌های بشقابی و امواج فروسرخ برای گرم کردن آب در اجاق‌های خورشیدی اشاره کرد.

۹۲ گزینهٔ ۱

کدام یک از عبارت‌های زیر در رابطه با بازتاب پخشنده نادرست است؟

۱) این بازتاب وقتی رخ می‌دهد که نور به سطحی صیقلی و هموار برخورد کند.

۲) پرتوهای نور به‌طور کاتوره‌ای از سطح بازتابیده و در تمام جهات پراکنده می‌شوند.

۳) در بازتاب پخشنده زاویه‌های تابش و بازتابش با هم برابرند.

۴) در بازتاب پخشنده پرتوی تابش، پرتوی بازتابش و خط عمود هر سه در یک صفحه واقع‌اند.

حل بازتاب پخشنده هنگامی‌که نور به سطح غیر صیقلی و ناهموار برخورد می‌کند رخ می‌دهد؛ بنابراین عبارت درج شده در گزینهٔ «۱» نادرست است. سایر عبارت‌ها را عیناً در متن کتاب درسی خواهید یافت.

@MOHammad_Free
Telegram:MOHammad_Free

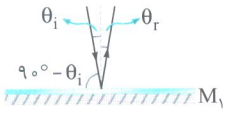
@MOHammad_Free

۹۳ گزینهٔ ۱

زاویه‌ای بین راستای پرتو تابش و بازتابش در یک آینهٔ تخت، $\frac{۱}{۴}$ زاویهٔ بین پرتو تابش و سطح آینه است. زاویهٔ تابش چند درجه است؟ (ریاضی خارج ۸۶)

۱) ۱۰ ☐ ۲) ۱۸ ☐ ۳) ۲۰ ☐ ۴) ۲۴ ☐

حل زاویهٔ تابش و زاویهٔ بازتابش هنگام برخورد پرتو به سطح آینه، با یکدیگر برابر هستند. بنابراین:

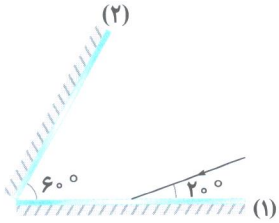


$$\theta_i + \theta_r = \frac{۱}{۴}(۹۰^\circ - \theta_i) \xrightarrow{\theta_i = \theta_r} ۲\theta_i = \frac{۱}{۴}(۹۰^\circ - \theta_i) \Rightarrow ۲\theta_i = ۲۲/۵^\circ - \frac{۱}{۴}\theta_i$$

$$\Rightarrow ۲\theta_i + \frac{۱}{۴}\theta_i = ۲۲/۵^\circ \Rightarrow \frac{۹}{۴}\theta_i = ۲۲/۵ \Rightarrow ۲/۲۵\theta_i = ۲۲/۵^\circ \Rightarrow \theta_i = \frac{۲۲/۵^\circ}{۲/۲۵} = ۱۰^\circ$$

۹۴ گزینهٔ ۴

مطابق شکل مقابل، پرتو نوری با سطح آینهٔ تخت (۱) زاویهٔ ۲۰° می‌سازد. این پرتو، در اولین برخورد به آینهٔ (۲) با سطح آن آینه زاویهٔ چند درجه می‌سازد؟ (تجربی خارج ۹۳)



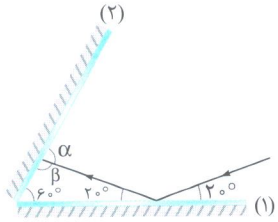
۱) ۱۰ ☐

۲) ۲۰ ☐

۳) ۷۰ ☐

۴) ۸۰ ☐

حل زاویهٔ بین پرتوی تابش و سطح آینه همواره با زاویهٔ پرتوی بازتابش و سطح آینه برابر است؛ بنابراین:

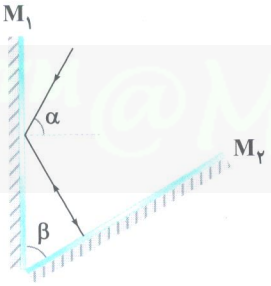


$$\beta + ۲۰^\circ + ۶۰^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \beta = ۱۰۰^\circ$$

$$\alpha + \beta = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \alpha = ۱۸۰^\circ - ۱۰۰^\circ = ۸۰^\circ$$

۹۵ گزینهٔ ۱

در شکل مقابل پرتو نوری با زاویهٔ تابش α به آینهٔ $M_۱$ می‌تابد و پرتو بازتاب، به صورت قائم به آینهٔ $M_۲$ می‌تابد. کدام رابطه بین α و β همواره برقرار است؟ (ریاضی خارج ۸۸)



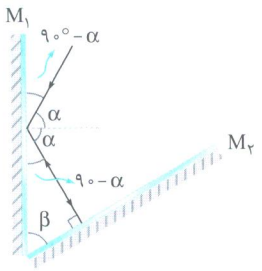
۱) $\alpha = \beta$ ☐

۲) $\beta = ۲\alpha$ ☐

۳) $\alpha = ۲\beta$ ☐

۴) $\alpha + \beta = ۹۰$ ☐

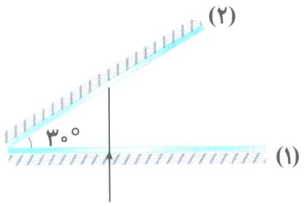
حل پرتوی بازتابش پس از جدایی از سطح آینهٔ $M_۲$ روی خودش بازگشته است یعنی زاویهٔ بین پرتوی تابش و سطح آینه برابر ۹۰° است.



$$(۹۰^\circ - \alpha) + \beta + ۹۰^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \beta - \alpha = ۰ \Rightarrow \alpha = \beta$$

۹۶ گزینهٔ ۲

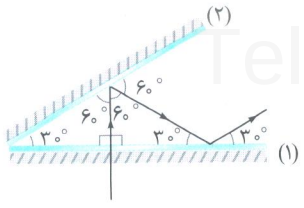
دو آینهٔ تخت با طول زیاد، مطابق شکل مقابل با هم زاویه ۳۰° می‌سازند. در آینهٔ (۱) روزنه‌ای ایجاد شده و باریکهٔ نور به‌طور عمود بر آینهٔ (۱) از آن می‌گذرد. این نور چند بار در برخورد با آینه‌ها بازتاب خواهد شد؟ (ریاضی خارج ۹۴)



۱) ۱ ☐ ۲) ۲ ☐

۳) ۳ ☐ ۴) ۴ ☐

حل با توجه به پرتوهای رسم شده زاویهٔ بین پرتوی تابش با سطح آینهٔ (۱) برابر ۳۰ درجه است، پس پرتو موازی با آینهٔ (۲) خارج می‌شود. در نهایت ۲ بار پرتو در برخورد با آینه‌ها بازتاب می‌کند.

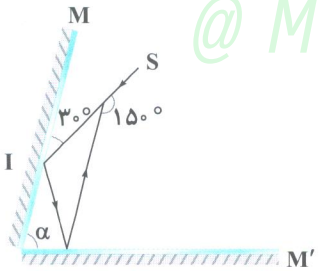


Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

۹۷ گزینهٔ ۳

پرتو نورانی SI برآینهٔ تخت M تابیده و مطابق شکل روی (دو آینه) M و M′ بازتابش پیدا کرده است. زاویهٔ بین دو آینه چند درجه است؟ (ریاضی خارج ۸۹)



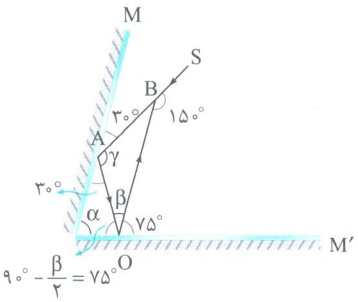
۱) ۴۵

۲) ۶۰

۳) ۷۵

۴) ۸۰

حل روش اوّل: هنگامی‌که یک پرتوی نورانی به سطح آینهٔ تخت می‌تابد زاویهٔ تابش و بازتابش با یکدیگر برابر هستند.



زاویهٔ ۱۵۰°، زاویهٔ خارجی مثلث OAB است، بنابراین:

$$\begin{cases}\beta+\gamma=150^\circ\\ \gamma=180^\circ-60^\circ=120^\circ\end{cases}\Rightarrow\beta=30^\circ\Rightarrow M'\text{آینه با پرتو زاویه}=90^\circ-\frac{\beta}{2}=75^\circ$$

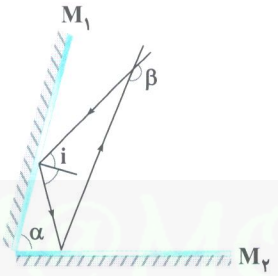
$$\alpha+75+30=180\Rightarrow\alpha=180-105=75$$

روش دوم: زاویه انحراف (زاویه بین پرتو ورودی و خروجی) ۱۵۰° است و داریم:

$$\hat{D}=2\alpha=150^\circ\Rightarrow\alpha=75^\circ$$

۹۸ گزینهٔ ۱

مطابق شکل مقابل، پرتو نوری تحت زاویهٔ تابش i، (i < α) به آینهٔ تخت M_1 می‌تابد و پس از بازتاب از آینهٔ M_2 با پرتو اولیه زاویهٔ β را می‌سازد. اگر زاویهٔ تابش (i) نصف شود، زاویهٔ β چگونه تغییر می‌کند؟ (تجربی داخل ۹۶)



۱) ثابت می‌ماند.

۲) نصف می‌شود.

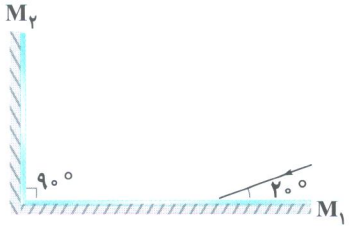
۳) دو برابر می‌شود.

۴) چهار برابر می‌شود.

حل β همان زاویه انحراف است و مقدار آن دو برابر α است و با تغییر $\hat{i}$ ثابت می‌ماند.

۹۹ گزینهٔ ۴

در شکل مقابل پرتوی بازتابیده از آینه دوم نسبت به پرتوی تابیده شده به آینه اوّل چقدر انحراف دارد؟



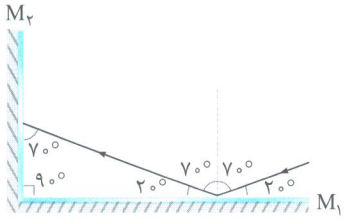
۱) ۹۰

۲) ۶۰

۳) ۲۷۰

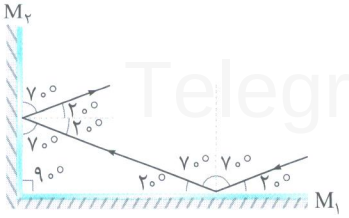
۴) ۱۸۰

حل روش اوّل: گام اوّل: ابتدا پرتوی بازتاب از آینهٔ M_1 را رسم می‌کنیم. زاویه‌های تابش و بازتاب از آینه تخت با هم برابرند. پس داریم:



گام دوم: رسم پرتوی بازتاب از آینه دوم و محاسبهٔ زاویه انحراف.

دو پرتوی فرودی به آینه اوّل و خروجی از آینه دوم هم‌راستا هستند و زاویهٔ انحراف پرتوی خروجی از آینه دوم نسبت به پرتوی فرودی از آینه اوّل ۱۸۰° است.



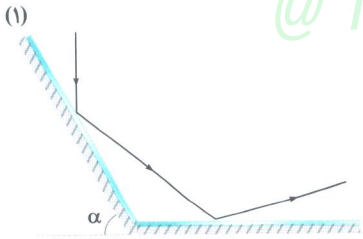
روش دوم: زاویهٔ انحراف دو برابر زاویهٔ بین دو آینه است و برابر است با: $2\times90^\circ=180^\circ$.

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

۱۰۰ گزینهٔ ۲

مطابق شکل مقابل، پرتو نوری به آینهٔ تخت ۱ می‌تابد و در نهایت از آینهٔ تخت ۲ بازتاب می‌شود. پرتو تابش به آینهٔ ۱ با پرتو بازتابش از آینهٔ ۲، چه زاویه‌ای می‌سازد؟ (تجربی خارج ۹۶)



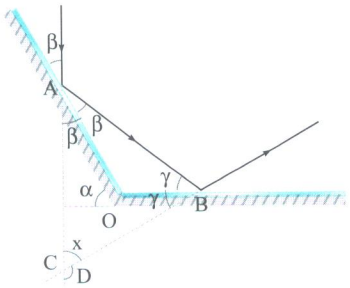
۱) α

۲) 2α

۳) $180-\alpha$

۴) $90+\alpha$

حل برای حل این سؤال ابتدا پرتوهای تابش و بازتابش را امتداد می‌دهیم تا در نقطه C به هم برسند.



زاویهٔ α زاویهٔ خارجی مثلث ABO است بنابراین:

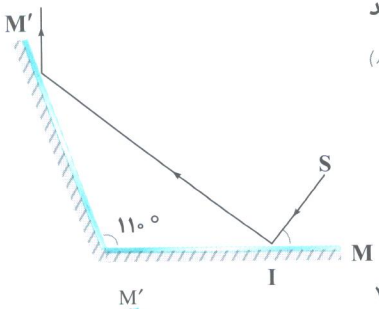
$$\overset{\Delta}{ABO}: \beta+\gamma=\alpha$$

$$\overset{\Delta}{ABC}: 2\beta+2\gamma+x=180^\circ \Rightarrow x=180^\circ-2(\beta+\gamma) \Rightarrow x=180^\circ-2\alpha$$

$$\hat{D}=180^\circ-x=180^\circ-(180^\circ-2\alpha)=2\alpha$$

۱۰۱ گزینهٔ ۴

در شکل مقابل پرتو SI به آینهٔ M می‌تابد و پس از برخورد به آینهٔ M' بازتاب می‌شود. پرتو نور چند درجه نسبت به جهت اولیه (SI) منحرف می‌شود؟ (ریاضی خارج ۸۷)



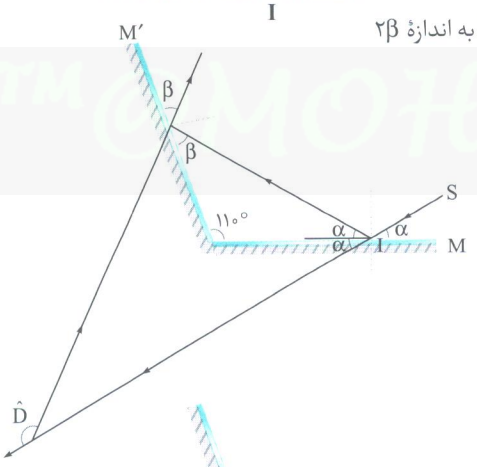
۱) ۴۰

۲) ۷۰

۳) ۱۱۰

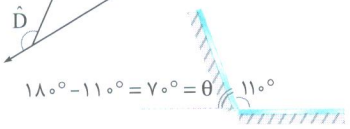
۴) ۱۴۰

حل روش اوّل: با توجه به شکل، پرتو هنگام تابش در آینهٔ M به اندازهٔ 2α و در آینهٔ M' به اندازهٔ 2β منحرف می‌شود. حال کل زاویهٔ انحراف $2\beta+2\alpha$ است.



$$\alpha+\beta=180^\circ-110^\circ \Rightarrow \begin{cases}\alpha+\beta=70^\circ \\ 2\alpha+2\beta=140^\circ \Rightarrow \text{زاویهٔ انحراف}\end{cases}$$

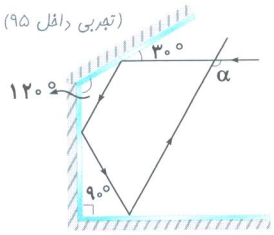
روش دوم: زاویه انحراف ۲ برابر زاویه حاده بین دو آینه است.



$$\hat{D}=2\theta=2\times70^\circ=140^\circ$$

۱۰۲ گزینهٔ ۲

در شکل روبه‌رو، زاویهٔ α چند درجه است؟ (تجربی داخل ۹۵)



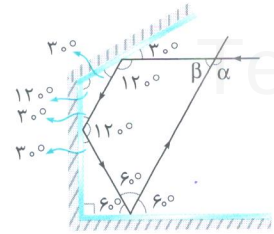
۱) ۱۱۰

۲) ۱۲۰

۳) ۱۳۰

۴) ۱۵۰

حل با توجه به زوایای به دست آمده و این‌که مجموع زوایای داخلی چهارضلعی ABCD برابر 360° است، داریم:



$$120^\circ+120^\circ+60^\circ+\hat{\beta}=360^\circ \Rightarrow \hat{\beta}=60^\circ$$

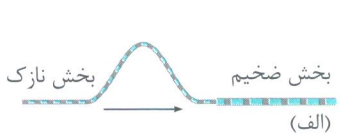
$$\hat{\alpha}+\hat{\beta}=180^\circ \Rightarrow \hat{\alpha}+60^\circ=180^\circ \Rightarrow \hat{\alpha}=120^\circ$$

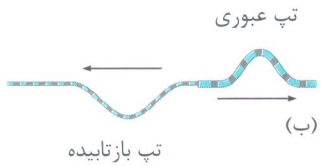
Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

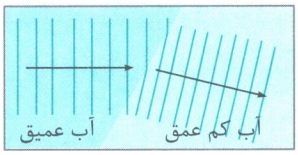
مبحث (۱): آشنایی با شکست موج و قانون شکست عمومی

شکست موج: فرض کنید مطابق شکل (الف) موجی که در یک ریسمان در حال انتشار است به مرز جدایی دو محیط برسد. در این صورت همان‌طور که در شکل (ب) می‌بینید بخشی از موج بازتابیده شده و بخشی دیگر عبور می‌کند. با توجه به این‌که ریسمان دوم ضخیم‌تر از ریسمان اوّل است، طبق رابطهٔ $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$، تندی انتشار موج در ریسمان دوم کاهش می‌یابد. دقت کنید که بسامد موج فقط به ویژگی‌های چشمهٔ موج بستگی دارد و با تغییر محیط، بسامد موج ثابت می‌ماند. بنابراین طبق رابطهٔ $\lambda = \frac{v}{f}$ چون f ثابت است و v کاهش می‌یابد قطعاً طول موج در ریسمان دوم کوچک‌تر از ریسمان اوّل می‌شود. به شکل‌های زیر دقت کنید:





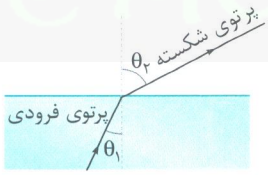
همان‌طور که در مثال بالا مشاهده کردید، تغییر محیط می‌تواند باعث تغییر تندی انتشار موج شود، حال اگر این تغییر تندی برای یک موج دو بعدی یا سه بعدی روی دهد می‌تواند باعث تغییر جهت انتشار موج شود که به آن شکست موج گویند.



در شکل مقابل نمونه‌ای از شکست امواج در دو بعد نشان داده شده است. همان‌طور که می‌بینید ابتدا امواج سطحی در قسمت عمیق آب با تندی زیاد در حال انتشار هستند. با ورود موج به بخش کم‌عمق، تندی موج سطحی کاهش می‌یابد. همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید آن بخش موج که زودتر به ناحیهٔ کم‌عمق می‌رسد، چون با تندی کمتر حرکت می‌کند از بقیهٔ موج عقب می‌افتد و بنابراین فاصلهٔ بین جبهه‌های موج و در نتیجه طول موج کاهش می‌یابد و موج در مرز دو ناحیه تغییر جهت می‌دهد و در اصطلاح موج دچار شکست می‌شود.

قانون شکست عمومی

فرض کنید مطابق شکل زیر موجی از محیطی وارد محیط دیگر شده و دچار شکست شود. دقت کنید که برای نشان دادن موج از نمودار پرتویی استفاده شده است.

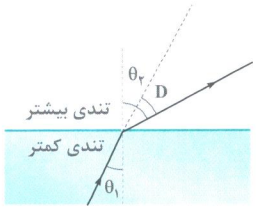


همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید زاویهٔ بین پرتو فرودی با خط عمود بر مرز که زاویهٔ تابش نام دارد با θ_1 نشان داده می‌شود و زاویه بین پرتوی شکسته شده با خط عمود بر مرز که زاویهٔ شکست نام دارد با θ_2 نشان داده می‌شود. اگر تندی موج فرودی v_1 و تندی موج شکست یافته v_2 باشد، طبق قانون عمومی شکست داریم:

$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

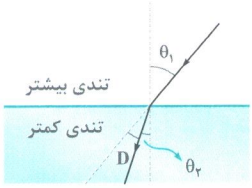
نکات

۱) مطابق شکل مقابل اگر موج از محیطی با تندی کمتر به محیطی با تندی بیشتر برود از خط عمود بر سطح فاصله می‌گیرد و $\theta_2 > \theta_1$ می‌شود. در این حالت برای به دست آوردن زاویهٔ انحراف پرتو (D) داریم:



$$D = \theta_2 - \theta_1$$

۲) مطابق شکل مقابل اگر موج از محیطی با تندی بیشتر به محیطی با تندی کمتر برود به خط عمود بر سطح نزدیک می‌شود و $\theta_2 < \theta_1$ می‌شود. در این حالت برای به دست آوردن زاویهٔ انحراف پرتو داریم:



$$D = \theta_1 - \theta_2$$

مبحث (۲): ضریب شکست

به نسبت تندی انتشار نور در خلأ به تندی انتشار نور در محیط مورد نظر ضریب شکست محیط موردنظر گویند. ضریب شکست یک محیط به جنس محیط، دما و طول موج نوری که در آن محیط منتشر می‌شود بستگی دارد و به صورت زیر به دست می‌آید:

$$n = \frac{c}{v}$$

n ← ضریب شکست

c ← تندی نور در خلأ $(c = 3\times10^8 \frac{m}{s})$

v ← تندی نور در محیط مورد نظر

نکته چون تندی نور در خلأ بیشترین تندی ممکن است، ضریب شکست همواره بزرگ‌تر یا مساوی ۱ است. دقت کنید که ضریب شکست خلأ برابر ۱ می‌باشد.

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

مبحث (۳): قانون شکست اسنل

از ترکیب رابطهٔ ضریب شکست و قانون شکست عمومی می‌توان به قانون اسنل رسید:

رابطهٔ ضریب شکست: $\frac{v_2}{v_1}=\frac{n_1}{n_2}$

قانون شکست عمومی: $\frac{v_2}{v_1}=\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}$

$\Rightarrow \frac{n_1}{n_2}=\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} \Rightarrow \boxed{n_1\sin\theta_1=n_2\sin\theta_2}$

n_2, n_1 ← ضریب شکست دو محیط

θ_1 ← زاویهٔ پرتوی تابش

θ_2 ← زاویهٔ پرتوی شکست

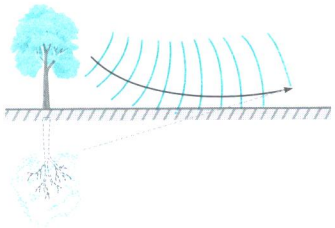
جمع‌بندی روابط و قوانین شکست موج

$\boxed{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}=\frac{v_2}{v_1}=\frac{n_1}{n_2}}$

به‌طور کلی اگر تناسب روبه‌رو را به خاطر بسپارید می‌توانید تمام سؤالات این قسمت را به راحتی پاسخ دهید.

مبحث (۴): سراب

در روزهای بسیار گرم ممکن است تصویر اجسام مختلف مانند درختان، بوته‌ها و ... را روی سطح زمین ببینید و تصور کنید در آن منطقه آبگیری وجود دارد. به این پدیده سراب گویند.

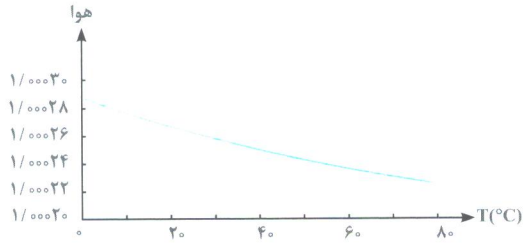


همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید علت دیده شدن سراب شکست امواج نوری است که از جسم مورد نظر به چشم ما می‌رسد.

در ادامه چگونگی ایجاد پدیدهٔ سراب را دقیق‌تر بررسی می‌کنیم.

در روزهای گرم زمین بسیار داغ است و در نتیجه لایه‌های هوای نزدیک زمین نیز بسیار گرم می‌شوند. با افزایش دما، چگالی هوا کاهش پیدا کرده و در نتیجه ضریب شکست لایه‌های هوای نزدیک به سطح زمین کمتر شده و تندی انتشار نور در نزدیکی سطح زمین بیشتر می‌شود. بنابراین همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید آن قسمت از امواج نورانی که به سطح زمین نزدیک‌تر هستند با تندی بیشتری حرکت می‌کنند که باعث شکست نور می‌شود و به نظر شخص بیننده این امواج از زمین به چشم او رسیده‌اند و فرد تصویر اجسام را روی سطح زمین می‌بیند و تصور می‌کند در آنجا آبگیری وجود دارد.

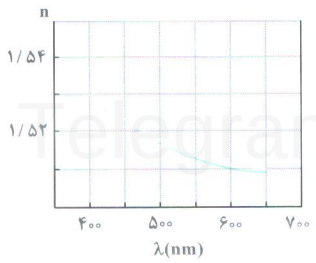
نکته همان‌طور که گفتیم با افزایش دما، چگالی هوا کاهش یافته و ضریب شکست هوا نیز کم می‌شود. نمودار تغییرات ضریب شکست هوا بر حسب دما به صورت مقابل است:

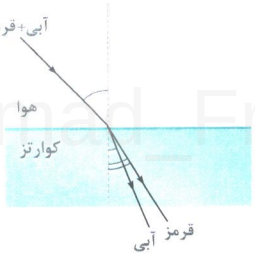


مبحث (۵): پاشندگی نور

ضریب شکست هر محیطی به جز خلأ به طول موج نور بستگی دارد، یعنی وقتی باریکهٔ نوری شامل پرتوهایی با طول موج‌های مختلف باشد، این پرتوها هنگام عبور از مرز دو محیط در زاویه‌های مختلفی شکسته می‌شوند. به این پخش‌شدگی نور، پاشندگی نور می‌گویند.

نکات ۱ معمولاً ضریب شکست یک محیط معین برای طول موج‌های کوتاه‌تر، بیشتر است. همان‌طور که در نمودار زیر می‌بینید هر چه از پرتوی آبی به سمت قرمز برویم طول موج بیشتر شده و ضریب شکست کمتر می‌شود. بنابراین ضریب شکست قرمز کمتر از ضریب شکست آبی است و هنگامی‌که پرتوهای قرمز و آبی از محیطی به محیط دیگر وارد می‌شوند، پرتوهای قرمز نسبت به پرتوهای آبی کمتر شکسته می‌شوند. به شکل‌های زیر دقت کنید:

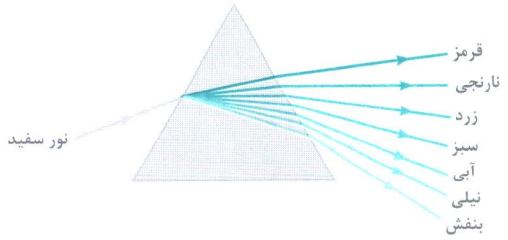




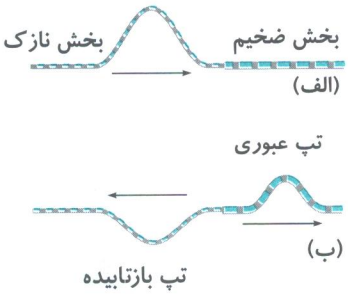
Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

۲ اگر باریکهٔ نور سفید به یک منشور بتابد، پرتوهای نور هم هنگام ورود به منشور و هم هنگام خروج از منشور شکسته می‌شوند و از آنجایی که ضریب شکست پرتوهای مختلف متفاوت است با زاویه‌های متفاوتی شکسته می‌شوند و در اصطلاح نور سفید تجزیه می‌شود. همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید، نور قرمز کمترین شکست و نور بنفش بیشترین شکست را دارد.



۱۰۳ **در ارتباط با شکل مقابل کدام گزینه نادرست است؟** گزینهٔ ۳



۱) وقتی موج به مرز جدایی دو طناب نازک و ضخیم می‌رسد بخشی از آن باز می‌تابد و بخش دیگری از آن عبور می‌کند.

۲) بسامد موج بازتابیده شده با بسامد موجی که وارد طناب ضخیم می‌شود برابر است.

۳) سرعت موج عبوری (موجی که وارد بخش ضخیم شده) از سرعت موج بازتابیده شده بیشتر است.

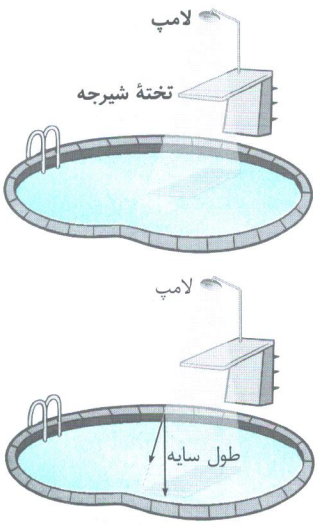
۴) طول موجِ، موج عبوری نسبت به موج فرودی کمتر خواهد بود.

حل شکسته شدن موج در امواج مکانیکی هم رخ می‌دهد وقتی موج به مرز جدایی دو محیط (طناب نازک و ضخیم) می‌رسد بخشی از آن باز می‌تابد و بخشی دیگر عبور می‌کند [درستی گزینهٔ «۱»]. بسامد موج فرودی، موج بازتاب و موج عبور کرده هر سه با هم برابر است [درستی گزینهٔ «۲»]. سرعت انتشار موج از رابطهٔ $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ محاسبه می‌شود و چون جرم واحد طول طناب ضخیم بیشتر است، سرعت موج در آن کمتر خواهد بود [نادرستی گزینهٔ «۳»] از طرفی در مقایسهٔ طول موجِ موج عبوری و بازتابیده شده داریم:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\frac{\lambda_{\text{عبوری}}}{\lambda_{\text{فرودی}}}=\frac{v_{\text{عبوری}}}{v_{\text{فرودی}}}\times\frac{f_{\text{فرودی}}}{f_{\text{عبوری}}}\xrightarrow[f_{\text{فرودی}}=f_{\text{عبوری}}]{v_{\text{فرودی}}>v_{\text{عبوری}}}\frac{\lambda_{\text{عبوری}}}{\lambda_{\text{فرودی}}}<1\Rightarrow\lambda_{\text{عبوری}}<\lambda_{\text{فرودی}}$$

پس عبارت گزینهٔ «۴» هم درست است و پاسخ گزینهٔ «۳» خواهد بود.

۱۰۴ **در شکل مقابل، سایهٔ تختهٔ شیرجه در کف استخر هنگام پر بودن آب در مقایسه با هنگام خالی بودن آن چگونه است؟** (تجربی خارج ۸۷) گزینهٔ ۱



۱) کوتاه‌تر

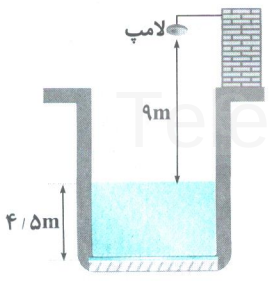
۲) بلندتر

۳) برابر هم

۴) بستگی به فاصلهٔ تخته تا سطح آب دارد.

حل در هنگام پر بودن آب استخر چون نور از محیط رقیق وارد محیط غلیظ می‌شود پرتو نور منحرف شده و به خط عمود نزدیک می‌شود، بنابراین طول سایهٔ تختهٔ شیرجه کم خواهد شد.

۱۰۵ **در شکل مقابل حداقل زمان لازم برای آنکه نور لامپ پس از گذشتن از هوا و آب و بازتابش از روی آینهٔ تخت افقی که در کف مخزن نصب شده، دوباره به لامپ برگردد، چند ثانیه است؟ (ضریب شکست آب نسبت به هوا $\frac{4}{3}$ و سرعت انتشار نور در هوا $3\times10^{8}\ \frac{m}{s}$ است).** (تجربی خارج ۹۳) گزینهٔ ۴



۱) 9×10^{-8}

۲) 5×10^{-8}

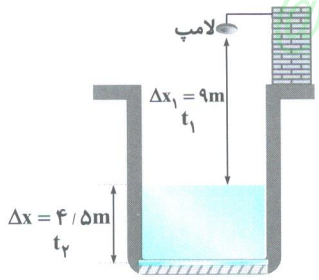
۳) 2×10^{-8}

۴) 10^{-7}

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

حل حرکت پرتو نور در هوا و آب با سرعت ثابت انجام می‌شود، بنابراین ابتدا سرعت نور در هر یک از دو محیط را محاسبه می‌کنیم:



$$v_1 = v_{هوا} = c = 3\times10^8 \frac{m}{s} \qquad n_2 = \frac{c}{v_2} \Rightarrow v_2 = \frac{c}{n_2} = \frac{3\times10^8}{\frac{4}{3}} = \frac{9}{4}\times10^8 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x = vt \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \dfrac{\Delta x_1}{v_1} = \dfrac{9}{3\times10^8} = 3\times10^{-8}s \\ t_2 = \dfrac{\Delta x_2}{v_2} = \dfrac{4/5}{\frac{9}{4}\times10^8} = 2\times10^{-8}s \end{cases} \Rightarrow t_{رفت} = t_1 + t_2 = 5\times10^{-8}s$$

مدت زمان رفت و برگشت پرتوی نور با یکدیگر برابر است، بنابراین:

$$t_{رفت} = t_{برگشت} \Rightarrow t_{کل} = 2t_{رفت} = 2(5\times10^{-8}) = 10^{-7}s$$

۱۰۶ **پرتوی نوری با زاویهٔ تابش 53° از هوا وارد محیط شفافی می‌شود و ۱۶ درجه منحرف می‌شود، سرعت نور در این محیط شفاف چند متر بر ثانیه است؟** $(c = 3\times10^8 \frac{m}{s}, \sin 53^\circ = 0/8)$

گزینهٔ ۲ (تجربی خارج ۹۰)

۱) 2×10^8 ۲) $2/25\times10^8$

۳) $2/5\times10^8$ ۴) $2/75\times10^8$

حل می‌دانیم هنگامی‌که پرتویی از محیط رقیق وارد محیط غلیظ می‌شود به خط عمود نزدیک می‌شود. با به دست آوردن زاویهٔ شکست و قانون شکست عمومی می‌توان نوشت:

$$D = i - r \Rightarrow 16^\circ = 53^\circ - r \Rightarrow r = 53^\circ - 16^\circ = 37^\circ$$

$$\begin{cases} \dfrac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \dfrac{n_2}{n_1} \\ \dfrac{n_2}{n_1} = \dfrac{v_1}{v_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{3\times10^8}{v_2} \Rightarrow \frac{0/8}{0/6} = \frac{3\times10^8}{v_2} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{3\times10^8}{v_2} \Rightarrow v_2 = \frac{9}{4}\times10^8 = 2/25\times10^8 \frac{m}{s}$$

۱۰۷ **سرعت نور در یک محیط شفاف نصف سرعت آن در هوا است. پرتو نوری با زاویهٔ تابش ۳۰ درجه از این محیط به هوا می‌تابد. این پرتو، موقع ورود به هوا چند درجه از راستای اولیه منحرف می‌شود؟**

گزینهٔ ۳ (تجربی خارج ۸۹۰)

۱) ۳۰ ۲) ۴۵ ۳) ۶۰ ۴) ۹۰

حل می‌دانیم سرعت نور با ضریب شکست رابطهٔ عکس دارد، بنابراین قانون شکست عمومی را بر حسب سرعت می‌نویسیم:

$$\begin{cases} \dfrac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \dfrac{n_2}{n_1} \\ \dfrac{n_2}{n_1} = \dfrac{v_1}{v_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\sin 30^\circ}{\sin\theta_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\sin 30}{\sin\theta_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}}{\sin\theta_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}\sin\theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin\theta_2 = 1 \Rightarrow \theta_2 = 90^\circ$$

زاویه انحراف اختلاف زاویه در دو محیط است.

$$D = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

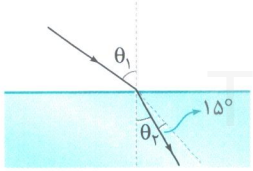
۱۰۸ **پرتو نوری از هوا با زاویهٔ تابش θ_1 به محیط شفافی به ضریب شکست $\sqrt{2}$ می‌تابد. اگر پرتوی ورودی به اندازهٔ ۱۵ درجه منحرف شود، زاویهٔ تابش چند درجه است؟**

گزینهٔ ۲ (ریاضی داخل ۸۷)

۱) ۳۰ ۲) ۴۵

۳) ۵۳ ۴) ۶۰

حل با استفاده از قانون شکست عمومی ابتدا روابط بین ضریب شکست‌ها را می‌نویسیم:



$$\theta_1 = \theta_2 + 15 \Rightarrow \theta_2 = \theta_1 - 15$$

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \sqrt{2} \Rightarrow \sin\theta_1 = \sqrt{2}(\sin\theta_2) \Rightarrow \sin\theta_1 = \sqrt{2}(\sin(\theta_1 - 15))$$

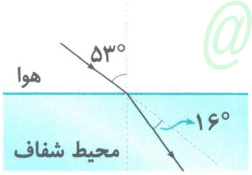
با چک کردن گزینه‌ها به ازای $\theta_1 = 45^\circ$ تساوی بالا برقرار است.

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

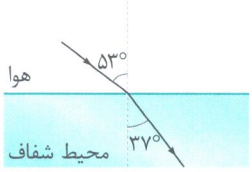
۱۰۹ گزینهٔ ۲

شکل مقابل پرتو نوری را نشان می‌دهد که تحت زاویهٔ تابش ۵۳° از هوا وارد محیط شفافی می‌شود و ۱۶° منحرف می‌شود. ضریب شکست محیط شفاف چقدر است؟ ($\sin 53^\circ = 0/8, \cos 53^\circ = 0/6$) (تجربی داخل ۸۷)



۱) $\frac{3}{2}$ ☐ ۲) $\frac{4}{3}$ ☐ ۳) $\frac{6}{5}$ ☐ ۴) $\frac{7}{5}$ ☐

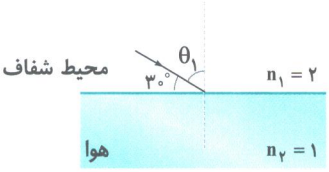
حل با توجه به شکل روبه‌رو زاویهٔ شکست ۳۷ درجه است، بنابراین طبق قانون اسنل می‌توان نوشت:



$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{1} \Rightarrow \frac{0/8}{0/6} = n_2 \Rightarrow n_2 = \frac{4}{3}$$

۱۱۰ گزینهٔ ۴

در شکل مقابل زاویهٔ خروج پرتوی شکست از محیط شفاف چند درجه خواهد بود؟



۱) ۱۵ ☐ ۲) ۲۰ ☐ ۳) ۳۰ ☐ ۴) پرتو وارد محیط (۲) نمی‌شود و بازتاب کلی می‌یابد. ☐

حل به سادگی با استفاده از رابطهٔ اسنل خواهیم داشت:

$$n_1\sin\theta_1 = n_2\sin\theta_2 \xrightarrow[n_2=1]{n_1=2,\sin\theta_1=\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}} 2\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 1\times\sin\theta_2 \Rightarrow \sin\theta_2 = \sqrt{3}$$ غیرممکن!

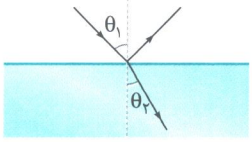
هرگاه در ورود پرتو از محیط غلیظ به محیط رقیق $\sin\theta_2 > 1$ به دست بیاید (یعنی θ_2 وجود نداشته باشد) نتیجه می‌گیریم که پرتو اصلاً وارد محیط (۲) نمی‌شود و سطح جدایی دو محیط مثل آینه تخت عمل کرده و اصطلاحاً پرتو بازتابش کلی می‌یابد!

۱۱۱ گزینهٔ ۳

ضریب شکست یک محیط شفاف نسبت به هوا $\sqrt{2}$ است. یک پرتو نور تک‌رنگ تحت زاویهٔ i از هوا بر سطح این محیط شفاف می‌تابد و قسمتی بازتاب و قسمتی شکست پیدا می‌کند. اگر زاویهٔ شکست ۳۰ درجه باشد، زاویهٔ بین پرتوی تابش و پرتوی بازتاب چند درجه است؟ (ریاضی داخل ۹۰)

۱) ۴۵° ☐ ۲) ۶۰° ☐ ۳) ۹۰° ☐ ۴) ۱۲۰° ☐

حل ابتدا با توجه به شکل زاویهٔ تابش را با استفاده از قانون اسنل محاسبه می‌کنیم:



$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin\theta_1}{\sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{1} \Rightarrow \sin\theta_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta_1 = 45^\circ$$

می‌دانیم زاویهٔ تابش و زاویهٔ بازتابش با یکدیگر برابر هستند بنابراین:

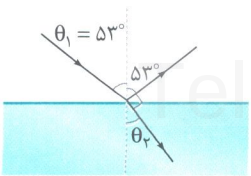
$$\text{زاویهٔ بین پرتو تابش و بازتابش} = \theta_1 + \theta_2 = 2\theta_1 = 2\times 45^\circ = 90^\circ$$

۱۱۲ گزینهٔ ۱

پرتو نوری از هوا تحت زاویهٔ تابش ۵۳° بر سطح یک محیط شفاف می‌تابد. قسمتی از آن بازتابش پیدا می‌کند و قسمتی نیز وارد محیط شفاف می‌شود. اگر پرتوهای بازتابش و شکست بر هم عمود باشند، ضریب شکست محیط شفاف چقدر است؟ ($\sin 53^\circ = 0/8$) (ریاضی خارج ۹۱)

۱) $\frac{4}{3}$ ☐ ۲) $\frac{3}{2}$ ☐ ۳) $\frac{16}{9}$ ☐ ۴) $\frac{9}{4}$ ☐

حل ابتدا شکل را رسم می‌کنیم و با توجه به این‌که زاویهٔ تابش و زاویهٔ بازتابش با یکدیگر برابر هستند زاویهٔ شکست را محاسبه می‌کنیم.



$$53^\circ + 90^\circ + \theta_2 = 180^\circ \Rightarrow \theta_2 = 37^\circ$$

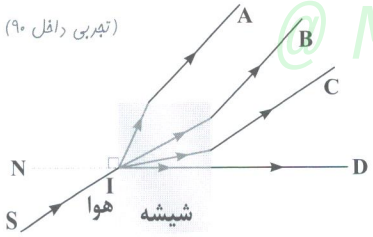
حال می‌توان با استفاده از قانون شکست عمومی ضریب شکست محیط شفاف را محاسبه کرد.

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{n_2}{1} \Rightarrow \frac{0/8}{0/6} = n_2 \Rightarrow n_2 = \frac{4}{3}$$

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

۱۱۳ پرتو نور تکرنگ SI، از هوا بر شیشه می‌تابد. پرتو شکست کدام است؟ (تجربی داخل ۹۰)



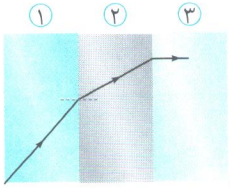
گزینهٔ ۳

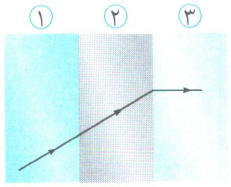
۱) A
۲) B
۳) C
۴) D

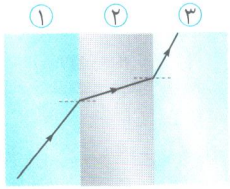
حل اگر نور از محیط رقیق وارد محیط غلیظ شود به خط عمود نزدیک خواهد شد و هنگام خروج از محیط غلیظ از خط عمود دور خواهد شد، بنابراین تنها پرتو C این ویژگی را دارد.

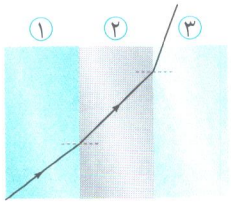
۱۱۴ پرتو نوری از محیط (۱) با ضریب شکست $n_1 = 1/2$ وارد محیط (۲) با ضریب شکست $n_2 = 2$ و پس از آن وارد محیط (۳) با ضریب شکست $n_3 = 1$ می‌شود. کدام شکل مسیر حرکت این پرتو را به درستی نشان می‌دهد؟

گزینهٔ ۳

۱)


۲)


۳)


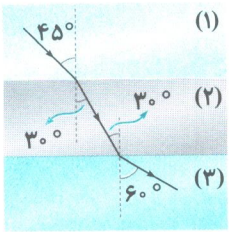
۴)


حل ابتدا عبور نور از محیط (۱) به محیط (۲) را بررسی می‌کنیم:

می‌دانیم هرگاه پرتو از محیط غلیظ به محیط رقیق وارد شود از خط عمود دور و هرگاه از محیط رقیق به محیط غلیظ وارد شود به خط عمود نزدیک خواهد شد. با توجه به این‌که محیط (۲) غلیظ‌تر است ($n_2 > n_1$) پرتو در ورود به محیط (۲) باید به خط عمود نزدیک‌تر شود. [رد گزینه‌های «۲» و «۴»]

از طرف دیگر محیط (۳) از محیط (۲) رقیق‌تر است، بنابراین پرتو هنگام ورود از محیط (۲) به محیط (۳) از خط عمود دور خواهد شد. در ضمن دقت داشته باشید که چون محیط (۳) از محیط (۱) رقیق‌تر است، پرتوی خروجی در محیط (۳) باید نسبت به پرتوی اولیه در محیط (۱) فاصلهٔ بیشتری از خط عمود داشته باشد. [رد گزینهٔ «۱»]، بنابراین گزینهٔ «۳» پاسخ این تست است.

۱۱۵ مطابق شکل روبه‌رو پرتوی نوری از محیط شفاف (۱) وارد محیط شفاف (۲) و سپس وارد محیط شفاف (۳) می‌شود. سرعت نور در محیط (۳) چند برابر سرعت نور در محیط (۱) است؟ (تجربی داخل ۹۲)



گزینهٔ ۳

۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
۳) $\sqrt{\frac{3}{2}}$
۴) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

حل روش اول: می‌دانیم ضریب شکست با سرعت نور نسبت معکوس دارد، پس با ترکیب رابطه سرعت و قانون شکست عمومی می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{n_2}{n_1} \\ \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_3} = \frac{n_3}{n_2} \Rightarrow \frac{\sin 30^\circ}{\sin 60^\circ} = \frac{n_3}{n_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} \times \frac{n_3}{n_2} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} \times \frac{\sin 30^\circ}{\sin 60^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{n_3}{n_1} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 60^\circ} \Rightarrow \frac{n_3}{n_1} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{v_3}{v_1} = \frac{n_1}{n_3} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

Telegram:MOHammad_Free

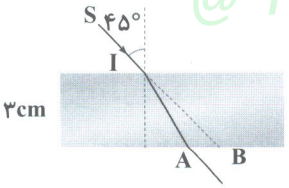
روش دوم: هنگامی‌که وجوه با هم موازی هستند می‌توان قانون شکست عمومی را مستقیماً بین محیط اوّل و سوم به کار برد.

$$\frac{v_3}{v_1} = \frac{\sin\theta_3}{\sin\theta_1} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

@MOHammad_Free

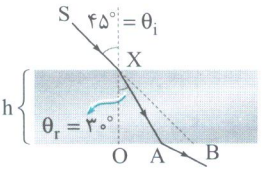
۱۱۶ گزینهٔ ۲

در شکل مقابل، پرتو SI با زاویهٔ تابش ۴۵° به سطح یک تیغهٔ شیشه‌ای به ضخامت ۳cm می‌تابد و در نقطهٔ A از تیغه خارج می‌شود. اگر راستای SI در نقطهٔ B از شیشه خارج شود، AB چند سانتی‌متر است؟ (ضریب شکست تیغهٔ شیشه‌ای = $\sqrt{۲}$) (ریاضی داخل ۹۱)



۱) $\sqrt{۳}$ ۲) $۳-\sqrt{۳}$ ۳) $۱+\sqrt{۳}$ ۴) $۲\sqrt{۳}$

حل با استفاده از قانون اسنل ابتدا زاویهٔ شکست را پیدا می‌کنیم و با استفاده از مثلث‌های $\overset{\Delta}{OXA}$ و $\overset{\Delta}{OXB}$ می‌توان فاصلهٔ بین A تا B را محاسبه کرد.



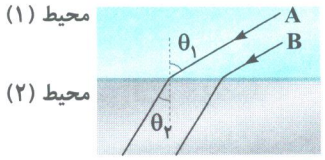
$$\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_r}=\frac{n_۲}{n_۱}\Rightarrow\frac{\sin۴۵}{\sin\theta_r}=\sqrt{۲}\Rightarrow\sin\theta_r=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\theta_r=۳۰^\circ$$

$$\begin{cases}\tan\theta_r=\dfrac{OA}{h}\\ \tan\theta_i=\dfrac{OB}{h}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}OA=h\times\tan۳۰^\circ=\sqrt{۳}\\ OB=h\times\tan۴۵^\circ=۳\end{cases}$$

$$AB=OB-OA=۳-\sqrt{۳}\,(cm)$$

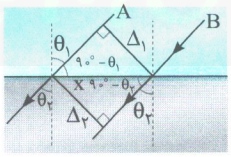
۱۱۷ گزینهٔ ۳

در شکل زیر دو پرتوی موازی A و B از محیط (۱) وارد محیط (۲) شده‌اند. اگر $n_۱ > n_۲$ باشد و فاصلهٔ دو پرتو در محیط (۱) را با $\Delta_۱$ و فاصلهٔ دو پرتو در محیط (۲) را با $\Delta_۲$ نشان دهیم، نسبت $\frac{\Delta_۱}{\Delta_۲}$ کدام است؟



۱) $(\tan\theta_۱)\frac{n_۲}{n_۱}$ ۲) $(\cot\theta_۱)\frac{n_۲}{n_۱}$ ۳) $\frac{\cos\theta_۱}{\cos\theta_۲}$ ۴) $\frac{\cos\theta_۲}{\cos\theta_۱}$

حل به شکل زیر دقت کنید، پاره‌خط x در هر دو مثلث بالا و پایین مشترک است (x وتر هر دو مثلث است)، بنابراین:



مثلث بالا: $\sin(۹۰^\circ-\theta_۱)=\frac{\Delta_۱}{x}\Rightarrow\cos\theta_۱=\frac{\Delta_۱}{x}\Rightarrow\Delta_۱=x\cos\theta_۱$

مثلث پایین: $\sin(۹۰^\circ-\theta_۲)=\frac{\Delta_۲}{x}\Rightarrow\cos\theta_۲=\frac{\Delta_۲}{x}\Rightarrow\Delta_۲=x\cos\theta_۲$

$$\Rightarrow\frac{\Delta_۱}{\Delta_۲}=\frac{\cos\theta_۱}{\cos\theta_۲}$$

۱۱۸ گزینهٔ ۱

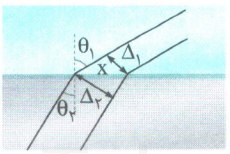
پرتوهای موازی A و B از محیطی به ضریب شکست (۲) وارد محیطی به ضریب شکست ($\sqrt{۲}$) می‌شوند. اگر زاویهٔ تابش اولیه ۳۰° باشد، فاصلهٔ این دو پرتوی موازی پس از شکست نسبت به حالت اولیه چند برابر می‌شود؟

۱) $\sqrt{\frac{۲}{۳}}$ ۲) $\sqrt{\frac{۳}{۲}}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

حل در ابتدا با استفاده از رابطهٔ اسنل، زاویهٔ شکست پرتوها در محیط دوم را محاسبه می‌کنیم.

$$n_۱\sin\theta_۱=n_۲\sin\theta_۲\xrightarrow[\sin\theta_۱=\frac{۱}{۲}]{n_۱=۲,n_۲=\sqrt{۲}}۲\times\frac{۱}{۲}=\sqrt{۲}\sin\theta_۲\Rightarrow\sin\theta_۲=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow\theta_۲=۴۵^\circ$$

به شکل مقابل دقت کنید، مشابه با تست قبلی داریم:



مثلث بالا: $\sin(۹۰-\theta_۱)=\frac{\Delta_۱}{x}\Rightarrow\cos\theta_۱=\frac{\Delta_۱}{x}\Rightarrow\Delta_۱=x\cos\theta_۱$

مثلث پایین: $\cos\theta_۲=\frac{\Delta_۲}{x}\Rightarrow\Delta_۲=x\cos\theta_۲$

$$\Rightarrow\frac{\Delta_۲}{\Delta_۱}=\frac{\cos\theta_۲}{\cos\theta_۱}$$

Telegram:MOHammad_Free

با توجه به در اختیار داشتن مقادیر $\theta_۱$ و $\theta_۲$ داریم:

$$\frac{\Delta_۲}{\Delta_۱}=\frac{\cos\theta_۲}{\cos\theta_۱}\Rightarrow\frac{\Delta_۲}{\Delta_۱}=\frac{\cos(۴۵^\circ)}{\cos(۳۰^\circ)}=\frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=\sqrt{\frac{۲}{۳}}$$

@MOHammad_Free

۱۱۹ **در ارتباط با پدیدهٔ سراب کدام گزینه نادرست است؟**

گزینهٔ ۴

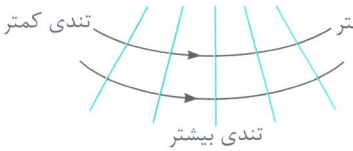
۱) در روزهای گرم به علت بالا رفتن دمای هوای نزدیک سطح زمین، چگالی و ضریب شکست آن کاهش می‌یابد.

۲) در پدیدهٔ سراب پرتوهای شکسته شده در هوای سطح زمین به چشم ناظر می‌رسند و باعث می‌شود که ناظر منشأ پرتوها را سطح زمین تصور کند.

۳) در پدیدهٔ سراب با پایین آمدن هر چه بیشتر پرتوهای نظیر جبهه‌های موج، آن‌ها با ضریب شکست‌های کوچک‌تری روبه‌رو می‌شوند.

۴) پرتوهای موج بازتاب شده در پدیدهٔ سراب هم‌راستا با جهت انتشار موج پرتو فرودی خواهند بود.

حل با توجه به شکل مشخص است که هنگام رخ دادن پدیده سراب راستای انتشار پرتوها عوض می‌شود.



۱۲۰ **چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟**

گزینهٔ ۳

الف) ضریب شکست یک محیط شفاف برای پرتوی دلخواه، به طول موج آن پرتو بستگی دارد.

ب) هنگامی‌که باریکهٔ نور دارای طول موج‌های گوناگون از مرز دو محیط عبور کند، پرتوها با زاویه‌های مختلفی شکسته می‌شوند. به این پخش‌شدگی نور، پاشندگی نور می‌گویند.

ج) هر چه بسامد یک پرتو کمتر باشد، ضریب شکست محیط برای آن پرتو بیشتر است.

د) اگر نورهای زرد و بنفش از محیط (۱) وارد محیط (۲) شوند و $n_2 > n_1$ باشد، انحراف نور زرد از نور بنفش بیشتر خواهد بود.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

حل عبارت‌های «الف» و «ب» درست هستند.

بررسی سایر عبارت‌ها:

عبارت «ج»: هر چه بسامد یک پرتو کمتر باشد (طول موج بیشتر باشد)، ضریب شکست محیط برای آن کمتر است.

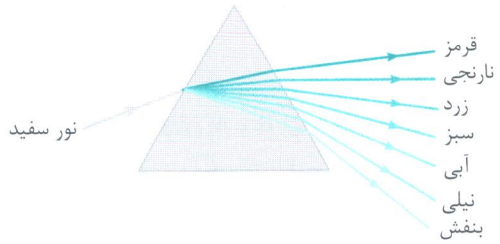
عبارت «د»: نور زرد نسبت به نور بنفش طول موج بیشتری دارد در نتیجه در هنگام ورود از محیط رقیق به غلیظ انحراف کمتری خواهد داشت.

۱۲۱ **باریکه‌ای از نور سفید را بر یک منشور شیشه‌ای تابانده‌ایم به ترتیب بیشترین و کمترین انحراف مربوط به کدام پرتو نور است؟**

گزینهٔ ۱

۱) بنفش - قرمز ۲) قرمز - بنفش ۳) آبی - قرمز ۴) قرمز - آبی

حل وقتی یک دسته پرتو را به یک منشور بتابانیم کمترین انحراف برای پرتو با طول موج بیشتر و بیشترین انحراف برای پرتو با طول موج کمتر خواهد بود. در طیف نور مرئی هم کمترین انحراف برای پرتو نور قرمز و بیشترین انحراف برای پرتو نور بنفش خواهد بود.

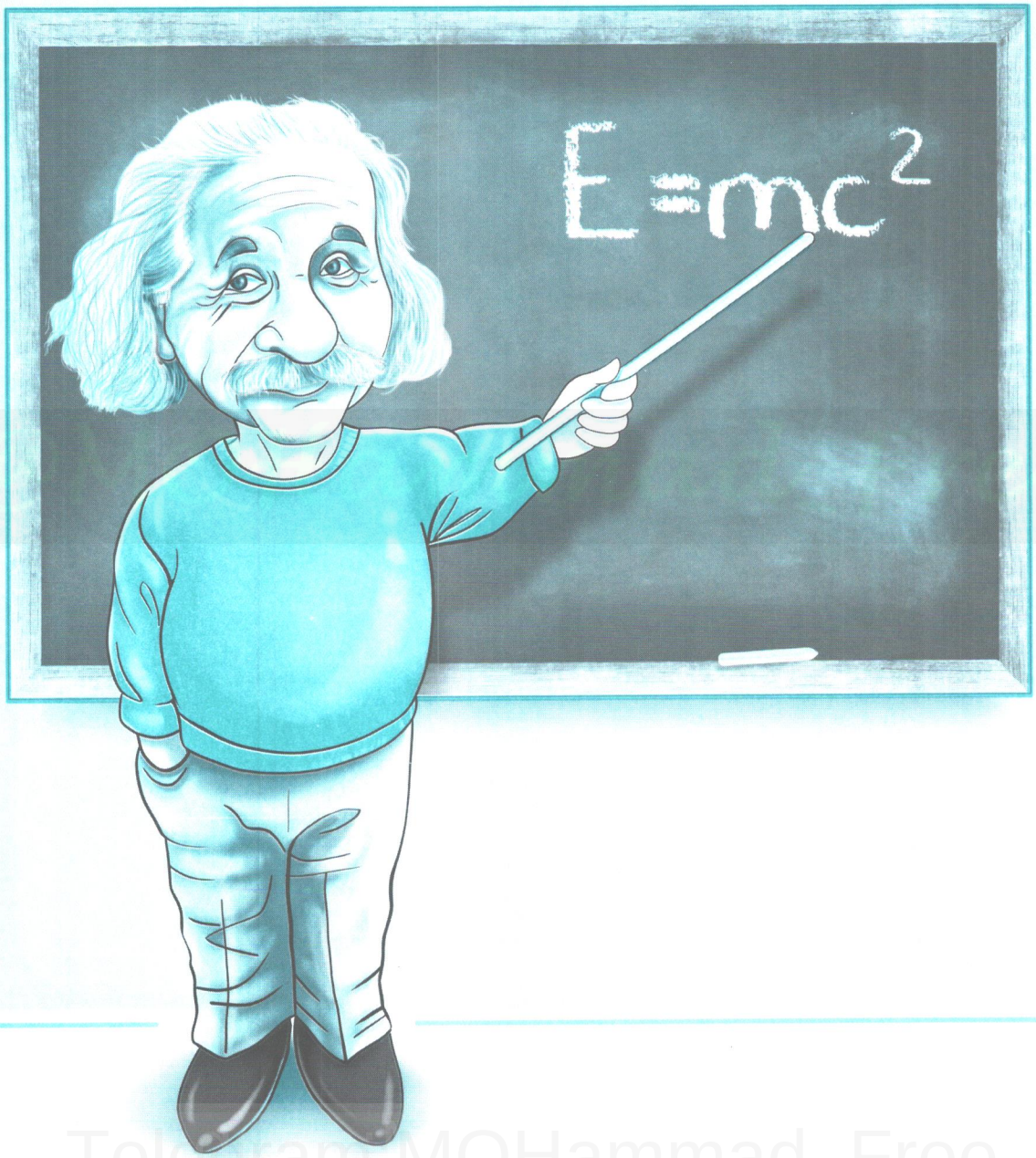


Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

فصل چهارم

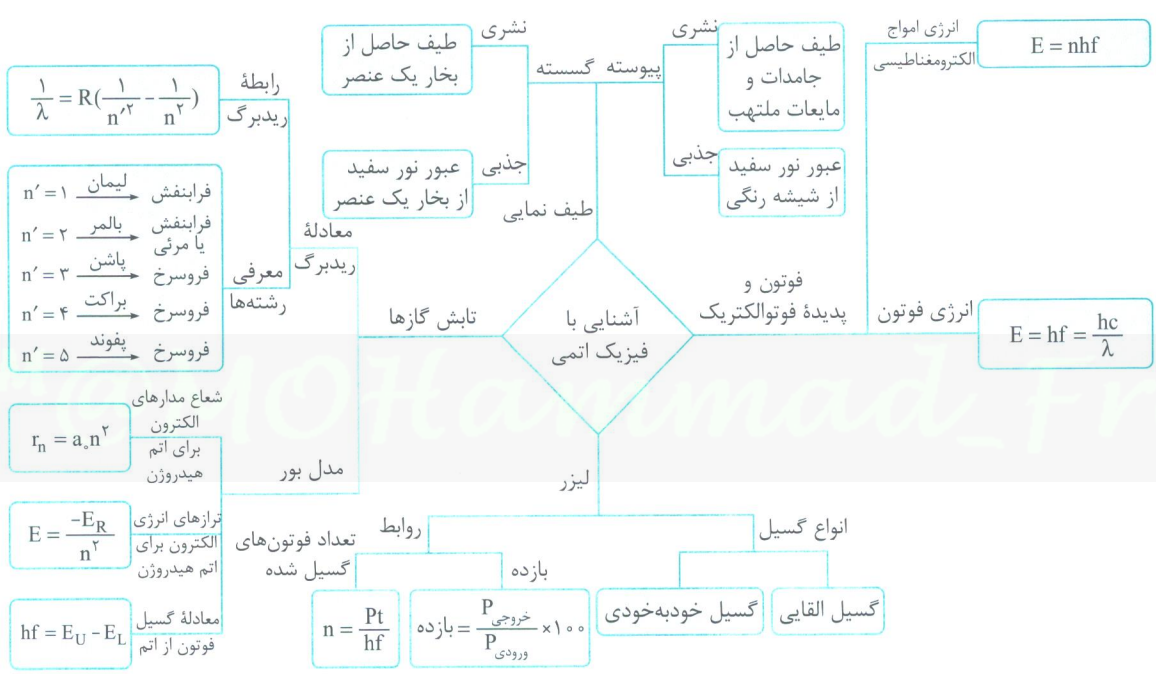
آشنایی با فیزیک اتمی و هسته‌ای



Telegram.MOHammad_Free

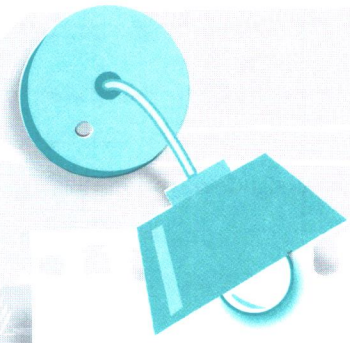
@MOHammad_Free

جمع‌بندی فصل چهارم در یک نگاه

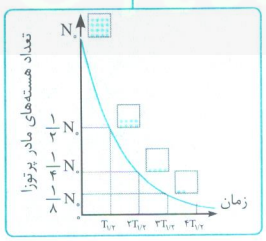


Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free



- شرط پایداری هسته: نیروی قوی هسته‌ای بین نوکلئون‌ها با نیروی کولنی بین پروتون‌ها موازنه باشد
- انرژی بستگی هسته: $E = mc^2$
- ویژگی‌های هسته
  - پرتوزایی
    - α (هستهٔ اتم هلیم): واپاشی α: ${}^{A}_{Z}X^{*} \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$
    - β^- (الکترون): واپاشی β^-: ${}^{A}_{Z}X^{*} \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e^{-}$
    - β^+ (پوزیترون): واپاشی β^+: ${}^{A}_{Z}X^{*} \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{1}e^{+}$
    - گاما (انرژی): واپاشی γ: ${}^{A}_{Z}X^{*} \rightarrow {}^{A}_{Z}X + \gamma$
  - انرژی هسته‌ای
    - نیمه‌عمر: $m = \frac{m_0}{2^n}$ ، $N = \frac{N_0}{2^n}$ ، $n = \frac{t}{T}$



Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

مبحث (۱): انرژی امواج الکترومغناطیسی

طبق نظریهٔ اینشتین، یک موج الکترومغناطیسی با بسامد f را می‌توان به‌صورت مجموعه‌ای از بسته‌های انرژی در نظر گرفت. به هر یک از این بسته‌ها یک فوتون می‌گویند. بنابراین انرژی یک موج الکترومغناطیس شامل n فوتون به‌صورت مقابل به‌دست می‌آید:

$$E = nhf$$

E ← انرژی امواج الکترومغناطیس برحسب ژول (J)

h ← ثابت پلانک ($۶/۶۳ \times ۱۰^{-۳۴}$ J.s)

f ← بسامد موج الکترومغناطیسی مورد نظر برحسب هرتز (Hz)

n ← تعداد فوتون‌ها

اگر در رابطهٔ بالا مقدار f را به کمک رابطهٔ $\lambda = \frac{c}{f}$ جای‌گذاری کنیم به رابطهٔ بسیار مهم مقابل می‌رسیم:

$$E = n\frac{hc}{\lambda}$$

c ← تندی حرکت امواج الکترومغناطیسی در خلأ ($۳ \times ۱۰^{۸} \frac{m}{s}$)

λ ← طول موج برحسب متر (m)

نکات

۱ انرژی امواج الکترومغناطیسی کمیتی کوانتومی است و هر مقداری نمی‌تواند داشته باشد. به عبارت دیگر انرژی امواج الکترومغناطیسی مضرب درستی از یک مقدار پایه است که این مقدار پایه، انرژی یک فوتون (hf) است.

۲ در محاسبات فیزیک اتمی، ژول یکای بزرگی است و معمولاً از یکای انرژی کوچک‌تری به نام الکترون‌ولت (eV) استفاده می‌شود. یک الکترون‌ولت تغییر انرژی پتانسیل یک الکترون در جابه‌جایی بین دو نقطه با اختلاف پتانسیل یک ولت است.

برای تبدیل یکای ژول به الکترون‌ولت و یا برعکس به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$eV \xrightarrow{\times(۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹})} J \qquad J \xrightarrow{\div(۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹})} eV$$

دقت کنید که در هنگام استفاده از رابطهٔ $E = nhf$ اگر h برحسب eV.s داده شود و انرژی برحسب e.V خواسته شود، نیازی به تبدیل واحد نیست.

نکات

۱ در حل مسائل برای افزایش سرعت در محاسبات می‌توانیم مقدار hc را در رابطهٔ $E = n\frac{hc}{\lambda}$ به‌طور تقریبی برابر ۱۲۴۰eV.nm جای‌گذاری کنیم.

دقت کنید که در این‌صورت طول موج باید برحسب نانومتر جای‌گذاری شود و انرژی موج مورد نظر برحسب الکترون‌ولت به دست می‌آید.

۲ در طیف امواج الکترومغناطیسی هر چه از سمت پرتوهای گاما به سمت امواج رادیویی حرکت کنیم، بسامد موج مورد نظر کاهش یافته و در نتیجه انرژی فوتون‌های آن‌ها نیز کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر داریم:

کاهش بسامد، کاهش انرژی فوتون، افزایش طول موج

امواج رادیویی ← میکروموج ← فرو سرخ ← نور مرئی ← فرابنفش ← پرتوهای x ← پرتوهای گاما

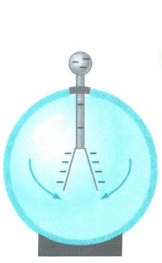
۳ هنگامی که یک موج الکترومغناطیسی از یک محیط وارد محیط دیگر می‌شود، تندی انتشار آن تغییر می‌کند و طبق رابطهٔ $\lambda = \frac{v}{f}$ با تغییر تندی، طول موج آن نیز تغییر خواهد کرد، اما از آنجایی که بسامد امواج تابع شرایط منبع موج است، با تغییر محیط، بسامد و انرژی فوتون‌ها ثابت مانده و تغییر نمی‌کند.

مبحث (۲): آشنایی با اثر فوتوالکتریک

اگر نوری با بسامد مناسب به سطح فلزی بتابد، الکترون‌هایی از سطح فلز گسیل خواهند شد. این پدیدهٔ فیزیکی اثر فوتوالکتریک نام دارد و به الکترون‌های جدا شده از سطح فلز فوتوالکترون می‌گویند.

بنابر نظر اینشتین، وقتی نوری تکفام بر سطح فلزی می‌تابد، هر فوتون صرفاً با یکی از الکترون‌های فلز برهم کنش می‌کند. اگر فوتون انرژی کافی داشته باشد تا فرایند خارج کردن الکترون از فلز را انجام دهد، الکترون به‌طور آنی از آن گسیل می‌شود. اما اگر فوتون مورد نظر انرژی لازم را نداشته باشد، نمی‌تواند از سطح فلز الکترونی جدا کند.

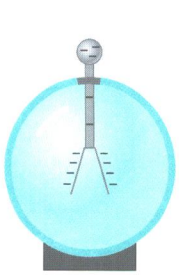
به‌طور مثال مطابق شکل مقابل هنگامی که به کلاهک الکتروسکوپ باردار، پرتوی فرابنفش می‌تابانیم، چون فوتون‌های امواج فرابنفش انرژی زیادی دارند باعث گسیل فوتوالکترون‌ها از کلاهک الکتروسکوپ می‌شوند و بار الکتروسکوپ کاهش یافته و تیغه‌ها به هم نزدیک می‌شوند.



Telegram.MOHammad_Free

@M O H a m m a d _ F r e e

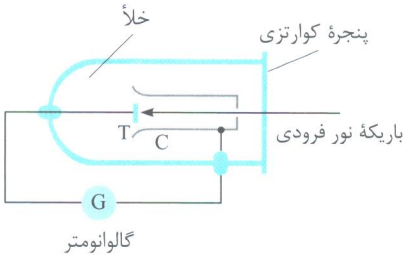
اما اگر به همین الکتروسکوپ، نور معمولی بتابد، چون فوتون‌های نور مرئی به اندازهٔ کافی انرژی ندارند، نمی‌توانند باعث کنده شدن الکترون از کلاهک الکتروسکوپ شوند. بنابراین تغییری در بار الکتریکی و فاصلهٔ تیغه‌های الکتروسکوپ ایجاد نمی‌شود. به شکل مقابل دقت کنید.



لامپ رشته‌ای معمولی

سلول فوتوالکتریک

برای بررسی اثر فوتوالکتریک مطابق شکل مقابل، از یک وسیلهٔ آزمایشگاهی ساده به نام سلول فوتوالکتریک استفاده می‌کنیم. این دستگاه از یک صفحهٔ فلزی هدف (T) و یک جمع‌کنندهٔ فلزی (C) تشکیل شده است که در محفظهٔ شیشه‌ای خلأ قرار دارند که از بیرون به یک گالوانومتر (آمپرسنج حساس) متصل شده‌اند. هنگامی که نوری با بسامد به قدر کافی زیاد، بر صفحهٔ T فرود می‌آید، فوتوالکترون‌ها را آزاد می‌کند. این فوتوالکترون‌ها به جمع‌کنندهٔ C می‌رسند و در نتیجه گالوانومتر عبور جریان را نشان می‌دهد.



نکات ۱ اگر بسامد پرتو فرودی به قدر کافی زیاد باشد (بزرگ‌تر از بسامد آستانه)، فوتوالکترون‌ها از سطح فلز جدا شده و گالوانومتر عبور جریان را نشان می‌دهد. اگر در این حالت شدت پرتوهای فرودی را افزایش دهیم تعداد فوتون‌ها و در نتیجه تعداد فوتوالکترون‌ها افزایش یافته و در نتیجه گالوانومتر عدد بزرگتری را نشان می‌دهد.

۲ اگر بسامد پرتو فرودی به قدر کافی زیاد نباشد، الکترون‌ها از سطح فلز جدا نمی‌شوند. در این حالت افزایش یا کاهش شدت پرتو فرودی تأثیری در پدیدهٔ فوتوالکتریک ندارد و جریانی از گالوانومتر عبور نمی‌کند و گالوانومتر عدد صفر را نشان می‌دهد.

۱ **اختلاف طول موج پرتوهای A و B برابر ۴ نانومتر است. اگر انرژی فوتون پرتو B، ۳ برابر انرژی فوتون پرتو A باشد، طول موج پرتوهای A و B برحسب نانومتر به‌ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟** (تجربی داخل ۸۲)

گزینهٔ ۲

۱) ۱ و ۵ ☐ ۲) ۶ و ۲ ☐ ۳) ۵ و ۱ ☐ ۴) ۲ و ۶

حل اول به کمک نسبت انرژی دو فوتون، نسبت طول موج‌ها رو پیدا می‌کنیم. می‌دانیم که انرژی فوتون با طول موج رابطه عکس دارد. پس داریم:

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} \xrightarrow{E_B = 3E_A} \frac{E_A}{3E_A} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} \Rightarrow \lambda_A = 3\lambda_B$$

از همین‌جا هم می‌توانید تشخیص دهید که فقط گزینه «۲» می‌تواند درست باشد اما برای اطمینان ما اعداد را محاسبه می‌کنیم:

$$\lambda_A - \lambda_B = 4nm \xrightarrow{\lambda_A = 3\lambda_B} 3\lambda_B - \lambda_B = 4 \Rightarrow 2\lambda_B = 4 \Rightarrow \lambda_B = 2nm \Rightarrow \lambda_A = 6nm$$

۲ **طول موج نوری ۰/۶۶ میکرون است. چند فوتون از این نور معادل ۶۰ ژول انرژی دارد؟ (ثابت پلانک $6/6\times10^{-34}\,J.s$ و سرعت نور $3\times10^{8}\,\frac{m}{s}$ فرض شود.)**

گزینهٔ ۴

۱) 2×10^{17} ☐ ۲) 2×10^{18} ☐ ۳) 2×10^{19} ☐ ۴) 2×10^{20}

حل توجه داشته باشید واحد انرژی ژول و واحد ثابت پلانک ژول ثانیه است و نیازی به تبدیل واحد انرژی نیست.

$$E = nhf = nh\frac{c}{\lambda} \Rightarrow n = \frac{E.\lambda}{h.c} = \frac{60\times0/66\times10^{-6}}{6/6\times10^{-34}\times3\times10^{8}} = 2\times10^{20}$$ فوتون

۳ **یک لامپ حاوی گاز کم‌فشار سدیم فوتون‌هایی با طول موج ۶۰۰nm را گسیل می‌کند. بسامد و انرژی فوتون‌های گسیلی برحسب هرتز و الکترون‌ولت به‌ترتیب از راست به چپ کدام است؟** $(h = 4\times10^{-15}\,eV.s, c = 3\times10^{8}\,\frac{m}{s})$

گزینهٔ ۲

۱) 5×10^{14} و ۵ ☐ ۲) 5×10^{14} و ۲ ☐ ۳) 2×10^{14} و ۵ ☐ ۴) 2×10^{14} و ۲

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

حل می‌دانیم بسامد فوتون با طول موج λ از رابطهٔ $f=\frac{c}{\lambda}$ به دست می‌آید بنابراین داریم:

$$f=\frac{c}{\lambda}\xrightarrow[\lambda=600nm=600\times10^{-9}m]{c=3\times10^{8}\frac{m}{s}} f=\frac{3\times10^{8}}{6\times10^{-7}}\Rightarrow f=5\times10^{14}Hz$$

انرژی فوتون از رابطه $E=hf$ قابل محاسبه است بنابراین به‌سادگی خواهیم داشت:

$$E=hf\xrightarrow[f=5\times10^{14}Hz]{h=4\times10^{-15}eV\cdot s} E=4\times10^{-15}\times5\times10^{14}=2eV$$

۴ گزینهٔ ۴

انرژی فوتونی ۲keV است. طول موج وابسته به این فوتون چند نانومتر است؟ $(h=4\times10^{-15}eV.s, c=3\times10^{5}\frac{km}{s})$ (ریاضی خارج ۹۵)

۱) ۵۰ ☐ ۲) ۶۰ ☐ ۳) ۰/۵ ☐ ۴) ۰/۶ ☐

حل واحد انرژی کیلو الکترون‌ولت داده شده و ثابت پلانک برحسب الکترون‌ولت هست. با تبدیل کیلو الکترون‌ولت به الکترون‌ولت داریم:

$$E=hf=\frac{hc}{\lambda}\Rightarrow\lambda=\frac{hc}{E}=\frac{4\times10^{-15}\times3\times10^{8}}{2\times10^{3}}\Rightarrow\lambda=6\times10^{-10}m=0/6nm$$

۵ گزینهٔ ۳

انرژی هرفوتون نورزرد ۲eV است. تعداد فوتون‌هایی که در ۱۶ ثانیه از یک لامپ زرد ۱۰۰ واتی گسیل می‌شوند، چند عدد است؟ $(e=1/6\times10^{-19}C)$ (تجربی خارج ۹۲)

۱) 2×10^{20} ☐ ۲) 2×10^{21} ☐ ۳) 5×10^{21} ☐ ۴) 5×10^{20} ☐

حل واحد توان برحسب وات (واحد SI) داده شده اما واحد انرژی فوتون، برحسب الکترون‌ولت داده شده، پس باید یکی را تبدیل واحد کرد. الکترون‌ولت برای تبدیل شدن به ژول باید در بار الکترون ($1/6\times10^{-19}$) ضرب شود.

$$E=n\boxed{hf}\xrightarrow{E=P.t}P.t=nhf\Rightarrow100\times16=n\times(2\times1/6\times10^{-19})\Rightarrow n=5\times10^{21}$$ فوتون

۶ گزینهٔ ۴

یک منبع تولید نور مرئی با توان ۱۶۰W، فوتون‌هایی با طول موج ۶۰۰ نانومتر گسیل می‌کند. انرژی هرفوتون برحسب الکترون - ولت و تعداد فوتون گسیلی در هر ثانیه به‌ترتیب کدام گزینه است؟ $(c=3\times10^{8}\frac{m}{s}, h=4\times10^{-15}eV)$

۱) ۲ و 10^{19} ☐ ۲) ۴ و 10^{19} ☐ ۳) ۴ و 5×10^{20} ☐ ۴) ۲ و 5×10^{20} ☐

حل در گام اول انرژی هر فوتون به‌سادگی از رابطهٔ $E=hf=h\frac{c}{\lambda}$ قابل محاسبه است بنابراین:

$$E=h\frac{c}{\lambda}\xrightarrow[\lambda=600nm=6\times10^{-7}m]{h=4\times10^{-15}eV\cdot s, c=3\times10^{8}\frac{m}{s}} E_1=4\times10^{-15}\frac{3\times10^{8}}{6\times10^{-7}}\Rightarrow E=2eV$$

برای تبدیل انرژی برحسب الکترون‌ولت به انرژی برحسب ژول باید آن را در $e=1/6\times10^{-19}$ ضرب کنیم پس داریم:

$$E=2eV=2\times1/6\times10^{-19}=3/2\times10^{-19}J$$

حالا به‌سادگی با استفاده از رابطهٔ $E=nhf$ و رابطهٔ انرژی و توان $E=pt$ داریم:

$$\left.\begin{matrix}E=pt\\E=nhf\end{matrix}\right\}pt=nhf\xrightarrow[hf=3/2\times10^{-19}J]{P=160W, t=1s}160\times1=n\times3/2\times10^{-19}\Rightarrow n=5\times10^{20}$$

۷ گزینهٔ ۱

یک لامپ رشته‌ای با توان ۵۰W از فاصلهٔ ۱۰۰ متری دیده می‌شود. فرض کنید نور لامپ به‌طور یکنواخت در فضای اطراف آن منتشر شود و بازده لامپ را ۱۰٪ فرض کنید (یعنی ۵W تابش مرئی گسیل کند). اگر ۲٪ از این تابش دارای طول موج ۶۶۰ نانومتر باشد در هر ثانیه چه تعداد فوتون با این طول موج وارد هر چشم ناظر می‌شود؟ (شعاع مردمک را ۲mm در نظر بگیرید. $\pi\simeq3, hc=1320eV.nm$)

۱) $3/125\times10^{7}$ ☐ ۲) $6/25\times10^{7}$ ☐

۳) $3/125\times10^{8}$ ☐ ۴) $6/25\times10^{8}$ ☐

حل در ابتدا مساحتی که در فاصلهٔ ۱۰۰ متری از لامپ تحت اثر نور آن قرار می‌گیرد و همچنین مساحت مردمک چشم ناظر را محاسبه می‌کنیم (نور در صورت عدم وجود مانع به تمامی جهات منتشر می‌شود.) اگر R فاصله ناظر از منبع و r شعاع مردمک باشد داریم:

$$S_{کره}=4\pi R^{2}\Rightarrow S_{کره‌نور}=4\pi(100)^{2}\xrightarrow{\pi=3}S_{کره‌نور}=12\times10^{4}m^{2}$$

$$S_{مردمک}=\pi r^{2}\Rightarrow S_{مردمک}=3(0/002)^{2}\Rightarrow S_{مردمک}=12\times10^{-6}m^{2}$$

Telegram:MOHammad_Free

@Mohammad_Free

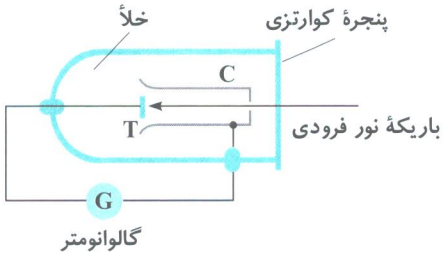
نسبت فوتون‌هایی که وارد چشم می‌شود به کل فوتون‌ها در فاصلهٔ ۱۰۰ متری برابر با نسبت مساحت مردمک چشم ناظر به مساحت کرهٔ نور در فاصلهٔ ۱۰۰ متری است، بنابراین:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{S_{\text{مردمک}}}{S_{\text{کره نور}}}=\frac{E_{\text{مردمک}}}{E_{\text{کل}}}\\ E_{\text{کل}}=P_{\text{کل نور مرئی}}\,t\times\%Ra\Rightarrow E_{\text{کل نور مرئی}}=۵\times۱\times\%۲\Rightarrow E_{\text{کل نور مرئی}}=۰/۱J\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{S_{\text{مردمک}}}{S_{\text{کره نور}}}=\frac{E_{\text{مردمک}}}{E_{\text{کل نور مرئی}}}\Rightarrow\frac{۱۲\times۱۰^{-۶}}{۱۲\times۱۰^{۴}}=\frac{E_{\text{مردمک}}}{۰/۱J}$$

$$\Rightarrow E_{\text{مردمک}}=۱۰^{-۱۱}J\xrightarrow{E=nh\frac{c}{\lambda}}۱۰^{-۱۱}=n\times\frac{۱۳۲۰\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}{۶۶۰}\Rightarrow n=\frac{۱۰^{۸}}{۳/۲}\Rightarrow n=۳/۱۲۵\times۱۰^{۷}$$

۸ گزینهٔ ۱

با توجه به شکل مقابل چه تعداد از گزاره‌های زیر درست هستند؟



الف) برای رخ دادن پدیدهٔ فوتوالکتریک در بسامدهای پایین می‌توان از افزایش شدت نور فرودی استفاده کرد.

ب) به ازای یک بسامد معین، با افزایش شدت نور فرودی بر سطح فلز، فوتوالکترون‌ها با انرژی جنبشی بیشتری از فلز خارج می‌شوند.

ج) در هر بسامد دلخواه با بزرگ‌تر شدن دامنهٔ نوسان برخی از الکترون‌ها، انرژی جنبشی لازم برای جدا شدن از سطح فلز در آن‌ها ایجاد می‌شود.

د) بنابر نظریهٔ الکترومغناطیسی ماکسول شدت نور با دامنهٔ میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی متناسب است. ($I \propto E$)

☐۱) صفر ☐۲) ۱ ☐۳) ۲ ☐۴) ۳

حل **بررسی علت نادرستی عبارت‌ها:**

عبارت «الف»: اگر بسامد نور فرودی از حد معینی کمتر باشد هر چقدر هم که شدت نور فرودی افزایش یابد پدیدهٔ فوتو الکتریک رخ نمی‌دهد.

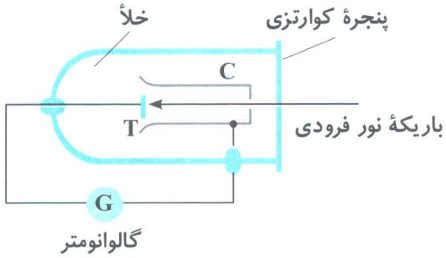
عبارت «ب»: این عبارت یکی از دیدگاه‌های فیزیک کلاسیک بود در حالی‌که بعدها اثبات شد که افزایش شدت نور فرودی اثری بر انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها در هنگام خروج از فلز ندارد.

عبارت «ج»: این عبارت هم یکی دیگر از دیدگاه‌های فیزیک کلاسیک بود در حالی‌که بعداً اثبات شد برای رخ دادن پدیدهٔ فوتوالکتریک در هر فلز، بسامد نور فرودی باید از حد معینی بیشتر باشد.

عبارت «د»: بنابر نظر ماکسول شدت نور با مربع دامنهٔ میدان الکتریکیِ موج الکترومغناطیسی متناسب است. ($I \propto E^{۲}$)

۹ گزینهٔ ۴

با توجه به شکل زیر کدام‌یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟



☐۱) در این شکل نوری تک فام (تک بسامد) با بسامد به قدر کافی بالا بر صفحهٔ T فرود می‌آید و فوتوالکترون‌ها را آزاد می‌کند.

☐۲) اگر شدت نور فرودی (تعداد فوتون‌ها) را هنگامی که فوتوالکترون‌ها گسیل می‌شوند افزایش دهیم عددی که گالوانومتر نشان می‌دهد بزرگتر می‌شود.

☐۳) اگر شدت نور فرودی (تعداد فوتون‌ها) در حالتی‌که فوتوالکترون‌ها گسیل نمی‌شوند افزایش یابد گالوانومتر عبور جریانی را نشان نمی‌دهد.

☐۴) در دیدگاه فیزیک کلاسیک، به ازای یک بسامد معین اگر شدت نور فرودی را افزایش دهیم، همچنان انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها در هنگام خروج از فلز ثابت خواهد بود.

حل **علت نادرستی گزینهٔ «۴»**: در دیدگاه فیزیک کلاسیک، به ازای یک بسامد معین با افزایش شدت نور فرودی (تعداد فوتون) انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها در هنگام خروج از فلز افزایش می‌یابد که البته بعدها نادرستی این دیدگاه اثبات شد.

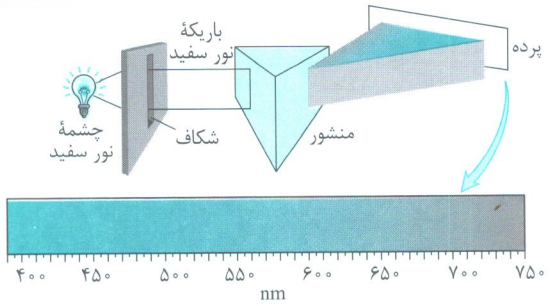
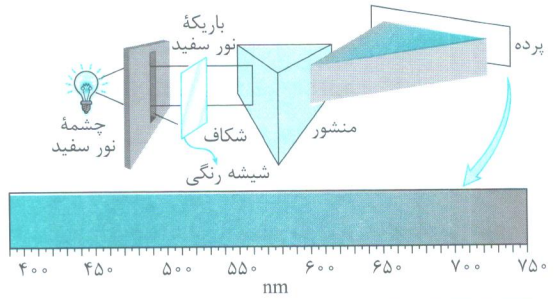
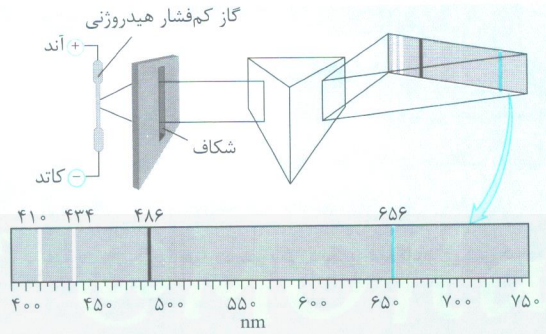
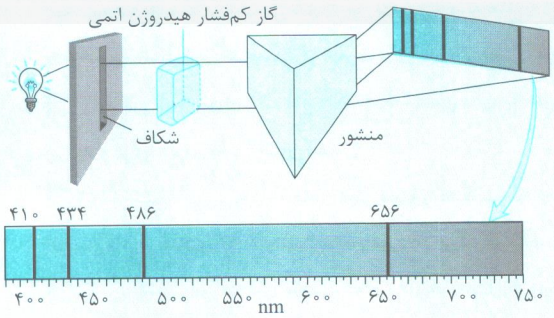
مرحلهٔ دوم جمع‌بندی **طیف نمایی**

به‌طور کلی طیف حاصل از اجسام به دو صورت گسیلی و جذبی می‌باشد. در طیف‌های گسیلی طیف حاصل از عناصر به‌طور مستقیم روی طیف سنج ظاهر می‌شود و در طیف جذبی نور سفید از جسم مورد نظر عبور داده می‌شود و طیف حاصل در طیف سنج آشکار می‌شود.

Telegram:MOHammad_Free

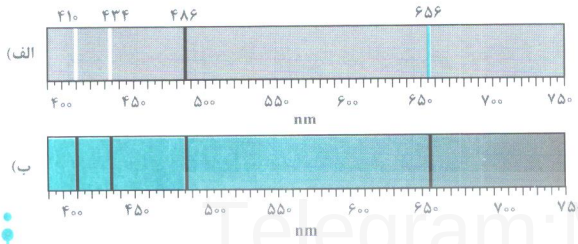
از یک دیدگاه دیگر می‌توان طیف‌ها را به دو دستهٔ پیوسته و خطی تقسیم‌بندی کرد. در طیف‌های پیوسته گسترهٔ پیوسته‌ای از طول موج‌ها را شاهد هستیم، اما در طیف‌های گسسته فقط طول موج‌های معینی وجود دارند. برای یک جمع‌بندی بسیار جامع از مبحث طیف نمایی لطفاً جدول صفحهٔ بعد را به دقت بررسی کنید.

@MOHammad_Free

انواع طیف	نوع ایجاد طیف	شکل طیف حاصل	مثال	شکل آزمایش طیف نمایی
پیوسته	گسیلی (نشری)	گستره‌ای پیوسته از طول موج‌های مختلف	طیف حاصل از جامدات یا مایعات ملتهب	
	جذبی	گستره‌ای پیوسته از طول موج‌های مختلف	عبور نور سفید از شیشهٔ رنگی	
خطی (گسسته)	گسیلی (نشری)	صفحه‌ای تاریک با خط‌های رنگی (طول موج‌های نشر شده)	طیف حاصل از بخار یک عنصر	
	جذبی	صفحه‌ای رنگی با خط‌های تاریک (طول موج‌های جذب شده)	عبور نور سفید از بخار یک عنصر	

نکات ۱ هم در طیف گسیلی و هم در طیف جذبی اتم‌های گاز هر عنصر، طول موج‌های معینی وجود دارد که از مشخصه‌های آن عنصر است. یعنی طیف گسیلی و طیف جذبی هیچ دو گازی همانند یکدیگر نیست.

۲ اتم‌های هر گاز دقیقاً همان طول موج‌هایی را از نور سفید جذب می‌کنند که اگر دمای آن‌ها به اندازهٔ کافی بالا رود و یا به هر صورت دیگر برانگیخته شوند، آن‌ها را تابش می‌کنند. به شکل‌های مقابل دقت کنید.



۳ طیف حاصل از خورشید یک طیف جذبی خطی است. بسیاری از خط‌های تاریکی که در طیف خورشید دیده می‌شود ناشی از جذب طول موج‌های مربوط به این خط‌ها توسط گازهای جو خورشید است و خط‌های دیگر به سبب جذب نور در گازهای جو زمین به‌وجود می‌آیند. به خطوط تاریک دیده شده در طیف حاصل از نور خورشید، خطوط فرانهوفر می‌گویند.

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

۱۰ طیف حاصل از یک گاز در حال التهاب چگونه است؟

گزینهٔ ۴

۱) جذبی خطی ۲) جذبی پیوسته ۳) گسیلی پیوسته ۴) گسیلی خطی

حل هنگامی‌که بخار یک عنصر وادار به تابش نور می‌شود، طیف گسیلی گسسته، خطی یا اتمی تابش می‌کند.

۱۱ اگر نور سفید پس از عبور از بخار جیوه وارد شکاف طیف‌نما شود چگونه طیفی تشکیل خواهد شد؟

گزینهٔ ۲

۱) جذبی پیوسته ۲) جذبی خطی ۳) گسیلی خطی ۴) گسیلی پیوسته

حل هنگامی‌که طیف کامل نور (نور سفید) از درون بخار یک عنصر عبور می‌کند بعضی از طول موج‌ها از درون طیف حذف می‌شوند که به شکل خطوطی تاریک درون طیف دیده می‌شوند که طیف حاصل را جذبی گسسته، خطی یا اتمی می‌نامند.

۱۲ طیف لامپ نئون روشن چگونه است؟

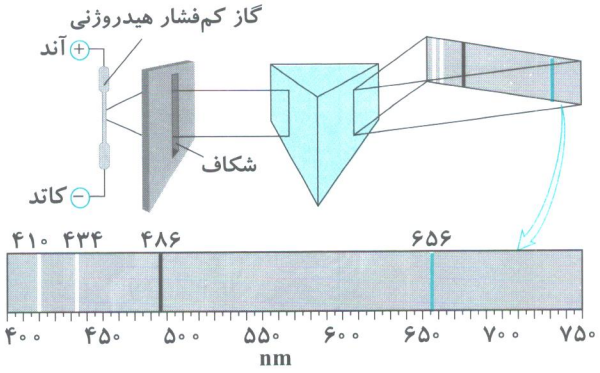
گزینهٔ ۴

۱) جذبی خطی ۲) گسیلی پیوسته ۳) جذبی پیوسته ۴) گسیلی خطی

حل درون لامپ نئون گاز وجود دارد و طیف حاصل از آن گسیلی خطی، گسسته یا اتمی است.

۱۳ با توجه به شکل مقابل کدام گزینه صحیح نیست؟

گزینهٔ ۴



۱) این شکل طیف خطی اتم هیدروژن در ناحیهٔ مرئی را نشان می‌دهد.

۲) ولتاژ بالایی که توسط کاتد و آند ایجاد می‌شود سبب تخلیهٔ الکتریکی در گاز می‌شود و اتم‌های گاز درون لامپ شروع به گسیل نور می‌کند.

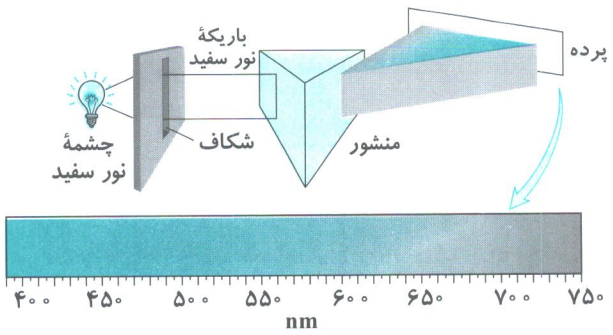
۳) طیف خطی ایجاد شده در این آزمایش شکل منحصر به فردی برای گاز هیدروژن دارد.

۴) طول موج‌های نشان داده شده روی طیف به‌ترتیب از راست به چپ مربوط به نورهای قرمز، نیلی، آبی و بنفش هستند.

حل طول موج‌های نشان داده شده روی طیف از راست به چپ به‌ترتیب به نورهای قرمز (۶۵۶nm)، آبی (۴۸۶nm)، نیلی (۴۳۴nm) و بنفش (۴۱۰nm) اختصاص دارند.

۱۴ کدام عبارت در رابطه با شکل زیر صحیح است؟

گزینهٔ ۲



۱) شکل مقابل طیف گسیلی گسستهٔ رشتهٔ داغ یک لامپ روشن را نشان می‌دهد.

۲) تشکیل این طیف ناشی از برهم‌کنش قوی بین اتم‌های سازندهٔ رشتهٔ داغ لامپ روشن است.

۳) این طیف را اصطلاحاً طیف گسیلی خطی یا طیف خطی نیز می‌نامند.

۴) این شکل بخشی از طیف که در گسترهٔ امواج فرابنفش قرار دارد را نشان می‌دهد.

حل **بررسی سایر گزینه‌ها:**

گزینهٔ «۱»: این شکل یک طیف گسیلی پیوسته رشتهٔ داغ لامپ روشن را نشان می‌دهد.

گزینهٔ «۳»: این طیف را طیف گسیلی پیوسته یا طیف پیوسته می‌نامند.

گزینهٔ «۴»: این شکل بخشی از طیف را که در گسترهٔ نور مرئی قرار دارد نشان می‌دهد.

۱۵ کدام‌یک از عبارت‌های زیر در مورد «طیف خطی» درست است؟

گزینهٔ ۴

۱) برای یک جسم جامد نظیر رشتهٔ داغ یک لامپ روشن، امواج الکترومغناطیسی گسیلی در این طیف شامل گستره‌ای گسسته از این طول موج‌هاست.

۲) گازهای کم‌فشار و رقیق که اتم‌های منفرد آن‌ها از برهم‌کنش‌های قوی موجود در جسم جامد آزادند، طیف پیوسته گسیل می‌کنند.

۳) تشکیل طیف پیوسته توسط گازهای رقیق ناشی از برهم‌کنش ضعیف میان مولکول‌های آن‌هاست.

۴) همهٔ اجسام در هر دمایی (حتی در حوالی صفر کلوین) از خود امواج الکترومغناطیس گسیل می‌کنند که به آن تابش گرمایی گفته می‌شود.

Telegram: MOHammad_Free

@MOHammad_Free

حل بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: جسم جامد رشتهٔ داغ لامپ روشن طیف پیوسته‌ای از طول موج‌ها را گسیل می‌کند.

گزینهٔ «۲»: گازهای کم‌فشار و رقیق طیف گسسته تشکیل می‌دهند.

گزینهٔ «۳»: گازهای رقیق کلاً طیف پیوسته تشکیل نمی‌دهند.

۱۶ کدام عبارت **نادرست** است؟ گزینهٔ ۳

۱) اجسام در دماهای بالا از سطح خود نور مرئی گسیل می‌کنند.

۲) در دماهای معمولی، بیشتر تابش گسیل شده از سطح اجسام در ناحیهٔ فروسرخ طیف قرار دارد.

۳) طول موج‌های ایجاد شده در طیف پیوستهٔ گازهای مثل نئون، منحصر به فرد هستند.

۴) همهٔ اجسام در هر دمایی از خود امواج الکترومغناطیس گسیل می‌کنند.

حل در گازهایی مثل نئون طول موج‌های ایجاد شده در طیف گسسته منحصر به فرد هستند.

۱۷ کدام عبارت **نادرست** است؟ گزینهٔ ۳

۱) بسیاری از خط‌های تاریکی که فرانهوفر در طیف خورشید کشف کرد ناشی از جذب طول موج‌های مربوط به این خط‌ها توسط گازهای جو خورشید است.

۲) اگر نور سفید از داخل گاز عنصری عبور کند و سپس طیف آن تشکیل شود، در طیف آن خط‌های تاریکی ظاهر می‌شود.

۳) طول موج‌های نور سفیدی که توسط گازها جذب می‌شود با طول موج تابش شده توسط آن‌ها در دمای بالا متفاوت است.

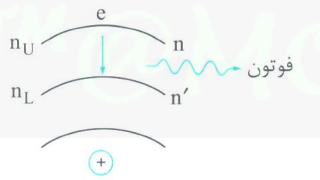
۴) طیف گسیلی و طیف جذبی هیچ دو گازی همانند یک‌دیگر نیست.

حل عبارت‌های درج شده در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» صحیح‌اند.

علت نادرستی عبارت درج شده در گزینهٔ «۳» آن است که طول موج‌های نور سفیدی که گازها جذب می‌کنند دقیقاً همان طول موج‌هایی است که در دمای بالا توسط آن‌ها تابش می‌شود.

مرحلهٔ سوم جمع‌بندی — **رابطه ریدبرگ**

مطابق شکل روبه‌رو هنگامی‌که در یک اتم الکترون از لایه‌ای به لایهٔ پایین‌تر منتقل می‌شود، فوتونی با بسامد f و طول موج λ گسیل می‌کند. برای به دست آوردن طول موج فوتون گسیل شده در اتم هیدروژن می‌توانیم از رابطهٔ زیر استفاده کنیم:



(معادلهٔ ریدبرگ)

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2}\right) \quad \text{یا} \quad \frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

λ ← طول موج فوتون گسیل شده برحسب نانومتر (nm)

R ← ثابت ریدبرگ $(R \simeq 0/01(nm)^{-1})$

n_L یا n' ← شمارهٔ لایهٔ مقصد (لایه پایین‌تر)

n_U یا n ← شمارهٔ لایهٔ مبدأ (لایه بالاتر)

نکته در رابطهٔ ریدبرگ اگر R برحسب $(nm)^{-1}$ جای‌گذاری شود، λ برحسب (nm) به دست می‌آید که معمولاً در سؤالات کنکور طول موج برحسب نانومتر خواسته می‌شود و نیازی به تبدیل واحد نیست.

بر مبنای لایهٔ مقصد فوتون‌های گسیلی از اتم هیدروژن گروه‌بندی می‌شوند، به هر گروه در اصطلاح یک رشتهٔ اتمی گفته می‌شود و هر رشته را با نام یک دانشمند نام‌گذاری می‌کنند. به‌طور مثال اگر الکترون‌ها از لایهٔ بالاتر به لایهٔ شمارهٔ (۱) منتقل شوند، رشتهٔ مورد نظر را رشتهٔ لیمان می‌نامند و به الکترون‌ها و فوتون‌های مورد نظر الکترون لیمان یا فوتون لیمان می‌گویند. در جدول زیر نام رشته‌های مختلف به همراه پرتو گسیل شده، مشخص است.

نام طیف	مقدار n'	رابطهٔ ریدبرگ مربوط به رشته	مقدارهای n	ناحیهٔ طیف
لیمان	۱	$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right)$	۲,۳,۴,...	فرابنفش
بالمر	۲	$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$	۳,۴,۵,...	فرابنفش و مرئی
پاشن	۳	$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right)$	۴,۵,۶,...	فروسرخ
براکت	۴	$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right)$	۵,۶,۷,...	فروسرخ
پفوند	۵	$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}\right)$	۶,۷,۸,...	فروسرخ

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad Free

نکته همان‌طور که گفتیم اگر در اتم هیدروژن الکترون از لایه‌های ۲،۳،۴،... به لایهٔ شمارهٔ (۱) بیاید به تمام فوتون‌های گسیل شده سری لیمان می‌گویند.

حال اگر الکترون از یک لایه بالاتر از لایهٔ n_L به‌طور مثال از لایهٔ (۲) به لایهٔ (۱) بیاید، فوتون گسیل شده دارای کمترین انرژی، کمترین بسامد و بیشترین طول موج است و اگر از لایهٔ $n_U = \infty$ به لایهٔ n_L بیاید، فوتون مورد نظر دارای بیشترین انرژی، بیشترین بسامد و کمترین طول موج است. به دو مثال زیر توجه کنید:

مثال بیشترین طول موج رشته بالمر چند نانومتر است؟ $(R = ۰/۰۱(nm)^{-1})$

حل

$$\text{بیشترین طول موج} \Rightarrow \text{کمترین انرژی} \Rightarrow n_U = n_L + ۱$$

$$\frac{۱}{\lambda_{max}} = R\left(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲}\right) = \frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۱}{۲^۲} - \frac{۱}{۳^۲}\right) = \frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۹}\right) = \frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۵}{۳۶}\right) \Rightarrow \lambda_{max} = ۷۲۰nm$$

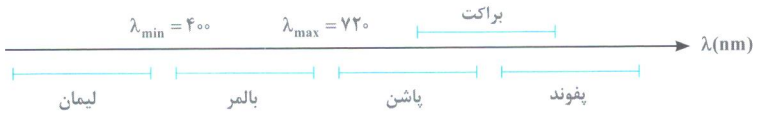
مثال کمترین طول موج رشتهٔ بالمر چند نانومتر است؟ $(R = ۰/۰۱(nm)^{-1})$

حل

$$\text{کمترین طول موج} \Rightarrow \text{بیشترین انرژی} \Rightarrow n_U = \infty$$

$$\frac{۱}{\lambda_{max}} = R\left(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲}\right) = \frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۱}{۲^۲} - \frac{۱}{\infty}\right) = \frac{۱}{۴۰۰} \Rightarrow \lambda_{min} = ۴۰۰nm$$

نکته همان‌طور که در مثال‌های بالا مشاهده کردید، کمترین و بیشترین طول موج بالمر به‌ترتیب برابر ۴۰۰nm و ۷۲۰nm است و طول موج بقیه فوتون‌های گسیلی در رشتهٔ بالمر بین این دو مقدار است. در نمودار زیر کمترین و بیشترین طول موج رشته‌های مختلف با یک‌دیگر مقایسه شده‌اند.



با توجه به این نمودار می‌توانیم کمترین و بیشترین طول موج رشته‌های مختلف را با یک‌دیگر مقایسه کنیم. به‌طور مثال می‌توانیم بگوییم λ_{min} بالمر از λ_{max} لیمان بیشتر است یا λ_{max} بالمر از λ_{min} پاشن کمتر است. دقت کنید که طول موج‌های گسیلی در رشتهٔ براکت با طول موج‌های گسیلی در دو رشتهٔ پاشن و پفوند هم‌پوشانی دارد.

نکته همان‌طور که در جدول رشته‌های اتمی مشاهده کردید در رشتهٔ بالمر، فوتون‌های گسیل شده می‌توانند در ناحیهٔ مرئی یا فرابنفش باشند. به‌طور کلی چهار خط اول طیف بالمر که حاصل انتقال الکترون از لایه‌های ۳، ۴، ۵ و ۶ به لایهٔ ۲ است مربوط به طیف مرئی بوده و بقیه فوتون‌های گسیل شده مربوط به ناحیهٔ فرابنفش هستند. به عبارت دیگر داریم:

شمارهٔ لایهٔ مبدأ	ناحیهٔ فوتون گسیل شده در رشتهٔ بالمر
$n = ۳$	مرئی (قرمز) $\lambda \simeq ۶۵۶nm$
$n = ۴$	مرئی (آبی) $\lambda \simeq ۴۸۶nm$
$n = ۵$	مرئی (نیلی) $\lambda \simeq ۴۳۴nm$
$n = ۶$	مرئی (بنفش) $\lambda \simeq ۴۱۰nm$
$n = ۷,۸,\ldots$	فرابنفش

۱۸ گزینهٔ ۳ **در اتم هیدروژن، الکترون از تراز $n = ۳$ به تراز $n = ۱$ می‌آید. فوتون گسیلی مربوط به کدام رشته و کدام منطقه از طیف موج‌های الکترومغناطیسی است؟** (تجربی داخل ۸۶)

۱) بالمر - فرابنفش ۲) لیمان - مرئی ۳) لیمان - فرابنفش ۴) بالمر - فروسرخ

حل در یک رشته عدد تعیین‌کننده n_L یا شماره تراز پایین است. الکترون از تراز بالاتر به تراز $n = ۱$ آمده که مربوط به رشته لیمان است. کلیهٔ تابش‌ها در رشتهٔ لیمان در محدوده فرابنفش قرار دارد.

۱۹ گزینهٔ ۴ **در طیف اتم هیدروژن الکترونی از تراز $n = ۲$ به $n = ۴$ انتقال می‌یابد. در این انتقال، الکترون فوتون دریافت می‌کند یا گسیل؟ این فوتون در کدام رشته قرار دارد؟**

۱) گسیل می‌کند - براکت ۲) گسیل می‌کند - بالمر ۳) دریافت می‌کند - براکت ۴) دریافت می‌کند - بالمر

حل هرگاه فوتون از ترازهای پایین به تراز بالاتر برود فوتون دریافت می‌کند و هرگاه از ترازهای بالا به ترازهای پایین‌تر برود فوتون گسیل می‌کند. بنابراین در این انتقال، الکترون فوتون دریافت کرده است.

برای تعیین نام طیف، عدد تراز پایین در انتقال تعیین‌کننده است. در اینجا تراز پایین‌تر $n = ۲$ است. بنابراین این فوتون در رشتهٔ بالمر قرار دارد.

Telegram:MOHammad Free

@MOHammad_Free

۲۰ در اتم هیدروژن، در کدام‌یک از رشته‌های زیر فقط پرتوهای فروسرخ تابش می‌شود؟ (تجربی داخل ۹۳)

گزینهٔ ۱

۱) پاشن - براکت - پفوند
۲) بالمر - پاشن - براکت
۳) لیمان - پاشن - براکت
۴) بالمر - براکت - پفوند

حل پرتوهای تابش شده در رشته‌های پاشن، براکت و پفوند همگی در محدوده فروسرخ قرار دارند.

۲۱ در طیف اتم هیدروژن بلندترین طول موج مربوط به رشته لیمان در کدام ناحیه از طیف امواج الکترومغناطیس قرار دارد؟ (ثابت ریدبرگ $R = ۰/۰۱۰۹(nm)^{-1}$ است.)

گزینهٔ ۱

۱) فرابنفش
۲) نور سبز
۳) فروسرخ
۴) نور سرخ

حل در رشته لیمان تمام پرتوهای تابش‌شده در محدوده فرابنفش است. توجه کنید که جواب این تست برای رشته لیمان چه بلندترین طول موج و چه کوتاه‌ترین خواسته شده باشد، فرابنفش می‌شود.

به همین ترتیب در سه رشته پاشن، براکت و پفوند هم، چه بلندترین و چه کوتاه‌ترین طول موج خواسته شود، جواب فروسرخ می‌شود.

اما در رشته بالمر بلندترین طول موج در محدودهٔ مرئی و کوتاه‌ترین در محدودهٔ فرابنفش است.

۲۲ با گرم کردن تدریجی گاز هیدروژن از دماهای پایین تا دماهای بالا، ابتدا خطوط رشتهٔ ..... و در نهایت رشتهٔ ..... ظاهر می‌شود. (تجربی داخل ۸۳)

گزینهٔ ۴

۱) پفوند - بالمر
۲) لیمان - پفوند
۳) بالمر - پفوند
۴) پفوند - لیمان

حل با گرم کردن گاز هیدروژن انرژی فوتون تابش شده افزایش می‌یابد و در نتیجه بسامد آن نیز بیشتر خواهد بود. در طیف امواج الکترومغناطیس با حرکت از سمت محدوده فروسرخ به طرف فرابنفش بسامد افزایش می‌یابد. پس با گرم کردن گاز هیدروژن ابتدا سری پفوند و در نهایت سری لیمان مشاهده می‌شود.

۲۳ در مورد رشته خط‌های طیف گسیلی هیدروژن اتمی کدام عبارت نادرست است؟

گزینهٔ ۴

۱) پرتوهای مربوط به رشتهٔ پاشن ($n_L = ۳$) و براکت ($n_L = ۴$) در محدودهٔ امواج فروسرخ قرار دارند.
۲) پرتوهای مربوط به رشتهٔ لیمان ($n_L = ۱$) در محدودهٔ امواج فرابنفش قرار دارند.
۳) در پدیدهٔ فوتوالکتریک در حال انجام اگر به جای یک پرتو از رشته بالمر از پرتویی از رشتهٔ لیمان استفاده کنیم، فوتوالکتریک حتماً انجام خواهد شد.
۴) انرژی پرتوهای مربوط به رشتهٔ پفوند از انرژی پرتوهای مربوط به رشتهٔ پاشن بیشتر است.

حل پرتوهای مربوط به رشتهٔ پفوند طول موج بیشتری از پرتوهای مربوط به رشتهٔ پاشن دارد، در نتیجه طبق رابطهٔ $E = h\frac{c}{\lambda}$ انرژی این پرتوها کمتر از انرژی مربوط به رشتهٔ پاشن خواهد بود.

۲۴ الکترون در طیف اتم هیدروژن از تراز $n_U = ۳$ به تراز $n_L = ۱$ منتقل می‌شود. فوتون گسیلی از آن در اثر جابه‌جایی در کدام رشته قرار دارد و طول موج آن چند نانومتر است؟ ($R = ۰/۰۱\,nm^{-1}$)

گزینهٔ ۱

۱) لیمان، $\frac{۹۰۰}{۸}$
۲) بالمر، $\frac{۹۰۰}{۸}$
۳) لیمان، $\frac{۸۰۰}{۹}$
۴) بالمر، $\frac{۸۰۰}{۹}$

حل انتقال الکترون از تراز $n_U = ۳$ به تراز $n_L = ۱$ فوتونی در رشتهٔ لیمان گسیل می‌کند و برای محاسبهٔ طول موج آن با استفاده از معادلهٔ ریدبرگ به‌سادگی خواهیم داشت:

$$\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{n_L^۲} - \frac{۱}{n_U^۲}\right) \Rightarrow \frac{۱}{\lambda} = ۰/۰۱\left(\frac{۱}{۱^۲} - \frac{۱}{۳^۲}\right) \Rightarrow \frac{۱}{\lambda} = \frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۸}{۹}\right) \Rightarrow \lambda = \frac{۹۰۰}{۸}\,nm$$

۲۵ طول موج فوتونی که در اثر جابه‌جایی الکترون از دومین حالت برانگیخته به اولین حالت برانگیخته گسیل می‌شود تقریباً چند نانومتر است؟ ($R = ۰/۰۱۰۹\,nm^{-1}$)

گزینهٔ ۳

۱) ۴۴۰
۲) ۵۵۰
۳) ۶۶۰
۴) ۷۷۰

حل دومین حالت برانگیخته یعنی $n = ۳$ و اولین حالت برانگیخته یعنی $n = ۲$. بنابراین به‌سادگی با استفاده از رابطهٔ $\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{n_L^۲} - \frac{۱}{n_U^۲}\right)$ خواهیم داشت:

$$\frac{۱}{\lambda} = ۰/۰۱۰۹\left(\frac{۱}{۲^۲} - \frac{۱}{۳^۲}\right) \Rightarrow \lambda \simeq ۶۶۰\,nm$$

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

۲۶ گزینهٔ ۴ **در اتم هیدروژن، الکترون در تراز n_U قرار دارد. این الکترون با یک گذار، پرتویی در رشتهٔ بالمر گسیل داشته است. اگر طول موج این پرتو ۴۵۰ نانومتر باشد، n_U کدام است؟ $(R = ۰/۰۱(nm)^{-1})$** (ریاضی داخل ۹۱)

۱) ۳ ☐ ۲) ۴ ☐ ۳) ۵ ☐ ۴) ۶ ☐

حل تابش مربوط به رشته بالمر است پس $n_L = ۲$ است. برای محاسبه n_U از رابطه ریدبرگ - بالمر استفاده می‌کنیم.

$$\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{n_L^۲} - \frac{۱}{n_U^۲}\right) \Rightarrow \frac{۱}{۴۵۰} = \frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۱}{۴} - \frac{۱}{n_U^۲}\right) \Rightarrow \frac{۱۰۰}{۴۵۰} = \frac{۱}{۴} - \frac{۱}{n_U^۲} = \frac{۲}{۹} \Rightarrow \frac{۱}{n_U^۲} = \frac{۱}{۴} - \frac{۲}{۹} = \frac{۱}{۳۶} \Rightarrow n_U^۲ = ۳۶ \Rightarrow n_U = ۶$$

راستی بچه‌ها به نظر شما اگه در صورت سؤال گفته نشه این پرتو مربوط به رشته بالمر بوده می‌شه این سؤال رو حل کرد؟ جواب بله است، به محدودهٔ طول موج نور مرئی توجه کنید.

۲۷ گزینهٔ ۲ **در اتم هیدروژن، الکترون در گذار از n_U به n_L، فوتونی در ناحیهٔ نور مرئی گسیل می‌کند. n_U و n_L به‌ترتیب از راست به چپ، کدام گزینه می‌توانند باشند؟** (تجربی داخل ۹۱)

۱) ۲ و ۱ ☐ ۲) ۵ و ۲ ☐ ۳) ۴ و ۳ ☐ ۴) ۵ و ۴ ☐

حل زمانی که قرار است اتم هیدروژن نور مرئی تابش کند، تابش مربوط به رشته بالمر می‌شود و باید $n_L = ۲$ باشد که تنها گزینه ممکن گزینهٔ «۲» می‌باشد.

توجه کنید که در رشته بالمر ۴ خط اول $(n_U = ۳,۴,۵,۶)$ مربوط به محدوده مرئی و مابقی $(n_U = ۷,۸,\cdots)$ مربوط به فرابنفش است.

۲۸ گزینهٔ ۱ **در اتم هیدروژن، الکترون از مدار n_U به مدار n_L می‌رود و فوتونی با طول موج ۱۱۲/۵ نانومتر گسیل می‌کند. n_U و n_L کدام‌اند؟ $(R = ۰/۰۱(nm)^{-1})$** (ریاضی داخل ۹۵)

۱) ۳ و ۱ ☐ ۲) ۴ و ۱ ☐ ۳) ۳ و ۲ ☐ ۴) ۴ و ۲ ☐

حل اولاً عدد طول موج داده شده، $(\lambda = ۱۱۲/۵nm)$ مربوط به محدوده فرابنفش است که می‌تواند برای رشته لیمان یا بالمر باشد، اما با توجه به گزینه‌ها در گزینه «۳» و «۴» که عدد $n_L = ۲$ فرض شده $n_U = ۳,۴$ در نظر گرفته شده، که هر دو مربوط به نور مرئی می‌شود.

پس قطعاً $n_L = ۱$ بوده و فوتون تابش شده مربوط به رشته لیمان بوده است.

$$\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{n_L^۲} - \frac{۱}{n_U^۲}\right) \Rightarrow \frac{۱}{۱۱۲/۵} = \frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۱}{۱^۲} - \frac{۱}{n_U^۲}\right) \Rightarrow ۱ - \frac{۱}{n_U^۲} = \frac{۱۰۰}{۱۱۲/۵} = \frac{۸}{۹} \Rightarrow \frac{۱}{n_U^۲} = \frac{۱}{۹} \Rightarrow n_U^۲ = ۹ \Rightarrow n_U = ۳$$

۲۹ گزینهٔ ۳ **در اتم هیدروژن الکترون از مدار n_U به n_L می‌رود و نوری با بسامد ۵۶۲/۵THz تابش می‌کند. n_U و n_L به‌ترتیب کدام‌اند؟ $(c = ۳\times۱۰^۸ \frac{m}{s}, R = ۰/۰۱ nm^{-1})$** (ریاضی داخل ۹۶)

۱) ۲ و ۱ ☐ ۲) ۳ و ۱ ☐ ۳) ۴ و ۲ ☐ ۴) ۵ و ۳ ☐

حل بسامد نور مرئی در محدودهٔ ۴۳۰THz تا ۷۵۰THz است که عدد ۵۶۲/۵THz در این محدوده قرار دارد و مربوط به نور مرئی است. در اتم هیدروژن تنها در رشته بالمر نور مرئی تابش می‌شود پس $n_L = ۲$ خواهد بود و تنها گزینهٔ (۳) امکان‌پذیر است. برای اطمینان n_U را محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{n_L^۲} - \frac{۱}{n_U^۲}\right) \Rightarrow \frac{f}{c} = R\left(\frac{۱}{n_L^۲} - \frac{۱}{n_U^۲}\right) \Rightarrow \frac{۵۶۲/۵\times۱۰^{۱۲}}{۳\times۱۰^۸} = \left(\frac{۱}{۱۰۰}\times۱۰^۹\right)\left(\frac{۱}{۲^۲} - \frac{۱}{n_U^۲}\right)$$

$$\Rightarrow ۰/۱۸۷۵ = \frac{۱}{۴} - \frac{۱}{n_U^۲} \Rightarrow \frac{۱}{n_U^۲} = \frac{۲۵۰۰}{۱۰۰۰۰} - \frac{۱۸۷۵}{۱۰۰۰۰} \Rightarrow \frac{۱}{n_U^۲} = \frac{۶۲۵}{۱۰۰۰۰} = \frac{۱}{۱۶} \Rightarrow n_U^۲ = ۱۶ \Rightarrow n_U = ۴$$

۳۰ گزینهٔ ۳ **در اتم هیدروژن، طول موج پرانرژی‌ترین فوتون مربوط به رشتهٔ بالمر تقریباً چند نانومتر است؟ $(R \simeq ۰/۰۱(nm)^{-1})$** (تجربی خارج ۸۶)

۱) ۱۰۰ ☐ ۲) ۲۷۰ ☐ ۳) ۴۰۰ ☐ ۴) ۷۲۰ ☐

حل پرانرژی‌ترین فوتون مربوط به حالتی است که الکترون از مدار $n_U = \infty$ به تراز پایین برود. در رشته بالمر $n_L = ۲$ است.

$$\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{n_L^۲} - \frac{۱}{n_U^۲}\right) \Rightarrow \frac{۱}{\lambda} = \frac{۱}{۱۰۰}\left(\frac{۱}{۴} - \frac{۱}{\infty}\right) \Rightarrow \lambda = ۴۰۰nm$$

Telegram:MOHammad_Free

@MohammadFree

۳۱ در اتم هیدروژن، کوتاه‌ترین و بلندترین طول موجی که در رشتهٔ پاشن گسیل می‌شود، به‌ترتیب، تقریباً چند نانومترند و در چه ناحیه‌ای از طیف موج‌های الکترومغناطیسی قرار دارند؟ $(R = ۰/۰۱\,nm^{-1})$ (تجربی خارج ۹۰)

گزینهٔ ۲

۱) ۴۰۰ و ۷۲۰، مرئی و فروسرخ

۲) ۹۰۰ و ۲۰۵۷، فروسرخ و فروسرخ

۳) ۴۰۰۰ و ۷۲۰۰، مرئی و فروسرخ

۴) ۹۰۰۰ و ۲۰۵۷، فروسرخ و فروسرخ

حل در هر رشته بلندترین طول موج مربوط به حالتی است که الکترون از تراز $n_L + ۱$ به n_L برود و کمترین طول موج مربوط به حالتی است که الکترون از تراز ∞ به n_L منتقل می‌شود. در سری پاشن $n_L = ۳$ است.

$$\frac{۱}{\lambda_{max}} = R\left(\frac{۱}{n_L^۲} - \frac{۱}{(n_L+۱)^۲}\right) = R\left(\frac{۱}{۹} - \frac{۱}{۱۶}\right) \Rightarrow \lambda_{max} = \frac{۱۴۴}{۷R} = \frac{۱۴۴}{۷ \times \frac{۱}{۱۰۰}} = \frac{۱۴۴۰۰}{۷} = ۲۰۵۷\,nm$$

$$\lambda_{min} = R\left(\frac{۱}{n_L^۲} - \frac{۱}{\infty^۲}\right) = R\left(\frac{۱}{۹} - ۰\right) \Rightarrow \lambda_{min} = \frac{۹}{R} = ۹۰۰\,nm$$

۳۲ بلندترین طول موج نور مرئی اتم هیدروژن چند نانومتر است؟ $(R = ۰/۰۱\,nm^{-1})$ (تجربی داخل ۹۲)

گزینهٔ ۳

۱) ۴۵۰

۲) ۵۵۰

۳) ۷۲۰

۴) ۸۰۰

حل نور مرئی در اتم هیدروژن مربوط به رشته بالمر است $(n_L = ۲)$. بلندترین طول موج مربوط به حالتی است که الکترون از مدار $n_U = n_L + ۱$ به مدار n_L برود.

$$\frac{۱}{\lambda_{max}} = R\left(\frac{۱}{n_L^۲} - \frac{۱}{(n_L+۱)^۲}\right) \Rightarrow \frac{۱}{\lambda_{max}} = R\left(\frac{۱}{۲^۲} - \frac{۱}{۳^۲}\right) = R\left(\frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۹}\right) \Rightarrow \lambda_{max} = \frac{۳۶}{۵R} = \frac{۳۶۰۰}{۵} = ۷۲۰\,nm$$

اگر کوتاه‌ترین طول موج نور مرئی در اتم هیدروژن خواسته شود باید $n_U = ۶$ جاگذاری کنید نه (∞). چرا؟!

۳۳ بلندترین طول موجی که جذب اتم هیدروژن در حالت پایه می‌شود، چند نانومتر است؟ $\left(R = \frac{۱}{۱۰۰}\,nm^{-1}\right)$ (ریاضی داخل ۹۲)

گزینهٔ ۳

۱) ۲۵

۲) ۱۰۰

۳) $\frac{۴۰۰}{۳}$

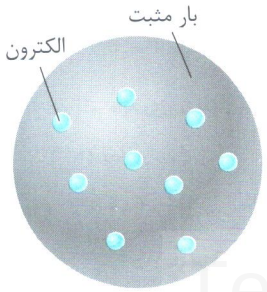
۴) $\frac{۱۰۰}{۳}$

حل هنگامی‌که اتم هیدروژن در حالت پایه قرار دارد، الکترون تراز $n_L = ۱$ را پر می‌کند. برای جذب بلندترین طول موج باید الکترون با برانگیخته شدن به مدار $n_U = n_L + ۱ = ۲$ برود.

$$\frac{۱}{\lambda_{max}} = R\left(\frac{۱}{n_L^۲} - \frac{۱}{n_U^۲}\right) \Rightarrow \frac{۱}{\lambda_{max}} = R\left(\frac{۱}{۱} - \frac{۱}{۴}\right) \Rightarrow \lambda_{max} = \frac{۴}{۳R} = \frac{۴۰۰}{۳}\,nm$$

مبحث (۱): مدل اتمی تامسون

تامسون اولین شخصی بود که موفق به کشف الکترون و اندازه‌گیری نسبت بار به جرم الکترون شد. طبق مدل اتمی تامسون، اتم همچون کره‌ای است که بار مثبت به‌طور همگن در سرتاسر آن گسترده شده است و الکترون‌ها که سهم ناچیزی در جرم اتم دارند در جاهای مختلف آن پراکنده شده‌اند. این مدل را گاهی کیک کشمشی هم می‌گویند اگر نگاهی به شکل مقابل بیندازید، دلیل این نام‌گذاری را متوجه می‌شوید.



نارسایی مدل تامسون

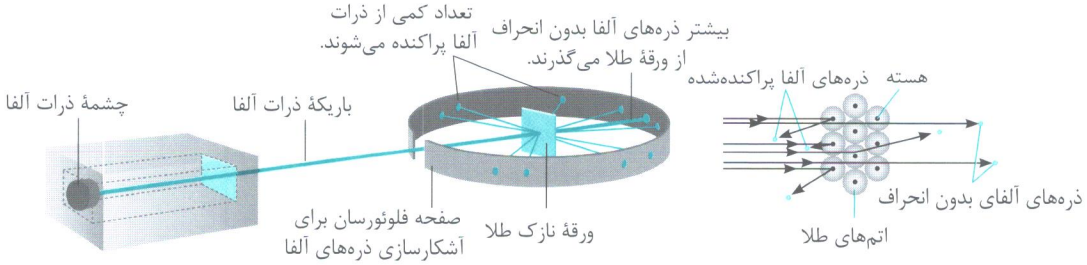
در مدل تامسون، الکترون‌ها با بسامدهای معینی حول وضع تعادلشان نوسان می‌کنند و این نوسان سبب تابش امواج الکترومغناطیسی از اتم می‌شود، یکی از ناکامی‌های مدل تامسون این بود که بسامدهای تابش شده از اتم، که این مدل پیش‌بینی می‌کرد با نتایج تجربی سازگار نبود. نارسایی دیگر مدل تامسون این بود که نمی‌توانست نتایج حاصل از آزمایش ورقهٔ طلای رادرفورد را توجیه کند.

Telegram:MohammadFree

@MOHammad_Free

مبحث (۲): مدل اتمی رادرفورد

رادرفورد برای بررسی مدل اتمی تامسون آزمایشی را مطابق شکل زیر انجام داد. در این آزمایش باریکه‌ای از ذرات آلفا (هستهٔ اتم هلیوم) به سطح ورقهٔ بسیار نازکی از طلا تابانده می‌شود. همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید تعداد زیادی از ذره‌ها بدون انحراف و یا با انحراف کم از ورقهٔ طلا عبور می‌کنند و در برخورد با صفحهٔ فلوئورسان، در پشت ورقه جرقه‌های نورانی تولید می‌کنند. اما برخی از ذره‌های آلفا در هنگام خروج از ورقهٔ طلا در زاویه‌های بزرگ منحرف و پراکنده می‌شوند و حتی تعدادی از آن‌ها به عقب برمی‌گردند. رادرفورد از این آزمایش نتیجه گرفت که اتم دارای یک هستهٔ بسیار چگال و کوچک ($10^{-15}m \simeq$ شعاع) با بار مثبت است که با تعدادی الکترون در فاصله‌هایی به نسبت دور احاطه شده است. مدل اتمی رادرفورد را مدل اتم هسته‌ای یا مدل هسته‌ای اتم می‌نامند.



نارسایی مدل رادرفورد

۱ **عدم توجیه پایداری حرکت الکترون:** اگر الکترون نسبت به هسته ساکن باشد، باید تحت اثر نیروی ربایشی الکتریکی بین هسته و الکترون، روی هسته سقوط کند، که با واقعیت مطابقت ندارد و اگر مانند سیاره‌های منظومه خورشیدی که به دور خورشید می‌چرخند الکترون به دور هسته بچرخد باز هم حرکت الکترون ناپایدار خواهد بود. زیرا در این حالت حرکت الکترون شتاب‌دار است و همان‌طور که می‌دانید حرکت شتاب‌دار ذرات باردار باعث گسیل امواج الکترومغناطیسی می‌شود و با گسیل امواج الکترومغناطیس انرژی الکترون به تدریج کاهش یافته و شعاع چرخش آن نیز به تدریج کم شده و باز هم الکترون بر روی هسته سقوط می‌کند.

۲ **عدم توجیه طیف گسستهٔ اتم:** همان‌طور که گفتیم طبق مدل رادرفورد اگر الکترون به‌صورت شتاب‌دار به دور هسته بچرخد، امواج الکترومغناطیسی گسیل می‌کند، با کاهش انرژی الکترون شعاع چرخش آن به تدریج کمتر شده و بسامد امواج الکترومغناطیسی گسیل شده به تدریج افزایش می‌یابد و به این ترتیب باید طیف امواج الکترومغناطیسی گسیل شده، پیوسته باشد که با واقعیت ناسازگار است. به شکل مقابل دقت کنید:

مبحث (۳): مدل بور

بور مدل اتمی خود را بر مبنای سه اصل زیر مطرح کرد:

اصل ۱: مدارها و انرژی‌های الکترون‌ها در هر اتم کوانتیده‌اند؛ یعنی فقط مدارها و انرژی‌های گسستهٔ معینی مجاز هستند. طبق مدل بور شعاع مدارها در اتم هیدروژن به کمک رابطهٔ مقابل به‌دست می‌آید:

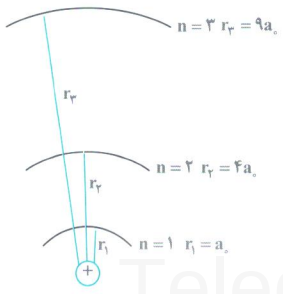
$$r_n = a_0 n^2$$

r_n ← شعاع مدارهای الکترون برای اتم هیدروژن برحسب متر (m)

a_0 ← شعاع کوچک‌ترین مدار در اتم هیدروژن که به آن شعاع بور نیز می‌گویند. ($a_0 = 5/29 \times 10^{-11} m$)

n ← شمارهٔ مداری که الکترون روی آن قرار دارد.

نکته با توجه به مدل بور شعاع لایه‌های مختلف اتم هیدروژن به‌صورت شکل مقابل است. همان‌طور که می‌بینید با افزایش n فاصلهٔ شعاع لایه‌ها افزایش می‌یابد.



طبق مدل بور انرژی الکترون در مدارهای اتم هیدروژن به کمک رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2}$$ (ترازهای انرژی الکترون در اتم هیدروژن)

E_n ← انرژی الکترون در هر لایه از اتم هیدروژن برحسب ژول یا الکترون‌ولت

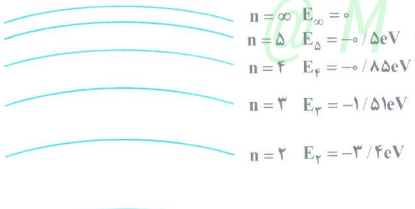
E_R ← انرژی الکترون در اولین مدار اتم هیدروژن ($E_R = 13/6 eV$)

n ← شمارهٔ مداری که الکترون روی آن قرار دارد.

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad Free

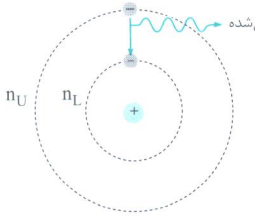
نکته با توجه به مدل بور انرژی الکترون در لایه‌های مختلف اتم هیدروژن به‌صورت شکل مقابل است. همان‌طور که می‌بینید با افزایش n فاصلهٔ انرژی لایه‌ها کاهش می‌یابد.



(توصیه می‌کنیم برای سرعت در پاسخ‌گویی به سؤالات این قسمت، انرژی الکترون در پنج لایهٔ اول را به خاطر بسپارید.)

اصل ۲: وقتی یک الکترون در یکی از مدارهای مجاز است، هیچ نوع تابش الکترومغناطیسی گسیل نمی‌شود. از این‌رو گفته می‌شود الکترون در مدار مانا یا حالت مانا قرار دارد.

اصل ۳: الکترون می‌تواند از یک حالت مانا به حالت مانای دیگر برود. هنگام گذار الکترون از یک حالت مانا با انرژی بیشتر E_U به یک حالت مانا با انرژی کمتر E_L، یک فوتون تابش می‌شود. در این‌صورت انرژی فوتون تابش شده برابر اختلاف انرژی بین دو مدار اولیه و مدار نهایی است و داریم:



$$E_U - E_L = hf$$ (معادلهٔ گسیل فوتون از اتم)

E_U ← انرژی الکترون در لایهٔ بالاتر

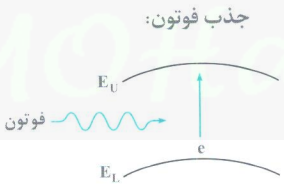
E_L ← انرژی الکترون در لایهٔ پایین‌تر

hf ← انرژی فوتون گسیل شده

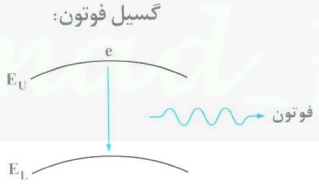
نکات

۱ هنگامی‌که الکترون در پایین‌ترین تراز انرژی ($n = 1$) قرار گرفته است، در اصطلاح می‌گویند الکترون در حالت پایه قرار دارد و هنگامی‌که الکترون در ترازهای انرژی بالاتر ($n = 2,3,\cdots$) قرار می‌گیرد، در اصطلاح می‌گویند الکترون برانگیخته شده است.

۲ هنگامی‌که الکترون از یک لایه با انرژی بیشتر (E_U) به لایه‌ای با انرژی کمتر (E_L) منتقل می‌شود، فوتون گسیل می‌کند و برای این‌که الکترون از لایه‌ای با انرژی کمتر (E_L) به لایه‌ای با انرژی بیشتر (E_U) منتقل شود باید فوتون جذب کند. به عبارت دیگر داریم:



$$hf = E_U - E_L$$



$$hf = E_U - E_L$$

۳ در اتم هیدروژن انرژی مورد نیاز برای انتقال الکترون از حالت پایه ($n = 1$) به بالاترین حالت برانگیخته ($n = \infty$) برابر ۱۳/۶eV است. صرف این مقدار انرژی باعث جدا شدن الکترون از اتم می‌شود، به این انرژی در اصطلاح انرژی یونش می‌گویند. برای به‌دست آوردن انرژی یونش الکترون‌هایی که در لایه‌های مختلف اتم هیدروژن قرار می‌گیرند می‌توانیم به‌صورت روبه‌رو عمل کنیم:

$$\left.\begin{matrix} E_n = \dfrac{-E_R}{n^2} \\ E_\infty = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta E = E_\infty - E_n = \frac{E_R}{n^2}$$

موفقیت‌های مدل بور

۱ توضیح چگونگی حرکت الکترون‌ها در اتم

۲ توضیح پایداری اتم و توضیح چگونگی ایجاد طیف‌های گسیلی و جذبی گاز هیدروژن

۳ محاسبهٔ انرژی یونش اتم هیدروژن که توافق بسیار خوبی با مقدار تجربی دارد.

۴ مدل اتمی بور علاوه بر هیدروژن برای اتم‌هایی که تنها یک الکترون دارند نیز صادق است، مانند Li^{2+}. به این اتم‌ها در اصطلاح اتم‌های هیدروژن گونه می‌گویند.

نارسایی‌های مدل بور

۱ مدل بور برای اتم‌هایی با بیش از یک الکترون کاربرد ندارد.

۲ مدل بور نمی‌تواند متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی را توضیح دهد.

Telegram:MOHammad Free

@MOHammad_Free

۳۴ کدام عبارت در رابطه با مدل اتمی تامسون نادرست است؟ (گزینهٔ ۲)

۱) بنابر مدل اتمی تامسون اتم همچون کُره‌ای است که بار مثبت در آن به‌طور همگن گسترده شده و الکترون‌ها مانند کشمش درون کیک کشمشی پراکنده شده‌اند.

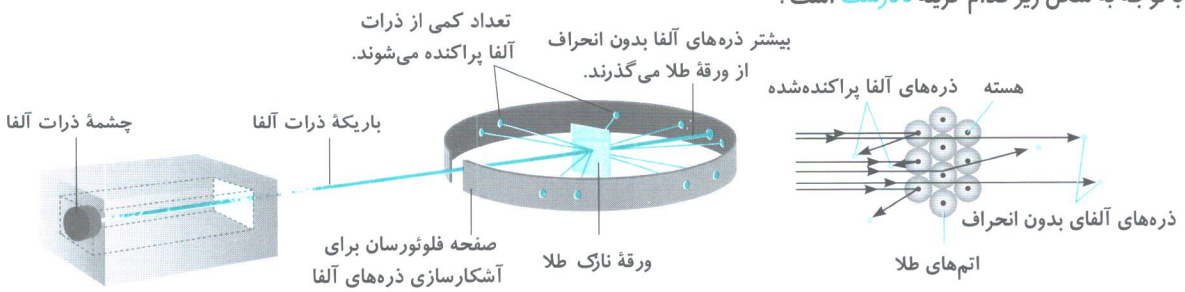
۲) در مدل اتمی تامسون نوسان الکترون‌ها با بسامد معین حول وضع تعادل‌شان سبب تابش امواج الکترومغناطیس می‌شود.

۳) تامسون توانست به‌درستی بسامدهای تابش گسیل شده از اتم را پیش‌بینی کند.

۴) رادرفورد بنابر مدل اتمی تامسون انتظار داشت که تمامی ذرات آلفا، با انحراف بسیار اندکی از ورقهٔ طلا بگذرند.

حل یکی از ناکامی‌های مدل اتمی تامسون این بود که بسامدهای تابش گسیل شده از اتم که این مدل پیش‌بینی می‌کرد با نتایج تجربی سازگار نبود.

۳۵ با توجه به شکل زیر کدام گزینه نادرست است؟ (گزینهٔ ۳)



۱) این شکل آزمایش پراکندگی رادرفورد با استفاده از ورقه طلا نشان می‌دهد.

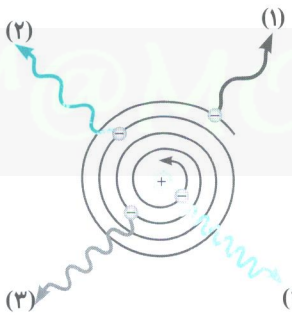
۲) در این آزمایش بیشتر پرتوهای آلفا از ورقهٔ طلا بدون انحراف یا با انحراف بسیار اندک عبور می‌کنند.

۳) رادرفورد از این آزمایش نتیجه گرفت باید هسته‌ای چگال و دارای بار منفی در مرکز اتم باشد.

۴) نتایج این آزمایش با آنچه از مدل اتمی تامسون نتیجه می‌شود در تناقض است.

حل رادرفورد در این آزمایش نتیجه گرفت باید هسته‌ای چگال و دارای بار مثبت در مرکز اتم باشد.

۳۶ با توجه به شکل مقابل چه تعداد از جملات زیر الزاماً صحیح است؟ (گزینهٔ ۱)



الف) انرژی پرتوی شمارهٔ (۱) بیشتر از انرژی پرتوی شمارهٔ (۳) است.

ب) اگر پدیدهٔ فوتوالکتریک با استفاده از پرتوی شمارهٔ (۳) انجام نشود با تغییر پرتو و استفاده از پرتوی شمارهٔ (۴) رخ خواهد داد.

ج) اگر پدیدهٔ فوتوالکتریک با استفاده از پرتوی شمارهٔ (۳) انجام شود با تغییر پرتو و استفاده از پرتوی شمارهٔ (۲) رخ نخواهد داد.

د) الکترون همواره به‌حرکت خود به دور هسته ادامه می‌دهد.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

حل هیچ‌کدام از عبارت‌های (الف) تا (د) الزاماً صحیح نیستند.

بررسی دلیل نادرستی عبارت‌ها:

عبارت «الف»: پرتوی (۱) موج الکترومغناطیسی با طول موج بلندتر از موج الکترومغناطیس پرتوی (۳) است بنابراین انرژی آن کمتر خواهد بود.

عبارت «ب»: پرتوی شماره (۴) از پرتوی شماره (۳) پرانرژی‌تر است ولی ممکن است انرژی هیچ‌کدام از این پرتوها برابر و یا بیشتر از حداقل انرژی لازم برای انجام پدیدهٔ فوتوالکتریک نباشد. بنابراین این عبارت هم الزاماً صحیح نخواهد بود.

عبارت «ج»: پرتوی شمارهٔ (۲) از پرتوی شماره (۳) انرژی کمتری دارد؛ ولی ممکن است همچنان انرژی آن بیشتر از حداقل انرژی لازم برای انجام پدیدهٔ فوتوالکتریک باشد بنابراین این عبارت هم الزاماً صحیح نیست.

عبارت «د»: بنابراین شکل الکترون با تابش‌های متوالی روی هسته سقوط می‌کند.

۳۷ چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد مدل اتمی بور صحیح است؟ (گزینهٔ ۲)

الف) بور پیشنهاد داد در مقیاس اتمی؛ قوانین مکانیک کلاسیک و الکترومغناطیس باید توسط قوانین دیگر جایگزین یا تکمیل شود.

ب) در این مدل گفته شد که مدارها و انرژی‌های الکترون‌ها در هر اتم کوانتیده‌اند؛ یعنی فقط مدارها و انرژی‌های گسستهٔ معینی مجاز هستند.

ج) وقتی الکترون در یک مدار مجاز قرار دارد می‌تواند بدون تغییر مدار تابش الکترومغناطیس گسیل کند.

د) اگر الکترون از یک مدار مانا با انرژی بیشتر E_U به یک مدار با انرژی کمتر E_L برود فوتون دریافت می‌کند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

Telegram:@Mohammad_Free

@MOHammad_Free

حل عبارت‌های «الف» و «ب» صحیح هستند.

علت نادرستی سایر عبارت‌ها:

عبارت «ج»: وقتی الکترون در یکی از مدارهای مجاز است هیچ نوع تابش الکترومغناطیس گسیل نمی‌شود، از این‌رو گفته می‌شود الکترون در مدار مانا یا حالت مانا قرار دارد.

عبارت «د»: در این حالت الکترون فوتون تابش می‌کند.

۳۸ گزینهٔ ۳

در اتم هیدروژن، الکترون از تراز $n=1$ به تراز $n=2$ می‌رود. شعاع مدار الکترون نسبت به حالت قبل چند برابر می‌شود و انرژی الکترون چه تغییری می‌کند؟

۱) ۲ و کمتر ۲) ۲ و بیشتر ۳) ۴ و بیشتر ۴) ۴ و کمتر

حل هر چقدر الکترون در مدار مانای بالاتری قرار داشته باشد انرژی آن بیشتر است. شعاع مدار مانا با مجذور شماره مدار رابطهٔ مستقیم دارد.

$$r_n = n^2 r_1 \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 = \left(\frac{2}{1}\right)^2 = 4$$

۳۹ گزینهٔ ۲

در اتم هیدروژن، الکترون از تراز $n=1$ به تراز $n=3$ می‌رود. در این انتقال، شعاع مدار و انرژی الکترون، نسبت به حالت قبل، به‌ترتیب چند برابر می‌شوند؟ (ریاضی داخل ۹۳)

۱) ۳ و $\frac{1}{3}$ ۲) ۹ و $\frac{1}{9}$ ۳) ۳ و ۳ ۴) ۹ و ۹

حل شعاع مدارهای مانا با مجذور شمارهٔ مدار رابطهٔ مستقیم و انرژی با مجذور شمارهٔ مدار رابطه عکس دارد.

$$r_n = n^2 r_1 \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 = \left(\frac{3}{1}\right)^2 = 9$$

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

۴۰ گزینهٔ ۱

در اتم هیدروژن، الکترون در تراز $n=1$ قرار دارد و شعاع مدار آن r_1 است. این الکترون با کسب انرژی مناسب، به کدام مدار برود، تا شعاع مدار آن $16r_1$ شود؟ و اگر از آن مدار، مستقیماً به مدار $n=1$ برگردد، پرتو گسیل شده مربوط به کدام رشته است؟ (ریاضی خارج ۹۱)

۱) $n=4$ و لیمان ۲) $n=4$ و بالمر ۳) $n=8$ و لیمان ۴) $n=8$ و بالمر

حل اول باید شمارهٔ مدار بالاتر را مشخص کنیم.

$$r_n = n^2 r_1 \Rightarrow 16r_1 = n^2 r_1 \Rightarrow n = 4$$

هنگامی‌که الکترون از تراز $n=4$ به $n=1$ می‌رود، پرتوی گسیل شده مربوط به رشته لیمان است.

۴۱ گزینهٔ ۴

اگر الکترون در اتم هیدروژن روی تراز $n=4$ باشد، پرانرژی‌ترین فوتونی که می‌تواند تابش کند چند ریدبرگ است؟ (ریاضی خارج ۸۷)

۱) $\frac{1}{16}$ ۲) $\frac{7}{16}$ ۳) $\frac{9}{25}$ ۴) $\frac{15}{16}$

حل پرانرژی‌ترین فوتون مربوط به حالتی است که الکترون از حالت مانای $n=4$ به حالت مانای $n=1$ برود.

$$E = E_U - E_L = -\frac{E_R}{16} - \left(-\frac{E_R}{1}\right) \Rightarrow E = \frac{15}{16}E_R$$

۴۲ گزینهٔ ۴

الکترونی در سومین حالت برانگیختهٔ اتم هیدروژن قرار دارد. به‌ترتیب از راست به چپ انرژی الکترون در این حالت چند الکترون‌ولت و طول موج فوتون گسیلی هنگامی‌که به حالت پایه جهش کند تقریباً چند نانومتر است؟ $(hc = 1240\,eV\cdot nm)$

۱) $-1/15$ ، ۳۱۷ ۲) $-0/85$ ، ۳۱۷ ۳) $-1/51$ ، ۹۷ ۴) $-0/85$ ، ۹۷

حل در سومین حالت برانگیخته شمارهٔ لایه برابر ۴ است. بنابراین برای محاسبهٔ انرژی آن به‌سادگی داریم:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_n = \frac{-13/6\,eV}{n^2} \xrightarrow{n=4} E_4 = -\frac{13/6}{16} \Rightarrow E_4 = -0/85\,eV$$

حال برای محاسبهٔ طول موج فوتون گسیلی با استفاده از رابطهٔ $E_4 - E_1 = h\frac{c}{\lambda}$ داریم:

$$E_4 - E_1 = h\frac{c}{\lambda} \xrightarrow[E_1=-13/6\,eV]{E_4=-0/85\,eV} -0/85 - (-13/6) = \frac{1240}{\lambda} \Rightarrow \lambda \simeq 97\,nm$$

۴۳ گزینهٔ ۲

در اتم هیدروژن، اگر الکترون از تراز n_U که انرژی آن $-\frac{1}{16}E_R$ است به تراز n_L انتقال یابد و فوتونی با طول موج $\frac{1600}{15}$ نانومتر تابش شود، n_U و n_L به‌ترتیب کدام است؟ $(R = 0/01\,(nm)^{-1})$ (ریاضی خارج ۹۶)

۱) ۳ و ۱ ۲) ۴ و ۱ ۳) ۴ و ۲ ۴) ۵ و ۲

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

حل روش اول: طول موج $\frac{1600}{15}$ مربوط به محدوده فرابنفش است. تابش فرابنفش مربوط به دو رشتهٔ لیمان و بالمر است، اما با توجه به دو عدد داده شده در گزینه «۳» و «۴» که عدد n_U را برای بالمر ۴ و ۵ داده است و این دو عدد در رشته بالمر مربوط به نور مرئی است، می‌توان نتیجه گرفت که تابش مربوط به رشته لیمان $n_L = 1$ بوده، برای محاسبه n_U خواهیم داشت:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2}\right) \Rightarrow \frac{1}{\frac{1600}{15}} = \frac{1}{100}\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_U^2}\right) \Rightarrow \frac{15}{16} = 1 - \frac{1}{n_U^2} \Rightarrow \frac{1}{n_U^2} = \frac{1}{16} \Rightarrow n_U = 4$$

روش دوم: به کمک رابطهٔ $E = -\frac{E_R}{n^2}$ به‌راحتی n_U را به‌دست می‌آوریم.

$$E_n = -\frac{E_R}{n_U^2} = -\frac{1}{16}E_R \Rightarrow n_U = 4$$

در ادامه با استفاده از رابطه ریدبرگ - بالمر n_L را تعیین می‌کنیم.

۴۴ **شکل روبه‌رو، تعدادی از ترازهای انرژی اتم هیدروژن را نشان می‌دهد. کدام گذار می‌تواند به گسیل فوتونی با طول موج ۶۶۰nm منجر شود؟** $(h = 4/136 \times 10^{-15} eV \cdot s, c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$ (تجربی داخل ۸۹)

گزینهٔ ۲

۰ev

−۱/۵۱eV

−۳/۳۹eV

−۱۳/۶eV

۱) $n = 3$ به $n = 1$

۲) $n = 3$ به $n = 2$

۳) $n = 4$ به $n = 1$

۴) $n = 4$ به $n = 2$

حل سؤال مقدار انرژی ترازها را داده است، پس برای این‌که تشخیص بدهیم این فوتون مربوط به گذار الکترون بین کدام ترازها است باید انرژی فوتون را محاسبه کنیم تا معلوم شود انرژی فوتون برابر با اختلاف انرژی کدام ترازها است.

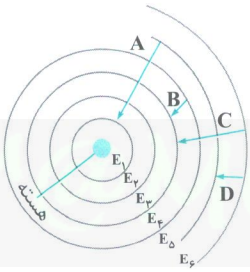
$$E = hf = h\frac{c}{\lambda} = \frac{4/136 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{660 \times 10^{-9}} = 1/88eV$$

اختلاف انرژی بین ترازهای ۲ و ۳ برابر ۱/۸۸ است.

$$E = E_U - E_L = -1/51 - (-3/39) = 1/88eV$$

۴۵ **شکل روبه‌رو، مدارهای الکترون در الگوی بور برای اتم هیدروژن را نشان می‌دهد. در کدام گسیل، طول موج وابسته به فوتون تابش شده، بلندتر است؟** (تجربی خارج ۹۴)

گزینهٔ ۴



۱) A

۲) B

۳) C

۴) D

حل در رشته‌ها با حرکت از رشته لیمان به طرف رشته پفوند بسامد کاهش می‌یابد و طول موج افزایش می‌یابد. در رشتهٔ A، $n_L = 1$ است و مربوط به رشته لیمان است. به همین ترتیب رشته B و C مربوط به رشته پاشن و D مربوط به رشته پفوند است.

۴۶ **در اتم هیدروژن الکترون در تراز $n = 4$ قرار دارد. با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، چند نوع فوتون با انرژی‌های متفاوت ممکن است گسیل شود؟**

گزینهٔ ۳

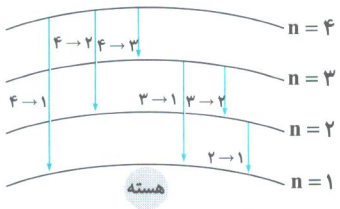
۱) ۳

۲) ۴

۳) ۶

۴) ۸

حل گذارهای ممکن در شکل رسم شده است:



حالت ۶ = ۱ + ۲ + ۳ : کل تعداد حالات

نکته البته به کمک رابطهٔ $\frac{n(n-1)}{2}$ نیز بدون نیاز به رسم شکل به‌راحتی می‌توانید تعداد فوتون‌ها با انرژی متفاوت را به‌دست آورید.

مرحلهٔ پنجم جمع‌بندی — لیزر

لیزر یکی از مهم‌ترین اختراعات قرن بیستم است، که کاربردهای زیادی در صنعت و پزشکی دارد. از جمله مهم‌ترین این کاربردها عبارتند از:

۱ استفاده در چاپگرها (پرینتر لیزری) در کپی اطلاعات روی CD و DVD و خواندن اطلاعات

۲ شبکه‌های کابل نوری

۳ اندازه‌گیری دقیق طول

۴ در جوشکاری و برش‌کاری فلزات

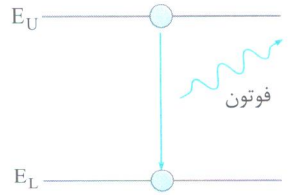
۵ در پزشکی برای جراحی، برداشتن لکه‌های پوستی، اصلاح دید چشم و دندانپزشکی

Telegram:MOHammad_Free

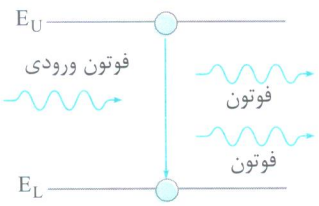
@MOHammad Free

چگونگی ایجاد لیزر

همان‌طور که می‌دانید هنگامی‌که الکترون از تراز انرژی بالاتر (E_U) به تراز انرژی پایین‌تر می‌آید، فوتون گسیل می‌کند. به‌طور کلی انتقال الکترون به دو صورت می‌تواند باعث گسیل فوتون شود:



الف) گسیل خودبه‌خودی: هنگامی‌که الکترون به‌صورت خودبه‌خودی از تراز انرژی بالاتر به تراز انرژی پایین‌تر می‌آید، گسیل خودبه‌خودی صورت می‌گیرد. در گسیل خودبه‌خودی فوتون در جهتی کاتوره‌ای گسیل می‌شود.

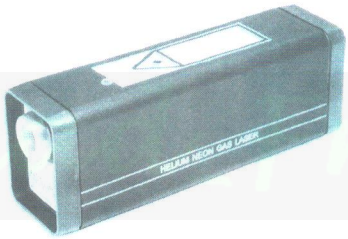


ب) گسیل القایی: اگر به الکترونی که در حالت برانگیخته قرار دارد فوتونی با انرژی مناسب بتابد، الکترون تحریک شده و به مدار انرژی پایین‌تر می‌رود و فوتونی گسیل می‌کند که به آن گسیل القایی می‌گویند. برای روی دادن گسیل القایی باید انرژی فوتون ورودی دقیقاً برابر اختلاف انرژی دو تراز باشد.

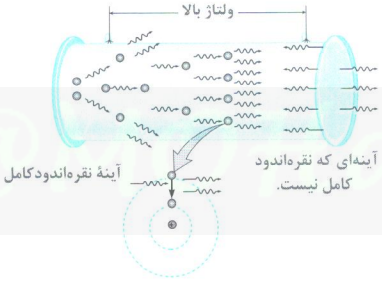
در گسیل القایی سه ویژگی اصلی وجود دارد:

۱) یک فوتون جذب و دو فوتون خارج می‌شود. به این ترتیب تعداد فوتون‌ها افزایش یافته و نور تقویت می‌شود.

! نکته در گسیل القایی یک چشمهٔ انرژی خارجی مناسب باید وجود داشته باشد تا الکترون‌ها را به ترازهای انرژی بالاتر برانگیخته کند. این انرژی می‌تواند به روش‌های متعددی از جمله درخش‌های شدید نور معمولی و یا تخلیه‌های ولتاژ بالا فراهم شود. اگر انرژی کافی به اتم‌ها داده شود الکترون‌های بیشتری به تراز انرژی بالاتر برانگیخته خواهند شد که به آن وارونی جمعیت گفته می‌شود. وارونی جمعیت الکترون‌ها در یک محیط لیزری مربوط به وضعیتی است که تعداد الکترون‌ها در ترازهایی موسوم به ترازهای شبه پایدار نسبت به تراز پایین‌تر بسیار بیشتر باشند. در این ترازها الکترون‌ها مدت زمان بسیار طولانی‌تری نسبت به حالت برانگیختهٔ معمولی باقی می‌مانند. این زمان طولانی‌تر، فرصت بیشتری برای افزایش وارونی جمعیت و در نتیجه تقویت نور لیزر فراهم می‌کند. به شکل‌های زیر دقت کنید.



(الف) تصویری از لیزر گازی هلیم نئون

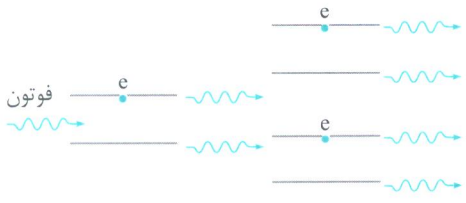


(ب) شکلی طرح وار از ساختار لیزر گازی هلیم نئون

۲) فوتون گسیل‌شده در همان جهت فوتون ورودی حرکت می‌کند.

۳) فوتون گسیل‌شده با فوتون ورودی همگام یا هم‌فاز است.

اساس کار لیزرها گسیل القایی است. فرض کنید مطابق شکل مقابل، به یک اتم برانگیخته فوتونی با انرژی مناسب بتابانیم، همان‌طور که گفتیم در این فرایند دو فوتون مشابه به‌وجود می‌آید. حال اگر هر یک از این فوتون‌ها به دو اتم برانگیختهٔ دیگر بتابند، ۴ فوتون مشابه ایجاد می‌شود و اگر این فرایند ادامه پیدا کند، مجموعه‌ای از فوتون‌هایی هم‌بسامد، هم‌فاز و هم‌جهت به‌وجود می‌آیند که باریکهٔ لیزر را تشکیل می‌دهند.



بازدهٔ لیزر: بازدهٔ لیزر را می‌توان به کمک رابطهٔ مقابل محاسبه کرد.

$$\text{بازده لیزر} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100$$

تعداد فوتون‌های گسیل‌شده از لیزر

اگر توان خروجی یک لیزر برابر P باشد، برای به‌دست آوردن تعداد فوتون‌هایی که در مدت t ثانیه از این لیزر گسیل می‌شوند، می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

$$\left.\begin{matrix} E = P \cdot t \\ E = nhf \end{matrix}\right\} \Rightarrow Pt = nhf \Rightarrow \boxed{n = \frac{Pt}{hf}}$$

P ← توان خروجی لیزر برحسب وات (W)

h ← ثابت پلانک برحسب ژول ثانیه (J·s)

n ← تعداد فوتون‌های گسیل‌شده از لیزر در مدت t ثانیه

t ← زمان برحسب ثانیه (s)

f ← بسامد برحسب هرتز (Hz)

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

۴۷ کدام‌یک از موارد زیر از کاربردهای لیزر است؟ (تجربی داخل ۹۶)

گزینهٔ ۳

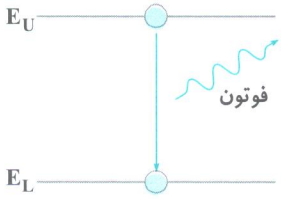
۱) عکاسی در مه و تاریکی
۲) استفاده در اجاق‌های ماکروویو
۳) برش فلزات
۴) ضدعفونی کردن تجهیزات پزشکی

حل از لیزر برای برش فلزات استفاده می‌شود.

۴۸ در ارتباط با لیزر کدام عبارت صحیح است؟

گزینهٔ ۱

۱) لیزر در حرفهٔ پزشکی برای جراحی، برداشتن لکه‌های پوستی و اصلاح دید چشم کاربرد دارد.
۲) طرح وارهٔ مقابل یک گسیل القایی را نشان می‌دهد.
۳) در گسیل القایی یک فوتون در اثر انتقال الکترون از تراز با انرژی بیشتر E_U به تراز با انرژی کمتر E_L گسیل می‌شود.
۴) فوتون‌هایی که باریکهٔ لیزری را ایجاد می‌کنند هم‌جهت و هم‌فازند ولی بسامدهای متفاوتی دارند.



حل **علّت نادرستی سایر گزینه‌ها:**

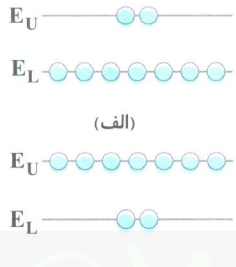
گزینهٔ «۲»: این طرح وارهٔ یک گسیل خودبه‌خودی را نمایش می‌دهد.

گزینهٔ «۳»: در گسیل خودبه‌خود یک فوتون در اثر انتقال الکترون از تراز با انرژی بیشتر E_U به تراز با انرژی کمتر E_L گسیل می‌شود. در گسیل القایی برای تحریک الکترون از یک فوتون فرودی استفاده می‌شود.

گزینهٔ «۴»: فوتون‌هایی که باریکهٔ لیزری را ایجاد می‌کنند هم‌جهت، هم‌فاز و هم‌بسامدند.

۴۹ با توجه به شکل مقابل کدام عبارت نادرست است؟

گزینهٔ ۳



۱) شکل (الف) وضعیت الکترون‌ها را به‌طور معمول و در دمای اتاق نشان می‌دهد که بیشتر الکترون‌ها در تراز انرژی پایین‌تر قرار دارند.
۲) شکل (ب) «وارونی جمعیت» الکترون‌ها در محیط لیزری را نشان می‌دهد و این مربوط به وضعیتی است که تعداد الکترون‌ها در ترازهایی موسوم به شبه پایدار بسیار بیشتر از ترازهای پایین‌تر باشد.
۳) مدت زمان باقی ماندن الکترون در ترازهای شبه پایدار بسیار کمتر از باقی ماندن آن‌ها در حالت برانگیخته معمولی است.
۴) برای ایجاد وارونی جمعیت لازم است انرژی کافی به اتم‌ها داده شود و به همین منظور می‌توان از درخش‌های شدید نور معمولی یا تخلیه‌های ولتاژ بالا استفاده کرد.

حل عبارت‌های درج شده در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» صحیح است و آن‌ها را در کتاب درسی خواهید یافت.

علت نادرستی گزینه «۳»:

الکترون‌ها مدت زمان بیشتری در ترازهای شبه پایدار نسبت به حالت برانگیختهٔ معمولی باقی می‌مانند و همین امر فرصت بیشتری برای افزایش وارونی جمعیت و تقویت نور لیزر فراهم می‌کند.

۵۰ اگر توان یک باریکه لیزری $۶/۶\times۱۰^{-۴}$ وات و طول موج آن ۰/۶ میکرون باشد، در هر ثانیه چند فوتون از این لیزر گسیل می‌شود؟ ($c = ۳\times۱۰^{۸}\ \frac{m}{s}$ و ثابت پلانک $۶/۶\times۱۰^{-۳۴}\ J.s$ فرض شود.)

گزینهٔ ۳

۱) ۲×۱۰^{۱۷}
۲) ۲×۱۰^{۱۶}
۳) ۲×۱۰^{۱۵}
۴) ۲×۱۰^{۱۴}

حل این سؤال ترکیبی از مفاهیم ابتدای فصل و لیزر است.

$$P = \frac{E}{t} = \frac{nhf}{t} = \frac{nh\frac{c}{\lambda}}{t} \Rightarrow n = \frac{(Pt)\lambda}{hc} = \frac{۶/۶\times۱۰^{-۴}\times۱\times۰/۶\times۱۰^{-۶}}{۶/۶\times۱۰^{-۳۴}\times۳\times۱۰^{۸}} = \frac{۶}{۳\times۱۰^{-۱۵}} = ۲\times۱۰^{۱۵}$$ فوتون

مرحلهٔ ششم جمع‌بندی — ویژگی‌های هسته

مبحث (۱): ساختار هسته

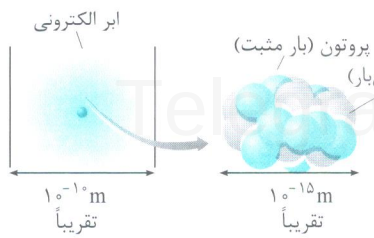
در مرکز اتم قسمتی کوچک و بسیار چگال به نام هستهٔ اتم وجود دارد. در مورد هسته نکات زیر را به خاطر داشته باشید:

۱ ابعاد اتم در حدود $۱۰^{-۱۰}m$ و ابعاد هستهٔ اتم در حدود $۱۰^{-۱۵}m$ است. بنابراین می‌توانیم بگوییم، شعاع هسته $\frac{۱}{۱۰۰۰۰۰}$ شعاع اتم است. به شکل مقابل دقت کنید.

۲ هستهٔ اتم از نوترون‌ها و پروتون‌ها تشکیل شده است که به‌طور کلی نوکلئون نامیده می‌شوند.

۳ بار الکتریکی پروتون مثبت بوده و اندازهٔ آن برابر بار الکتریکی الکترون است. امّا جرم پروتون تقریباً ۱۸۳۷ برابر جرم الکترون می‌باشد.

۴ نوترون بار الکتریکی ندارد و جرمش اندکی بیشتر از جرم پروتون است. نوترون توسط چادویک کشف شد.



Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

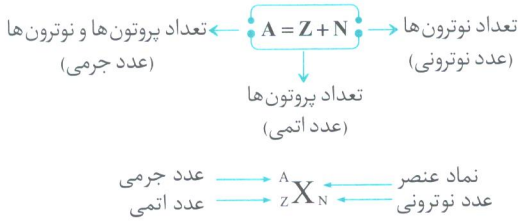
شیوهٔ نمایش هستهٔ اتم

برای یک عنصر با نماد شیمیایی X ، نماد هسته به صورت مقابل نشان داده می‌شود:

A ← عدد جرمی (مجموع تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها)

Z ← عدد اتمی (تعداد پروتون‌ها)

N ← عدد نوترونی (تعداد نوترون‌ها)



نکات ۱ مشخص کردن N در نماد نویسی بالا ضروری نیست، زیرا می‌توان به کمک معادلهٔ بالا و A و Z ، N را به‌دست آورد.

۲ در محاسبات جرم در ابعاد اتم از یکای جرم اتمی u استفاده می‌کنیم که $\frac{1}{12}$ جرم اتم کربن ۱۲ است.

مبحث (۲): ایزوتوپ‌ها

به گونه‌های مختلفی از یک اتم که دارای عدد اتمی یکسان و عدد جرمی متفاوت هستند، ایزوتوپ می‌گویند.

به‌طور مثال کربن دو ایزوتوپ ($^{12}_{6}C$) و ($^{13}_{6}C$) دارد.

نکات ۱ خواص شیمیایی هر اتم به عدد اتمی آن بستگی دارد، بنابراین ایزوتوپ‌های یک عنصر خواص شیمیایی یکسانی دارند، امّا خواص فیزیکی آن‌ها متفاوت است.

۲ جرم‌های اتمی درج شده در جدول تناوبی عناصر، میانگین جرم‌های اتمی ایزوتوپ‌های مختلف هر عنصر است که با توجه به درصد فراوانی آن‌ها حساب شده‌اند.

۳ در بین تمام عناصر فقط ایزوتوپ‌های هیدروژن دارای نمادها و اسامی اختصاصی هستند. هیدروژن معمولی ($^{1}_{1}H$) ، دوتریم ($^{2}_{1}H$ یا D) و تریتیم ($^{3}_{1}H$ یا T).

۴ اورانیوم دارای دو ایزوتوپ ^{235}U (با درصد فراوانی ۰/۷ درصد) و ^{238}U (با درصد فراوانی ۹۹/۳ درصد) می‌باشد.

مبحث (۳): پایداری هسته

به‌طور کلی داخل هسته سه نیروی گرانشی، الکتروستاتیکی و هسته‌ای وجود دارد.

نیروی دافعهٔ الکتروستاتیکی بین پروتون‌ها ایجاد می‌شود، نیروی جاذبهٔ گرانشی بین پروتون‌ها و نوترون‌ها (به‌طور کلی بین نوکلئون‌ها) برقرار می‌شود که بسیار ناچیز است و نیروی جاذبهٔ هسته‌ای نیز مانند نیروی گرانشی بین پروتون‌ها و نوترون‌ها ایجاد می‌شود که بسیار قوی است.

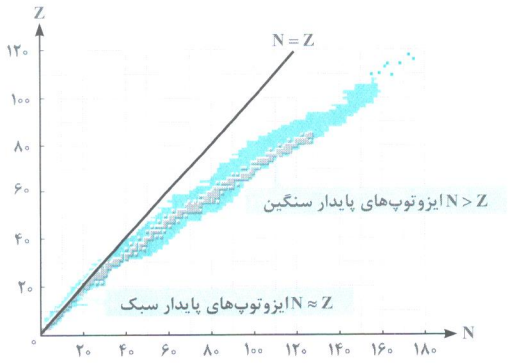
برای پایداری هسته، باید نیروی دافعهٔ الکتروستاتیکی بین پروتون‌ها با نیروی جاذبهٔ بین نوکلئون‌ها که ناشی از نیروی هسته‌ای است، موازنه شده باشد.

نکات ۱ نیروی هسته‌ای، کوتاه‌برد است و تنها در فاصله‌ای کوچک‌تر از ابعاد هسته اثر می‌کند.

همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید هر نوکلئون فقط به نوکلئون مجاور خود نیروی هسته‌ای وارد می‌کند. دقت کنید که نیروی هسته‌ای مستقل از بار الکتریکی است، یعنی نیروی ربایشی هسته‌ای یکسانی بین دو پروتون، دو نوترون و یک پروتون و یک نوترون وجود دارد.

۲ نیروی دافعهٔ الکتروستاتیکی بلندبرد است. به همین دلیل یک پروتون تمام پروتون‌های دیگر درون هسته را دفع می‌کند.

۳ هنگامی‌که تعداد پروتون‌های داخل هسته افزایش می‌یابد، تمام پروتون‌های هسته به یکدیگر نیروی دافعهٔ الکتروستاتیکی وارد می‌کنند امّا فقط نوکلئون‌های مجاور به یکدیگر نیروی جاذبهٔ هسته‌ای وارد خواهند کرد و افزایش نیروی دافعه بیشتر از افزایش نیروی جاذبه می‌شود، حال اگر هسته بخواهد پایدار باقی بماند، باید تعداد نوترون‌های درون هسته نیز افزایش یابد. در شکل مقابل نمودار عدد اتمی بر حسب عدد نوترونی برای عنصرهای مختلف نشان داده شده است.



در این شکل نقاط خاکستری متعلق به هسته‌های پایدار و نقاط آبی متعلق به هسته‌های پرتوزا هستند.

۴ در این نمودار هسته پایدار با بیشترین تعداد پروتون (Z = ۸۳) متعلق به بیسموت ($^{209}_{83}Bi$) است.

۵ هسته‌هایی که عدد اتمی آن‌ها بیشتر از ۸۳ است، ناپایدار هستند و معمولاً در طبیعت یافت نمی‌شوند. از بین این هسته‌ها فقط توریم (Z = ۹۰) و اورانیوم (Z = ۹۲) در طبیعت یافت می‌شوند. این دو عنصر، تنها عنصرهایی هستند که واپاشی آن‌ها چنان کند است که از هنگام تشکیل منظومهٔ شمسی تاکنون مقدار کمی از آن‌ها دچار واپاشی شده است.

Telegram: @MOHammad_Free

@MOHammad_Free

۵۱ برای $^{197}_{79}Au$ به‌ترتیب از راست به چپ تعداد نوکلئون، پروتون و نوترون کدام است؟

گزینهٔ ۳

۱) ۱۱۸ - ۷۹ - ۳۹
۲) ۱۹۷ - ۷۹ - ۷۹
۳) ۱۹۷ - ۷۹ - ۱۱۸
۴) ۱۹۷ - ۱۱۸ - ۷۹

حل در نماد نوکلوئید اتم طلا عدد ۱۹۷ عدد جرمی و برابر با تعداد نوکلئون‌هاست، و عدد ۷۹ عدد اتمی و برابر با تعداد پروتون (الکترون) هاست. پس داریم:

$$۱۹۷ = N + Z \xrightarrow{Z=۷۹} N = ۱۱۸$$

پس $^{197}_{79}Au$، ۱۹۷ نوکلئون، ۷۹ پروتون و ۱۱۸ نوترون دارد.

۵۲ در هستهٔ یک اتم، نیروی هسته‌ای قوی: (تجربی خارج ۸۹)

گزینهٔ ۴

۱) نیروی جاذبه‌ای است که هر پروتون به تمام پروتون‌ها وارد می‌کند.
۲) نیروی دافعه‌ای است که هر پروتون به تمام پروتون‌ها وارد می‌کند.
۳) نیروی دافعه‌ای است که هر نوکلئون فقط به نوکلئون‌های مجاور خود وارد می‌کند.
۴) نیروی جاذبه‌ای است که هر نوکلئون فقط به نوکلئون‌های مجاور خود وارد می‌کند.

حل نیروی هسته‌ای قوی به شکل جاذبه است و هر نوکلئون تنها به نوکلئون‌های اطراف خود این نیرو را وارد می‌کند.

۵۳ در واکنش نوکلئون‌ها، نیروی هسته‌ای در مقایسه با نیروی کولنی چگونه است؟ (تجربی داخل ۸۷)

گزینهٔ ۴

۱) ضعیف، بلندبرد
۲) قوی، بلندبرد
۳) ضعیف، کوتاه‌برد
۴) قوی، کوتاه‌برد

حل نیروی هسته‌ای در مقایسه با نیروی کولنی قوی و کوتاه‌برد است.

۵۴ در ارتباط با پایداری هسته چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

گزینهٔ ۲

الف) بیشتر جرم اتم مربوط به فضای اطراف هستهٔ آن است و هستهٔ اتم بسیار کوچک و با جرم ناچیز است.
ب) عامل پایداری نوکلئون‌های هستهٔ اتم در کنار یکدیگر، نیروی جاذبهٔ الکتروستاتیکی قوی‌تر آن‌ها نسبت به نیروی دافعهٔ الکتروستاتیکی است.
ج) نیروی هسته‌ای کوتاه‌برد است و اگر فاصلهٔ دو نوکلئون از حد معینی بیشتر شود این نیرو تقریباً از بین خواهد رفت.
د) نیروی هسته‌ای قوی مستقل از بار الکتریکی نوکلئون‌هاست.

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

حل بررسی عبارت‌ها:

عبارت «الف» نادرست؛ ابعاد هسته در مقایسه با ابعاد اتم بسیار کوچک است ولی بیشتر جرم اتم در هسته متمرکز شده است.

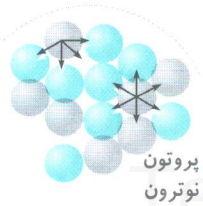
عبارت «ب» نادرست؛ عامل پایداری نوکلئون‌های هسته در کنار هم، نیروی هسته‌ای قوی است. به‌طور کلی بین نوکلئون‌های هسته جاذبهٔ الکتروستاتیکی وجود ندارد.

عبارت «ج» درست؛ نیروی هسته‌ای کوتاه‌برد است و در فاصله‌های کوچک‌تر از ابعاد هسته اثر می‌کند و اگر فاصله از این حد بیشتر شود این نیرو تقریباً از بین خواهد رفت.

عبارت «د» درست؛ نیروی هسته‌ای قوی مستقل از بار نوکلئون‌هاست یعنی نیروی ربایشی یکسانی بین دو پروتون، دو نوترون و یا یک پروتون و یک نوترون وجود دارد.

۵۵ با توجه به شکل زیر کدام گزینه نادرست است؟

گزینهٔ ۳



۱) این شکل قسمتی از هسته و نوکلئون‌های درون آن را نشان می‌دهد. فلش‌ها نشان‌دهندهٔ نیروی هسته‌ای قوی هستند که هر نوکلئون به نوکلئون‌های اطرافش وارد می‌کند.
۲) فلش‌ها نشان‌دهندهٔ نیروی هسته‌ای قوی هستند که یک نیروی کوتاه‌برد میان نوکلئون‌های هسته است.
۳) نیروی هسته‌ای نشان داده شده میان دو پروتون یا دو نوترون خواهد بود. اگر نوکلئون‌ها غیر هم‌جنس باشند نیروی هسته‌ای بین آن‌ها ایجاد نخواهد شد.
۴) نیروی نشان داده شده در شکل، برد کوتاه‌تری از نیروی الکتروستاتیکی بین دو پروتون دارد.

حل نیروی هسته‌ای مستقل از بار و نوع نوکلئون‌هاست، بنابراین بین دو پروتون، دو نوترون و یا یک پروتون و یک نوترون به‌وجود می‌آید.

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

۵۶ **کدام‌یک از موارد زیر دربارهٔ هستهٔ اتم‌های عناصر درست است؟** (ریاضی داخل ۹۴)

گزینهٔ ۱

۱) اغلب ایزوتوپ‌های عناصر ناپایدارند و با گذشت زمان واپاشیده می‌شوند.

۲) برد نیروهای کولنی در مقایسه با برد نیروهای هسته‌ای بسیار کوتاه است.

۳) جرم یک هسته برابر مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل دهندهٔ آن هسته است.

۴) نسبت تعداد نوترون‌ها به پروتون‌ها برای هسته‌های پایدار مختلف یکسان است.

حل **بررسی گزینه‌ها:**

گزینهٔ «۱»: اغلب ایزوتوپ‌های عناصر ناپایدارند و با گذشت زمان واپاشیده می‌شوند.

گزینهٔ «۲»: برد نیروی کولنی در مقایسه با نیروی هسته‌ای بلند است.

گزینهٔ «۳»: جرم یک هسته از مجموع جرم نوکلئون‌ها کمتر است.

گزینهٔ «۴»: نسبت $\frac{N}{Z}$ در هسته‌های پایدار مختلف مقادیر متفاوتی دارد.

۵۷ **در هستهٔ اتم عناصر طبیعی، تعداد پروتون‌های هسته را با Z و تعداد نوترون‌ها را با N نشان می‌دهیم. اگر از سبک‌ترین اتم‌ها به سمت سنگین‌ترین آن‌ها برویم، نسبت $\frac{N}{Z}$ چگونه تغییر می‌کند؟** (ریاضی داخل ۸۸)

گزینهٔ ۲

۱) ثابت می‌ماند.

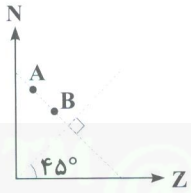
۲) افزایش می‌یابد.

۳) کاهش می‌یابد.

۴) با نظم معینی کم و زیاد می‌شود.

حل با افزایش عدد اتمی در جدول تناوبی برای هسته‌های پایدار در جدول نسبت $\frac{N}{Z}$ در حال افزایش است.

۵۸ **در نمودار روبه‌رو، عدد جرمی عنصر A، ۷۰ و عدد نوترونی عنصر B، ۳۰ می‌باشد، عدد اتمی عنصر B کدام است؟** (ریاضی خارج ۸۴)



گزینهٔ ۱

۱) ۴۰

۲) ۷۰

۳) ۱۰۰

۴) اطلاعات مسئله کافی نیست.

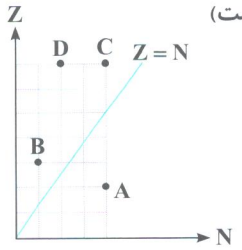
حل خطی که A و B روی آن قرار دارند شیبی برابر با منفی یک دارد (چرا؟) و عرض از مبدأ این خط عدد جرمی را نشان می‌دهد.

معادله خط $N = -Z + A \Rightarrow N = -Z + ۷۰$

عدد نوترونی برای عنصر B برابر با ۳۰ بوده است.

$N = -Z + ۷۰ \xrightarrow{N=۳۰} Z = ۴۰$

۵۹ **شکل مقابل نمودار $N - Z$، ۴ ذرهٔ فرضی را نشان می‌دهد. کدام گزینه نادرست است؟ (هر خانه روی محورها یک واحد است)**



گزینهٔ ۲

۱) عنصر B دارای عدد اتمی ۳ و عدد جرمی ۴ است.

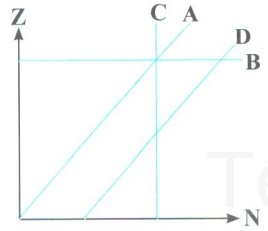
۲) عنصر A و C ایزوتوپ یکدیگر هستند.

۳) عدد جرمی ذرهٔ D، ۲ واحد کمتر از عدد جرمی ذرهٔ C است.

۴) ذرات B، C و D به‌طور تجربی وجود ندارند. زیرا عمدتاً عدد نوترونی ذرات باید بزرگ‌تر یا مساوی با عدد اتمی آن‌ها باشد.

حل در ایزوتوپ‌ها تعداد پروتون (عدد اتمی) برابر است در حالی که در عناصر A و C عدد اتمی (Z) متفاوت است و فقط تعداد نوترون برابری دارد.

۶۰ **کدام‌یک از نمودارهای مقابل مربوط به ایزوتوپ‌های یک عنصر است؟**



گزینهٔ ۲

۱) A

۲) B

۳) C

۴) D

حل تمامی ایزوتوپ‌های یک عنصر دارای عدد اتمی برابر (Z ثابت) و عدد جرمی متغیرند (N متغیر) بنابراین نمودار B پاسخ این تست است.

Telegram:MOHammad_Free

مرحلهٔ هفتم جمع‌بندی — انرژی بستگی هسته

@MOHammad_Free

مبحث (۱): رابطهٔ اینشتین

رابطهٔ اینشتین یکی از معروف‌ترین روابط فیزیک است. طبق این رابطه جرم می‌تواند تبدیل به انرژی شود. به رابطهٔ زیر دقت کنید.

$E = mc^2$

E ← انرژی تولید شده بر حسب ژول (J)

m ← جرمی که تبدیل به انرژی شده است بر حسب کیلوگرم (kg)

c ← تندی نور $(c = 3\times10^8 \frac{m}{s})$

نکته در برخی از سؤالات کنکور انرژی تولید شده بر حسب الکترون - ولت (eV) و یا کیلو وات ساعت (kWh) خواسته می‌شود، برای تبدیل یکای ژول به یکاهای دیگر به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$J \xrightarrow{\div(3.6\times10^6)} kWh$ $\qquad$ $J \xrightarrow{\div(1.6\times10^{-19})} eV$

مبحث (۲): انرژی بستگی هسته

انرژی لازم برای جدا کردن نوکلئون‌های یک هسته، انرژی بستگی هسته نامیده می‌شود.

همان‌طور که می‌دانید یک هسته از مجموعه‌ای از پروتون‌ها و نوترون‌ها تشکیل شده است، بنابراین انتظار داریم جرم هسته برابر مجموع جرم پروتون‌ها و نوترون‌های تشکیل دهندهٔ آن باشد. در صورتی که اندازه‌گیری‌های دقیق نشان می‌دهند که جرم هسته اندکی کمتر از جرم پروتون‌ها و نوترون‌های تشکیل دهندهٔ هسته می‌باشد که به این اختلاف جرم در اصطلاح کاستی جرم هسته می‌گویند. طبق رابطهٔ اینشتین این کاستی جرم تبدیل به انرژی شده است که به آن انرژی بستگی هسته می‌گویند.

مبحث (۳): ترازهای انرژی هسته

در مقایسهٔ انرژی الکترون‌ها در اتم و انرژی نوکلئون‌ها در هسته می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱ انرژی نوکلئون‌های هسته مانند انرژی الکترون‌های اتم، کوانتیده است و هر مقداری را نمی‌تواند داشته باشد.

۲ همان‌طور که الکترون‌ها با جذب انرژی از تراز پایه به تراز برانگیخته می‌روند، نوکلئون‌ها نیز می‌توانند با جذب انرژی به تراز بالاتر بروند.

۳ همان‌طور که الکترون برانگیخته می‌تواند با گسیل فوتون به حالت پایه بازگردد، نوکلئون‌های برانگیخته نیز با گسیل فوتون به تراز پایه بازمی‌گردند.

۴ بزرگ‌ترین تفاوت ترازهای انرژی داخل هسته و ترازهای انرژی اتم اختلاف انرژی آن‌ها است. اختلاف بین ترازهای انرژی نوکلئون‌ها در هسته از مرتبهٔ keV تا MeV است، در حالی که اختلاف بین ترازهای انرژی الکترون‌ها در اتم از مرتبهٔ eV است. برای همین هسته‌ها در واکنش‌های شیمیایی که انرژی کمی دارند برانگیخته نمی‌شوند.

---

۶۱ در یک واکنش هسته‌ای ۲ میلی‌گرم جرم تبدیل به انرژی شده است. انرژی حاصل معادل با چند کیلووات ساعت است؟ $(c = 3\times10^8 \frac{m}{s})$

گزینهٔ ۳

۱) $2/5\times10^4$ ۲) $2/5\times10^9$ ۳) 5×10^4 ۴) 5×10^9 (ریاضی داخل ۹۳)

حل اوّل انرژی را بر حسب ژول به‌دست می‌آوریم، واحد جرم باید کیلوگرم باشد:

$$m = 2mg = 2\times10^{-3}\times10^{-3}kg = 2\times10^{-6}kg$$

$$E = mc^2 = 2\times10^{-6}\times(3\times10^8)^2 = 18\times10^{10}J$$

برای تبدیل ژول به کیلو وات ساعت باید عدد بر حسب ژول را به 36×10^5 تقسیم کرد:

$$E = 18\times10^{10}J = \frac{18\times10^{10}}{36\times10^5} = 5\times10^4 kWh$$

۶۲ اگر در واکنش هسته‌ای، ۴ گرم جرم به انرژی تبدیل شود، انرژی حاصل، معادل با انرژی مصرف شده در چند لامپ ۱۰۰ واتی است که به مدت ۲۰ ساعت روشن باشند؟ (ریاضی داخل ۸۶)

گزینهٔ ۳

۱) ۵ هزار ۲) ۵۰ هزار ۳) ۵ میلیون ۴) ۵۰ میلیون

حل اگر تعداد لامپ‌ها را n فرض کنیم باید انرژی مصرف شده توسط کل لامپ‌ها برابر با انرژی حاصل از تبدیل جرم باشد، حواستان هست که جرم باید بر حسب کیلوگرم و زمان بر حسب ثانیه باشد.

$$\begin{cases} E = mc^2 \\ E = nPt \end{cases} \Rightarrow nPt = mc^2 \Rightarrow n = \frac{mc^2}{Pt} \Rightarrow n = \frac{4\times10^{-3}\times(3\times10^8)^2}{100\times20\times3600} \Rightarrow n = 50\times10^6 = 50 \text{ میلیون}$$

Telegram.MOHammad_Free

@MOHammad_Free

۶۳ اگر در یک واکنش هسته‌ای یک گرم جرم تبدیل به انرژی شود، انرژی حاصل، چه جرمی از ماده را می‌تواند یک صد متر از سطح زمین بالا ببرد؟ $(c = ۳\times۱۰^{۸}\ \frac{m}{s}, g = ۱۰\ \frac{m}{s^{۲}})$ (ریاضی خارج ۹۳)

گزینهٔ ۱

۱) ۹۰ میلیون تُن ۲) ۹۰ تُن ۳) ۴۵۰ میلیون کیلوگرم ۴) ۴۵۰ کیلوگرم

حل اگر جرم تبدیل شده به انرژی را m (بر حسب کیلوگرم) و جرم بالا رفته را M فرض کنیم داریم:

$$mc^{۲} = Mgh \Rightarrow ۱\times۱۰^{-۳}\times(۳\times۱۰^{۸})^{۲} = M\times۱۰\times۱۰۰ \Rightarrow ۹\times۱۰^{۱۳} = M\times۱۰^{۳} \Rightarrow M = ۹\times۱۰^{۱۰}kg = ۹۰\times۱۰^{۶}\ Ton \Rightarrow M = ۹۰MTon$$

۶۴ در ارتباط با انرژی بستگی هسته‌ای کدام عبارت نادرست است؟

گزینهٔ ۴

۱) انرژی لازم برای جدا کردن نوکلئون‌های هسته؛ انرژی بستگی هسته‌ای نامیده می‌شود.

۲) جرم هستهٔ اتم از مجموع جرم پروتون‌ها و نوترون‌های آن اندکی کمتر است.

۳) نوکلئون‌ها هم مثل الکترون‌ها می‌توانند با جذب انرژی از تراز پایه به تراز برانگیخته بروند.

۴) اختلاف ترازهای انرژی نوکلئون‌ها مرتبهٔ کوچک‌تری نسبت به اختلاف ترازهای انرژی الکترون‌ها دارد.

حل گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» صحیح هستند. در ارتباط با گزینهٔ «۴» هم توجه داشته باشید اختلاف ترازهای انرژی نوکلئون‌ها مرتبهٔ بزرگ‌تری نسبت به اختلاف ترازهای انرژی الکترون دارد (اختلاف ترازهای نوکلئون در حد keV و MeV و اختلاف ترازهای انرژی الکترون در حد eV است.)

۶۵ در یک هستهٔ پایدار، جرم نوکلئون‌های تشکیل دهندهٔ هسته: (تجربی خارج ۹۱)

گزینهٔ ۳

۱) مساوی جرم هسته است. ۲) مساوی جرم تبدیل شده به انرژی بستگی هسته است.

۳) بزرگ‌تر از جرم هسته است. ۴) کوچک‌تر از جرم تبدیل شده به انرژی بستگی هسته است.

حل مجموع جرم نوکلئون‌های هسته از جرم واقعی هسته بیشتر است.

۶۶ کدام ویژگی در خصوص ایزوتوپ‌های یک عنصر درست نیست؟ (ریاضی خارج ۸۹)

گزینهٔ ۲

۱) خواص شیمیایی یکسانی دارند. ۲) انرژی بستگی هسته‌شان یکسان است.

۳) بار هستهٔ آن‌ها یکسان است. ۴) تعداد نوکلئون‌هایشان نابرابر است.

حل ایزوتوپ‌های یک عنصر خواص شیمیایی یکسانی دارند و بار هستهٔ آن‌ها با هم برابر است. امّا به دلیل برابر نبودن جرم هسته‌ها انرژی بستگی یکسانی ندارند.

۶۷ اگر جرم اتم x را M_x و جرم نوترون و پروتون آزاد را M_n و M_p بنامیم، $ZM_p + NM_n$ در مقایسه با M_x، ..... است و هرچه این اختلاف جرم بیشتر باشد، نشان‌دهندهٔ بزرگی ..... هسته است. (N و Z به‌ترتیب تعداد نوترون‌ها و پروتون‌های هسته است.) (ریاضی خارج ۸۸)

گزینهٔ ۱

۱) بزرگ‌تر - انرژی بستگی ۲) کوچک‌تر - انرژی بستگی

۳) بزرگ‌تر - شدت پرتوزایی ۴) کوچک‌تر - شدت پرتوزایی

حل $ZM_p + NM_n$ برابر با مجموع جرم نوکلئون‌های هسته است که از M_x، جرم هستهٔ اتم بیشتر است و هر چقدر این اختلاف جرم هسته با مجموع جرم نوکلئون‌ها بیشتر باشد انرژی بستگی هم بیشتر می‌شود.

۶۸ جرم هستهٔ اتم $^{۱۵}_{۸}O$ کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟ (u یکای جرم اتمی است و $m_p \simeq ۱/۰۰۷\ u, m_n = ۱/۰۰۸\ u$)

گزینهٔ ۴

۱) ۱۵/۱۵ u ۲) ۱۵/۲۱ u ۳) ۱۵/۲۰ u ۴) ۱۵/۰۸ u

حل اتم $^{۱۵}_{۸}O$ دارای ۸ پروتون و ۷ نوترون است، بنابراین مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهندهٔ هسته آن به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$M = ۸\times۱/۰۰۷ + ۷\times۱/۰۰۸ = ۱۵/۱۵\ u$$ مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل‌دهنده هسته

می‌دانیم جرم هسته از رقم محاسبه شده اندکی کمتر است. بنابراین تنها گزینهٔ «۴» صحیح است.

۶۹ در یک هسته اگر کاستی جرم برابر با $۱/۵\times۱۰^{-۱۸}kg$ باشد، انرژی بستگی هسته چند میلی ژول است؟ $(c = ۳\times۱۰^{۸}\ \frac{m}{s})$

گزینهٔ ۲

۱) ۰/۱۳۵ ۲) ۱۳۵ ۳) ۲۰۰ ۴) ۰/۲

حل انرژی بستگی هسته از رابطهٔ $E = mc^{۲}$ به‌سادگی محاسبه می‌شود، پس داریم:

$$E = mc^{۲} \xrightarrow[c=۳\times۱۰^{۸}\frac{m}{s}]{m=۱/۵\times۱۰^{-۱۸}kg} E = ۱/۵\times۱۰^{-۱۸}\times(۳\times۱۰^{۸})^{۲} \Rightarrow E = ۱۳/۵\times۱۰^{-۱۸}\times۱۰^{۱۶} = ۱۳/۵\times۱۰^{-۲} = ۰/۱۳۵J = ۱۳۵mJ$$

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

۷۰ در هستهٔ یک عنصر، جرم نوکلئون‌های تشکیل دهنده، ۰/۰۰۲ u بیشتر از جرم خود هسته است و هر واحد جرم اتمی (u)، معادل $۱/۶۶\times۱۰^{-۲۷}$ کیلوگرم است. انرژی بستگی هستهٔ این عنصر چند ژول است؟ $(c=۳\times۱۰^{۸}\frac{m}{s})$ (ریاضی خارج ۹۱)

گزینهٔ ۱

۱) $۲/۹۸۸\times۱۰^{-۱۳}$ ۲) $۱/۴۹۴\times۱۰^{-۱۰}$ ۳) $۷/۴۷\times۱۰^{-۸}$ ۴) $۱/۸\times۱۰^{-۱۴}$

حل کافیست از رابطهٔ جرم بر حسب انرژی استفاده کنیم:

$$E=mc^{۲}=(۰/۰۰۲u)\,c^{۲}\Rightarrow E=(\frac{۲}{۱۰۰۰}\times۱/۶۶\times۱۰^{-۲۷})\times(۳\times۱۰^{۸})^{۲}\Rightarrow E=۲/۹۸۸\times۱۰^{-۱۳}J$$

۷۱ اگر انرژی معادل یکای جرم اتمی برابر ۹۳۱/۵ مگا الکترون ولت باشد، انرژی آزاد شده در فعل و انفعال هسته‌ای $^{۲۲۳}_{۸۸}Ra\Rightarrow{}^{۲۱۹}_{۸۶}Rn+{}^{۴}_{۲}He$ چند ژول است؟ (جرم هستهٔ اتم‌های رادیم و رادون و هلیم به‌ترتیب ۲۲۳/۰۱۸ u، ۲۱۹/۰۰۹ u و ۴/۰۰۳ u است.) (تجربی خارج ۹۵)

گزینهٔ ۲

۱) $۵/۹۷۵\times۱۰^{-۱۰}$ ۲) $۸/۹۴۲۴\times۱۰^{-۱۳}$ ۳) $۵/۹۷۵\times۱۰^{-۱۵}$ ۴) $۸/۹۴۲۴\times۱۰^{-۱۹}$

حل اوّل باید اختلاف جرم طرفین معادله را بر حسب یکای جرم اتمی u به‌دست آوریم.

$$\Delta M=۲۲۳/۰۱۸\,u-(۲۱۹/۰۰۹\,u+۴/۰۰۳\,u)=۰/۰۰۶\,u$$

انرژی معادل یکای جرم اتمی ۹۳۱/۵MeV است.

$$E=۰/۰۰۶\,u=۰/۰۰۶\times۹۳۱/۵\times۱۰^{۶}eV\Rightarrow E=۵/۵۸۹\times۱۰^{۶}eV$$

حواستان باشد انرژی بر حسب ژول خواسته شده است.

$$E=۵/۵۸۹\times۱۰^{۶}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}=۸/۹۴۲۴\times۱۰^{-۱۳}J$$

مرحلهٔ هشتم جمع‌بندی — پرتوزایی

همان‌طور که مشاهده کردید عناصری که عدد اتمی آن‌ها بزرگ‌تر از ۸۳ است، ناپایدار هستند و به‌طور طبیعی (خود به خودی) واپاشیده می‌شوند و نوع معینی از ذرات یا فوتون‌های پرانرژی آزاد می‌کنند. به این فرایند واپاشی، پرتوزایی طبیعی می‌گویند.

نکته در تمام فرایندهای واپاشی پرتوزا، تعداد نوکلئون‌ها در طی فرایند واپاشی هسته‌ای پایسته می‌ماند.

در ادامه با انواع پرتوهایی که هنگام واپاشی گسیل می‌شوند، آشنا می‌شوید.

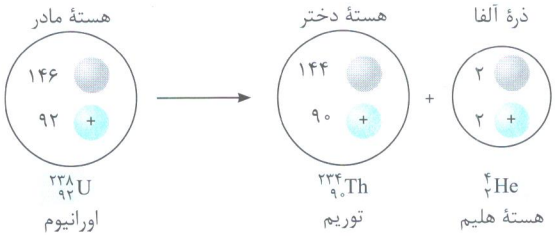
مبحث (۱): واپاشی α

۱ این واپاشی در هسته‌های سنگین روی می‌دهد.

۲ پرتوهای α ذرات باردار مثبت از جنس هستهٔ اتم هلیم $({}^{۴}_{۲}He)$ هستند و از دو پروتون و دو نوترون تشکیل شده‌اند.

۳ برد پرتوهای α کوتاه است. این ذرات پس از طی مسافتی کوتاه در حدود ۱cm تا ۲cm در هوا یا هنگام عبور از لایه‌ای نازک از مواد جذب می‌شوند. پرتوهای α کمترین نفوذ را دارند و با ورقهٔ نازک سربی با ضخامت ناچیز (۰/۰۱mm) متوقف می‌شوند.

۴ اگر ذره‌های α از راه تنفس یا دستگاه گوارش وارد بدن شوند، باعث آسیب‌های شدید به بدن خواهند شد. به معادلهٔ این واپاشی و مثالی که مطرح شده است توجه کنید:



$${}^{A}_{Z}X\rightarrow{}^{A-۴}_{Z-۲}Y+{}^{۴}_{۲}He\quad(\text{واپاشی }\alpha)$$

مبحث (۲): واپاشی β^-

۱ این واپاشی، متداول‌ترین نوع واپاشی در هسته‌ها است.

۲ پرتوهای β^- در واقع همان الکترون‌ها هستند.

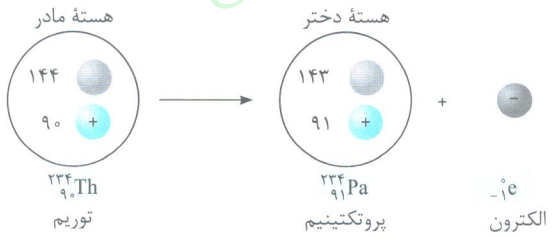
۳ پرتوهای β^- مسافت خیلی بیشتری رانسبت به پرتوهای α در سرب نفوذ می‌کنند. تقریباً پرتوهای β^- می‌توانند مسافتی در حدود (۰/۱mm) در سرب نفوذ کنند.

۴ الکترون گسیل شده در این واپاشی یکی از الکترون‌های مداری اتم نیست؛ این الکترون وقتی به‌وجود می‌آید که نوترونی درون هسته، به پروتون و الکترون تبدیل شود.

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

به معادلهٔ این واپاشی و مثالی که مطرح شده توجه کنید:



$$^{A}_{Z}X \rightarrow ^{A}_{Z+1}Y + ^{۰}_{-۱}e^{-} \quad (\text{واپاشی } \beta^{-})$$

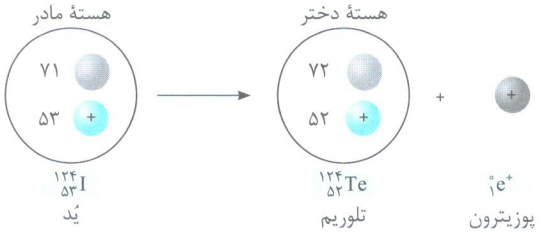
مبحث (۳): واپاشی β^+

۱ در این واپاشی ذرهٔ گسیل شده توسط هسته، جرم یکسانی با الکترون دارد ولی به‌جای بار e− دارای بار الکتریکی e+ است. به این الکترون مثبت، پوزیترون می‌گویند و با نماد β^+ یا e^+ نمایش داده می‌شود.

۲ مسافتی که پرتوهای β^+ در سرب نفوذ می‌کنند مانند β^- در حدود (۰/۱mm) است.

۳ هنگام واپاشی β^+ یکی از پروتون‌های درون هسته به یک نوترون و یک پوزیترون تبدیل می‌شود.

به معادلهٔ این واپاشی و مثالی که مطرح شده است توجه کنید.



$$^{A}_{Z}X \rightarrow ^{A}_{Z-1}Y + ^{۰}_{۱}e^{+} \quad (\text{واپاشی } \beta^{+})$$

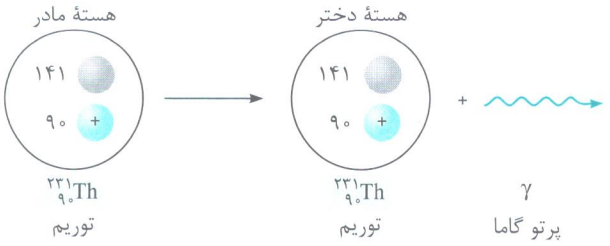
مبحث (۴): واپاشی γ

۱ اغلب هسته‌ها پس از واپاشی آلفا یا بتا، در حالت برانگیخته قرار می‌گیرند و با گسیل پرتوی گاما به حالت پایه می‌رسند.

۲ پرتوهای گاما از جنس امواج الکترومغناطیسی هستند و دارای بار الکتریکی و جرم نمی‌باشند و از فوتون‌های پر انرژی تشکیل شده‌اند.

۳ پرتوهای گاما بیشترین نفوذ را دارند و می‌توانند از ورقهٔ سربی به ضخامت (۱۰۰mm) عبور کنند.

به معادلهٔ این واپاشی و مثالی که مطرح شده است، توجه کنید.



$$^{A}_{Z}X^{*} \rightarrow ^{A}_{Z}X + \gamma \quad (\text{واپاشی } \gamma)$$

۷۲ کدام عبارت در رابطه با پرتوزایی طبیعی **نادرست** است؟

گزینهٔ ۴

۱) وقتی یک هستهٔ ناپایدار یا پرتوزا به‌طور طبیعی واپاشی می‌کند، نوع معینی از ذرات یا فوتون‌های پر انرژی آزاد می‌شوند. این فرایند واپاشی پرتوزایی طبیعی نامیده می‌شود.

۲) در پرتوزایی طبیعی سه نوع پرتوی آلفا (α)، بتا (β) و پرتوهای گاما (γ) گسیل می‌شوند.

۳) بیشترین نفوذ مربوط به پرتوی گاما (γ) و کمترین نفوذ مربوط به پرتوی آلفا (α) است.

۴) در فرایندهای واپاشی پرتوزا تعداد نوکلئون‌ها پایسته نیستند و تعدادی از آن‌ها تبدیل به انرژی می‌شوند.

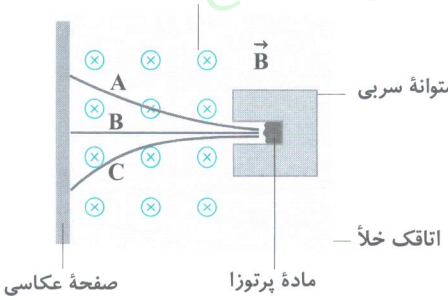
Telegram:MOHammad_Free

حل عبارت‌های موجود در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» صحیح هستند. علت نادرستی گزینهٔ «۴» این است که تعداد نوکلئون‌ها در واپاشی پرتوزا پایسته است؛ یعنی تعداد نوکلئون‌ها، پیش از فرایند با تعداد نوکلئون‌ها پس از فرآیند مساوی است.

@MOHammad_Free

۷۳ شکل مقابل طرحی از یک آزمایش ساده را نشان می‌دهد که سه پرتوی α، β و γ تحت اثر میدان مغناطیسی (عمود بر صفحهٔ کاغذ) میدان مغناطیسی قرار گرفته‌اند. به‌ترتیب پرتوهای A، B و C کدام‌اند؟

گزینهٔ ۲



۱) بتا - آلفا - گاما

۲) بتا - گاما - آلفا

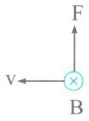
۳) آلفا - گاما - بتا

۴) آلفا - بتا - گاما

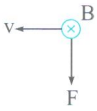
حل پرتوی گاما بار الکتریکی ندارد بنابراین بدون انحراف از میدان مغناطیسی خارج می‌شود.

پرتوی آلفا دارای بار مثبت و پرتوی بتا دارای بار منفی است. پس با استفاده از قانون دست راست مسیر انحراف پرتوهای آلفا و بتا را تعیین می‌کنیم:

ذرهٔ β:



ذرهٔ α:



بنابراین پرتوی A که رو به بالا منحرف شده ذرهٔ بتا (β) و پرتوی C که رو به پایین منحرف شده است ذرهٔ آلفا (α) است.

بنابراین گزینهٔ «۲» پاسخ این تست است.

۷۴ وقتی از یک هسته ذرهٔ α گسیل می‌شود؟ (ریاضی خارج ۸۶)

گزینهٔ ۴

۱) بار هسته ثابت می‌ماند.

۲) بار هسته به اندازهٔ $q = +2e$ افزایش می‌یابد.

۳) جرم هسته به اندازهٔ جرم ۲ پروتون کاهش می‌یابد.

۴) عدد جرمی هسته به اندازه عدد جرمی هلیم کاهش می‌یابد.

حل با تابش یک ذرهٔ α بار هسته به اندازهٔ بار ۲ پروتون (+2e) کاهش یافته و عدد جرمی هسته به اندازه عدد جرمی هلیم (۴ واحد) کاهش پیدا می‌کند.

۷۵ در واپاشی گامازا: (تجربی خارج ۹۴)

گزینهٔ ۱

۱) تعداد نوکلئون‌ها ثابت می‌ماند.

۲) عدد اتمی یک واحد کاهش می‌یابد.

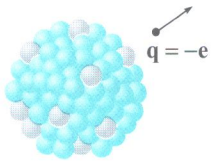
۳) عدد جرمی یک واحد کاهش می‌یابد.

۴) هسته از حالت پایه به حالت برانگیخته می‌رود.

حل در واپاشی گامازا عدد جرمی و اتمی هر دو ثابت می‌ماند و تعداد نوکلئون‌ها تغییری نمی‌کند.

۷۶ در واپاشی مطابق شکل زیر، تعداد پروتون‌های هسته ..... و تعداد نوترون‌های آن ..... (تجربی داخل ۹۲)

گزینهٔ ۱



۱) یک واحد افزایش می‌یابد - یک واحد کاهش می‌یابد.

۲) یک واحد کاهش می‌یابد - یک واحد افزایش می‌یابد.

۳) یک واحد افزایش می‌یابد - ثابت می‌ماند.

۴) یک واحد کاهش می‌یابد - ثابت می‌ماند.

حل وقتی از هستهٔ اتم پرتو β^- یا همان الکترون تابش می‌شود از تعداد نوترون‌ها یک واحد کم شده و به تعداد پروتون‌ها یکی اضافه می‌شود.

۷۷ در واپاشی هسته‌های ناپایدار، کدام مورد درست است؟ $(e = 1/6 \times 10^{-19} C)$ (تجربی داخل ۹۷)

گزینهٔ ۳

۱) هنگام گسیل پوزیترون بار هسته به اندازهٔ $1/6 \times 10^{-19} C$ افزایش می‌یابد.

۲) هنگام گسیل الکترون بار هسته به اندازهٔ $1/6 \times 10^{-19} C$ کاهش می‌یابد.

۳) هنگام گسیل α بار هسته به اندازهٔ $3/2 \times 10^{-19} C$ کاهش می‌یابد.

۴) هنگام گسیل گاما، پوزیترون و الکترون، بار هسته ثابت می‌ماند.

حل هنگام گسیل ذره α بار هسته به اندازهٔ بار دو پروتون یعنی $3/2 \times 10^{-19} C$ کاهش پیدا می‌کند.

۷۸ اورانیوم $^{238}_{92}U$ با تابش یک پرتو آلفا به کدام‌یک از عناصر زیر تبدیل می‌شود؟ (ریاضی خارج ۹۲)

گزینهٔ ۳

۱) $^{234}_{91}Pa$ ۲) $^{236}_{92}U$ ۳) $^{234}_{90}Th$ ۴) $^{234}_{92}U$

حل با تابش یک ذرهٔ α از عدد اتمی ۲ واحد و از عدد جرمی ۴ واحد کاسته می‌شود و معادلهٔ واپاشی به شکل زیر کامل می‌شود.

$$^{238}_{92}U^* \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{4}_{2}\alpha \Rightarrow \begin{cases} A = 238 - 4 = 234 \\ Z = 92 - 2 = 90 \end{cases}$$

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

۷۹ حاصل واپاشی عنصر مادر $^{A}_{Z}X$، عنصر دختر $^{۲۰۸}_{۸۱}Ti$ به اضافهٔ یک ذرهٔ پوزیترون و یک ذرهٔ آلفا است. A و Z به‌ترتیب کدام‌اند؟ (تجربی داخل ۹۵)

گزینهٔ ۳

۱) ۲۱۲ و ۸۲ ۲) ۲۱۱ و ۸۲ ۳) ۲۱۲ و ۸۴ ۴) ۲۱۱ و ۸۴

حل معادلهٔ واپاشی هستهٔ مادر به هستهٔ دختر به شکل زیر درمی‌آید:

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{۲۰۸}_{۸۱}Ti + {}^{۴}_{۲}\alpha + {}^{۰}_{+۱}e \Rightarrow \begin{cases} A = ۲۰۸ + ۴ + ۰ \Rightarrow A = ۲۱۲ \\ Z = ۸۱ + ۲ + ۱ = ۸۴ \end{cases}$$

۸۰ هستهٔ $^{۲۳۱}_{۹۱}Pa$، با گسیل ذرهٔ آلفا وا می‌پاشد. هستهٔ حاصل چند پروتون و چند نوترون دارد؟ (تجربی خارج ۹۲)

گزینهٔ ۴

۱) ۹۲ و ۲۲۷ ۲) ۸۹ و ۲۲۷ ۳) ۹۲ و ۱۳۸ ۴) ۸۹ و ۱۳۸

حل با تابش ذرهٔ α از تعداد پروتون‌ها ۲ واحد و از عدد جرمی ۴ واحد کم می‌شود و معادلهٔ واپاشی به شکل زیر درمی‌آید:

$$^{۲۳۱}_{۹۱}Pa \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{۴}_{۲}\alpha \Rightarrow \begin{cases} Z = ۹۱ - ۲ = ۸۹ \\ A = ۲۳۱ - ۴ = ۲۲۷ \end{cases}$$

توجه کنید که در سؤال تعداد نوترون‌ها خواسته شده است.

$$N = A - Z = ۲۲۷ - ۸۹ = ۱۳۸$$

۸۱ در اثر واپاشی هستهٔ مادر، دو ذرهٔ α و یک ذرهٔ β^- هستهٔ دختر $^{۸۵}_{۴۱}X$ حاصل شده است. کدام‌یک از گزینه‌های زیر هستهٔ مادر را به درستی نمایش می‌دهد؟

گزینهٔ ۲

۱) $^{۸۹}_{۴۵}Y$ ۲) $^{۹۳}_{۴۴}Y$ ۳) $^{۷۴}_{۴۴}Y$ ۴) $^{۹۳}_{۴۵}Y$

حل با توجه به قانون پایستگی عدد جرمی و عدد اتمی می‌توان معادلهٔ واپاشی آن را به صورت زیر نوشت:

$$^{A}_{Z}Y \rightarrow {}^{۸۵}_{۴۱}X + ۲{}^{۴}_{۲}\alpha + {}^{۰}_{-۱}\beta$$

برابری عدد جرمی: $A = ۸۵ + ۸ = ۹۳$ برابری عدد اتمی: $Z = ۴۱ + ۴ - ۱ = ۴۴$

۸۲ اگر هستهٔ مادر $^{۲۲۸}_{۹۰}X$ با گسیل m عدد پرتوی α و n عدد پرتوی β^- به هستهٔ دختر $^{۲۱۶}_{۸۷}Y$ تبدیل شود. m و n به‌ترتیب کدام‌اند؟

گزینهٔ ۳

۱) ۲ و ۲ ۲) ۳ و ۲ ۳) ۳ و ۳ ۴) ۲ و ۴

حل در ابتدا صورت کلی معادلهٔ واپاشی این هسته و تبدیل آن به هستهٔ دختر را می‌نویسیم:

$$^{۲۲۸}_{۹۰}X \rightarrow {}^{۲۱۶}_{۸۷}Y + m{}^{۴}_{۲}\alpha + n{}^{۰}_{-۱}\beta$$

حالا معادلهٔ برابری عدد جرمی در طرفین واکنش را می‌نویسیم تا m را به‌دست آوریم، دقت کنید چون عدد جرمی β صفر است، n از طرفین معادلهٔ برابری عدد جرمی حذف خواهد شد.

$$۲۲۸ = ۲۱۶ + ۴m + n(۰) \Rightarrow ۴m = ۱۲ \Rightarrow m = ۳ \text{ : برابری عدد جرمی}$$

حالا با توجه به در اختیار داشتن m با نوشتن برابری عدد اتمی در طرفین n را به‌دست می‌آوریم:

$$۹۰ = ۸۷ + ۲m + (-۱)n \xrightarrow{m=۳} ۹۰ = ۸۷ + ۲(۳) - n \Rightarrow n = ۳ \text{ : برابری عدد اتمی}$$

۸۳ در فعل و انفعال هسته‌ای، $^{۴}_{۲}He + {}^{۲۷}_{۱۳}Al \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{۱}_{۰}n$، A و Z به‌ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟ (تجربی خارج ۹۶)

گزینهٔ ۳

۱) ۳۰ و ۱۴ ۲) ۳۱ و ۱۴ ۳) ۳۰ و ۱۵ ۴) ۳۱ و ۱۵

حل با توجه به برابر بودن مجموع عدد اتمی و جرمی در دو طرف معادله خواهیم داشت:

$$^{۴}_{۲}He + {}^{۲۷}_{۱۳}Al \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{۱}_{۰}n$$

$$\begin{cases} ۲ + ۱۳ = Z + ۰ \Rightarrow Z = ۱۵ \text{ : برابری عدد اتمی} \\ ۴ + ۲۷ = A + ۱ \Rightarrow A = ۳۰ \text{ : برابری عدد جرمی} \end{cases}$$

۸۴ در فعل و انفعال هسته‌ای $^{۱}_{۰}n + {}^{۲۳۵}_{۹۲}U \rightarrow {}^{۱۴۱}_{۵۶}Ba + {}^{A}_{Z}X + ۳({}^{۱}_{۰}n)$، برای عنصر X، تعداد نوترون‌ها و پروتون‌ها کدام است؟ (تجربی داخل ۹۶)

گزینهٔ ۲

۱) ۵۸ و ۳۶ ۲) ۵۶ و ۳۶ ۳) ۹۴ و ۵۴ ۴) ۹۲ و ۵۴

حل با توجه به برابری عدد اتمی و عدد جرمی در دو طرف واکنش، می‌توان نوشت:

$$۹۲ + ۰ = ۵۶ + Z + ۳(۰) \Rightarrow Z = ۳۶ \text{ : برابری عدد اتمی}$$

$$۲۳۵ + ۱ = ۱۴۱ + A + ۳ \times (۱) \Rightarrow A = ۹۲ \text{ : برابری عدد جرمی}$$

بنابراین تعداد پروتون‌های عنصر X برابر ۳۶ و تعداد نوترون‌های آن برابر $۵۶ = ۳۶ - ۹۲$ است. پس گزینهٔ «۲» صحیح است.

۸۵ در فعل و انفعال هسته‌ای [مقداری انرژی $+ X + {}^{۱۳۷}_{۵۶}Ba \rightarrow {}^{۱۳۷}_{۵۵}Cs$]، اگر اختلاف جرم طرفین $۰/۰۰۱\,u$ و هرواحد جرم اتمی معادل $۱/۷ \times ۱۰^{-۲۷}$ کیلوگرم فرض شود، X کدام است و انرژی آزاد شده چند ژول است؟ $(c = ۳ \times ۱۰^{۸}\ \frac{m}{s})$ (ریاضی داخل ۹۵)

گزینهٔ ۳

۱) e^- و $۵/۱ \times ۱۰^{-۲۲}$ ۲) e^+ و $۵/۱ \times ۱۰^{-۲۲}$ ۳) e^- و $۱/۵۳ \times ۱۰^{-۱۳}$ ۴) e^+ و $۱/۵۳ \times ۱۰^{-۱۳}$

حل اگر $^{A}_{Z}X$ فرض کنیم از برابر بودن اعداد جرمی و اتمی برای دو طرف معادله داریم:

$$\begin{cases} ۱۳۷ = ۱۳۷ + A \Rightarrow A = ۰ \\ ۵۵ = ۵۶ + Z \Rightarrow Z = -۱ \end{cases} \Rightarrow {}^{۰}_{-۱}X = e^-$$

برای محاسبهٔ انرژی آزاد شده، باید از رابطهٔ اینشتین استفاده کنیم:

$$E = mc^۲ = ۰/۰۰۱u \times c^۲ = ۰/۰۰۱ \times ۱/۷ \times ۱۰^{-۲۷} \times (۳ \times ۱۰^{۸})^۲ \Rightarrow E = ۱/۵۳ \times ۱۰^{-۱۳}\,J$$

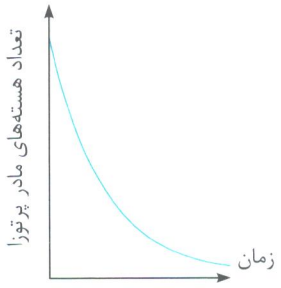
Telegram: MOHammad_Free

@MOHammad_Free

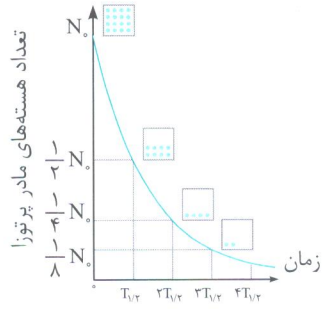
مرحلهٔ نهم جمع‌بندی — نیمه عمر

همان‌طور که گفتیم هسته‌های ناپایدار با گذشت زمان دچار واپاشی می‌شوند و به ذرات، انرژی و هسته‌های سبک‌تر تبدیل می‌شوند، به مدت زمانی که طول می‌کشد تا تعداد هسته‌های مادر موجود در یک نمونه، به نصف برسند نیمه‌عمر می‌گویند و آن را با $T_{\frac{1}{2}}$ نشان می‌دهند.

فرض کنید تعداد هسته‌های مادر موجود در یک مادهٔ پرتوزا برابر N_0 باشد، همان‌طور که در نمودارهای زیر می‌بینید، با گذشت زمان، این هسته‌ها دچار واپاشی شده و کاهش می‌یابند، همان‌طور که در نمودار سمت چپ می‌بینید با گذشت هر نیمه‌عمر تعداد هسته‌های باقی‌مانده نصف می‌شود.



(الف)



(ب)

برای به‌دست آوردن تعداد هسته‌های باقی‌مانده در یک واپاشی می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

$$N = \frac{N_0}{2^n} \qquad m = \frac{m_0}{2^n} \qquad n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}$$

- N ← تعداد هسته‌های باقی‌مانده
- N_0 ← تعداد هسته‌های اولیه
- m ← جرم فعال
- m_0 ← جرم اولیه
- n ← تعداد نیمه‌عمرهای سپری شده
- t ← کل زمان واپاشی
- $T_{\frac{1}{2}}$ ← زمان نیمه‌عمر

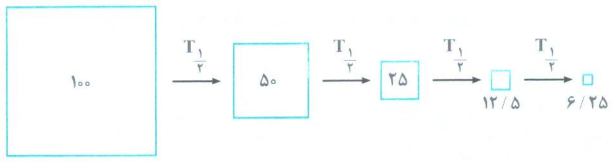
نکات

۱) در روابط بالا یکای t و $T_{\frac{1}{2}}$ می‌تواند، ثانیه، دقیقه، ساعت، روز، ماه و یا سال باشد. فقط کافی است یکای این دو کمیت یکسان جایگذاری شود.

۲) در تعداد زیادی از سؤالات کنکور درصد مادهٔ باقی‌مانده و یا درصد مادهٔ متلاشی‌شده خواسته می‌شود.

برای پاسخ‌گویی سریع‌تر به این سؤالات می‌توان از روش زیر استفاده کرد.

فرض کنید مقدار مادهٔ اولیه برابر ۱۰۰٪ باشد، با گذشت یک نیمه‌عمر ۵۰ درصد آن متلاشی شده و ۵۰ درصد آن باقی می‌ماند. در ادامه با گذشت یک نیمه‌عمر دیگر، ۲۵ درصد ماده باقی مانده و در نتیجه مقدار واپاشیده شده به ۷۵ درصد می‌رسد و به همین ترتیب داریم:



مادهٔ باقی‌مانده	۱۰۰ درصد	۵۰	۲۵	۱۲/۵	۶/۲۵
ماده واپاشیده شده	صفر درصد	۵۰	۷۵	۸۷/۵	۹۳/۷۵

۸۶ تعداد هسته‌های اولیهٔ یک مادهٔ رادیواکتیو $N = 1600$ است. اگر نیمه‌عمر این ماده ۶ ساعت باشد، بعد از چند ساعت ۲۰۰ هستهٔ آن فعال باقی می‌ماند؟ (تجربی داخل ۹۳)

۱) ۱۲ ☐ ۲) ۱۸ ☐ ۳) ۳۶ ☐ ۴) ۴۸ ☐

گزینهٔ ۲

حل اوّل تعداد نیمه‌عمر را به‌دست می‌آوریم.

$$N_{\text{فعال}} = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow 200 = \frac{1600}{2^n} \Rightarrow 2^n = 8 = 2^3 \Rightarrow n = 3$$

زمان هر نیمه‌عمر ۶ ساعت بوده پس ۳ نیمه‌عمر ۱۸ ساعت طول می‌کشد.

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

۸۷ نیمه عمر یک مادهٔ رادیواکتیو ۲ ساعت است. پس از چند ساعت، $\frac{۱}{۱۲۸}$ هسته‌های اولیه فعال باقی می‌ماند؟ (تجربی خارج ۹۳)

گزینهٔ ۳

۱) ۲۶ ۲) ۲۸ ۳) ۱۴ ۴) ۱۲

حل اوّل تعداد نیمه‌عمر را به‌دست می‌آوریم و بعد از آن زمان طی‌شده را محاسبه می‌کنیم:

$$N=\frac{N_۰}{۲^n}\Rightarrow\frac{۱}{۱۲۸}N_۰=\frac{N_۰}{۲^n}\Rightarrow ۲^n=۱۲۸=۲^۷\Rightarrow n=۷$$

$$n=\frac{t}{T}=۷\Rightarrow t=۷T=۱۴$$

۸۸ نیمه‌عمر ^{۹۰}Sr برابر ۲۸ سال است. چند سال طول می‌کشد تا ۲ میلی‌گرم از این عنصر به ۱۲۵ میکروگرم کاهش یابد؟ (ریاضی خارج ۹۰)

گزینهٔ ۳

۱) ۷ ۲) ۸۴ ۳) ۱۱۲ ۴) ۱۲

حل اوّل باید ببینیم چند نیمه‌عمر گذشته است:

$$m=\frac{m_۰}{۲^n}\Rightarrow ۱۲۵\times۱۰^{-۶}=\frac{۲\times۱۰^{-۳}}{۲^n}\Rightarrow ۲^n=۱۶=۲^۴\Rightarrow n=۴$$

هر نیمه‌عمر ۲۸ سال طول می‌کشد پس کل زمان برابر می‌شود با:

$$n=\frac{t}{T}\Rightarrow ۴=\frac{t}{۲۸}\Rightarrow t=۱۱۲\ \text{سال}$$

۸۹ نیمه‌عمر مادهٔ رادیواکتیوی، ۵ روز است. بعد از چند روز تعداد هسته‌های واپاشیده شده، $\frac{۷}{۸}$ تعداد هسته‌های اولیه خواهد شد؟ (تجربی خارج ۸۸)

گزینهٔ ۳

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) $\frac{۵}{۳}$

حل وقتی $\frac{۷}{۸}$ هسته‌های اولیه واپاشیده شده باشند، $\frac{۱}{۸}$ آن‌ها باقی مانده‌اند:

$$\text{فعال } m=\frac{m_۰}{۲^n}\Rightarrow\frac{۱}{۸}m_۰=\frac{m_۰}{۲^n}\Rightarrow ۲^n=۸=۲^۳\Rightarrow n=۳$$

$$n=\frac{t}{T}=۳\Rightarrow t=۳T=۱۵\ \text{روز}$$

۹۰ نیمه‌عمر یک مادهٔ رادیواکتیو t ثانیه است. پس از ۳t ثانیه، نسبت جرم واپاشیده به جرم باقی‌مانده از همان ماده کدام است؟ (تجربی داخل ۸۶)

گزینهٔ ۱

۱) ۷ ۲) $\frac{۱}{۷}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۷}{۸}$

حل کافیست اوّل جرم باقی‌مانده را به‌دست آوریم و با کم کردن آن از جرم اولیه، جرم واپاشیده را تعیین کنیم:

$$\text{فعال } m=\frac{m_۰}{۲^{\frac{t}{T}}}=\frac{m_۰}{۲^۳}=\frac{m_۰}{۸}$$

$$\text{واپاشیده } m=m_۰-\frac{m_۰}{۸}=\frac{۷}{۸}m_۰$$

$$\Rightarrow\frac{\text{واپاشیده } m}{\text{باقی‌مانده } m}=\frac{\frac{۷}{۸}m_۰}{\frac{۱}{۸}m_۰}=۷$$

۹۱ نیمه‌عمر یک مادهٔ رادیواکتیو ۱۰ ساعت است. هرگاه پس از ۴۰ ساعت ۱۵ گرم از این ماده واپاشیده شود، جرم اولیهٔ آن چند گرم بوده است؟ (تجربی خارج ۸۶)

گزینهٔ ۱

۱) ۱۶ ۲) ۲۰ ۳) ۳۲ ۴) ۴۰

حل نیمه‌عمر برابر با ۱۰ ساعت بوده پس ۴۰ ساعت برابر با ۴ نیمه‌عمر می‌شود.

$$\text{واپاشیده } m=\frac{۱۵}{۱۶}m_۰=۱۵\Rightarrow m_۰=۱۶g$$

$$\text{واپاشیده } m=m_۰-\frac{m_۰}{۱۶}=\frac{۱۵}{۱۶}m_۰\Rightarrow$$

$$\text{فعال } m=\frac{m_۰}{۲^n}=\frac{m_۰}{۲^۴}=\frac{m_۰}{۱۶}$$

۹۲ از یک مادهٔ رادیواکتیو پس از گذشت ۵ نیمه‌عمر، تقریباً چند درصد از هسته‌های آن متلاشی شده است؟ (تجربی داخل ۹۱)

گزینهٔ ۴

۱) ۳ ۲) ۸۰ ۳) ۲۰ ۴) ۹۷

حل اگر جرم اولیه را $۱۰۰٪m_۰$ فرض کنیم جرم فعال و متلاشی شده به شکل مقابل تعیین می‌شود:

$$\text{فعال } N=\frac{N_۰}{۲^{\frac{t}{T}}}=\frac{۱۰۰٪N_۰}{۲^۵}\simeq ۳٪N_۰$$

$$\text{واپاشیده}=۱۰۰٪N_۰-۳٪N_۰\simeq ۹۷٪N_۰$$

۹۳ نیمه‌عمر یک مادهٔ پرتوزا ۸ روز است. پس از ۳۲ روز، چند درصد از هسته‌های آن ماده دچار واپاشی می‌شوند؟ (ریاضی داخل ۹۵)

گزینهٔ ۴

۱) ۶۴ ۲) ۷۵ ۳) ۸۲/۲۵ ۴) ۹۳/۷۵

حل اوّل باید درصد هسته‌های فعال را به‌دست آوریم و از روی آن درصد هسته‌های واپاشیده را به‌دست آوریم.

$$\text{فعال } N=\frac{N_۰}{۲^{\frac{t}{T}}}=\frac{N_۰}{۲^{\frac{۳۲}{۸}}}=\frac{N_۰}{۱۶}=۶/۲۵٪N_۰$$

$$\text{واپاشیده } N=(۱۰۰-۶/۲۵)٪N_۰=۹۳/۷۵٪N_۰$$

۹۴ اگر ۸۷/۵ درصد از تعداد هسته‌های یک مادهٔ رادیواکتیو در مدت ۲۴ ساعت واپاشیده شود، نیمه‌عمر آن چند ساعت است؟ (ریاضی خارج ۹۶)

گزینهٔ ۴

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

Telegram.MOHammad_Free

@MOHammad_Free

حل با واپاشیده شدن ۸۷/۵ درصد از هسته‌ها، ۱۲/۵ درصد آن‌ها باقی مانده‌اند:

$$N=\frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}} \Rightarrow \frac{12/5}{100}N_0=\frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}} \Rightarrow 2^{\frac{t}{T}}=8=2^3 \Rightarrow \frac{t}{T}=3 \Rightarrow t=3T \Rightarrow 24=3T \Rightarrow T=8h$$

۹۵ گزینهٔ ۴

از تعداد هسته‌های اولیهٔ مساوی دو عنصر رادیواکتیو A و B بعد از گذشت زمان Δt، تعداد هسته‌های باقی‌ماندهٔ عنصر A چهار برابر تعداد هسته‌های باقی‌ماندهٔ عنصر B است. اگر تعداد نیمه‌عمرهای عناصر A و B در مدت زمان Δt به‌ترتیب n_A و n_B باشد، کدام‌یک از موارد زیر درست است؟ (ریاضی داخل ۹۶)

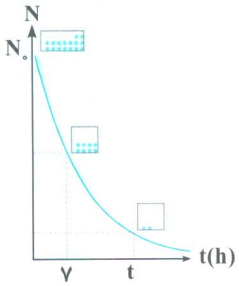
۱) $n_A-n_B=4$ ۲) $n_B-n_A=4$ ۳) $n_A-n_B=2$ ۴) $n_B-n_A=2$

حل با توجه به رابطهٔ $N=\frac{N_0}{2^n}$ برای تعداد هسته‌های فعال باقی‌مانده، می‌توان نوشت:

$$N_A=4N_B \Rightarrow \frac{N_0}{2^{n_A}}=4\frac{N_0}{2^{n_B}} \Rightarrow \frac{1}{2^{n_A}}=\frac{4}{2^{n_B}} \Rightarrow 4\times 2^{n_A}=2^{n_B} \Rightarrow 2^{n_A+2}=2^{n_B} \Rightarrow n_A+2=n_B \Rightarrow n_B-n_A=2$$

۹۶ گزینهٔ ۲

شکل روبه‌رو نمودار تعداد هسته‌های پرتوزا بر حسب زمان را برای یک مادهٔ پرتوزا نشان می‌دهد. t کدام است؟



۱) ۲۸
۲) ۲۱
۳) ۱۴
۴) ۳۵

حل در ابتدا با استفاده از تعداد هسته‌های اولیه و تعداد هسته‌ها در زمان $t_1=7h$ نیمه‌عمر را محاسبه می‌کنیم:

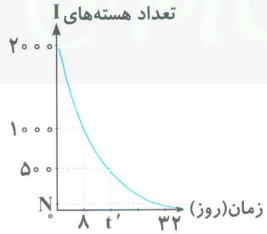
$$\frac{N_1}{N_0}=\frac{1}{2^{\frac{t_1}{T}}} \xrightarrow[N_0=16]{N_1=8,t_1=7h} \frac{8}{16}=\frac{1}{2^{\frac{7}{T}}} \Rightarrow T=7h$$

مجدداً با نوشتن رابطهٔ $\frac{N_2}{N_0}=\frac{1}{2^{\frac{t}{T}}}$، زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{N_2}{N_0}=\frac{1}{2^{\frac{t}{T}}} \xrightarrow[T=7h]{N_2=2,N_0=16} \frac{2}{16}=\frac{1}{2^{\frac{t}{7}}} \Rightarrow t=21h$$

۹۷ گزینهٔ ۱

نمودار روبه‌رو، مربوط به یُد پرتوزا است. N و t' به‌ترتیب کدام‌اند؟ (تجربی داخل ۸۹)



۱) ۱۲۵ و ۱۶
۲) ۲۵۰ و ۱۶
۳) ۱۷۵ و ۲۴
۴) ۲۰۰ و ۲۴

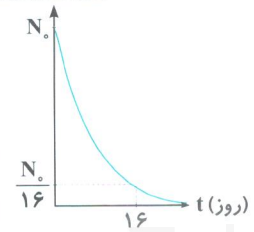
حل بعد از گذشت ۸ روز تعداد هسته‌های فعال از ۲۰۰۰ به ۱۰۰۰ رسیده و نصف شده، یعنی زمان نیمه‌عمر برابر با ۸ روز بوده است. حالا می‌توانیم N و t' را محاسبه کنیم.

$$\text{فعال } N=\frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}} \Rightarrow N=\frac{2000}{2^{\frac{32}{8}}}=\frac{2000}{16}=125$$

$$\text{فعال } N=\frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}} \Rightarrow 500=\frac{2000}{2^{\frac{t'}{T}}} \Rightarrow 2^{\frac{t'}{T}}=4=2^2 \Rightarrow \frac{t'}{T}=2 \Rightarrow t'=2T=16 \text{ روز}$$

۹۸ گزینهٔ ۳

نمودار تغییرات تعداد هسته‌های یک مادهٔ پرتوزا بر حسب زمان، مطابق شکل مقابل است. پس از گذشت هشت روز چند درصد از هسته‌های آن فعال باقی می‌ماند؟ (تجربی خارج ۹۷)



۱) ۸۷/۵
۲) ۵۰
۳) ۲۵
۴) ۱۲/۵

حل اوّل از روی نمودار داده شده، زمان ۱ نیمه‌عمر را تعیین می‌کنیم.

$$\text{فعال } N=\frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}} \Rightarrow \frac{N_0}{16}=\frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}} \Rightarrow 2^{\frac{t}{T}}=16=2^4 \Rightarrow \frac{t}{T}=4 \xrightarrow{t=16 \text{ روز}} T=4 \text{ روز}$$

نیمه‌عمر برابر با ۴ روز بوده است، پس ۸ روز برابر با ۲ نیمه‌عمر می‌شود.

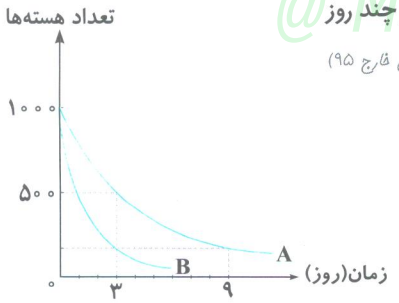
$$\text{فعال } N=\frac{N_0}{2^{\frac{t'}{T}}}=\frac{N_0}{2^2}=\frac{1}{4}N_0=25\%N_0$$

Telegram:MOHammad_Free

@MOHammad_Free

۹۹ گزینهٔ ۳

نمودار تعداد هسته‌های دو مادهٔ پرتوزای A و B بر حسب زمان مطابق شکل مقابل است. پس از چند روز $\frac{۱}{۳۲}$ هسته‌های فعال B باقی می‌ماند؟ (ریاضی خارج ۹۵)



۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

حل به نمودار دقت کنید، تعداد هسته‌های A پس از ۳ روز از ۱۰۰۰ به ۵۰۰ رسیده و نصف شده یعنی نیمه‌عمر عنصر A برابر با ۳ روز بوده. پس برای محاسبه تعداد اتم‌های فعال عنصر A بعد از ۹ روز داریم:

$$N_{A\,\text{فعال}} = \frac{N_0}{۲^{\frac{t}{T_A}}} = \frac{۱۰۰۰}{۲^{\frac{۹}{۳}}} = ۱۲۵$$

تعداد اتم‌های فعال B بعد از گذشت ۳ روز برابر ۱۲۵ بوده، از این مطلب برای تعیین نیمه‌عمر B استفاده می‌کنیم.

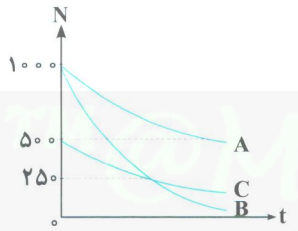
$$N_{B\,\text{فعال}} = \frac{N_0}{۲^{\frac{t}{T_B}}} \Rightarrow ۱۲۵ = \frac{۱۰۰۰}{۲^{\frac{t}{T_B}}} \Rightarrow ۲^{\frac{t}{T_B}} = ۸ = ۲^۳ \Rightarrow \frac{t}{T_B} = ۳ \xrightarrow{t=۳\text{ روز}} T_B = ۱\text{ روز}$$

در مرحلهٔ آخر حل، باید زمانی را تعیین کنیم که تعداد هسته‌های فعال B به $\frac{۱}{۳۲}$ اولیه برسد.

$$N_B = \frac{N_0}{۲^{\frac{t}{T_B}}} \Rightarrow \frac{۱}{۳۲}N_0 = \frac{N_0}{۲^{\frac{t}{T_B}}} \Rightarrow ۲^{\frac{t}{T_B}} = ۳۲ = ۲^۵ \Rightarrow \frac{t}{T_B} = ۵ \Rightarrow t = ۵T_B = ۵\text{ روز}$$

۱۰۰ گزینهٔ ۴

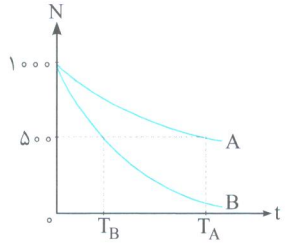
نمودار تعداد هسته‌های سه عنصر پرتوزا بر حسب زمان، مطابق شکل مقابل است. اگر نیمه‌عمر این سه عنصر T_A، T_B و T_C باشد، کدام مورد درست است؟ (ریاضی خارج ۹۷)



۱) $T_A = T_C > T_B$
۲) $T_A > T_B = T_C$
۳) $T_A > T_B > T_C$
۴) $T_A > T_C > T_B$

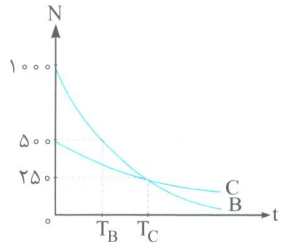
حل یک سؤال خوب و مفهومی. نمودارها را دو به دو مقایسه می‌کنیم:

دو عنصر A و B در ابتدا دارای ۱۰۰۰ عنصر فعال بودند و در لحظه‌ای که تعداد عناصر فعال آن‌ها به ۵۰۰ رسید، برای هرکدام یک نیمه‌عمر گذشته، از روی شکل معلوم است که $T_A > T_B$ بوده است.

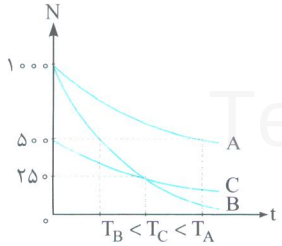


امّا برای مقایسهٔ B و C نمودار این دو عنصر را با هم رسم می‌کنیم.

در زمان نیمه‌عمر عنصر B تعداد اتم‌هایش از ۱۰۰۰ به ۵۰۰ رسیده و عنصر C از ۵۰۰ به ۲۵۰ رسیده از روی شکل معلوم است که $T_C > T_B$ بوده است.



حالا هر سه عنصر را با هم مقایسه می‌کنیم:



Telegram:MOHammad_Free